МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,

МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
дисциплины (модуля)
Теория функций комплексного переменного

Закреплена за	**Высшей математики**
Учебный план	b11030430 Направление 11.03.04 - РФ, 691000 - КР Электроника и наноэлектроника
Квалификация	**бакалавр**
Форма обучения	**очная**
Общая трудоемкость	**2 ЗЕТ**

Виды контроля в семестрах:
зачеты с оценкой 4

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

4-семестр- зачет с оценкой

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Понятие комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Различные формы записи комплексного числа.
3. Области и линии на комплексной плоскости.
4.Определение функции комплексного переменного.
5.Предел и непрерывность ФКП.
6. Элементарные функции комплексного переменного.
7. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши- Римана.
8.Конформное отображение
9. Интегрирование функции комплексного переменного. Свойства и правила вычисления интегралов.
10.Интегральная формула Коши.
11. Ряды в комплексной области. Числовые ряды.
12.Степенные ряды.
13.Ряд Тейлора и Лорана.
14. Классификация особых точек.
15. Вычеты.Теорема о вычетах.
16. Вычисление вычетов.
17.Определение порядка полюса.
18. Вычисление интегралов с применением вычетов.

Образцы заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «ТФКП» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы

формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.
В 4 семестре: Типовые расчеты №1, №2, в количестве 15 вариантов, по разделам "Комплексные числа. ФКП. Дифференцирование ФКП"., "Интегрирование ФКП. Ряды в комплексной плоскости",
количестве 15 вариантов и контрольная работы - "Комплексные числа. ФКП. Дифференцирование ФКП"., "Интегрирование ФКП. Ряды в комплексной плоскости". Образцы вариантов типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ №3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4.
Билеты для проведения итогового контроля в 4 семестре (зачет с оценкой) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 5

Приложение № 1. Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

ОБРАЗЦЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ

1. Даны два комплексных числа $z_1 = 2-3i, \quad z_2 = -4+5i.$ Вычислить $z_1 + z_2$.

2. Даны два комплексных числа $z_1 = 2+5i, \quad z_2 = -4+3i.$ Вычислить $z_1 - z_2$.

3. Даны два комплексных числа $z_1 = 2+5i, \quad z_2 = -4+3i.$ Вычислить $z_1 \cdot z_2$.

4. Даны два комплексных числа $z_1 = 2-3i, \quad z_2 = -4+5i.$ Вычислить $\frac{z_1}{z_2}$.

5. Представить в тригонометрической и показательной формах:
$1)\, z = \sqrt{2} + \sqrt{2}i\,; \;\; 2)\, z = -1 - \sqrt{3}i\,; 3)\, z = 4i$

6. Найти модуль и аргумент комплексного числа : $1)\, z = 1 + i\,; 2)\; z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$

7. Вычислить $(-1-i)^{10}$

8. Вычислить $\sqrt[5]{-32}$

9. Найти и изобразить множества точек на комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям

$1)|z-2i| \le 4; \; 2)\,\mathrm{Im}\,\frac{z}{1+i} = 0; \quad 3)\arg z = \frac{\pi}{3}; \quad 4)1 \le |z| \le 2.$

10. Решить уравнение $z^2 + 4z + 5 = 0$.

11. Вычислить $1)\ln(-1); \quad 2)Ln(-1); \quad 3)\cos i \quad 3)\cos(2-3i); \quad 4)e^{2+5i}$

12. Выделить действительную и мнимую части: $1)\sin z; \quad 2)\frac{1}{z-i}$

13. Вычислить интеграл $\int_\Gamma (z+5)\cos z dz$ по произвольной линии, соединяющей точки 0 и $2i$.

14. Вычислить интеграл $\int_0^i z \sin z dz$

15. Вычислить интеграл $\int_{1-i}^{2+i} (3z^2 + 2z) dz$

16. Исследовать на сходимость ряд: $1)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(3i-1)^n}{6^n}$; $2)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-i}$; $3)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!(e-i)^n}$

17. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos in}{3^n}$

18. Установить характер особой точки функции $f(z) = \frac{e^z - 1}{z}$

19. Установить характер особой точки функции $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^7}$

20. Установить характер особой точки функции $f(z) = e^{1/z^2}$.

Приложение № 2. Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ОБРАЗЦЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

1. Вычислить: $1)\dfrac{(1+i)(2-i)}{4+i}$; $2)\dfrac{(3-i)(2+i)}{(2-i)(1+i)}$; $3)\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{10}$; $4)(1+i)^8(1-i\sqrt{3})^{-6}$.
2. Найти и изобразить множества точек на комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям:

$$1)\begin{cases}|z-1-i|<1\\ |\arg z|\le\dfrac{\pi}{4}\end{cases},\quad 2)\begin{cases}|z|>1,\\ -1<\operatorname{Im} z\le 1,\\ 0<\operatorname{Re} z\le 2.\end{cases}\quad 3)\begin{cases}|z|\le 1,\\ \arg(z+i)\ge\dfrac{\pi}{4}.\end{cases}\quad 4)\begin{cases}z\cdot\bar{z}<2\\ \operatorname{Re} z\le 1\end{cases}$$

3. Найти действительную и мнимую части указанных функций

$1)w=z+z^2$; $2)w=2i-z+2z^2$; $3)w=\dfrac{z+i}{1-\bar{z}}$;

$4)w=\dfrac{\bar{z}}{i}+\dfrac{i}{\bar{z}}$; $5)w=\operatorname{Re}\left(z^2+i\right)+i\operatorname{Im}\left(z^2-i\right)$.

4. Вычислить и представить в алгебраической форме все значения выражения: $1)Ln\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$; $2)e^{-1+\frac{3\pi}{4}i}$; $3)\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{3i}$; $4)1^i$; $5)sh(-2+i)$.
5. Пользуясь условиями Коши-Римана, выяснить, какие из функций являются аналитическими: $1)w=\bar{z}\cdot z^2$; $2)w=z\cdot e^z$; $3)w=|z|\operatorname{Re}\bar{z}$; $4)w=e^{5z}$; $5)w=\ln z$.
6. Восстановить аналитическую функцию f(z) по известной действительной или мнимой части

$1)u(x,y)=x^2-y^2+x,\ f(0)=0$; $2)u(x,y)=e^{-y}\cos x,\ f(0)=1$;

$3)v(x,y)=3x^2y-y^3,\ f(0)=1$; $4)u(x,y)=e^{-2x}\cos 2y,\ f(0)=2$.

7. Вычислить интеграл $\oint_{\Gamma}(z-z_0)^n\,dz$, *где* $\Gamma=\{z\,||z-z_0|=R\}$.
8. Вычислить интеграл $\oint_{\Gamma}\bar{z}dz$, где Γ-отрезок, соединяющий точки $z=0,\ z=1+i$.
9. Вычислить интеграл $\int_{\Gamma}(2z+1)\bar{z}dz$, $\Gamma=\{z\,||z|=1,0\le\arg z\le\pi\}$.
10. Пользуясь интегральной формулой Коши, вычислить интеграл $\oint_{\Gamma^+}\dfrac{e^{z^2}}{z^2-6z}dz$, $1)\Gamma:|z-2|=1$; $2)\Gamma:|z-2|=3$; $3)\Gamma:|z-2|=5$
11. Найти круг сходимости ряда $1)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{3}\right)^n(z-i)^n$; $2)\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(z+2)^{2n}}{n^2\cdot 3n}$; $3)\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n z^n}{n2^n\cdot\ln n}$; $4)\sum_{n=1}^{\infty}(z-i)^n$.

12. Разложить функции f(z) в ряд Тейлора по степеням $z - z_0$:

$$1)\, f(z) = \frac{z+1}{z^2+2z-3},\ z_0 = 0; \quad 2)\, f(z) = \ln(2+3z),\ z_0 = 1.$$

13. Разложить функции f(z) в ряд Лорана в окрестности z:

$$1)\, f(z) = z^2 e^{\frac{1}{z}},\ z = 0; \quad 2)\, f(z) = \frac{z+1}{z+2},\ 3 < |z-1| < \infty.$$

14. Найти все особые точки функции и определить их тип:

$$1)\, f(z) = \frac{z+1}{(z-2)^2(z+4)^3}; \quad 2)\, f(z) = \frac{\cos z}{\pi z - 2z^2}.$$

15. Найти вычеты функции

$$1)\, f(z) = \frac{\sin z^2}{z^3 - \frac{\pi}{4}z^2}; \quad 2)\, f(z) = \frac{1}{(z^2+1)^2}; \quad 3)\, f(z) = z^2 e^{1/z}.$$

16. С помощью вычетов вычислить контурные интегралы:

$$1)\, \oint_{|z|=2} \frac{e^z dz}{z^3(z+1)}; \quad 2)\, \oint_{|z|=\frac{1}{2}} z^2 \sin\frac{1}{z}\, dz; \quad 3)\, \oint_{|z+1|=4} \frac{z dz}{e^z + 3}.$$

Приложение № 3. Образцы типовых расчетов

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №1

Вариант 1

1. Определить действительную и мнимую части комплексного числа $\frac{1}{1-i}$.

2. Показать на комплексной плоскости множества, заданные следующими неравенствами: $\begin{cases} |z+i|<2, \\ 0<\operatorname{Re} z\le 1 \end{cases}$.

3. Решить уравнение $z^6+2z^3+2=0.$

4. По условиям Даламбера — Эйлера доказать аналитичность функции и найти ее производную: $w=z^2-iz.$

5. Найти аналитическую функцию $f(z)$, действительная часть которой равна $u(x,y)=3e^x\sin y.$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №2

Вариант 1

1. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой: $\int\limits_L \frac{\bar{z}}{z}dz;\quad L=\{1<|z|<2, \operatorname{Re} z>0\}.$

2. Найти и построить круг сходимости $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(z+i)^n}{(2+3i)^{n+1}}.$

3. Функцию $f(z)=z^2\sin\pi\frac{z+1}{z}$ разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z_0=0.$

4. Определить тип особой точки z=0 для функции $f(z)=\frac{e^{5z}-1}{chz-1-z^2/2}.$

5. Вычислить, используя основную теорему о вычетах, $\oint\limits_L \frac{dz}{(z^3+z)(z^2+4)}$

Приложение № 4. Образцы контрольных работ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант 1

1. Вычислить $\left(-2-\sqrt{2}i\right)^{15}$

2. Вычислить $\sqrt[4]{(\sqrt{3}+\sqrt{3}i)}$

3. Найти и изобразить множества точек на комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям: $\begin{cases} |z|>1, \\ -1<\operatorname{Im} z\le 1, \\ 0<\operatorname{Re} z\le 2. \end{cases}$

4. Найти действительную и мнимую части функции $w=\operatorname{Re}\left(z^2+i\right)+i\operatorname{Im}\left(z^2-i\right).$

5. Восстановить аналитическую функцию f(z) по известной действительной части $u(x,y)=x^2-y^2+x,\ f(0)=0.$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Пользуясь интегральной формулой Коши, вычислить интеграл $\oint\limits_{\Gamma^+}\frac{e^{z^2}}{z^2-6z}dz, \quad \Gamma:|z-2|=1.$

2. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos in}{3^n}$

3. Разложить функции f(z) в ряд Тейлора по степеням $z-z_0$:

$f(z)=\frac{z+1}{z^2+2z-3}, z_0=0.$

4. Найти все особые точки функции и определить их тип: $f(z)=\frac{z+1}{(z-2)^2(z+4)^3}.$

5. С помощью вычетов вычислить интеграл: $\oint\limits_{|z+1|=4}\frac{zdz}{e^z+3}.$

Приложение №5. Образцы билетов
ПРИЛОЖЕНИЕ № 5

Кыргызко-Российский Славянский Университет
Кафедра Высшей Математики
Курс 2 Семестр 4
Дисциплина **Теория функций комплексной переменной**
Специальность ЕЭН

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № ___**1**____

1.Геометрическое изображение линий и областей на комплексной плоскости.

2. Вычеты. Вычисление интералов с помощью вычетов.

3. Представить в тригонометрической и показательной формах комплексное число: $z = 1 - i\sqrt{3}.$

4. По условиям Даламбера — Эйлера доказать аналитичность функции и найти ее производную: $w = z \cdot e^z.$

5. Вычислить интеграл $\int_{1-i}^{2+i} (3z^2 + 2z)dz$

6. Разложить функции f(z) в ряд Лорана в окрестности z:
$f(z) = \frac{z+1}{z+2}, 3 < |z-1| < \infty.$

7. Найти все особые точки функции и определить их тип: $f(z) = \frac{\cos z}{\pi z - 2z^2}.$

Составитель доц. А.К. Курманбаева

И.о.зав. кафедрой
«Высшая математика» доц. И.В. Гончарова