

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ**

**МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

дисциплины (модуля)

Линейная алгебра

Закреплена за	Высшей математики
Учебный план	b38030130 Направление 38.03.01 - РФ, 580100 - КР Экономика
Квалификация	бакалавр
Форма обучения	очная
Общая	3 ЗЕТ

Виды контроля в семестрах:
зачеты с оценкой 1

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Определители 2-го, 3-го и n -го порядков, их свойства.
2. Определение, виды матриц. операции. Действия над ними.
3. Обратная матрица.
4. Ранг матрицы.
5. Общие сведения о системах уравнений: совместность, несовместность.
6. Метод Крамера решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Метод Гаусса решения систем уравнений.
9. Теорема Кронекера-Капелли.
10. Метод полного исключения неизвестных (метод Жордана-Гаусса).
11. Базисные решения системы. Опорные решения системы.
12. n -мерный вектор и векторное пространство.
13. Операции над векторами. Линейная зависимость системы векторов.
14. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.
15. Евклидово пространство.
16. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов и его свойства.
17. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
18. Уравнение прямой на плоскости. Различные формы записи уравнений.
19. Угол между прямыми, условия параллельности, перпендикулярности, пересечение прямых.
20. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в заданном отношении.
21. Общие сведения о линиях второго порядка.
22. Кривые второго порядка. Эллипс. Окружность. Основные характеристические точки и прямые.
23. Гипербола. Парабола. Основные характеристические точки и прямые.
24. Различные случаи расположения вершины и осей кривых.
25. Уравнение плоскости в пространстве. Различные формы записи уравнений.
26. Уравнение прямой в пространстве. Различные формы записи уравнений.
27. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
28. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
29. Угол между двумя прямыми.
30. Угол между двумя плоскостями.

Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ (см. ПРИЛОЖЕНИЕ 1).

Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ (см. ПРИЛОЖЕНИЕ 2).

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Эссе, рефераты, курсовые работы и др. программой не предусмотрены.

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам. Типовые расчеты №1- №5 в количестве 15 вариантов (ПРИЛОЖЕНИЯ 3), контрольная работа №1, №2 в количестве 10 вариантов (ПРИЛОЖЕНИЯ 4), Тесты "Векторная алгебра" в количестве 10 вариантов, "Аналитическая геометрия на плоскости" "Аналитическая геометрия в пространстве", (ПРИЛОЖЕНИЯ 5), образец билета для проведения итогового контроля необходимые для оценки знаний, умений и навыков, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы находятся в ПРИЛОЖЕНИИ 6.

Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Найти: $P = (2A - 3B)C$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие: $3 \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

3. Выполнить действие: $7 \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

5. Выполнить действие: $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

6. Найти произведение матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ на матрицу $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$

7. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

8. Найти произведение матриц AB , BA если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$

9. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

10. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$.

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

14 - 16. Вычислить определитель разложением по какой-либо строке или

столбцу: $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

17. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$.

18. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

19. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$.

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом

$$21) \begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases} \quad 22) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases} \quad 23) \begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases} \quad 25) \begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases} \quad 26) \begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases} \quad 28) \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases} \quad 29) \begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases} \quad 30) \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$$

31. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

32. Даны координаты точек $A(1;3;5)$ и $B(2;5;6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$; длину вектора.

33. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$ если $\vec{a} = \{1;2;1\}$.

34. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{1;2;-2\}$ и $\vec{b} = \{-2;6;3\}$.

35. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

36. Даны точки $A(3;-4;-2)$, $B(2;5;-2)$. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox , Oy углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ соответственно, а с осью Oz - тупой угол γ .

37. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.

38. Вычислить $pr_{\vec{a}}\vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.

39. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на ось вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.

40. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?

41. Найти $\vec{a}(2\vec{a} + \vec{b})$, если $\vec{a} = (3;-1;-2)$, $\vec{b} = (1;2;-1)$.

42. Найти значение α , при котором векторы $\vec{a} = \{\alpha + 1; 3 - 2\alpha; \alpha - 1\}$ и $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$ перпендикулярны.
43. При каком значении x векторы $\vec{a} = (x; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; -1; 3)$ ортогональны?
44. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.
45. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ и указать координаты нормального вектора.
46. Даны вершины треугольника: $A(4, 6)$, $B(-4, 0)$, $C(-1, -4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC .
47. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2, -8)$, $Q(-1, 7)$.
48. Даны вершины треугольника: $A(1, 2)$, $B(3, 7)$, $C(5, -13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB .
49. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x + 3y + 11 = 0$, $2x + 3y - 13 = 0$. Вычислить его площадь.
50. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$, $x + 4y + 13z - 23 = 0$.
51. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z+7}{0}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.
52. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $A(2; -3; 4)$.
53. Найти расстояние от точки $M_0(1, -6, -5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(2, 1, -2)$.
54. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t - 1; \\ y = t + 2; \\ z = 1 - t. \end{cases}$ с плоскостью $3x - 2y + z = 0$.
55. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x - 3y + 6z + 7 = 0$?

56. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.
57. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; -3; -5)$ перпендикулярно к плоскости $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.
58. При каких значениях A и B плоскости $2x + Ay + 3z - 5 = 0$ и $Bx - 6y - 6z + 2 = 0$ параллельны.
59. При каком значении α и β уравнения $2x + \alpha y + 3z - 8 = 0$ и $\beta x - 6y - 6z + 4 = 0$ будут определять параллельные плоскости.

ПРИЛОЖЕНИЕ Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений. Указать два базисных решения.

1.
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$
5.
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$
6.
$$\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$
7.
$$\begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$
8.
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$
9.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$
10.
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

11– 15. Найти собственные значения и один собственный вектор матрицы

$$11) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}; \quad 12) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad 13) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$14) A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}; \quad 15) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

16. Выяснить, образуют ли векторы $\bar{p}(0;1;2)$, $\bar{q}(1;0;1)$, $\bar{r}(-1;2;4)$ базис. Если образуют, то расположить вектор $\bar{x}(-2;4;7)$ по этому базису.

17. Выяснить, образуют ли векторы $\bar{p}(1;3;0)$, $\bar{q}(2;-1;1)$, $\bar{r}(0;-1;2)$ базис. Если образуют, то расположить вектор $\bar{x}=(6;12;-1)$ по этому базису.

18. Выяснить, образуют ли векторы $\bar{p}(2;1;-1)$, $\bar{q}(0;3;2)$, $\bar{r}(1;-1;1)$ базис. Если образуют, то расположить вектор $\bar{x}=(1;-4;4)$ по этому базису.

19. Найти координаты вектора $\bar{x}=\bar{i}+2\bar{j}+4\bar{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e_2^* = \frac{3}{2}e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

20. Найти координаты вектора $\bar{x}=\bar{i}+3\bar{j}+6\bar{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 4e_3, \\ e_2^* = \frac{4}{3}e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

21. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,6 \\ 0,8 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 1100 усл. ед.

22. Найти длину вектора $\bar{a} = 2\bar{x} - 3\bar{y}$, если $|\bar{x}| = 2$, $|\bar{y}| = 1$, $\angle(\bar{x}, \bar{y}) = 60^\circ$.

23. Даны вершины треугольника $A(2;0)$, $B(-4;3)$, $C(1;5)$. Найти внутренний угол треугольника при вершине A .

24. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;4)$ параллельно прямой $2x + 3y - 7 = 0$.
25. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + 2y + 4 = 0$ и $3x - y - 9 = 0$ перпендикулярно прямой $x + y - 7 = 0$.
26. Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.
27. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ и построить данную кривую.
28. Какую линию определяет уравнение $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ и построить данную кривую.
29. Какую линию определяет уравнение $x = -\sqrt{y^2 - 4y}$ и построить данную кривую.
30. Установить, какая линия определяется уравнением $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$.
31. Установить, какая линия определяется уравнением $4x^2 - 3y^2 - 24x + 6y - 3 = 0$ и построить ее.
32. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить ее.
33. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить ее.
34. Установить, какая линия определяется уравнением $y = 1 - \sqrt{4x + 8}$.
35. Установить, какая линия определяется уравнением $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$.
36. Установить, какая линия определяется уравнением $9x^2 + 4y^2 + 54x - 8y + 49 = 0$.
37. Установить, какая линия определяется уравнением $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 9 = 0$.
38. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$.
39. Установить, какая линия определяется уравнением

$$x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 1

Задание 1. Даны две матрицы A и B . Найти: а) AB ; б) A^{-1} ; в) AA^{-1}

№	Матрицы	№	Матрицы
1	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	14	$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$
2	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$	15	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$
3	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	16	$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
4	$A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$	17	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$
5	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$	18	$A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
6	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	19	$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$
7	$A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$	20	$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
8	$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$	21	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}$
9	$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	22	$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

10	$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$	23	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$
11	$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	24	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
12	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$	25	$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$
13	$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$		

Задание 2. Вычислить определитель

№	Определитель	№	Определитель
1	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$	14	$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$
2	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$	15	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$
3	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$	16	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
4	$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$	17	$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$
5	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$	18	$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

6	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$	19	$\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$
7	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$	20	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
8	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$	21	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
9	$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$	22	$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$
10	$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	23	$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$
11	$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$	24	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$
12	$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$	25	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
13	$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$		

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

№	Системы уравнений	№	Системы уравнений
1	$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$	14	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 4z = 6, \\ x + y + 2z = 4. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$	15	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 8, \\ x + y + 2z = 11, \\ 4x + y + 4z = 22. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x - y - 3z = -9, \\ x + 5y + z = 20, \\ 3x + 4y + 2z = 15. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$	17	$\begin{cases} 2x - y - 3z = 0, \\ 3x + 4y + 2z = 1, \\ x + 5y + z = -3. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$	18	$\begin{cases} -3x + 5y + 6z = -8, \\ 3x + y + z = -4, \\ x - 4y - 2z = -9. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$	19	$\begin{cases} 3x + y + z = -4, \\ -3x + 5y + 6z = 36, \\ x - 4y - 2z = -19. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$	20	$\begin{cases} 3x - y + z = -11, \\ 5x + y + 2z = 8, \\ x + 2y + 4z = 16. \end{cases}$
8	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 33, \\ 7x - 5y = 24, \\ 4x + 11z = 39. \end{cases}$	21	$\begin{cases} x + 5y - 6z = -15, \\ 3x + y + 4z = 13, \\ 2x - 3y + z = 9. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12, \\ 7x - 5y + z = -33, \\ 4x + z = -7. \end{cases}$	22	$\begin{cases} 2x + 3y + z = 4, \\ 2x + y + 3z = 0, \\ 3x + 2y + z = 1. \end{cases}$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

10	$\begin{cases} x + 4y - z = 6, \\ 5y + 4z = -20, \\ 3x - 2y + 5z = -22. \end{cases}$		23	$\begin{cases} 2x + 3y + z = 12, \\ 2x + y + 3z = 16, \\ 3x + 2y + z = 8. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21, \\ 3x + 4y - 2z = 9, \\ 2x - y - z = 10. \end{cases}$		24	$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 5, \\ 2x + 3y - 4z = 12, \\ x - 2y + 3z = -1. \end{cases}$		25	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 4x + y + 4z = 19, \\ 2x - y + 2z = 11, \\ x + y + 2z = 8. \end{cases}$			

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы

№	Система уравнений	№	Система уравнений
1	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$	14	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$	15	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 = -7, \\ 3x_1 - 7x_2 + x_3 - 5x_4 = -8, \\ x_2 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$	17	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 8. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

6	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 20. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$	20	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$
8	$\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$	21	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7, \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 7, \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12, \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20. \end{cases}$
10	$\begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$	23	$\begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$	24	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$	25	$\begin{cases} -9x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7, \\ -4x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 7x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ 5x_1 + 2x_3 + 5x_4 = -2, \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 + 7x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2. \end{cases}$		

РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 2

Вариант 1

Задание 1. Хлебопекарня выпускает хлеб пяти видов: подовый, дарницкий, бородинский, формовой и круглый. Объемы производства хлеба в день составляют 1500, 1250, 910, 2100, 1150 штук подового, дарницкого, бородинского, формового и круглого хлеба соответственно. Записать вектор объема производства хлеба а) в день; б) в текущий месяц (учитывая, что хлеб выпекается каждый день в одних и тех же количествах)

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{q} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + 7\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 6\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_2^* = 2e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = A(\vec{x})$ вектора $\vec{x} = (1; 2; 4)$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,2 \\ 0,4 & 0,5 & 0,7 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix},$$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 804 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 2

Задание 1. Заработная плата шести работников крупной компании за первый квартал приведена в таблице. В апреле этим работникам предоставили отпуск, заплатив им по среднему заработку за предыдущий квартал. Найти вектор зарплаты данных работников за апрель. Найти вектор роста зарплат в марте по сравнению с январем.

Фамилия И.О.	Начисленная заработная плата (усл. ден. ед.)		
	Январь	Февраль	Март
Антонов А.А.	10095	12232	13034
Владимиров В.В.	13111	15617	15405
Иванов И.И.	16412	17558	16023
Матвеева М.М.	11077	13206	13957
Петров П.П.	12530	17020	17899
Сидорова С.С.	16740	17401	17052

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{q} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{j} + 2\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 6\vec{i} + 12\vec{j} - \vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он

$$\text{задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \left\{ \begin{array}{l} e_1^* = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e_2^* = 1,5e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{array} \right.$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (6; -1; 3).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,4 \\ 0,5 & 0,4 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}. \text{ Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие}$$

сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 1100 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 3

Задание 1. Объемы производства продукции обувной фабрики за третий квартал составили 1150, 1230, 920, 510 и 415 пар женских сапог, мужских ботинок, детских сапог, женских туфель и мужских полусапог соответственно. Записать вектор объема производства обуви за первое полугодие, если объемы производства за третий квартал есть среднее арифметическое первых двух кварталов.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{q} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{r} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = \vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 4e_3, \\ e_2^* = \frac{4}{3}e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (2; 4; 1).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,6 \\ 0,8 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 1100 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 4

Задание 1. Молокозавод выпустил за текущий месяц 5150 литров молока, 3270 литров варенца, 1250 литров ряженки, 4080 литров кефира, 9300 литров сметаны. Объемы производства данной продукции за предыдущий месяц были на 0,25% меньше, чем в текущем месяце. Записать вектор объема производства продукции за предыдущий месяц, а также планируемый вектор объема производства в следующий месяц как среднее арифметическое двух предыдущих месяцев.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 1. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = -2\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{q} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{r} = 4\vec{j} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -5\vec{i} - 5\vec{j} + 5\vec{k}$ по этому базису.

Задание 2. Найти координаты вектора $\vec{x} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + \frac{3}{2}e_3, \\ e_2^* = 3e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = A(\vec{x})$ вектора $\vec{x} = (1; 3; 6)$.

Задание 4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Задание 5. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix},$$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 402 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 5

Задание 1. Оптовый склад продает фрукты. За неделю было продано 200 ц. яблок, 120 ц. апельсинов, 130 ц. груш, 105 ц. винограда и 130 ц. абрикосов. Записать вектор объема продаж за месяц, а также вектор планируемых объемов продаж за три месяца, если за неделю было продано яблок, абрикосов на 2% и 5% соответственно больше, груш на 4% меньше планируемых, а объемы продаж апельсинов и винограда совпали с планируемыми объемами продаж.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = 5\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{q} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{r} = \vec{i} - \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 13\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 6\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + \frac{4}{3}e_3, \\ e_2^* = 4e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (1; 4; 8)$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

Найти равновесный вектор национальных доходов, если известно, что суммарный доход этих стран равен 3 000 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 6

Задание 1. Имеются данные о начисленной зарплате 4 работников фирмы (таблица) за II квартал. Ежемесячно с начисленной заработной платы взимается подоходный налог в размере 13%. Найти вектор налогов, уплаченных каждым работником фирмы за квартал.

Фамилия И.О.	Начисленная заработная плата (усл. ден. ед.)		
	Январь	Февраль	Март
Алексеев А.А.	13490	12456	13039
Борисова Б.Б.	15632	15600	15411
Данилов Д.Д.	11854	13217	13212
Захаров З.З.	19854	18765	19876
Михайлов М.М.	12789	12345	13542
Терентьева Т.Т.	16543	17766	17050

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = -2\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{r} = 3\vec{i} + \vec{j}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -19\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он

$$\text{задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 5e_3, \\ e_2^* = 1,25e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (6; 3; 1).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,4 \\ 0,5 & 0,4 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}. \text{ Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие}$$

сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 1000 усл. ед.

Вариант 7

Задание 1. Оптовый склад продает овощи. За предыдущий месяц было продано 800 ц. моркови, 480 ц. свеклы, 1300 ц. картофеля, 1050 ц. лука и 510 ц. капусты. Известно, что среди постоянных покупателей овощей у оптового склада есть торговый комплекс, который приобрел в прошлом месяце 21% от всего объема продаж оптового склада. Экономист оптового склада предложил предоставить скидку торговому комплексу как постоянному покупателю. В результате получения скидки торговый комплекс приобрел продукции у оптового склада на 16% больше, чем в предыдущем месяце. Записать вектор объема продаж оптового склада за текущий месяц, если остальные покупатели оптового склада объемы покупок не изменили.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{c} = 7\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = 3\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{q} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{i} + 2\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 1,25e_3, \\ e_2^* = 5e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (2; 5; 10).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,1 \\ 0,1 & 0,4 & 0,3 \\ 0,5 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}, \text{ если известно, что суммарный доход этих стран равен}$$

402 усл. ед.

Вариант 8

Задание 1. Хлебопекарня выпускает хлеб пяти видов: подовый, дарницкий, бородинский, формовой и круглый. Объемы производства хлеба в будний день составляют 1150, 1120, 190, 1200, 1150 штук подового, дарницкого, бородинского, формового и круглого хлеба соответственно, а в выходные и праздничные дни хлеба выпускается на 7% от объема производства хлеба больше. Найти вектор объема выпуска продукции в текущий месяц, а также вектор роста объемов выпущенной продукции в выходной день по сравнению с будним днем.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{c} = -12\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$, $\vec{r} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -\vec{i} + 7\vec{j} - 4\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 2\vec{i} + 5\vec{j} + 10\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 6e_3, \\ e_2^* = \frac{6}{5}e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (8; 4; 1).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,6 \\ 0,8 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

Найти бюджеты первой и третьей стран, удовлетворяющие балансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1 500 усл. ед.

Вариант 9

Задание 1. Предприятие выпускает бытовую химию. Объемы выпуска продукции по месяцам указаны в таблице. Найти вектор планируемого выпуска продукции на IV квартал, если предприятие планирует увеличить объемы выпуска по сравнению с предыдущим кварталом на 4%.

Наименование продукции	Количество выпущенной продукции (шт.)		
	Июль	Август	Сентябрь
Мыло туалетное	3546	3412	3869
Мыло хозяйственное	3412	3526	3617
Порошок стиральный	5413	5221	5314
Средство для мытья посуды	1425	1523	1698
Отбеливатель	789	945	842

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{q} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{r} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 6\vec{i} + 5\vec{j} - 14\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 10\vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 1, 2e_3, \\ e_2^* = 6e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = A(\vec{x})$ вектора $\vec{x} = (1; 6; 12)$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,4 \\ 0,5 & 0,4 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$. Найти бюджеты первой и третьей стран,

удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1200 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 10

Задание 1. Объемы выпуска продукции мебельной фабрики по месяцам указаны в таблице

Наименование продукции	Количество выпущенной продукции (шт.)		
	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Стол	549	611	869
Стул	1278	1450	1617
Шкафы-купе	541	522	514
Кровати	425	523	168
Диваны	78	45	42
Кресла	154	98	95

Найти вектор роста объема выпуска продукции в декабре по сравнению с октябрём. Найти вектор выпуска продукции за третий квартал, если известно, что в четвертом квартале было выпущено продукции на 14% больше.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = 9\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 8\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + 5\vec{k}$, $\vec{q} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{j} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 5\vec{i} + 15\vec{j}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} + 6\vec{j} + 12\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он

$$\text{задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 7e_3, \\ e_2^* = 7/6e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (10; 5; 1).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 2 & 13 & -4 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели

$$\text{международной торговли для структурной матрицы торговли } A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & 0,1 & 0,1 \\ 0,4 & 0,7 & 0,5 \end{pmatrix},$$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 402 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 11

Задание 1. Объемы производства продукции обувной фабрики за второй квартал составили 4234, 3256, 1920, 1510 и 1415 пар женских сапог, мужских ботинок, детских сапог, женских туфель и мужских полусапог соответственно. Записать вектор объема производства обуви за первое полугодие, если объемы производства за второй квартал превышают объемы производства за первый квартал на 5%. Найти вектор роста объемов выпущенной продукции за второй квартал по сравнению с первым.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{q} = \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{r} = \vec{i} + 3\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 2\vec{i} - \vec{j} + 11\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = -12\vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + \frac{7}{6}e_3, \\ e_2^* = 7e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (-1; 7; 14)$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 1000 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 12

Задание 1. Объемы производства продукции обувной фабрики за второй квартал составили 4234, 3256, 1920, 1510 и 1415 пар женских сапог, мужских ботинок, детских сапог, женских туфель и мужских полусапог соответственно. Записать вектор объема производства обуви за первое полугодие, если объемы производства за второй квартал превышают объемы производства за первый квартал на 5%. Найти вектор роста объемов выпущенной продукции за второй квартал по сравнению с первым.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{q} = -\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{r} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 11\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 14\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 8e_3, \\ e_2^* = 8/7 e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (-12; 6; 1)$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели

международной торговли для структурной матрицы торговли $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix},$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 900 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 13

Задание 1. Данные об окладах работников фирмы, а также размеры премий в процентном соотношении от оклада за три месяца приведены в таблице. Премия выплачивается в конце квартала. Найти вектор премий работников за квартал.

Фамилия И.О.	Оклад (ден. ед.)	Размер премии (%)		
		Июль	Август	Сентябрь
Алексин А.А.	6723	25	20	0
Григор Г.Г.	5689	23	20	25
Егорова Е.Е.	7632	25	0	23
Ильин И.И.	5430	0	20	25
Леонов Л.Л.	6318	24	18	25
Устинов У.У.	6750	25	19	21

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -5\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} - 5\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{q} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{r} = 2\vec{i} - \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 3\vec{i} + \vec{j} + 8\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) ,

$$\text{если он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \left\{ \begin{array}{l} e_1^* = e_1 + e_2 - e_3, \\ e_2^* = 0,5e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{array} \right.$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = A(\vec{x})$ вектора $\vec{x} = (2; 4; 3)$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид $A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}$. Найти бюджеты первой и третьей стран,

удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1400 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 14

Задание 1. Оптовый склад продает фрукты. За месяц было продано 800 ц. яблок, 670 ц. апельсинов, 650 ц. груш, 430 ц. винограда и 440 ц. абрикосов. Известно, что за предыдущий месяц было продано яблок и апельсинов на 2% больше, абрикосов и винограда на 1,5% меньше, объем продаж груш совпал с данным месяцем. Найти планируемый объем продаж на следующий месяц как среднее арифметическое двух предыдущих месяцев.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{q} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 8\vec{i} + \vec{j} + 12\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 0,5e_3, \\ e_2^* = -e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (-3; 2; 4)$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание 5. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели

$$\text{международной торговли для структурной матрицы торговли } A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix},$$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 900 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 15

Задание 1. Предприятие выпускает бытовую технику. Объемы выпуска продукции по месяцам указаны в таблице. Известно, что 32% выпущенной продукции предприятие отправляет напрямую в магазины и торговые центры, а остальную продукцию приобретают оптовые склады. Найти вектор объема продукции, приобретенной оптовыми складами за квартал.

Наименование продукции	Количество выпущенной продукции (шт.)		
	Апрель	Май	Июнь
Пылесос	1254	1329	1326
Электрочайник	2412	2526	2617
Соковыжималка	2413	2221	1314
Утюг	3425	3523	3698
Стиральная машинка	789	945	842

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{r} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -9\vec{i} - 8\vec{j} - 3\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 2\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 - 2e_3, \\ e_2^* = 2/3e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (12; 3; -1).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,6 \\ 0,8 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}. \text{ Найти бюджеты второй и третьей стран,}$$

удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 900 усл. ед.

Вариант 16

Задание 1. Хлебопекарня выпускает хлеб пяти видов: подовый, дарницкий, бородинский, формовой и круглый. Объемы производства хлеба в день составляют 1400, 1150, 810, 2000, 1120 штук подового, дарницкого, бородинского, формового и круглого хлеба соответственно. Записать вектор объема производства хлеба а) в день; б) в текущий месяц (учитывая, что хлеб выпекается каждый день в одних и тех же количествах)

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{i} + \vec{j}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -15\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 12\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + \frac{2}{3}e_3, \\ e_2^* = -2e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (2; 6; -3).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,6 & 0,4 & 0,6 \\ 0,2 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix},$$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 1600 усл. ед.

Вариант 17

Задание 1. Заработная плата шести работников крупной компании за второй квартал приведена в таблице. В июле этим работникам предоставили отпуск, заплатив им по среднему заработку за предыдущий квартал. Найти вектор зарплаты данных работников за июль. Найти вектор роста зарплат в июне по сравнению с апрелем.

Фамилия И.О.	Начисленная заработная плата (усл. ден. ед.)		
	Апрель	Май	Июнь
Алексеев А.А.	20091	18230	15 038
Быков В.В.	12117	13 615	17401
Воробьев И.И.	14413	13552	17024
Фаткулина М.М.	10078	12 200	11959
Перепелкина П.	12532	17025	17890
Сергеев С.С.	16745	17400	17050

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -3\vec{i} + 6\vec{j} - 21\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{q} = -2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{r} = \vec{i} + 3\vec{j}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 8\vec{i} + 9\vec{j} + 4\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e_2^* = 0,75e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (1; 4; -8).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,6 \\ 0,8 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}. \text{ Найти равновесный вектор национальных доходов, если}$$

известно, что суммарный доход этих стран равен 3 500 усл. ед.

Вариант 18

Задание 1. Объемы производства продукции швейной фабрики за третий квартал составили 1250, 1130, 820, 810 и 515 женских платьев, мужских рубашек, детских брюк, юбок и мужских костюмов соответственно. Записать вектор объема производства одежды за первое полугодие, если объемы производства за третий квартал есть среднее арифметическое первых двух кварталов.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{c} = \vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{q} = \vec{i} - \vec{j}$, $\vec{r} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 23\vec{i} - 14\vec{j} - 30\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} + 4\vec{j} - 8\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e_2^* = 0,75e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (1; -4; 8).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix},$$

если известно, что суммарный доход этих стран равен 2500 усл. ед.

Вариант 19

Задание 1. Молокозавод выпустил за текущий месяц 5150 литров молока, 3270 литров варенца, 1250 литров ряженки, 4080 литров кефира, 9300 литров сметаны. Объемы производства данной продукции за предыдущий месяц были на 0,25% меньше, чем в текущем месяце. Записать вектор объема производства продукции за предыдущий месяц, а также планируемый вектор объема производства в следующий месяц как среднее арифметическое двух предыдущих месяцев.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 6\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{r} = 2\vec{i} - \vec{j}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -\vec{i} + 7\vec{j}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 7\vec{i} - 5\vec{j} + 10\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 - 4e_3, \\ e_2^* = 0,8e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (5; -5; 4).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix},$$

Найти бюджеты первой и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет второй страны равен 1 000 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 20

Задание 1. Оптовый склад продает овощи. За неделю было продано 220 ц. помидор, 150 ц. огурцов, 250 ц. моркови, 150 ц. редьки и 180 ц. картофеля. Записать вектор объема продаж за месяц, а также вектор планируемых объемов продаж за три месяца, если за неделю было продано помидор, огурцов на 3% и 4% соответственно больше, моркови на 3% меньше планируемых, а объемы продаж редьки и картошки совпали с планируемыми объемами продаж.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 9\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{j} + 7\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{q} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{r} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 11\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 5\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 0,8e_3, \\ e_2^* = -4e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = A(\vec{x})$ вектора $\vec{x} = (7; -5; 10)$.

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix},$$

Найти бюджеты второй и третьей стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 6 600 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 21

Задание 1. Имеются данные о начисленной зарплате 5 работников фирмы (таблица). Ежемесячно с начисленной заработной платы взимается подоходный налог в размере 11%. Найти вектор налогов, уплаченных каждым работником фирмы за квартал.

Фамилия И.О.	Начисленная заработная плата (усл. ден. ед.)		
	Январь	Февраль	Март
Алексеев А.А.	12580	13561	11099
Борисова Б.Б.	13327	14960	15711
Данилов Д.Д.	15854	14217	13212
Захаров З.З.	20854	18865	19176
Михайлов М.М.	15789	18345	16542
Терентьева Т.Т.	17543	18766	16050

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = -5\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{q} = -3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{r} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -13\vec{i} + 2\vec{j} + 18\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} - 6\vec{j} + 6\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 - 5e_3, \\ e_2^* = \frac{5}{6}e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (6; 6; 2).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0,25 & 1/3 \\ 0,5 & 0,5 & 1/3 \\ 0,5 & 0,25 & 1/3 \end{pmatrix}, \text{ если известно, что суммарный доход этих стран равен}$$

1800 усл. ед.

Вариант 22

Задание 1. Оптовый склад продает овощи. За предыдущий месяц было продано 900 ц. моркови, 580 ц. свеклы, 2300 ц. картофеля, 2050 ц. лука и 710 ц. капусты. Известно, что среди постоянных покупателей овощей у оптового склада есть торговый комплекс, который приобрел в прошлом месяце 21% от всего объема продаж оптового склада. Экономист оптового склада предложил предоставить скидку торговому комплексу как постоянному покупателю. В результате получения скидки торговый комплекс приобрел продукции у оптового склада на 16% больше, чем в предыдущем месяце. Записать вектор объема продаж оптового склада за текущий месяц, если остальные покупатели оптового склада объемы покупок не изменили.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{c} = 7\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{q} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{i} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 8\vec{i} - 7\vec{j} - 13\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 6\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 5/6 e_3, \\ e_2^* = -5e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (1; -6; 6).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}, \text{ если известно, что суммарный доход этих стран равен}$$

8 200 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

Вариант 23

Задание 1. Предприятие выпускает бытовую химию. Объемы выпуска продукции по месяцам указаны в таблице. Найти вектор планируемого выпуска продукции на IV квартал, если предприятие планирует увеличить объемы выпуска по сравнению с предыдущим кварталом на 4%.

Наименование продукции	Количество выпущенной продукции (шт.)		
	Июль	Август	Сентябрь
Мыло туалетное	1546	2412	2869
Мыло хозяйственное	2412	2526	2617
Порошок стиральный	4413	4221	4314
Средство для мытья посуды	925	1523	1298
Отбеливатель	989	945	942

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{c} = -11\vec{i} - 5\vec{j} + 8\vec{k}$. Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} + \vec{k}$, $\vec{q} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{r} = 3\vec{j} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 2\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = \vec{i} + 7\vec{j} - 7\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 6e_3, \\ e_2^* = \frac{6}{7}e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } x = \{7, 7, 2\}$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели международной торговли для структурной матрицы торговли

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,1 \\ 0,4 & 0,4 & 0,3 \\ 0,3 & 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}, \text{ если известно, что суммарный доход этих стран равен}$$

7100 усл. ед.

Вариант 24

Задание 1. Хлебопекарня выпускает хлеб пяти видов: подовый, дарницкий, бородинский, формовой и круглый. Объемы производства хлеба в будний день составляют 2150, 1020, 320, 1150, 2050 штук подового, дарницкого, бородинского, формового и круглого хлеба соответственно, а в выходные и праздничные дни хлеба выпускается на 8% от объема производства хлеба больше. Найти вектор объема выпуска продукции в текущий месяц, а также вектор роста объемов выпущенной продукции в выходной день по сравнению с будним днем.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 7\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = 4\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$, $\vec{r} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = -9\vec{i} + 5\vec{j} + 5\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 7\vec{i} + 7\vec{j} + 2\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + \frac{6}{7}e_3, \\ e_2^* = -6e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } x = \{1, 7, -7\}$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Структурная матрица торговли трех стран имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 \end{pmatrix}. \text{ Найти бюджеты второй и третьей стран,}$$

удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет первой страны равен 600 усл. ед.

Вариант 25

Задание 1. Объемы выпуска продукции мебельной фабрики по месяцам указаны в таблице

Наименование продукции	Количество выпущенной продукции (шт.)		
	Октябрь	Ноябрь	Декабрь
Столы	349	411	669
Стулья	1078	1350	1517
Шкафы-купе	741	722	714
Кровати	525	623	268
Диваны	98	65	82
Кресла	354	111	139

Найти вектор роста объема выпуска продукции в декабре по сравнению с октябрем. Найти вектор выпуска продукции за третий квартал, если известно, что в четвертом квартале было выпущено продукции на 11% больше.

Задание 2. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 8\vec{i} - 5\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 9\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 3. Выяснить, образуют ли векторы $\vec{p} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{q} = -\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{r} = \vec{i} + 4\vec{k}$ базис. Если образуют, то разложить вектор $\vec{x} = 6\vec{i} - \vec{j} + 7\vec{k}$ по этому базису.

Задание 4. Найти координаты вектора $\vec{x} = 5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ в базисе (e_1^*, e_2^*, e_3^*) , если

$$\text{он задан в базисе } (e_1, e_2, e_3) \begin{cases} e_1^* = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_2^* = 2e_1 - e_2, \\ e_3^* = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 5. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ -3 & 5 & -2 \end{pmatrix}. \text{ Найти образ } \vec{y} = A(\vec{x}) \text{ вектора } \vec{x} = (1; -3; 4).$$

Задание 6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 7. Найти равновесный вектор национальных доходов в модели

$$\text{международной торговли для структурной матрицы торговли } A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 0,3 & 0,3 & 0,8 \\ 0,6 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Найти бюджеты первой и второй стран, удовлетворяющие сбалансированной бездефицитной торговле при условии, что бюджет третьей страны равен 600 усл. ед.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

ВАРИАНТ 1.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;4)$, $B(2;-1)$, $C(1,-7)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - y^2}$.

2) $y = 1 - 3\sqrt{x}$.

3) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 4 = 0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-12,7,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,4,-7)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-5,-2,0)$.

4. Найти угол между плоскостями $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$, $3x - 2y + 5z - 3 = 0$.

ВАРИАНТ 2.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-4;-5)$, $B(3;3)$, $C(5,-2)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

- 1) $x = \frac{5}{4}\sqrt{16 + y^2}$.
- 2) $y = -1 + \sqrt{7x}$.
- 3) $25x^2 + 9y^2 - 50x + 18y - 191 = 0$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(1, -6, -5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(2, 1, -2)$.
4. Найти угол между плоскостями $x - 3y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$, $x + 4y + 13z - 23 = 0$.

ВАРИАНТ 3.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; 5)$, $B(4; -3)$, $C(-2, -4)$.
Требуется:
 - составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
 - 1) $x = -\frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$.
 - 2) $16x^2 - 25y^2 - 32x - 100y - 484 = 0$.
 - 3) $x = 2 - \sqrt{5y - 5}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-7, 0, -1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3, -1, 1)$, $M_2(-9, 1, -2)$, $M_3(3, -5, 4)$.
4. Найти угол между плоскостями $4x - 5y + 3z - 1 = 0$, $2x - 4y - z + 9 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}$, $5x + 9y + 4z - 25 = 0$.

ВАРИАНТ 4.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;-2)$, $B(-5;-4)$, $C(-1,6)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

- $x = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$.
- $25x^2 - 64y^2 + 100x + 12y - 1564 = 0$.
- $y = 1 - 4\sqrt{x+1}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-2,4,21)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,-1,1)$, $M_2(-2,0,3)$, $M_3(2,1,-1)$.

4. Найти угол между плоскостями $3x - y + 2z + 15 = 0$, $5x + 9y - 3z - 1 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$, $4x + y - 6z - 5 = 0$.

ВАРИАНТ 5.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2;5)$, $B(-3;4)$, $C(-4,-2)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

$$1) \ y = 1 + \frac{5}{7}\sqrt{49 - x^2}.$$

$$2) \ y = -3 + \sqrt{3x - 3}.$$

$$3) \ y = -\frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 36}.$$

3. Найти расстояние от точки $M_0(2, -1, 4)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1, 2, 0)$, $M_2(1, -1, 2)$, $M_3(0, 1, -1)$.
4. Найти угол между плоскостями $6x + 2y - 4z + 17 = 0$, $9x + 3y - 6z - 4 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$, $3x + 7y - 5z - 11 = 0$.

ВАРИАНТ 6.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; 2)$, $B(-2; -5)$, $C(6, -1)$.
Требуется:
 - составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

$$1) \ y = -\frac{1}{4}\sqrt{16 - x^2}.$$

$$2) \ x = 2 + \sqrt{y - 4}.$$

$$3) \ 4x^2 - 9y^2 + 16x + 36y - 56 = 0.$$

3. Найти расстояние от точки $M_0(-5, -9, 1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1, 0, 2)$, $M_2(1, 2, -1)$, $M_3(2, -2, 1)$.
4. Найти угол между плоскостями $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0$, $2x + y\sqrt{2} - z + 36 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}$, $x + 7y + 3z + 11 = 0$.

ВАРИАНТ 7.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-6;-4)$, $B(3;-7)$, $C(1,2)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

- $4x^2 - 9y^2 + 24x + 18y - 9 = 0$.
- $y = 1 - 2\sqrt{x + 4}$.
- $y = -\sqrt{16 + x^2}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(3, -2, -9)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1, 2, -3)$, $M_2(1, 0, 1)$, $M_3(-2, -1, 6)$.

4. Найти угол между плоскостями $3y - z = 0$, $2y - z = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$, $x - 2y - 3z + 18 = 0$.

ВАРИАНТ 8.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2;1)$, $B(-7;3)$, $C(-4,-3)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = 1 - 2\sqrt{5 - y^2 + 4y}$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

- 2) $9x^2 - 25y^2 - 72x - 90 = 0$.
- 3) $x = 2 + \sqrt{y}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-6, 7, -10)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(3, 10, -1)$, $M_2(-2, 3, -5)$, $M_3(-6, 7, -10)$.
4. Найти угол между плоскостями $6x + 3y - 2z = 0$, $x + 2y + 6z - 12 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}$, $2x - 5y + 4z + 24 = 0$.

ВАРИАНТ 9.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; -4)$, $B(-6; 7)$, $C(-1, 1)$. Требуется:
- составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- $x^2 + y^2 + 8x - 8y - 23 = 0$.
 - $y = -\frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 36}$.
 - $y = 2 - \sqrt{x+1}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-2, 3, 5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 2, 4)$, $M_2(-1, -2, -4)$, $M_3(3, 0, -1)$.
4. Найти угол между плоскостями $x + 2y + 2z - 3 = 0$, $16x + 12y - 15z - 1 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$, $3x + 4y + 7z - 16 = 0$.

ВАРИАНТ 10.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(4;-5)$, $B(2;2)$, $C(7,4)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

- $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16} + 1$.
- $x = 4 - \sqrt{y + 1}$.
- $9x^2 - 49y^2 + 36x - 409 = 0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-3,4,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(0,-3,1)$, $M_2(-4,1,2)$, $M_3(2,-1,5)$.

4. Найти угол между плоскостями $2x - y + 5z + 16 = 0$, $x + 2y + 3z + 8 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$, $2x + 3y + 7z - 52 = 0$.

ВАРИАНТ 11.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3;-4)$, $B(-2;-1)$, $C(-1,-7)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

2. Какую линию второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
 - $2x^2 + y^2 - 8x + 50y + 8 = 0$.
 - $x = \frac{1}{2}\sqrt{y^2 - 16}$.
 - $y = 1 - \sqrt{x + 1}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(4,3,0)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,3,0)$, $M_2(4,-1,2)$, $M_3(3,0,1)$.
4. Найти угол между плоскостями $2x + 2y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}$, $7x + y + 4z - 47 = 0$.

ВАРИАНТ 12.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(4;-5)$, $B(-3;3)$, $C(-5;-2)$. Требуется:
 - составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
 - $x = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{y^2 - 16}$.
 - $x^2 + 4y^2 + 6x + 40y + 105 = 0$.
 - $x = 2 + \sqrt{2 - y}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-21,20,-16)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-2,-1,-1)$, $M_2(0,3,2)$, $M_3(3,1,-4)$.
4. Найти угол между плоскостями $3x + y + z - 4 = 0$, $y + z + 5 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{3}$, $x + 3y + 5z - 42 = 0$.

ВАРИАНТ 13.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;5)$, $B(-4;-3)$, $C(2,-4)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

- $y = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 16}$.
- $x^2 + 4y^2 - 6x + 40y + 108 = 0$.
- $x = 2 - \sqrt{2 - y}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(3,6,68)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(2,1,-4)$, $M_2(0,-3,-1)$, $M_3(-3,-5,6)$.

4. Найти угол между плоскостями $3x - 2y - 2z - 16 = 0$, $x + y - 3z - 7 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}$, $5x - y + 4z - 3 = 0$.

ВАРИАНТ 14.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3;-2)$, $B(5;-4)$, $C(1,6)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

- $9x^2 + 4y^2 + 54x - 8y + 49 = 0$.
 - $y = -\frac{3}{2}\sqrt{y^2 - 4}$.
 - $y = 2 - \sqrt{x+1}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(2, -10, 8)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(2, -4, -3)$, $M_2(5, -6, 0)$, $M_3(1, 3, -3)$.
4. Найти угол между плоскостями $2x + 2y + z + 9 = 0$, $2x - y + 3z - 1 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$, $x + 2y - z - 2 = 0$.

ВАРИАНТ 15.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-2; 5)$, $B(3; 4)$, $C(4; -2)$. Требуется:
- составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- $x^2 + 4y^2 + 6x - 16y + 624 = 0$.
 - $y = 2 + \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4}$.
 - $x = 1 - \sqrt{2y - 6}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-3, 2, 7)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(2, 1, 2)$, $M_3(1, 1, 4)$.
4. Найти угол между плоскостями $3x + 2y - 3z - 1 = 0$, $x + y + z - 7 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}$, $3x - 2y - 4z - 8 = 0$.

ВАРИАНТ 16.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;2)$, $B(2;-5)$, $C(-6,-1)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

- $4x^2 + y^2 + 24x + 4y + 36 = 0$.

- $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - x^2}$.

- $x = 1 - 3\sqrt{y}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(5,-4,5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,3,6)$, $M_2(2,2,1)$, $M_3(-1,0,1)$.

4. Найти угол между плоскостями $x + 2y + 2z - 3 = 0$, $2x - y + 2z + 5 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$, $4x + 2y - z - 11 = 0$.

ВАРИАНТ 17.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(6;-4)$, $B(-3;-7)$, $C(-1,2)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

- $y = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{25 - x^2}$.
 - $4x^2 + y^2 - 24x + 4y + 36 = 0$.
 - $x = 1 - 4\sqrt{y + 1}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-12, 1, 8)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-4, 2, 6)$, $M_2(2, -3, 0)$, $M_3(-10, 5, 8)$.
4. Найти угол между плоскостями $x - 3y - 2z - 8 = 0$, $x + y - z + 3 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}$, $2x - 3y - 5z - 7 = 0$.

ВАРИАНТ 18.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-2; -1)$, $B(7; 3)$, $C(4; -3)$. Требуется:
- составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- $x = -\frac{1}{4}\sqrt{16 - y^2}$.
 - $y = 2 + \sqrt{x - 4}$.
 - $x^2 + 4y^2 - 8x + 8y + 16 = 0$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(10, 1, 8)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(7, 2, 4)$, $M_2(7, -1, -2)$, $M_3(-5, -2, -1)$.
4. Найти угол между плоскостями $3x - 2y + 3z + 23 = 0$, $y + z + 5 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}$, $2x - y + 3z + 23 = 0$.

ВАРИАНТ 19.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;4)$, $B(6;7)$, $C(1,1)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

- $4x^2 + y^2 + 8x - 8y + 16 = 0$.

- $x = -\frac{2}{3}\sqrt{y^2 - 36}$.

- $x = 2 - \sqrt{y + 1}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-3,1,8)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(2,1,4)$, $M_2(3,5,-2)$, $M_3(-7,-3,2)$.

4. Найти угол между плоскостями $x + y + 3z - 7 = 0$, $2y + z - 1 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}$, $x - 2y + 4z - 19 = 0$.

ВАРИАНТ 20.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-4;-5)$, $B(-2;2)$, $C(-7,4)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
 - $4x^2 + y^2 + 40x + 6y + 105 = 0$.
 - $y = \frac{5}{4}\sqrt{16 + x^2}$.
 - $x = -1 + \sqrt{7y}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(10, -8, -7)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 5, 2)$, $M_2(-6, 0, -3)$, $M_3(3, 6, -3)$.
4. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 2z + 17 = 0$, $x - 2y - 1 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$, $x - 2y + 5z + 17 = 0$.

ВАРИАНТ 21.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; -4)$, $B(2; 1)$, $C(1, 7)$. Требуется:
 - составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
 - $9x^2 + 4y^2 - 72x + 24y + 144 = 0$.
 - $x = -3 + \sqrt{3y - 3}$.
 - $x = -\frac{1}{2}\sqrt{y^2 - 36}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-4, -13, 6)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(0, -1, -1)$, $M_2(-2, 3, 5)$, $M_3(1, -5, -9)$.
4. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 2z + 17 = 0$, $x - 2y - 1 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}$, $x + 3y - 5z + 9 = 0$.

ВАРИАНТ 22.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-4;5)$, $B(3;-3)$, $C(5,2)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

• $x^2 + 25y^2 + 6x - 50y + 9 = 0$.

• $y = 1 - 2\sqrt{5 - x^2 + 4x}$.

• $y = 2 + \sqrt{x}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-3, -6, -8)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3, -1,)$, $M_2(2, 5, 0)$, $M_3(1, 2, 4)$.

4. Найти угол между плоскостями $2x - z + 5 = 0$, $2x + 3y - 7 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}$, $3x + y - 5z - 12 = 0$.

ВАРИАНТ 23.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3;-5)$, $B(4;3)$, $C(-2,4)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Типовые расчеты

- $y = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{25 - x^2}$.
 - $4x^2 + 9y^2 + 24x - 72y + 144 = 0$.
 - $x = 1 - 4\sqrt{y + 1}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(14, -3, 7)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(2, -1, -2)$, $M_2(1, 2, 1)$, $M_3(5, 0, -6)$.
4. Найти угол между плоскостями $5x + 3y + z - 18 = 0$, $2y + z - 9 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}$, $2x - y + 4z = 0$.

ВАРИАНТ 24.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3; 2)$, $B(-5; 4)$, $C(-1, -6)$.
Требуется:
- составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- $25x^2 + y^2 - 50x - 6y + 9 = 0$.
 - $x = 1 - 2\sqrt{y + 4}$.
 - $x = -\sqrt{16 + y^2}$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-6, 5, 5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-2, 0, -4)$, $M_2(-1, 7, 1)$, $M_3(4, -8, -4)$.
4. Найти угол между плоскостями $4x + 3z - 2 = 0$, $x + 2y + 2z + 5 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}$, $x - 3y + 7z - 24 = 0$.

ВАРИАНТ 25.

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2;-5)$, $B(-3;-4)$, $C(-4,2)$.
Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений?
Изобразить эти кривые на чертеже.

- $x = -\frac{3}{4}\sqrt{y^2 - 16} + 1$.
- $y = 4 - \sqrt{x + 1}$.
- $4x^2 + 9y^2 - 24x + 72y + 144 = 0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-1,-8,7)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(14,4,5)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-2,-6,-3)$.

4. Найти угол между плоскостями $x + 4y - z + 1 = 0$, $2x + y + 4z - 3 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$, $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Контрольная работа № 1

Вариант 1

Задание 1. Найти матрицу $D = (AB)^T + 2C$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 20. \end{cases}$$

Вариант 2

Задание 1. Найти матрицу $C = (AB)^2$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} 10x - 9z - 19 = 0, \\ 8x - y - 10 = 0, \\ y - 12z - 10 = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 8. \end{cases}$$

Вариант 3

Задание 1. Найти матрицу $D = (BA)^T - 2C$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} 3x - 4y + 5z - 18 = 0, \\ 2x + 4y - 3z - 26 = 0, \\ x - 6y + 8z = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 6x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -2. \end{cases}$$

Вариант 4

Задание 1. Найти матрицу $D = AB - (A^2)^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

Вариант 5

Задание 1. Найти матрицу $AB + 2A^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

Вариант 6

Задание 1. Найти матрицу $P = ABC - 2D^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

Вариант 7

Задание 1. Проверить справедливость равенства $(AB)^T = B^T A^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 6 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} x - 4y + 5z - 18 = 0, \\ 2x + 4y - 3z - 26 = 0, \\ x - 6y + 8z = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -2, \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 5, \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -3. \end{cases}$$

Вариант 8

Задание 1. Найти матрицу $B = (AE)^T + A^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1, \\ 7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3. \end{cases}$$

Вариант 9

Задание 1. Найти матрицу $D = 4A - (BA)^T$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

Вариант 10

Задание 1. Проверить справедливость равенства $(AB)C = A(BC)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и

методом Гаусса
$$\begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Задание 3. Найти любые два базисных решения системы
$$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

Вариант 1

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{6, -1, 3\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_2' = 2e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Найти образ $\bar{y} = \hat{A}(\bar{x})$ вектора $x = \{1, 2, 4\}$.

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{1, 2, 4\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e_2' = \frac{3}{2}e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = \hat{A}(\vec{x})$ вектора $x = \{6, -1, 3\}$.

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 3

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{1, 3, 6\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 4e_3, \\ e_2' = \frac{4}{3}e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = \hat{A}(\vec{x})$ вектора $x = \{2, 4, 1\}$

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

Вариант 4

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{2, 4, 1\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + \frac{3}{2}e_3, \\ e_2' = 3e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = \hat{A}(\vec{x})$ вектора $x = \{1, 3, 6\}$

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 5

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{6, 3, 1\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + \frac{4}{3}e_3, \\ e_2' = 4e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. Найти образ $\bar{y} = \hat{A}(\bar{x})$ вектора $x = \{1, 4, 8\}$

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Вариант 6

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{1, 4, 8\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 5e_3, \\ e_2' = \frac{5}{4}e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = \hat{A}(\vec{x})$ вектора $x = \{6, 3, 1\}$

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

Вариант 7

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{8, 4, 1\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + \frac{5}{4}e_3, \\ e_2' = 5e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\bar{y} = \hat{A}(\bar{x})$ вектора $x = \{2, 5, 10\}$.

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 8

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{2, 5, 10\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 6e_3, \\ e_2' = \frac{6}{5}e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = \hat{A}(\vec{x})$ вектора $x = \{8, 4, 1\}$

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 9

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{10, 5, 1\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + \frac{6}{5}e_3, \\ e_2' = 6e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\bar{y} = \hat{A}(\bar{x})$ вектора $x = \{1, 6, 12\}$

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Вариант 10

Задание 1. Найти координаты вектора $x = \{1, 6, 12\}$ в базисе (e_1', e_2', e_3') , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3)

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + 7e_3, \\ e_2' = \frac{7}{6}e_1 - e_2, \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти матрицу перехода от базиса (e_1, e_2, e_3) к базису $e_1' = e_1 - e_2 + e_3, e_2' = -e_1 + e_2 - 2e_3, e_3' = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

Задание 3. Пусть в пространстве R^3 линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = \hat{A}(\vec{x})$ вектора $x = \{10, 5, 1\}$.

Задание 4. Найти собственные значения и 1 любой собственный вектор матрицы

$$\begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 2 & 13 & -4 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}.$$

Вариант 1

1) Составить общее уравнение прямой

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

и указать координаты нормального вектора.

Ответы:

1) $2x - 2y - 15 = 0$; $n = (2; -2)$ 2) $5x - y + 5 = 0$; $n = (5; -1)$

3) $2x + 3y - 6 = 0$; $n = (2; 3)$ 4) $-x + 2y - 3 = 0$, $n = (-1; 2)$

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

1) $a = -2$, $5y - 33 = 0$; 2) $a = -3$, $x - 21 = 0$;

3) $a = 3$, $5x + 8 = 0$; 4) $a = \frac{5}{3}$, $3x - 6y = 0$.

3) Определить взаимное расположение прямых

$$12x + 15y - 8 = 0, \quad 4x + 5y - 7 = 0.$$

Ответы:

1) пересекаются; 2) параллельны;

3) перпендикулярны; 4) совпадают.

4) Установить, какая линия определяется уравнением

$$y = +\sqrt{9 - x^2}.$$

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

5) Определить, при каких значениях l и m следующие пары уравнений будут определять параллельные плоскости:

$$6x - 8y + lz - 9 = 0, \quad 3x + my + 2z - 3 = 0.$$

Ответы:

1) $l = 3$, $m = 4$; 2) $l = 1$, $m = -4$;

3) $l = 4$, $m = 1$; 4) $l = 4$, $m = -4$.

6) Привести уравнение плоскости

$$2x - 2y + z - 18 = 0$$

к нормальному виду.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}z - 6 = 0, & 2) \frac{3}{7}x + \frac{6}{7}y - \frac{2}{7}z - 1 = 0; \\ 3) \frac{2}{7}x - \frac{3}{7}y - \frac{6}{7}z - \frac{11}{14} = 0; & 4) \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}z - \frac{11}{14} = 0. \end{array}$$

7) Вычислить расстояние d от точки $M(-2; -4; 3)$ до плоскости $2x - y + 2z + 3 = 0$.

Ответы:

$$1) d = 5; \quad 2) d = 3; \quad 3) d = 1; \quad 4) d = 8.$$

8) При каком значении m прямая

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$$

перпендикулярна плоскости

$$9x - 3y - 6z + 5 = 0?$$

Ответы:

$$1) m = -1; \quad 2) m = 1; \quad 3) m = -2; \quad 4) m = 4.$$

9) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 0; -3)$ параллельно вектору $a = (2; -3; 5)$.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}; & 2) \frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}; \\ 3) \frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{0}; & 4) \frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}. \end{array}$$

10) Составить уравнение линии пересечения плоскости Oxz и сферы с центром в начале координат и радиусом, равным 3.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 3; \\ y = 0 \end{cases}; & 2) \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9; \\ x = 0 \end{cases}; \\ 3) \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9; \\ y = 0 \end{cases}; & 4) \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ z = 0. \end{cases} \end{array}$$

Вариант 2

1) Написать параметрическое уравнение прямой

$$2x - 3y - 6 = 0.$$

$$1) \begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 0 \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 1 - 4t \\ x = -3t \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2t. \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = 2t \\ z = 3 + 3t. \end{cases}$$

2) Определить, при каких значениях m и n две прямые

$$mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0$$

перпендикулярны.

Ответы:

$$1) m = 2, n = 1;$$

$$2) m = -1, n = 5;$$

$$3) m = 0, n - \text{любое};$$

$$4) m = 6, n - \text{любое}.$$

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой

$$x + y - 5 = 0.$$

$$a) \frac{x}{5} - \frac{y}{5} = 1;$$

$$б) \frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1;$$

$$в) \frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 1;$$

$$г) -\frac{x}{1} + \frac{y}{3} = 1.$$

Ответы:

$$1) г;$$

$$2) а;$$

$$3) б;$$

$$4) в.$$

4) Установить, какая линия определяется уравнением

$$y = 15 - \sqrt{64 - x^2}.$$

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости над прямой

$$y - 15 = 0;$$

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости под прямой

$$y - 15 = 0;$$

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости.

5) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2; 1; -1)$ и имеет нормальный вектор $n = (1, -2; 3)$.

Приложение 5. КОПТ «Аналитическая геометрия»

Ответы:

1) $x - 2y + 3z + 3 = 0$;

2) $2x - y + 2z + 3 = 0$;

3) $3x + 2y + z + 1 = 0$;

4) $5x + 2y - 3z = 0$.

6) Привести уравнение плоскости $x - y - z\sqrt{2} + 16 = 0$

к нормальному виду.

Ответы:

1) $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}z + 2 = 0$;

2) $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{\sqrt{2}}{2}z - 8 = 0$;

3) $\frac{2}{7}x + \frac{3}{7}y - \frac{6}{7}z - 1 = 0$;

4) $\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}z - 2 = 0$.

7) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(4; 1; 2)$ параллельно заданной плоскости $y + 2z - 5 = 0$.

Ответы:

1) $3y + 2z - 7 = 0$;

2) $2y + 5z + 9 = 0$;

3) $5x - 2z + 2 = 0$;

4) $3y + 2z + 4 = 0$.

8) Найти координаты точки $A(0; 0; z)$, равноудаленной от точек $B(10; 0; -2)$ и $C(9; -2; 1)$.

Ответы:

1) $A(0; 0; -3)$;

2) $A(0; 0; -\frac{9}{2})$;

3) $A(0; 0; 7)$;

4) $A(0; 0; -2)$.

9) Определить, при каком значении D прямая $\begin{cases} x + 2y - z + D = 0 \\ 2x - y + 4z - 8 = 0 \end{cases}$

пересекает ось Oy .

Ответы:

1) $D = 3$;

2) $D = 4$;

3) $D = -6$;

4) $D = 16$.

10) Установить, какая линия определяется уравнением $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ y = 0. \end{cases}$

Ответы:

1) прямая, проходящая через точку $(2; 0; 0)$ параллельно оси Oz ;

2) ось ординат;

3) прямая, проходящая через точку $(2; 0; 0)$ параллельно оси Ox ;

4) уравнение определяет единственную точку $(2; 0; 0)$.

Вариант 3

- 1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через $M = (3; -2)$ параллельно вектору $a = (1; 3)$.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \end{cases}; & 2) \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}; \\ 3) \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \end{cases}; & 4) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t. \end{cases} \end{array}$$

- 2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

проходит через начало координат. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) a = 2, 4y + 3 = 0; & 2) a_1 = -3, x - 2 = 0; \quad a_2 = 3, 5x + 6 = 0; \\ 3) a = 1, 2y + 7 = 0; & 4) a_1 = 1, 3x - 8y = 0; \quad a_2 = \frac{5}{3}, 33x - 56y = 0. \end{array}$$

- 3) Определить, какое из следующих уравнений прямых является нормальным:

$$\begin{array}{ll} а) \frac{3}{5}x - \frac{1}{5}y - 3 = 0; & б) x - 2 = 0; \\ в) \frac{5}{13}x - \frac{2}{13}y + 2 = 0; & г) y + 2 = 0. \end{array}$$

Ответы:

$$1) в; \quad 2) а; \quad 3) б; \quad 4) г.$$

- 4) Установить, какая линия определяется уравнением

$$y = -\sqrt{25 - x^2}.$$

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;
2) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости;
3) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;
4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.
5) Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат и имеет нормальный вектор $n = (5; 0; -3)$.

Ответы:

Приложение 5. КОПТ «Аналитическая геометрия»

$$1) 2y + 3z + 3 = 0;$$

$$2) x + 3y - z = 0;$$

$$3) 3x + 4z + 1 = 0;$$

4) $5x - 3z = 0$.

6) Определить, при каких значениях l и m следующие пары уравнений будут определять параллельные плоскости:

$$2x + ly + 3z - 5 = 0, \quad mx - 6y - 6z + 2 = 0.$$

Ответы:

1) $l = 3, m = -4$;

$$2) \, l = 3, \, m = 2;$$

3) $l = 3, m = 4$;

4) $l = 1, m = 3$.

7) Вычислить расстояние d от точки $M(1; 2; -3)$ до плоскости

$$5x - 3y + z + 4 = 0.$$

Ответы:

$$1) \ d = 1;$$

2) $d = 0$ – точка M лежит на плоскости;

3) $d = 2$;

4) $d = 6$.

8) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 0; -3)$ параллельно оси Ox .

Ответы:

$$1) \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5};$$

$$2) \frac{x-2}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{1};$$

$$3) \frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{0};$$

$$4) \frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}.$$

9) Найти координаты точки $A(x; 0; 0)$, равноудаленной от точек $B(4; 0; 5)$ и $C(5; 4; 2)$.

Ответы:

1) $A(3; 0; 0)$;

2) $A(2; 0; 0)$;

3) $A(4; 0; 0)$;

4) $A(-2; 0; 0)$.

10) Выяснить, какой геометрический образ определяется уравнением

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 49$$

в декартовых прямоугольных координатах пространства.

Ответы:

1) сфера с центром в начале координат и радиусом, равным 7;

2) сфера с центром в точке $(-2; 3; -5)$ и радиусом, равным 49;

3) сфера с центром в точке $(2; 3; 5)$ и радиусом, равным 7;

4) сфера с центром в точке $(2; -3; 5)$ и радиусом, равным 7.

Вариант 4

1) Дана прямая $2x + 5y + 1 = 0$.

Определить угловой коэффициент k прямой, параллельной данной прямой.

Ответы:

1) $k = 0$; 2) $k = 3$; 3) $k = -\frac{2}{5}$; 4) $k = -\frac{5}{2}$.

2) Определить, при каких значениях m и n две прямые

$$mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0$$

совпадают.

Ответы:

1) $m = 2, n = 2$; 2) $m = -4, n = 2$ или $m = 4, n = -2$;
3) $m = -3, n = 4$; 4) $m = 3, n = 1$ или $m = 4, n = 2$.

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой $2x - 3y - 6 = 0$:

а) $\frac{x}{6} - \frac{y}{6} = 1$; б) $\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1$;

в) $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$; г) $-\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.

1) а; 2) г; 3) б; 4) в.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $x = -2 - \sqrt{9 - y^2}$.

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная влево от прямой $x + 2 = 0$;
 - 2) полуокружность, расположенная вправо от прямой $x + 2 = 0$;
 - 3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;
 - 4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.
- 5) Найти точки пересечения плоскости $3x - 3y + z - 9 = 0$

с осями координат.

Ответы:

1) $(3; 0; 0)$, $(0; -3; 0)$, $(0; 0; 9)$; 2) $(1; 0; 0)$, $(0; -2; 0)$, $(0; 0; -6)$;
3) $(1; 0; 0)$, $(0; 8; 0)$, $(0; 0; 5)$; 4) $(2; 0; 0)$, $(0; 6; 0)$, $(0; 0; -1)$.

6) Привести уравнение плоскости $-4x - 4y + 2z + 1 = 0$

к нормальному виду.

Ответы:

- 1) $\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}z - 6 = 0;$ 2) $\frac{3}{7}x - \frac{6}{7}y + \frac{2}{7}z + 7 = 0;$
 3) $\frac{2}{7}x - \frac{3}{7}y - \frac{6}{7}z + \frac{11}{14} = 0;$ 4) $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}z - \frac{1}{6} = 0.$

7) Найти угол между плоскостями

$$x - 3y + 5 = 0, \quad 2x - y + 5z - 16 = 0.$$

Ответы:

- 1) $\cos \alpha = 0;$ 2) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2};$
 3) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6};$ 4) $\cos \alpha = \frac{1}{3}.$

8) При каком значении C и D прямая $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$

принадлежит плоскости

$$x + 2y + Cz + D = 0?$$

Ответы:

- 1) $C = -2, D = 6;$ 2) $C = -1, D = 5;$
 3) $C = 2, D = 6;$ 4) $C = 3, D = 2.$

9) Определить, при каком значении m пара уравнений

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - t, \\ z = 3 + t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + mt \\ z = -6 + 2t \end{cases}$$

будет определять параллельные прямые.

Ответы:

- 1) $m = 6;$ 2) $m = -2;$ 3) $m = 3;$ 4) $m = 1.$

10) Установить, какая линия определяется уравнением $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ y - 3 = 0. \end{cases}$

Ответы:

- 1) прямая, проходящая через точку $(-2; 3; 0)$ параллельно оси Oz ;
 2) ось аппликат;
 3) сфера с центром в точке $(2; 3; 5)$;
 4) прямая, проходящая через точку $(2; 3; 0)$ параллельно оси Oy .

Вариант 5

1) Составить уравнение прямой, зная её угловой коэффициент $k = -2$ и отрезок $b = -5$, отсекаемый ею на оси Oy .

Ответы:

- 1) $3x + 2y + 1 = 0$; 2) $2x + y + 5 = 0$;
3) $3x + 8 = 0$; 4) $y + 2 = 0$.

2) Определить, при каких значениях m и n прямая

$$(3m + n + 3)x + (m - 2n + 2)y + 6m + 9 = 0$$

параллельна оси абсцисс и отсекает на оси ординат отрезок, равный -3 (считая от начала координат). Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

- 1) $m = 7, n = 2, y + 3 = 0$; 2) $m = -2, n = 3, -6y - 3 = 0$;
3) $m = -7, n = 4, y - 5 = 0$; 4) $m = 3, n = 1, y + 3 = 0$.

3) Определить, какое из следующих уравнений прямых является нормальным:

- а) $\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0$; б) $y - 5 = 0$;
в) $\frac{5}{13}x - \frac{12}{13}y + 1 = 0$; г) $3x + 4 = 0$.

Ответы:

- 1) в; 2) б; 3) а; 4) г.

4) Установить, какая линия определяется уравнением

$$x = -\sqrt{4 - y^2}.$$

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;
2) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;
3) половина эллипса, расположенная в правой полуплоскости;
4) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости.

5) Определить взаимное расположение плоскостей

$$3x - 2y - 7 = 0, \quad 6x - 4y - 3 = 0.$$

Ответы:

- 1) пересекаются; 2) параллельны;
3) перпендикулярны; 4) совпадают.
6) Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями

Приложение 5. КОПТ «Аналитическая геометрия»

$$x - 2y + 2z - 3 = 0 \quad \text{и} \quad 2x - 4y + 4z - 30 = 0.$$

Ответы:

1) $d = 6$; 2) $d = 3$; 3) $d = 4$; 4) $d = 2$.

7) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(1; -5; 4)$ параллельно заданной плоскости

$$4x - 7z + 6 = 0.$$

Ответы:

1) $y - 6z + 3 = 0$; 2) $6x + 3y - 2z = 0$;

3) $4x - 7z + 2 = 0$; 4) $4x - 7z + 24 = 0$.

8) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 0; -3)$ параллельно оси Oz .

Ответы:

1) $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$; 2) $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{0}$;

3) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0}$; 4) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{1}$.

9) Определить, при каком значении D прямая

$$\begin{cases} x + 2y - z + D = 0 \\ 2x - y + 4z - 8 = 0 \end{cases}$$

пересекает ось Oz .

Ответы:

1) $D = 2$; 2) $D = 3$; 3) $D = -1$; 4) $D = 6$.

10) Составить уравнения линии пересечения сферы, центр которой находится в начале координат и радиус равен 5, с плоскостью, параллельной плоскости Oxz и лежащей в левом полупространстве на расстоянии двух единиц от нее.

Ответы:

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ y + 2 = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 5 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ y = 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ y = 0. \end{cases}$

Вариант 6

1) Составить общее уравнение прямой

$$-\frac{1}{5}(x+10)+3\left(y-\frac{2}{3}\right)=0$$

и указать координаты нормального вектора.

Ответы:

- 1) $x - 5y - 15 = 0$, $n = (1; -5)$; 2) $2x - y + 2 = 0$, $n = (2; -1)$;
3) $4x + 2y + 1 = 0$, $n = (4; 2)$; 4) $x - 15y + 20 = 0$, $n = (1; -15)$.

2) Определить взаимное расположение прямых

$$3x + 5y - 4 = 0, \quad 6x + 10y + 7 = 0.$$

Ответы:

- 1) пересекаются; 2) параллельны;
3) перпендикулярны; 4) совпадают.

3) Дана прямая

$$2x + 3y - 6 = 0.$$

Составить для нее уравнение «в отрезках на осях».

Ответы:

- 1) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$; 2) $\frac{x}{3} + \frac{z}{2} = 1$;
3) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$; 4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$.

4) Установить, какая линия определяется уравнением

$$x = -2 + \sqrt{9 - y^2}.$$

Ответы:

- 1) половина эллипса, расположенная вправо от прямой $x + 2 = 0$;
2) полуокружность, расположенная влево от прямой $x + 2 = 0$;
3) полуокружность, расположенная вправо от прямой $x + 2 = 0$;
4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.
5) Определить, при каких значениях l и m данные плоскости будут совпадать:
 $2x + my + 6z - 10 = 0, \quad x - 5y - lz - 5 = 0.$

Ответы:

- 1) $l = -3$, $m = -10$; 2) $l = 3$, $m = -4$;
3) $l = 3$, $m = 4$; 4) $l = 1$, $m = 3$.

6) Привести уравнение плоскости

Приложение 5. КОПТ «Аналитическая геометрия»

$$3x - 4y - 1 = 0$$

к нормальному виду.

Ответы:

1) $\frac{5}{13}y + \frac{12}{13}z + 2 = 0;$

2) $\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - \frac{1}{5}z = 0;$

3) $y - 2 = 0;$

4) $x + 3 = 0.$

7) Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат параллельно плоскости

$$5x - 3y + 2z - 3 = 0.$$

Ответы:

1) $5x - 3y + 2z = 0;$

2) $5x - 2y + 5z - 6 = 0;$

3) $2x - 2y + z - 6 = 0;$

4) $2x - 5y + 7z - 6 = 0.$

8) При каком значении m прямая

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$$

параллельна плоскости

$$x - 3y + 6z + 7 = 0?$$

Ответы:

1) $m = -3;$

2) $m = 1;$

3) $m = -5;$

4) $m = 4.$

9) Найти координаты точки $A(0; y; 0)$, равноудаленной от точек $B(0; -2; 4)$ и $C(-4; 0; 4)$.

Ответы:

1) $A(0; 3; 0);$

2) $A(0; -2; 0);$

3) $A(0; 2; 0);$

4) $A(0; -4; 0).$

10) Выяснить, какой геометрический образ определяется уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25$$

в декартовых прямоугольных координатах пространства.

Ответы:

1) сфера с центром в начале координат и радиусом, равным 25;

2) эллипсоид вращения;

3) сфера с центром в начале координат и радиусом, равным 5;

4) параболоид вращения.

Вариант 7

- 1) Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M = (\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ параллельно вектору $a = (-3; -2)$.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{x - \frac{3}{2}}{3} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-2}; & 2) \frac{x+3}{4} = \frac{y-4}{1}; \\ 3) \frac{x - \frac{1}{2}}{-2} = \frac{y-3}{3}; & 4) \frac{x - \frac{1}{2}}{-3} = \frac{y - \frac{3}{2}}{-2}. \end{array}$$

- 2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 1)x + (a^2 - 5)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) a = -2, \quad 5y - 8 = 0; & 2) a = -1, \quad -y + 4 = 0; \\ 3) a = -3, \quad x - 6 = 0; & 4) a = \frac{5}{3}, \quad 3x - 5y = 0. \end{array}$$

- 3) Привести общее уравнение прямой $12x - 5y + 13 = 0$ к нормальному виду.

Ответы:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 5 = 0; & 2) \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0; \\ 3) -\frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y - 1 = 0; & 4) x + 3 = 0. \end{array}$$

- 4) Установить, какая линия определяется уравнением $x = +\sqrt{16 - y^2}$.

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;
- 2) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.
- 3) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;
- 4) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;
- 5) Определить взаимное расположение плоскостей

$$2x - 3y + 5z - 7 = 0, \quad 4x - 6y + 10z + 3 = 0.$$

6) Привести уравнение плоскости $-z + 3 = 0$ к нормальному виду.

Ответы:

1) $\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - \frac{1}{5}z = 0;$

2) $-y - 2 = 0;$

3) $x + 5 = 0;$

4) $z - 3 = 0.$

7) Найти угол между плоскостями $x - 3y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$.

Ответы:

1) $\cos \alpha = \frac{13}{6};$

2) $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{22}};$

3) $\cos \alpha = 0;$

4) $\cos \alpha = 0.5.$

8) При каких значениях A и D прямая

$$\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 - 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$$

лежит в плоскости $Ax + 2y - 4z + D = 0$?

Ответы:

1) $A = 3, D = -23;$

2) $A = -3, D = -2;$

3) $A = 23, D = -3;$

4) $A = 3, D = -1.$

9) Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 0; -3)$ параллельно оси Oy .

Ответы:

1) $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1};$

2) $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{0};$

3) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{0};$

4) $\frac{x-2}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{1}.$

10) Установить, какая линия определяется уравнением $\begin{cases} x-5=0 \\ z+2=0. \end{cases}$

Ответы:

1) прямая, проходящая через точку $(5; 0; -2)$ параллельно оси Oy ;

2) прямая, проходящая через точку $(5; 0; 2)$ параллельно оси Oz ;

3) прямая, проходящая через точку $(0; 5; -2)$ параллельно оси Ox ;

4) уравнение определяет единственную точку $(0; 2; 5)$.

Вариант 9

1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через $M(2; 0)$ параллельно вектору $a = (0; -3)$.

Ответы:

$$1) \begin{cases} x = -2t \\ y = 3 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x = 2 \\ y = -3t \end{cases}; \quad 4) \begin{cases} x = -3 \\ y = 2t \end{cases}.$$

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a^2 + 2)x + (a - 3)y - a + 5 = 0$$

параллельна оси ординат. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

$$1) a = 3, \quad 11x + 2 = 0; \quad 2) a = -3, \quad x - 56 = 0;$$

$$3) a = 0, \quad 5x - 4 = 0; \quad 4) a = \frac{5}{3}, \quad 3x - 6y = 0.$$

3) Определить взаимное расположение прямых

$$y + 3 = 0, \quad 5x - 7 = 0.$$

Ответы:

1) перпендикулярны; 2) параллельны;

3) пересекаются; 4) совпадают.

4) Установить, какая линия определяется уравнением

$$y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}.$$

Ответы:

1) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

3) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

5) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(3; -5; -2)$ и перпендикулярна вектору $n = (4; -6; 1)$.

Ответы:

$$1) -y + 6z + 3 = 0; \quad 2) 2x + 2y - z = 0;$$

Приложение 5. КОПТ «Аналитическая геометрия»

3) $x + 5z + 1 = 0$;

4) $4x - 6y + z - 40 = 0$.

6) Вычислить расстояние d от точки $M(3; -6; 7)$ до плоскости

$$4x - 3z - 1 = 0.$$

Ответы:

1) $d = 1$;

2) $d = 0$ – точка M лежит на плоскости;

3) $d = 2$;

4) $d = 3$.

7) Найти отрезки, отсекаемые плоскостью

$$3x - 4y - 24z + 12 = 0$$

на координатных осях.

Ответы:

1) $a = -3, b = 1, c = 5$;

2) $a = 5, b = 6, c = 2$;

3) $a = -7, b = 2, c = 1$;

4) $a = -4, b = 3, c = \frac{1}{2}$.

8) При каких значениях A и B плоскость

$$Ax + By + 3z - 5 = 0$$

перпендикулярна прямой

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases}?$$

Ответы:

1) $A = 3, B = -5,5$;

2) $A = -3, B = -2$;

3) $A = 4,5, B = -3$;

4) $A = -3, B = 4,5$.

9) Определить, при каком значении D прямая

$$\begin{cases} 2x + 3y - z + D = 0 \\ 3x - 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$$

пересекает ось Oy .

Ответы:

1) $D = -6$;

2) $D = 9$;

3) $D = -2$;

4) $D = 5$.

10) Определить координаты центра C и радиус r сферы, заданной уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4z - 3 = 0.$$

Ответы:

1) $C(-3; 2; 0), r = 3$;

2) $C(2; 0; -2), r = 2$;

3) $C(0; 2; 3), r = 4$;

4) $C(3; 0; -2), r = 4$.

Вариант 10

1) Написать каноническое уравнение прямой $2x - 3y - 6 = 0$.

Ответы:

$$1) \frac{x-3}{3} = \frac{y}{2};$$

$$2) \frac{x}{3} = \frac{y-3}{1};$$

$$3) \frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{5};$$

$$4) \frac{x-3}{2} = \frac{y}{3}$$

2) Определить взаимное расположение прямых

$$5x - 2y + 7 = 0,$$

$$5x - 3y - 7 = 0.$$

Ответы:

1) перпендикулярны;

2) параллельны;

3) пересекаются;

4) совпадают.

3) Дана прямая

$$4x - 3y + 24 = 0.$$

Составить для нее уравнение «в отрезках на осях».

Ответы:

$$1) \frac{x}{-6} + \frac{y}{8} = 1;$$

$$2) \frac{x}{6} + \frac{y}{-8} = 1;$$

$$3) \frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1;$$

$$4) \frac{x}{4} + \frac{z}{-3} = 1.$$

4) Установить, какая линия определяется уравнением

$$y = -\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}.$$

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

2) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости;

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) часть параболы, расположенная в нижней полуплоскости.

5) Определить, при каком значении l ара уравнений

$$2x - 2z + 5 = 0,$$

$$lx + y - 4z - 8 = 0$$

будет определять перпендикулярные плоскости.

Ответы:

$$1) l = -2;$$

$$2) l = 1;$$

$$3) l = 3;$$

$$4) l = -4.$$

Приложение 5. КОПТ «Аналитическая геометрия»

6) Привести уравнение плоскости $-x + 5 = 0$ к нормальному виду.

Ответы:

$$1) -\frac{5}{13}y + \frac{12}{13}z - 2 = 0; \quad 2) \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - \frac{1}{5}z = 0;$$

$$3) y - 2 = 0; \quad 4) x - 5 = 0.$$

7) Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(-1; 2; 4)$ параллельно заданной плоскости $5x - 3y + 2 = 0$.

Ответы:

$$1) -y + 6z + 3 = 0; \quad 2) 2x + 2y - z = 0;$$

$$3) 5x - 3y + 11 = 0; \quad 4) 5x - 3y + 10 = 0.$$

8) При каких значениях t и C прямая

$$\frac{x-2}{t} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$$

перпендикулярна к плоскости

$$3x - 2y + Cz + 1 = 0?$$

Ответы:

$$1) t = 3, C = -5.5; \quad 2) t = -3, C = -2;$$

$$3) t = -6, C = 1.5; \quad 4) t = 6, C = -1.5.$$

9) Определить, при каком значении m пара уравнений

$$\begin{cases} x = t \\ y = -4t, \\ z = -3t \end{cases} \quad \begin{cases} x = t \\ y = -8 - 4t \\ z = -3 + mt \end{cases}$$

будет определять параллельные прямые.

Ответы:

$$1) m = 5; \quad 2) m = 1; \quad 3) m = 2; \quad 4) m = -3.$$

10) Установить, какая линия определяется уравнением

$$\begin{cases} y + 2 = 0 \\ z - 5 = 0. \end{cases}$$

Ответы:

- 1) прямая, проходящая через точку $(0; -2; 5)$ параллельно оси Ox ;
- 2) прямая, проходящая через точку $(5; 0; 2)$ параллельно оси Oy ;
- 3) прямая, проходящая через точку $(5; -2; 0)$ параллельно оси Oy ;
- 4) уравнение определяет единственную точку $(0; 2; 3)$.

Образец билета

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Линейная алгебра

Направление Экономика

БИЛЕТ № 1

1. Обратная матрица.
2. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
3. Решить систему по формулам Крамера:
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$
4. Вычислить длину вектора $\bar{d} = 2\bar{a} + \bar{b} - 2\bar{c}$, если $\bar{a} = (2, 0, 3), \bar{b} = (1, 3, -2), \bar{c} = (1, 3, 2)$.
5. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора $\tilde{A}$ заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.
6. Какая линия определяется следующим уравнением $x = -1 - \frac{5}{4}\sqrt{4y - y^2 + 12}$? Изобразить ее на чертеже.
7. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $A(-2, -1, -3)$ и $B(0, 2, 1)$.