

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ**

**МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

дисциплины (модуля)

Математический анализ

Закреплена за	Высшей математики
Учебный план	б38030130 Направление 38.03.01 - РФ, 580100 - КР Экономика
Квалификация	бакалавр
Форма обучения	очная
Общая	7 ЗЕТ

Виды контроля в семестрах:
экзамены 2
зачеты 1

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ:

I Семестр

1. Определение функции, способы ее задания.
2. Графики функций и их преобразования.
3. Основные характеристики функции: ограниченность, четность, нечетность, периодичность, монотонность.
4. Различные виды функций: основные элементарные, сложные, взаимнообратные.
5. Определение предела функции.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
7. Геометрический смысл предела.
8. Свойства пределов функции.
9. Первый замечательный предел и его разновидности.
10. Второй замечательный предел и его разновидности.
11. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями.
12. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
13. Односторонние пределы.
14. Задачи, приводящие к понятию производной.
15. Определение производной функций. Геометрический, экономический и механический смыслы производной.
16. Основные правила дифференцирования.
17. Алгоритм нахождения производной функции. Пример.
18. Таблица производных основных функций.
19. Дифференцирование сложных функций.
20. Дифференцирование обратной функции.
21. Дифференцирование параметрически заданной функции.
22. Логарифмическое дифференцирование.
23. Дифференцирование неявно заданной функции.
24. Дифференциал функции и его применение.
25. Производные и дифференциалы второго и высших порядков.
26. Основные теоремы дифференциального исчисления.
27. Правило Лопиталя.
28. Монотонность функции. Экстремум функции.
29. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба.
30. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
31. Функции нескольких переменных: область определения, линии уровня.
32. Предел и непрерывность функции двух переменных.
33. Частные производные первого порядка.
34. Полный дифференциал функции. Частные производные сложных и неявных функций.
35. Частные производные второго и высших порядков.
36. Смешанные производные. Теорема о равенстве смешанных производных второго порядка.
37. Экстремум функции двух переменных.
38. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

II Семестр

1. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
2. Таблица неопределенных интегралов.
3. Непосредственное интегрирование неопределенных интегралов.
4. Свойства неопределенного интеграла.
5. Интегрирование подведением под знак дифференциала.
6. Интегрирование методом замены переменной.
7. Интегрирование по частям.
8. Интегрирование дробно-рациональных функций методом неопределенных коэффициентов.
9. Интегрирование тригонометрических функций.
10. Интегрирование иррациональных функций. Некоторые случаи подстановок.
11. Задачи, приводящие к определенному интегралу.
12. Определение определенного интеграла. Теорема существования и единственности.
13. Свойства определенного интеграла.
14. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
16. Приложения определенного интеграла: вычисление площади фигур.
17. Приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги и объема тел вращения.
18. Несобственные интегралы. Несобственные интегралы I и II рода и их свойства.
19. Числовые ряды: основные определения и понятия.
20. Сходящиеся и расходящиеся ряды.
21. Знакопостоянные и знакопеременные ряды.

22. Критерий сходимости числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда.
23. Свойства сходящихся рядов.
24. Гармонический ряд.
25. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.
26. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютная и условная сходимости.
27. Степенные ряды. Область сходимости функционального ряда.
28. Радиус сходимости степенного ряда. Формулы Даламбера-Адамара, Коши-Адамара.
29. Разложение функции в ряд Тейлора и Маклорена.
30. Разложение функций $e^x(x)$, $\sin x$, $\cos x$, $(1+x)^m$ в степенной ряд Маклорена.
31. Применение разложения функций в степенной ряд Маклорена для приближенного вычисления значений функции.
32. Приближенное вычисление определенного интеграла.

Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИЕ 2

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Эссе, рефераты, курсовые работы и др. программой не предусмотрены.

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математический анализ» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

В 1 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента", «Дифференцирование функций одной переменной», «Функции нескольких переменных».

Во 2 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3, ; 4 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя КОПТ «Неопределенный интеграл», «Определенные интегралы и их применение» или контрольные работы - «Неопределенный интеграл», «Определенные интегралы», «Применение определенного интеграла», «Ряды» - 10 вариантов.

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, компьютерных контрольно-обучающих программ тестирования (КОПТов) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 5

Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (зачет), во 2 семестре (экзамен), составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ

1 СЕМЕСТР

Вычислить пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + x + 11}{2x^4 + 5x^2 + 1},$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{4x^2 + 5x + 1},$

6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 + 4x^2 + 1}{x^3 + 5x^2 + 10},$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10}$

12) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)}{x^2 - 5x + 6}$

13) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{(x-1)^2}$

18) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

Найти производные функций

- 1) $y = (3^x - \sqrt[3]{x})(3\operatorname{arctg}x - 2\log_3 x) + \sqrt{2}$
- 2) $y = \frac{e^x - 2}{\arcsin x + 2\ln x} + \sin 1$
- 3) $y = \frac{\log_2 x + \operatorname{tg} 2}{\arccos x - 2x^2} - \ln 10$
- 4) $y = \left(2\cos x - \frac{3}{x}\right)(\operatorname{arcctg}x + 4^3)$
- 5) $y = \left(2\operatorname{ctg}x - \frac{5}{x^3}\right)(\cos x - \ln x)$
- 6) $y = \frac{2^x - x^2 + e^2}{2\log_2 x - 3}$
- 7) $y = \frac{5e^x + 3x^2}{2\arcsin x + 4\sin x} + \operatorname{tg} 5$
- 8) $y = (3\cos x - 4\ln x)\left(\frac{2}{x^2} + e^3\right)$
- 9) $y = (5\operatorname{ctg}x + 7^x)\left(\sqrt[4]{x^3} + 3\sin x\right)$
- 10) $y = (5\arcsin x + 2^x)\left(\sqrt[5]{x^3} - 3\operatorname{tg}x\right)$
- 11) $y = \frac{3\ln x + 5\sqrt[3]{x^7}}{2\operatorname{arctg}x + 4} + \ln 7$
- 12) $y = \frac{3e^x + 5}{2\operatorname{tg}x + 4\sqrt[3]{x^4}}$
- 13) $y = (3e^x - 4\cos x)(\log_3 x + 5\operatorname{tg}x) + \sqrt{7}$
- 14) $y = (3\operatorname{tg}x + 5\sqrt[5]{x^3})(\operatorname{arcctg}x - 4^x)$
- 15) $y = (2\operatorname{arctg}x + 4^x)(3\ln x - x^3 + 1)$
- 16) $y = (2\operatorname{ctg}x + 3\ln x)\left(4\arcsin x - \sqrt[4]{x^3}\right)$
- 17) $y = \sin(x^3 + 2\ln x) + \sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y = \sin(x^3 + 2\ln x) + \sqrt{2}$
2. $y = (x + 4\sin x)^3$
3. $y = \operatorname{arctg}(\sin 3x + 4)$
4. $y = \ln(3x^2 + 2\operatorname{tg}x) + 1$
5. $y = 5^{\arcsin x - 3\sqrt{x}} + 2$
6. $y = \arccos(5x^2 + 5)$
7. $y = \sin(\sqrt[3]{x} + 4x) - 3$
8. $y = \log_5(\sin 2x + 4) + \sqrt{3}$
9. $y = \operatorname{tg}(\log_2 x + 3)$

10. $y = 3^{\sqrt{x+2x}}$
11. $y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$
12. $y = \log_3(3x - \cos x)$
13. $y = \arcsin(2x^3 + \cos x)$
14. $y = \operatorname{ctg}\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$
15. $y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$
16. $y = \arccos(\ln x + 4\operatorname{tg}x)$.
17. $y = \arccos(\cos 2x - \ln x)$.
18. $y = \operatorname{arctg}(4e^x - 5)$.

Функции нескольких переменных

1. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = y^2 x e^x$.
2. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \frac{x}{y^2 - 2x}$.
3. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \ln(x^2 y + xy^2)$.
4. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = e^{x^2+y^2} - x - 1$.
5. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = \log_3(x^6 + y^2) + 5x^2 y^4 + 1$.
6. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 e^{xy}$.
7. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \frac{y^2}{x + 7y}$.
8. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^3 y^4 - \sin(2x + 3y)$.
9. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^4 y^3 + e^{4x-3y}$.
10. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^6 y^2 - \cos(3x - 5y)$.

2-СЕМЕСТР

Найти неопределенный интеграл

1) $\int \frac{x7^x - 8 + 4x \cos x}{x} dx.$

2) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx.$

3) $\int \frac{(6x - 3)^2}{x} dx.$

4) $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx.$

5) $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx.$

6) $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx.$

7) $\int \frac{3xe^x - x \sin x + 5x}{x} dx.$

8) $\int \frac{(2x + 3)^2}{x^5} dx.$

9) $\int \frac{2x + 1}{x - 1} dx.$

10) $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx.$

11) $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx.$

21) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx.$

22) $\int (3x - 2) \cos 2x dx.$

23) $\int (3x - 2) e^{2x} dx.$

24) $\int (3 + 9x) \cos 8x dx.$

25) $\int (x^2 - 3x) \ln x dx.$

26) $\int (5x + 23) \cos 8x dx.$

27) $\int (10x - 4) \sin 5x dx.$

35) $\int (x^2 + 2x) \ln x dx.$

12) $\int \frac{(3x + \sqrt[3]{x})}{x^2} dx.$

13) $\int \frac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx.$

14) $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx.$

15) $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx.$

16) $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx.$

17) $\int \frac{(x + 2)^2}{x^2} dx.$

18) $\int \frac{(x + 1)^2}{x^5} dx.$

19) $\int \frac{x^2 - 6}{x - 5} dx.$

20) $\int \frac{4x^3 + 15x^2 e^x + 14x^4}{x^2} dx.$

28) $\int (5x^2 - 16x^4 - 2) \ln x dx.$

29) $\int x^4 \ln x dx.$

30) $\int (2x + 1) e^x dx.$

31) $\int (6x + 2) \sin 6x dx.$

32) $\int (3 \cos x + 5) \sin x dx.$

33) $\int (3x - 1) \sin 3x dx.$

34) $\int (2x + 5) 3^x dx.$

2 СЕМЕСТР

Вычислить определенные интегралы

11. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx.$

12. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx.$

$$13. \int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$14. \int_0^1 6(x^2 + x^3 e^{x^4}) dx.$$

$$15. \int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$16. \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1} dx.$$

$$17. \int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx.$$

$$18. \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx.$$

$$19. \int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1} dz.$$

$$20. \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx.$$

$$21. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx.$$

$$22. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx.$$

$$23. \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

$$24. \int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx.$$

$$25. \int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$$

$$26. \int_0^{1/2} \operatorname{arctg} 2x dx.$$

$$27. \int_0^{\pi/2} (x+3) \sin x dx.$$

$$28. \int_1^e x^3 \ln x dx.$$

$$29. \int_{-3}^0 (x-2) e^{-x/3} dx.$$

$$30. \int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx.$$

$$31. \int_1^2 \ln(3x+2) dx.$$

$$32. \int_{-1}^0 (x+1) e^{-2x} dx.$$

$$33. \int_0^1 2x \operatorname{arctg} x dx.$$

34.

$$35. \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx.$$

$$36. \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx.$$

$$37. \int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$38. \int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$$

$$39. \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$40. \int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx.$$

$$41. \int_0^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7+x^2} dx.$$

Исследовать сходимость ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{2n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{4n+1} \right)^n$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n-2}{6n+5} \right)^{2n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^2+2}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n}{2^n \cdot (3n+2)}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+1}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2+1}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2n!}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+1} \right)^n$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n)!}{n^n}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \frac{1}{2^n}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3\sqrt{n-1}}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$.
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$.
20. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-1}{n^2+1}$.

Найти область сходимости ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{n+2}} x^n$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{n(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+5)^n}{5^{2n}}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n (n^2+1)}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+2}}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} \frac{(x-3)^n}{3^n}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^{n+2}}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-3)^n}{n^2+1}$.

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n .$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-1)^n}{4n-3} .$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3n-2} .$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^n x^{2n} .$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+5)^n}{n \cdot 5^n} .$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{7n-11}$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)^{2n}}$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+5)^n}{n^2 \cdot 4^n}$$

ЗАДАНИЯ ДЛ Я ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

1 СЕМЕСТР

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+5} \right)^{3x-4}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-x}{x^2+1} \right)^{x-3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg}^3 x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{\sin(6x^2)}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 12x}{\ln(1+6x)}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2x)}{e^{10x}-1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sin^2(10x)}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\operatorname{arcsin}(6x)}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x-1}{\operatorname{arctg}^2(5x)}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{e^{2x^2}-1}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+14x)}{\operatorname{arcsin} 7x}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2}-1}{\sin(4x^2)}$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{e^{3x^2}-1}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2(3x)}{e^{6x^2}-1}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^3)}{\operatorname{arctg}^3 x}$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin}(4x)}{\ln(1+3x)}$

Найти производные функций

1. $y = (\cos x)^{5e^x}$

2. $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}$

3. $y = (\operatorname{tg} x)^{4x}$

4. $y = x^{\operatorname{arctg} x}$

5. $y = (\sin x)^{3x}$

6. $y = x^{\operatorname{arcsin} x}$

7. $y = (\sin x)^{x+1}$

8. $y = (x^3 - 1)^x$

9. $y = x^{\operatorname{arcsin} x}$

10. $y = (\sin x)^x$

Найти производную y'_x функции

$$1) \begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x = 4t^2 + 5 \\ y = 3t^4 + 11 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x = \ln(5+t) \\ y = \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x = e^t \\ y = (t^2 - t) \cdot e^t \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} x = \ln(t+1) \\ y = t^2 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = 3t^2 - 5t \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x = t^2 + 3t \\ y = t^3 - 27t \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$$

Найти производную y' от неявной функции

$$1. e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$$

$$2. x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$$

$$3. x^2 + yx + e^y = 0$$

$$4. x^3 y + x^2 y^2 + xy^3 = 0$$

$$5. 2x^2 + y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$$

$$6. e^x - e^y = y - x$$

$$7. 5x^2 + 3xy - 2y^2 + 3 = 0$$

$$8. 2x^2 + 3^y + x \ln y = 0$$

$$9. x^2 y^3 + x - \sin y = 0$$

$$10. 3y^2 + \sin y - x2^y = 0$$

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$1) y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$$

$$2) y = 2x^2 - 8x + 2$$

$$3) y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$$

$$4) y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$$

$$5) y = 3x - x^3$$

$$6) y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$$

$$7) y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$$

$$8) y = x^4 - 2x^2 - 5$$

$$9) y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$$

$$10) y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$$

$$11) y = x^3 - 3x^2$$

$$12) y = x^4 - 2x^2 + 5$$

$$13) y = 2x^3 - 3x^2$$

14) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$

15) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7.$

16) $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$

1. Исследовать на экстремум функцию: $z = (x-1)^2 - 2y^2$
2. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 + x - y - 1$
3. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
4. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
5. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$
6. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
7. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + (y-1)^2$
8. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$
9. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$
10. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$

2-СЕМЕСТР

Найти неопределенный интеграл

1. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2+3x^3} dx$

2. $\int \frac{x}{\cos^2 x^2} dx$

3. $\int \frac{e^x}{e^x - 3} dx$

4. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

5. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

6. $\int e^x \sqrt{e^x + 3} dx$

7. $\int (\sin x + 5)^2 \cos x dx$

8. $\int \sqrt[6]{x^4 - 11} \cdot x^3 dx$

9. $\int e^{x^6} \cdot x^5 dx$

10. $\int \frac{\operatorname{ctg}^3 x}{\sin^2 x} dx$

11. $\int (e^x + 5)^4 e^x dx$

12. $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{2+3x^5} dx$

13. $\int \frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{1+x^2} dx$

14. $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

15. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+6}} dx$

16. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$

17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x+4}}$

18. $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$

19. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x-1}}$

20. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$

21. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{3x-4}}$

22. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x+5}}$

23. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-1}}$

Приложения определенного интеграла

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 3x, x^2 = 3y$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4, y = x + 8$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2, x + 2y - 5 = 0$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, 4y = x^2, x = \pm 2$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, y = 4 - x^2$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$,
 $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 7 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$.
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r^2 = 4 \cos 2\phi, r = \sqrt{2} (r \geq \sqrt{2})$
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 2 \cos \phi, r = 3 \cos \phi$.
10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3 \sin \phi, r = 5 \sin \phi$.
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3(1 + \cos \phi), r = 3,5 (r \geq 3,5)$.
12. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = 2$. Ось вращения Oy .
13. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x$. Ось вращения Ox .
14. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x^2$. В вариантах 1-13 ось вращения Ox , в вариантах 14-25 ось вращения Oy .
15. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = x$. Ось вращения Oy .
16. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \ln \cos x + 2, 0 \leq x \leq \pi/6$
17. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi$.
18. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\rho = 6 \sin \phi, 0 \leq \phi \leq \pi/3$.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №1

Вариант 1

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 3n + 1})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} (x - \sqrt{x^2 + 8})$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$
5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{x^2 \cdot \operatorname{arctg}(3x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{tg}(x-5)}{\sqrt{x+4} - 3}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 8}{5n^2 + 3n - 9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = e^{\frac{1}{x+3}}$.

Вариант 2

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 5n - 4} - n)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+5} \right)^{5n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x + 6}{2^x - 2}$
4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}(2x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{e^{x-4} - 1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{6x} - 1}{\ln(1+8x)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + 8}{5n^2 + 3n^3 + 19}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

Вариант 3

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+5}{3n-2} \right)^{n+5}$
3. $\lim_{x \rightarrow -2} [\ln(x+3) - x^2 + 5]$
4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{2x^2 - 12x + 18}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 - 4x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{tg}(5x)}{\arcsin^3(2x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{\sin(x-4)}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{e^{5x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n^4 + 8}{5n^2 - 3n^3 - 9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = 2 - \frac{1}{x}$.

Вариант 4

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - \sqrt{n^4 + 3n^3 - 2n} \right)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+6}{5n+5} \right)^{2n-1}$
3. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\sqrt{2x^2 - 9} - 2x \right)$
4. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 8}}{2x - 2}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(2x)}{x \cdot \sin(5x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{2x-4} - 1}{x^2 - 4}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1 - 2x)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^5 - 2n^4 + 1}{n^2 - 3n^5 - 8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x - 2, & x > \pi. \end{cases}$

Вариант 5

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n - \sqrt{4n^2 - 5n + 5} \right)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-4}{2n+3} \right)^{5-n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 2}{3x^2 + 5x - 6}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{5 - \sqrt{x + 23}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\operatorname{tg}^2(5x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}(2x - 6)}{4 - \sqrt{x + 13}}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{7^{3x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^3 + 2n^2 + 8n}{5n^2 - 3n^3 - 9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{3}{1 + 2^{1/x}}$.

Вариант 6

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9n^2 - 2n + 4} - 3n \right)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n+4} \right)^{5n-2}$
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - x - 5}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+1}{5x-7} \right)^{x^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin^2(4x)}{\operatorname{arctg}^4(2x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{e^{3x-3} - 1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{4x} - 1}{\ln(1 + 9x)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^3 + 8}{3n^2 + 3n^4 - 9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{x^3 - 4}{x + 1}$.

Вариант 7

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n^2 - \sqrt{4n^4 + 2n - 1} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+7} \right)^{3n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-3} - 1}{2^{x-2} - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - 9}{1 - \sqrt{4x - 11}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^3(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}^2(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{2x + 3}}{\sin(3x - 9)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 5x)}{e^{-6x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 + 2n + 8}{6n^3 + 3n^5 - 9n}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = 9^{\frac{1}{x+3}}$.

Вариант 8

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 4n + 10} - n \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-1}{4n+5} \right)^{6-2n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} \left(\sqrt{x^2 + 16} - x + 1 \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{15 - 5x}{3 - \sqrt{4x - 3}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(6x)}{\arctg^2(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7^{3x+3} - 1}{6x^2 + 7x + 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{\ln(1 + 5x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 6n + 2}{5n^2 - 3n^3 - 9n + 4}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} x + 4, & x < -1, \\ 2x, & x \geq -1. \end{cases}$

Вариант 9

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{16n^2 - 2n + 7} - 4n \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-4}{6n+5} \right)^{-2n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\ln(2x + 9)}{x^2 - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{2x^2 - 5x - 12}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(5x)}{1 - \cos(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 8x - 4}{\arctg(8 - 4x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 7x)}{8^{4x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - 5n^2 + 2}{3n^2 + 9n + 1}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{1}{1 + 5^{\frac{1}{x}}}$.

Вариант 10

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - \sqrt{n^4 - 3n^2 + 11} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+2}{7n-4} \right)^{3n+2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x+4} \right)^{x-5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2 - 5x - 2}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+24} - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^3(2x)}{x \cdot \sin^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} - 1}{\sqrt{2x+7} - 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{7x} - 1}{\ln(1+10x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^6 + 2n^2 + 2}{n^6 - 3n^3 - 9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0, \\ 3, & 0 < x \leq 1, \\ x+2, & x > 1. \end{cases}$

Вариант 11

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n - \sqrt{9n^2 - 2n + 5} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{8n-3}{8n+1} \right)^{5-4n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x - 1}{2x^2 - 4x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 5x - 25}{x^2 - 25}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{6x-2}}{9-3x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \arcsin^2(3x)}{\operatorname{tg}^5(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{\sin(4x-4)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-9x} - 1}{\ln(1-6x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 + 9n + 2}{3n^3 + 9n^2 + 4}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = e^{\frac{1}{2-x}}$.

Вариант 12

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^4 + 5n^2 + 4} - n^2 \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n+2}{9n-5} \right)^{3n+4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{\ln(x+3)}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 - x - 6}{3x^3 + 4x^2 + x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9} - 3}{x^3 + 3x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(5x)}{\arctg^3(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5^{x^2-4} - 1}{2x^2 + 3x - 2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-12x)}{e^{4x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n^2 + 6n}{3n^3 - 9n + 4}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{2}{1+4^{\frac{1}{x-1}}}$.

Вариант 13

I. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{lll}
 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(5n - \sqrt{25n^2 + 4n + 4} \right) & 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n + 51}{10n - 64} \right)^{20n+4} & 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 6x + 1} \\
 4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 12x + 18} & 5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3x + 10} - 1}{2x + 6} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6x)}{x \cdot \operatorname{arctg}(2x)} \\
 7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(3x - 6)}{2 - \sqrt{x + 2}} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 5x)}{2^{-10x} - 1} & 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n^2 + 6}{4n^3 + 4n + 5}
 \end{array}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} 2x^2 - 1, & x \leq 1, \\ x + 2, & x > 1. \end{cases}$

Вариант 14

I. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{lll}
 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^4 + 2n^2 - 6} - n^2 \right) & 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{11n - 2}{11n + 3} \right)^{4-5n} & 3. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{2x^2 - 11x - 6} \\
 4. \lim_{x \rightarrow 1} \left[\ln(x^2 + 3) - \ln(3x^2 + 1) \right] & 5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x + 6}{7 - \sqrt{19 - 10x}} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^4(2x)}{\operatorname{tg}^4(3x)} \\
 7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 7x - 15}{e^{x^2 - 25} - 1} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{-8x} - 1}{\ln(1 - 16x)} & 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6 - 2n^4 + 6n^2}{9n^6 - 3n^5 - n}
 \end{array}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{x^2}{x - 2}$.

Вариант 15

I. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{lll}
 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^4 - 3n + 2} - n^2 \right) & 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - 4}{2n + 5} \right)^{5n^2} & 3. \lim_{x \rightarrow -2} \left(\sqrt{x^2 + 12} - \sqrt{3x^2 - 3} \right) \\
 4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2 + 3x + 27}{2x^2 - 5x - 3} & 5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x + 13} - 3}{3x + 6} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg}^2(7x)}{\arcsin^3(2x)} \\
 7. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3 - \sqrt{4x + 21}}{\operatorname{tg}(5x + 15)} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{20x} - 1}{\ln(1 + 5x)} & 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 + 2n^3 + n}{7n^5 + 3n^2 + 4}
 \end{array}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = 3^{\frac{1}{x-6}}$.

Вариант 16

I. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{lll}
 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(6n - \sqrt{36n^2 - 2n + 5} \right) & 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-5}{3n+5} \right)^{-n^2} & 3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+1}{5x-2} \right)^{3x-1} \\
 4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 12x + 4}{3x^2 + x - 14} & 5. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{6 - \sqrt{x^2 + 20}}{3x + 12} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(8x)}{x \cdot \sin^2(5x)} \\
 7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arctg(15-5x)}{2x^2 + 3x - 27} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+15x)}{e^{-3x} - 1} & 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 9}{5n^3 - 7n + 5}
 \end{array}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = 8^{\frac{1}{5-x}}$.

Вариант 17

I. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{lll}
 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n^2 - \sqrt{4n^4 - 3n^2 + 1} \right) & 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n-3}{7n+1} \right)^{2-6n} & 3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{2x^2 + 16x + 32} \\
 4. \lim_{x \rightarrow 2} \left[\ln(3x^2 - 6) - \ln(x^2 + 2) \right] & 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16-3x} - 4}{x^2 + 2x} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin^2(3x)}{1 - \cos(4x)} \\
 7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{8^{2x+2} - 1}{\sqrt{x^2 + 15} - 4} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{7x} - 1}{\ln(1 + 21x)} & 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^3 + 7n^2 + 6}{3n^3 - 5n + 4}
 \end{array}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{5-x}{x+5}$.

Вариант 18

I. Вычислить пределы:

$$\begin{array}{lll}
 1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9n^4 + 5n^2 + 2} - 3n^2 \right) & 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-7}{2n+5} \right)^{3n} & 3. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x - 10} \\
 4. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{3x^2 + 10x - 25} & 5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x+6}{\sqrt{5x+11} - 1} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^4(2x)}{x \cdot \arcsin^3(3x)} \\
 7. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 7x - 6}{e^{2x+6} - 1} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-16x)}{6^{8x} - 1} & 9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - 12}{3n^2 + 6n - 4}
 \end{array}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{1}{1 + 3^{\frac{1}{x+2}}}$.

Вариант 19

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (7n - \sqrt{49n^2 + 4n + 4})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-4}{3n+1} \right)^{n-2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(2x-7)}{x-3}$
4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{3x^2 - 5x - 8}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x-5}{6 - \sqrt{39-3x}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(3x)}{\operatorname{tg}^4(4x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{\arcsin(2x-6)}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-18x)}{e^{9x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^3 + 2n^2 - n + 2}{7n^3 + 3n^2 - 7n + 8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

Вариант 20

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{49n^2 - n} - 7n)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n+6} \right)^{4n^2}$
3. $\lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{3x+7} - \sqrt{2x+3})$
4. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 13x + 6}{-x^2 + 4x + 12}$
5. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1} - 3}{4x - 20}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(3x)}{x \cdot \sin(9x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4^{20-4x} - 1}{x^2 - 25}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{14x} - 1}{\ln(1+21x)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 + 3n^3 - 6n}{n^5 + n^3 - 9n + 8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №2

Вариант 1

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$$

$$2. y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$$

$$3. y = \ln \sin(2x + 5)$$

$$4. y = x^{\ln x}$$

$$5. y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

$$6. y = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} + \operatorname{arctg} x^3$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1 + 2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $\ln(x + y) - \operatorname{arctg} x = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ и построить ее график.

Вариант 2

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$$

$$2. y = \frac{4 \arccos x - e^x}{3 \log_2 x + 5x^3}$$

$$3. y = \frac{1}{2} \sin^4(\cos x)$$

$$4. y = x^{\arcsin x}$$

$$5. y = (2^x + 4 \sin x)(3 \ln x - 2)$$

$$6. y = 8^{\sqrt{\operatorname{tg} x}} + \sin^4(\cos x)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $\cos(xy) = \frac{y}{x}$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x - 1)}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$ и построить ее график.

Вариант 3

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^2}$$

$$2. y = \frac{2\ln x - 8x^4}{4^x - 2\operatorname{arccctg}x}$$

$$3. y = \arccos(\operatorname{ctg}4x)$$

$$4. y = x^{\sqrt{x+1}}$$

$$5. y = (5\operatorname{tg}x - e^x)(4\log_7 x + 3) \quad 6. y = \sqrt[3]{\frac{x^3 + 1}{3x - 2}} + e^{-\ln(1 + \cos x)}$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1 - 4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\operatorname{arctg}(x + y) = x$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x + 9) - \ln 3}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$ и построить ее график.

Вариант 4

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3$$

$$2. y = \frac{e^x + 6\arcsin x}{5x^2 - 2\log_4 x}$$

$$3. y = \operatorname{arctg}e^{2x}$$

$$4. y = (\operatorname{tg}x)^{x^3}$$

$$5. y = (8\operatorname{ctg}x + 3^x)(2\ln x - 5) \quad 6. y = \ln(\arcsin x) + \frac{1}{2}\ln^2 x + \arcsin(\ln x)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arctg}3t, \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $y \sin x + \cos(x - y) = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(\pi x)}{\sin(3\pi x)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{4^{x+2} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ и построить ее график.

Вариант 5

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[3]{x^4}$$

$$2. y = \frac{7^x - 3 \arccos x}{4x^3 + 3 \ln x}$$

$$3. y = \ln(\arcsin 3x)$$

$$4. y = (\sin x)^{\cos x}$$

$$5. y = (e^x - 4 \operatorname{tg} x)(3 + 7 \log_3 x)$$

$$6. y = \operatorname{arctg} \frac{1+x^2}{1-x^2} + \sqrt{\arccos(1-2x)}$$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1 + 6t), \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $y \sin x + \cos y = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{x^2 - 4\pi^2}{\operatorname{tg}(x)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 4x)}{e^{3x-6} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{12x}{9 + x^2}$ и построить ее график.

Вариант 6

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3}$$

$$2. y = \frac{7x^2 + 4 \log_3 x}{2e^x - 5 \operatorname{arctg} x}$$

$$3. y = e^{\operatorname{tg}(3x-2)}$$

$$4. y = (\arcsin x)^{x^2+1}$$

$$5. y = (5^x + 2 \cos x)(10 - 3 \ln x)$$

$$6. y = \frac{1}{3} \ln \frac{x^2-1}{x^2+1} - \frac{1}{2} \sqrt{x^3-x^2}$$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции: $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 4t, \\ y = t^4 + 4t^3. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\operatorname{arctg}(x+y) - x - 2y = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin(3x + \pi/4)}{\pi/4 - x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5^{2x-3} - 5^5}{e^{x-4} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ и построить ее график.

Вариант 7

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^5 - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$$

$$2. y = \frac{3\arctg x - 5^x}{4\ln x - 5x^6}$$

$$3. y = \ln(e^{2x} + 3)$$

$$4. y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$$

$$5. y = (e^x + 6\text{ctg}x)(9 + 7\log_6 x) \quad 6. y = \arcsin \frac{x+1}{\sqrt{2}} - \arccos \frac{1}{\sqrt{x}}$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1-5t), \\ y = t^5 - 10t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{x+y} = \sin xy$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sin(2\pi x)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3^{5x+10} - 1}{\ln(4x+9)}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{4-x^3}{x^2}$ и построить ее график.

Вариант 8

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[3]{x^7} - 4x^6 + \frac{4}{x^5}$$

$$2. y = \frac{2\arccos x + e^x}{3\log_2 x - 7x^3}$$

$$3. y = 3^{-\arcsin(6x)}$$

$$4. y = (x^3 - 1)^x$$

$$5. y = (7^x - 4\sin x)(4 + 3\ln x) \quad 6. y = \frac{1}{2}\ln \text{tg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\text{tg}^2(3^x)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \text{arctg} 5t, \\ y = 5t^2 - 20t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\text{arcctg}(2x-3y) = 5^y$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{\text{ctg} \frac{\pi x}{4}};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-4} - 1}{\ln(33 - 2x^2)}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$ и построить ее график.

Вариант 9

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$$

$$2. y = \frac{5 \ln x + 3x^4}{6 \arcsin x - 2^x}$$

$$3. y = (1 + \sin 2x)^{10}$$

$$4. y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$$

$$5. y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x) \quad 6. y = \arcsin \sqrt{1 + \sin x} + 2^{-(x^2 + 2x)}$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(2 + 3t), \\ y = t^6 - 3t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\cos(x - y) - 2x + 4y = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x)}{2x^2 - 6x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(4x - 6) - \ln 2}{2^{3x-6} - 1}.$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$ и построить ее график.

Вариант 10

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$$

$$2. y = \frac{5 \arccos x - e^x}{4 \log_5 x - 6x^3}$$

$$3. y = 2^{\arcsin 5x}$$

$$4. y = (\ln x)^x$$

$$5. y = (10 \ln x + 6^x)(2 \sin x - \sqrt{3}) \quad 6. y = \ln \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} + \ln^3 x$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 6t, \\ y = 3t^4 + 2t^3. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{xy} = \ln x + \operatorname{arccot} y$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{\pi - x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{3^{x-1} - 1}.$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ и построить ее график.

Вариант 11

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2\sqrt{x^3} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$$

$$2. y = \frac{6^x - 3\operatorname{arctg}x}{5x^2 - 9\ln x}$$

$$3. y = (1 + \cos 3x)^6$$

$$4. y = (\arccos x)^{x^2}$$

$$5. y = (e^x - 7\log_3 x)(\sqrt{2} - 3\operatorname{tg}x) \quad 6. y = \operatorname{arctg}\sqrt{\sin x} + \frac{1}{2}\cos x^2$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(5 - 4t), \\ y = t^8 + 2t^4. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\cos y = \sin x + 2y$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$а) \lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{x^2 - 9\pi^2}{\sin(x/3)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{e^{x-3} - e^2}{4^{10-2x} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ и построить ее график.

Вариант 12

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$$

$$2. y = \frac{8x^4 - 7\log_8 x}{e^x + 2\arcsin x}$$

$$3. y = \ln \operatorname{tg}(4x - 1)$$

$$4. y = (\sin x)^{x^3}$$

$$5. y = (4^x + 6\ln x)(8 + 3\cos x) \quad 6. y = 6\sqrt[6]{1 - \sin^2 x} + \arccos(2^x)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 7t, \\ y = 7t^4 - 21t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $xy + \ln y - 2\ln x = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$а) \lim_{x \rightarrow \pi/8} \frac{\pi/4 - 2x}{\sin(2x + 3\pi/4)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(3x - 14)}{4^{2x-10} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$ и построить ее график.

Вариант 13

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$$

$$2. y = \frac{9^x - 3\arccos x}{5x^3 + 8\ln x}$$

$$3. y = \sin(e^{4x+3})$$

$$4. y = (x^2 + 2)^{3x}$$

$$5. y = (e^x - 5\log_8 x)(6\operatorname{ctgx} - 1) \quad 6. y = \log_3 \sqrt[3]{x^3 - 1} + \ln(\ln x)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(8 - 7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\operatorname{tgy} = xy^2 + e^x$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 6}{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{6}};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{7^{2x-3} - 7^3}{e^{6-2x} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$ и построить ее график.

Вариант 14

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4$$

$$2. y = \frac{5\arccos x - e^x}{2\log_4 x - 6x^2}$$

$$3. y = \arcsin(\ln(2x))$$

$$4. y = x^{\operatorname{arctgx}}$$

$$5. y = (2^x + 3\ln x)(4\cos x + 11) \quad 6. y = \ln \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} + 3^{\sin^2 x}$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arcctg} 7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $x \ln y = 3x^3 + y^2$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 + \cos(x/2)}{(x - 2\pi)^2};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(13 - 3x^2)}{3^{x-2} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$ и построить ее график.

Вариант 15

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{4}{x^5} + \sqrt[5]{x^2} - 7x^3$$

$$2. y = \frac{4 \ln x - 3x^6}{7 \operatorname{arctg} x + 8^x}$$

$$3. y = \ln(1 + \operatorname{arctg} 2x)$$

$$4. y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$5. y = (e^x - 5 \log_4 x)(9 \sin x - 12) \quad 6. y = 6\sqrt[6]{1 - \sin x} + \arcsin(3^x)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(4 + 3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{xy} - (x + 3y) = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{\sin(x - 2)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{e^{3x+12} - 1}{\ln(3x + 13)}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$ и построить ее график.

Вариант 16

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{8}{x^3} - 4\sqrt{x^3} + 2x^7$$

$$2. y = \frac{3 \arcsin x - e^x}{5 \log_3 x + 6x^2}$$

$$3. y = \ln \cos(2x + 5)$$

$$4. y = (x^3 + 1)^{\operatorname{tg} x}$$

$$5. y = (6 \ln x - 5^x)(15 + 7 \sin x) \quad 6. y = \cos^4 x \cos x^4 - \cos(4x + 1)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 6t, \\ y = 2t^3 - 9t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $x \sin y - y \cos x = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{tg}(x + 3\pi/4)}{\pi - 4x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{8^{x+6} - 8^3}{e^{2x+6} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$ и построить ее график.

Вариант 17

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{2}{x^6}$$

$$2. y = \frac{2\arctg x + 4^x}{3\ln x - 4x^5}$$

$$3. y = \arccos(\log_4 7x)$$

$$4. y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$$

$$5. y = (3\log_9 x + e^x)(21 - 2\cos x) \quad 6. y = e^{\frac{x}{\ln^2 x}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}}$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(2 - 5t), \\ y = t^5 + 5t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $\operatorname{tg}(x + y) - xy = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{4\pi - 2x}{\cos(x/4)};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{x+1} - 1}{\ln(4x^2 - 3)}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{1 - 2x^3}{x^2}$ и построить ее график.

Вариант 18

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 10x^2 + 3\sqrt{x^5} - \frac{5}{x^4}$$

$$2. y = \frac{7x^4 - 5\log_9 x}{e^x - 3\arcsin x}$$

$$3. y = \operatorname{arctg}(\cos 3x)$$

$$4. y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$5. y = (4\ln x - 6^x)(1 + 5\operatorname{ctg} x) \quad 6. y = \sin \frac{1 + x^2}{1 - x^2} + \operatorname{arcctg}(\sqrt{x})$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arcctg} 5t, \\ y = 3t^5 + 5t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $e^{x+y} - xy = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$a) \lim_{x \rightarrow 3\pi/2} \frac{6\pi - 4x}{\operatorname{ctg} \frac{x}{3}}.$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{x+1} - 1}{3^{2x+3} - 3}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^3 - 32}{x^2}$ и построить ее график.

Вариант 19

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt{x^5} + \frac{4}{x^3} - 3x^3$$

$$2. y = \frac{5^x - 3\operatorname{arctg}x}{4x^3 + 2\ln x}$$

$$3. y = e^{\sin(6x-5)}$$

$$4. y = (x^4 + 1)^{\sqrt{x}}$$

$$5. y = (2\log_3 x - 6\cos x)(9 + e^x) \quad 6. y = \arcsin^3(\ln(1 + x^2))$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(3 + 4t), \\ y = 2t^4 - 6t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции, заданной неявно: $x + y - (x - y)^2 = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow 4\pi} \frac{(3x - 12\pi)^2}{1 + \cos(x/4)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{5-5x} - 1}{\ln(5x - 4)}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{3x - 2}{x^3}$ и построить ее график.

Вариант 20

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 9x^3 - \frac{7}{x^4} + \sqrt[3]{x^7}$$

$$2. y = \frac{e^x + 2\arcsin x}{5x^2 - 4\log_7 x}$$

$$3. y = \sin(\ln 2x)$$

$$4. y = (2x + 1)^{e^x}$$

$$5. y = (5\ln x + 8\operatorname{tg}x)(5^x - 8) \quad 6. y = \ln \frac{1 + e^x}{1 - e^{-x}} + \sin(\operatorname{tg}^2 x)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arcctg} 4t, \\ y = 3t^4 - 8t^2. \end{cases}$

3. Найти производную y' функции заданной неявно: $e^{xy} - x^2 + y^2 = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$а) \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\pi - 6x}{\operatorname{tg}(2x + 2\pi/3)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x - 5)}{e^{3x-9} - 1}.$$

5. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x - 1)^2}$ и построить ее график.

Типовой расчет № 3

ВАРИАНТ № 1

1. Найти частные производные второго порядка функции трех

переменных: $u = \frac{x^2}{y - 2z}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	1,0	1,5	2,0	3,0	3,2
y_i	8,1	9,0	11,2	13,8	14,7

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = x^3 + xy^2 - 5xy^3$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ в треугольнике $x = 0$, $y = 0$, $2x + 3y - 12 = 0$.

ВАРИАНТ № 2

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = xe^{yz}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 3x^2y - y^3 + 6x^2 + 9y^2 - 4$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,3	0,5	0,8	1,1	2,3
y_i	1,4	0,7	-0,9	-2,3	-8,8

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^2 + y^3 + y \cos x + e^x + 5$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ в треугольнике $x = 1$, $y = 1$, $x + y = 1$.

ВАРИАНТ № 3

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = x^2 \sin \sqrt{y+z}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 6x^2y + 2y^3 - 24x - 30y$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,5	0,8	1,2	1,3	4,0
y_i	6,3	7,0	9,0	9,3	16,8

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = e^x \cos y + x^2 + \sin y$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^3 - 3xy + y^3$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 3$.

ВАРИАНТ № 4

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = \ln(x^2 + y - 2z)$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	1,2	1,7	3,3	4,1	4,3
y_i	-3,1	-5,6	-17,1	-23,1	-24,8

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = y^4 + 3x^2 + 4xy + 5x - 2y + \pi$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ в треугольнике $x=0$, $y=0$, $x+y=3$.

ВАРИАНТ № 5

1. Найти частные производные второго порядка функции трех

переменных: $u = \frac{x + y^2}{2z}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,7	0,9	1,3	1,6	2,3
y_i	7,0	8,0	9,0	10,0	12,0

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = x^2 + 5xy + 6y^2x + 2$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy - 2x - y$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 4$.

ВАРИАНТ № 6

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных

$u = xye^z$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$z = x^2y - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + 3y^2 - 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-3,4	-3,2	-3,1	-2,5	-1,5
y_i	-13,9	-12,9	-12,2	-9,1	-4,2

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = \frac{x}{y} + y^2$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 0,5x^2 - xy$ в области $y = 0,5x^2$, $y = 3$.

ВАРИАНТ № 7

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = xz \cdot \operatorname{tg} \sqrt{y}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 + 6xy + 3y^2 - 18x - 18y$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	2,1	2,5	3,0	3,1	3,3
y_i	11,1	12,8	13,9	14,5	15,1

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = x^4 + 5x^2y - 7xy^2 + 8$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 2x - y + x^2y$ в квадрате $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$.

ВАРИАНТ № 8

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = x^{yz}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2y - y^3 - x^2 - 3y^2 + 3$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,7	0,9	1,2	1,3	1,7
y_i	1,7	1,1	0,8	0,1	-0,5

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^2 + 3y^3 + 5x^2y + 5x - 4y$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ в прямоугольнике $x=0$, $y=0$, $x=1$, $y=2$.

ВАРИАНТ № 9

1. Найти частные производные второго порядка функции трех

переменных: $u = \frac{2x^2 + y}{z + x}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = 3x^2 - 6xy - y^3 - 12x + 12y.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-1,1	-0,5	0,2	0,4	0,7
y_i	2,1	3,4	5,1	6,3	6,9

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^3 + 4x^2y - 2xy^2 - 15xy + 1$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 + y^2 - xy + x + y$$

в треугольнике $x = 0, y = 0, x + y = -3$.

ВАРИАНТ № 10

1. Найти частные производные второго порядка функции трех

переменных: $u = yze^{x^2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-1,2	-0,7	0,3	1,5	1,7
y_i	5,7	5,1	0,1	0,2	-0,7

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 - y + 1$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 2$ в прямоугольнике $x = 0, x = 2, y = 1, y = -1$.

ВАРИАНТ № 11

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = x y \cos \sqrt{z}$.
2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2 y - 2 y^3 - x^2 - 5 y^2$.
3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	2,1	3,0	3,2	3,9	4,1
y_i	3,4	8,1	9,2	12,6	13,3

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = e^{x^2} + 4x - 5xy^3$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2$ в треугольнике $x = 1, y = 0, 4x - 3y = 6$.

ВАРИАНТ № 12

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = x \ln(y + z)$.
2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + y^2 + 6xy + 12x$.
3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	1,7	1,9	2,3	2,5	3,5
y_i	0,1	-0,6	-2,0	-2,7	-5,3

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = \ln x - x^2 + y^2 + 4x^3 y^2$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$ в треугольнике $x = 0, y = 0, x + y = -5$.

ВАРИАНТ № 13

1. Найти частные производные второго порядка функции трех

переменных: $u = \frac{y^2}{x+z}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 8x^3 - y^3 - 12xy - 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-0,1	0,2	0,5	0,9	1,2
y_i	-7,1	-6,2	-4,3	-2,7	-0,9

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}$ от функции $z = e^{-x^2} + 5 \cos y - 4x^2 y^4$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2$ в прямоугольнике $x = -1, x = 1, y = -3, y = 4$.

ВАРИАНТ № 14

1. Найти частные производные второго порядка функции трех

переменных: $u = x^2 z e^y$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$z = 2x^3 + 16y^3 - 12x^2 y - 9x^2$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-1,2	-1,1	-0,9	-0,5	0,1
y_i	8,7	8,1	7,8	6,4	4,5

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial y^3}$ от функции $z = y \cos x + x \sin y$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 6xy - x^2 - y^2 + 1$

в области $x^2 = y^2, x = 4$.

ВАРИАНТ № 15

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = x \arctg(yz)$.
2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = -8x^3 + y^3 + 6xy^2 + 9y^2$.
3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	3,2	3,8	4,7	5,1	5,4
y_i	10,5	12,3	14,9	16,4	16,9

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^6 + y^2 + \log_3 x + 5x^2 y^4 + 1$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$ в области $y = x^2$, $y = 4$.

ВАРИАНТ № 16

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = y^{zx^2}$.
2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-\frac{x}{2}}(x^2 + y^2)$.
3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	2,1	2,3	3,1	3,8	4,5
y_i	-9,3	-7,2	-13,4	-16,1	-18,9

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = y^2 e^{x^2} - x - 1$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$ в квадрате $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$.

ВАРИАНТ № 17

1. Найти частные производные второго порядка функции трех

переменных: $u = \frac{x}{y^2 - 2z}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-2x^2}(x - y^2)$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	1,1	2,1	3,4	4,3	4,9
y_i	-0,8	1,2	3,8	5,4	6,7

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial y^3}$ от функции $z = x^2 y + xy^2 - 5 \ln y$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - 2xy + 2y^2 + 4x$ в области $x = -y^2$, $x = -16$.

ВАРИАНТ № 18

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = y^2 x e^z$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-\frac{y}{2}}(x^2 - y)$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	10,1	11,5	13,6	16,2	17,5
y_i	0,9	0,8	0,6	0,3	0,2

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}$ от функции $z = e^x \sin y + x e^y$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = xy(4 - x - y)$ в треугольнике: $x = 1$, $y = 0$, $x + y = 6$.

ВАРИАНТ № 19

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = z \sin x \cos y$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = e^{-2y^2} (x^2 + y)$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,1	0,3	0,5	1,2	2,1
y_i	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = (x+1)^2 + \frac{1}{y} - 6xy^2$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - 3xy + y^2 - 4$ в области $y = -x^2$, $y = -9$.

ВАРИАНТ № 20

1. Найти частные производные второго порядка функции трех переменных: $u = \frac{x+y}{\ln(z-x)}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:
 $z = -\frac{1}{2}x^2 + 8xy - y^3 - 13x - 12y$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	3,2	4,1	5,3	6,7	7,3
y_i	1,6	1,4	1,1	0,9	0,7

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = 3x^2 + x^3y^2 + 5x - 4y + \ln 5$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = -x^2 + 4xy - 34y^2 + 4x - 1$ в треугольнике $x = -1$, $y = -1$, $x + y = -4$.

Типовой расчет «Неопределенный интеграл»

Вариант № 1

Вычислить интегралы:

1. $\int \left(\frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{3} \right)^3 dx.$

2. $\int \frac{dx}{x\sqrt{5} - 0,2x \ln x \sqrt{5}}.$

3. $\int \frac{-x^2 + 5}{(x+2)(x-1)(x-3)} dx.$

4. $\int \frac{24x^3 + 5}{2x-1} dx.$

5. $\int \frac{dx}{\cos^2 2x \sqrt{0,01 \operatorname{tg}^2 2x - 1}}.$

6. $\int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx.$

7. $\int \frac{x^2}{10^x} dx.$

8. $\int \frac{dx}{\sqrt{-3x^2 + 5x + 8}}.$

9. $\int \cos^4 \left(\frac{x}{2} \right) dx.$

10. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x-3}}.$

Вариант № 2

Вычислить интегралы:

1. $\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \right)^3 dx.$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{1}{4} - x^2 \right) \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{arc sin} (2x) \right)}}.$

3. $\int 4 - 9x^2 \ln(2x) dx.$

4. $\int \frac{dx}{1 - 2\sqrt[3]{4-3x}}.$

5. $\int \frac{dx}{\cos^2 2x \cdot \sqrt[3]{0,125 \operatorname{tg}^2 2x - 1^5}}.$

6. $\int \frac{dx}{x \cos^2 \left(\frac{4 \ln x - \pi}{2} \right)}.$

7. $\int 2^x \operatorname{ctg}(2^{x+1} - 3) dx.$

8. $\int \frac{-x+3}{(x^2+x-2)(x-1)} dx.$

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{-9x^2 + 5x + 1}}.$

10. $\int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{2} dx.$

Вариант № 3

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{1}{x^{0,2}} \left(2\sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^2}} \right)^2 dx .$$

$$2. \int \frac{dx}{\cos^2 3x \pi^2 - 4tg^2 3x} .$$

$$3. \int \frac{16x^4 - 5}{1 - 2x} dx .$$

$$4. \int \arcsin(0,1x) dx .$$

$$5. \int \frac{12x^2 + x + 5}{(x^2 + 2)(x - 1)} dx .$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x^3}} dx .$$

$$7. \int 3^x tg(3^{x+1} + 2) dx .$$

$$8. \int \frac{(-3x - 4) dx}{9x^2 - 6x + 2} .$$

$$9. \int \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi - 5x}} dx .$$

$$10. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x} .$$

Вариант № 4

Вычислить интегралы:

$$1. \int x^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2x^3} - \sqrt{2}x^{1,5} \right)^2 dx .$$

$$2. \int \frac{\sqrt{2x+1}}{x+1} dx .$$

$$3. \int 5^{\cos 2 - \sqrt{5}x^4} x^3 dx .$$

$$4. \int e^{\sqrt{-x-2}} dx .$$

$$5. \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + x + 1} .$$

$$6. \int \frac{dx}{\cos^2 x - 3 \sin^2 x} .$$

$$7. \int \frac{3x - 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx .$$

$$8. \int \sin x \sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{5} - \frac{\cos x}{5}\right)^2} dx .$$

$$9. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}} .$$

$$10. \int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 3} .$$

Вариант № 5

Вычислить интегралы:

1. $\int \left(\frac{2}{\sqrt[3]{4x}} - \frac{\sqrt[3]{4x}}{2} \right)^3 dx.$

2. $\int \frac{x^5 dx}{x^4 - 1}.$

3. $\int \sin 3\sqrt{5-2x} dx.$

4. $\int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{2} dx.$

5. $\int (10x-1)(1,25x^2 - 0,25x+1)^2 dx.$

6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x^2 - 4x - 3}}.$

7. $\int \frac{dx}{2\sqrt{x} + 3\sqrt[4]{x}}.$

8. $\int (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx$

9. $\int \frac{dx}{64x^2 + 1 \sqrt{-\operatorname{arctg}^2 8x + 4\operatorname{arctg} 8x - 3}}.$

10. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}}.$

Вариант № 6

Вычислить интегралы:

1. $\int \sqrt[3]{5x} \left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{3} \right)^2 dx.$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{\pi - 6x} \cdot \sin^2 \left(5\sqrt{\frac{\pi}{2} - 3x} \right)}.$

3. $\int \frac{2x^2 - 11}{x^2 + x - 6} dx.$

4. $\int x^2 \cdot \pi^{kx+b} dx.$

5. $\int \frac{dx}{4 + 3e^{-2x}}.$

6. $\int \frac{1 - \cos x}{\cos x (1 + \cos x)} dx.$

7. $\int \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}} dx.$

8. $\int \frac{(2x-1)dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}.$

9. $\int \frac{(x^2 + x) dx}{x^4 - 1}.$

10. $\int \frac{dx}{\sin^7 x \cos x}.$

Вариант № 7

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{\left(0,5\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[8]{x}}\right)^2}{\sqrt[4]{x^3}} dx.$$

$$3. \int x^3 \cdot 5^{2x^2} dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}.$$

$$7. \int \frac{dx}{x^2+4 \sqrt[5]{\left(\arctg \frac{x}{2}+5\right)^4}}.$$

$$9. \int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx.$$

$$2. \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^4 x}.$$

$$4. \int \frac{dx}{\cos^2 5x \cdot \sin^2\left(\frac{\operatorname{tg} 5x}{5} - \frac{\pi}{2}\right)}.$$

$$6. \int \frac{4\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x^2}+2x} dx.$$

$$8. \int \frac{x^2+5x}{x^2+5x-24} dx.$$

$$10. \int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \cdot \frac{dx}{1-x}.$$

Вариант № 8

Вычислить интегралы:

$$1. \int x^{-0,4} \left(\frac{2}{\sqrt[5]{x^2}} - \sqrt{5x^3}\right)^2 dx.$$

$$3. \int x \cdot \sin \sqrt{x^2+25} dx.$$

$$5. \int \sin^4 x \cdot \cos^2 x dx.$$

$$7. \int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+3x-4}} dx.$$

$$9. \int (2x+3)\sqrt{2x-1} dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{25+x^2 \left(25+\arctg^2 \frac{x}{5}\right)}.$$

$$4. \int \frac{(5x-1)dx}{(x^2-1)(x+2)}.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt{x}}.$$

$$8. \int \frac{e^{3x} dx}{\ln 16 - \ln 2 \cdot e^{6x}}.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x^2-3)\sqrt{x^2-3}}.$$

Вариант № 9

Вычислить интегралы:

1. $\int (\ln 5)^{2x} (\ln 5)^{-x} + 1^2 dx.$
2. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt[4]{(5x^4 + 7)^3}}.$
3. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx.$
4. $\int \frac{dx}{x^3 - 8}.$
5. $\int \frac{\sqrt[4]{x^3} dx}{1 - \sqrt{x}}.$
6. $\int \frac{dx}{\sin^5 x \cdot \cos x}.$
7. $\int \frac{x \operatorname{ctg} 4\sqrt{2x^2 + 3}}{\sqrt{2x^2 + 3}} dx.$
8. $\int \frac{(x + \pi) dx}{\sqrt{x(x - 2\pi)}}.$
9. $\int \frac{16^x dx}{\sqrt[3]{4^x + 1}}.$
10. $\int \frac{dx}{x^2 + 4 \sqrt{x^2 + 4}}.$

Вариант № 10

Вычислить интегралы:

1. $\int x^{-2,5} \left(\frac{1}{2\sqrt{x^3}} + \sqrt{2x^{\frac{3}{4}}} \right)^2 dx.$
2. $\int 3^x \cdot 2^{3^{x+1}-1} dx.$
3. $\int x \ln \sqrt[5]{5x} dx.$
4. $\int \frac{(x^2 - 2) dx}{(x - 2)^3}.$
5. $\int \frac{x^2}{\sqrt{2x - 1}} dx.$
6. $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x}.$
7. $\int \frac{dx}{1 + 3x^2 \sqrt{3 + 4 \operatorname{arctg}^2 \sqrt{3x}}}.$
8. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 7x + 6}} dx.$
9. $\int \frac{x + 3}{x \sqrt{2x + 4}} dx.$
10. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx.$

Вариант № 11

Вычислить интегралы:

$$1. \int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^3 dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{x\sqrt{5} - 0,2x \ln x \sqrt{5}}.$$

$$3. \int \frac{-x^2 + 5}{(x+2)(x-1)(x-3)} dx.$$

$$4. \int \frac{24x^3 + 5}{2x-1} dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\cos^2 2x \sqrt{0,01 \operatorname{tg}^2 2x - 1}}.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx.$$

$$7. \int \frac{x^2}{10^x} dx.$$

$$8. \int \frac{dx}{\sqrt{-3x^2 + 5x + 8}}.$$

$$9. \int \cos^4 \left(\frac{x}{2} \right) dx.$$

$$10. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2x-3}}.$$

Вариант № 12

Вычислить интегралы:

$$1. \int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \right)^3 dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{1}{4} - x^2 \right) \left(1 - \frac{1}{2} \operatorname{arc} \sin(2x) \right)}}.$$

$$3. \int 4 - 9x^2 \ln(2x) dx.$$

$$4. \int \frac{dx}{1 - 2\sqrt[3]{4-3x}}.$$

$$5. \int \frac{dx}{\cos^2 2x \cdot \sqrt[3]{0,125 \operatorname{tg} 2x - 1^5}}.$$

$$6. \int \frac{dx}{x \cos^2 \left(\frac{4 \ln x - \pi}{2} \right)}.$$

$$7. \int 2^x \operatorname{ctg}(2^{x+1} - 3) dx.$$

$$8. \int \frac{-x+3}{(x^2+x-2)(x-1)} dx.$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{-9x^2 + 5x + 1}}.$$

$$10. \int \operatorname{ctg}^5 \frac{x}{2} dx.$$

Вариант № 13

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{1}{x^{0,2}} \left(2\sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{\sqrt[5]{x^2}} \right)^2 dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{\cos^2 3x \pi^2 - 4tg^2 3x}.$$

$$3. \int \frac{16x^4 - 5}{1 - 2x} dx.$$

$$4. \int \arcsin(0,1x) dx.$$

$$5. \int \frac{12x^2 + x + 5}{(x^2 + 2)(x - 1)} dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x^3}} dx.$$

$$7. \int 3^x tg(3^{x+1} + 2) dx.$$

$$8. \int \frac{(-3x - 4) dx}{9x^2 - 6x + 2}.$$

$$9. \int \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5x}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi - 5x}} dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}.$$

Вариант № 14

Вычислить интегралы:

$$1. \int x^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2x^3} - \sqrt{2}x^{1,5} \right)^2 dx.$$

$$2. \int \frac{\sqrt{2x+1}}{x+1} dx.$$

$$3. \int 5^{\cos 2 - \sqrt{5}x^4} x^3 dx.$$

$$4. \int e^{\sqrt{-x-2}} dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + x + 1}.$$

$$6. \int \frac{dx}{\cos^2 x - 3\sin^2 x}.$$

$$7. \int \frac{3x - 1}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}} dx.$$

$$8. \int \sin x \sqrt[3]{\left(\sqrt[3]{5} - \frac{\cos x}{5}\right)^2} dx.$$

$$9. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^2}}.$$

$$10. \int \frac{dx}{2\sin x + \cos x + 3}.$$

Вариант № 15

Вычислить интегралы:

1. $\int \left(\frac{2}{\sqrt[3]{4x}} - \frac{\sqrt[3]{4x}}{2} \right)^3 dx.$

2. $\int \frac{x^5 dx}{x^4 - 1}.$

3. $\int \sin 3\sqrt{5-2x} dx.$

4. $\int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{2} dx.$

5. $\int (10x-1)(1,25x^2 - 0,25x+1)^2 dx.$

6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x^2 - 4x - 3}}.$

7. $\int \frac{dx}{2\sqrt{x} + 3\sqrt[4]{x}}.$

8. $\int (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx$

9. $\int \frac{dx}{64x^2 + 1 \sqrt{-\operatorname{arctg}^2 8x + 4\operatorname{arctg} 8x - 3}}.$

10. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}}.$

Вариант № 16

Вычислить интегралы:

1. $\int \sqrt[3]{5x} \left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{3} \right)^2 dx.$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{\pi - 6x} \cdot \sin^2 \left(5\sqrt{\frac{\pi}{2} - 3x} \right)}.$

3. $\int \frac{2x^2 - 11}{x^2 + x - 6} dx.$

4. $\int x^2 \cdot \pi^{kx+b} dx.$

5. $\int \frac{dx}{4 + 3e^{-2x}}.$

6. $\int \frac{1 - \cos x}{\cos x (1 + \cos x)} dx.$

7. $\int \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}} dx.$

8. $\int \frac{(2x-1)dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}.$

9. $\int \frac{(x^2 + x) dx}{x^4 - 1}.$

10. $\int \frac{dx}{\sin^7 x \cos x}.$

Вариант № 17

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{\left(0,5\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[8]{x}}\right)^2}{\sqrt[4]{x^3}} dx.$$

$$2. \int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^4 x}.$$

$$3. \int x^3 \cdot 5^{2x^2} dx.$$

$$4. \int \frac{dx}{\cos^2 5x \cdot \sin^2\left(\frac{tg 5x}{5} - \frac{\pi}{2}\right)}.$$

$$5. \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}.$$

$$6. \int \frac{4\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + 2x} dx.$$

$$7. \int \frac{dx}{x^2+4 \sqrt[5]{\left(\arctg \frac{x}{2} + 5\right)^4}}.$$

$$8. \int \frac{x^2+5x}{x^2+5x-24} dx.$$

$$9. \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx.$$

$$10. \int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \cdot \frac{dx}{1-x}.$$

Вариант № 18

Вычислить интегралы:

$$1. \int x^{-0,4} \left(\frac{2}{\sqrt[5]{x^2}} - \sqrt{5x^3}\right)^2 dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{25+x^2 \left(25 + \arctg^2 \frac{x}{5}\right)}.$$

$$3. \int x \cdot \sin \sqrt{x^2+25} dx.$$

$$4. \int \frac{(5x-1)dx}{(x^2-1)(x+2)}.$$

$$5. \int \sin^4 x \cdot \cos^2 x dx.$$

$$6. \int \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt{x}}.$$

$$7. \int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+3x-4}} dx.$$

$$8. \int \frac{e^{3x} dx}{\ln 16 - \ln 2 \cdot e^{6x}}.$$

$$9. \int (2x+3)\sqrt{2x-1} dx.$$

$$10. \int \frac{dx}{(x^2-3)\sqrt{x^2-3}}.$$

Вариант № 19

Вычислить интегралы:

1. $\int (\ln 5)^{2x} (\ln 5)^{-x} + 1^2 dx.$
2. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt[4]{(5x^4 + 7)^3}}.$
3. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx.$
4. $\int \frac{dx}{x^3 - 8}.$
5. $\int \frac{\sqrt[4]{x^3} dx}{1 - \sqrt{x}}.$
6. $\int \frac{dx}{\sin^5 x \cdot \cos x}.$
7. $\int \frac{x \operatorname{ctg} 4\sqrt{2x^2 + 3}}{\sqrt{2x^2 + 3}} dx.$
8. $\int \frac{(x + \pi) dx}{\sqrt{x(x - 2\pi)}}.$
9. $\int \frac{16^x dx}{\sqrt[3]{4^x + 1}}.$
10. $\int \frac{dx}{x^2 + 4 \sqrt{x^2 + 4}}.$

Вариант № 20

Вычислить интегралы:

1. $\int x^{-2,5} \left(\frac{1}{2\sqrt{x^3}} + \sqrt{2x^{\frac{3}{4}}} \right)^2 dx.$
2. $\int 3^x \cdot 2^{3^{x+1} - 1} dx.$
3. $\int x \ln \sqrt[5]{5x} dx.$
4. $\int \frac{(x^2 - 2) dx}{(x - 2)^3}.$
5. $\int \frac{x^2}{\sqrt{2x - 1}} dx.$
6. $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x}.$
7. $\int \frac{dx}{1 + 3x^2 \sqrt{3 + 4 \operatorname{arctg}^2 \sqrt{3x}}}.$
8. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 7x + 6}} dx.$
9. $\int \frac{x + 3}{x \sqrt{2x + 4}} dx.$
10. $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x} dx.$

**Типовые расчеты «Определенный интеграл», «Приложения
определенных интегралов»**

Вариант №1

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^2 x\sqrt{5-x^2} dx$; б) $\int_1^9 \frac{dx}{5+2\sqrt{x}}$; в) $\int_0^{\pi/3} x \cos x dx$; г) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+2\cos x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 4 \cos \varphi$, $r = 2$ ($r \geq 2$).

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \leq x \leq 3$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 6 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $\rho = 6e^{12\varphi/5}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = 3 \sin x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.

Вариант №2

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x dx$; б) $\int_1^{16} \frac{dx}{x + \sqrt[4]{x}}$; в) $\int_0^{\ln 5} x e^{-x} dx$; г) $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах: $r = \cos 2\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = 1 - \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \pi / 6$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi / 3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 1 - \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi / 2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 1$.

Вариант №3

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^e \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x} dx$; б) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$; в) $\int_0^1 \ln(1+2x) dx$; г) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cos x + \sin x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 1 + \frac{8}{9}x^2$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r^2 = 4 \cos 2\varphi$, $r = 2$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = 2 - e^x$, $\ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3,5(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 3,5(2\sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 5e^{5\varphi/12}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^2$, $y^2 - x = 0$.

Вариант №4

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^{\pi/2} e^{\sin x} \cos x dx; \quad \text{б) } \int_0^4 \frac{1}{1 + \sqrt{2x+1}} dx; \quad \text{в) } \int_0^1 \ln(x+1) dx; \quad \text{г) } \int_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид:

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 4\sin 3\varphi$, $r = 2$ ($r \geq 2$).

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, $0 \leq x \leq \frac{7}{9}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 4(1 - \sin \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/6$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = 2 - x^2$, $y = x$, $x = 0$.

Вариант №5

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 8} dx$; б) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}} dx$; в) $\int_0^{\pi/3} x \cos 3x dx$;

г) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^3 x \sin^5 x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 2$, $y = 1 - x^2$
 $x = 0$, $x = 1$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 1 + \cos \varphi$, $r = \cos \varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = 1 - \arccos x + \sqrt{1 - x^2}$, $0 \leq x \leq \frac{9}{16}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ x = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 2(1 - \cos \varphi)$, $\pi/3 \leq \varphi \leq \pi$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$, $x = 0$.

Вариант №6

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{(\arctg x)^3}{1 + x^2} dx$; б) $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx$; в) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$; г) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$
 $y = 0$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах: $r = \sin 3\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = e^x + e$, $\ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 3e^{3\varphi/4}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.

Вариант №7

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{(10x-2)}{\sqrt{5x^2-2x+1}} dx$; б) $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5+4x}}$; в) $\int_0^1 (x-1)e^{-x} dx$; г) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5+5\cos x + \sin x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 6 \sin 3\varphi$, $r = 3$ ($r \geq 3$).

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \ln x$, $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t), \\ y = 6(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 2 \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi / 6$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^2$, $y = 1$, $x = 2$.

Вариант №8

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^2 e^{-x^4} \cdot x^3 dx; \quad \text{б) } \int_9^{25} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} dx; \quad \text{в) } \int_0^{2\pi} x \cos x dx; \quad \text{г) } \int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 2x - x^2$, $y = -x$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах, $r = \cos 3\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат, $y = 1 - \ln \sin x$, $\pi/3 \leq x \leq \pi/2$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах, $r = 5(1 - \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций, $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

Вариант №9

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 \frac{x}{(2+x^2)^2} dx; \quad \text{б) } \int_0^3 x\sqrt{1+x} dx; \quad \text{в) } \int_0^2 x e^{-\frac{x}{2}} dx; \quad \text{г) } \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+3\cos x+2\sin x}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 2(x-1)$, $x=3$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 6\cos 3\varphi$, $r = 3$, ($r \geq 3$).

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}$, $0 \leq x \leq \frac{15}{16}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 5e^{5\varphi/12}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^3 + 2$, $x = 1$, $y = 1$.

Вариант №10

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx; \quad \text{б) } \int_1^3 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}; \quad \text{в) } \int_0^1 \ln(x+2)dx; \quad \text{г) } \int_0^5 x^2 \sqrt{25-x^2} dx.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$ ($x \geq 0$).

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 2(1 + \cos \varphi)$, $r = 2$ ($r \geq 2$).

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = 1 - \ln(x^2 - 1)$, $3 \leq x \leq 4$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/6.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 8(1 - \cos \varphi)$, $\pi/3 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = 5 \cos x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x \geq 0$.

Вариант №11

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_{1/\pi}^{2/\pi} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx; \quad \text{б) } \int_{-2}^0 \frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}} dx; \quad \text{в) } \int_1^e x \ln x dx; \quad \text{г) } \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{1+3\cos^2 x + 2\sin^2 x}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $xy = 4$, $y = x$, $x = 4$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 4\sin^3 t \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = \cos \varphi, r = 2\cos \varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, 1 \leq x \leq 2$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 3\pi/2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = \sqrt{2}e^\varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = -x^2 + 9, y = 0$.

Вариант №12

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^{e^3} \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$; б) $\int_2^{10} \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-1}}$; в) $\int_0^1 x e^{-x} dx$; г) $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16-x^2} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 3\sqrt{x}, y = \frac{3}{x}, x = 9$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид:

$$\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}, \begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r^2 = 9\sqrt{2} \cos 2\varphi, r = 3 (r \geq 3)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \ln \sin x$, $\pi/3 \leq x \leq \pi/2$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t), \\ y = 4(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 2e^{4\varphi/3}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = \sin^2 x$, $x = \pi/2$, $y = 0$.

Вариант №13

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 (e^x + 4)^3 e^x dx; \quad \text{б) } \int_4^{12} \frac{\sqrt{x-3} + 3}{\sqrt{x-3} - 3} dx; \quad \text{в) } \int_0^1 x e^{2x} dx; \quad \text{г) } \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2 \sin^2 x}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 8x$, $x = 8$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 6 \cos t \\ y = 6 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 7 \cos t \\ y = 8 \sin t \end{cases}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = \sin \varphi$, $r = 2 \sin \varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = e^x + 6$, $\ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 4 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases} \quad \pi/6 \leq t \leq \pi/4.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 6(1 + \sin \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций: $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$.

Вариант №14

1. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$; б) $\int_{-\frac{4}{3}}^{\frac{11}{3}} \frac{dx}{\sqrt{3x+5} - \sqrt[4]{3x+5}}$; в) $\int_0^1 x \cdot \arctg x dx$;

г) $\int_0^{16} \sqrt{256-x^2} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 2x + 4$, $x = 0$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 2(1 + \cos \varphi)$, $r = 2 \cos \varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \ln \cos x + 2$, $0 \leq x \leq \pi/6$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 8 \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций: $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$.

Вариант №15

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 \frac{x^2}{x^6 + 4} dx; \quad \text{б) } \int_{-\frac{4}{3}}^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{6 + \sqrt{3x+8}}; \quad \text{в) } \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx; \quad \text{г) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \sin^2 x}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 2x$, $y = x + 2$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r^2 = 4\sqrt{2} \cos 2\varphi$, $r = 2$ ($r \geq 2$).

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$, $0 \leq x \leq \frac{7}{9}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 4e^{\frac{4\varphi}{3}}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций: $x = y^2 + 1$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0,5$.

Вариант №16

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx; \quad \text{б) } \int_1^9 \frac{dx}{1 + \sqrt{3x-2}}; \quad \text{в) } \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx; \quad \text{г) } \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 1 - x$, $x = -3$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид:

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}, \begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 4 \cos 4\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \sqrt{x^3}$, $0 \leq x \leq 4$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 6 \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi / 3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^2$, $x = 2$, $y = 0$.

Вариант №17

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^2 e^x \sin e^x dx; \quad \text{б) } \int_{-1}^{62} \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+2}} dx; \quad \text{в) } \int_0^{2\pi} (x + \pi) \cos x dx;$$

$$\text{г) } \int_0^{\pi/3} \frac{dx}{2 + 4 \cos^2 x + 3 \sin^2 x}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 2$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r^2 = 4 \cos 2\varphi$, $r = \sqrt{2}$ ($r \geq \sqrt{2}$).

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \ln(1 - x^2)$, $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 3(1 + \sin \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций: $y^2 = 9x$, $y = 3x$.

Вариант №18

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^2 \frac{e^x}{e^x + 1} dx; \quad \text{б) } \int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x^3}} dx; \quad \text{в) } \int_2^e \ln x dx; \quad \text{г) } \int_0^3 \frac{dx}{(9 + x^2)^{3/2}}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4x - x^2$, $y = x$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = \sin 6\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = e^x + 13$, $\ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(t - \cos t), \end{cases} \quad \pi \leq t \leq 2\pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = \sqrt{2}e^\varphi$, $\pi/3 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций: $y^2 = x - 2$, $y = 0$, $y = x^3$, $y = 1$.

Вариант №19

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_{-2}^4 \sqrt{8+2x} dx; \quad \text{б) } \int_1^3 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx; \quad \text{в) } \int_0^{\pi} x \sin 2x dx; \quad \text{г) } \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \sin x}.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 2 \cos \varphi$, $r = 3 \cos \varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = 1 + \ln \cos x$, $0 \leq x \leq \pi/6$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t), \\ y = 2(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 2 \sin \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/6$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^3$, $y = x$.

Вариант №20

1. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt[3]{1-x^3}} dx; \quad \text{б) } \int_0^{13} \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx; \quad \text{в) } \int_1^e x^3 \ln x dx; \quad \text{г) } \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 3x$, $x^2 = 3y$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид:

$$\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}, \quad \begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 2 \sin 4\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = -\ln \cos x$, $0 \leq x \leq \pi/6$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах: $r = 12e^{12\varphi/5}$, $0 \leq \varphi \leq \pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций: $y = x^3$, $y = x^2$.

Типовой расчет «Числовые и степенные ряды»

Вариант №1

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

2. Исследовать на сходимость ряды :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

3. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx$.

Вариант №2

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)}$

2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2-1}{2n^4+n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3n+2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$.

3. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,1} \sin(100x^2) dx$.

Вариант №3

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+100}{100n^2-2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^{3n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^4+2n-1}{5n^2+2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(3+\ln n)^3}$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n+3}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^1 \cos(x^2) dx$.

Вариант №4

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n}$

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+4n}{2n^4-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{2n^2+2}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(7+5\ln n)}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-1}{100n^2+1}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и

условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{n+2}} x^n$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^1 \frac{\ln(1+x/5)}{x} dx$.

Вариант №5

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n-1}{n^5-3n+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-2}{n+1}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5n+6}{10n+101}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{\sqrt{n^5+5}}$.

В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{\sqrt{n^3+1}}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.2} e^{-3x^2} dx$.

Вариант №6

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+4)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2n}{4n^3-3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n-1}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n(n+2)}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6+2}{3n^6-1}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{3+2\ln(n+1)}}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{3n^4+5}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt[4]{n^5+1}}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.2} \sin(25x^2) dx$.

Вариант №7

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+5)}$

2. Исследовать на сходимость ряды

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100\sqrt{n}+5}{n+4}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2+2}{3n-1} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n \cdot n!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{2n+3}{3n+2}$$

$$\text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{5+3\ln(n+2)}}$$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2n!}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} \frac{(x-3)^n}{3^n}$ и

исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.5} \cos(4x^2) dx$.

Вариант №8

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-2)(n-1)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{2}{3^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{5n-2} \right)^{2n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n-1)}{2^n(n+1)}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3-1}{2n^2+2};$$

$$д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+3)(2+3\ln(n+3))}$$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{5n}{6n^2-1}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{4^n(n^2+1)}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,4} \frac{\ln(1+x/2)}{x} dx$.

Вариант №9

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-2)n}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

$$а) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{1+3^n}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n^2-2}{4n^2+5} \right)^{2n}; \quad в) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n}{2^n \cdot (3n+2)};$$

$$г) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3+n^2-1}{3n^2+4n-5} \quad д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+3)(9+\ln^2(n+3))}.$$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+1}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+5)^n}{5^{2n}}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$.

Вариант №10

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-2)(n+1)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{3n^3 + 2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n-2}{6n+5} \right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^2 \cdot 3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4 + 3}{3n^4 - n}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(4 + \ln^2(n+4))}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^2 + 2}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{n(n+3)}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.4} \sin \left(\frac{5x}{2} \right)^2 dx$.

Вариант №11

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+1)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3 - 2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+3} \right)^{3n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^4}{1+n^4}$

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{(2n+3)^4 \sqrt{(\ln(2n+3))^3}}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2 + 2}$. В случае

сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n-1)4^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.2} \cos(25x^2) dx$.

Вариант №12

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+4)}$

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{2n^3-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(3n+2)\sqrt[3]{5+6\ln(3n+2)}}$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{100n+1}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(x-5)^n}{n \cdot 4^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$.

Вариант №13

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n(n-3)}$

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+2}{3n^6-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^{4n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+5\sqrt{n}}{2n+1}$;

$$д) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{(3n+4)\sqrt[4]{8+5\ln(3n+4)}}$$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n}{3n+1}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 5^n}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.5} \sin(4x^2) dx$.

Вариант №14

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+2)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^{n/2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n-1)!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(5n+3)(9+2\ln(5n+3))^4}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$. В случае

сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{3^n(n+1)}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.1} \cos(100x^2) dx$.

Вариант №15

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+3)}$.
2. Исследовать на сходимость ряд
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{n \cdot 3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3}{1+n^3}$;
 - д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^3(2n+1)}$.
3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n!}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.
4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(x-5)^n}{n \cdot 4^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.
5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^1 \sin x^2 dx$.

Вариант №16

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+1)(n+3)}$
2. Исследовать на сходимость ряды
 - а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n \frac{1}{n+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{1+n^4}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[5]{n^2} + \sqrt[3]{n}}$;
 - д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+3)\sqrt[3]{(\ln(n+3))^4}}$.
3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!x^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0,5} \ln(1 + \sqrt{x}) dx$.

Вариант №17

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+2)}$

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n+1}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+1}{n \cdot 5^n}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(2n+3)\sqrt[3]{(\ln(2n+3))^2}}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+5}{n+2}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0,5} \operatorname{arctg} x^2 dx$.

Вариант №18

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n(n+3)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+2} \right)^{n/2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2+1}{5n^4+n^2+2}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[5]{\ln^4 n}}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{6n}{7n+2}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \frac{x^n}{2^n}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0,5} \ln(1+x^3) dx$.

Вариант №19

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(n+2)(n+4)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 5\sqrt{n}}{2n+1}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{3n+1}{4n+2} \right)^{4n}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(3n-1)\sqrt[4]{(\ln(3n-1))^3}}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 3^n}$. В случае

сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\sqrt{n}} x^n$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^1 e^{-4x^2} dx$.

Вариант №20

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{6}{(n-1)(n+1)}$.
2. Исследовать на сходимость ряды
- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{n} \cdot 3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^{4n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+5}{2n+1}$;
- д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{(3n+2)\sqrt[4]{(\ln(3n+2))^5}}$.
3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+3)}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.
4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.
5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^1 \sin \frac{x^2}{9} dx$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4.

Образцы контрольных работ

Семестр 1

Контрольная работа №1

«Применения производной»

Вариант 1

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$.

Вариант №2

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x-1)}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Вариант №3

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x+9) - \ln 3}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$.

Вариант №4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(\pi x)}{\sin(3\pi x)}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{4^{x+2} - 1}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$.

Вариант 5

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{x^2 - 4\pi^2}{\operatorname{tg}(x)}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 4x)}{e^{3x-6} - 1}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{12x}{9 + x^2}$.

Вариант 6

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin(3x + \pi/4)}{\pi/4 - x}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5^{2x-3} - 5^5}{e^{x-4} - 1}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$.

Вариант 7

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sin(2\pi x)}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3^{5x+10} - 1}{\ln(4x + 9)}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$.

Вариант 8

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} (2 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-4} - 1}{\ln(33 - 2x^2)}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$.

Вариант 9

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x)}{2x^2 - 6x}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(4x - 6) - \ln 2}{2^{3x-6} - 1}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$.

Вариант 10

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{\pi - x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{3^{x-1} - 1}.$$

2. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$.

2 семестр

Контрольная работа по разделу

«Определенный интеграл»

Вариант 1

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^1 (5x-2)^4 dx. \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 3x dx. \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos(x^2) dx. \quad 4. \int_0^{\ln 2} e^{2x-1} dx. \quad 5. \int_1^2 (x+1) \ln x dx.$$

$$6. \int_{-1}^3 \frac{x}{\sqrt{2x+3}} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$a) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}; \quad б) \int_0^{\infty} e^{-x} dx.$$

Вариант 2

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^1 e^{2x} dx. \quad 2. \int_0^3 \frac{dx}{4x+2}. \quad 3. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 4. \int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x}} \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \sin x dx.$$

$$6. \int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$a) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{(1-x)^3}}; \quad б) \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx.$$

Вариант 3

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{1+4x^2}. \quad 2. \int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^5 \frac{\ln^2 x}{x} dx. \quad 5. \int_1^2 x^2 e^x dx.$$

$$6. \int_{-1}^7 \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$a) \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}; \quad б) \int_2^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt{x^4 + 1}}.$$

Вариант 4

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{1-9x^2}} dx \quad 2. \int_2^6 \sqrt{x-2} dx. \quad 3. \int_0^{1/2} \frac{\arctg 2x}{1+4x^2} dx. \quad 4. \int_2^5 e^{x^2-5} x dx. \quad 5. \int_{\pi}^{2\pi} x^2 \cos x dx.$$

$$6. \int_8^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x}-1)}$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$a) \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt[5]{(x+1)^2}}; \quad б) \int_1^{\infty} x \cdot 2^{3x^2} dx.$$

Вариант 5

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}. \quad 2. \int_0^3 \frac{x dx}{(1-x^2)}. \quad 3. \int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin x dx. \quad 4. \int_0^2 e^{3x} dx. \quad 5. \int_0^1 \arctg x dx.$$

$$6. \int_3^8 \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$a) \int_1^3 \frac{dx}{(4x-8)^2}; \quad б) \int_{\pi}^{\infty} x^2 \cos x^3 dx.$$

Вариант 6

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_1^2 \frac{dx}{2x-1}. \quad 2. \int_0^1 2^x dx. \quad 3. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^4}. \quad 4. \int_2^4 \frac{dx}{x \ln x}. \quad 5. \int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx. \quad 6. \int_{-1}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{2x+3}+1}$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

$$a) \int_{-3}^0 \frac{dx}{(2x+6)^3}; \quad б) \int_0^{\infty} \frac{\ln^2(x+1)}{x+1} dx.$$

Вариант 7

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x} \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin 5x dx \quad 3. \int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \sin(x^2) dx \quad 4. \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx \quad 5. \int_0^{\pi/2} (x^2 + 1) \sin x dx.$$

$$6. \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x+1} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

а) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{4-x^2}$; б) $\int_0^{\infty} \frac{\ln(2x+2)}{x+1} dx$.

Вариант 8

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^1 (2x-7)^2 dx \quad 2. \int_0^3 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx \quad 3. \int_0^1 x e^{x^2} dx \quad 4. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}} \quad 5. \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx$$

$$6. \int_{-1}^0 \frac{x+2}{x^2+2x+2} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

а) $\int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$; б) $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.

Вариант 9

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx \quad 2. \int_2^3 \frac{dx}{4x^2-1} \quad 3. \int_e^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x} dx \quad 4. \int_3^6 \frac{dx}{\sqrt{x-2}} \quad 5. \int_0^{2\pi} x^2 \sin x dx \quad 6. \int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

а) $\int_{-3}^1 \frac{dx}{x^2-9}$; б) $\int_3^{\infty} \ln(x-2) dx$.

Вариант 10

1. Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_0^1 (4x-5)^4 dx \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin \frac{x}{2} dx \quad 3. \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+1} dx \quad 4. \int_2^3 \sqrt{x-2} dx \quad 5. \int_{\pi/2}^{\pi} x^2 \cos x dx.$$

$$6. \int_1^6 \frac{1}{(\sqrt{x+3}-1)\sqrt{x+3}} dx$$

2. Исследовать на сходимость несобственный интеграл:

а) $\int_{-3}^1 \frac{dx}{(x+3)^4}$; б) $\int_{-\infty}^0 x e^{-3x^2} dx$.

Образец контрольной работы по разделу Приложения определенного интеграла

Вариант 1

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y - x^2 - 1 = 0, \quad x + y = 0, \quad x = -2, \quad x = 0.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4}; \quad \text{б) } \rho = 8 \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}.$$

Вариант 2.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y - \sqrt{x} - 1 = 0, \quad y = \frac{1}{2}(x - 1), \quad x = 1, \quad x = 4.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций $y = \frac{1}{1+x^2}$, $x = \pm 1$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}; \quad \text{б) } \rho = 6 \cos \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$$

Вариант 3

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = x^2 + 4x, \quad y = x + 4.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной графиками функций $y^2 = 4 - x$, $x = 0$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 4(\cos t - \cos 2t), \\ y = 4(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi; \quad \text{б) } \rho = 8(1 - \cos \varphi), \quad -\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq 0.$$

Вариант 4.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y^2 = 2x + 1, y - x - 1 = 0$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной графиками функций $y^2 = (x + 4)^3$, $x = 0$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}; \quad \text{б) } \rho = 3e^{\frac{3\varphi}{4}}, \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$$

Вариант 5.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y^2 = -8x + 16, y^2 = 24x + 48.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций $y = e^{1-x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 4 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases} \quad \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{4}; \quad \text{б) } \rho = 6(1 + \sin \varphi), \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq 0.$$

Вариант 6.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$x = \sqrt{y + 1}, x - y - 1 = 0, x = 0.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной графиками функций $y = \ln x$, $x = 2$, $y = 0$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi; \quad \text{б) } \rho = 4(1 - \sin \varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6}.$$

Вариант 7.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций $y = 1 - x^2$, $x = 0$, $x = \sqrt{y - 2}$, $x = 1$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 2,5(t - \sin t), \\ y = 2,5(1 - \cos t), \end{cases} \quad \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi; \quad \text{б) } \rho = 2(1 - \cos \varphi), \quad -\pi \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{2}.$$

Вариант 8.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$xy = -1, x = -\sqrt{y}, y = 4.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций $x = \sqrt[3]{y-2}, x = 1, y = 1$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 3\pi; \quad \text{б) } \rho = 2e^{\frac{4\varphi}{3}}, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Вариант 9.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = \ln x, y = x^2 + 1, x = 1, x = 2.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x - x^2, y = -x + 2, x = 0$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi; \quad \text{б) } \rho = 5(1 - \cos \varphi), -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq 0.$$

Вариант 10.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = e^{-x} + 2, y = 1, x = 1, x = 2.$$

2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sqrt{x-1}, y = 0, x = 2, x = 5$.

3. Найти длину дуги кривой:

$$\text{а) } \begin{cases} x = 10\cos^3 t, \\ y = 10\sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}; \quad \text{б) } \rho = 8\cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}.$$

Контрольная работа по разделу «Числовые и степенные ряды»

Вариант 1.

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}; \quad \text{д) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$$

3. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1) \cdot 2^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^1 \sin \frac{x^2}{9} dx$.

Вариант №2

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{4n+1} \right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2-1}{2n^4+n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3n+2}; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}.$$

3. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{5^n \cdot \sqrt{n+4}}.$$

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^1 \frac{1}{x} (\cos x - 1) dx$.

Вариант №3

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+100}{100n^2-2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^{3n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^4+2n-1}{5n^2+2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(3+\ln n)^3}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n+3}$.

В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-5)^n}{(3n+2) \cdot 2^n}$ и

исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$.

Вариант №4

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+4n}{2n^4-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{2n^2+2}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+2}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(7+5\ln n)}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-1}{100n^2+1}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и

условную сходимость

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{9^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0.5} \sqrt{x} e^{-x} dx$.

Вариант №5

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n-1}{n^5-3n+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-2}{n+1}\right)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5n+6}{10n+101}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{\sqrt{n^5+5}}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 \cdot 2^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0.2} e^{-3x^2} dx$.

Вариант №6

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+4)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2n}{4n^3 - 3}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{2n-1} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n (n+2)}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6 + 2}{3n^6 - 1};$$

$$\text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{3+2\ln(n+1)}}.$$

3. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n}{3n^4 + 5}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 2^n}$ и исследовать

сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0.5} \frac{\sin(2x^2)}{x} dx$.

Вариант №7

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+5)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100\sqrt{n} + 5}{n + 4}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2 + 2}{3n - 1} \right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n \cdot n!}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{2n+3}{3n+2}$$

$$\text{д) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt{5+3\ln(n+2)}}$$

3. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2n!}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость/

4. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на

концах интервала сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n+1)! 3^n}$.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$.

Вариант №8

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-2)(n-1)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{2}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{5n-2} \right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n-1)}{2^n(n+1)}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^3-1}{2n^2+2}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+3)(2+3\ln(n+3))}$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{5n}{6n^2-1}$. В

случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{5^{n+2}\sqrt{4n-3}}$ и

исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^1 \sqrt[3]{x} \cos x dx$.

Вариант №9

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-2)n}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{1+3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n^2-2}{4n^2+5} \right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n}{2^n \cdot (3n+2)}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3+n^2-1}{3n^2+4n-5}$

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(n+3)(9+\ln^2(n+3))}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+1}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (x-5)^n \sqrt[3]{n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0,25} \ln(1+\sqrt{x}) dx$.

Вариант №10

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n-2)(n+1)}$.

2. Исследовать на сходимость ряды

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{3n^3+2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n-2}{6n+5} \right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{n^2 \cdot 3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+3}{3n^4-n}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(4+\ln^2(n+4))}$.

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^2+2}$. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость.

4. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{3^n(2n+1)!}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,0001 $\int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^4}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5.

Образцы КОПТ

1 семестр

Контрольно-обучающая программа тестирования по разделу «Пределы»

Задание №1

Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	2	2)	0	3)	∞	4)	-1
----	---	----	---	----	----------	----	----

Задание №2

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x^2} - 3}{x^2}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	2	2)	2	3)	∞	4)	1/6
----	---	----	---	----	----------	----	-----

Задание №3

Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+2)[\ln(x-1) - \ln(x+2)]$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	4	2)	3	3)	$-\frac{1}{3}$	4)	-3
----	---	----	---	----	----------------	----	----

Задание №4

Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 - x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 - 4}}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	3	2)	0	3)	∞	4)	1
----	---	----	---	----	----------	----	---

Задание №5

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{2x^2 - 13x + 20}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	4	2)	1	3)	-3	4)	3
----	---	----	---	----	----	----	---

Задание №6

Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \sin 2x}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	1	2)	9/4	3)	0	4)	-1
----	---	----	-----	----	---	----	----

**Контрольно-обучающая программа тестирования по разделу
«Дифференцирование функции одной переменной»
Вариант №1**

Задание №1

Найти производную y' функции $y = \frac{3x + \sin x}{\cos x - 10}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y' = -\frac{3 + \cos x}{\sin x}$	3)	$y' = \frac{3 - \cos x}{\sin^3 x}$
2)	$y' = \frac{3x \sin x - 7 \cos x - 29}{(\cos x - 10)^2}$	4)	$y' = \frac{\cos 2x - 3x \sin x - 7 \cos x - 30}{(\cos x - 10)^2}$

Задание №2

Найти производную y' функции $y = \ln^4(2x + 1)$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y' = 8 \ln^3(2x + 1)$	3)	$y' = \frac{8 \ln^3(2x + 1)}{2x + 1}$
2)	$y' = \frac{8}{(2x + 1)^3}$	4)	$y' = 8 \ln(2x + 1) \cdot 2$

Задание №3

Найти производную y' функции заданной неявно $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y' = (2xye^y - 3x^2)y \frac{1}{x^2 ye^y}$	3)	$y' = (2xye^y - 3x^2 y) y \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$
2)	$y' = (2xye^y - 3x^2 y) \cdot \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$	4)	$y' = \frac{2xye^y - 3x^2}{1 - xye^y} \cdot y$

Задание №4

Найти производную y' функции $y = (\operatorname{tg} 3x + 1)^x$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y' = (tg 3x + 1)^x \cdot \left(\ln(tg 3x + 1) + \frac{3x}{\cos^2 3x(tg 3x + 1)} \right)$	3)	$y' = \frac{3x(tg 3x + 1)^{x-1}}{\cos^2 3x}$
2)	$y' = (tg 3x + 1)^x \cdot \ln(tg 3x + 1)$	4)	$y' = x(tg 3x + 1)^{x-1}$

Задание №5

Найти производную y' функции $y = 2x^4 - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2}$	3)	$y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^4}$
2)	$y' = 8x^3 + \frac{1}{x\sqrt[3]{x}}$	4)	$y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 1$

Задание №6

Найти производную y' функции $y = (x + x^3) \cdot \arctg x$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y' = (1 + 3x^2)\arctg x + x$	3)	$y' = \frac{1 + 3x^2}{1 + x^2}$
2)	$y' = 3x^2\arctg x + x$	4)	$y' = (1 + 3x^2) \cdot (1 + x^2)$

Задание №7

Найти производную y''_{xx} функции заданной параметрически

$$\begin{cases} x = 4t^3 - 2t + 4 \\ y = -t^4 + 2t^3 - 4 \end{cases}$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y''_{xx} = \frac{-6t^4 + 3t^2 - 3t}{(6t^2 - 1)^3}$	3)	$y''_{xx} = \frac{-t + 1}{2}$
2)	$y''_{xx} = \frac{-12t^4 + 6t^2 - 6t}{(6t^2 - 1)^2}$	4)	$y''_{xx} = \frac{2}{-t + 1}$

Задание №8

Найти производную y' функции $y = 7^{2x} + \frac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$y' = 7^x \ln 7 \cdot 2 + \frac{2}{5} x^{-\frac{3}{5}}$	3)	$y' = x \cdot 7^{x-1} + \frac{2}{5} x^{\frac{1}{5}}$
2)	$y' = 7^{2x} \ln 7 \cdot 2 - \frac{8}{5x^5 \sqrt{x^2}}$	4)	$y' = 7^x \ln 7 + x \cdot 7^{x-1} + \frac{4}{x^3 \sqrt{x^2}}$

**Образец контрольно-обучающей программы тестирования по разделу
Функции нескольких переменных**

Вариант 1

Задание №1

Найти область определения функции $z = \frac{2x+3y-1}{x-y} + \ln(x-y)$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$x \geq 0; y \geq 0;$	3)	$x \neq y$
2)	$x > y$	4)	$x \geq (1-3y)/2$

Задание №2

Дана функция $z = x \ln \frac{y}{x}$. Чему равно выражение $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ в точке $(1, e)$?

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	1	3)	3
2)	$(e+1)/e$	4)	0

Задание №3

Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$z_{\min}(-4;1) = -11$	3)	экстремума нет;
2)	$z_{\max}(-4;1) = -11$	4)	нет верного ответа.

Задание №4

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + 4xy - 2y^2 - 6x - 1$ в треугольнике $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 3$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$z_{\text{наиб}} = -2,8$, $z_{\text{наим}} = -4$;	3)	нет верного ответа
2)	$z_{\text{наиб}} = -1$, $z_{\text{наим}} = -19$;	4)	$z_{\text{наиб}} = -1$, $z_{\text{наим}} = -10$.

Задание №5

Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ для функции $z = x^2 y - y^2 x$, если $\begin{cases} x = u \cos v \\ y = u \sin v \end{cases}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$3u^2 \sin v \cos v (\cos v - \sin v)$	3)	$-u^2 \cos 2v (\cos v + \sin v)$
2)	$u^2 \sin v \cos v (\cos v - \sin v)$	4)	$u^2 \cos 2v (u \cos v + \sin v)$

**Образец контрольно-обучающей программы тестирования по разделу
Неопределенный интеграл
Вариант 1**

Вариант № 1

Задание №1			
Найти интеграл $\int \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3x^2 - \sqrt[4]{x^3} \right) dx$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$2\sqrt[3]{x^2} + \frac{x^3}{3} - \frac{4}{7}\sqrt[4]{x^7} + C$	2)	$3\sqrt[3]{x^2} + x^3 - \frac{4}{7}\sqrt[4]{x^7} + C$
3)	$3\sqrt[3]{x^2} - x^3 - 4\sqrt[4]{x^7} + C$	4)	$3\sqrt[3]{x^2} - x^3 - \sqrt[4]{x^7} + C$

Задание №2			
Найти интеграл $\int \frac{dx}{x(3-2\ln x)}$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$-\frac{1}{2}\ln 3-2\ln x + C$	2)	$\frac{1}{2}\ln 3-2\ln x + C$
3)	$\ln x(3-2\ln x) + C$	4)	$\frac{2}{\ln 3-2\ln x ^2} + C$

Задание №3			
Найти интеграл $\int \frac{xdx}{\cos^2 x^2}$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\frac{1}{2}\operatorname{tg}x + C$	2)	$\frac{1}{2}\operatorname{tg}x^2 + C$

3)	$tg^2 x + C$	4)	$-\frac{1}{2 \cos x^2} + C$
----	--------------	----	-----------------------------

Задание №4

Найти интеграл $\int \frac{x^2 dx}{x+1}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x+1} + C$	2)	$\frac{x-1}{2} + \ln x+1 + C$
3)	$\frac{x^2}{2} - x + \ln x+1 + C$	4)	$\frac{(x-1)^2}{2} + 4\ln x+1 + C$

Задание №5

Найти интеграл $\int 2^{\sin 3x} \cos 3x dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\frac{1}{\sin 3x + 1} 2^{\sin 3x + 1} + C$	2)	$\frac{1}{2} 2^{\sin 3x} + C$
3)	$\frac{1}{3 \ln 2} 2^{\sin 3x} + C$	4)	$\frac{1}{\ln 2} 2^{\sin 3x} + C$

Задание №6

Найти интеграл $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$2\sqrt{x} - \ln 1 + \sqrt{x} + C$	2)	$2\sqrt{x} - \ln 1 + \sqrt{x} + C$
----	--------------------------------------	----	--------------------------------------

3)	$\frac{1}{2}\sqrt{x} - \ln 1 + \sqrt{x} + C$	4)	$\frac{1}{2}\sqrt{x} - \ln 1 + \sqrt{x} + C$
----	--	----	--

Задание №7

Найти интеграл $\int \operatorname{arctg} x dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln 1 + x^2 + C$	2)	$x \operatorname{arctg} x - 2 \ln 1 + x^2 + C$
3)	$2x \operatorname{arctg} x - \ln 1 + x^2 + C$	4)	$\frac{1}{2} x \operatorname{arctg} x - \ln 1 + x^2 + C$

Задание №8

Найти интеграл $\int \frac{dx}{2x^2 + x + 1}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\frac{2}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + C$	2)	$\frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{2} + C$
3)	$\frac{1}{2\sqrt{7}} \ln \left \frac{4x+1}{4x-1} \right + C$	4)	$\frac{1}{\sqrt{7}} \ln \left \frac{4x-1}{4x+1} \right + C$

Задание №9

Найти интеграл $\int \sin^3 2x dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\cos 2x - \frac{\cos^3 2x}{3} + C$	2)	$-\frac{1}{2} \left(\cos 2x - \frac{\cos^3 2x}{3} \right) + C$
----	-------------------------------------	----	---

3)	$\frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos^3 2x}{3} + C$	4)	$2\left(\cos 2x + \frac{\cos^3 2x}{3}\right) + C$
----	---	----	---

Задание №10

Найти интеграл $\int \frac{3x+4}{(x-2)(x+1)} dx$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\frac{1}{3} \ln x-2 - \frac{10}{3} \ln x+1 + C$	2)	$\frac{10}{3} \ln x-2 - \frac{1}{3} \ln x+1 + C$
3)	$\frac{3}{10} \ln x-2 - \frac{1}{3} \ln x+1 + C$	4)	$\frac{1}{3} \ln x-2 + \frac{3}{10} \ln x+1 + C$

ПРИЛОЖЕНИЕ №6

Образцы билетов

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Математический анализНаправление Экономика

БИЛЕТ № 1

- 1) Функция: определение, способы задания, область определения.
- 2) Приращение аргумента и приращение функции. Производная функции, ее геометрический и экономический смыслы.
- 3) Вычислить пределы:
 а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 3x}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2})$.
- 4) Вычислить производные функций
 а) $y = (3^x - \sqrt[3]{x})(3 \operatorname{arctg} x - 2 \log_3 x)$, б) $y = \operatorname{arctg}(e^x)$
- 5) Вычислить производную функции $y = (\sin 2x)^{5e^x}$.
- 6) Исследовать на непрерывность функцию $y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 1}$.
- 7) Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1$.

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Курс **I** Дисциплина **Математический анализ**

Семестр **II** Направление **Экономика**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Признаки сравнения числовых рядов. Признак Даламбера.
3. Вычислить интегралы: 1) $\int e^{2x}(3x-2) dx$, 2) $\int \frac{1+\ln^3 x}{x} dx$.
4. Определить объем продукции, произведенной рабочим за пятый час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = \frac{15t^2 + 10t + 3}{3t + 2}$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 32 - x^2$, $y = -4x$.
6. Исследовать на сходимость ряды:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{2n}, \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}.$$