

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б.Н. Ельцина



Математика

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшей математики**
 Учебный план 40050350_21_1 сз.plx
 Специальность 40.05.03 - РФ, 530002 - КР Судебная экспертиза
 Специализация "Криминалистические экспертизы"

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 72
 в том числе:
 аудиторные занятия 36
 самостоятельная работа 35,8

Виды контроля в семестрах:
 зачеты с оценкой 1

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		Итого	
Неделя	18			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18
Практические	18	18	18	18
Контактная работа в период теоретического обучения	0, 2	0,2	0,2	0,2
В том числе инт.	6	6	6	6
Итого ауд.	36	36	36	36
Контактная работа	36	36,2	36,2	36,2
Сам. работа	35	35,8	35,8	35,8
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Усенов И.А.



Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., профессор, Байзаков А.Б.



Рабочая программа дисциплины

Математика

разработана в соответствии с ФГОС 3++:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - специалитет по специальности 40.05.03 Судебная экспертиза (приказ Минобрнауки России от 31.08.2020 г. № 1136)

составлена на основании учебного плана:

Специальность 40.05.03 - РФ, 530002 - КР Судебная экспертиза

Специализация "Криминалистические экспертизы"

утвержденного учёным советом вуза от 29.06.2021 протокол № 10.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Высшей математики

Протокол от 01.09.2021 г. № 1

Срок действия программы: 2021-2026 уч.г.

Зав. кафедрой Лелевкина Л.Г.



Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
01 09 2022 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 1 09 2022 г. № 1
Зав. кафедрой Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
_____ 2023 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от _____ 2023 г. № _____
Зав. кафедрой Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
_____ 2024 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от _____ 2024 г. № _____
Зав. кафедрой Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
_____ 2025 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от _____ 2025 г. № _____
Зав. кафедрой Лелевкина Л.Г.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	ознакомить студентов с основными понятиями математики, со спецификой их использования в правовых исследованиях
1.2	формировать у студентов основ математического (абстрактно-ситуативного) мышления; привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности
1.3	воспитать математической культуры обучающегося
1.4	научить применять математические методы самостоятельной исследовательской и аналитической работе, в профессионально служебной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Курс «высшей математики» базируется на курсах алгебры, геометрии и началу анализа средней школы. При изучении дисциплины нужно хорошо владеть знаниями геометрии, уметь работать с элементами начала анализа, знать основные законы алгебры: коммутативный, ассоциативный и дистрибутивный.
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Судебная баллистика и судебно-баллистическая экспертиза
2.2.2	Основы судебно-бухгалтерской экспертизы
2.2.3	Основы финансово-экономической экспертизы
2.2.4	Обеспечение информационной безопасности
2.2.5	Методы и средства судебно- экспертных исследований

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОПК-2: Способен анализировать мировоззренческие, социальные и личностно-значимые проблемы в целях формирования ценностных, этических основ профессиональной деятельности	
Знать:	
Уровень 1	- классификацию и общую характеристику методов и технических средств, применяемых при проведении экспертных исследований;
Уровень 2	- основные физические, физико-химические и химические методы анализа, применяемые при проведении экспертных исследований;
Уровень 3	- основы метрологии: методы и технические средства, используемые для получения количественных характеристик объектов криминалистического исследования, включая международную систему единиц измерения СИ.
Уметь:	
Уровень 1	- использовать естественнонаучные методы и средства для решении профессиональных задач, использовать средства измерения;
Уровень 2	использовать математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач
Уровень 3	Теоретические и методологические основы естественнонаучных дисциплин и способы их использования при решении конкретных профессиональных задач
Владеть:	
Уровень 1	-навыками применения естественнонаучных методов при решении профессиональных задач, использовать средства измерения.
Уровень 2	Навыками работы с учебной литературой, основной терминологией и понятийным аппаратом базовых естественнонаучных дисциплин
Уровень 3	Методами сбора, анализа информации и в состоянии продемонстрировать навыки по сбору, анализу и обработку показателей, для получения выводов

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	Основные понятия и методы линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа:
3.1.2	матрицы и действия над ними; миноры и алгебраические дополнения матрицы; обратная матрица; определители и их свойства; решение систему линейных алгебраических уравнений методами Крамера, Гаусса, матричным способом; различные уравнения прямой на плоскости; кривые второго порядка функции, способы задания, графики, преобразования графиков; понятие предела и непрерывности функции; производную, дифференциал функции одной переменной; исследование функции и построение графиков; об интегрировании функции.

3.2	Уметь:
3.2.1	распознавать различить виды матрицы;
3.2.2	правильно выполнять действия с матрицами;
3.2.3	вычислить определители 2,3-порядков;
3.2.4	находить обратную матрицу;
3.2.5	решать систему линейных алгебраических уравнений методами Крамера, Гаусса, матричным способом;
3.2.6	составлять уравнения прямых на плоскости;
3.2.7	находить углы между прямыми;
3.2.8	распознавать типы кривых второго порядка;
3.2.9	построить графики функции и преобразовать графиков;
3.2.10	вычислить пределы последовательностей и функции;
3.2.11	находить производные, дифференциалы функции одной переменной;
3.2.12	исследовать функции с помощью производной и построить график;
3.2.13	найти и вычислить интегралы;
3.3	Владеть:
3.3.1	применении математического языка и символики для выражения количественных и качественных отношений объектов;
3.3.2	построения типовых математических моделей в профессиональной области;
3.3.3	в применении аналитических методов решения типовых задач и интерпретации полученных результатов;
3.3.4	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)								
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте пакт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия							
1.1	Матрицы. Определители. СЛАУ. /Лек/	1	6	ОПК-2	Л1.1 Л1.2	2		Проблемная лекция (СЛАУ)
1.2	Матрицы и их виды, действия над ними. Обратная матрица. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.3	Определители и их свойства. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2			
1.4	СЛАУ. Метод Крамера. Метод Гаусса. Матричный метод. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2			
1.5	Прямой на плоскости. Кривые второго порядка. /Лек/	1	4	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2			
1.6	Различные виды уравнения прямых. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.7	Канонические уравнения кривых второго порядка и их характеристики. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	2		Кейс пакет
1.8	Выполнение домашних заданий и типового расчета №1. /Ср/	1	18	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3			Задания типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ №3, образцы решения типовых расчетов - ПРИЛОЖЕНИЕ №7

	Раздел 2. Математический анализ							
2.1	Функция. Предел функции и непрерывности. Дифференцирование. Интеграл. /Лек/	1	8	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2			
2.2	Понятие функции. График функции. Графики элементарных функций. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.3	2		Кейс пакет
2.3	Понятие предела и непрерывности функции. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
2.4	Дифференцирование функций. /Пр/	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
2.5	Понятие интеграла. Таблица интегралов. Формула Ньютона-Лейбница. Применение определенного интеграла.	1	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
2.6	Выполнение домашних заданий и типового расчета №2. /Ср/	1	17,8	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3			Задания типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ №3, образцы решения типовых расчетов - ПРИЛОЖЕНИЕ №7
2.7	/КрТО/	1	0,2					

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Первый семестр - зачет

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Матрицы и действия с ними. Свойства операций над матрицами.
2. Определители 2-го и 3-го порядков и их свойства.
3. Обратная матрица и способы ее нахождения.
4. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы.
5. Ранг матрицы.
6. Метод Гаусса.
7. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
8. Расстояние от точки до прямой.
9. Угол между прямыми.
10. Окружность, эллипс и основные свойства.
11. Гипербола и основные свойства.
12. Парабола и основные свойства.
13. Понятие функции. Способы задания функций. Примеры. Элементарные функции.
14. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Примеры.
15. Предел функции (два определения). Основные теоремы о пределах.
16. Первый и второй замечательные пределы.
17. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Примеры.
18. Производная функции, её геометрический смысл. Дифференцируемость и непрерывность функции.
19. Производные элементарных функций.
20. Основные правила дифференцирования.
21. Дифференциал функции и его использование в приближенных вычислениях.
22. Производные и дифференциалы высших порядков.
23. Первообразная. Понятие неопределенного интеграла.
24. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы.
25. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
26. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
27. Замена переменной в определенном интеграле.
28. Приложения определенного интеграла.

29.	Приложение дифференциала.
30.	Интегрирование по частям.
Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИЕ 1	
Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИЕ 2	
5.2. Темы курсовых работ (проектов)	
Курсовая работа учебным планом не предусмотрена	
5.3. Фонд оценочных средств	
Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам. Типовые расчеты №1, №2 в количестве 15 вариантов (ПРИЛОЖЕНИЕ 3), Контрольная работа №1 (ПРИЛОЖЕНИЕ 4) в количестве 15 вариантов.	
5.4. Перечень видов оценочных средств	
Типовые расчеты, контрольные работы, КОПТ	

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)			
6.1. Рекомендуемая литература			
6.1.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман	Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и практикум	2010
Л1.2	Баврин И.И.	Для студентов естественно-научных специальностей педагогических вузов: Высшая математика	Издательский центр «Академия» 2010
6.1.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Элькин В.Д., Беляева Т.М.	Основы информатики и математики для юристов: для студентов 1 курса	Элит 2007
Л2.2	Кремер Н.Ш., Путко Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н.	Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и практикум	М.: Высшее образование 2008
Л2.3	Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А.	Сборник задач по высшей ма-тематике : Учебное пособие	М.: Айрис-пресс 2008
6.3. Перечень информационных и образовательных технологий			
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии			
6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.		
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).		
6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам математики.		
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения			

6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материалы для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), учебно-методический комплекс специальности (ЭУМК), необходимый учебный материал (ЭУМ), электронный учебный курс (ЭУК), и электронная библиотека. Данные материалы размещены на сайте кафедры www.math.krsu.edu.kg
6.3.2.2	Л.Г.Лелевкина Методические указания по методам интегрирования неопределенных интегралов
6.3.2.3	Усенов И.А., Усенова Р.К. Элементы линейной алгебры
6.3.2.4	Джаналиева Ж.Р., Добулбекова С.Б. Аналитическая геометрия
6.3.2.5	Федорова Е.С., Шемякина Т.А. Линейная алгебра
6.3.2.6	Федорова Е.С., Эгембердиев Ш.А. Типовые расчеты по аналитической геометрии

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест (7/318);
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест (7/318);
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видео-материалов;
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования по различным разделам математики.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Математики» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.

Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.

При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы.

Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.

За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятии студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты. Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях, приведенные в рабочей программе образцы выполнения типовых расчетов (ПРИЛОЖЕНИЕ № 6). В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Математика» проводится в виде контрольной работы. Образцы контрольных работ и КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИЯХ.

До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.

Контрольные работы и компьютерное тестирование проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.

В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.

Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

Образцы выполнения контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 7.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию (экзамен, зачет, диф.зачет) студенты обязаны иметь при себе зачетные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации.

На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.

Оценка промежуточного контроля:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 9.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале

Оценка по традиционной системе

85 – 100

Зачтено (отлично)

70 – 84

Зачтено (хорошо)

60 – 69

Зачтено (удовлетворительно)

0 – 59

Незачтено (неудовлетворительно)

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ

1. Найти линейную комбинацию матриц

$$1. \quad 3A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \quad 5A - 4B + E, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 7 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad 3B + 4A, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad 7A + B - 3E, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 7 & 1 & 7 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A - 11B, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 9 & 1 & 7 \\ 5 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 5 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найти произведения матрицы АВ и ВА

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad B = (3 \quad 6 \quad 2)$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Транспонировать матрицу

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 2 & -7 \end{pmatrix},$$

$$5. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Вычислить определителей второго порядка

$$1. \quad \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2. \quad \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 7 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$3. \quad \begin{vmatrix} 11 & 9 \\ 3 & 32 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

5. Вычислить определителей 3-го порядка

$$1. \quad \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -7 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2. \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & 8 & -7 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$3. \quad \begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ -2 & 1 & -7 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 6 & 1 & -7 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

6. Найти расстояние между двумя точками

1. $M_1(5;6)$, $M_2(2;2)$.
 2. $M_1(5;6)$, $M_2(3;2)$.
 3. $M_1(4;3)$, $M_2(2;2)$.
 4. $M_1(1;5)$, $M_2(4;2)$.
 5. $M_1(5;2)$, $M_2(2;2)$.
- . Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 пополам.
1. $M_1(5;2)$, $M_3(2;2)$.
 2. $M_1(5;2)$, $M_3(1;2)$.
 3. $M_1(3;2)$, $M_3(1;6)$.

Приложение №1. Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ | 3

4. $M_1(6;2)$, $M_3(4;4)$. 5. $M_1(2;6)$, $M_3(2;2)$

2. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(5;2)$, $M_3(2;2)$ пополам.

3. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(5;2)$, $M_3(1;2)$ пополам.

4. Найти площадь треугольника с вершинами $A(3;-2)$, $\hat{A}(-5;-4)$, $\tilde{N}(-1;6)$.

5. Найти площадь треугольника с вершинами $A(2;5)$, $\hat{A}(-3;4)$, $\tilde{N}(-4;-2)$.

7. Прямая в плоскости

1. Определит взаимное расположение следующих пар прямых:

$$3x + 5y - 9 = 0, \quad 10x - 6y + 4 = 0.$$

2. Определит взаимное расположение следующих пар прямых:

$$x - 2y - 1 = 0, \quad -2x + 4y + 2 = 0.$$

3. Определит взаимное расположение следующих пар прямых:

$$x + 8 = 0, \quad 2x - 3 = 0.$$

4. Дано общее уравнение прямой $12x - 4y - 60 = 0$. Написать уравнение с угловым коэффициентом.

5. Дано общее уравнение прямой $12x - 4y - 60 = 0$. Написать уравнение в отрезках.

6. Найти угол, образуемый прямой $5x + 5y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .

8. Эллипс

1. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) координаты фокусов.

2. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) эксцентриситет эллипса.

3. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$. Найти: 1) координаты фокусов; 2) уравнения директрис и расстояние между ними.

4. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) фокальные радиусы точки $M(5;0)$.

9. Гипербола

1. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) координаты фокусов.

2. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) эксцентриситет гиперболы.
3. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$. Найти: 1) координаты фокусов; 2) уравнения директрис.
4. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) фокальные радиусы точки $M(5,0)$ правой ветви гиперболы.

10. Парабола

1. На параболе $y^2 = 4x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 4.
2. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти координаты ее фокуса.
3. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти длину фокального радиуса точки $M(4; 4)$.

11. Область определения функции

1. Найти области определения функции $f(x) = x^3 - x$.
2. Найти области определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+1}$.
3. Найти области определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+1}$.
4. Найти области определения функции $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$.
5. Найти области определения функции $f(x) = 5 \sin x$.
6. Найти области определения функции $f(x) = 1 - 3 \ln x$.

12. Четность и нечетность функции

1. Установить четность и нечетность функций $f(x) = \cos 2x + x \sin x$.
2. Установить четность и нечетность функций $f(x) = x^2 \sin 3x$.
3. Установить четность и нечетность функций $f(x) = \cos 2x$.
4. Установить четность и нечетность функций $f(x) = |x+1| + 2$.
5. Установить четность и нечетность функций $f(x) = \cos 2x + x \sin x$.
6. Установить четность и нечетность функций $f(x) = x \sin x$.

7. Установить четность и нечетность функций $f(x) = x^2 - x$.

13. Пределы

1. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.
2. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$.
3. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$.
4. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5}{x^2 - 6x + 5}$.
5. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$.
6. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$.
7. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$.
8. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$.
9. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^3}$.
10. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{3 - x} - \frac{4}{x^2 - 9} \right)$.

14. Производная

Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim_{x \rightarrow \pi/8} \frac{\pi/4 - 2x}{\sin(2x + 3\pi/4)}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(3x - 14)}{4^{2x-10} - 1}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 6) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7^{2x-3} - 7^3}{e^{6-2x} - 1}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 + \cos(x/2)}{(x - 2\pi)^2}$.
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(13 - 3x^2)}{3^{x-2} - 1}$.

Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$
2. $y = \frac{8x^4 - 7 \log_8 x}{e^x + 2 \arcsin x}$

3. $y = \ln tg(4x-1)$

4. $y = (\sin x)^{x^3}$

5. $y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$

Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \arctg 7t, \\ y = 7t^4 - 21t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \ln(8-7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \operatorname{arcctg} 7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \ln(4+3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$$

15 Интегралы

Вычислить неопределенный интеграл

1. $\int \frac{x^2}{x^3+8} dx$.

2. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$

3. $\int e^{\cos x} \sin x dx$

4. $\int (4-5x)3^x dx$

5. $\int \frac{x^3+9x^2+11x-20}{x^2(x+5)} dx$

6. $\int (x-1)(x^2+x+1) dx$

7. $\int e^{2\sin x} \cos x dx$.

8. $\int \frac{1}{1-\sqrt{x}} dx$

9. $\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x+3\sin^2 x}$

10. $\int \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$

Вычислить определенный интеграл

1. $\int_2^3 y \ln(y-1) dy$

2. $\int_{-2}^0 x e^{-x/2} dx$.

3. $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$.

4. $\int_0^{\pi} x \sin x dx$.

5. $\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx$.

6. $\int_1^2 (y-1) \ln y dy$.

7. $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$.

8. $\int_{-1/3}^{-2/3} x e^{-3x} dx$.

9. $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.

10. $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x dx$.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

1. Привести к ступенчатому виду матрицы

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & -2 \\ 7 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители разложением по какой-нибудь строке или столбцу

$$1. \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$2. \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 8 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -6 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$3. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & 8 \\ 3 & 2 & 1 & 9 \\ 2 & 6 & 2 & 7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 8 & 1 & -5 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 5 & 8 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 8 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 8 \\ 4 & 8 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу методом элементарных преобразований

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Исследовать системы линейных уравнений, для совместных систем, найти решение

$$1. \begin{cases} x + 2y = 3, \\ -2x + 3y = 0, \\ -2x - 4y = 1. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -x + y - 3z = 5, \\ 3x - y - z = 2, \\ 2x + y - 9z = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - y - z = 0, \\ 3x + 4y - 2z = 0, \\ 3x - 2y + 4z = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11, \\ 3x + 4y - z = -5. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -2; \\ -5x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 12x_4 = -4; \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 12x_4 = -1; \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

5. Метод координат

1. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(3;2)$, $M_3(1;6)$ пополам.
2. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(6;2)$, $M_3(4;4)$ пополам.
3. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(2;6)$, $M_3(2;2)$ пополам.
4. Найти площадь треугольника с вершинами $A(3;4)$, $\hat{A}(2;-1)$, $\tilde{N}(1;-7)$.
5. Найти площадь треугольника с вершинами $A(-4;-5)$, $\hat{A}(3;3)$, $\tilde{N}(5;-2)$.
6. Найти площадь треугольника с вершинами $A(-3;5)$, $\hat{A}(4;-3)$, $\tilde{N}(-2;-4)$.

6. Прямая

1. Найти угол, образуемый прямой $6x - 6y - 17 = 0$ с положительным направлением оси Ox .

2. Найти угол, образуемый прямой $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$ с положительным направлением оси Ox
3. Дано общее уравнение прямой $3x - 2y - 60 = 0$. Написать уравнение с угловым коэффициентом.
Дано общее уравнение прямой $15x + 12y - 60 = 0$. Написать уравнение в отрезках.
4. Дано общее уравнение прямой $x - 4y - 60 = 0$. Написать уравнение с угловым коэффициентом.
5. Дано общее уравнение прямой $10x + 5y - 50 = 0$. Написать уравнение в отрезках.
6. Написать уравнение биссектрисы второго и четвертого координатных углов.
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2;3;1)$ параллельно плоскости Oxy .
8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(5;-4;6)$ перпендикулярно оси Ox .
9. Написать уравнение плоскости $3x + 4y + 6z - 12 = 0$ в отрезках.
10. Написать уравнение плоскости $4x + 6y + 3z - 12 = 0$ в отрезках

7. Эллипс

1. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая ось равна 12 и фокусы суть $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.
2. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 6 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{6}$.
4. Составить уравнение эллипса, если эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{7}{25}$ и заданы фокусы $(\pm 7,0)$.
5. Составить уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равна 24 и большая ось равна 26.
6. Составить уравнение эллипса, если эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{6}$ и заданы фокусы $(\pm 5,0)$.

8. Гипербола

1. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-6;0)$, $F_2(6;0)$.

Приложение №2. Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ | 4

2. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его малая ось равна 4 и фокусы суть $F_1(-10;0)$, $F_2(10;0)$.
3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его большая полуось равна 10 и эксцентриситет гиперболы равен $\varepsilon = \frac{6}{5}$.
4. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{25}{7}$ и заданы фокусы $(\pm 25,0)$.
5. Составить уравнение гиперболы, если $c = 10$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.
6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.

9. Парабола

1. Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(2; -4)$.
2. Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4$ с осью Ox .

10. Область определения функции

1. Найти области определения функции $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.
2. Найти области определения функции $f(x) = \frac{1}{x-1}$.
3. Найти области определения функции $f(x) = \sin 3x$.
4. Найти области определения функции $f(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{5-x}$.
5. Найти области определения функции $f(x) = \log_2(x-2)$.
6. Найти области определения функции $f(x) = 5^{\frac{1}{x+2}}$.
7. Найти области определения функции $f(x) = \sqrt{x^2 + 10x + 25}$.
8. Найти области определения функции $f(x) = \frac{x^2 - 4}{5x + 3}$.
9. Найти области определения функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$.

11. Точки разрыва функция

1. Найти точку разрыва функции $f(x) = \frac{3}{x-4}$.
2. Найти точку разрыва функции $f(x) = \frac{3}{x}$.
3. Найти точку разрыва функции $f(x) = \operatorname{tg} x$.

4. Найти точку разрыва функции $f(x) = 3^{\frac{1}{x-3}}$.

5. Найти точку разрыва функции $f(x) = 3^{\frac{1}{x-3}}$.

6. Найти точку разрыва функции $f(x) = x - |x|$.

7. Найти точку разрыва функции $f(x) = 1 - 3^{\frac{1}{x}}$.

8. Найти точку разрыва функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$.

12. Предел

1. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{5-x} - \frac{4}{x^2-25} \right)$.

2. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$.

3. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$.

4. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$.

5. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{x}}$.

6. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x}{x}$.

7. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$.

8. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$.

9. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$.

10. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x^3}$.

13. Производные

Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin x}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x-1)}$.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1}.$

6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x+9) - \ln 3}.$

Найти производные следующих функций:

1. $y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$

2. $y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$

3. $y = \ln \sin(2x+5)$

4. $y = x^{\ln x}$

5. $y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$

Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

1. $\begin{cases} x = \ln(1+2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x = \ln(1-4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$

14. Интегралы

1. $\int x \sqrt{5-x^2} dx.$

2. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int x^3 e^{x^4} dx$

4. $\int (3x-2) \cos 2x dx$

5. $\int \frac{x^3 - 8x - 14}{(x+2)(x-4)} dx$

6. $\int \frac{3x^2 - x^5 e^x - 14}{x^5} dx$

7. $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx.$

8. $\int \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}-1} dx$

9. $\int \frac{dx}{3+2 \cos x}$

10. $\int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt[3]{1+x^2} dx.$

11. $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5}{\sqrt{x^6+1}} dx.$

12. $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx.$

13. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx.$

14. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx.$

15. $\int_{3/4}^{4/3} \frac{4x}{x^2+1} dx.$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 1 + \frac{3}{4}x^2$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 1 - x^2$ $x = 0$, $x = 1$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ $y = 0$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{1 + x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$.
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = -x$.
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2(x - 1)$, $x = 3$.

ОБРАЗЦЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

Типовой расчет №1

Вариант 1

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы 1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$, 2. $\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 4; \\ 2x + y - 6z = 1; \\ 2x + 3y + 2z = 2. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых

$$2x - y - 1 = 0 \text{ и } 3x - y + 4 = 0 \text{ параллельно прямой } 4x + 2y - 13 = 0.$$

5. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 6 и

$$\text{эксцентриситет эллипса равен } e = \frac{5}{6}.$$

6. Найти угол, образуемый прямой $5x + 5y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .

7. Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4 = 0$ с осью Ox .

Вариант 2

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 4A^T - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы 1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 5 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}$, 2. $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -7 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 3; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

- Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы AE и высоты AD .
- Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.
- Найти угол, образуемый прямой $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$ с положительным направлением оси Ox
- Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(2; -4)$.

Вариант 3

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 6A^T - 9, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 9 & -7 & -5 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 \\ 3 & 4 & 7 & 9 \\ 1 & 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

Вариант 4

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 8A + 3A^T - 3, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 2; \\ x - 3y + z = 3. \end{cases}$$

- Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(-2;1)$ на расстоянии 1 от начала координат.
- Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $F(1;1)$, $K(-2;3)$.

6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.
7. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти координаты ее фокуса.

Вариант 5

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7A - 9A^T + 1, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 12 \\ 4 & -1 & 4 & 3 \\ 9 & -8 & -6 & 8 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -7 \\ 3 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2; \\ x + y - z = 3; \\ x + y + 2z = 6. \end{cases}$$

4. Найти геометрическое место точек, расстояние от которых до прямой $5x - 12y + 26 = 0$ равно 3.
5. Дан треугольник с вершинами $A(-2;0), B(2;4), C(4;0)$. Найти уравнения сторон треугольника.
6. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-6;0), F_2(6;0)$.
7. На параболе $y^2 = 4x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 4.

Вариант 6

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A + 4A^T - 2, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 4 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ 4x - y + z = 2. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x + 3y - 1 = 0$ и $x - 2y + 4 = 0$ параллельно прямой $6x + 2y - 13 = 0$.

- Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 7 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{8}{7}$.
- Найти угол, образуемый прямой $5x + y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .
- Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4 = 0$ с осью Oy .

Вариант 7

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 4 & 4 & -1 & 4 \\ 3 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

- Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения сторон и высоты AD .
- Написать уравнение биссектрисы второго и четвертого координатных углов.
- Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 7 и фокусы суть $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.
- Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(3; -5)$.

Вариант 8

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 4, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

- Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,3)$, параллельно прямой $6x + 5y + 6 = 0$

5. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках $A(1;3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если $c = 15$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.
7. Дана парабола $x^2 = 7y$. Найти длину фокального радиуса точки $M(3; 4)$.

Вариант 9

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = 3A^2 + 2(3E + A)A^T - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} -10 & -3 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 8 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 8 \\ 2 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

4. Найти геометрическое место точек, расстояние от которых до прямой $5x - 2y + 6 = 0$ равно 5.
5. Дан треугольник с вершинами $A(-2;3), B(2;4), C(4;2)$. Найти уравнения сторон треугольника.
6. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 4 и фокусы суть $F_1(-11;0), F_2(11;0)$.
7. На параболе $y^2 = 5x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 7.

Вариант 10

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 3A^T, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 2 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \\ 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(-6; 2)$ на расстоянии 2 от начала координат.

5. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $A(7;1)$, $B(-5;3)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{7}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{9}{3}$.
7. Дана парабола $x^2 = 9y$. Найти координаты ее фокуса.

Вариант 11

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 3A + 2, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 & 2 \\ 4 & 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x - y - 1 = 0$ и $7x - y + 4 = 0$ параллельно прямой $5x + 2y - 13 = 0$.
5. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 3 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{7}$.
6. Найти угол, образуемый прямой $5x + 3y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .
7. Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $5x - 3y - 4$ с осью Ox .

Вариант 12

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 3A^T + 2, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 5 \\ 4 & 3 & 8 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$
4. Дан треугольника с вершинами $A(-2;7)$, $B(2;4)$, $C(4;6)$. Найти уравнения медианы AE и высоты AD .
5. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 7 и фокусы суть $F_1(-8;0)$, $F_2(8;0)$.
6. Найти угол, образуемый прямой $\sqrt{3}x - y - 8 = 0$ с положительным направлением оси Ox
7. Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(5; -4)$.

Вариант 13

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2A^2 - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -4 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -9 & -3 \\ 5 & 13 & -7 & 1 \\ 3 & -3 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 2; \\ x - y + z = 1. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,3)$, параллельно прямой $3x + 2y + 6 = 0$
5. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках $A(1,3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если $c = 10$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.
7. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти длину фокального радиуса точки $M(4; 4)$.

Вариант 14

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ -6 & -8 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 6 \\ 9 & -8 & -6 & 4 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 4 \\ 5 & 6 & -1 \\ -2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(-2;5)$ на расстоянии 3 от начала координат.
5. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $A(4;1)$, $B(-2;3)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.
7. Дана парабола $x^2 = 5(y - 5)$. Найти координаты ее фокуса.

Вариант 15

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7AA^T + 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ -11 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 8 & -8 & -6 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 & 11 \\ 2 & 0 & 6 & -9 \\ 8 & -3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

4. Найти геометрическое место точек, расстояние от которых до прямой $5x - 13y + 26 = 0$ равно 5.
5. Дан треугольник с вершинами $A(-2;7)$, $B(2;4)$, $C(4;8)$. Найти уравнения сторон треугольника.
6. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 8 и фокусы суть $F_1(-16;0)$, $F_2(16;0)$.
7. На параболе $y^2 = 49x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 5.

Типовой расчет №2

Вариант 1

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} (x - \sqrt{x^2 + 8})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$$

$$2. y = \ln \sin(2x + 5)$$

$$3. y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int x \sqrt{5 - x^2} dx.$$

$$2. \int x^3 e^{x^4} dx$$

$$3. \int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx.$$

Вариант 2

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x + 6}{2^x - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$$

$$2. y = \frac{1}{2} \sin^4(\cos x)$$

$$3. y = (2^x + 4 \sin x)(3 \ln x - 2)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \sin^3 x \cos x dx .$$

$$2. \int 3x \sqrt{5 - x^3} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$$

Вариант 3

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} [\ln(x + 3) - x^2 + 5]$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{2x^2 - 12x + 18}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 - 4x}$$

Найти производные следующих функций

$$1. y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^2}$$

$$2. y = \arccos(\operatorname{ctg} 4x)$$

3.

$$y = (5\operatorname{tg} x - e^x)(4\log_7 x + 3)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x} dx. \quad 2.$$

$$\int (2x+1)e^{5x} dx$$

$$3. \int \frac{x^2}{x^6 + 4} dx.$$

Вариант 4

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{2x^2 - 9} - 2x) \quad 4.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 8}}{2x - 2}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3$$

$$2. y = \operatorname{arctg} e^{2x}$$

$$3. y = (8\operatorname{ctg} x + 3^x)(2\ln x - 5)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{x^2}{x^3 + 8} dx.$$

$$2. \int e^{\cos x} \sin x dx$$

$$3. \int (x-1)(x^2+x+1)dx$$

Вариант 5

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 2}{3x^2 + 5x - 6}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{5 - \sqrt{x + 23}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$$

$$2. y = \ln(\arcsin 3x)$$

$$3. y = (e^x - 4\operatorname{tg} x)(3 + 7 \log_3 x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int e^{\sin x} \cos x dx.$$

$$2. \int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx$$

$$3. \int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$$

Вариант 6

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+1}{5x-7} \right)^{x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - x - 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{(10x-4)}{\sqrt{5x^2-2x+1}} dx.$$

$$2. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$$

$$3. \int (5x^2 - 16x^4 - 2) \ln x \, dx$$

Вариант 7

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-3} - 1}{2^{x-2} - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^5 - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$$

$$2. y = \ln(e^{2x} + 3)$$

$$3. y = (e^x + 6\operatorname{ctgx})(9 + 7\log_6 x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{x}{(3+x^3)^2} dx$$

$$2. \int \frac{2x^2 - 5x + 2}{(x-3)(x+2)} dx$$

$$3. \int (3-5x) \cos 3x \, dx.$$

Вариант 8

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2 + 16} - x + 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{15 - 5x}{3 - \sqrt{4x - 3}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[3]{x^7} - 4x^6 + \frac{4}{x^5}$$

$$2. y = 3^{-\arcsin(6x)}$$

$$3. y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{x}{(2+x^2)^2} dx.$$

$$2. \int 3^{-x^4} \cdot x^3 dx$$

$$3. \int (6x + 2) \sin 6x \, dx$$

Вариант 9

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\ln(2x+9)}{x^2-1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-8x+16}{2x^2-5x-12}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3}$$

$$2. y = e^{tg(3x-2)}$$

$$3. y = (5^x + 2 \cos x)(10 - 3 \ln x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int 5^{-x^3} \cdot x^2 dx$$

$$2. \int \frac{4x^2-9x-4}{(x-2)(x+1)} dx$$

$$3. \int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln x}} dx.$$

Вариант 10

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x+4} \right)^{x-5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2-5x-2}{-x^2+3x-2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$$

$$2. y = (1 + \sin 2x)^{10}$$

$$3. y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int (x^5 - 4x^3 + 3) \ln x \, dx$$

$$5. \int \frac{3x^3 + 12x - 4}{x(x^2 + 4)} \, dx$$

$$3. \int \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1} \, dx$$

Вариант 11

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x - 1}{2x^2 - 4x + 3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 5x - 25}{x^2 - 25}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{6x - 2}}{9 - 3x}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$$

$$2. y = 2^{\arcsin 5x}$$

$$3.$$

$$y = (10 \ln x + 6^x)(2 \sin x - \sqrt{3})$$

Вычислить интеграл

$$1. \int (e^x + 4)^3 e^x dx.$$

$$2. \int (3x + 18) 2^x dx$$

$$3. \int \frac{(x+1)^3}{x^2} dx$$

Вариант 12

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{\ln(x+3)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 - x - 6}{3x^3 + 4x^2 + x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^3 + 3x^2}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2\sqrt{x^3} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$$

$$2. y = (1 + \cos 3x)^6$$

$$3. y = (e^x - 7 \log_3 x)(\sqrt{2} - 3 \operatorname{tg} x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx.$$

$$2. \int \frac{1}{(1+\sqrt{x})^2} dx$$

$$3. \int \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

Вариант 13

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 6x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 12x + 18}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3x+10} - 1}{2x+6}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$$

$$2. y = \ln \operatorname{tg}(4x - 1)$$

$$3. y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int (e^x + 4)^3 e^x dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$$

$$3. \int \frac{1}{x \sqrt{\ln^3 x}} dx$$

Вариант 14

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} [\ln(x^2 + 3) - \ln(3x^2 + 1)]$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{2x^2 - 11x - 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{7 - \sqrt{19-10x}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$$

$$2. y = \sin(e^{4x+3})$$

$$3. y = (e^x - 5 \log_8 x)(6 \operatorname{ctg} x - 1)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx.$$

$$2. \int \frac{x dx}{\sqrt{4x+5}}$$

$$3. \int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$$

Вариант 15

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x^2 + 12} - \sqrt{3x^2 - 3})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2 + 3x + 27}{2x^2 - 5x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4$$

$$2. y = \arcsin(\ln(2x))$$

$$3. y = (2^x + 3 \ln x)(4 \cos x + 11)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \sin^3 x \cos x dx.$$

$$2. \int \frac{1}{\sqrt{x}-1} dx$$

$$3. \int 3x\sqrt{5-x^3} dx$$

ПРИЛОЖЕНИЕ №4

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант 1

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - y - 1 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$ параллельно прямой $4x + 2y - 13 = 0$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 6 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{6}$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 4; \\ 2x + y - 6z = 1; \\ 2x + 3y + 2z = 2. \end{cases}$

Вариант 2

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 4A^T - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы AE и высоты AD .
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 5 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 2; \\ 3x + 4y - z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 3

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 6A^T - 9, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках A(1;3), B(4;1), C(-1;1).

3. Составить уравнение гиперболы, если $c = 10$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 9 & -7 & -5 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 8A + 3A^T - 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки F(1;1), K(-2;3).

3. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + y - z = 8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7A - 9A^T + 1, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольник с вершинами A(-2;0), B(2;4), C(4;0). Найти уравнения сторон треугольника.

3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-6;0)$, $F_2(6;0)$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 12 \\ 4 & -1 & 4 & 3 \\ 9 & -8 & -6 & 8 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} x + 2y + z = 2; \\ x + y - z = 3; \\ x + y + 2z = 6. \end{cases}$

Вариант 6

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A + 4A^T - 2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ 5 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x - y - 1 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$ параллельно прямой $x + 2y - 13 = 0$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 8 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{7}{6}$.

4.

5. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 4 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

6. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 1; \\ 3x + y - 5z = -8; \\ y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 7

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 3y - 1 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$ параллельно прямой $4x + y - 13 = 0$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 5 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$.

4.

5. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 4 & 4 & -1 & 4 \\ 3 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

6. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 4, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы BE и высоты BD .
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 5 и фокусы суть $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.

4. Найти ранг матрицы
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ x + 4y - 5z = 4; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = 3A^2 + 2(3E + A)A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угол между высотой BD и медианой BE в треугольнике с вершинами в точках $A(1,3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.

3. Составить уравнение гиперболы, если $c = 7$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{5}{2}x$.

4. Найти ранг матрицы
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 8 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

Вариант 10

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 3A^T, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы CE и высоты CD .
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 8 и фокусы суть $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 2 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 4; \\ 3x + 4y - 5z = -2; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 11

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 3A + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угол между высотой CD и медианой CE в треугольнике с вершинами в точках $A(1;3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.

3. Составить уравнение гиперболы, если $c = 13$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{2}{3}x$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} x - y - z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 12

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 3A^T + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;2)$, $B(3;4)$, $C(4;2)$. Найти уравнения сторон треугольника.

3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 4 и фокусы суть $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.
4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 13

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2A^2 - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$
2. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $F(7;1)$, $B(-2;3)$.
3. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{5}{3}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{5}$.
4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -4 \end{pmatrix}$
5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ x + 4y - z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 14

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$
2. Дан треугольник с вершинами $A(-4;0)$, $B(1;4)$, $C(4;1)$. Найти уравнения сторон треугольника.
3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 7 и фокусы суть $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.
4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 6 \\ 9 & -8 & -6 & 4 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

Вариант 15

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7AA^T + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $A(2;1)$, $K(-4;3)$.

3. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{5}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{7}{3}$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 8 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ x - 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$

2. Найти производной функций

$$y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

3. Найти интеграл

$$\int x \sqrt{5 - x^2} dx$$

Вариант 2

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}.$$

2. Найти производной функций

$$y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$$

3. Найти интеграл

$$\int \sin^3 x \cos x dx$$

Вариант 3

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (5 \operatorname{tg} x - e^x)(4 \log_7 x + 3)$$

3. Найти интеграл

$$\int (2x+1)e^{5x} dx$$

Вариант 4

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x^2-6x+5}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (8 \operatorname{ctg} x + 3^x)(2 \ln x - 5)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{x^3+8} dx$$

Вариант 5

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x}.$$

2. Найти производной функций

$$y = \ln(\arcsin 3x)$$

3. Найти интеграл

$$\int e^{\sin x} \cos x dx$$

Вариант 6

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2+5x-2}{3x-1}.$$

2. Найти производной функций

$$\int (5x^2-16x^4-2) \ln x dx$$

3. Найти интеграл

$$\int (3-5x) \cos 3x dx$$

Вариант 7

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1}.$$

4. Найти производной функций

$$\int (5x^2 - 16x^4 - 2) \cos x \, dx$$

5. Найти интеграл

$$\int (2 - x) \cos 4x \, dx$$

Вариант 8

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - 3x^3 + x^2}{x^4 + 2x}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x}{(2 + x^2)^2} \, dx$$

Вариант 9

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{4}{x^2 - 4} \right).$$

2. Найти производной функций

$$y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3}$$

3. Найти интеграл

$$\int 5^{-x^3} \cdot x^2 \, dx$$

Вариант 10

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x - 5}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1} \, dx$$

Вариант 11

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}.$$

2. Найти производной функций

$$y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{(x+1)^3}{x^2} dx$$

Вариант 12

1. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (e^x - 7 \log_3 x)(\sqrt{2} - 3 \operatorname{tg} x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{1}{(1 + \sqrt{x})^2} dx$$

Вариант 13

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$$

Вариант 14

1. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{3-x} - \frac{4}{x^2-9} \right).$$

2. Найти производной функций

$$y = (e^x - 5 \log_8 x)(6 \operatorname{ctg} x - 1)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{4x+5}}$$

Вариант 15

1. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{5-x} - \frac{4}{x^2-25} \right).$$

2. Найти производной функций

$$y = (2^x + 3 \ln x)(4 \cos x + 11)$$

3. Найти интеграл $\int 3x\sqrt{5-x^3} dx$

ПРИЛОЖЕНИЕ №5

ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	Типовой расчет №1 (маx 25 б)	Типовой расчет №2 (маx 25б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	0-6	0-6
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы	7-14	7-14
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки Ответы на вопросы полные или частично полные	15-17	15-17
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений	18-25	18-25

Шкала оценивания контрольных работ

Критерии оценивания	Контрольная работа (маx 10 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	0-2
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	3-4
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки	5-7
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	8-10

ПРИЛОЖЕНИЕ № 6

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

Образец выполнения типового расчета №1

Задания №1

Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = -2x^2 + 5x + 9$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} \bigcirc \quad A^2 &= A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 + 0 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \\ f(A) &= -2A^2 + 5A + 9E = -2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -14 & -4 \\ -6 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}. \quad \bullet \end{aligned}$$

Задания №2

Найти ранг матрицы методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$\bigcirc$ Приведем матрицу к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2 \cdot \Pi - I \\ 2 \cdot \Pi - I \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & -9 & -3 & -12 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \text{III} + 3 \cdot \Pi \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Полученная ступенчатая матрица содержит две ненулевые строки, значит ее ранг равен 2. Следовательно, ранг исходной матрицы также равен 2. $\bullet$

Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров и указать один из базисных миноров:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

○ Так как у матрицы A есть ненулевые элементы, то $r(A) \geq 1$. Найдем какой-либо ненулевой минор 2-го порядка (если он существует). Таким минором является, например, $M_2 = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$. Значит, $r(A) \geq 2$.

Вычислим миноры 3-го порядка, окаймляющие M_2 :

$$M_3^{(1)} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \left[\begin{array}{l} \text{разложение} \\ \text{по 2-й строке} \end{array} \right] = -1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 0;$$

$$M_3^{(2)} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \left[\begin{array}{l} \text{разложение} \\ \text{по 1-му столбцу} \end{array} \right] =$$

$$= 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2 - 2) + 6 \cdot (6 - 4) = -12 + 12 = 0;$$

Все миноры 3-го порядка, окаймляющие M_2 , равны нулю, следовательно, $r(A) < 3$. Итак, $r(A) = 2$.

Одним из базисных миноров является $M_2 = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$. ●

Задания №3

Исследовать систему линейных уравнений; если она совместна, то найти ее общее и одно частное решение:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ -2x_1 \quad \quad - 2x_3 = 16. \end{cases}$$

○ Приведем к ступенчатому виду расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & 16 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{\text{II} - \text{I} \\ \text{III} + 2 \cdot \text{I}}} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & -4 & 8 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{III} - 2 \cdot \text{II}} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Так как

$$r(A) = r(A|B) = 2 < 3 = n,$$

то система совместна и неопределенна (т.е. имеет бесконечно много решений).

Количество главных переменных равно $r(A) = 2$, количество свободных переменных равно $n - r(A) = 3 - 2 = 1$. Выберем какой-нибудь не равный нулю минор 2-го порядка полученной матрицы A , например, минор $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$. Его столбцы — 1-й и 2-й столбцы матрицы A — соответствуют переменным x_1 и x_2 — это будут *главные переменные*, а x_3 — *свободная переменная*. Запишем систему уравнений, соответствующую полученной расширенной матрице:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ x_2 - 2x_3 = 4. \end{cases}$$

Теперь для наглядности запишем эту систему в другом виде (слева остаются только главные переменные):

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = x_3 - 4, \\ x_2 = 2x_3 + 4. \end{cases}$$

Подставляя выражение для x_2 в первое уравнение, получим $x_1 = -x_3 - 8$. Обозначая свободную переменную x_3 через t , получим *общее решение системы*: $(-t - 8; 2t + 4; t)$. *Частное решение системы* получим, например, при $t = 0$: $(-8; 4; 0)$.

Ответ. система совместна и неопределенна; общее решение $(-t - 8; 2t + 4; t)$; частное решение $(-8; 4; 0)$. ●

Решить систему уравнений по формулам Крамера и с помощью

обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9, \\ 7x_1 + 8x_2 = -6. \end{cases}$$

○ а) Решим систему по формулам Крамера. Для этого найдем определитель матрицы системы:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 27$$

Так как $D \neq 0$, то решение системы существует и единственно. Найдем определители D_1 , D_2 и D_3 подставляя столбец свобод-

ных членов $\begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix}$ вместо первого, второго и третьего столбцов определителя Δ соответственно:

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{vmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \\ -6 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 0 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ -6 & 8 \end{vmatrix} = \\ &= 6 \cdot (-48) - 2 \cdot 36 + 3 \cdot (72 + 30) = \\ &= -288 - 72 + 306 = -360 + 306 = -54, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_2 &= \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 6 \\ 7 & -6 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 7 & -6 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot 36 - 6 \cdot (-42) + 3 \cdot (-24 - 63) = 36 + 252 + 3 \cdot (-87) = \\ &= 288 - 261 = 27, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_3 &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 5 & 9 \\ 7 & 8 & -6 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 7 & -6 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot (-30 - 72) - 2 \cdot (-24 - 63) + 6 \cdot (32 - 35) = \\ &= -102 - 2 \cdot (-87) + 6 \cdot (-3) = -102 + 174 - 18 = 54. \end{aligned}$$

Отсюда получим решение системы уравнений:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-54}{27} = -2,$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{27}{27} = 1,$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{54}{27} = 2.$$

Ответ. $(-2; 1; 2)$.

б) Решим систему с помощью обратной матрицы. Найдем матрицу A^{-1} , обратную к матрице системы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$.

Обратная матрица найдена в задании 3

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{16}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{14}{9} & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix}.$$

Найдем решение системы уравнений:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = X &= A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} -\frac{16}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ \frac{14}{9} & -\frac{7}{9} & \frac{2}{9} \\ -\frac{1}{9} & \frac{2}{9} & -\frac{1}{9} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} (-16 \cdot 6 + 8 \cdot 9 - 1 \cdot (-6))/9 \\ (14 \cdot 6 - 7 \cdot 9 + 2 \cdot (-6))/9 \\ (-1 \cdot 6 + 2 \cdot 9 - 1 \cdot (-6))/9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-96 + 72 + 6)/9 \\ (84 - 63 - 12)/9 \\ (-6 + 18 + 6)/9 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{18}{9} \\ \frac{9}{9} \\ \frac{18}{9} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Итак, $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$ (как и при решении по формулам Крамера). ●

Задание №4

Через точку пересечения прямых $3x - 2y + 5 = 0$, $x + 2y - 9 = 0$ проведена прямая, параллельная прямой $2x + y + 6 = 0$. Составить ее уравнение.

○ Найдем сначала точку M пересечения данных прямых. Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0, \\ x + 2y - 9 = 0. \end{cases}$$

Отсюда $4x = 4$. И далее, $x = 1$, $y = 4$, т.е. $M(1; 4)$. Угловым коэффициентом прямой $2x + y - 6 = 0$ есть $k_1 = -2$. Следовательно, угловым коэффициентом k прямой параллельной данной, есть $k = -2$ (см. (2.11)). По направлению прямой ($k = -2$) и точке $M(1; 4)$, ей принадлежащей, запишем уравнение искомой прямой: $y - 4 = -2(x - 1)$, т.е. $2x + y - 6 = 0$. ●

Найти расстояние между параллельными прямыми $3x + 4y - 20 = 0$ и $6x + 8y + 5 = 0$.

○ Возьмем на первой прямой произвольную точку A . Пусть, например, $x = 0$, тогда $y = 5$, т. е. $A(0; 5)$. По формуле (2.17) находим расстояние d от точки A до второй прямой:

$$d = \left| \frac{6 \cdot 0 + 8 \cdot 5 + 5}{\sqrt{6^2 + 8^2}} \right| = \frac{45}{10} = 4,5.$$

Задание №5

Дано уравнение эллипса $24x^2 + 49y^2 = 1176$. Найти:

- 1) длины его полуосей;
- 2) координаты фокусов;
- 3) эксцентриситет эллипса;
- 4) уравнения директрис и расстояние между ними;
- 5) точки эллипса, расстояние от которых до левого фокуса F_1 равно 12.

○ Запишем уравнение эллипса в виде (3.4), разделив обе его части на 1176:

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1.$$

- 1) Отсюда $a^2 = 49$, $b^2 = 24$, т. е. $a = 7$, $b = 2\sqrt{6}$.
- 2) Используя соотношение (3.5), находим $c^2 = 7^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25$, $c = 5$. Следовательно, $F_1(-5; 0)$ и $F_2(5; 0)$.

- 3) По формуле (3.6) находим: $\varepsilon = \frac{5}{7}$.

- 4) Уравнения директрис (3.8) имеют вид $x = \pm \frac{7}{\frac{5}{7}}$, т. е. $x = \frac{49}{5}$ и $x = -\frac{49}{5}$; расстояние между ними $d = \frac{49}{5} - \left(-\frac{49}{5}\right) = \frac{98}{5} = 19,6$.

- 5) По формуле $r_1 = a + \varepsilon x$ находим абсциссу точек, расстояние от которых до точки F_1 равно 12: $12 = 7 + \frac{5}{7}x$, т. е. $x = 7$. Подставляя значение x в уравнение эллипса, найдем ординаты этих точек: $24 \cdot 49 + 49y^2 = 1176$, $49y^2 = 0$, $y = 0$. Условию задачи удовлетворяет точка $A(7; 0)$. ●

Задание №4

Дано уравнение гиперболы $5x^2 - 4y^2 = 20$. Найти:

- 1) длины его полуосей;
- 2) координаты фокусов;
- 3) эксцентриситет гиперболы;

- 4) уравнения асимптот и директрис;
 5) фокальные радиусы точки $M(3; 2,5)$.
 ○ Разделив обе части уравнения на 20, приведем уравнение гиперболы к каноническому виду (3.12):

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1.$$

Отсюда:

- 1) $a^2 = 4$, $b^2 = 5$, т.е. $a = 2$, $b = \sqrt{5}$;
- 2) используя соотношение (3.13), находим $c^2 = 4 + 5$, т.е. $c = 3$. Отсюда находим фокусы гиперболы: $F_1(-3; 0)$ и $F_2(3; 0)$;
- 3) по формуле (3.14) находим $\varepsilon = \frac{3}{2}$;
- 4) уравнения асимптот и директрис найдем по формулам (3.17) и (3.18): $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$ и $x = \pm \frac{4}{3}$;
- 5) точка M лежит на правой ветви гиперболы ($x = 3 > 0$), воспользуемся формулами (3.15): $r_1 = 2 + \frac{3}{2} \cdot 3 = 6,5$, $r_2 = -2 + \frac{3}{2} \cdot 3 = 2,5$. ●

Задание №6

Уравнение прямой $4x - 3y + 12 = 0$ представить в различных видах (с угловым коэффициентом, в отрезках, в виде нормального уравнения).

○ Для получения уравнения прямой с угловым коэффициентом разрешим заданное уравнение относительно y . Получим $3y = 4x + 12$ и далее $y = \frac{4}{3}x + 4$ — уравнение прямой с угловым коэффициентом; здесь $k = \frac{4}{3}$, $b = 4$.

Для получения уравнения прямой в отрезках перенесем свободный член $C = 12$ вправо и разделим обе части уравнения на -12 . В результате получим $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} = 1$ — уравнение в отрезках на осях; здесь $a = -3$, $b = 4$.

Приведем исходное уравнение к нормальному виду (2.8). Для этого умножим обе части уравнения $4x - 3y + 12 = 0$ на нормирующий множитель $\lambda = \frac{1}{-\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$, т.е. $\lambda = -\frac{1}{5}$. Перед корнем взят знак «минус», т.к. свободный член ($C = 12$) имеет знак «плюс». Получим $-\frac{1}{5}(4x - 3y + 12) = 0$, т.е. $-\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{12}{5} = 0$; здесь $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$), $p = \frac{12}{5}$, т.е. расстояние от $O(0; 0)$ до прямой равно 2,4. ●

Задание №7

Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти координаты ее фокуса, уравнение директрисы, длину фокального радиуса точки $M(4; 4)$.

○ Парабола задана каноническим уравнением (3.25). Следовательно, $2p = 4$, $p = 2$. Используя формулы (3.26), (3.27), (3.28) находим, что фокус имеет координаты $(0; 1)$, т. е. $F(0; 1)$; уравнение директрисы есть $y = -1$; фокальный радиус точки $M(4; 4)$ равен $r = 4 + 1 = 5$. ●

Образец выполнения типового расчета №2

Вычислить пределы:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x^2 + 2x} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+16} - 4)(\sqrt{x+16} + 4)}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+16})^2 - 4^2}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+16-16}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x+2)(\sqrt{x+16} + 4)} = \frac{1}{(0+2)(\sqrt{0+16} + 4)} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot (4+4)} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

Найти производные следующих функций:

а) $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

$$\begin{aligned} y' &= \left(5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x} \right)' = \left(5x^3 - 8x^{-2} + 4x^{1/2} \right)' = 5 \cdot 3x^2 - 8 \cdot (-2)x^{-3} + 4 \cdot \frac{1}{2}x^{-1/2} = \\ &= 15x^2 + \frac{16}{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

б) $y = \sin \sqrt{1-x^2}$.

$$\begin{aligned} y' &= \left(\sin \sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left(\sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left((1-x^2)^{1/2} \right)' = \\ &= \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot (1-x^2)' = -2x \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot \cos \sqrt{1-x^2} = \\ &= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \cos \sqrt{1-x^2}. \end{aligned}$$

$$в) y = (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) (5 \arcsin x - \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} y' &= (2 \operatorname{arctg} x + 3^x)' \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + (5 \arcsin x - \sqrt{3})' \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) = \\ &= \left(2 \cdot \frac{1}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \left(5 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 0 \right) \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) = \\ &= \left(\frac{2}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \frac{5}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) \end{aligned}$$

Вычислить интегралы:

$$1. \int x \sqrt{x+4} dx = \left| \begin{array}{l} \sqrt{x+4} = t, \quad x = t^2 - 4 \\ dx = (t^2 - 4)' dt = 2t dt \end{array} \right| = \int (t^2 - 4) \cdot t \cdot 2t dt = 2 \int (t^4 - 4t^2) dt =$$

$$= 2(t^4 - 4t^2) + C = 2 \frac{t^5}{5} - 8 \frac{t^3}{3} + C = \frac{2}{5} \sqrt{(x+4)^5} - \frac{8}{3} \sqrt{(x+4)^3} + C$$

$$2. \int x^3 e^{x^4} dx = \frac{1}{4} \int e^{x^4} 4x^3 dx = \left| 4x^3 dx = dx^4 \right| = \frac{1}{4} \int e^{x^4} dx^4 = \frac{1}{4} e^{x^4} + C$$

$$3. \int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx = \left| \frac{dx}{x} = d \ln x \right| = \int \sqrt[4]{\ln x} d \ln x = \frac{(\ln x)^{5/4}}{5/4} + C = \frac{4}{5} \sqrt[4]{\ln^5 x} + C.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ №7

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа №1

Задания №1

Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = -2x^2 + 5x + 9$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} \bigcirc \quad A^2 &= A \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 + 0 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \\ f(A) &= -2A^2 + 5A + 9E = -2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + 9 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -14 & -4 \\ -6 & -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}. \quad \bullet \end{aligned}$$

Задания №2

Уравнение прямой $4x - 3y + 12 = 0$ представить в различных видах (с угловым коэффициентом, в отрезках, в виде нормального уравнения).

○ Для получения уравнения прямой с угловым коэффициентом разрешим заданное уравнение относительно y . Получим $3y = 4x + 12$ и далее $y = \frac{4}{3}x + 4$ — уравнение прямой с угловым коэффициентом; здесь $k = \frac{4}{3}$, $b = 4$.

Для получения уравнения прямой в отрезках перенесем свободный член $C = 12$ вправо и разделим обе части уравнения на -12 . В результате получим $-\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ — уравнение в отрезках на осях; здесь $a = -3$, $b = 4$.

Приведем исходное уравнение к нормальному виду (2.8). Для этого умножим обе части уравнения $4x - 3y + 12 = 0$ на нормирующий множитель $\lambda = \frac{1}{-\sqrt{4^2 + (-3)^2}}$, т. е. $\lambda = -\frac{1}{5}$. Перед корнем взят знак «минус», т. к. свободный член ($C = 12$) имеет знак «плюс». Получим $-\frac{1}{5}(4x - 3y + 12) = 0$, т. е. $-\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{12}{5} = 0$; здесь $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = 1$), $p = \frac{12}{5}$, т. е. расстояние от $O(0; 0)$ до прямой равно 2,4. $\bullet$

Задания №3

Дано уравнение эллипса $24x^2 + 49y^2 = 1176$. Найти:

- 1) длины его полуосей;
- 2) координаты фокусов;
- 3) эксцентриситет эллипса;
- 4) уравнения директрис и расстояние между ними;
- 5) точки эллипса, расстояние от которых до левого фокуса F_1 равно 12.

○ Залишем уравнение эллипса в виде (3.4), разделив обе его части на 1176:

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1.$$

- 1) Отсюда $a^2 = 49$, $b^2 = 24$, т. е. $a = 7$, $b = 2\sqrt{6}$.
- 2) Используя соотношение (3.5), находим $c^2 = 7^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25$, $c = 5$. Следовательно, $F_1(-5; 0)$ и $F_2(5; 0)$.

Задания №4

Найти ранг матрицы методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

○ Приведем матрицу к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{2 \cdot \Pi - I, 2 \cdot \text{III} - I} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & -9 & -3 & -12 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{III} + 3 \cdot \Pi} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Полученная ступенчатая матрица содержит две ненулевые строки, значит ее ранг равен 2. Следовательно, ранг исходной матрицы также равен 2. ●

Задания №5

Решить систему уравнений по формулам Крамера и с помощью

обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9, \\ 7x_1 + 8x_2 = -6. \end{cases}$$

○ а) Решим систему по формулам Крамера. Для этого найдем определитель матрицы системы:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 27$$

Так как $D \neq 0$, то решение системы существует и единственно. Найдем определители D_1 , D_2 и D_3 подставляя столбец свобод-

ных членов $\begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix}$ вместо первого, второго и третьего столбцов определителя Δ соответственно:

$$\begin{aligned} D_1 &= \begin{vmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 6 \\ -6 & 8 & 0 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 0 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 5 \\ -6 & 8 \end{vmatrix} = \\ &= 6 \cdot (-48) - 2 \cdot 36 + 3 \cdot (72 + 30) = \\ &= -288 - 72 + 306 = -360 + 306 = -54, \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 6 \\ 7 & -6 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 6 \\ -6 & 0 \end{vmatrix} - 6 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 7 & -6 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 36 - 6 \cdot (-42) + 3 \cdot (-24 - 63) = 36 + 252 + 3 \cdot (-87) =$$

$$= 288 - 261 = 27,$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 4 & 5 & 9 \\ 7 & 8 & -6 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ 7 & -6 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot (-30 - 72) - 2 \cdot (-24 - 63) + 6 \cdot (32 - 35) =$$

$$= -102 - 2 \cdot (-87) + 6 \cdot (-3) = -102 + 174 - 18 = 54.$$

Отсюда получим решение системы уравнений:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-54}{27} = -2,$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{27}{27} = 1,$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{54}{27} = 2.$$

Ответ. $(-2; 1; 2)$.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{2(x-1)(x + \frac{1}{2})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)}{2(x + \frac{1}{2})} = \frac{2}{3}.$$

2. Найти производной функций

$$y' = (3 \cos x (5 - 4 \log_2 x))' = 3(\cos x)'(5 - 4 \log_2 x) + 3 \cos x (5 - 4 \log_2 x)' =$$

$$= -3 \sin x (5 - 4 \log_2 x) - 12 \cos x \frac{1}{x \ln 2}$$

3. Найти интеграл

$$\int x \sqrt{5 - x^2} dx = -\frac{1}{2} \int \sqrt{5 - x^2} d(5 - x^2) = |5 - x^2 = t| = -\frac{1}{2} \int \sqrt{t} d(t) = -\frac{1}{4\sqrt{t}} + c =$$

$$= -\frac{1}{4\sqrt{5 - x^2}} + c$$

ПРИЛОЖЕНИЕ №9

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

1 СЕМЕСТР

Название модулей дисциплины согласно РПД (по кол-ву ЗЕ в семестре за минусом на КР(КП))	Контроль	Форма контроля	Зачетны й	Зачетны й	График контроль
Модуль 1					
1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Текущий контроль	Типовой расчет №1	15	25	12
	Рубежной контроль	Контрольная работа№1	5	10	
Модуль 2					
2. Математический анализ	Текущий контроль	Типовой расчет №2	15	25	17
	Рубежной контроль	Контрольная работа№2	5	10	
Всего за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Дифф.зачет)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ПРИЛОЖЕНИЕ №9

Шкала оценивания промежуточной аттестации

-10 баллов -Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

-20 баллов -Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТ

Баллы	Критерий
8-10	Глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы математики проведения исследований и анализа их результатов
5-7	понимает содержание основных методов математики, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений
1-3	допускает неточности в формулировках определении; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов математики

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Баллы	Критерий
20-16	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)

ПРИЛОЖЕНИЕ №10.

ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Математика

Билет № 1

1. Найти значение матричного многочлена
- $f(A)$
- :

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad 1. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad 2. \hat{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых
- $2x - y - 1 = 0$
- и
- $3x - y + 4 = 0$
- параллельно прямой
- $4x + 2y - 13 = 0$
- .

3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 6 и эксцентриситет эллипса равен
- $\varepsilon = \frac{5}{6}$
- .

4. Найти ранг матрицы
- $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. \hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера или матричным методом

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 4; \\ 2x + y - 6z = 1; \\ 2x + 3y + 2z = 2. \end{cases}$$

6. Найти пределы функции

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{2x^2 - 10x - 13}.$$

7. Найти производные функции

$$1. y = 5x^4 - 7x^3 + 7x - 5; \quad 2. y = (x^2 + 5x - 1) \operatorname{tg} x.$$

8. Найти интегралы

$$1. \int (x^2 + \cos x - x + 5) dx; \quad 2. \int_0^1 (e^x - 5x) dx.$$

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Математика

Билет № 2

1. Найти значение матричного многочлена
- $f(A)$
- :

$$f(A) = A^2 + 5A - 4A^T - 1, \quad 1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad 2. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы AE и высоты AD .
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

4. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 5 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -7 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера или матричным методом

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 4; \\ 3x + y - 6z = 7; \\ x + y + z = 4. \end{cases}$$

6. Найти пределы функции

$$1. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 7x + 10}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{2x}.$$

7. Найти производные функции

$$1. y = 8x^4 - 5x^3 + 3x - 8; \quad 2. y = 7^x + \operatorname{Log}_2 x - \frac{e^x}{3} - \cos x.$$

8. Найти интегралы

$$1. \int (x^2 + \sin x + 5) dx; \quad 2. \int_0^1 (2^x + 8x) dx.$$