

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ, ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИЙ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина



Математика

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшей математики**

Учебный план b38030230_22_2 м.plx
38.03.02 Менеджмент

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **10 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 360

в том числе:

аудиторные занятия 144

самостоятельная работа 179,8

35,7

Виды контроля в семестрах:

зачет 1

экзамен 2

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.&b><Семестр на курсе>)	1 (1.1)		2 (1.2)		Итого	
Неделя	18 1/6		18 3/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	36	36	36	36	72	72
Практические	36	36	36	36	72	72
Контактная работа в период теоретического обучения	0,2	0,2			0,2	0,2
Контактная работа в период экзаменационной сессии			0,3	0,3	0,3	0,3
В том числе инт.	8	8	8	8	16	16
Итого ауд.	72	72	72	72	144	144
Контактная работа	72,2	72,2	72,3	72,3	144,5	144,5
Сам. работа	107,8	107,8	72	72	179,8	179,8
Часы на контроль			35,7	35,7	35,7	35,7
Итого	180	180	180	180	360	360

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Карабакиров К.Р. 

Рецензент(ы):

профессор, Байзаков А.Б. 

Рабочая программа дисциплины

Математика

разработана в соответствии с ФГОС 3++:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 970)

составлена на основании учебного плана:

38.03.02 Менеджмент

утвержденного учёным советом вуза от 27.08.2022 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Высшей математики

Протокол от 01.09.2022 г № 1

Срок действия программы: 2022-2026 уч.г.

Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л.Г. 

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

28.08 2023 г.

Гусева Ю.В.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 30.08 2023 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

28.10 2024 г.

Лелевкина Л.Г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 28.08 2024 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

_____ 2025 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от _____ 2025 г. № ____
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., Гончарова И.В.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

_____ 2026 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от _____ 2026 г. № ____
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., Гончарова И.В.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	Целями освоения дисциплины Математика являются ознакомление студентов с основами разделов математики, выработка у них умения формулировать и исследовать различные математические модели экономических задач.
1.2	Задача преподавания курса – развить логическое и абстрактное мышление студента; дать студенту знания в вопросах не только связанных с решением систем линейных уравнений, но и в вопросах примыкающих или вытекающих из линейной алгебры. Это касается векторного пространства, аналитической геометрии, квадратичных форм. Научить пользоваться простейшими математическими методами решения прикладных задач, самостоятельно изучать математическую и справочную литературу. Развить интеллект студентов и способность к логическому и алгоритмическому мышлению.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Для освоения данной дисциплины необходимы знания по предметам «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объеме средней школы.
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Процессы принятия управленческих решений
2.2.2	Статистика
2.2.3	Информационные технологии в менеджменте
2.2.4	Основы экономической теории и макроэкономика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	основные понятия и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики
3.2	Уметь:
3.2.1	решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений; использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные
3.3	Владеть:
3.3.1	математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Матричная алгебра и СЛАУ							
1.1	Матрицы. Действия над ними. Определители. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.8			
1.2	Матрицы. Действия над ними. Определители. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.8			
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.8			
1.4	Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.8			
1.5	Метод Гаусса. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.8			
1.6	Метод Гаусса. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.8			

1.7	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.2			
1.8	Системы линейных алгебраических уравнений. Базисные решения. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.8			
1.9	Системы линейных алгебраических уравнений. Опорные решения. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.8			
	Раздел 2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия							
2.1	Векторы. Действия над ними. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1			
2.2	Векторы. Действия над ними. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.1			
2.3	Прямая на плоскости. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.2			
2.4	Прямая на плоскости. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.2			
2.5	Кривые 2-го порядка на плоскости. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.2			
2.6	Кривые 2-го порядка на плоскости. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.2			
2.7	Проекция вектора на ось. Направляющие косинусы. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.2			
2.8	Плоскость в пространстве. /Ср/	1	8		Л1.1Л2.2Л3.2			
2.9	Прямая в пространстве. /Ср/	1	8		Л1.1Л2.2Л3.2			
	Раздел 3. Пределы							
3.1	Графики основных элементарных функций. Преобразования графиков. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			
3.2	Пределы. свойства. неопределенности /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.4			
3.3	Пределы. свойства. неопределенности /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.4			
3.4	Замечательные пределы /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.4			
3.5	Замечательные пределы /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.4			
3.6	Множества. Функция: ОДЗ, свойства /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.5			
3.7	Сравнение бесконечно малых функций. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.4			
3.8	Непрерывные функции и их свойства. Классификация точек разрыва. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.5			
	Раздел 4. Производные							
4.1	Производная функции и ее применение. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			
4.2	Производная функции и ее применение. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			
4.3	Исследование функции с помощью производной. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			
4.4	Исследование функции с помощью производной. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			
4.5	Основные теоремы о дифференцируемых функциях. /Ср/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			

4.6	Правило Лопиталя /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.5			
4.7	Замечательные пределы по правилу Лопиталя. /Ср/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			
	Раздел 5. Неопределенные и определенные интегралы							
5.1	Неопределенный интеграл. Свойства. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.9			
5.2	Неопределенный интеграл. Свойства. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.3	Методы интегрирования неопределенных интегралов. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.9			
5.4	Методы интегрирования неопределенных интегралов. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.5	Определенный интеграл и его применение. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.3			
5.6	Определенный интеграл и его применение /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.3			
5.7	Интегрирование четвертой простейшей рациональной дроби. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.8	Интегрирование тригонометрических функций. Тригонометрические подстановки. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.9	Несобственный интеграл. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.3			
5.10	/КрЭк/	1	0,3					
5.11	/Экзамен/	1	35,7					
	Раздел 6. Элементы комбинаторики. Случайные события							
6.1	Элементы комбинаторики /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.2	Элементы комбинаторики /Пр/	2	2					
6.3	Случайные события. Действия над ними. Несовместность событий. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.4	Случайные события. Действия над ними. Несовместность событий. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.5	Определения вероятности. Аксиоматическое построение теории вероятностей /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.6	Условная вероятность. Полная вероятность. Независимость событий. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.7	Условная вероятность. Полная вероятность. Независимость событий. /Пр/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.8	Последовательность независимых испытаний. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.9	Последовательность независимых испытаний. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.10	Сочетания и размещения с повторениями. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.11	Проверка свойств операций над событиями. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.12	Примеры вероятностных пространств. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			

6.13	Задачи на геометрическую вероятность. Задача о встрече. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.14	Полиномиальное распределение. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
	Раздел 7. Дискретные случайные величины.							
7.1	Дискретные случайные величины. Числовые характеристики. Свойства. /Лек/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
7.2	Дискретные случайные величины. Основные распределения. Свойства. /Пр/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
7.3	Простейший поток событий. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
7.4	Вычисление числовых характеристик основных дискретных распределений. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
	Раздел 8. Непрерывные случайные величины.							
8.1	Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики. Свойства. /Лек/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
8.2	Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики. Свойства. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
8.3	Непрерывные случайные величины. Основные распределения. Свойства. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
8.4	Непрерывные случайные величины. Основные распределения. Свойства. /Пр/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
8.5	Закон больших чисел. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
8.6	Закон больших чисел. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
8.7	Функции случайных величин. /Ср/	2	6		Л1.2Л2.2Л3.6			
8.8	Системы случайных величин. /Ср/	2	6		Л1.2Л2.2Л3.6			
	Раздел 9. Распределения. Выборки							
9.1	Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.2	Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.3	Статистические оценки параметров распределений. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.4	Статистические оценки параметров распределений. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.5	Условные варианты. Метод произведений. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.6	Условные варианты. Метод произведений /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.7	Эмпирические и теоретические частоты. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			

9.8	Эмпирические и теоретические частоты. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.9	Распределения Стьюдента, Фишера-Снедекора. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.10	Групповая, внутригрупповая, межгрупповая и общая дисперсии. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.11	Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.12	Построение нормальной кривой дискретно распределенного признака. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
	Раздел 10. Гипотезы. Корреляция							
10.1	Статистическая проверка статистических гипотез. Критерий Пирсона. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.2	Статистическая проверка статистических гипотез. Критерий Пирсона. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.3	Корреляционная зависимость. Выборочный коэффициент корреляции. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.4	Корреляционная зависимость. Выборочный коэффициент корреляции. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.5	Построение прямой и кривых линий регрессий. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.6	Построение прямой и кривых линий регрессий. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.7	Точность оценок асимметрии и эксцесса эмпирического распределения. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.8	Выбор критической области. Мощность критерия. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.9	Понятие о множественной корреляции. Выборочное корреляционное отношение. /Ср/	2	8		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.10	/КрЭж/	2	0,3					
10.11	/Экзамен/	2	35,7					

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ:

1 СЕМЕСТР ЭКЗАМЕН

1. Матрицы: определение, типы, операции.
2. Определители 2го, 3го и n-ого порядков, способ вычисления определителей, их свойства.
3. Минор и алгебраическое дополнение элемента квадратной матрицы. Теорема Лапласа о вычислении определителя n-го порядка. Способы вычисления определителей порядка выше, чем 3.
4. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы и способы его вычисления.
5. Общие сведения о системах линейных алгебраических уравнений: определение системы и ее решения; совместность, несовместность, определенность и неопределенность.
6. Решение систем из n уравнений с n неизвестными методом обратной матрицы.
7. Метод Крамера.
8. Метод Гаусса.
9. Теорема Кронекера-Копелли.
10. Метод полного исключения неизвестных (метод Жордана - Гаусса).
11. Алгоритм нахождения базисных решений системы уравнений.

12. Алгоритм нахождения опорных решений системы уравнений.
13. Понятие n - мерного вектора. Типы векторов. Операции над векторами (линейные).
14. n -мерное векторное пространство.
15. Понятие о линейной комбинации и линейной зависимости системы векторов. Критерий линейной зависимости системы.
16. Размерность и базис векторного пространства.
17. Переход к новому базису.
18. Евклидово пространство. Скалярное произведение векторов и его свойства.
19. Линейные операторы и их матрицы.
20. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
21. Решение задач балансового анализа.
22. Линейная модель обмена.
23. Понятие об уравнение линии в пространстве R^2 .
24. Общее уравнение прямой.
25. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
26. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
27. Уравнение пучка прямых.
28. Каноническое уравнение прямой.
29. Уравнение прямой в отрезках.
30. Расстояние между двумя точками в R^2 .
31. Деление отрезка в заданном отношении.
32. Угол между двумя прямыми.
33. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
34. Пересечение двух прямых.
35. Парабола и ее свойства.
36. Гипербола и ее свойства.
37. Распознавание линий второго порядка путем приведения ее уравнения к каноническому виду.
38. График дробно-линейной функции.
39. Общее уравнение плоскости в R^3 .
40. Канонические уравнения прямой в R^3 .
41. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, прямых в R^3 .
42. Понятие гиперплоскости и полупространства в R^n .
43. Решение линейных неравенств в R^2 .
44. Эквивалентные преобразования системы уравнений в систему неравенств.
45. Выпуклые множества и их свойства.
46. Полиэдр в R^n .
47. Теорема о представлении полиэдра в R^n .

2 СЕМЕСТР ЭКЗАМЕН

1. События. Виды событий.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
3. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
4. Действия над событиями. Теорема сложения вероятностей.
5. Условная вероятность. Независимые события. Теорема умножения вероятностей.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7. Повторные независимые испытания. Формулы Бернулли и Пуассона.
8. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
9. Случайные величины. Операции над СВ. Закон распределения ДСВ.
10. Числовые характеристики ДСВ: мат. ожидание, дисперсия, ср. кв. отклонение и их свойства.
11. Функция распределения СВ и ее свойства.
12. Непрерывные СВ. Плотность вероятности и ее свойства.
13. Числовые характеристики НСВ.
14. Мода и медиана. Начальные и центральные теоретические моменты СВ. Асимметрия и эксцесс.
15. Основные законы распределения: биномиальный, геометрическое распределение.
16. Равномерный закон распределения. Закон распределения Пуассона.
17. Нормальный закон распределения.
18. Выборка и ее распределение: выборочная и генеральная совокупности, типы выборок.
19. Стат. распределение выборки, полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
20. Статистические оценки параметров распределения: смещенность, несмещенность, эффективность оценки. Выборочная средняя и выборочная дисперсия. Мода и медиана, вариационный размах и коэффициент вариации.
21. Анализ смещенности выборочной средней и выборочной дисперсии.
22. Начальный и центральный эмпирические моменты.
23. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
24. Метод максимального правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
25. Метод наименьших квадратов.
26. Интервальные оценки. Доверительный интервал.
27. Доверительный интервал для оценки мат. ожидания нормального распределения.

28. Распределение хи-квадрат и Стьюдента.
 29. Доверительный интервал для оценки ср. кв. отклонения нормального распределения.
 30. Доверительные интервалы для оценки мат. ожидания нормального распределения при неизвестном ср. кв. отклонении.
 31. Проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода.
 32. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

В 1 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Линейная и векторная алгебра", "Аналитическая геометрия", "Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента", «Дифференцирование функций одной переменной», «Неопределенный и определенный интегралы», КОПТ «Функции нескольких переменных», "Ряды" контрольная работа.

Во 2 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Теория вероятностей", "Математическая статистика", контрольная работа.

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3,
 контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4,
 компьютерных контрольно-обучающих программ тестирования (КОПТов) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 5

Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (экзамен), во 2 семестре (экзамен) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты
2. Контрольные работы
3. КОПТ

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
ЛП.1	Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман	Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и практикум	2010
ЛП.2	Гмурман В. Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: Электронно-библиотечный ресурс	Электронно-библиотечный ресурс 2010

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
ЛП.1	Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В.	Математика в экономике: Учебник	М.: Финансы и статистика 1999
ЛП.2	Ермакова В.И.	Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник	М.: ИНФРА-М 2003

6.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
ЛП.1	Л.Г. Лелевкина, А.К. Курманбаева	Векторная алгебра: Учебно-методическое пособие для компьютерного тестирования	2010

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
ЛЗ.2	Лелевкина Л.Г., Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б.	Основы аналитической геометрии: учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2012
ЛЗ.3	Давидюк Т.А., Гончарова И.В.	Определенный интеграл и его приложения: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2010
ЛЗ.4	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М.	Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2009
ЛЗ.5	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М.	Дифференцирование функций одной переменной: Контрольно-обучающая компьютерная программа тестирования	КР-СУ 2009
ЛЗ.6	Эгембердиев Ш.А.	Теория вероятностей: учебно-методическое пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2011
ЛЗ.7	Эгембердиев Ш.А., Белеков К.Ж.	Математическая статистика: учебное пособие для студентов экон. направлений	Бишкек: Изд-во КРСУ 2014
ЛЗ.8	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А.	Линейная алгебра. Ч. 1: Учебно-методическое пособие	Бишкек: КРСУ 2015
ЛЗ.9	Лелевкина Л.Г., Карабакиров К.Р.	Методы интегрирования неопределенных интегралов: Учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2017
6.3. Перечень информационных и образовательных технологий			
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии			
6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.		
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).		
6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам математического анализа.		
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения			
6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), учебно-методический комплекс данной специальности (ЭУМК), необходимый учебный материал (ЭУМ), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека.		
6.3.2.2	Данные материалы размещены на сайте кафедры www.math.krsu.edu.kg		
6.3.2.3	ЭУМП:		
6.3.2.4	Лелевкина Л.Г., Курманбаева А.К. Векторная алгебра		
6.3.2.5	http://math.krsu.edu.kg/metodich/vectalg.pdf		
6.3.2.6	Федорова Е.С., Шемякина Т.А. Линейная алгебра		
6.3.2.7	http://math.krsu.edu.kg/metodich/linalg.pdf		
6.3.2.8	Федорова Е.С., Эгембердиев Ш.А. Типовые расчеты по аналитической геометрии		
6.3.2.9	http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeom.pdf		
6.3.2.10	Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С. Аналитическая геометрия		
6.3.2.11	http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeomjan.pdf		
6.3.2.12	Курманбаева А.К. Сызыктуу алгебранын негиздери. Окуу-методикалык куралы		
6.3.2.13	http://math.krsu.edu.kg/metodich/syzalgebra.pdf		
6.3.2.14	Л.Г. Лелевкина, И.В. Гончарова, Н.М. Комарцов Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента		
6.3.2.15	http://math.krsu.edu.kg/metodich/limits.pdf		

6.3.2.16	Л.Г. Лелевкина, И.В. Гончарова, Н.М.Комарцов Дифференцирование функций одной переменной
6.3.2.17	http://math.krsu.edu.kg/metodich/diffunc.pdf
6.3.2.18	Л.Г. Лелевкина Методические указания по методам интегрирования неопределенных интегралов
6.3.2.19	http://math.krsu.edu.kg/metodich/undefint.pdf
6.3.2.20	Т.А. Давидюк, И.В. Гончарова Определенный интеграл и его приложения
6.3.2.21	http://math.krsu.edu.kg/metodich/oprint.pdf
6.3.2.22	Л.Г. Лелевкина, Е.А. Саламатина Функции двух и нескольких переменных
6.3.2.23	http://math.krsu.edu.kg/metodich/funcseveralvar.pdf
6.3.2.24	Т.А. Давидюк, И.В. Гончарова Методические указания к решению задач по теории вероятностей
6.3.2.25	http://math.krsu.edu.kg/metodich/metodich_tv.pdf
6.3.2.26	Ш. А. Эгембердиев Теория вероятностей
6.3.2.27	http://math.krsu.edu.kg/metodich/EgemberdievTeoriaVeroyatnostey.pdf
6.3.2.28	Ш. А. Эгембердиев Математическая статистика
6.3.2.29	http://math.krsu.edu.kg/images/matstat_egemberdiev.pdf
6.3.2.30	
6.3.2.31	ЭУМК:
6.3.2.32	Ш. А. Эгембердиев Теория вероятностей
6.3.2.33	http://math.krsu.edu.kg/umk/ekonom-tv.pdf
6.3.2.34	Ш. А. Эгембердиев Математическая статистика
6.3.2.35	http://math.krsu.edu.kg/umk/ekonom-mat.stat..pdf
6.3.2.36	
6.3.2.37	ЭУМ:
6.3.2.38	Т.М. Иманалиев Курс лекций по теории вероятности и математической статистике
6.3.2.39	http://math.krsu.edu.kg/lectures/imanaliev.pdf
6.3.2.40	
6.3.2.41	Электронная библиотека:
6.3.2.42	http://math.krsu.edu.kg/index.php?option=com_content&task=view&id=19&Itemid=50
6.3.2.43	

7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест;
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест;
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видео-материалов;
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования по различным разделам математики.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Математика» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.

Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.

При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы.

Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.

За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятии студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты (в первом и втором семестрах – по три типовых расчета, в третьем семестре – два типовых расчета). Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового

расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях, приведенные в рабочей программе образцы выполнения типовых расчетов (ПРИЛОЖЕНИЕ № 9). В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Математика» проводится в виде контрольной работы или с применением компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования (КОПТ). Образцы контрольных работ и КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИЯХ № 4, 5 соответственно.

До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.

Контрольные работы и компьютерное тестирование проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.

В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.

Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

Образцы выполнения контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 10.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ

Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования включают в себя задания с четырьмя вариантами ответов.

В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту, количество верно решенных заданий.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию (экзамен, зачет, диф.зачет) студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации.

На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.

Оценка промежуточного контроля:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 11.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)

ПРИЛОЖЕНИЕ №1.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -2 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Найти

$P = (2A - 3B)C$.

2. Выполнить действия: $2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 7 \\ -6 & 3 & 1 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 5 & 6 & -7 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$.

5. Найти произведение матрицы $A(4 \ 7 \ -2)$ на матрицу $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & -3 \\ -6 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$.

7. Найти произведение матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ на матрицу $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

8. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$.

9. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 7 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix}$.

10. Вычислить определитель третьего порядка разложением по третьей строке

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 6 \\ 5 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

11. Вычислить определитель третьего порядка разложением по второму столбцу :

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & 6 \\ 5 & 8 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

12. Решить уравнение:
$$\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$$

13. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

14. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса или матричным способом

15.
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$$

16.
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

17.
$$\begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$$

19.
$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases}$$

20.
$$\begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$$

21.
$$\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases} \quad 24. \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$$

25. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

26. Даны координаты точек $A(1; 3; 5)$ и $B(2; 5; 6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$; длину вектора.

27. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$, если $\vec{a} \{1; 2; 1\}$

28. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{1; 2; -2\}$ и $\vec{b} = \{-2; 6; 3\}$.

29. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

30. Даны точки $A(3; -4; -2)$, $B(2; 5; -2)$. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox , Oy углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ соответственно, а с осью Oz - тупой угол γ .

31. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.

32. Вычислить $pr_{\vec{a}} \vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.

33. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на ось вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.

34. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?

35. Найти координаты вектора $\vec{a} \times (2\vec{a} + \vec{b})$, если $\vec{a} = (3; -1; -2)$, $\vec{b} = (1; 2; -1)$.

36. Найти значение α , при котором векторы $\vec{a} = \{\alpha + 1; 3 - 2\alpha; \alpha - 1\}$ и $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$ перпендикулярны.

37. Найти абсциссу вектора $\vec{a}$, если известно, что векторы $\vec{a} = (x; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; -1; 3)$, $\vec{c} = (1; 9; -11)$ компланарны.

38. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.

39. Линейный оператор $\tilde{A}$ в базисе $\vec{i}, \vec{j}$ задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$. Найти образ $\vec{y} = \tilde{A}(\vec{x})$, где вектор $\vec{x} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

40. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ и указать координаты нормального вектора.

41. Даны вершины треугольника: $A(4, 6)$, $B(-4, 0)$, $C(-1, -4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC .

42. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2, -8)$, $Q(-1, 7)$.

43. Даны вершины треугольника: $A(1, 2)$; $B(3, 7)$; $C(5, -13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB .

44. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x + 3y + 11 = 0$, $2x + 3y - 13 = 0$. Вычислить его площадь.

45. Найти точку рыночного равновесия для следующих функций спроса и предложения: $p = -2x/3 + 6$, $p = 2x/3 + 2$.

46. Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

47. Определить, при каких значениях m и n прямая $(m + 2n - 7)x + (2m - n + 4)y + 2m - 1 = 0$ параллельна оси абсцисс и отсекает на оси ординат отрезок, равный 5 (считая от начала координат). Напишите уравнение этой прямой.

48. Составить уравнение окружности с центром в точке $M(2, 2)$, касающейся прямой $3x + y - 18 = 0$.

49. Установить, какая линия определяется уравнением $y = -3\sqrt{x^2 + 1}$.

50. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, \quad x + 4y + 13z - 23 = 0.$$

51. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x + 2y + 2z + 3 = 0$.

52. Составить уравнение плоскости проходящей через ось Oz и точку $A(2; -3; 4)$.

53. Найти расстояние от точки $M_0(1, -6, -5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(2, 1, -2)$.

54. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t - 1; \\ y = t + 2; \\ z = 1 - t. \end{cases}$ с плоскостью $3x - 2y + z = 0$.

55. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x-3y+6z+7=0$?

56. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x-2y-2z+3=0$.

57. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; -3; -5)$ перпендикулярно к плоскости $6x-3y-5z+2=0$.

58. При каких значениях A и B плоскости $2x+Ay+3z-5=0$ и $Bx-6y-6z+2=0$ параллельны.

59. При каком значении α и β уравнения $2x+\alpha y+3z-8=0$ и $\beta x-6y-6z+4=0$ будут определять параллельные плоскости.

60. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x+3y-5z-15=0$ и координатными плоскостями.

Вычислить пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + x + 11}{2x^4 + 5x^2 + 1},$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{4x^2 + 5x + 1},$

6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 + 4x^2 + 1}{x^3 + 5x^2 + 10},$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10}$

12) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)}{x^2 - 5x + 6}$

13) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{(x-1)^2}$

18) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

Найти производные функций

- 1) $y = (3^x - \sqrt[3]{x})(3 \operatorname{arctg} x - 2 \log_3 x) + \sqrt{2}$
- 2) $y = \frac{e^x - 2}{\arcsin x + 2 \ln x} + \sin 1$
- 3) $y = \frac{\log_2 x + \operatorname{tg} 2}{\arccos x - 2x^2} - \ln 10$
- 4) $y = \left(2 \cos x - \frac{3}{x}\right)(\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x + 4^3)$
- 5) $y = \left(2 \operatorname{ctg} x - \frac{5}{x^3}\right)(\cos x - \ln x)$
- 6) $y = \frac{2^x - x^2 + e^2}{2 \log_2 x - 3}$
- 7) $y = \frac{5e^x + 3x^2}{2 \arcsin x + 4 \sin x} + \operatorname{tg} 5$
- 8) $y = (3 \cos x - 4 \ln x) \left(\frac{2}{x^2} + e^3 \right)$
- 9) $y = (5 \operatorname{ctg} x + 7^x) \left(\sqrt[4]{x^3} + 3 \sin x \right)$
- 10) $y = (5 \arcsin x + 2^x) \left(\sqrt[5]{x^3} - 3 \operatorname{tg} x \right)$
- 11) $y = \frac{3 \ln x + 5 \sqrt[3]{x^7}}{2 \operatorname{arctg} x + 4} + \ln 7$
- 12) $y = \frac{3e^x + 5}{2 \operatorname{tg} x + 4 \sqrt[3]{x^4}}$
- 13) $y = (3e^x - 4 \cos x)(\log_3 x + 5 \operatorname{tg} x) + \sqrt{7}$
- 14) $y = (3 \operatorname{tg} x + 5 \sqrt[5]{x^3})(\operatorname{arcc} \operatorname{tg} x - 4^x)$
- 15) $y = (2 \operatorname{arctg} x + 4^x)(3 \ln x - x^3 + 1)$
- 16) $y = (2 \operatorname{ctg} x + 3 \ln x) \left(4 \arcsin x - \sqrt[4]{x^3} \right)$
- 17) $y = \sin(x^3 + 2 \ln x) + \sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y = \sin(x^3 + 2 \ln x) + \sqrt{2}$
2. $y = (x + 4 \sin x)^3$
3. $y = \arctg(\sin 3x + 4)$
4. $y = \ln(3x^2 + 2tgx) + 1$
5. $y = 5^{\arcsin x - 3\sqrt{x}} + 2$
6. $y = \arccos(5x^2 + 5)$
7. $y = \sin(\sqrt[3]{x} + 4x) - 3$
8. $y = \log_5(\sin 2x + 4) + \sqrt{3}$
9. $y = tg(\log_2 x + 3)$
10. $y = 3^{\sqrt[4]{x} + 2x}$
11. $y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$
12. $y = \log_3(3x - \cos x)$
13. $y = \arcsin(2x^3 + \cos x)$
14. $y = ctg\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$
15. $y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$
16. $y = \arccos(\ln x + 4tgx)$
17. $y = \arccos(\cos 2x - \ln x)$
18. $y = \arctg(4e^x - 5)$

Найти неопределенный интеграл

- 1) $\int \frac{x^{7^x} - 8 + 4x \cos x}{x} dx$
- 2) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$
- 3) $\int \frac{(6x - 3)^2}{x} dx$
- 4) $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx$
- 5) $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx$
- 6) $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx$
- 7) $\int \frac{3xe^x - x \sin x + 5x}{x} dx$

- 8) $\int \frac{(2x+3)^2}{x^5} dx$.
- 9) $\int \frac{2x+1}{x-1} dx$.
- 10) $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx$.
- 11) $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx$.
- 12) $\int \frac{(3x + \sqrt[3]{x})}{x^2} dx$.
- 13) $\int \frac{x e^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx$.
- 14) $\int \frac{x^2 + 1}{x-1} dx$.
- 15) $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx$.
- 16) $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$.
- 17) $\int \frac{(x+2)^2}{x^2} dx$.
- 18) $\int \frac{(x+1)^2}{x^5} dx$.
- 19) $\int \frac{x^2 - 6}{x-5} dx$.
- 20) $\int \frac{4x^3 + 15x^2 e^x + 14x^4}{x^2} dx$.
- 21) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx$.
- 22) $\int (3x - 2) \cos 2x dx$.
- 23) $\int (3x - 2) e^{2x} dx$.
- 24) $\int (3 + 9x) \cos 8x dx$.
- 25) $\int (x^2 - 3x) \ln x dx$.
- 26) $\int (5x + 23) \cos 8x dx$.
- 27) $\int (10x - 4) \sin 5x dx$.
- 28) $\int (5x^2 - 16x^4 - 2) \ln x dx$.
- 29) $\int x^4 \ln x dx$.
- 30) $\int (2x + 1) e^x dx$.
- 31) $\int (6x + 2) \sin 6x dx$.
- 32) $\int (3 \cos x + 5) \sin x dx$.

33) $\int (3x-1)\sin 3x dx$.

34) $\int (2x+5)3^x dx$.

35) $\int (x^2+2x)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$.

2. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

3. $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

4. $\int_0^1 6(x^2 + x^3 e^{x^4}) dx$.

5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

6. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1} dx$.

7. $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$.

8. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$.

9. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1} dz$.

10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$.

11. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx$.

12. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$.

13. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$.

14. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$.

15. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$

16. $\int_0^{1/2} \operatorname{arccotg} 2x dx$.

17. $\int_0^{\pi/2} (x+3)\sin x dx$.

18. $\int_1^e x^3 \ln x dx$.

19. $\int_{-3}^0 (x-2)e^{-x/3} dx$.

20. $\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx$.

21. $\int_1^2 \ln(3x+2) dx$.

22. $\int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx$.

23. $\int_0^1 2x \operatorname{arctg} x dx$.

24.

25. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$.

26. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx$.

27. $\int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx$.

$$28. \int_3^6 \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^4} dx.$$

$$29. \int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx.$$

$$30. \int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9 + x^2}} dx.$$

$$31. \int_0^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7 + x^2} dx.$$

II семестр

1. Участником кареболова тянут жетон из мешка. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер жетона из мешка извлеченного жетоном не содержит цифру 6.
2. Бросают две десятигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков = четное число.
3. В мешке разложены 500 билетов. Крупные выигрыши падает на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. После купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
4. Бросают две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность – 4?
5. Из колоды, состоящей 36 карт, наудачу вытаскивают одну. Найти вероятность того, что будет выведена фигура любой масти (или фигурой гонимых дам, валета, короля).
6. Бросают одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
7. В мешке 10 красных и 5 синих пуговиц. Вытаскивают наудачу одна пуговицу. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?
8. Найти вероятность того, что подобранный билет угодит, попав на верной грани четное или крайнее три числа очков.
9. Вероятность попадания стрелы в мишень, равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.
10. В урне находится 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один из других два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара оказались белыми.
11. Вероятность привлечения оформителя сайта из предприятия составляет 0,55. Во время вузовской проверки были взяты два сайта. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?
12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной работе комплектующих от двух поставщиков. Вероятности отказа в поставке продукции от первого и второго поставщиков равна 0,09; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.
13. В одной урне находится 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара оказались белыми.
14. В урне находится 15 белых и 6 черных шаров. Из них вынимают случай один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.
15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элементов K_1 или одновременного выхода двух элементов K_2 и K_3 , которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятности разрыва цепи.
16. На отпечатавшем картонная машинка буквы «а», «к», «и», «т», «о». После переключения будет по одной картонке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что полученной слово «какао».
17. Из 18 стрелок 3 попадают в мишень с вероятностью 0,8, 7 – с вероятностью 0,7, 4 – с вероятностью 0,6, 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?
18. В первом ящике 20 деталей из них 18 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.
19. В тире 5 рубежей. Вероятности попадания из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стрелок выстрелит один из рубежей наудачу.

20. Три оператора радиотелефонной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех вызовов, отсутств при этом 5%, 4% и 2% разгов. Случайно произведенный вызоване оказался незаблгован. Какова вероятность того, что вызоване произвел первый оператор?
21. В каждом из восьми независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наименьшее число испытаний события A в каждом испытании.
22. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.
23. Если 30% студентов имеют слабое время, то какова вероятность того, что 5 из 10 студентов имеют слабое время?
24. Вероятность того, что Вы выиграете в лотерею, равна 0,13. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии из 6.
25. Какова вероятность выиграть у равностоящего противника в бислате не менее 4 партий из 5?
26. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найдите наибольшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.
27. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «орёл» выпадет 3 раза?
28. Исходость серии оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти проведенных серий выпадет три?
29. На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что аккумуля вытый после года хранения аккумулятор окажется годным.
30. Личка отправна на блу 5 000 рублей. Вероятность того, что выдана поворнется в путь равна 0, 0002. Найдте вероятность того, что на блу придет равно 3 походов выдана.
31. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняет в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполняют 150 студентов.
32. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполняют не менее 100 студентов.
33. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.
34. Дискретная случайная величина может принимать только два значения x_1 и x_2 , причем $x_1 > x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1) = 0,3$, $M(X) = 3,7$ и $D(X) = 0,21$. Найти закон распределения этой величины.

33. Случайная величина X задана законом распределения

x	1	3	7	11
P	0,1	7	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание X равно 5,7. Найти а) Найти $P(X=3)$, б) значение K , которое она принимает с вероятностью 0,1.

36. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X + 3Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

37. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = X + 6Y$, если известны: $M(X) = 4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.

38. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

39. В ящике четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти выборочную среднюю, результат и дисперсию ошибок прибора.

40. Найти а) значение p_3 , б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

41. Найти а) значение p_2 , б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	1	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

42. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ ax^2 - 4b, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Найти параметр a .

43. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{C}{x^2}, & x \geq 1, \end{cases}$$

Найти параметр C . Вычислить $M(X)$.

44. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

Найти параметр a . Вычислить $M(X)$.

45. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ a(3x - x^2), & 0 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Найти параметр a . Вычислить вероятность события $1 < X < 2$.

46. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{x-1}{2}, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Вычислите $MP(X)$ и $DS(X)$. Найти вероятность события $1 < X < 2$.

47. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3, \\ \frac{1}{x\sqrt{9-x^2}}, & -3 < x < 3, \\ 0, & x \geq 3. \end{cases}$$

Найти вероятность события $X > 1$.

48. Сообщение содержит 1000 символов. Вероятность появления любого символа равна 0,004. Найти среднее число появлений символа.

49. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения равен 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, появившийся в остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут.

50. 20 % изданий, выпускаемых данным предприятием, выпускаются в дубликативной редакции. Подать в печать отобразил 150 изданий. Найти среднее значение в дублирован случайной величины X – числа изданий в наборе, подлежащих в дублирование.

51. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X) = 175$ см, а $\sigma(X) = 6$ см. Найти вероятность того, что рост поданного выбранного мужчины будет от 170 до 180 см.

52. При весе некоторого изделия в 10 кг известно, что отклонение по абсолютной величине превышает 30 г, встречается в среднем 34 раза на тысячу изделий. Считая, что все изделия распределены нормально, найти $\sigma(X)$.

53. Среднее значение скорости ветра у поверхности земли в некоторой местности равно 10 км/час. Найти вероятность того, что при однократном наблюдении скорость ветра не превысит 30 км/час.

54. Известно, что в среднем 7% студентов имеют очки. Найти вероятность того что из 200 студентов, сдающих в аудиторию окажется не менее 15% имеющих очки.

55. Электростанция обслуживает сеть с 18 000 ламп, вероятность включения каждой из которых в данный вечер равна 0,9. Какова вероятность того, что число ламп, включенных в сеть отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200?

56. За пять месяцев работы малое предприятие «Фармакс» получило экономическую прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.

57. За пять месяцев работы малое предприятие «Интегракс» получило экономическую прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и выборочную дисперсию, моду и медиану.

58. Вероятность появления события равна 9 на 10, и с каждой попытки 1-ое лицо получает на 21 единицу выигрыша. Зная, что вероятность на других лицах составляла 24; 18; 20; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите средние арифметическое, медиану и моду этих чисел.

59. Следующие данные представляют оценки студентов на 15 различных заданий: 12,2; 13; 14,8; 11; 16,2; 9; 8,3; -1,2; 3,9; 15,5; 16,2; 18; 11,6; 10; 9,5. Найдите выборочную среднюю и медиану.

60. Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины X по закону данного распределения выборки

m	1	5	8	8
x	6	4	7	3

61. Игрушечная кукла производится. Были получены данные.

Средняя стоимость продукции, балл	1-3	3-4	5-6	7-8	9-10
Число случаев	3	8	26	89	85

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.

62. В таблицу внесены данные.

x	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
n	15	25	30	20	10

Определить интервалы выборочную дисперсию.

63. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки

варианта	13	70	75	80	85	90	95
частоты	1	5	15	25	30	7	1

64. По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.

65. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если: $\sigma = 4$, $\bar{x}_a = 10,2$, $n = 16$.

66. По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.

67. Имеются выборочные данные о стаже работы (X , лет) и выработке одного рабочего за смену (Y , шт):

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Построить уравнение линейной регрессии.

68. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней X и подушек Y :

X	10	20	25	28	30
Y	5	8	7	12	14

Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X .

69. Рассчитать коэффициент корреляции между количеством пропущенных студентом пар X и его успеваемостью Y , оцениваемой по 100 бальной шкале, пользуясь данными таблицы.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

70. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X , г.) и весе его семян (Y , г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Предполагая, что зависимость линейная, рассчитать выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о степени и направлении тесноты связи.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

1 СЕМЕСТР

- Вероятность того, что выстрел попадет в цель, при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не missed 3 попадания при четырех выстрелах.
- По данным переписи населения (1993 г.) Англия и Уэльс расселены следующим образом: в прибрежных районах (AB) обитало 5 % обобщенного населения, в прибрежных районах и восточных районах (AB) – 1,3 %, восточных районов и центральных районов (AB) – 0,7 %, восточных районов и центральных районов (AB) – 78,2 %. Найти связь между восточными районами и центральными.
- Несчастные случаи в авиации происходят редко. Сколько раз нужно провести испытания, чтобы с вероятностью не менее 0,95 было бы одно из событий при каждом из них?
- Какова должна быть вероятность попадания в цель, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 испытанных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.
- Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 100 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9944 будет заключено число попаданий в цель.
- Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которое надо произвести по крайней мере с вероятностью 0,9944, чтобы с вероятностью не менее 0,95 можно было утверждать, что частота попадания в цель будет меньше или равна 0,6.
- Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частота годных изделий отличалась от вероятности годной детали равной 0,9 не более, чем на 0,01.
- В ящике лежат 3 изделия, одно из них бракованное. На ящике написано: «Годное изделие или бракованное или нет», или не будет выдано бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа выданных изделий. Выписать $M(X)$, $D(X)$.
- Среди 20 приборов имеется 5 исправных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется выписать: $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X – числа исправных приборов среди выбранных.
- На банк приходит 10 телефонных звонков, среди которых 3 бракованных. На этом числе телефонных звонков требуется составить закон распределения случайной величины X – числа годных телефонных звонков среди принятых и выписать: $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

- Случайная величина имеет закон распределения
$$P(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ a(x^2 - x), & 1 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Выписать вероятность того, что в двух опытах величина примет значения из интервала (1;2).

- Случайная величина имеет закон распределения
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X > 1$.

13. Случайная величина имеет функцию распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1, \\ x + 3 \sin(\pi x), & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Найти параметры μ и σ . Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считаю, что время разговора является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Найти вероятность того, что продолжительный телефонный разговор будет продолжаться не более 5 минут.

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения лампы равна 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, предельнодопустимой ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что припуску такой детали из стали будет годна.

17. Рост взрослого мужчины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X) = 175$ см. и $\sigma(X) = 6$ см. Найти вероятность того, что если бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина X распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$. Найти дисперсию случайной величины $Y = 3X - 1$, зная, что $Y \in N(\mu, \sigma)$.

19. Случайная величина X распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$. Найти $M(Y)$ случайной величины $Y = 3X - 1$, зная, что $Y \in N(\mu, \sigma)$.

20. На заводе изготавливается продукция. Диаметр ее деталей представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $\mu = 2$ см и $\sigma^2 = 0,01$ см². Каковы размеры диаметра изделий можно гарантировать с вероятностью 0,99?

21. Средняя суточная потребность в витамине В составляет в среднем человеке равно 20-600 мг/сут., а среднее квадратическое отклонение 280 мг/сут. Каковы суточные потребности в витамине В человек можно ожидать в большинстве случаев с вероятностью не меньшей 0,95.

22. Независимой совокупности случайно выбрана объема $n = 10$:

Варианты x_j	-2	1	2	3	4	5
Частоты n_j	3	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Средняя время сборки изделия составляла 80 минут. Инженер выбрал новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий можно описать случайными ТН: 74; 112; 98; 83; 96; 77; 84; 78; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длина проволоки) прибором, не имеющим систематической ошибки: 369; 378; 375; 426; 383; 441; 372; 383. Определить несмещенную оценку дисперсии данной величины.

25. В пяти пяти измерений длины стороны шага прибора (без систематической ошибки) получены следующие результаты (в мм): 92, 94, 103, 105, 106. Определить систематическую ошибку измерений.

26. Случайная величина X (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ . Приведено теоретическое распределение числа поврежденных изделий в 100 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	144	160	67	31	9	3	1	1

27. Случайная величина X (время безотказной работы элементов) распределена по экспоненциальному закону. Приведено теоретическое распределение среднего времени работы 1000 элементов.

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	186	149	78	40	25

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-x/20}$ ($x \geq 0$). Приведены выборка

x_i	5	5	6	8	10
n_i	2	3	3	10	10

Найти статистическую оценку параметра λ методом моментов.

29. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуются ли данные о нормальном распределении генеральной совокупности X с теоретическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	18
Теоретическая частота n_i^*	8	18	36	76	39	18	7

30. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

31. Установить, используя критерий Персона, при $\alpha = 0,05$ случайно или преднамеренно различаются между эмпирическими n_i и теоретическими частотами n_i^* , которые вычислены из предположения, что совокупность распределена нормально.

n_i	5	7	15	14	21	18	9	7	6
n_i^*	6	6	14	18	22	15	8	8	6

32. В таблице представлены данные о среднем размере пенсий в Кыргызстане за 2011-2015 гг.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Выплаты, сом	3853	4274	4908	4710	4896

Необходимо сделать выводы о среднем размере пенсий за 2015г.

32. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X . Оценить тесноту связи и проверить значимость коэффициента корреляции.

$Y \backslash X$	20	25	30	35	40	45
10		4	8			4
20	2		4		2	
30			10	8		
40		4		10	4	

33. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

$Y \backslash X$	10	15	20	25	30	35
15	6	4				
25		6	8			
35				21	2	5
45				4	12	6
55					1	5

34. На основании полученных данных измерений величин X и Y

X	4	6	8	10	12
Y	5	8	7	9	14

Найти линейную регрессию Y на X и выборочный коэффициент корреляции.

ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

1 СЕМЕСТР

Типовой расчет №1

Задание 1. Даны две матрицы A и B . Найти: а) AB ; б) A^{-1} ; в) AA^{-1}

№	Матрицы	№	Матрицы
1	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	16	$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
2	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$	17	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$
3	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$	18	$A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
4	$A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$	19	$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$
5	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$	20	$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
6	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	21	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}$
7	$A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$	22	$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
8	$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$	23	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

9	$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	24	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
10	$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$	25	$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$
11	$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$	26	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$
12	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$	27	$A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$
13	$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$	28	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$
14	$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	29	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
15	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$	30	$A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

Задание 2. Вычислить определитель

№	Определитель	№	Определитель
1	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$	16	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$
2	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$	17	$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

3	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$	18	$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
4	$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$	19	$\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$
5	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$	20	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
6	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$	21	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
7	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$	22	$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$
8	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$	23	$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$
9	$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$	24	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$
10	$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$	25	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
11	$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$	26	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$
12	$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$	27	$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$

13	$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$	28	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$
14	$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$	29	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$
15	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$	30	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

№	Системы уравнений	№	Системы уравнений
1	$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x - y - 3z = -9, \\ x + 5y + z = 20, \\ 3x + 4y + 2z = 15. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$	17	$\begin{cases} 2x - y - 3z = 0, \\ 3x + 4y + 2z = 1, \\ x + 5y + z = -3. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$	18	$\begin{cases} -3x + 5y + 6z = -8, \\ 3x + y + z = -4, \\ x - 4y - 2z = -9. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$	19	$\begin{cases} 3x + y + z = -4, \\ -3x + 5y + 6z = 36, \\ x - 4y - 2z = -19. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$	20	$\begin{cases} 3x - y + z = -11, \\ 5x + y + 2z = 8, \\ x + 2y + 4z = 16. \end{cases}$

6	$\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$	21	$\begin{cases} x + 5y - 6z = -15, \\ 3x + y + 4z = 13, \\ 2x - 3y + z = 9. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$	22	$\begin{cases} 2x + 3y + z = 4, \\ 2x + y + 3z = 0, \\ 3x + 2y + z = 1. \end{cases}$
8	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 33, \\ 7x - 5y = 24, \\ 4x + 11z = 39. \end{cases}$	23	$\begin{cases} 2x + 3y + z = 12, \\ 2x + y + 3z = 16, \\ 3x + 2y + z = 8. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12, \\ 7x - 5y + z = -33, \\ 4x + z = -7. \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$
10	$\begin{cases} x + 4y - z = 6, \\ 5y + 4z = -20, \\ 3x - 2y + 5z = -22. \end{cases}$	25	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21, \\ 3x + 4y - 2z = 9, \\ 2x - y - z = 10. \end{cases}$	26	$\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 5, \\ 2x + 3y - 4z = 12, \\ x - 2y + 3z = -1. \end{cases}$	27	$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 4x + y + 4z = 19, \\ 2x - y + 2z = 11, \\ x + y + 2z = 8. \end{cases}$	28	$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$
14	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 4z = 6, \\ x + y + 2z = 4. \end{cases}$	29	$\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x - y + 2z = 8, \\ x + y + 2z = 11, \\ 4x + y + 4z = 22. \end{cases}$	30	$\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы

№	Система уравнений	№	Система уравнений
1	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$	17	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 8. \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 = -7, \\ 3x_1 - 7x_2 + x_3 - 5x_4 = -8, \\ x_2 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 20. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$	20	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$	21	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 7, \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12, \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20. \end{cases}$
8	$\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$	23	$\begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7. \end{cases}$

9	$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7, \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$	24	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6. \end{cases}$
10	$\begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$	25	$\begin{cases} -9x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7, \\ -4x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 5, \\ 7x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$	26	$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = -5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -4. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$	27	$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 6x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -2. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ 5x_1 + 2x_3 + 5x_4 = -2, \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 + 7x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2. \end{cases}$	28	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$
14	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$	29	$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$	30	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 2x_4 = 7, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$

Типовой расчет №2

Вариант 1

1. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} - 3\vec{c}$.

2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 4$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \pi/4$.
3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-7, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(3, -2, 4)$, $D(1, 2, 2)$.
Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.
- 4.1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3; 4)$, $B(2; -1)$, $C(1, -7)$. Требуется:
- составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
- 5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- 1) $x = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - y^2}$.
- 2) $y = 1 - 3\sqrt{x}$.
- 3) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 4 = 0$.

Вариант 2

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 20\vec{k}$. Необходимо:
- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
- б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} + 3\vec{c}$.
2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \pi/3$.
3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, 2)$.
Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.
- 4.1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-4; -5)$, $B(3; 3)$, $C(5, -2)$. Требуется:
- составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
- 5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- 1) $x = \frac{5}{4}\sqrt{16 + y^2}$.

2) $y = -1 + \sqrt{7x}$.

3) $25x^2 + 9y^2 - 50x + 18y - 191 = 0$.

Вариант 3

1. Даны векторы $\vec{a} = 8\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 18\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} - 5\vec{c}$.

2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \frac{\pi}{6}$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5, -5, 5)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, 6)$.

Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; 5)$, $B(4; -3)$, $C(-2; -4)$. Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- вычислить угол A треугольника ABC ;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- найти площадь треугольника ABC .
- Сделать чертеж.

4.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = -\frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$.

2) $16x^2 - 25y^2 - 32x - 100y - 484 = 0$.

3) $x = 2 - \sqrt{5y - 5}$.

Вариант 4

1. Даны векторы $\vec{a} = -5\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 17\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} - \vec{c}$.

2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \frac{\pi}{3}$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(7, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, 8)$.

Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

4.1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3; -2)$, $B(-5; -4)$, $C(-1; 6)$. Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;

- | вычислить угол A треугольника ABC ;
- | составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- | составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- | найти площадь треугольника ABC .
- | Сделать чертеж.

5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

- | $x = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$.
- | $25x^2 - 64y^2 + 100x + 12y - 1564 = 0$.
- | $y = 1 - 4\sqrt{x + 1}$.

Вариант 5

1. Даны векторы $\vec{a} = 9\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
- б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $8\vec{b} + 3\vec{c}$.

2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \frac{\pi}{3}$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(1, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, -3)$.

Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

4.1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2; 5)$, $B(-3; 4)$, $C(-4, -2)$. Требуется:

- | составить уравнение стороны AB ;
- | найти длину стороны AB ;
- | составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- | вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- | вычислить угол A треугольника ABC ;
- | составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- | составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- | найти площадь треугольника ABC .
- | Сделать чертеж.

5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

- 1) | $y = 1 + \frac{5}{7}\sqrt{49 - x^2}$.
- 2) | $y = -3 + \sqrt{3x - 3}$.
- 3) | $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 36}$.

Вариант 6

1. Даны векторы $\vec{a} = 7\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}$. Необходимо:
 - а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
 - б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} - 7\vec{c}$.
2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \pi/2$.
3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(1, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, -1)$.
Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.
4. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; 2)$, $B(-2; -5)$, $C(6, -1)$. Требуется:
 - составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
 - 1) $y = -\frac{1}{4}\sqrt{16 - x^2}$.
 - 2) $x = 2 + \sqrt{y - 4}$.
 - 3) $4x^2 - 9y^2 + 16x + 36y - 56 = 0$.

Вариант 7

1. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 7\vec{k}$. Необходимо:
 - а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
 - б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} - 3\vec{c}$.
2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \pi/3$.
3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5, -5, 5)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, -4)$.
Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.
4. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-6; -4)$, $B(3; -7)$, $C(1, 2)$. Требуется:
 - составить уравнение стороны AB ;
 - найти длину стороны AB ;
 - составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.

- 5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- | $4x^2 - 9y^2 + 24x + 18y - 9 = 0$.
 - | $y = 1 - 2\sqrt{x + 4}$.
 - | $y = -\sqrt{16 + x^2}$.

Вариант 8

1. Даны векторы $\vec{a} = 10\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$. Необходимо:
- а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
 - б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $4\vec{b} + 3\vec{c}$.
2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \pi/3$.
3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(4, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, 5)$.
Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.
- 4.1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2; 1)$, $B(-7; 3)$, $C(-4, -3)$. Требуется:
- | составить уравнение стороны AB ;
 - | найти длину стороны AB ;
 - | составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
 - | вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - | вычислить угол A треугольника ABC ;
 - | составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - | составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - | найти площадь треугольника ABC .
 - | Сделать чертеж.
- 5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- 1) | $x = 1 - 2\sqrt{5 - y^2} + 4y$
 - 2) | $9x^2 - 25y^2 - 72x - 90 = 0$.
 - 3) | $x = 2 + \sqrt{y}$.

Вариант 9

1. Даны векторы $\vec{a} = 7\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + \vec{k}$. Необходимо:
- а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
 - б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} - \vec{c}$.
2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \pi/4$.
3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(2, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -9, 2)$.
Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.
- 4.1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; -4)$, $B(-6; 7)$, $C(-1, 1)$. Требуется:
- | составить уравнение стороны AB ;
 - | найти длину стороны AB ;

- | составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- | вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- | вычислить угол A треугольника ABC ;
- | составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- | составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- | найти площадь треугольника ABC .
- | Сделать чертеж.

5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

•| $x^2 + y^2 + 8x - 8y - 23 = 0$.

•| $y = -\frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 36}$.

•| $y = 2 - \sqrt{x + 1}$.

Вариант 10

1. Даны векторы $\vec{a} = 11\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} + 3\vec{c}$.

2. Найти длину вектора $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\angle \vec{p}\vec{q}) = \frac{\pi}{6}$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(1, -2, 4)$, $D(1, -1, 2)$.

Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

4.1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(4; -5)$, $B(2; 2)$, $C(7; 4)$. Требуется:

- | составить уравнение стороны AB ;
- | найти длину стороны AB ;
- | составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- | вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- | вычислить угол A треугольника ABC ;
- | составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
- | составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- | найти площадь треугольника ABC .
- | Сделать чертеж.

5.1 Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

•| $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16} + 1$.

•| $x = 4 - \sqrt{y + 1}$.

$9x^2 - 49y^2 + 36x - 409 = 0$.

Типовой расчет №3

Вариант 1

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 - 3n + 1} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(x - \sqrt{x^2 + 8} \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{x^2 \cdot \operatorname{arctg}(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{tg}(x-5)}{\sqrt{x+4} - 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 8}{5n^2 + 3n - 9}$$

II Исследовать функцию на непрерывность $y = e^{\frac{1}{x+3}}$

Вариант 2

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 5n - 4} - n \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+5} \right)^{5n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x + 6}{2^x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{e^{x-4} - 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{6x} - 1}{\ln(1+8x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + 8}{5n^2 + 3n^3 + 19}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

Вариант 3

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+5}{3n-2} \right)^{n+5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \left[\ln(x+3) - x^2 + 5 \right]$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{2x^2 - 12x + 18}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2-4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{tg}(5x)}{\arcsin^3(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sin(x-4)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{e^{5x}-1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+2n^4+8}{5n^2-3n^3-9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = 2 - \frac{1}{x}$

Вариант 4

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - \sqrt{n^4 + 3n^3 - 2n} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+6}{5n+5} \right)^{2n-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\sqrt{2x^2-9} - 2x \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x^2-x-6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-\sqrt{x^2+8}}{2x-2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(2x)}{x \cdot \sin(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{2x-4}-1}{x^2-4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x}-1}{\ln(1-2x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^5-2n^4+1}{n^2-3n^5-8}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & x > \pi \end{cases}$

Вариант 5

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n - \sqrt{4n^2 - 5n + 5} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-4}{2n+3} \right)^{5-n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-4x+2}{3x^2+5x-6}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-4}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{5-\sqrt{x+23}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(2x)}{\operatorname{tg}^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}(2x-6)}{4-\sqrt{x+13}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{7^{3x}-1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^3+2n^2+8n}{5n^2-3n^3-9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{3}{1 + 2^{1/x}}$

Вариант 6

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 - 2n + 4} - 3n)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n+4} \right)^{5n-2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+1}{5x-7} \right)^{x^2}$
4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - x - 5}$
5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin^2(4x)}{\operatorname{arctg}^4(2x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{e^{3x-3} - 1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{4x} - 1}{\ln(1+9x)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^3 + 8}{3n^2 + 3n^4 - 9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{2}{x^2 - 4}$

Вариант 7

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 - \sqrt{4n^4 + 2n - 1})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+7} \right)^{3n^2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-3} - 1}{2^{x-2} - 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{1 - \sqrt{4x-11}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}^2(3x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{-6x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 + 2n + 8}{6n^3 + 3n^5 - 9n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = 9^{\frac{1}{x+3}}$

Вариант 8

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n + 10} - n)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-1}{4n+5} \right)^{6-2n}$
3. $\lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2 + 16} - x + 1)$
4. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{15 - 5x}{3 - \sqrt{4x - 3}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(6x)}{\arctg^2(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7^{3x+3} - 1}{6x^2 + 7x + 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{\ln(1 + 5x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 6n + 2}{5n^2 - 3n^3 - 9n + 4}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} x + 4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$

Вариант 9

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{16n^2 - 2n + 7} - 4n \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n - 4}{6n + 5} \right)^{-2n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\ln(2x + 9)}{x^2 - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{2x^2 - 5x - 12}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(5x)}{1 - \cos(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 8x - 4}{\arctg(8 - 4x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 7x)}{8^{4x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - 5n^2 + 6n^3 + 2}{3n^2 + n^3 - 9n + 1}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{1}{1 + 5^{\frac{1}{x}}}$

Вариант 10

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - \sqrt{n^4 - 3n^2 + 11} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n + 2}{7n - 4} \right)^{3n+2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x + 3}{x + 4} \right)^{x-5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2 - 5x - 2}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 24} - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^3(2x)}{x \cdot \sin^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} - 1}{\sqrt{2x + 7} - 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{7x} - 1}{\ln(1 + 10x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^6 + 2n^2 + 2}{n^6 - 3n^3 - 9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность

$$y = \frac{2}{1 + 4^{\frac{1}{x-1}}}$$

Вариант 11

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 - 2n + 5})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{8n-3}{8n+1} \right)^{5-4n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x - 1}{2x^2 - 4x + 3}$
4. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 5x - 25}{x^2 - 25}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{6x - 2}}{9 - 3x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \arcsin^2(3x)}{\operatorname{tg}^5(3x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sin(4x - 4)}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-9x} - 1}{\ln(1 - 6x)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 + 9n + 2}{3n^3 + 9n^2 + 4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0 \end{cases}$

Вариант 12

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 5n^2 + 4} - n^2)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n+2}{9n-5} \right)^{3n+4}$
3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{\ln(x+3)}$
4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 - x - 6}{3x^3 + 4x^2 + x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^3 + 3x^2}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(5x)}{\arctg^3(4x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 - 4 - 1}{2x^2 + 3x - 2}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 12x)}{e^{4x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n^2 + 6n}{9n^2 + 3n^3 - 9n + 4}$

II. . Исследовать функцию на непрерывность $y = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0, \\ 3, & 0 < x \leq 1, \\ x + 2, & x > 1 \end{cases}$

Вариант 13

I. Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - \sqrt{25n^2 + 4n + 4})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n+51}{10n-64} \right)^{20n+4}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 6x + 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 12x + 18}$
5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3x+10} - 1}{2x+6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6x)}{x \cdot \arctg(2x)}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(3x-6)}{2-\sqrt{x+2}} \quad 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{2^{-10x}-1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3-2n^2+6}{4n^3+4n+5}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = 8^{\frac{1}{5-x}}$

Вариант 14

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4+2n^2-6}-n^2) \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{11n-2}{11n+3} \right)^{4-5n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} [\ln(x^2+3) - \ln(3x^2+1)] \quad 4. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{2x^2-11x-6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{7-\sqrt{19-10x}} \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^4(2x)}{\operatorname{tg}^4(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2-7x-15}{e^{x^2-25}-1} \quad 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{-8x}-1}{\ln(1-16x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6-2n^4+6n^2}{9n^6-3n^5-n}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность

$$y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Вариант 15

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4-3n+2}-n^2) \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-4}{2n+5} \right)^{5n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x^2+12} - \sqrt{3x^2-3}) \quad 4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2+3x+27}{2x^2-5x-3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6} \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg}^2(7x)}{\arcsin^3(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3-\sqrt{4x+21}}{\operatorname{tg}(5x+15)} \quad 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{20x}-1}{\ln(1+5x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4+2n^3+n}{7n^5+3n^2+4}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{x^2}{x-2}$

Вариант 1

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$$

$$2. y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$$

$$3. y = \ln \sin(2x + 5)$$

$$4. y = x^{\ln x}$$

$$5. y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1 + 2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

5. Найти производную от неявной функции $\ln(x + y) - \arctg x = 0$.

Вариант 2

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x - 1)}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$$

$$2. y = \frac{4 \arccos x - e^x}{3 \log_2 x + 5x^3}$$

$$3. y = \frac{1}{2} \sin^4(\cos x)$$

$$4. y = x^{\arcsin x}$$

$$5. y = (2^x + 4 \sin x)(3 \ln x - 2)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \arctg 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

5. Найти производную от неявной функции $\cos(xy) = \frac{y}{x}$.

Вариант 3

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x + 9) - \ln 3}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^2}$$

$$2. y = \frac{2 \ln x - 8x^4}{4^x - 2 \operatorname{arccctg} x}$$

$$3. y = \arccos(\operatorname{ctg} 4x)$$

$$4. y = x^{\sqrt{x+1}}$$

$$5. y = (5 \operatorname{tg} x - e^x)(4 \log_7 x + 3)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1-4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$.

5. Найти производную y' от неявной функции $\operatorname{arctg}(x+y) = x$.

Вариант 4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(\pi x)}{\sin(3\pi x)}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{4^{x+2} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3$$

$$2. y = \frac{e^x + 6 \arcsin x}{5x^2 - 2 \log_4 x}$$

$$3. y = \operatorname{arctg} e^{2x}$$

$$4. y = (\operatorname{tg} x)^{x^3}$$

$$5. y = (8 \operatorname{ctg} x + 3^x)(2 \ln x - 5)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 3t, \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{4x^2}{3+x^2}$.

5. . Найти производную y' от неявной функции

$$y \sin x + \cos(x-y) = 0.$$

Вариант 5

1 Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{x^2 - 4\pi^2}{\operatorname{tg}(x)}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9-4x)}{e^{3x-6} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$$

$$2. y = \frac{7^x - 3 \arccos x}{4x^3 + 3 \ln x}$$

$$3. y = \ln(\arcsin 3x)$$

$$4. y = (\sin x)^{\cos x}$$

$$5. y = (e^x - 4 \operatorname{tg} x)(3 + 7 \log_3 x)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1+6t), \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{12x}{9+x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$y \sin x + \cos y = 0.$$

Вариант 6

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin(3x + \pi/4)}{\pi/4 - x}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5^{2x-3} - 5^5}{e^{x-4} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$\begin{aligned} 1. y &= 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3} & 2. y &= \frac{7x^2 + 4 \log_3 x}{2e^x - 5 \operatorname{arccctg} x} \\ 3. y &= e^{\operatorname{tg}(3x-2)} & 4. y &= (\arcsin x)^{x^2+1} \\ 5. y &= (5^x + 2 \cos x)(10 - 3 \ln x) \end{aligned}$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 4t, \\ y = t^4 + 4t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\operatorname{arccctg}(x+y) - x - 2y = 0.$$

Вариант 7

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sin(2\pi x)}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3^{5x+10} - 1}{\ln(4x+9)}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$\begin{aligned} 1. y &= 3x^5 - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5} & 2. y &= \frac{3 \operatorname{arctg} x - 5^x}{4 \ln x - 5x^6} \\ 3. y &= \ln(e^{2x} + 3) & 4. y &= (\sin x)^{\sqrt{x}} \\ 5. y &= (e^x + 6 \operatorname{ctg} x)(9 + 7 \log_6 x) \end{aligned}$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1-5t), \\ y = t^5 - 10t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба

функции: $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{x+y} = \sin xy.$$

Вариант 8

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 2} (2 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-4} - 1}{\ln(33 - 2x^2)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = \sqrt[3]{x^7} - 4x^6 + \frac{4}{x^5}$

2. $y = \frac{2 \arccos x + e^x}{3 \log_2 x - 7x^3}$

3. $y = 3^{-\arcsin(6x)}$

4. $y = (x^3 - 1)^x$

5. $y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 5t, \\ y = 5t^2 - 20t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\operatorname{arccotg}(2x - 3y) = 5^y.$$

Вариант 9

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x)}{2x^2 - 6x}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(4x - 6) - \ln 2}{2^{3x-6} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$

2. $y = \frac{5 \ln x + 3x^4}{6 \arcsin x - 2^x}$

3. $y = (1 + \sin 2x)^{10}$

4. $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$

5. $y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(2 + 3t), \\ y = t^6 - 3t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба

функции: $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\cos(x - y) - 2x + 4y = 0.$$

Вариант 10

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{\pi - x}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{3^{x-1} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$

2. $y = \frac{5 \arccos x - e^x}{4 \log_5 x - 6x^3}$

3. $y = 2^{\arcsin 5x}$

4. $y = (\ln x)^x$

5.

$$y = (10 \ln x + 6^x)(2 \sin x - \sqrt{3})$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \arctg 6t, \\ y = 3t^4 + 2t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{xy} = \ln x + \operatorname{arccctg} y.$$

Вариант 11

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{x^2 - 9\pi^2}{\sin(x/3)}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{e^{x-3} - e^2}{4^{10-2x} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 2\sqrt{x^3} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$

2. $y = \frac{6^x - 3 \operatorname{arctg} x}{5x^2 - 9 \ln x}$

3. $y = (1 + \cos 3x)^6$

4. $y = (\arccos x)^{x^2}$

5. $y = (e^x - 7 \log_3 x)(\sqrt{2} - 3 \operatorname{tg} x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(5 - 4t), \\ y = t^8 + 2t^4. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\cos y = \sin x + 2y.$$

Вариант 12

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow \pi/8} \frac{\pi/4 - 2x}{\sin(2x + 3\pi/4)}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(3x-14)}{4^{2x-10} - 1}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$

2. $y = \frac{8x^4 - 7 \log_8 x}{e^x + 2 \arcsin x}$

3. $y = \ln \operatorname{tg}(4x-1)$

4. $y = (\sin x)^{x^3}$

5. $y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 7t, \\ y = 7t^4 - 21t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$xy + \ln y - 2 \ln x = 0.$$

Вариант 13

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 3} (2x-6) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7^{2x-3} - 7^3}{e^{6-2x} - 1}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

2. $y = \frac{9^x - 3 \arccos x}{5x^3 + 8 \ln x}$

3. $y = \sin(e^{4x+3})$

4. $y = (x^2 + 2)^{3x}$

5. $y = (e^x - 5 \log_8 x)(6 \operatorname{ctg} x - 1)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(8-7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{-8x}{x^2 + 4}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\operatorname{tg} y = xy^2 + e^x.$$

Вариант 14

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 + \cos(x/2)}{(x - 2\pi)^2}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(13 - 3x^2)}{3^{x-2} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4$$

$$2. y = \frac{5 \arccos x - e^x}{2 \log_4 x - 6x^2}$$

$$3. y = \arcsin(\ln(2x))$$

$$4. y = x^{\operatorname{arctg} x}$$

$$5. y = (2^x + 3 \ln x)(4 \cos x + 11)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arcc} \operatorname{tg} 7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$x \ln y = 3x^3 + y^2.$$

Вариант 15

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{\sin(x - 2)}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{e^{3x+12} - 1}{\ln(3x + 13)}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{4}{x^5} + \sqrt[5]{x^2} - 7x^3$$

$$2. y = \frac{4 \ln x - 3x^6}{7 \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x + 8^x}$$

$$3. y = \ln(1 + \operatorname{arctg} 2x)$$

$$4. y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$5. y = (e^x - 5 \log_4 x)(9 \sin x - 12)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(4 + 3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{4x}{(x+1)^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{xy} - (x + 3y) = 0.$$

Типовой расчет № 5

по разделу «Определенный интеграл и его применение»

Вычислить следующие определенные интегралы:

Задание 1

$$1. \int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt[3]{1+x^2} dx.$$

$$2. \int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5}{\sqrt{x^6+1}} dx.$$

$$3. \int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx.$$

$$4. \int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx.$$

$$5. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx.$$

$$6. \int_{3/4}^{4/3} \frac{4x}{x^2+1} dx.$$

$$7. \int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{3x+25}} dx.$$

$$8. \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^4+4}} dx.$$

$$9. \int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx.$$

$$10. \int_2^{10} \sqrt{2x+5} dx.$$

Задание 2

$$1. \int_2^3 y \ln(y-1) dy.$$

$$2. \int_{-2}^0 x e^{-x/2} dx.$$

$$3. \int_0^{\pi/2} x \cos x dx.$$

$$4. \int_0^{\pi} x \sin x dx .$$

$$5. \int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx .$$

$$6. \int_1^2 (y-1) \ln y dy .$$

$$7. \int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx .$$

$$8. \int_{-1/3}^{-2/3} x e^{-3x} dx .$$

$$9. \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx .$$

$$10. \int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x dx .$$

Задание 3

$$1. \int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx.$$

$$2. \int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx.$$

$$3. \int_0^5 \frac{dx}{(25 + x^2) \sqrt{25 + x^2}}.$$

$$4. \int_0^3 \frac{dx}{(9 + x^2)^{3/2}}.$$

$$5. \int_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5 - x^2)^3}}.$$

$$6. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx.$$

$$7. \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}.$$

$$8. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4 - x^2)^3}}.$$

$$9. \int_0^1 \frac{x^4 dx}{(2-x^2)^{3/2}}.$$

$$10. \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}.$$

Задание 4.

- 1.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.
- 2.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$.
- 3.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 1 + \frac{3}{4}x^2$.
- 4.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.
- 5.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 1 - x^2$ $x = 0$, $x = 1$.
- 6.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ $y = 0$.
- 7.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$.
- 8.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = -x$.
- 9.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2(x-1)$, $x = 3$.
- 10.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$ ($x \geq 0$).

Задание № 5

- 1.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$.
- 2.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases}$.
- 3.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$.
- 4.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$.
- 5.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$.
- 6.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$.

- 7.1 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$.
- 8.1 Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$.
- 9.1 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$.
- 10.1 Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$.

СЕМЕСТР 2

Типовой расчет 1

Вариант №1

- 1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?
- 2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Б. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?
- 3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R , в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.
- 4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.
- 5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получают газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.
- 6) Разрыв электрической цепи может произойти только в результате выхода из строя элемента k_1 или одновременного выхода двух элементов k_2 и k_3 , которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2, 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
- 7) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.
- 8) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.

Вариант №1

- 1) Какова вероятность того, что случайно выбранное число между 1 и 30 является делителем числа 30.
- 2) На игровой площадке случайным образом расставлены четыре шара по номерам и три фишки. Найти вероятность того, что шары на каждом предмете окажутся рядом.
- 3) В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутри круга случайно брошена точка. Вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна ее площади и не зависит от ее расположения. Найти вероятность того, что точка попадет в треугольник.
- 4) Безотказная работа прибора объясняется безотказной работой одного из трех механизмов-узлов, составляющих его и вероятности безотказной работы которых в течение времени T соответственно равны 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность безотказной работы прибора за время T .
- 5) На обувной фабрике в отдельных цехах производят подметки, каблочки и веревки ботинок. Дефектными оказываются 0,3% каблучков, 2% подметок и 4% веревки. Произведенные веревки, подметки и каблочки случайно комбинируются в ботинки, где имеют ботинок. Найти вероятность того, что изготовленный ботинок будет иметь хотя бы один дефект.
- 6) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии выбираются для контроля 3 изделия. Если среди контролируемых окажется более трех дефектных, бракуются все изделия. Найти вероятность того, что партия будет забракована.
- 7) В трех урнах лежат шары. В первой урне пять белых и одиннадцать черных, во второй – десять белых и десять черных и в третьей урне десять черных. Найти вероятность того, что случайно выбранный шар из случайно выбранной урны окажется черным.
- 8) Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выдвинуто из первой группы курс – 4, из второй – 6, из третьей группы – 3 студента. Вероятность того, что студент первой, второй, третьей группы попадет в сборную команду, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Насколько выбранный студент попал сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот студент?

Вариант №2

- 1) Какова вероятность того, что натуральное двузначное число делится на 3.
- 2) Из чисел 1, 2, 3, ..., 30 случайно выбирает 10 различных. Найти вероятность того, что 3 числа четные и пять – нечетные.
- 3) В круг радиуса R вписан маленький круг радиуса r . Найти вероятность того, что случайно брошенная в большой круг точка, попадет также и в маленький круг.
- 4) Найти вероятность того, что выбранное изделие является первокурсником, если известно, что 4% всех студентов является браком, а 75% не бракованных изделий удовлетворяет требованиям первого сорта.
- 5) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,85, второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.
- 6) Какова вероятность того, что данному натуральному дроби сократится на 2? Найти вероятность того, что дробь не сократится ни на два ни на три.
- 7) В продажу поступают телевизоры трех марок. Процентом первого марки оторизов 20% брака, второго – 10%, третьего – 5%. Найти вероятность приобретения исправного телевизора, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% - со второго, 50% - с третьего завода.
- 8) При сигнализации от нормального режима работы автомобиля срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-2 с вероятностью 1. Вероятности того, что автомобиль снабжен сигнализатором С-1 или С-2 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о неисправности автомобиля. Найти вероятность того, что сигнал получен от сигнализатора С-1.

Вариант №4

- 1) Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность 4.
- 2) На шести одинаковых карточках нанесены числа 3, 4, 7, 8, 13, 16. Изудены карты две карточки. Какова вероятность того, что образованный из этих чисел дробь сократима?
- 3) Абонент идет телефонную линию в течение одного часа. Найти вероятность того, что линия принадлежит в последние 20 минут этого часа.
- 4) На экзамен выданы 5 книг, из них четыре словаря. Студент изудает две книги. Найти вероятность того, что обе книги словари.
- 5) Из трех орудий производится залп по цели. Вероятность попадания при первом выстреле из первого орудия равна 0,3, из второго – 0,2, из третьего – 0,1. Найти вероятность того, что а) попадает только одно орудие; б) цель будет поражена.
- 6) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, второго – 0,3, третьего – 0,2. Найти вероятность того, что из строя выйдут не менее двух станков.
- 7) В одной партии изделий 12 штук, а в другой – 10 штук. В каждой партии по два изделия бракованные. Изделие издано изудому из второй партии перешло в первую партию, после чего из первой партии изудому взято изделие. Найти вероятность того, что издтое изделие из первой партии будет годным.
- 8) Пассажир может купить билет в одной из трех касс. Вероятность того, что он направится в первую кассу 0,5; во вторую – 1/3; в третью – 1/6. Вероятность, что билетная касса нет в первой кассе – 1/3, во второй – 1/6, в третьей – 1/6. Он обратился в одну из касс и получил билет. Найти вероятность того, что он обратился в первую кассу.

Вариант №5

- 1) В словаре около А.С. Пушкина имеется 22000 различных слов, из которых 16000 А.С. Пушкин употребляет в своих произведениях только один раз. Найти вероятность того, что изудому слово из этого словаря слово, употребленное писателем более одного раза.
- 2) Две команды разбиты на две команды, из них человек в каждой, для игры в волейбол. Найти вероятность того, что два брата попадут в одну команду.
- 3) Два действительных числа выбираются так, что $|x| \leq 3$, $|y| \leq 5$. Какова вероятность того, что дробь $\frac{x}{y}$ окажется положительной.
- 4) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент ответит на билет, содержащий три вопроса.
- 5) Вычислительный центр располагает тремя вычислительными устройствами. Вероятность отказа на некоторое время T для первого устройства равна 0,2, для второго – 0,15, для третьего – 0,1. Найти вероятность того, что в данный момент отказу а) хотя бы одно устройство; б) отказат только третье устройство.
- 6) Вероятность того, что нужная сборочная деталь, издранная в первом, втором, третьем, четвертом заводах соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь издранная не более чем в трех заводах.
- 7) В первом кармане три монеты по 20 копеек и три монеты по 3 копейки, а в втором кармане шесть монет по 20 копеек и три монеты по 3 копейки. Из первого кармана в левый пересыпываются парада пять монет. Найти вероятность того, что монета, извлеченная из левого кармана после пересыпания будет в 20 копеек.
- 8) У рыбака есть три любимых места рыбалки. Эти места он посещает с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что рыба клюнет на первом месте 1/3, на втором – 1/4, на третьем – 1/4. Известно, что рыбак поймал рыбу, забросив удочку. Какова вероятность того, что он рыбачил на третьем месте.

Вариант №6

- 1) На складе хранятся 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что аккумуля пятый после года хранения аккумулятор окажется годным.
- 2) Из чисел $1, 2, 3, \dots, 30$ случайно выбираются 10 различных. Найти вероятность того, что ровно 5 чисел делятся на три.
- 3) Два действительных числа выбираются так, что $|x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1$. Найти вероятность того, что $x^2 < y$.
- 4) Из букв слова «ТОРФ», составленного с помощью репренной буквы, наугад последовательно извлекают 3 буквы и складывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ТОР».
- 5) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает только два вопроса.
- 6) Пятидесятый экзаменационный билетик содержит по два вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 25 вопросов. Найти вероятность того, что человек сдаст, хотя для того достаточно ответить на два вопроса из первого билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.
- 7) Прибор, установленный на борту самолета может работать в двух режимах: в условиях нормальной крейсерского полета и в условиях перегрузки climb и descent. Крейсерский режим осуществляется в 80% всего времени полета, а условие перегрузки в 20%. Вероятность выхода прибора из строя во время перегрузки равна 0,4, а во время крейсерского полета – 0,1. Найти вероятность надежности прибора за время всего полета.
- 8) Находятся два ящика с красными и синими шариками: в первом 3 синих и 5 красных, во втором – 7 синих и 11 красных. Наугад выбирается шар. Шар показан из наугад взятого ящика. Известно, что извлеченный шар оказался синим. Найти вероятность того, что шарок из первого ящика.

Вариант №7

- 1) Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно выбранного автомобиля имеет все цифры различными. Значение считать номер 0000 возможным.
- 2) В лотерейной игре рассматриваются пять предметов. Всего в урне 30 билетов. Первый выходящий в урне вынимает четыре билета. Найти вероятность того, что два из этих билетов окажутся выигрышными.
- 3) Наугад выбираются два действительных числа x, y так, что $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$. Найти вероятность того, что $x^2 \leq y$.
- 4) Известно 10 карточек, на которых написаны числа 1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Одну из другой вынимают две карточки. Найти вероятности того, что на одной карточке будет число 4, а на другой четное.
- 5) Журналист рассматривает книгу о музее в трех библиотеках. Вероятность навлечь книгу в первой библиотеке равна 0,9, во второй – 0,8, в третьей – 0,6. Найти вероятность того, что а) книга есть только в первой библиотеке; б) книга есть только в одной библиотеке.
- 6) Бросают три игральных кости. Найти вероятность того, что на двух гранях будет одинаковое число очков, а на третьей – другое число очков.
- 7) На столе лежат 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент берущий билет первым, получит билет с однозначным номером.
- 8) Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35% и 40% всех измерений, допуская при этом 3%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение произвел каждый оператор?

Вариант №8

- 1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что случайно выбранный кубик будет иметь одну окрашенную грань.
- 2) Библиотечная система из 10 книг, причем 3 книги стоят по 4 тома каждая, три книги – по одному тому и две книги по три тома. Найти вероятность того, что случайно выбранные две книги стоят в сумме 5 томов.
- 3) На отрезке длиной 20 см помечен меньший отрезок длиной 10 см. Найти вероятность того, что точка, выбранная независимо на большем отрезке, попадет также и на меньший отрезок.
- 4) В первом ящике шары с номерами 5, 6, 7, 8, а во втором с номерами 1, 2, 3, 4. Из каждого ящика случайно вынуты по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров выданных шаров равна 10?
- 5) Из трех орудий производится выстрел по цели. Вероятность попадания при одном выстреле из первого орудия равна 0,3, из второго – 0,6, из третьего – 0,9. Найти вероятность того, что а) цель будет поражена; б) цель не поражена; в) попадет только второе орудие.
- 6) Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и выбирает ее случайно. Найти вероятность того, что ему придется позвонить не более чем в три места.
- 7) Группа студентов состоит из 5 отличников, 10 хорошистов, 8 троечников и двух двоечников. Отличники по предложенному условию могут получить только отличные оценки, хорошие отличники студенты могут с одинаковой вероятностью получить хорошие и отличные оценки, троечники получают отличные оценки только в двух случаях из десяти. Двоечники получить отличную оценку не могут. Найти вероятность того, что случайно выбранный студент получит отличную оценку.
- 8) Заготовщики изготавливаются из трех заводов. Первый завод производит 15% объемы производства заготовками, второй – 40%, третий – 45%. Продукция 1-го завода содержит 30% стандартных ламп, второго – 81%, третьего – 90%. В магазин лампы поступили не рассортированными, и случайно купив лампу оказалась испорченной. Найти вероятность того, что лампа изготовлена на заводе №2.

Вариант №9

- 1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 5, а произведение равно 4.
- 2) Найти вероятность того, что два случайно 12 человек придут на работу вовремя.
- 3) Найдены только два положительных числа не превосходящие 1. Какова вероятность того, что их сумма не превышает 1, а их сумма их квадратов больше $\frac{1}{4}$.
- 4) Ваня Пух собрался жуство победить. С вероятностью $p_1=0,3$ что-нибудь жуское есть у Коскина, а с вероятностью $p_2=0,6$ что-нибудь жуское есть у Патокина, но с вероятностями $q_1=0,2$ и $q_2=0,9$ их нет дома. К кому надежнее пойти, думает Ваня Пух?
- 5) Три студента решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,2, второй – 0,4, третий – 0,8. Найти вероятность того, что а) задача решена; б) задача не решена; в) задачу решит только третий студент.
- 6) Студентам, студия на ярмарку предоставляется 15 мест в Москву, 10 мест в Киев и 3 места в Новосибирск. Найти вероятность того, что при определенным студентам попадут на ярмарку в один город.
- 7) На столе 28 билетов, пронумерованных от 1 до 28. Найти вероятность того, что студент, берущий билет вторым, возьмет билет с другим номером.
- 8) Три стрелка производят по одному выстрелу по одной мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишень попали два стрелка. Найти вероятность того, что в мишень попал второй и третий стрелок.

Вариант №10

- 1) Аликлет забыл три последние цифры номера телефона в кабинет из туалета. Найдите вероятность того, что он наберет правильный номер.
- 2) Среди кандидатов в студенческий совет три первокурсника, пять второкурсников и семь третькурсников. Из этого состава избирают 3 человек. Найдите вероятность того, что а) выбраны один второкурсник, б) выбраны один третькурсник.
- 3) Дано уравнение $x^2 + ax + b = 0$. Известно, что $0 \leq a \leq 1$, $0 \leq b \leq 1$, причем вероятность попадания каждой из точек a и b в какой-либо интервал прямой $[0,1]$ пропорциональна длине интервала и не зависит от его положения относительно отрезка $[0,1]$. Найдите вероятность того, что данное уравнение имеет действительные корни.
- 4) На участке AB у метрополитен-станции имеется 2 пропеллера. Вероятность останова на каждом из них 0,1. Вероятность, что от пункта B до пункта C не будет останова, равна 0,7. Найдите вероятность того, что на участке AC не будет останова.
- 5) На столе автоматора лежит 30 билетов, пронумерованных от 1 до 30. Найдите вероятность того, что выходя для студента, выходящие билеты покажут а) билеты с одинаковыми номерами; б) билеты с различными номерами; в) один с одинаковым другой с другим номером.
- 6) При приеме партии производится проверка процента партии. Условие приема партии – наличие в выборке брала не более 2%. Вычислите вероятность того, что партия из 300 изделий будет принята, если она содержит 2% брака.
- 7) Работница может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями $p_1=0,6$ и $p_2=0,4$. Вероятность того, что данная работница выполнит число часов, равное соответственно 0,7 и 0,8. Найдите вероятность того, что данная работница выполнит заданное число часов.
- 8) Имеется десять одинаковых коробок, из которых в каждой находится по два черных и две белые шары и в одной (*) 5 белых и 1 черный шар. Из одной случайно взятой коробки извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из коробки (*)?

Вариант №11

- 1) Учениками коробкишек имеют жетоны из пластика. Номера жетонов от 1 до 100. Найдите вероятность того, что номер первого извлеченного жетона не содержит цифру 6.
- 2) В группе 18 девушек и 12 юношей. Надо выбрать делегацию из 2 человек. Найдите вероятность того, что будут делегированы девушка и юноша.
- 3) В некоторый пункт выехали три автомобиля. Знаю, что попавшая точка в круг действительна и что вероятность попадания точки в какую-либо часть этой круга зависит только от площади этой части и пропорциональна ей, найдите вероятность попадания точки в треугольник.
- 4) В колоде 36 карт. Изучают выкладывают две карты без возвращения. Найдите вероятность того, что а) извлеченные карты разного цвета; б) извлеченные карты одного цвета.
- 5) На участке AB у станции имеется 12 пропеллеров, вероятность останова на каждом из которых равна 0,1. Вероятность того, что от пункта B до пункта C не будет останова, равна 0,8. Найдите вероятность того, что на участке AC не будет останова.
- 6) По лоту производится три неизвестных выстрела. Вероятность промаха при первом выстреле равна 0,4. Для первого и для последнего двух последов. Найдите вероятность попадания цели.
- 7) В группе из десяти студентов, принадлежащих к разным, пять первокурсников, два – второкурсника, два – удовлетворительно, один – плохо. Отлично подготовленный студент может ответить на все 10 вопросов из двадцати возможных, хорошо подготовленный студент может ответить на 16 вопросов, удовлетворительно подготовленный – на 10 вопросов, плохо подготовленный – на 2 вопроса. Найдите вероятность того, что каждому выбранному студенту ответил на три заданных ему вопроса.
- 8) В группе 20 лыжников, 6 конькобежцев и 4 саночников. Вероятность выполнения нормы мастера спорта для лыжника равна 0,3; для конькобежца – 0,5; для саночника 0,75. Каждому выбранному спортсмену из группы нормы мастера спорта. Какова вероятность того, что это лыжник?

Вариант №12

- 1) В лотерее разыгрываются 1000 билетов. Среди них один выигрыш в 50 рублей, пять – по 20 рублей, двадцать – по 10 рублей, а пятьдесят выигрышей по 5 рублей. Никто купил один билет. Найти вероятность выигрыша не менее 10 рублей.
- 2) Из десяти деталей две являются бракованными. Изучают пять 5 деталей. Найти вероятность того, что три детали из пяти будут не бракованными.
- 3) Найти вероятность того, что сумма двух mutually исключительных случайных дробей не больше единицы, а их произведение не больше $\frac{3}{16}$.
- 4) Студент знает 25 из 30 вопросов программы. В билете три вопроса. Двойка ставится, если студент не отвечает на ни один вопрос. Найти вероятность получения студентом двойки.
- 5) В первом ящике 6 белых и 4 черных шара, а другом 7 белых и 3 черных. Из каждого ящика нужно вытащить по одному шару. Найти вероятности того, что а) шары черные; б) только один черный; в) хотя бы один черный.
- 6) Студент знает 35 из 40 вопросов программы. Для получения зачета необходимо ответить не менее чем на два из трех заданных вопросов. Найти вероятность сдачи зачета студентом.
- 7) В трех урнах лежат шары. В первой 5 футбольных шаров и 10 волейбольных; во второй урна 6 футбольных и 4 волейбольных; в третьей 5 футбольных и 5 волейбольных. Какова вероятность того, что каждому из трех шаров выбранной урны будет волейбольным.
- 8) Для симуляции «б» явлений используется генератор. Он генерирует 4 вероятностями 0,2, 0,3, 0,5 – в одному из трех типов. Вероятности срабатывания для которых равны 1, 0,75, 0,4. От генератора получен сигнал. К какому типу вероятности всего он относится?

Вариант №13

- 1) Найти вероятность того, что модулю выбранной точки последовательности $M_n = n^2 + 1$, $n = 1, 2, \dots, 10$ есть число кратное пяти.
- 2) Студент знает 20 из 30 вопросов программы. В билете 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент, зная билет, ответит на два вопроса билета.
- 3) На отрезке AB длиной 12 см случайно бросают точку M, причем вероятность попадания точки в какой-либо подынтервал отрезка AB не зависит от его расположения внутри AB и пропорциональна его длине. Какова вероятность того, что площадь квадрата построенного на AM, будет больше 36 см^2 и меньше 81 см^2 ?
- 4) В урне 30 шаров из них 5 белых, 10 синих, 15 красных. Шары вытаскивают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется вытягивать четвертое шаровое.
- 5) Из колоды в 52 карты случайно одновременно вытаскивают три карты. Найти вероятность того, что а) среди них нет красной масти; б) хотя бы одна карта красной масти.
- 6) В ящике содержится 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из деталей окрашена.
- 7) В одном пакете 10 конфет «Ласточка» и 5 конфет «Божья». В другом пакете 8 конфет «Ласточка» и 2 конфеты «Божья». Из первого пакета наудачу взяли одну конфету и перекладываем во второй пакет, после чего из второго пакета наудачу вынули одну конфету. Найти вероятность того, что вынули конфету «Божья».
- 8) Из 18 стрелков пять попадают в мишень с вероятностью 0,5; семь – с вероятностью 0,7; четыре – с вероятностью 0,6 и два – с вероятностью 0,3. Наудачу выданный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. Какова вероятность того, что он принадлежит к четвертой группе стрелков?

Вариант №14

- 1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубика. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что случайно выбранный кубик будет иметь две окрашенные грани.
- 2) Из чисел 1, 2, 3, ..., 30 случайно выбирают 10 различных. Найти вероятность того, что все отобранные числа окажутся четными.
- 3) Пустой ящик для вычислительных машин, каждый из которых не принимает единицы. Найти вероятность того, что из суммы не принимают единицы, а произведение не больше 8,097.
- 4) Подброшены три игральных кости. Найти вероятность того, что на всех костях выпадет тройка.
- 5) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, для второго – 0,3, для третьего – 0,3. Найти вероятность того, что а) выйдет из строя хотя бы один станок; б) из строя выйдет только первый станок.
- 6) Идутся карьеры с девятью парами тепловыми машинами. Две пары берут три часа. После пары из следует обратно. При выборе машин игравших не оставили. Какова вероятность того, что после трех игр в коробке не останется невыбранных машин.
- 7) В партии самолетов имеются в одинаковых количествах самолеты типа, только в бортах. Вероятности того, что самолеты приземлятся после посадки, равны соответственно 0,8; 0,9; 0,7. Найти вероятность того, что случайно выбранный самолет приземлится.
- 8) На складе 30 холодильников, изготовленных на заводе №1 и 40 – на заводе №2. Вероятность того, что холодильник изготовленный на заводе №1 будет иметь брак равен 0,1; для второго завода – 0,2. Холодильники упакованы в коробки. Наудачу взятый холодильник оказался с браком. Найти вероятность того, что он изготовлен на заводе №1.

Вариант №15

- 1) В лотерею разыгрываются 500 билетов. Крупный выигрыш только на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Никто не взял один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
- 2) У сборщика 12 деталей, две оставшихся друг от друга. На них пять деталей первого вида, четыре – второго, а три – третьего. Какова вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей окажутся три детали первого вида, две – второго и одна третьего вида?
- 3) Науча круга радиуса R бросили точку. Вероятность попадания точки в любую часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения относительно круга. Найти вероятность того, что точка окажется внутри квадрата, вписанного в круг.
- 4) В урне 15 шаров из них 10 белых, остальные белые. Шары вынимают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется вынимать четвертое шарик.
- 5) Вероятность успешного выстрела при одном выстреле равна 0,2. Определить число выстрелов, необходимых для поражения цели с вероятностью равной 0,6.
- 6) В десятишаровом развлекательном вертете один лоток. С лотком устранение неисправности наудачу выбранную лотку включает исправный из десятиком лотков, после чего сразу проверяют работу прибора. Какова вероятность того, что прибор будет работать нормально после лотка из лотков; б) лотка из десяти лотков?
- 7) Электронные изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 45% общего количества электронных, второй – 40%, третий – 15%. Произведенные 1-го завода содержат 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 90%. В магазин лампы поставляют с трех заводов. Найти вероятность того, что купленная лампа окажется стандартной.

Вариант №16

- 1) Куб, грани которого параллельны, разбит на 1000 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны, после чего выложен случайный слой. Найти вероятность того, что кубике будет иметь три окрашенных грани.
- 2) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии для контроля берут семь изделий. Если среди контролируемых окажется более трех дефектных вся партия бракуется. Найти вероятность того, что партия будет забракована.
- 3) На отрезке L длиной 20 см помещены n точек. Найти вероятность того, что точка, случайно расположенная на большом отрезке, попадет так же и на маленький отрезок. Предполагается, что вероятности попадания точки на отрезок пропорциональны длине отрезка и не зависят от его расположения.
- 4) В ящике лежит 10 белых и пять черных шаров. По второму ящику семь белых и три черных шара. На каждую являя случайно накладывают на одному шару. Найти вероятность того, что а) оба шара одного цвета; б) шары разного цвета.
- 5) На числа 1, 2, 3, ..., 20 случайно выбирают пять чисел. Найти вероятность того, что все числа четные.
- 6) Три стрелка независимо ведут стрельбу по цели одной и той же. Каждый стрелок имеет два выстрела. При первом же попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,2, для второго – 0,3, для третьего – 0,4. Найти вероятность того, что все три стрелка выстреляют весь свой боезапас.
- 7) Детали в багетных поступают из двух цехов: 30% из первого, остальные из второго. Материал первого цеха имеет 10% брака, а второго 20%. Найти вероятность того, что случайно взятой багетной окажется без дефектов.
- 8) Два цеха изготавливают одинаковые детали. В первом цехе брак составляет 0,3%, во втором – 1%. Для контроля отбирают 50 изделий первого цеха и 60 – второго. Детали считаются приемлемыми. Найти вероятность того, что случайно выбранная деталь, оказавшаяся годной, изготовлена в первом цехе.
- 9) В группе из 20 студентов имеются четыре отличника, десять – хорошистов и шесть посредственных студентов. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличника стрелка равна 0,9, для хорошиста – 0,7, для посредственного – 0,4. Случайно выбранный стрелок попал в цель. Найти вероятность того, что стрелок посредственный студент.

Вариант №17

- 1) В книге 30 страниц. Найти вероятность того, что номер случайной открытой страницы будет четным 8.
- 2) Из последовательности чисел 1, 2, 3, ..., 10 случайно выбирают два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше.
- 3) Два лица условно встретятся в определенном месте между 12 и 13 часами и договорились, что каждый партия ждет другого в течение 10 минут, после чего уйдет. Найти вероятность их встречи, если приход каждого в течение указанного часа может произойти в любое время и моменты прихода независимы.
- 4) В партии, состоящей из 20 радиотренировок, имеется три неисправных. Случайно отобранные три тренировки. Найти вероятность того, что а) отобранные только исправные радиотренировки; б) отобранные только неисправные.
- 5) Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9994. Найти вероятность попадания при одном выстреле.
- 6) Вероятность того, что противник попадет на обозначенном участке равна 0,7. Вероятность попадания в этот ствол равна 0,4. Для поражения достаточно одного попадания. Найти вероятность поражения при двух выстрелах.

7) На карточках написаны числа от 20 до 30. Выбирают сначала одну карточку, а потом другую (без возвращения). Найти вероятность того, что число на второй карточке будет четным.

8) Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной и той же мишене, делая каждый по одному выстрелу. Вероятности попадания для первого равны 0,3; для второго – 0,4. После стрельбы в мишене обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит второму стрелку.

Вариант №18

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.

2) Колода из 32 игральных карт делится наудачу на две равные части. Найти вероятность того, что в одной из частей будет ровно один туз.

3) Плоскость разбита на параллельные прямые, расстояния друг от друга на расстоянии 6 см. На плоскость наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на прямую пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

4) Два выстрела произвели по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для каждого выстрела соответственно равны 0,3 и $\frac{3}{5}$. Найти вероятность того, что цель не поражена.

5) В первом ящике 6 белых и 4 черных шара, а втором 3 белых и 2 черных. На каждого ящика наудачу выбирают по одному шару. Найти вероятность того, что а) оба шара одного цвета; б) шары имеют разные цвета; в) только один белый.

6) Деталь проходит четыре операции обработки. Вероятность получения брака при первой обработке равна 0,01, при второй – 0,02, при третьей – 0,03, при четвертой – 0,02. Найти вероятность получения детали без брака после четырех обработок, предполагая, что события получения брака на отдельных операциях являются независимыми.

7) В ящике 20 деталей, изготовленных на станке №1 и 40 деталей – на станке №2. На первом станке брак составляет 7%, на втором – 10%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет не бракованной.

8) В девять одинаковых закрытых урн помещены по десять шаров, различающихся только цветом. В две урны помещены по пять белых шаров, в три урны – по четыре белых шара, в четыре урны – по три белых шара. На одной из этих урн наудачу выбран один шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что эта урна содержала три белых шара.

Вариант №19

1) Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу выбирают одну. Найти вероятность того, что будет выбранная фигура любой масти. Замечание: все фигуры помечены дам, валет, король.

2) На пяти ряд, состоящий из семи мест, случайным образом рассаживаются семь студентов. Найти вероятность того, что два друга окажутся рядом.

3) На плоскости начерчены две concentricity окружности радиусов 3 см и 10 см. Найти вероятность того, что точка брошенная в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное внутренними окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения.

4) На шести карточках написаны буквы В, Д, Е, О, Х, К. После перетасовки вынимают наудачу по одной карте карточек с последующим их возвращением. Каждая из букв на вынутых карточках записывается. Найти вероятность того, что написано слово «ВОДУХ».

3) Три пули независимо выстрелили по одному мишу. Вероятности попадания каждой из пули в мишень одинаковы и равны 0,4. Определить вероятность того, что мишень будет убита, если для этого достаточно одного попадания.

4) Числитель и знаменатель рациональной дроби написаны случайно. Какова вероятность того, что эта дробь несократима на пять?

5) На карточках написаны цифры от 0 до 9. Найдены вытаскивают сначала одну, а затем другую карточку (без возвращения). Найти вероятность того, число на второй вытаскиваемой карточке будет нечетным.

6) Счетчик регистрирует падающие три типа α -частиц: A, B, C. Вероятности появления этих частиц $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,5$, $P(C) = 0,3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями 0,8; 0,2; 0,4. Счетчик уловил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа B.

Вариант №20

1) Брошены одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.

2) Для выполнения указанного по проекту задания 12 участников разбиты на две команды по шесть человек в каждой. Найти вероятность того, что два наиболее сильных спортсмена окажутся в одной команде.

3) Два студента условились встретиться в определенном месте между 20 и 23 часов.

Пришедший первым ждет второго в течение $\frac{1}{4}$ часа, после чего уйдет. Найти

вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент случайно выберет момент своего прихода.

4) Четыре охотника договорились стрелять по дичи в определенной последовательности. Следующий охотник производит выстрел лишь в том случае, если предыдущий промахнулся. Вероятность попадания для первого охотника равна 0,6, для второго – 0,7, для третьего – 0,8, для четвертого – 0,9. Найти вероятность того, что будет произведено а) один выстрел; б) два; в) три; г) четыре выстрела.

5) Выстрелив произвольно четыре выстрела. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что цель поражена а) всеми выстрелами; б) одним выстрелом; в) только вторым выстрелом.

6) Меток израненные поставлены в четыре линии. Вероятность попадания в мишень выстрелом выстрелом для мишени расположенной на первой линии равна 0,8, на второй – 0,75, на третьей – 0,7, на четвертой – 0,65. Найти вероятность попадания в мишень при формировании мишени в мишень.

7) В ящике, содержащий 3 одинаковые детали, бракован одна стандартная деталь, а всего выдано производителем одна деталь. Найти вероятность того, что выданный деталь стандартная, если равновероятно все возможные предположения о числе стандартных деталей, поровну выходящих в ящик.

8) Четыре стрелка независимо одна от другой стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4; для второго – 0,6; для третьего – 0,7; для четвертого – 0,8. После стрельбы в мишень обнаружены три пробоины. Найти вероятность того, что пробоина четвертого стрелка.

Типовой расчет №2

Вариант №1

1. Вероятность того, что деталь окажется стандартной 0,5. Найти вероятность того, что из 1000 произведенных деталей пройдет 600.
2. Известно, что в среднем 80% деталей изготовляемых в цехе являются стандартными. Случайно выбраны 1000 деталей. Найти вероятность того, что относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности такой детали (по закону) не более чем на 0,04.
3. В ящике лежит 10 изделий, одно из них бракованное. Из ящика вынимают изделия одно за другим до тех пор пока не будет вынута деталь бракованная. Составить закон распределения случайной величины X - числа вынутых изделий. Найти $F(x)$ и построить ее график. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения.

Вариант №2.

1. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность попадания в цель равна 0,9. Вычислить вероятность того, что из 10 выстрелов удачными будут 10.
2. По данным телеграфного кабеля в течение гарантийного срока выходит из строя в среднем 12% кабелей. Какова вероятность того, что из 40 кабелей выбранных кабелей не менее 30 переживут гарантийный срок.
3. Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отгружено 6 телевизоров. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

Вариант №3.

1. Две равновероятных игрок играют в настольный теннис. Какова вероятность того, что игрок выигрывает не менее трех партий из пяти.
2. Вероятность того, что изготовленные часы будут стандартными равна 0,97. Найти вероятность того, что среди 1000 изготовленных часов относительная частота стандартных часов отклонится от вероятности того, часов (по закону) не более чем на 0,02.
3. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Из партии контролер берет деталь и проверяет ее качество. Если она оказывается нестандартной, детальное испытание прекращается, а партия задерживается. Если деталь оказалась стандартной, то контролер берет следующую и т.д. Но всего он проверяет не более 5 деталей. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа проверенных деталей; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

Вариант №4..

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,001. Найти вероятность того, что при 1000 выстрелах будет не менее двух попаданий.
2. Найти вероятность того, что из 100 посаженных семян прорастут не менее 80, если их всхожесть равна 0,6.
3. Ребенок обслуживает 4 станки. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9, второй – 0,98, третий – 0,75, четвертый – 0,7. Требуется: 1) составить закон распределения числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

Вариант №5..

1. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника в шахматы три партии из четырех или пять из восьми?
2. Шахматная машина высшего класса дает 20% прома. Найти вероятность того, что в партии из 600 ходов число не соответствующих стандарту ходов будет от 100 до 125.
3. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Экзаменатор задает ему 5 вопросов. Петров отвечает на 5 правильно заданных вопросов, четверка до четверки – из 5, и т.д. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – оценки студента; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

Вариант №6..

1. В среднем 98% изделий проходят 4-й осмотр. Считая опущенные изделия бракованными, найти вероятность того, что из пяти изделий бракованных не будет одного.
2. В среднем из 100 деталей не удовлетворяет стандарту 20 деталей. Найти вероятность того, что среди 2500 деталей будет от 1950 до 2060 стандартных деталей.
3. В некотором классе брак составляет 5% всех изделий. Наудачу взяты четыре изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа бракованных изделий среди четырех; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №7..

1. Вероятность семя становится вероятностью 0,8. Найти максимальное число семян, которые не выйдут, если посеять 10 семян.
2. Статистическая вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10000 новорожденных мальчиков будет не более, чем девочек.
3. В партии из 10 изделий имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны четыре изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа стандартных среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №8..

1. Стрелковая база снабжает 10 минометов, вероятность поступления от каждого из которых выстрела на очередную ночь равна 0,6. Найти наименьшее возможное число выстрелов в ночь и вероятность этого наименьшего числа.
2. В среднем 10% студентов имеют знания по теории и практике (по данной дисциплине). Найти вероятность того, что, по крайней мере, один человек из десяти получит хорошие или отличные оценки.
3. В коробе лежат 10 теннисных и 5 светлых галстуков. Предположим, что 1 галстук. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа светлых галстуков среди трех выбранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, DX , $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Вариант №9..

1. Вероятность того, что покупатель машины не требует обуви 37 размера, равна 0,2. Найти наименьшее возможное число покупателей, которым потребуется обувь 37 размера, если в магазине имеется 800 покупателей.
2. Найти вероятность того, что в партии из 1000 изделий процентное содержание дефектных изделий не превышает 0,02, но больше 0,01.
3. На базе хранится 10 килограммов, среди которых 2 килограмма. Из этого числа килограммов в магазин привезли 5 килограммов. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа килограммов килограммов среди привезенных в магазин; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, DX , $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Вариант №10

1. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность, не менее пяти попаданий при шести выстрелах.
2. Вероятность попадания на мишень через пеленг составляет 80%. Наудачу выбрано 100 мишеней. Найти вероятность того, что число промахов будет в пределах от 68 до 90 штук.
3. Стрелок бьет стрельбу по мишеням. Вероятности попадания при одном выстреле равны 0,7, при этом на каждое попадание стрелок получает 8 очков. Сделав три выстрела. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа очков полученных стрелком из трех выстрелов; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, DX , $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Вариант №11..

1. База посеяла 20 семян тыквы с одинаковой вероятностью. Найти вероятность появления семян, если наиболее вероятное число проросших семян 17 и 18.
2. Если в среднем семена составляют 1%, то можно сказать на то, что среди случайно-выбранных 200 человек человек будет не более четырех.
3. В лотерею на каждые 100 билетов приходится один выигрыш в 1000 рублей, два выигрыша по 100 рублей и десять выигрышей по 10 рублей. Всего есть 20 семян. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – выигранных выигрышей на один билет; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, DX , $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Вариант №12.

1. В мастерской имеется 190 моторов. Вероятность того, что в данный момент мотор работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент времени работает 140 моторов.
2. В НИИ земледелия проверяется жизнеспособность семян кукурузы. Скорее всего кондуктор посеет, чтобы относительная частота появления семян отличалась от вероятности всхожести равной 0,95 не более чем на 0,01 с вероятностью 0,99.
3. Известно, что на некоторой ферме 18 сотрудников получают за одну неделю по 45 долларов, 25 сотрудников по 55, 40 по 65, 55 по 75, 30 по 85 и 25 по 100 долларов. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – зарплаты сотрудников; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №13.

1. В ВУЗе обучается 710 студентов. Найти наиболее вероятное число студентов, сдававших первый экзамен и вероятность того, что количество числа.
2. Из каждого листа детали десять удовлетворяют стандарту. Найти вероятность того, что из 20 вытаскив одна деталь точно стандартной высотой между 42 и 48.
3. Среди 20 приборов имеется 6 точных. Найдите вероятн 4 прибора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа точных приборов среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №14.

1. В цехе имеется 10 осветительных стоек. Вероятность того, что каждый стойка в течение смены будет работать с остановками равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение смены без остановок будут работать не менее двух стоек.
2. При контрольном просмотре изготовленных приборов были установлены, что в среднем 15 из 100 штук оказываются дефектными. Найти вероятность того, что число дефектных приборов среди вытасканных случайно 400 штук будет отличаться от наиболее вероятного значения не более чем на 20 штук.
3. Среди поступивших в ремонт 10 часов 8 штук приходится в общей части механизма. Часы по распределены по виду ремонта. Мастер, зная какие часы, приходится в общей части механизма, рассматривает их поочередно, и, найдя таковую, просматривает движущийся осмтр. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – количества просмотренных часов; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №15..

1. На заводе вырабатывается в среднем 80% холодильников отечественного качества. Какова вероятность того, что в партии из 1000 холодильников окажется наименьшее число отечественного отечественного качества?
2. В течение года на индивидуальной консультации по теории вероятностей обращаются в среднем 80% студентов. Найти вероятность того, что в этом году из 120 студентов на консультации обратятся не менее 95 человек.
3. Вероятность попадания в цель для стрелка, делавшего четыре выстрела, равна 0,3. За каждым попаданием стрелок получает пять очков, а за каждый промах у него вычитают два очка. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа очков, полученных стрелком из 4 выстрелов; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №16...

1. Проверяют партии из 50 приборов. Вероятность того, что прибор будет без брака равна 0,9. Найти математическое число приборов с браком и вероятность этого математического числа.
2. Вероятность того, что покупатель выберет обувь 37 размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что для покупателя, которому необходимо 37 размер, отклонится от вероятности этого события на заданном не более чем на 0,4, если в магазине ожидается 8000 покупателей.
3. В партию, состоящую из 50 изделий внесены шесть бракованных. Случайно из этой отобраны три изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа бракованных изделий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №17...

1. Радиотелефон состоит из 1000 радиотранзисторов. Вероятность отказа одного из них (безразлично какого) в течение года равна 0,001. Какова вероятность того: а) двух транзисторов б) не менее двух транзисторов в год.
2. С завода выходит в среднем 82% изделий первого сорта. Определить по какому закону имеет место событие, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что частота изделий первого сорта отклонится от наиболее вероятного их числа не больше чем на 2?
3. А.А. Мигунов при статистическом исследовании главы «Евгения Онегина» установил, что частота гласных букв составляет 0,45. Кроме того, вероятность, что буква гласной будет согласной гласная, составляет 0,128, а вероятность, что буква гласной будет согласной согласная 0,872. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа гласных букв среди двух последовательно расположенных букв; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №18..

1. Вероятность того, что любой абонент позвонит на компьютер в течение часа равна 0,005. Телефонная станция обслуживает 600 абонентов. Найти вероятность того, что в течение часа позвонит пять абонентов.
2. Медики установили, что 94% лиц, которым сделана прививка против туберкулеза, приобретают иммунитет против этого заболевания. Какова вероятность того, что среди 10000 граждан, получивших прививку менее 1000 не будут защищены от этого заболевания.
3. Некто решил играть в карты до первого выигрыша, но не более пяти раз, на следующих условиях: если выйдет победителем, он получит 3 доллара, а если другие числа он получит один доллар. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – суммарного выигрыша; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №19..

1. В урне 100 шаров, 30 из них белые, 70 – черные. Найти вероятность того, что в группе из семи шаров четыре шаров будут белыми.
2. Из каждой партии деталей две оказываются с дефектами. Найти вероятность того, что среди 30 случайно взятых деталей без дефекта будет большинство.
3. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых разрешает или запрещает проезд с вероятностью 0,5. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пропущенных автомобилем до первой остановки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №20.

1. Вероятность, что деталь бракованна, забросить или в корзину при броске равна 0,3. Произведено 12 бросков. Какова вероятность, что количество брака составит 3.
2. ОТК проверяет 900 деталей на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,8. Найти с вероятностью 0,9544 границы, в которых будет число стандартных деталей среди проверенных.
3. Два стрелка стреляют по одной мишени, точки попадания друг от друга по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – общего числа попаданий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Типовой расчет №3

Вариант №1

1. При каком значении параметра C функции $f(x) = \begin{cases} C/x, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$ будет плотностью вероятности случайной величины X ? Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.
2. На заводе изготавливаются подшипники. Диаметр их размеров представляет собой случайную величину, распределённую по нормальному закону с параметрами $M(X) = 2$ мм, $\sigma^2 = 0,01$ мм². Каковы размеры диаметра подшипника можно гарантировать с вероятностью 0,95? Записать функцию $f(x)$.
3. 14. Средний срок службы мотора 4 года. Найти вероятность того, что данный случайно мотор проработает более 15 лет.

Вариант №2..

1. Случайная величина X задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 2x, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $F(x)$; 2) вероятность того, что в двух опытах величина примет значения из интервала $(0,7; 0,8)$; 3) построить графики $f(x)$ и $F(x)$.

..

2. При контроле длины некоторой детали в 20 см, найдено, что отклонения превосходят $\pm 0,5$ см, встречается в среднем 4 раза из 100 деталей. Считая, что длина детали распределена по нормальному закону, определить ее стандартное отклонение $\sigma(X)$.

3. В среднем из 1000 деталей 20 не удовлетворяют стандарту. Оценить вероятность того, что из случайно взятых 2500 деталей будет 1950 до 2050 стандартных.

Вариант №3...

1. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a(1 - \sin x), & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & x > \pi \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что случайная величина примет значение большее $\frac{3\pi}{8}$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma(X) = 20$ мм и $M(X) = 0$. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибок хотя бы одного не превысит по модулю 4 мм.

3. В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время T лампа будет выключена, равна 0,8. Оценить вероятность того, что число выключенных в данный момент ламп будет отличаться от среднего числа выключенных ламп по модулю a не больше чем на 3; 2) по модулю чем на 3.

Вариант №4...

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} ax^3, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x < 0, \quad x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $X < 1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

2. При взвешивании некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонения, по абсолютной величине превосходящие 20 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи взвешиваний. Считая, что вес изделия есть случайная величина X , распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

3. Среднее число вызовов на АТС по часу суток равно 20. Оценить вероятность того, что в течение случайно выбранной минуты на АТС поступит: а) более 30 вызовов. б) менее 20 вызовов.

Вариант №5..

1. Случайная величина задана законом распределения

$$P(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ a(x-2)^2, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина X примет значение больше $\frac{5}{2}$; 4) построить графики $P(x)$ и $F(x)$.

2. Станок автомат изготавливает детали, время контролируется по диаметр X , который имеет нормальный закон распределения с $MP(X) = 10$ мм, $\sigma = 0,3$ мм. Найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут находиться диаметры изготавливаемых деталей.

3. Сумма всех вкладов в некоторой сберкассовой кассе составляет 2000000, а вероятность того, что случайно взятый вклад не превышает 1000 \$, равна 0,8. Что можно сказать о числе вкладчиков этой сберкассовой кассы?

Вариант №6..

1. Случайная величина распределена по закону:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ a(x^2 - 1), & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух испытаниях хотя бы раз величина примет значение из интервала $(1,5; 2,0)$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Для нормального распределения с параметрами $\mu = 5$, $\sigma = 2$ требуется определить: 1) значение плотности вероятности в точке $x = 4$; 2) вероятность события $7 < X < 8$; 3) вероятность того, что X не окажется за пределами 3σ .

3. На поле прямоугольной формы посеяно 2000 рядов кукурузы. Для определения средней урожайности собрали початки в каждом десятом ряду и на основании этих данных вычислили выборочную среднюю урожайность. Дискредит урожайности на каждом обследованном участке не превышает 10. Оценить вероятность того, что средняя урожайность на всем поле и выборочная средняя урожайность будут отличаться по абсолютной величине не более чем на 0,2 ц/га. Укажите: средняя урожайность на всем поле (принадлежит какой минимальной по площади выборочной средней урожайности).

Вариант №7..

1. Случайная величина задана законом распределения

$$P(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a[4e - e^x], & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение меньше 1; 4) построить графики $P(x)$ и $F(x)$.

2. Длина, изготовленных автоматов, регулируется гайкой, если изготовление не контролируется размер не превышает 10 мм. Случайные отклонения

подчинены нормальному закону с $\mu = 0$, $\sigma(X) = 5$ мм. Сколько процентов таких деталей изготовляется деталей?

3. Известно, что в среднем 88% составляют стандартные детали. Оценить вероятность того, что в результате проверки 1000 деталей – изготовленных почти нестандартных деталей – окажется их вероятности изготовления нестандартной детали не абсолютной значение больше чем на 0,04.

Вариант №8..

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ ax^3, & 0 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение большее 2.

2. Рост взрослых мужчин является нормальной случайной величиной, имеющей $M(X) = 175$ см, $\sigma(X) = 6$ см. Требуется: 1) написать функцию плотности вероятности этой случайной величины; 2) вычислить вероятность того, что хотя бы один из подобранных четырех мужчин будет иметь рост от 170 см до 180 см.

3. Среднее количество осадков выпадает в данной местности равно 58 см. Оценить вероятность того, что в этой местности выпадет а) более 175 см осадков, б) менее 120 см.

Вариант №9..

1. Продолжительность случайной величины X распределена по закону:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ ax^3, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение большее 1,5.

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону с $M(X) = 10$ мм, $\sigma(X) = 5$ мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9972 падает X в результате опыта.

3. Среднее суточное потребление электроэнергии в данной местности равно 2000 кВт/час, а среднее квадратическое отклонение равно 200 кВт/час. Какого потребления электроэнергии можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,99?

Вариант №10..

1. Непрерывная случайная величина задана законом распределения $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{x^2}, & x \geq 1 \end{cases}$

Требуется: 1) Найти параметр a ; 2) Вычислить $M(X)$, $\sigma(X)$, $\sigma(X)$ 3) вычислить вероятность события $0,5 < X < 3$.

- Рост взрослых женщин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X) = 164$ см. и $\sigma(X) = 5,5$ см. Найти вероятность того, что рост двух случайно выбранных женщин будет не меньше 162 см. и не больше 166 см.
- Электростанция обслуживает сеть из 1800 ламп, вероятность зажигания каждой из которых в любой вечер равна 0,8. Оценить вероятность того, что число ламп, включенных в сеть данным вечером, отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 300 штук.

Вариант №11..

- Случайная величина задана законом распределения
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ a(3x - x^2), & 0 < x \leq \frac{3}{2} \\ 1, & x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что после испытания величина примет значение большее 1.

- Стрельба по цели ведется в ходе определенного интервала времени. Среднее количество попаданий 10000 м. Предполагая, что количество попаданий есть случайная величина X , распределенная по нормальному закону с $D(X) = 1600$. Найти какой процент выпускаемых снарядов даст поразит от 100 до 200 м.

- Среднее квадратическое отклонение каждой из 450000 неизвестных случайных величин не превосходит десяти. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения средней арифметической этих случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий не превышает 0,02.

Вариант №12..

- Случайная величина задана законом распределения
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ c/x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

Требуется: 1) Найти параметр c ; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 3) вычислить вероятность события $0,5 < X < 3$.

- Для проверки однородности используются стандартные отклонения. Оценить среднюю стандартную ошибку подсчета, если из десятилетних наблюдений не дано, а случайные ошибки распределены по нормальному закону, и с вероятностью 0,8 не выходят за пределы $\pm 0,2$ м.

- При контрольной проверке изготовленных приборов установлено, что в среднем 15 из 100 приборов оказываются с дефектами. Оценить вероятность того, что доля приборов с дефектами среди 400 изготовленных будет по абсолютной величине отличаться от вероятности изготовления такого прибора не более, чем на 0,02.

Вариант №13..

- Потребляемая случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ a \sin x, & 0 < x \leq \pi/6 \\ 1, & x \geq \pi/6 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр σ ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в результате опыта величина примет значение большее $\frac{\pi}{12}$.

2. Размер диаметра ступки является нормальной случайной величиной с $M(X) = 2,5 \text{ см}$, а $\sigma(X) = 0,001$. В каких границах можно гарантировать размер диаметра ступки с вероятностью 0,9975?

3. Для некоторого предприятия среднее число автобусов, отправляемых в ремонт после месячной эксплуатации равно 5. Определить вероятность того, что на предприятии меньше, а одним автобусом будет отправлено в ремонт: а) менее 15 автобусов; б) более 10.

Вариант №14..

$$1. \text{ Случайная величина задана законом } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \sigma(x^3 - 2x) & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр σ ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина X примет значение большее 3; 4) построить график $F(x)$ и $f(x)$.

2. Завод изготавливает шарик для подшипников. Номинальный диаметр шарика 5 мм. Вследствие неточности изготовления шарика, фактический его диаметр есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с $M(X) = 5 \text{ мм}$, а $\sigma(X) = 0,05 \text{ мм}$. При контроле шарика бракуется, если его диаметр отличается от номинального более, чем на 0,1 мм. Определить какой процент шариков будет отбраковываться?

3. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, равна 0,6. Определить вероятность того, что из 1000 покупателей число совершивших покупку будет заключено в пределах от 590 до 610.

Вариант №15..

$$1. \text{ Случайная величина задана законом: } f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3 \\ \frac{\sigma}{\sqrt{9-x^2}}, & -3 < x < 3 \\ 0, & x \geq 3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр σ ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение большее $\frac{\pi}{2}$.

2. Случайная величина X подчинена нормальному закону с $M(X) = 0$. Вероятность попадания этой величины в интервал от -1 до 1 равна 0,5. Найти среднее квадратическое отклонение этой случайной величины и написать функцию $f(x)$.

3. Выборочным путем требуется определить средний вес зерен пшеницы. Сколько нужно обследовать зерен, чтобы с вероятностью большей 0,9 можно было утверждать, что средний вес отобранных зерен будет отличаться от математического ожидания этого среднего (принадлежащего к среднему весу зерен во всей партии) не более чем на 0,001. (Г) Установлено, что среднее квадратическое отклонение веса зерен не превышает 0,04.

Вариант №16..

$$1. \text{ Случайная величина задана законом } f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ a(3x - x^3) & 0 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в трех испытаниях величина примет значение из интервала $(0;2)$.

2. Случайная величина X – ошибка измерения некоторым прибором распределена по нормальному закону: $\mu = \sigma(X) = 3$ мм. Систематическая ошибка прибора отсутствует. $M(X) = 0$. Найти вероятность того, что в трех независимых измерениях ошибка хотя бы одного из них окажется в интервале $\{0;2,4\}$.

3. Сколько следует проверить изделий, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95, можно было утверждать, что абсолютная величина относительной частоты годных изделий от вероятности годной детали, равной 0,9, не превышает 0,01.

Вариант №17.

1. Плотность случайной величины задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ c/x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

Требуется: 1) Найти параметр c ; 2) Вычислить: $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 3) найти функцию $F(x)$.

2. Случайное отклонение X размера детали от номинала распределено по нормальному закону с $M(X) = 0$ и $\sigma(X) = 5$ мм. Каким должен быть допуск, чтобы с вероятностью не менее 0,9927 получившаяся деталь с контролируемым размером не была допущена?

3. Среднее число пассажиров автобуса равно 620. Оценить вероятность того, что в поездку выйдут свыше 600 пассажиров окажется более 638.

Вариант №18..

$$1. \text{ Случайная величина задана законом } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность того, что при двух испытаниях величина хотя бы раз примет значение из интервала $(2; 2,5)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Детали, выпускаемые заводом, относятся высшего качества, если отклонение их размера от номинала не превышает по абсолютной величине 2,6 мм. Случайное отклонение размера детали от номинала подчиняется нормальному закону со средним квадратическим отклонением равным 3 мм. Систематическая ошибка отсутствует ($M(X) = 0$). Определить среднее число деталей высшего качества среди 60000 выбранных пяти деталей.

3. Длина изготавливаемых деталей подчиняется случайному закону, среднее значение которой равно 50 мм. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 0,2 мм. Оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от средней длины по абсолютной величине не превышает 0,4 мм.

Вариант №19.

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \cos x), & 0 \leq x \leq \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислять вероятность события $\frac{\pi}{6} < X < \frac{\pi}{3}$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Какова вероятность того, что нормально распределенная случайная величина со средним значением равным 1 и дисперсией равной 4, примет значение меньше 3, но больше 0. Составить функцию плотности распределения вероятностей этой случайной величины.

3. Дисперсия каждой из 10000 независимых случайных величин не превышает пяти. Какой должна быть первая граница абсолютной величины отклонения средней арифметической случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий, чтобы вероятность такого отклонения составляла 0,02?

Вариант №20.

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} a(4x - x^2), & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & x < 0, \quad x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $0 < X < 1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$.

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону со средним значением равным 40 и дисперсией равной 250. Вычислить вероятность попадания этой величины в интервал (30;50). Показать функцию $f(x)$.

3. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,04. Какого количества чужих деталей следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,98 можно было утверждать, что доля нестандартных деталей среди них будет отличаться от вероятности изготовления нестандартной детали по абсолютной величине не более чем на 0,02?

Типовой расчет №4

Вариант I

1. Дана распределение абонентов по потребляемой мощности (мощность в кВт – x):

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число абонентов	3	11	70	150	290	230	130	62
Вероятность								

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, не вычисляя выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — вероятностной величины непрерывного; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения её; найти интервальные оценки параметров распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95; 8)

Вариант 2

1. Приведены распределение значений длины по их длине (в см).

Длина колёса	Число колёс
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	85
17-20	108
20-23	127
23-26	153
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, не вычисляя выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины — длины колёс колёса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения её; найти интервальные оценки параметров распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 3

В. Изучиваемая турбулентность второго класса турбулентности. Данные измерения указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности ($\Delta u_{\text{изм}}$), во второй - число измерений n , турбулентность которых указана в данной интервале.

интервал	n
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	10
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Требуют: 1) построить гистограмму и график относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициент асимметрии, эксцесса; 5) по моду гистограммы и значениям относительных частот, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор типа распределения случайной величины X - турбулентности второго класса турбулентности; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположить, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров распределения X , крития по доверительной вероятности 0,95;

Вариант 4

В. В ОТК была измерена диаметр колеса из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Основание измеренных диаметров от номинала даны в следующей таблице (в микрометрах)

Группы отклонений	число изделий
-20(-15)	7
-15(-10)	11
-10(-5)	15
-5(0)	24
0(5)	48
5(10)	41
10(15)	26
15(20)	17
20(25)	7
25(30)	1

Требуют: 1) построить гистограмму и график относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по моду гистограммы и значениям относительных частот, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор типа распределения случайной величины X - размера диаметра колеса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположить, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , крития по доверительной вероятности 0,95

Вариант №5

I. Приводятся распределения урожайности ржи (в ц/га) на различных участках поля наивысшего качества:

Урожайность (ц/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (в % к общей площади)	5	15	33	23	17	7

Требуется: 1) построить гистограмму и нанести относительные частоты; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и нанесённым относительным частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор типа распределения случайной величины T - размера диаметра валка; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, написать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , правая из доверительную вероятность 0,95.

Вариант №6

II. С целью исследования закона распределения ошибок измерения длины в полевых радиотелескопах проведены измерения длины (в м). Результаты представлены в следующей таблице:

Длина (в м)	Число измерений
560-570	6
570-580	23
580-590	45
590-600	72
600-610	78
610-620	43
620-630	29
630-640	14
640-650	8
650-660	3

Требуется: 1) построить гистограмму и нанести относительные частоты; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и нанесённым относительным частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор типа распределения случайной величины X - размера диаметра валка; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, написать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , правая из доверительную вероятность 0,95.

Вариант 7

1. Приведены данные относительной массы по диаметру шпиль

Относительная (в %)	Количество шпилек
-500 (-400)	4
-400 (-300)	12
-300 (-200)	28
-200 (-100)	56
-100 (0)	100
0-100	88
100-200	60
200-300	32
300-400	8
400-500	4

Требуется: 1) построить гистограмму и таблицу относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и таблице относительных частот, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – размера диаметра шпильки; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , принять за доверительную вероятность 0,95

Вариант 8

1. Приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранной студенческой

Рост (в см)	Число студентов
154-158	10
158-160	14
160-162	26
162-164	28
164-166	30
166-168	40
168-170	50
170-174	28
174-178	20
178-180	8

Требуется: 1) построить гистограмму и таблицу относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и таблице относительных частот, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – размера диаметра шпильки; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , принять за доверительную вероятность 0,95

Вариант 9

I. Дано распределение скорости автомобилей на одном участке шоссе (км/ч)

Скорость (км/ч)	Число автомобилей
61-65	5
65-69	8
69-73	13
73-77	13
77-81	26
81-85	33
85-89	28
89-93	11
93-97	8
97-101	5

Требуется: 1) построить гистограмму и построить относительные частоты; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и построенным относительным частотам, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор типа распределения случайной величины X - размера диаметра колеса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, написать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , уровня та доверительную вероятность 0,95

Вариант 10

I. Приведены суммарное число выбранных баллов в конкурсе:

Число баллов	Число команд
49-52	3
52-55	6
55-58	11
58-61	19
61-64	30
64-67	25
67-70	12

Требуется: 1) построить гистограмму и построить относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и построенным относительным частотам, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор типа распределения случайной величины X - размера диаметра колеса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, написать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , уровня та доверительную вероятность 0,95

Вариант П1

I. Дано распределение пределов прочности образцов сварного шва (Н/мм^2)

Предел прочности	частота
28-30	4
30-32	12
32-34	13
34-36	20
36-38	15
38-40	10
40-42	6
42-44	3

Требуется: 1) построить гистограмму и построить относительные частоты; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и построенной относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра вала; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант П2

I. Распределение отклонений диаметров от номинала (мм)

отклонения	частота
0,01-0,02	9
0,02-0,04	15
0,04-0,06	29
0,06-0,08	35
0,08-0,10	32
0,10-0,12	19
0,12-0,14	8
0,14-0,16	3

Требуется: 1) построить гистограмму и построить относительные частоты; 2) найти эмпирическую функцию распределения и нарисовать её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и построенной относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра вала; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 13

Г. Приведены средние диаметры установленных (в с.) подшипников

интервал	Кол-во установок
8,85-9,05	4
9,05-9,15	8
9,15-9,25	16
9,25-9,35	8
9,35-9,45	8
9,45-9,55	4
9,55-9,65	3
9,65-9,75	1

Требуется: 1) построить гистограмму и построить относительные частот; 2) найти логарифмическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и построенным относительным частот, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать вывод о виде распределения случайной величины X - размера диаметра вала; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 14

Г. Термодинамическое отклонение от нуля (в) при абсолютном давлении приведено в следующей таблице:

Отклонение	Кол-во разг
-40-(-30)	7
-30-(-20)	11
-20-(-10)	15
-10-0	24
0-10	48
10-20	41
20-30	26
30-40	17
40-50	7
50-60	3

Требуется: 1) построить гистограмму и построить относительные частот; 2) найти логарифмическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и построенным относительным частот, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать вывод о виде распределения случайной величины X - размера диаметра вала; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 15

1. Приведены распределение рабочих по количеству осей:

Зарплата (в тыс. руб. в сл.)	Число рабочих
190-240	24
240-290	13
290-340	40
340-390	50
390-440	60
440-490	120
490-540	180
540-590	58
590-640	30
640-690	15

Требуется: 1) построить гистограмму и полные относительные частоты; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полным относительным частотам, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра колеса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 16

1. Дано распределение людей график по кратность вений (17)

Кратность вений (в сл.)	Число вений
170-180	8
180-190	32
190-200	64
200-210	128
210-220	187
220-230	228
230-240	178
240-250	107
250-260	34
260-270	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полные относительные частоты; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полным относительным частотам, по значениям выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра колеса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 17

1. Дано распределение работ по времени, затрачиваемому одним рабочим на изготовление одной детали.

Время (мин)	Число рабочих
2-4	1
4-6	4
6-8	11
8-10	33
10-12	26
12-14	17
14-16	2

Требуется: 1) построить гистограмму и показать относительные частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и показанных относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - времени диаметра изделия; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 18

1. Даны результаты испытания стойкости удлинителей свечей диаметром 4 мм (в %):

стойкость	Кол-во свечей
1,6-2,8	7
2,8-3,0	10
3,0-3,2	49
3,2-3,4	70
3,4-3,6	46
3,6-3,8	18
3,8-4,0	8

Требуется: 1) построить гистограмму и показать относительные частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и показанных относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - времени диаметра изделия; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 19

I. Даны результаты определения содержания фосфора в изучаемых образцах:

Содержание фосфора (%)	Число образцов
0.10-0.20	5
0.2-0.3	20
0.3-0.4	58
0.4-0.5	25
0.5-0.6	5
0.6-0.7	4
0.7-0.8	2

Требуется: 1) построить гистограмму и нанести эмпирические частоты; 2) найти непрерывную функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и по эмпирическим частотам, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра колеса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, написать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 20

I. Приведены данные о среднесуточном пробеге автомобилей (в сотнях км):

Пробег	Число автомобилей
1.0-1.2	1
1.2-1.4	5
1.4-1.6	20
1.6-1.8	48
1.8-2.0	19
2.0-2.2	5
2.2-2.4	1

Требуется: 1) построить гистограмму и нанести эмпирические частоты; 2) найти непрерывную функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и по эмпирическим частотам, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра колеса; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, написать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 1

1. Дано распределение абонентов по возрастной категории (табл. №1)

Возрастная категория	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число абонентов	1	11	30	160	290	210	130	62

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о соответствии наблюдаемой и теоретической нормального распределения, приняв на уровень значимости 0,05.

2. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджеры компании интересуются, насколько соответствует предпочтениям гостиницам и близости от ее расположения до пляжа. С этой целью по 12 гостиничным городам была нанесена следующая зависимость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	99	89	86	90	83	85	89	78	76

Необходимо построить график заданных данных. Полагая, что между X и Y имеет место линейная зависимость, определить выборочные моменты линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

Вариант 2

1. Проверить распределение колоды по ее длине (в мм).

Длина колоды	Число колод
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	83
17-20	108
20-23	127
23-26	133
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о соответствии наблюдаемой и теоретической нормального распределения, приняв на уровень значимости 0,05.

2. Условною по трассе автомобилей интересуется зависимость между пробегом автомобилей (X тысяч) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выявления характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	38

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз стоимости ежемесячного технического обслуживания автомобиля, пробег которого 22 тысяч.

Вариант 3

1. Изучалась чувствительность игрового автомата к монетам. Данные результатов указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности (в левом), во второй – число автоматов и чувствительность которых оказалась в данном интервале.

интервал	Δ
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	20
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о равенстве автоматов с числом нормально распределенных, равное за уровнем значимости 0,05.

2. Преподователь выискивает зависимость площади пораженной части легкого, обожженной поверхной легкого, от числа лет курения. Статистические данные имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	19	42	51	28	18
Площадь пораженной части легкого, %	55	60	50	30	75	70	70	55	30	25

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о степени поражения легкого у случайно выбранного пациента, бывшего курильщиком, если человек курит 30 лет.

Вариант 4

1. В ОТК были измерены диаметры валков из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Отдельные измеренные диаметры от номинала даны в следующей таблице (в микронах):

Группы отклонений	Число изделий
-20(-15)	7
-15(-10)	11
-10(-5)	13
-5(0)	24
0(5)	49
5(10)	41
10(15)	26
15(20)	17
20(25)	7
25(30)	3

Проверить, используя критерий χ^2 -тестирование, о соответствии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Компания изготавливала прокладки различной температуры, установленной на автоматизированной производственной линии, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на автоматизированную и 8 различных регионов и соответствующее им число прокладок.

Число прокладок, шт.	420	380	350	400	440	300	480	420
Цена, руб./шт.	5,5	6,8	6,5	6,8	5,0	6,5	4,5	5,8

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить коэффициент в точности знака. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости автоматизированной прокладки, если объем прокладок составил 460 шт.

Вариант 5

1. Приведены распределения урожайности риса 16 га/га на различных участках поля некоторой компании:

Урожайность (га/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (га) в общей площади (га/га)	3	15	11	23	17	7

Проверить, используя критерий χ^2 -тестирование, о соответствии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Определяя средний выбранный 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	19	19	30	20	30	18	17

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Если студент занимается самостоятельно по 12 часов в неделю, то какова прогнозируемая успеваемость?

Вариант 6

1. С целью исследования типов распределения размеров измерения дальности с помощью раздаточного материала измерены дальности (в м). Результаты представлены в следующей таблице:

Дальность (в м)	Число измерений
340-370	6
370-380	27
380-390	45
390-400	71
400-410	78
410-420	43
420-430	29
430-440	14
440-450	8
450-460	1

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о соответствии наблюдаемой i величине нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Некоторая компания проводит рекламную кампанию в газетной и демонстрацией телевизионской, качества своего нового моющего средства. Через 10 недель компания решила проанализировать эффективность этой вида рекламы, опубликовав сравнительные объемы продаж с расходами на рекламу (тыс. сом).

Объем продаж, тыс. сом	72	76	78	70	68	88	82	63	61	90
Расходы на рекламу, тыс. сом	3	8	6	5	1	9	12	4	1	10

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз объема продаж, если расходы на рекламу составили 11 тыс. сом.

Вариант 7

1. Приведены данные отклонения бомбы по дальности от центра цели:

Отклонение (в м)	Количество отклонений
-300(-400)	4
-400(-500)	12
-100(-200)	28
300(-100)	56
100(0)	100

0-100	96
100-200	60
200-300	32
300-400	8
400-500	4

Проверить, используя критерий χ^2 -тестиров и согласия наблюдаемой с теорией нормального распределения, против 10 уровня значимости 0,05.

2. Имеется выборка из 10 домохозяйств для изучения связи между числом телевизоров в домохозяйстве и числом членов домохозяйства. X - число членов домохозяйства, Y - число телевизоров.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	3	3	4	1	2	2

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз количества телевизоров домохозяйства, состоящего из 8 человек.

Вариант В

1. Приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранных студентов:

Рост (в см)	Число студентов
154-158	10
158-160	14
160-162	26
162-164	28
164-166	30
166-168	40
168-170	50
170-174	28
174-178	20
178-180	8

Проверить, используя критерий χ^2 -тестиров и согласия наблюдаемой с теорией нормального распределения, против 10 уровня значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные о стаже работы (X , лет) и заработной плате рабочего (в месяц) (Y , руб.).

X	1	3	4	5	6	Y
Y	14	15	18	20	22	25

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о заработной плате, имеющего стаж работы 10 лет.

Вариант 9

1. Дано распределение скорости автомобилей на одном участке шоссе (км/ч)

Скорость (км/ч)	Число автомобилей
61-65	5
65-69	8
69-73	12
73-77	17
77-81	20
81-85	15
85-89	28
89-93	11
93-97	8
97-101	5

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Выявлена зависимость собственности владельца участка (Y , тыс. руб.) от величины выпуска продукции (X , тыс. шт.) на границе предприятия за отчетный период. Экономист обследовал 5 предприятий и получил следующие данные:

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,8	1,4

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Считать прогноз о собственности владельца участка, если выпуск продукции составит 3 тыс. штук.

Вариант 10

1. Приведется суммарное число набранных баллов командами в соревнованиях:

Число баллов	Число команд
49-52	3
52-55	6
55-58	11
58-61	19
61-64	30
64-67	25
67-70	12

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные о глубине выветки почвы под слоем лесоватры (X , см) и их урожайности (Y , ц/га):

X	10	15	20	25	30
Y	5	10	16	20	24

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между T и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление в тороту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз об урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

Вариант 11

1. Дано распределение пределов прочности образцов (среднего значения) (N/mm^2)

Предел прочности	частота
28-30	8
30-32	12
32-34	15
34-36	20
36-38	15
38-40	10
40-42	8
42-44	3

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о соответствии наблюдений о значении нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Из студентов 4-го курса естественно-технического факультета КРСУ собраны следующие образцы 10 студентов в подстановку средние оценки, полученные ими на первом (X) и на четвертом (T) курсе. Получены следующие данные:

X	3,5	4,0	3,8	4,6	3,9	3,0	3,5	3,9	4,5	4,1
T	4,2	3,8	3,8	4,3	4,2	2,4	3,8	3,9	4,4	3,0

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между T и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление в тороту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз средней оценки, полученной студентами на четвертом курсе, если на первом курсе их средняя оценка 4,2.

Вариант 12

1. Распределение отклонений напряжения от номинала (МПа)

отклонения	частота
0,00-0,02	8
0,02-0,04	15
0,04-0,06	29
0,06-0,08	35
0,08-0,10	32
0,10-0,12	19
0,12-0,14	8
0,14-0,16	3

Проверить, используя критерий χ^2 - Гиббса и признаки приближений к закону нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются данные о связи между возрастом человека (X , лет) и стоимостью его путешествия (Y млн. руб.).

X	1	2	3	4	5
Y	3	4	5	8	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости путешествия человека, если его возраст 2,5 года.

Вариант 13

1. Приведется время выполнения упражнения (в с.) у учащихся

интервал	Кол-во учащихся
8,95-9,05	4
9,05-9,15	8
9,15-9,25	10
9,25-9,35	8
9,35-9,45	6
9,45-9,55	4
9,55-9,65	2
9,65-9,75	1

Проверить, используя критерий χ^2 - Гиббса и признаки приближений к закону нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Исследована зависимость объема выпуска продукции (X , тыс.шт.) и себестоимости единицы изделия (Y , тыс.руб.). Получены следующие данные:

X	3	4	5	6	7
Y	10	8	7	5	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если объем выпуска продукции составит 8,5 тыс.штук.

Вариант 14

1. Горизонтальное отклонение от задан (мм) при испытании rifles приведено в следующей таблице:

Отклонение	Кол-во rifles
-40(-10)	7
-30(-20)	11
-20(-10)	15

-10-0	24
0-10	49
10-20	41
20-30	38
30-40	17
40-50	7
50-60	3

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о том, что таблица является с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные об объеме веса некоторого растения (X , г) и весе его семян (Y , г). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	2	2,5	2,8	3	3,5	4	4,5

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз веса некоторого растения, если вес его семян 4,4 г.

Вариант 18

1. Приводятся распределение рабочих по зарплате и стажу:

Зарплата (в усл. ед. кв.)	Число рабочих
130-240	24
240-250	33
250-260	40
260-270	50
270-280	60
280-290	120
290-300	180
300-310	54
310-320	30
320-330	13

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о том, что таблица является с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. При исследовании зависимости времени, затраченного на изготовление детали на станке от веса детали, получены следующие результаты (X – вес детали, кг, Y – время изготовления детали, с.):

X	7	8	10	12	13	14	15	17	18	20
Y	1,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,3	3,2

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз и времени, затраченного на изготовление детали на станке, если ее вес 22 кг.

Вариант 16

1. Дано распределение цен на единицу товара (х):

Категория цен (х)	Число единиц
170-180	9
180-190	32
190-200	84
200-210	128
210-220	187
220-230	229
230-240	174
240-250	107
250-260	34
260-270	8

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о соответствии наблюдений с законом нормального распределения, уровень значимости 0,05.

2. Имеются следующие выборочные данные о стоимости квартир (Т) и их общей площади (Х) в городе N:

Х	11	48	36	60	33	88	95	70	48	33	95	63
Т	13,8	13,8	14	21,3	24	28	32	20,8	22	21,3	22,3	24

Необходимо построить график полученных данных. Показать, что между Т и Х имеет место линейная зависимость, определить выборочные уравнение линейной регрессии. Определить коэффициент и точность связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать кратко описание квартиры, если ее площадь 56,4 м².

Вариант 17

1. Дано распределение рабочих по времени, затрачиваемому на выполнение одной детали.

Время (мин)	Число рабочих
2-4	1
4-6	4
6-8	23
8-10	33
10-12	20
12-14	17
14-16	2

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о соответствии наблюдений с законом нормального распределения, уровень значимости 0,05.

2. Имеются следующие выборочные данные о количестве воды (У, град.) и количестве выпитого чая (Х, г/л):

Х	28	38	77	191	241	282
У	4	8	11	27	34	17

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между X и Y имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз износа шара и стандартного отклонения 250 м/с.

Вариант 18

1. Даны результаты испытания стойкости усиленным шаром диаметром 4 мм (%):

стойкость	Кол-во шаров
2,6-2,8	7
2,8-3,0	10
3,0-3,2	48
3,2-3,4	70
3,4-3,6	46
3,6-3,8	10
3,8-4,0	8

Проверить, истинно ли критерий χ^2 гипотезу о том, что выборочный σ имеет нормальное распределение, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Исследуется зависимость между пределом прочности прессованной детали T (МПа) и температурой при прессовании X (град.). Экспериментальные данные, представленные в таблице:

X	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165
T	110	107	105	98	100	95	95	92	86	80

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между T и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз предела прочности детали, если температура прессования 170 град.

Вариант 19

1. Даны результаты определения содержания фосфора в тутовых образцах:

Содержание фосфора (%)	Число образцов
0,10-0,20	5
0,2-0,3	23
0,3-0,4	38
0,4-0,5	25
0,5-0,6	5
0,6-0,7	4
0,7-0,8	2

Проверить, истинно ли критерий χ^2 гипотезу о том, что выборочный σ имеет нормальное распределение, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются данные о фондооборачиваемости предприятия X (тыс.руб.) и производительности труда T (тыс.руб.).

X	20,7	22,8	18,7	16,3	14,7	11,3	18,8	13,4	9,3	11,8
T	10,2	10,6	9,2	7,8	6,4	4,3	9	6,8	4,3	6,1

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о продолжительности труда, если функционерская деятельность составляет 28 тыс. руб.

Вариант 20

1. Приведены данные о продолжительности пробега автомобилей (в килом.)

Пробег	Число автомобилей
1,0-1,2	2
1,2-1,4	5
1,4-1,6	20
1,6-1,8	48
1,8-2,0	19
2,0-2,2	3
2,2-2,4	1

Проверить, используя критерий χ^2 , гипотезу о наличии автокатастроф: с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. В таблице приведены результаты изучения зависимости себестоимости единицы продукции (Y , тыс.руб.) от величины выпуска продукции (X , тыс.штук) на разных предприятиях отрасли.

Y	2	3	4	5	6	7	8
X	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составляет 10 тыс.штук.

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1 СЕМЕСТР

Контрольная работа 1

ВАРИАНТ №1

1. Вычислить $\Delta(BC)^{-1} \Delta(BC)$, где $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера:
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 5x - 10y + z = 16 \end{cases}$$

3. Исследовать систему уравнений:
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 5x - 7y + z = 3 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель:
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -4 \\ 1 & -2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

ВАРИАНТ №2

1. Вычислить $\Delta(BC)^{-1} \Delta(BC)$, где $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$.

2. Найти ранг матрицы
$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \\ 6 & 1 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 3x - y + z = 2 \\ -4x + 3y + 2z = -1 \\ 5x - 2y - 4z = 0 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

ВАРИАНТ №3

1. Вычислить $(AB)^T \cdot (2B^T B^T)$, где $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ -2x + y + 5z = -5 \\ -5x - y + 7z = -12 \end{cases}$$

4. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & -5 & -4 \end{pmatrix}$.

ВАРИАНТ №4

1. Вычислить определитель матрицы $(2A^2 - A)^{-1}$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x - 2y + 2z - t - s = -1 \\ x - 2y + 2z - 3t + 2s = 0 \end{cases}$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} 7x + 7y + z = 3 \\ 3x - 2y + 2z = 4 \\ x + 5y - z = -1 \end{cases}$

4. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

ВАРИАНТ № 3

1. Вычислить определитель матрицы $(A^T \cdot B^T)^{-1}$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Исключить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z + t = 0 \\ 2x + 3y - z + 2t = 0 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений по правилу Крамера:
$$\begin{cases} 5x + y + z = 1 \\ -3x + 5y + 2z = 20 \\ 2x + 5y + 2z = -16 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений матричным способом:
$$\begin{cases} 5x + y + z = 1 \\ -3x + 5y + 2z = 20 \\ 2x + 4y + z = 21 \end{cases}$$

ВАРИАНТ № 4

1. Вычислить ранг матрицы $AB^T \cdot 5A$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Найти определитель матрицы:
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему уравнений матричным способом:
$$\begin{cases} 7x + y + 5z = 15 \\ -2x + y + z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

4. Исключить систему уравнений:
$$\begin{cases} -x + 3y + 2z + t = 0 \\ -x + 3y - z + 2t = 0 \end{cases}$$

ВАРИАНТ № 7

1. Вычислить ранг матрицы $(B^2 - A^2)^{-1}$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = 2A$.

2. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} -4x - y + 2z = -9 \\ x + 5y + 7z = -10 \\ 3x + y - 5z = 12 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений по правилу Крамера:
$$\begin{cases} -4x - y + 2z = -9 \\ x + 5y + 7z = -8 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

ВАРИАНТ № 8

1. Вычислить $\det(A^2 B^2)^{-1}$, где $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} -x + 5y - z = 3 \\ 2x + 2y + z = 5 \\ 3x - 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений матричным методом:
$$\begin{cases} 5x + y - 3z = 15 \\ 4x - 2y - 1z = 1 \\ 3x + 5y + 2z = 19 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

ВАРИАНТ № 9

1. Вычислить ранг матрицы: $(2ABC - A^2BC)^T$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}^T$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -0,1 \end{pmatrix}$.

2. Выписать пересечение: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Решить систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases} -5x + 3y - z = -3 \\ 3x - 4y + 7z = 22 \\ x + 2y - z = 4 \end{cases}$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 6x - 7y - z = 7 \end{cases}$

ВАРИАНТ № 10

1. Вычислить ранг матрицы $2(AB)^T - 3B^T A^T$, где $A^T = B = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Выписать пересечение: $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

3. Решить систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases} 3x - 5y - z = 8 \\ -2x + 2y + z = 1 \\ -3x - y + 2z = 5 \end{cases}$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ -2x + y + 5z = -5 \\ -3x - y + 7z = -12 \end{cases}$$

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. В треугольнике ABC дано: $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AC} = \vec{b}$, точка K – середина стороны BC . Выразить вектор $\overline{AK}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
2. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; 1)$, $C(0; 4; 0)$. Найти эту четвертую вершину D .
3. Найти координаты вектора $\vec{a} = (2\vec{i} + \vec{j})$, если $\vec{A} = (3; -1; -2)$, $\vec{B} = (1; 2; -3)$.
4. Найти расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$.
5. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x + 2y - 5z = -15 = 0$ и координатными плоскостями.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC : K – точка пересечения медиан треугольника, $\overline{AK} = \vec{a}$, $\overline{AC} = \vec{b}$. Разложить $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
2. Даны векторы $\vec{a} = (2; 3)$, $\vec{b}(1; -2)$, $\vec{c}(-1; 3)$. При каком значении коэффициента α векторы $\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c}$ коллинеарны?
3. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Найти: $\vec{a} \times (\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{b})$.
4. Найти полные координаты фокусов, эксцентриситет и уравнение директрис эллипса $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$.
5. Найти длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость $20x - 3y + 4z - 120 = 0$ и угол, образованный этим перпендикуляром с осью Ox .

Вариант 3

1. В параллелограмме $ABCD$: E и F – середины сторон BC и CD ,
..... $\overrightarrow{AE} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$. Выразить векторы $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{AD}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. Даны вершины тетраэдра $A(1; -1; 5)$, $B(4; 2; -5)$, $C(-4; 0; 2)$.
Найти длину медианы, проведенной из вершины A .
3. Даны $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$. Найти: $|\vec{a} + \vec{b}|$, $|\vec{a} + 2\vec{b}|$ и $|\vec{a} - 2\vec{b}|$.
4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.

$$3x^2 - y^2 + 12x - 4y - 4 = 0.$$

5. Построить плоскости, заданные уравнениями:
1) $2x - 1 = 0$;
2) $x + y - 1 = 0$; 3) $2x + 4y + 6z - 12 = 0$.

Вариант 4

1. Радиус-вектор точки M составляет с осью Oy угол 60° , а с осью Oz угол 45° ; его длина $|\vec{r}| = 8$. Найти координаты точки M , если ее абсцисса отрицательна.
2. Найти координаты вектора $\vec{a}$, если $|\vec{a}| = 3$ и углы между вектором и координатными осями равны: $\alpha = \beta = \gamma$.
3. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 45° . Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} - 2\vec{b}$ и $3\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$.
4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.

$$9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0.$$

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через:
1) точку $M(-2; 3; 1)$ перпендикулярно плоскости Oxy ;
2) точку M и ось Oy .
Построить эти плоскости.

Вариант 5

1. В параллелограмме $ABCD$ обозначены: $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AD} = \vec{b}$. K – точка пересечения диагоналей параллелограмма. Выразить через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы $\overline{KA}$, $\overline{KB}$, $\overline{KC}$ и $\overline{KD}$.
- 2.. Найти площадь треугольника, заключенного между осью координат и прямой $2x - 3y + 10 = 0$.
3. Упростить выражение $2i(j \times k) + 3j(i \times k) + 4k(i \times j)$.
4. Найти координаты центра и радиус окружности:
 $3x^2 + 3y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$.
5. Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки $(-2; 5; 4)$, $(2; 4; 6)$, $(2; 14; 6)$.

Вариант 6

1. В треугольнике ABC : $\overline{BC} = \vec{a}$, $\overline{CA} = \vec{b}$. Выразить через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы, совпадающие с медианами треугольника.
- 2.. Показать, что четырехугольник с вершинами $A(-3; 1; 4)$, $B(-1; -2; 5)$, $C(6; -5; -3)$ и $D(2; 5; -4)$ есть квадрат.
3. Упростить выражение $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \times \vec{a} + (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = \vec{b} + (\vec{b} - \vec{c}) \times \vec{a}$.
4. Найти уравнение окружности, каскающей оси координат и проходящей через точку $(4; -2)$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через:
1) точку $A(2; -4; 6)$ перпендикулярно оси Oz ;
2) точку A и отсекающей равные отрезки на положительных координатных полуосях.
Построить эти плоскости.

Вариант 7

1. В ромбе $ABCD$ даны диагонали $\overline{AC} = \vec{a}$, $\overline{BD} = \vec{b}$. Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба.
2. На оси Oy найти точку M , равноудаленную от точек $A(1; -4; 2)$ и $B(1; 6; -3)$.
3. Упростить выражение $(2\vec{i} - 4\vec{j} - 7\vec{k}) \times (2\vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k})$.
4. Показать, что уравнение $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$ определяет эллипс, найти его оси, координаты центра и эксцентриситет.
5. Найти расстояния от начала координат до плоскости, которая пересекает оси Ox , Oy , Oz в точках с координатами $a = -6$, $b = 2$, $c = 3$.

Вариант 8

1. Сторона BC треугольника ABC разделена на пять равных частей и все точки деления D_1, D_2, D_3, D_4 соединены с противоположащей вершиной A . Обозначены: $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{BC} = \vec{b}$. Выразить через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы $\overline{D_1A}$, $\overline{D_2A}$, $\overline{D_3A}$ и $\overline{D_4A}$.
2. Луч образует с двумя осями координат углы в 60° . Под каким углом выложен он к третьей оси?
3. Дано: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 30$, $\vec{a}\vec{b} = 30$. Найти $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2; -4\sqrt{3})$ и $M_2(-1; 2\sqrt{3})$.
5. Привести к каноническому виду уравнение прямой

$$\begin{cases} x - y + 2z + 1 = 0, \\ x + y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 9

1. В равнобоковой трапеции $ABCD$ известно нижнее основание $\overline{AB} = \vec{a}$ „боковая сторона $\overline{AD} = \vec{b}$ „и угол между ними $\angle A = \pi / 3$. Выразить через $\vec{a}$ „.... и $\vec{b}$ векторы, составляющие остальные стороны и диагонали трапеции..
2. Разложить вектор $\vec{c} = (8; -4)$ по векторам $\vec{a} = (1; 2)$ и $\vec{b} = (2; -1)$.
3. Даны: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 25$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 73$. Найти AB .
4. Построить линию: $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$.
5. Найти направляющий вектор прямой $\begin{cases} x = 2; \\ x = 4. \end{cases}$

Вариант 10

1. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ даны: $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AE} = \vec{b}$.. Разложить по этим двум векторам $\overline{AC}$ „ $\overline{AD}$ „ $\overline{AF}$ и $\overline{EF}$..
- 2.. Даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ Коллинеарны ли векторы $\vec{c} = \vec{a} + 2\sqrt{3} \cdot \vec{b}$ и $\vec{d} = -\sqrt{3} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b}$?
3. Найти «единичный» вектор $\vec{h}$, перпендикулярный каждому из векторов $\vec{a} = (3; -1; 2)$ и $\vec{b} = (-1; 2; -1)$.
4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.
$$x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 8 = 0.$$
5. Привести к каноническому виду прямую $\begin{cases} x + 3y + z - 4 = 0; \\ 3x - y - 4z + 1 = 0. \end{cases}$

Контрольная работа 3

Вариант 1

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 8}{5n^2 + 3n - 9}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} (x - \sqrt{x^2 + 8})$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$
5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{x^2 \cdot \arctg(3x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\lg(x-5)}{\sqrt{x+4} - 3}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x} - 1}$

Вариант 2

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + 8}{5n^2 + 3n^3 + 19}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+5} \right)^{5n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x + 6}{2^x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{e^{x-4} - 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{6x} - 1}{\ln(1 + 8x)}$$

Вариант 3

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n^4 + 8}{5n^2 - 3n^3 - 9}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+5}{3n-2} \right)^{n+5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} [\ln(x+3) - x^2 + 5]$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{2x^2 - 12x + 18}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 - 4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{tg}(5x)}{\arcsin^3(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{\sin(x-4)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{e^{5x} - 1}$$

Вариант 4

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^5 - 2n^4 + 1}{n^2 - 3n^5 - 8}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+6}{5n+5} \right)^{2n-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{2x^2 - 9} - 2x)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 8}}{2x - 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(2x)}{x \cdot \sin(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{2x-4} - 1}{x^2 - 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1-2x)}$$

Вариант 5

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 - 5n + 5})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-4}{2n+3} \right)^{5-n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 2}{3x^2 + 5x - 6}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{5 - \sqrt{x+23}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\operatorname{tg}^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arctg(2x-6)}{4-\sqrt{x+13}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{7^{3x}-1}$$

Вариант 6

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 - 2n + 4} - 3n)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n+4} \right)^{5n-2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+1}{5x-7} \right)^{x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - x - 5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin^2(4x)}{\arctg^4(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{e^{3x-3} - 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{4x} - 1}{\ln(1+9x)}$$

Вариант 7

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 - \sqrt{4n^4 + 2n - 1})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+7} \right)^{3n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-3} - 1}{2^{x-2} - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^3(4x)}{x \cdot \tg^2(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{-6x} - 1}$$

Вариант 8

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n + 10} - n)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-1}{4n+5} \right)^{6-2n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2 + 16} - x + 1)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{15-5x}{3-\sqrt{4x-3}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(6x)}{\arctg^2(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7^{3x+3} - 1}{6x^2 + 7x + 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{\ln(1+5x)}$$

Вариант 9

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16n^2 - 2n + 7} - 4n)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-4}{6n+5} \right)^{-2n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\ln(2x+9)}{x^2-1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-8x+16}{2x^2-5x-12}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(5x)}{1-\cos(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2-8x-4}{\arctg(8-4x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{8^{4x}-1}$$

Вариант 10

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - \sqrt{n^4 - 3n^2 + 11})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+2}{7n-4} \right)^{3n+2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x+4} \right)^{x-5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2-5x-2}{-x^2+3x-2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x+24}-5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^3(2x)}{x \cdot \sin^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1}-1}{\sqrt{2x+7}-3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{7x}-1}{\ln(1+10x)}$$

Вариант 11

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 - 2n + 5})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{8n-3}{8n+1} \right)^{5-4n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x-1}{2x^2-4x+3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2-5x-25}{x^2-25}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4-\sqrt{6x-2}}{9-3x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \arcsin^2(3x)}{\tg^5(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sin(4x-4)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-9x}-1}{\ln(1-6x)}$$

Вариант 12

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4+5n^2+4}-n^2)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n+2}{9n-5} \right)^{3n+4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{\ln(x+3)}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2-x-6}{3x^3+4x^2+x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^3+3x^2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tg^3(5x)}{\arctg^3(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-12x)}{e^{4x}-1}$$

Вариант 13

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (5n - \sqrt{25n^2 + 4n + 4})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n + 51}{10n - 64} \right)^{20n+4}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 6x + 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 12x + 18}$
5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3x + 10} - 1}{2x + 6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6x)}{x \cdot \operatorname{arctg}(2x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(3x - 6)}{2 - \sqrt{x + 2}}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 5x)}{2^{-10x} - 1}$

Вариант 14

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 2n^2 - 6} - n^2)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{11n - 2}{11n + 3} \right)^{4-5n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} [\ln(x^2 + 3) - \ln(3x^2 + 1)]$
4. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{2x^2 - 11x - 6}$
5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x + 6}{7 - \sqrt{19 - 10x}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^4(2x)}{\operatorname{tg}^4(3x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 7x - 15}{e^{x^2 - 25} - 1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{-8x} - 1}{\ln(1 - 16x)}$

Вариант 15

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 - 3n + 2} - n^2)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n - 4}{2n + 5} \right)^{5n^2}$
3. $\lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x^2 + 12} - \sqrt{3x^2 - 3})$
4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2 + 3x + 27}{2x^2 - 5x - 3}$
5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x + 13} - 3}{3x + 6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg}^2(7x)}{\arcsin^3(2x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3 - \sqrt{4x + 21}}{\operatorname{tg}(5x + 15)}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{20x} - 1}{\ln(1 + 5x)}$

Контрольная работа 4

Вариант 1

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$$

$$2. y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$$

$$3. y = \ln \sin(2x + 5)$$

$$4. y = x^{\ln x}$$

$$5. y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1 + 2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

Вариант 2

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x - 1)}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$$

$$2. y = \frac{4 \arccos x - e^x}{3 \log_2 x + 5x^3}$$

$$3. y = \frac{1}{2} \sin^4(\cos x)$$

$$4. y = x^{\arcsin x}$$

$$5. y = (2^x + 4 \sin x)(3 \ln x - 2)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \arctg 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}.$

Вариант 3

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x + 9) - \ln 3}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^2}$$

$$2. y = \frac{2 \ln x - 8x^4}{4^x - 2 \arccotg x}$$

$$3. y = \arccos(\ctg 4x)$$

$$4. y = x^{\sqrt{x+1}}$$

$$5. y = (5 \tg x - e^x)(4 \log_7 x + 3)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1-4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$.

Вариант 4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{4^{x+2} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3$

2. $y = \frac{e^x + 6 \arcsin x}{5x^2 - 2 \log_4 x}$

3. $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$

4. $y = (\operatorname{tg} x)^{x^3}$

5. $y = (8 \operatorname{ctg} x + 3^x)(2 \ln x - 5)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 3t, \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$.

Вариант 5

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 4x)}{e^{3x-6} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$

2. $y = \frac{7^x - 3 \arccos x}{4x^3 + 3 \ln x}$

3. $y = \ln(\arcsin 3x)$

4. $y = (\sin x)^{\cos x}$

5. $y = (e^x - 4 \operatorname{tg} x)(3 + 7 \log_3 x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1+6t), \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{12x}{9 + x^2}$.

Вариант 6

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5^{2x-3} - 5^5}{e^{x-4} - 1}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3}$

2. $y = \frac{7x^2 + 4 \log_3 x}{2e^x - 5 \operatorname{arctg} x}$

3. $y = e^{\operatorname{tg}(3x-2)}$

4. $y = (\arcsin x)^{x^2+1}$

5. $y = (5^x + 2 \cos x)(10 - 3 \ln x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 4t, \\ y = t^4 + 4t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}.$$

Вариант 7

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3^{5x+10} - 1}{\ln(4x+9)}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 3x^5 - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$

2. $y = \frac{3 \operatorname{arctg} x - 5^x}{4 \ln x - 5x^6}$

3. $y = \ln(e^{2x} + 3)$

4. $y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$

5. $y = (e^x + 6 \operatorname{ctg} x)(9 + 7 \log_6 x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1-5t), \\ y = t^5 - 10t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{4 - x^3}{x^2}.$

Вариант 8

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 2} (2-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = \sqrt[3]{x^7} - 4x^6 + \frac{4}{x^5}$

2. $y = \frac{2 \arccos x + e^x}{3 \log_2 x - 7x^3}$

3. $y = 3^{-\arcsin(6x)}$

4. $y = (x^3 - 1)^x$

5. $y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 5t, \\ y = 5t^2 - 20t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}.$$

Вариант 9

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x)}{2x^2 - 6x}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$

2. $y = \frac{5 \ln x + 3x^4}{6 \arcsin x - 2^x}$

3. $y = (1 + \sin 2x)^{10}$

4. $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$

5. $y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(2 + 3t), \\ y = t^6 - 3t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}.$

Вариант 10

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{3^{x-1} - 1}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$

2. $y = \frac{5 \arccos x - e^x}{4 \log_5 x - 6x^3}$

3. $y = 2^{\arcsin 5x}$

4. $y = (\ln x)^x$

5.

$y = (10 \ln x + 6^x)(2 \sin x - \sqrt{3})$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 6t, \\ y = 3t^4 + 2t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

Вариант 11

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 5} \frac{e^{x-3} - e^2}{4^{10-2x} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2\sqrt{x^3} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$$

$$2. y = \frac{6^x - 3 \operatorname{arctg} x}{5x^2 - 9 \ln x}$$

$$3. y = (1 + \cos 3x)^6$$

$$4. y = (\arccos x)^{x^2}$$

$$5. y = (e^x - 7 \log_3 x)(\sqrt{2} - 3 \operatorname{tg} x)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(5 - 4t), \\ y = t^8 + 2t^4. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

Вариант 12

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(3x-14)}{4^{2x-10} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$$

$$2. y = \frac{8x^4 - 7 \log_8 x}{e^x + 2 \arcsin x}$$

$$3. y = \ln \operatorname{tg}(4x-1)$$

$$4. y = (\sin x)^{x^3}$$

$$5. y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 7t, \\ y = 7t^4 - 21t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}.$$

Вариант 13

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 3} (2x-6) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$$

$$2. y = \frac{9^x - 3 \arccos x}{5x^3 + 8 \ln x}$$

$$3. y = \sin(e^{4x+3})$$

$$4. y = (x^2 + 2)^{3x}$$

$$5. y = (e^x - 5 \log_8 x)(6 \operatorname{ctgx} - 1)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(8 - 7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{-8x}{x^2 + 4}.$$

Вариант 14

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 + \cos(x/2)}{(x - 2\pi)^2}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4$$

$$2. y = \frac{5 \arccos x - e^x}{2 \log_4 x - 6x^2}$$

$$3. y = \arcsin(\ln(2x))$$

$$4. y = x^{\operatorname{arctgx}}$$

$$5. y = (2^x + 3 \ln x)(4 \cos x + 11)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}.$$

Вариант 15

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1.1 \lim_{x \rightarrow -4} \frac{e^{3x+12} - 1}{\ln(3x + 13)}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{4}{x^5} + \sqrt[5]{x^2} - 7x^3$$

$$2. y = \frac{4 \ln x - 3x^6}{7 \operatorname{arctg} x + 8^x}$$

$$3. y = \ln(1 + \operatorname{arctg} 2x)$$

$$4. y = (\cos x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$5. y = (e^x - 5 \log_4 x)(9 \sin x - 12)$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(4 + 3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{4x}{(x+1)^2}.$$

Контрольная работа 5

Вариант 1

1. $\int x\sqrt{5-x^2} dx.$

2. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int \frac{3x^2 + x^5 e^x - 4}{x^5} dx$

4. $\int (3x-2)\cos 2x dx$

5. $\int \frac{x^3 - 8x - 14}{(x+2)(x-4)} dx$

6. $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$

Вариант 2

1. $\int \sin^5 x \cos x dx.$

2. $\int \frac{1}{\sqrt{x+5}} dx$

3. $\int (5+4x)\sin 7x dx$

4. $\int \frac{5x^2 + 11x + 2}{x(x+1)^2} dx$

5. $\int \frac{(x+5)^2}{x^5} dx$

6. $\int \sqrt{256-x^2} dx.$

Вариант 3

1. $\int \frac{\sqrt[6]{\ln x}}{x} dx.$

2. $\int \frac{\sqrt{x+9}+1}{\sqrt{x+9}-1} dx$

3. $\int (2x-21)e^{7x} dx$

4. $\int \frac{x^3 + 2x^2 - 18x + 17}{(x-3)(x+5)} dx$

5. $\int \frac{6x^2 - x^5 \sin x + 22x}{x^5} dx$

6. $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$

Вариант 4

1. $\int \frac{x^2}{x^3-9} dx.$

2. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{4x+1}} dx$

3. $\int (4+x)7^x dx$

4. $\int \frac{x^3 + 9x^2 + 11x - 20}{x^2(x+5)} dx$

5. $\int (x-2)(x^2+2x+4)dx$

6. $\int \frac{dx}{1+\cos x+\sin x}$

Вариант 5

1. $\int e^{-2\sin x} \cos x dx$.

2. $\int \frac{1}{2+\sqrt{x}} dx$

3. $\int (x^3+5x+1) \ln x dx$

4. $\int \frac{3x^2-5x+8}{(x-1)(x^2+1)} dx$

5. $\int \frac{(x^3+3)^2}{x^5} dx$

6. $\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x+3\sin^2 x}$

Вариант 6

1. $\int \frac{(\arctg x)^5}{1+x^2} dx$.

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+5}+\sqrt{(x+5)^3}}$

3. $\int 4x \arctg x dx$

4. $\int \frac{-3x^2+4x-4}{(x+4)(x^2+1)} dx$

5. $\int \frac{(6x-3)^2}{x} dx$

6. $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^5 x}$

Вариант 7

1. $\int \frac{(10x-4)}{\sqrt{5x^2-2x+1}} dx$.

2. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6} dx$

3. $\int (5x^2-16x^4-2) \ln x dx$

4. $\int \frac{5x^2-29}{(x+2)(x-1)(x+3)} dx$

5. $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$

6. $\int \frac{dx}{2+\sin x}$

Вариант 8

1. $\int e^{x^6} \cdot x^5 dx$.

2. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$

3. $\int 6 \arcsin x dx$

4. $\int \frac{x^3+x^2+3x+7}{(x-1)(x+2)} dx$

5. $\int \frac{2x^3+x^2 \sin 6x+x}{x^2} dx$

6. $\int \frac{dx}{5+5\cos x+\sin x}$

Вариант 9

1. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$.

2. $\int x\sqrt{6-x} dx$

3. $\int (3+9x)\cos 8x dx$

4. $\int \frac{2x^2 - 5x + 2}{(x-3)(x+2)} dx$

5. $\int \frac{(2x-3)^2}{x^3} dx$

6. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

Вариант 10

1. $\int \frac{x}{(6+x^2)^2} dx$.

2. $\int \frac{dx}{(4+x)\sqrt{x}}$

3. $\int (6x+2)\sin 6x dx$

4. $\int \frac{-x^2 + 6x - 3}{(x+3)(x^2+1)} dx$

5. $\int \left(\frac{x+3}{x^2} \right)^2 dx$

6. $\int \sqrt{4-x^2} dx$.

2 СЕМЕСТР

Контрольная работа №1

Вариант 1

- 1.1 Буквы азбуки Морзе представляют собой набор “точек” и “тире”. Сколько букв может быть в азбуке Морзе, если буква не должна содержать более четырех знаков?
- 2.1 Найти число таких перестановок семи учеников, сидящих на скамейке, чтобы три определенных ученика находились рядом.
- 3.1 У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом № 1, и 4 детали завода № 2. Наудачу взяты 2 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1.
- 4.1 В первом ящике 6 шаров: 1 белый, 2 красных и 3 синих. Во втором ящике 12 шаров: 2 белых, 6 красных, 4 синих. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что среди вынутых шаров нет синих?
- 5.1 В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 10 небракованных. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Вариант 2

- 1.1 Сколькими способами можно расположить в ряд 3 белые и 2 черные карточки так, чтобы черные карточки не лежали рядом?
- 2.1 В автомашине 7 мест. Сколькими способами семь человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только трое из них?
- 3.1 Детали, изготавливаемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму — 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым — 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.
- 4.1 Вероятность того, что при одном броске мяч попадет в корзину, равна 0,6. Сколько бросков должен сделать игрок, чтобы с вероятностью не менее 0,8 мяч попал в корзину хотя бы один раз?
- 5.1 В коробке 4 желтых, 2 зеленых и 5 красных деталей. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали - разных цветов.

Вариант 3

- 1.1 Три автора должны написать книгу из 8 глав, причем первый и третий должны написать по 3 главы, а второй – 2 главы книги. Сколькими способами можно распределить главы между авторами?
- 2.1 Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3,4?
- 3.1 Детали обрабатываются станками двух типов. Производительность первого станка в полтора раза превышает производительность второго. Найти вероятность того, что взятые наугад 3 детали обработаны одним и тем же станком.
- 4.1 В партии деталей бракованных в три раза меньше, чем небракованных. Найти вероятность того, что среди 10 взятых деталей хотя бы одна бракованная.
- 5.1 В первой урне 2 белых, 3 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 10, 4 и 6. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она красная.

Вариант 4

- 1.1 Известно, что крокодил имеет не более 68 зубов. Доказать, что среди 16^{17} крокодилов может не оказаться двух крокодилов с одним и тем же набором зубов.
- 2.1 На студенческой конференции хотят выступить три студента факультета А и три студента факультета В. Но участниками могут быть три человека. Найти число групп из трех человек, которые могут быть участниками студенческой конференции.
- 3.1 Мишень состоит из двух концентрических кругов радиусами 10 и 15 см. Считая равновозможным попадание в любую часть большего круга, определить

вероятность того, что при двух выстрелах будет одно попадание в круг меньшего радиуса.

- 4.1 В ящике 10 красных, 10 зеленых и 10 желтых деталей. Найти вероятность того, что среди пяти наудачу взятых деталей: 2 красных, 2 зеленых и 1 желтая деталь.
- 5.1 В первой урне 4 белых и 5 красных деталей, во второй соответственно 2 и 3. Из каждой урны наудачу извлекаются по одной детали. Затем из этих двух деталей – одна деталь. Найти вероятность того, что она окажется красной.

Вариант 5

- 1.1 На первой из двух параллельных прямых лежат 4 точки, на второй – 3. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
- 2.1 Сколькими способами можно расселить 9 студентов в 3 комнатах, рассчитанных на трех человек каждая?
- 3.1 В первой урне 5 белых, 7 синих и 9 красных деталей, во второй соответственно 6, 10 и 4. Из обеих урн наудачу извлекаются по две детали. Найти вероятность того, что среди них нет синих.
- 4.1 В первой урне 3 белых, 2 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 7, 1 и 2. Из каждой урны наудачу извлекаются по одной детали. Затем из этих двух деталей – одна деталь. Найти вероятность того, что она окажется красной.
- 5.1 Вероятность того, что событие A появится хотя бы один раз при двух независимых испытаниях, равна 0,75. Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что вероятность появления события в обоих испытаниях одна и та же).

Вариант 6

- 1.1 Автомобильные номера состоят из трех букв (всего используются 30 букв) и четырех цифр. Сколько автомобилей можно занумеровать так, чтобы все буквы были разные, а цифры возрастали?
- 2.1 В чемпионате участвуют 9 команд, среди которых 3 команды экстракласса. Для уменьшения общего числа игр команды путем жеребьевки разбиваются на 3 равные подгруппы. Какова вероятность того, что эти 3 команды окажутся: а) в разных подгруппах; б) в одной подгруппе?
- 3.1 Группа, состоящая из 6 человек, занимает места с одной стороны прямоугольного стола. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом, если а) число мест равно 6; б) число мест равно 10.
- 4.1 В первой урне 3 белых, 2 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 4, 1 и 5. Из первой урны наудачу извлекаются две детали, из второй - три. Найти вероятность того, что среди них нет синих.
- 5.1 В первой урне 3 белых, 2 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 7, 1 и 2. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она красная.

Вариант 7

- 1.1 Сколькими способами 10 элементов можно разбить на пары, если разбиения, отличающиеся только порядком элементов внутри пар и порядком расположения пар, считаются одинаковыми?
- 2.1 Группа, состоящая из 5 человек, занимают места за круглым столом в случайном порядке. Сколькими способами их можно разместить за столом так, чтобы два определенных лица сидели рядом?
- 3.1 Числа 1, 2, ..., 9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что на четных местах будут стоять четные числа.
- 4.1 В каждом из двух ящиков: 4 небракованные детали и 1 бракованная. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.
- 5.1 Три команды A_1, A_2, A_3 спортивного общества A состязаются соответственно с тремя командами общества B . Вероятности того, что команды общества A выиграют матчи у команд общества B , таковы: при встрече A_1 с B_1 — 0,8; A_2 с B_2 — 0,4; A_3 с B_3 — 0,4. Для победы необходимо выиграть не менее двух матчей из трех (ничьи во внимание не принимаются). Победа какого из обществ вероятнее?

Вариант 8

- 1.1 Сколькими способами на шахматной доске можно расставить 8 ладей одного цвета, чтобы они не били друг друга и стояли только на черных клетках?
- 2.1 В колоде 36 карт. Сколько существует комбинаций из 6 карт, содержащих ровно 2 туза?
- 3.1 Вероятность того, что событие появится хотя бы один раз в трех независимых в совокупности испытаниях, равна 0,936. Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что во всех испытаниях вероятность появления события одна и та же).
- 4.1 В ящике 5 красных, 5 зеленых и 5 желтых деталей. Найти вероятность того, что среди шести наудачу взятых деталей: 5 красных и 1 желтая деталь.
- 5.1 В первой урне 1 белая, 2 синих и 7 красных деталей, во второй соответственно 2, 3 и 5. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она красная.

Вариант 9

- 1.1 Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день должно быть пять занятий: по алгебре, геометрии, истории, географии и литературе, причем алгебра и геометрия не должны следовать непосредственно друг за другом?
- 2.1 12 команд разделили на три группы по 4 команды в каждой. Сколько может быть различных составов групп?
- 3.1 Монета бросается до тех пор, пока 2 раза подряд она не выпадет одной и той же стороной. Найти вероятность того, что опыт окончится до шестого бросания.

- 4.1 В ящике 2 красные, 2 синие и 2 желтые детали. Найти вероятность того, что при последовательном извлечении всех деталей красная деталь появится раньше желтой детали.
- 5.1 В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 8 небракованных. Из первой урны две детали переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли одну деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Вариант 10

- 1.1 Сколькими способами можно распределить 2 экземпляра одной книги, 3 – другой и 4 – третьей между 15 людьми, если каждому вручается не более одной книги?
- 2.1 Сколькими способами можно расставить на полке семь книг, если а) две определенные книги должны всегда стоять рядом, б) эти две книги не должны стоять рядом?
- 3.1 Из последовательности чисел 1, 2, ..., 10 наудачу одно за другим выбираются два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 7, а другое больше 7.
- 4.1 В коробке 3 желтых, 2 зеленых и 5 красных карандашей. Найти вероятность того, что два наудачу взятых карандаша - разных цветов.
- 5.1 В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 2 небракованные. Из первой урны две детали переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли одну деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Контрольная работа №2

Вариант 1

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны $M(X) = 3$, $M(Y) = 6$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 4$.

Задача 2. В ящике 3 карточки с номерами от 1 до 3. Извлекают 2 карточки. X – произведение номеров извлеченных карточек. Найти $D(X)$, $D(X)$, $M(X)$, $D(X)$.

Задача 3. Проводятся ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_1	0,2

Найти p_1 , $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 1

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 4X - Y$, если известны: $M(X) = 1$, $M(Y) = 7$, $DX = 2$, $DY = 4$.

Задача 2. Из полного набора 28 костей лото вынул одну из них. Пусть X – сумма очков на ее боковых гранях. Найти DX .

Задача 3. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле равна 0,8. Стрелок производит последовательные выстрелы до тех пор, пока не промахнется, но не более 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

Найти p_3 , $M(X)$, DX .

Вариант 3

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X - 5Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 6$, $DX = 4$, $DY = 3$.

Задача 2. В ящике 25 деталей, из них 5 бракованных. Извлекают одновременно три детали. Найти дисперсию числа бракованных изображенных деталей среди этих трех.

Задача 3. Стрелок идет слева по мишеням до первого попадания, либо до полного промахивания выстрелом, число которых равно 4. Найти закон распределения числа произведенных выстрелов, если вероятность попадания в мишень равна 0,2.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-2	-1	3
p_i	p_1	0,1	0,4

Вариант 4

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X + 3Y$, если известны: $M(X) = 1$, $M(Y) = 5$, $DX = 3$, $DY = 6$.

Задача 2. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, подлежат дополнительной регулировке. Изучить отобрано 120 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины T – числа изделий в выборке, подлежащих регулировке.

Задача 3. На пути движения лодки 4 препятствия. Лодка продолжает движение либо останавливается и дальше препятствия не преодолевает. Вероятность преодоления препятствия 0,6. Составить закон распределения числа пройденных препятствий до остановки.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения:

x_i	-3	1	5
p_i	0,1	p_2	0,2

Найти p_2 , $M(X)$, DX .

Вариант 5

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 4Y$, если известны: $M(X) = -3$, $M(Y) = 0$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 6$.

Задача 2. Найти среднее число выстрелов в мишень, по которой выстрелит снайпер, если приобретено 20 патронов, а вероятность попадания одного патрона равна 0,1. Найти дисперсию числа попаданий в данном опыте.

Задача 3. Известно 4 изделия. Вероятность того, что изделие будет хорошего качества равна 0,5. Составить закон распределения числа изделий хорошего качества.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-1	1	2
p_i	0,3	p_2	0,2

Найти p_2 , $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 6

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X - 4Y$, если известны: $M(X) = -4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 5$.

Задача 2. По пути следования поезда установлены 4 светофора. Каждый из них с вероятностью 0,3 либо разрешает, либо запрещает поезду двигаться дальше. Составить ряд распределения вероятностей числа светофоров, пройденных поездом до первой остановки.

Задача 3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-4	1	2
p_i	0,5	p_2	0,3

Найти p_2 , $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 7

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X - 7Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = -2$, $D(X) = 5$, $D(Y) = 2$.

Задача 2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Сколько надо произвести выстрелов, чтобы можно было ожидать в среднем 80 попаданий в цель?

Задача 3. Вероятность того, что в бабеловские пословицы студент знает свободно, равна 0,3. Составить ряд распределения вероятностей числа бабеловских, которые сможет студент, если в городе 4 бабеловских.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-3	1	2
p_i	p_1	0,2	0,3

Найти p_1 , $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 8

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X - Y$, если известны: $M(X) = 0$, $M(Y) = -3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 2$.

Задача 2. В ящике 10 деталей, из них 3 бракованных. Извлекаются одновременно три детали. Найти математическое ожидание числа бракованных деталей среди них.

Задача 3. Клиент сходит со станции и направляется по два разных адреса. Вероятность своевременного прибытия на их конечный пункт составляет соответственно 0,98 и 0,95. Составить ряд распределения числа поездок, которые пройдут в пункт назначения без опоздания.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-4	-1	2
p_i	p_1	0,2	0,4

Найти p_1 , $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 9

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X - 2Y$, если известны: $M(X) = -5$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 6$, $D(Y) = 4$.

Задача 2. Дискретная случайная величина X распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda = 0,324$. Найти математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение этой случайной величины.

Задача 3. Экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Вероятность того, что студент ответит на любой заданный вопрос, равна 0,9. Предполагается, задает не более трех вопросов и прекращает экзамен, как только студент обнаруживает наличие ответа. Составить закон распределения случайной величины X – числа дополнительных вопросов, которые задает преподаватель.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	1	3	5
p_i	0,2	0,2	p_3

Найти p_3 , $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 10

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 4X + 2Y$, если известны: $M(X) = -3$, $M(Y) = 6$, $D(X) = 5$, $D(Y) = 3$.

Задача 2. Найти дисперсию случайной величины X — числа положительных испытаний A в двух независимых испытаниях, если $M(X) = 0,8$.

Задача 3. Игра состоит в перебрасывании кубика по кубикам. Игрок получает 3 кубика и бросает их первого показавшего или до полного переиспользования кубов. Вероятность появления трех разных бросков 0,1. Составить ряд распределения случайной величины X — числа переиспользованных при игре кубов.

Задача 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	3	4	5
p_i	0,3	0,4	p_3

Найти p_3 , $M(X)$, $D(X)$.

Контрольная работа №3

Вариант 1

Задача 1. Непрерывная случайная величина X распределена по экспоненциальному закону, а именно:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{при } x \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Найти: а) значение параметра λ ; б) $M(X)$ и $D(X)$.

..

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$P(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 4}{a}, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $[2,5;3]$; 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 2

..

Задача 1. Непрерывная случайная величина X распределена по нормальному закону, а именно: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$P(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{3x+1}{a}, & -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $[-0,5;0,5]$; 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 3

Задача 1. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на интервале $[0;1]$. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{a}, & 0 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $[2,5;3]$; 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 4

Задача 1. X распределена нормально: $\sigma=5$. Найти длину интервала, симметричного относительно $M(X)$, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате испытания.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{x^2 + a}{a}, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $[1,5;2]$; 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 5

Задача 1. Случайные величины X распределены нормально с математическим ожиданием 0 и со средним квадратическим отклонением 3. Найти вероятность того, что в 100 испытаний X окажется в интервале $(0, 2,4)$ 20 раз.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ \frac{x+2}{a}, & -2 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(-1,5;1,5)$; 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 6

Задача 1. Непрерывная случайная величина X распределена по экспоненциальному закону, λ равно:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{при } x \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Найти: а) значение параметра λ ; б) $M(X)$ и $D(X)$.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0, \\ a(4x + 1) & 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & x > 2, \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение больше 1; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 7

Задача 1. Случайная величина X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 10 и 5. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше двух.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 1, \\ a(2x - 1) & 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & x > 2. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение больше 1,5; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 8

Задача 1. Независимая случайная величина X распределена равномерно на интервале $[c, d]$. Найти $M(X)$ и $\sigma(X)$.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0, \\ a(3x^2 + 4x) & 0 \leq x \leq \frac{1}{3}, \\ 0 & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение меньше 1; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 9

Задача 1. Случайная величина X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 10 и 5. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше двух.

Задача 2. Случайная величина имеет закон распределения:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x = 2, \\ a(x-2), & 2 \leq x \leq 3, \\ a, & x > 3. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение больше 1,5; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 10

Задача 1. Независимая случайная величина X распределена по нормальному закону, а плотность $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Задача 2. Случайная величина имеет закон распределения:

$$f(x) = \begin{cases} a, & x < 0, \\ a(2x+1), & 0 \leq x \leq 1, \\ a, & x > 1. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение меньше 1; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Контрольная работа №4

Вариант I

Задача 1. Выборочные количественные данные имеют следующий вид (следующие результаты):

Интервалы	0-400	400-800	800-1200	1200-1600	1600-2000	2000-2400	2400-2800
Частота	121	93	76	58	45	38	23

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. В ящик 5 шаров (красный, голубой, желтый, зеленый, белый) с номерами от 1 до 5. Вынули шар. Какова вероятность того, что номер шарика будет больше 3? Найти математическое ожидание и дисперсию. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Телефонная компания хочет оценить среднее время между звонками абонентов в течение минуты, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 30 человек дала среднюю $\bar{x} = 14,5$ мин со средним квадратическим отклонением $s = 5,6$ мин. Постройте 95% доверительный интервал для средней продолжительности разговора в минуту.

Вариант 2

Задача 1. Исследованы значения на время безотказной работы для следующего результата:

Интервалы	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Частота	365	343	138	100	70	45	25

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. Времени изготовления изделий из одной партии (в часах) следующие: 10, 13, 20, 40, 61, 68. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Проведены пятьдесятых батареях время работы оценить среднюю производительность их работы. Случайная выборка 12 батареях для результаты: $\bar{x} = 24,2$ часа и $s = 5,9$ часа. Найдите 95%-ый доверительный интервал средней производительности жести батареях.

Вариант 3

Задача 1. Рассмотрены времена проезда 900 автомобилей на шоссе для следующего результаты:

Интервалы	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8
Частота	239	167	109	74	70	47	40	34

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. Интервал времени между – сток у 7 новых транзисторов для следующие результаты: 4,0; 2,0; 1,3; 0,7; 1,1; 0,9; 4,0. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Статистика компании оценивает среднюю сумму вклада, представляемых банками на кредитные заявки. Компания осуществила случайную выборку 168 вклада и получила $\bar{x} = 16,500$ и $s = 5,542$. Постройте 99%-ый доверительный интервал для средней суммы вклада.

Вариант 4

Задача 1. Исследованы значения на длительность работы для следующего (результаты)

Интервалы	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
Частота	133	45	15	4	2	1

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. Измерены 8 контрольных генеральных веса (в омах) 87, 95, 61, 81, 85, 101, 74, 106. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Боро найма желает оценить средние ставки рабочих вакансий в окрестностях отрасли промышленности. Случайная выборка 60 вакансий для $\bar{x} = 42,5715$, и $s = 11,690$. Постройте 95%-ый доверительный интервал для средних ставок по вакансиям в данной отрасли промышленности.

Вариант 2

Задача 1. Исследован рост 100 студентов для установления достижений.

Интервалы	154-156	156-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
Частота	19	14	26	28	12	8	3

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. Время решения контрольной задачи студентами 1 курса (в сек.): 38, 60, 50, 41, 61. Найти эмпирические точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Автографировщик показывает время печати среднее время тиражируемых документов и среднее решение систем. Случайная выборка 20 картриджей тиражирует диск: $\bar{x} = 2,6$ дней, $s = 0,4$ дня. Постройте 99%-ый доверительный интервал для среднего времени тиражируемых дисков.

Вариант 6

Задача 1. Исследованы поступления в вузы в вузы по 100 летнему состоянию для результатов

Интервалы	0-50	50-100	100-500	500-1000	1000-1500	1500-2000	2000-5000
Частота	5	10	15	30	25	30	5

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. Проведено 6 измерений скорости вращения (в в/мин): 3, 15, 48, 3, 21, 36. Найти эмпирические точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Телефонная компания хочет оценить среднее время междуотказами переключением и временем выходов, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 50 человек для среднего $\bar{x} = 14,5$ мин и стандартное отклонение $s = 5,6$ мин. Постройте 99%-ый доверительный интервал для средней производительности переключений и выходов для.

Вариант 7

Задача 1. В таблице приведены структурированные данные и коэффициент корреляции между количеством и собственным продуктом на 100 машин производственных регионов

Интервалы	5,0-5,3	5,3-5,2	5,2-5,3	5,3-5,4	5,4-5,5	5,5-5,6	5,6-5,7	5,7-5,8
Частота	5	8	12	28	28	15	10	6

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2 Измерено время выполнения работы некоторым прибором (в секундах): 11, 9, 8, 12, 16, 20, 25. Найти эмпирические точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3 «Строительная компания» занимается средними суммами жидкой, представляющей балансом на кредитный баланс. Компания осуществила случайную выборку 165 жидкой и жидкой $\bar{x} = 16,500$ и $s = 5,502$. Постройте 99%-ый доверительный интервал для средней суммы жидкой.

Вариант 8

Задача 1. Для изучения распределения заработной платы работников предприятий отрасли обследовано 100 человек. Результаты приведены в таблице.

Интервалы	180-192	192-194	194-196	196-198	198-200	200-202	202-204	204-206	206-208
Частота	1	3	9	22	38	19	11	4	1

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. В результате 5 измерений получены следующие результаты артериального давления при кинезе (Нммг): 25, 30, 43, 43, 29. Найти эмпирические точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Фирма необходима оценить средний срок работы менеджеров отрасли. Осуществлен случайный выборка 18 менеджеров, которая была описана следующими: $\bar{x} = 6,7$ лет и $s = 2,4$ года. Построить 99%-ый доверительный интервал для среднего срока работы менеджеров определенной отрасли.

Вариант 9

Задача 1. Распределение скорости автомобилей на одном из участков шоссе (км/ч)

Интервалы	61-65	65-69	69-73	73-77	77-81	81-85	85-89	89-93
Частота	1	4	3	8	14	8	7	2

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. В результате 8 измерений получены следующие результаты артериального давления при движении (Нммг): 43, 44, 55, 46, 44, 50. Найти эмпирические точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задача 3. Анализом финансового рынка определяется средняя доходность определенных акций. Случайная выборка 15 акций показала, что средняя доходность составляет 16,57% со средней квадратическим отклонением 3,3%. Предположив, что доходность акций подчиняется нормальному закону распределения, построить доверительный интервал для средней доходности интересующего инвестора вида акций с вероятностью 0,95.

Вариант 10

Задача 1. Суммарное число набранных баллов в соревновании:

Интервалы	49-52	52-55	55-58	58-61	61-64	64-67	67-70
Частота	3	6	11	19	30	21	10

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задача 2. В течение 5 рабочих дней в поле регистрировались числа высеваемых из семян: 6, 3, 7, 6, 8. Рассмотрев данные, как выборочные приближения случайной величины, найти эмпирические точечные оценки генеральной средней и дисперсии.

Задача 3. Определения скорости самолета было проведено на 25 испытаниях, в результате чего было установлено, что она составила 838,3 м/сек. Найти 95%-ый доверительный интервал, если известно, что распределение скорости нормальному закону со средней квадратическим отклонением 2,1 м/сек.

Контрольная работа №5

Вариант 1

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n'_i	43	120	245	190	200	102

Задача 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ по X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	6,7	1,2

Вариант 2

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	12	36	18	10
Теоретическая частота n'_i	6	18	36	76	39	18	7

Задача 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ по X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,6	4,6	2,9	6,0	1,4

Вариант 3

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	3	10	20	8	7
Теоретическая частота n'_i	6	14	18	7	5

Задача 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ по X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,6	4,6	1,1	1,1	1,6

Вариант 4

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,04 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	6	8	13	15	20	16	10	7	15
Теоретическая частота n_i^*	5	8	16	19	22	16	10	6	7

Задача 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,8	4,8	3,3	1,3	1,8

Вариант 5

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,025 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	14	18	32	70	20	36	10
Теоретическая частота n_i^*	10	24	34	80	18	22	12

Задача 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	3	5	7	9	10	12
y	14	10	9	9	6	5

Вариант 6

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	5	7	15	16	31	16	8	7	6
Теоретическая частота n_i^*	6	6	16	15	22	15	8	8	6

Задача 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4	5	1,5	1,5	2

Вариант 7

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	8	12	16	40	13	8	5
Теоретическая частота n_i^*	4	11	15	43	15	6	6

Задача 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	2,8	3,8	2,3	0,3	0,8

Вариант 8

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	5	6	14	33	43	34	30	30	6	8
Теоретическая частота n'_i	4	7	13	29	48	35	34	18	7	6

Задача 2. Найти эмпирическое уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4,1	5,1	3,8	1,8	2,1

Вариант 9

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,025 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	5	13	12	44	6	12	6
Теоретическая частота n'_i	2	20	12	35	13	10	6

Задача 2. Найти эмпирическое уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4,8	5,8	3,9	1,9	2,4

Вариант 10

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуются ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки.

Эмпирическая частота n_i	15	26	25	30	26	23	24	20
Теоретическая частота n'_i	10	17	26	32	34	30	22	22

Задача 2. Найти эмпирическое уравнение линейной регрессии $\hat{Y}$ на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4,8	5,8	4,1	2,1	2,6

ОБРАЗЦЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕСТОВ

КОПТ №1 «Векторная алгебра»

Вариант: №1.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	0
2)	нет верного ответа
3)	40
4)	-40

Задание №2

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (3; -4; 12)$

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №3

Найти проекцию вектора $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$ на ось Oy

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №4

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №5

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$5\vec{i} - 10\vec{j} + 5\vec{k}$
2)	$5\vec{i} + 10\vec{j} + 5\vec{k}$
3)	5
4)	$2\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k}$

Задание №6		
При каком значении m векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №7		
Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-4;-3;7)$.		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №8		
Даны точки $A(-4;-5;-3)$ и $C(5;7;-6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AC}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$(-2; 12; 8)$
2)		$(9; 12; -3)$
3)		$(1; 2; -9)$
4)		$(-20; -35; 18)$

Задание №9		
Даны векторы $\vec{a} = (0,1,0)$, $\vec{b} = (2,0,1)$, $\vec{c} = (3,1,-5)$. Вычислить $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.		
Запишите число:		
Не задан ответ!		

Задание №10		
Даны векторы $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти координаты вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.		
Запишите ответ:		

Вариант: №2.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (-7; -6; 6)$

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №2

Даны векторы $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$.

Найти координаты вектора $\vec{b} + \vec{c}$

Запишите ответ:

Не задан ответ!

Задание №3

Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ на ось Oy

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №4

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)

$9\vec{i} - 11\vec{j} - 6\vec{k}$

2)

10

3)

$5\vec{i} - 11\vec{j} - 7\vec{k}$

4)

$9\vec{i} + 11\vec{j} - 6\vec{k}$

Задание №5

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)

0

2)

40

3)

-40

4)

нет верного ответа

Задание №6		
Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(3;1;1)$, $B(1;4;1)$, $C(1;1;6)$, $D(3;4;9)$.		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №7		
Даны векторы $\vec{a} = (2, 0, 1)$, $\vec{b} = (3, -2, 0)$, $\vec{c} = (4, 2, 4)$. Вычислить $\vec{b} \times \vec{c} + \vec{a} \times \vec{b} $.		
Запишите число:		
Не задан ответ!		

Задание №8		
При каком значении m векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + m\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №9		
Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №10		
Даны точки $A(1; 3; 5)$ и $B(2; 4; 5)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)	(2; 12; 25)	
2)	(3; 7; 10)	
3)	(1; 1; 0)	
4)	(-1; -1; 0)	

Вариант: №3.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	3
2)	$11\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$
3)	$11\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$
4)	$11\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$

Задание №2

Даны точки $A(-4; -5; -3)$ и $B(3; 1; 2)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	(6; 6; 6)
2)	(-7; -6; -5)
3)	(7; 6; 5)
4)	(-12; -5; -6)

Задание №3

Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

Найти координаты вектора $\vec{a} - 2\vec{b}$

Запишите ответ:

Не задан ответ!

Задание №4

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №5		
Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ на ось Oz		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №6		
При каком значении m векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + m\vec{k}$ взаимно перпендикулярны		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №7		
Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (4; 4; -2)$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №8		
Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(4; 3; 0)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(3; 4; 1)$, $D(5; 6; 2)$.		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №9		
Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, 4)$, $\vec{b} = (3, 0, 3)$, $\vec{c} = (3, 1, 0)$. Вычислить $\vec{b} \times \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.		
Запишите число:		

Задание №10		
Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $ \vec{a} = 3, \vec{b} = 4, \vec{c} = 3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		-36
2)		36
3)		0
4)		нет верного ответа

Вариант: №4.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

При каком значении m векторы $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №2

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (2; -3; 6)$

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №3

Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$.
Найти координаты вектора $\vec{a} - \vec{c}$.

Запишите ответ:

--	--	--

Задание №4

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	10
2)	$-7\vec{i} - 9\vec{j} + 2\vec{k}$
3)	$-5\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}$
4)	$-5\vec{i} - 15\vec{j} + 10\vec{k}$

Задание №5

Даны точки $A(1; 3; 5)$ и $C(-1; 2; -8)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	(2; 1; 13)
----	------------

2)		(-2; -1; -13)
3)		(-1; 6; -40)
4)		(0; 5; -3)

Задание №6

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		нет верного ответа
2)		0
3)		36
4)		-36

Задание №7

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(-4;-4;-3), B(-2;-1;1), C(2;-2;-1), D(-1;3;-2)$.

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №8

Даны векторы $\vec{a} = (-1, 0, -1), \vec{b} = (2, 2, 0), \vec{c} = (1, -1, 2)$. Вычислить $\vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №9

Найти проекцию вектора $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$ на ось Oz .

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №10

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$.

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Вариант: №5.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №2

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (-7; -6; 6)$

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №3

Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Найти координаты вектора $\vec{a} - \vec{c}$.

Запишите ответ:

Не задан ответ!

Задание №4

Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ на ось Ox

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №5

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(3;1;1)$, $B(1;4;1)$, $C(1;1;6)$, $D(3;4;9)$.

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №6

Даны точки $B(3;1;2)$ и $C(5;7;-6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{BC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)

$(-2; -6; 8)$

2)		(8; 8; -4)
3)		(2; 6; -8)
4)		(-9; 8; 3)

Задание №7

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		$-6\vec{i} - 8\vec{j} + 7\vec{k}$
2)		$8\vec{i} + 8\vec{j} + 12\vec{k}$
3)		1
4)		$-8\vec{i} - 8\vec{j} + 12\vec{k}$

Задание №8

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$, вычислить $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		40
2)		0
3)		-40
4)		нет верного ответа

Задание №9

Даны векторы $\vec{a} = (2, 2, 2)$, $\vec{b} = (3, 2, -1)$, $\vec{c} = (4, 2, 0)$. Вычислить $|\vec{b} \times \vec{a}| - \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$.

Запишите число:

Задание №10

При каком значении m векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + m\vec{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Вариант: №6.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (2; -3; 6)$

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №2

Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

Найти координаты вектора $\vec{a} - 2\vec{b}$

Запишите ответ:

--	--

Задание №3

Найти проекцию вектора $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$ на ось Ox

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №4

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\vec{i}$
2)	$-8\vec{i} - 8\vec{j} + 12\vec{k}$
3)	$8\vec{i} + 8\vec{j} + 12\vec{k}$
4)	$-6\vec{i} - 8\vec{j} + 7\vec{k}$

Задание №5

Даны точки $B(2; 4; 5)$ и $C(-1; 2; -8)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{BC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$(-3; -2; -13)$
----	-----------------

2)		$(-10; -2; -6)$
3)		$(1; 6; -3)$
4)		$(-2; 8; -40)$

Задание №6

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0
2)		40
3)		-40
4)		нет верного ответа

Задание №7

При каком значении m векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + m\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №8

Даны векторы $\vec{a} = (2, 0, 1), \vec{b} = (3, -2, 0), \vec{c} = (4, 2, 4)$. Вычислить $\vec{b} \times \vec{c} + [\vec{a} \times \vec{b}]$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №9

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(-4; -4; -3), B(-2; -1; 1), C(2; -2; -1), D(-1; 3; -2)$.

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №10

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Вариант: №7.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №2

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	36
2)	0
3)	нет верного ответа
4)	-36

Задание №3

При каком значении m векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №4

Даны векторы $\vec{a} = (0, 1, 0)$, $\vec{b} = (2, 0, 1)$, $\vec{c} = (3, 1, -5)$. Вычислить $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.

Запишите число:

Задание №5

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (3; -4; 12)$

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №6

Даны точки $A(-4; -5; -3)$ и $C(5; 7; -6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		$(-20; -35; 18)$
2)		$(9; 12; -3)$
3)		$(1; 2; -9)$
4)		$(-2; 12; 8)$

Задание №7

Найти проекцию вектора $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$ на ось Oz

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №8

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		5
2)		$5\vec{i} - 10\vec{j} + 5\vec{k}$
3)		$2\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k}$
4)		$5\vec{i} + 10\vec{j} + 5\vec{k}$

Задание №9

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(-4; -4; -3)$, $B(-2; -1; 1)$, $C(2; -2; -1)$, $D(-1; 3; -2)$.

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №10

Даны векторы $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$.

Найти координаты вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.

Запишите ответ:

Вариант: №8.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (4; 4; -2)$

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №2

Даны точки $A(-4; -5; -3)$ и $B(3; 1; 2)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)

$(-7; -6; -5)$

2)

$(6; 6; 6)$

3)

$(7; 6; 5)$

4)

$(-12; -5; -6)$

Задание №3

Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ на ось Ox

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №4

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$

Запишите число:

1)

Ответ:

Задание №5

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)

$5\vec{i} - 11\vec{j} - 7\vec{k}$

2)	$9\vec{i} + 11\vec{j} - 6\vec{k}$
3)	$9\vec{i} - 11\vec{j} - 6\vec{k}$
4)	10

Задание №6

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	0
2)	нет верного ответа
3)	36
4)	-36

Задание №7

Даны векторы $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$.

Найти координаты вектора $\vec{b} + \vec{c}$

Запишите ответ:

Задание №8
Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, 4), \vec{b} = (3, 0, 3), \vec{c} = (3, 1, 0)$. Вычислить $\vec{b} \times \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{c}$.
Запишите число:

Задание №9

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(3;1;1), B(1;4;1), C(1;1;6), D(3;4;9)$.

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №10

При каком значении m векторы $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Вариант: №9.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(3;1;1)$, $B(1;4;1)$, $C(1;1;6)$, $D(3;4;9)$.

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №2

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (3; -4; 12)$

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №3

Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ на ось Oy

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №4

При каком значении m векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + m\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №5

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №6

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

- | | |
|----|-----------------------------------|
| 1) | $11\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$ |
| 2) | $11\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$ |
| 3) | $11\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$ |
| 4) | 3 |

Задание №7

Даны векторы $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$.

Найти координаты вектора $\vec{b} + \vec{c}$

Запишите ответ:

Задание №8

Даны векторы $\vec{a} = (-1, 0, -1)$, $\vec{b} = (2, 2, 0)$, $\vec{c} = (1, -1, 2)$. Вычислить $\vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$.

Запишите число:

Задание №9

Даны точки $A(1; 3; 5)$ и $C(-1; 2; -8)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	☐	(-1; 6; -40)
2)	☐	(2; 1; 13)
3)	☐	(0; 5; -3)
4)	☐	(-2; -1; -13)

Задание №10

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	☐	нет верного ответа
2)	☐	-40
3)	☐	40
4)	☐	0

Вариант: №10.

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (-7; -6; 6)$

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №2

Даны векторы $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$.

Найти координаты вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.

Запишите ответ:

Не задан ответ!

Задание №3

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(4;3;0)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;4;1)$, $D(5;6;2)$.

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №4

Найти проекцию вектора $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$ на ось Ox

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №5

Найти $\vec{a} \times \vec{b}$. Если $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$-7\vec{i} - 9\vec{j} + 2\vec{k}$
2)	10
3)	$-5\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}$
4)	$-5\vec{i} - 15\vec{j} + 10\vec{k}$

Задание №6

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что

$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	0
2)	36
3)	-36
4)	нет верного ответа

Задание №7

Даны точки $B(3; 1; 2)$ и $C(5; 7; -6)$. Найти координаты вектора $\overline{BC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	(-2; -6; 8)
2)	(2; 6; -8)
3)	(-9; 8; 3)
4)	(8; 8; -4)

Задание №8

При каком значении m векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + m\vec{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Задание №9

Даны векторы $\vec{a} = (2, 2, 2)$, $\vec{b} = (3, 2, -1)$, $\vec{c} = (4, 2, 0)$. Вычислить $|\vec{b} \times \vec{a}| - \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №10

Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:
----	--------

Вариант 1

- 1) Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ и указать координаты нормального вектора.

Ответы:

- 1) $2x - 2y - 15 = 0$; $n = (2; -2)$ 2) $5x - y + 5 = 0$; $n = (5; -1)$
 3) $2x + 3y - 6 = 0$; $n = (2; 3)$ 4) $-x + 2y - 3 = 0$, $n = (-1; 2)$

- 2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

- 1) $a = -2$, $5y - 33 = 0$; 2) $a = -3$, $x - 21 = 0$;
 3) $a = 3$, $5x + 8 = 0$; 4) $a = \frac{5}{3}$, $3x - 6y = 0$.

- 3) Определить взаимное расположение прямых

$$12x + 15y - 8 = 0, \quad 4x + 5y - 7 = 0.$$

Ответы:

- 1) пересекаются; 2) параллельны;
 3) перпендикулярны; 4) совпадают.

- 4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = +\sqrt{9 - x^2}$.

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;
 2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;
 3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;
 4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 2

1) Написать параметрическое уравнение прямой $2x - 3y - 6 = 0$.

Ответы:

1) $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 0 \end{cases};$

2) $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ x = -3t \end{cases};$

3) $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2t \end{cases};$

4) $\begin{cases} x = 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}.$

2) Определить, при каких значениях m и n данные прямые перпендикулярны
 $mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0.$

Ответы:

1) $m = 2, n = 1;$

2) $m = -1, n = 5;$

3) $m = 0, n$ – любое;

4) $m = 6, n$ – любое.

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой $x + y - 5 = 0$.

а) $\frac{x}{5} - \frac{y}{5} = 1;$

б) $\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1;$

в) $\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 1;$

г) $-\frac{x}{1} + \frac{y}{3} = 1.$

Ответы:

1) г;

2) а;

3) б;

4) в.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = 15 - \sqrt{64 - x^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости над прямой
 $y - 15 = 0;$

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости под прямой
 $y - 15 = 0;$

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 3

1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через $M = (3; -2)$ параллельно вектору $a = (1; 3)$.

Ответы:

$$1) \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t. \end{cases}$$

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

проходит через начало координат. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

$$1) a = 2, 4y + 3 = 0;$$

$$2) a_1 = -3, x - 2 = 0; a_2 = 3, 5x + 6 = 0;$$

$$3) a = 1, 2y + 7 = 0;$$

$$4) a_1 = 1, 3x - 8y = 0; a_2 = \frac{5}{3}, 33x - 56y = 0.$$

3) Установить, какая линия определяется уравнением $y = -\sqrt{25 - x^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;

2) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости;

3) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 4

1) Дана прямая $2x + 5y + 1 = 0$. Определить угловой коэффициент k прямой, параллельной данной прямой.

Ответы:

- 1) $k = 0$; 2) $k = 3$; 3) $k = -\frac{2}{5}$; 4) $k = -\frac{5}{2}$.

2) Определить, при каких значениях m и n две прямые совпадают

$$mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0.$$

Ответы:

- 1) $m = 2, n = 2$; 2) $m = -4, n = 2$ или $m = 4, n = -2$;
3) $m = -3, n = 4$; 4) $m = 3, n = 1$ или $m = 4, n = 2$.

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой $2x - 3y - 6 = 0$:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{\delta}{6} - \frac{\delta}{6} = 1; & \text{б) } \frac{\delta}{5} + \frac{\delta}{5} = 1; \\ \text{в) } \frac{\delta}{3} - \frac{\delta}{2} = 1; & \text{г) } -\frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{3} = 1. \end{array}$$

Ответы:

- 1) а; 2) г; 3) б; 4) в.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $\delta = -2 - \sqrt{9 - \delta^2}$.

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная влево от прямой $x + 2 = 0$;
2) полуокружность, расположенная вправо от прямой $x + 2 = 0$;
3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;
4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 5

1) Составить уравнение прямой, зная её угловой коэффициент $k = -2$ и отрезок $b = -5$, отсекаемый ею на оси Oy .

Ответы:

- 1) $3x + 2y + 1 = 0$; 2) $2x + y + 5 = 0$;
3) $3x + 8 = 0$; 4) $y + 2 = 0$.

2) Определить, при каких значениях m и n прямая

$$(3m + n + 3)x + (m - 2n + 2)y + 6m + 9 = 0$$

параллельна оси абсцисс и отсекает на оси ординат отрезок, равный -3 (считая от начала координат). Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

- 1) $m = 7, n = 2, y + 3 = 0$; 2) $m = -2, n = 3, -6y - 3 = 0$;
3) $m = -7, n = 4, y - 5 = 0$; 4) $m = 3, n = 1, y + 3 = 0$.

3) Определить, какое из следующих уравнений прямых является нормальным:

- а) $\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0$; б) $y - 5 = 0$;
в) $\frac{5}{13}x - \frac{12}{13}y + 1 = 0$; г) $3x + 4 = 0$.

Ответы:

- 1) в; 2) б; 3) а; 4) г.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $\bar{\sigma} = -\sqrt{4 - \sigma^2}$.

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;
2) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;
3) половина эллипса, расположенная в правой полуплоскости;
4) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости.

5) Определить взаимное расположение плоскостей

$$3x - 2y - 7 = 0, \quad 6x - 4y - 3 = 0.$$

Ответы:

- 1) пересекаются; 2) параллельны;
3) перпендикулярны; 4) совпадают.

Вариант 6

- 1) Составить общее уравнение прямой $-\frac{1}{5}(x+10)+3\left(y-\frac{2}{3}\right)=0$ и указать координаты нормального вектора.

Ответы:

- 1) $x - 5y - 15 = 0$, $n = (1; -5)$; 2) $2x - y + 2 = 0$, $n = (2; -1)$;
3) $4x + 2y + 1 = 0$, $n = (4; 2)$; 4) $x - 15y + 20 = 0$, $n = (1; -15)$.

- 2) Определить взаимное расположение прямых

$$3x + 5y - 4 = 0, \quad 6x + 10y + 7 = 0.$$

Ответы:

- 1) пересекаются; 2) параллельны;
3) перпендикулярны; 4) совпадают.
3) Дана прямая $2x + 3y - 6 = 0$. Составить для нее уравнение «в отрезках».

Ответы:

- 1) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$; 2) $\frac{x}{3} + \frac{z}{2} = 1$;
3) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$; 4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$.

- 4) Установить, какая линия определяется уравнением $\bar{\rho} = -2 + \sqrt{9 - \bar{\rho}^2}$.

Ответы:

- 1) половина эллипса, расположенная вправо от прямой $x + 2 = 0$;
2) полуокружность, расположенная влево от прямой $x + 2 = 0$;
3) полуокружность, расположенная вправо от прямой $x + 2 = 0$;
4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 7

- 1) Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M = (\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ параллельно вектору $a = (-3; -2)$.

Ответы:

$$1) \frac{x - \frac{3}{2}}{3} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-2};$$

$$2) \frac{x+3}{4} = \frac{y-4}{1};$$

$$3) \frac{x - \frac{1}{2}}{-2} = \frac{y-3}{3};$$

$$4) \frac{x - \frac{1}{2}}{-3} = \frac{y - \frac{3}{2}}{-2};$$

- 2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 1)x + (a^2 - 5)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

$$1) a = -2, 5y - 8 = 0;$$

$$2) a = -1, -y + 4 = 0;$$

$$3) a = -3, x - 6 = 0;$$

$$4) a = \frac{5}{3}, 3x - 5y = 0.$$

- 3) Привести общее уравнение прямой $12x - 5y + 13 = 0$ к нормальному виду.

Ответы:

$$1) \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 5 = 0;$$

$$2) \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0;$$

$$3) -\frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y - 1 = 0;$$

$$4) x + 3 = 0.$$

- 4) Установить, какая линия определяется уравнением $\delta = +\sqrt{16 - \delta^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

2) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

3) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;

4) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;

Вариант 8

1) Определить угловой коэффициент k и отрезок b , отсекаемый на оси Oy , для прямой $5x + 3y + 2 = 0$.

Ответы:

- | | |
|---|---|
| 1) $k = 2, b = 1$; | 2) $k = -\frac{5}{3}, b = -\frac{2}{3}$; |
| 3) $k = \frac{5}{3}, b = \frac{2}{3}$; | 4) $k = -5, b = 0$. |

2) Определить, при каких значениях m и n две прямые параллельны

$$mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0.$$

Ответы:

- | | |
|----------------------|--|
| 1) $m = 3, n = 4$; | 2) $m = -4, n \neq 2$ или $m = 4, n \neq -2$; |
| 3) $m = -3, n = 2$; | 4) $m = 1, n = 4$ или $m = 2, n = 4$. |

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой $x + 4y - 8 = 0$.

- | | |
|--|--|
| а) $\frac{\bar{a}}{5} - \frac{\bar{b}}{5} = 1$; | б) $\frac{\bar{a}}{4} + \frac{\bar{b}}{8} = 1$; |
| в) $\frac{\bar{a}}{3} - \frac{\bar{b}}{3} = 1$; | г) $\frac{\bar{a}}{8} + \frac{\bar{b}}{2} = 1$. |

Ответы:

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 1) г; | 2) в; | 3) б; | 4) а. |
|-------|-------|-------|-------|

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = 15 + \sqrt{64 - \delta^2}$.

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная над прямой $y - 15 = 0$;
- 2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;
- 3) половина эллипса, расположенная над прямой $y - 15 = 0$;
- 4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 9

1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через $M(2; 0)$ параллельно вектору $a = (0; -3)$.

Ответы:

1) $\begin{cases} x = -2t \\ y = 3 \end{cases};$

2) $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases};$

3) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3t \end{cases};$

4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2t \end{cases}.$

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a^2 + 2)x + (a - 3)y - a + 5 = 0$$

параллельна оси ординат. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

1) $a = 3, 11x + 2 = 0;$

2) $a = -3, x - 56 = 0;$

3) $a = 0, 5x - 4 = 0;$

4) $a = \frac{5}{3}, 3x - 6y = 0.$

3) Определить взаимное расположение прямых $y + 3 = 0, 5x - 7 = 0.$

Ответы:

1) перпендикулярны;

2) параллельны;

3) пересекаются;

4) совпадают.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}.$

Ответы:

1) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

3) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 10

1) Написать каноническое уравнение прямой $2x - 3y - 6 = 0$.

Ответы:

1) $\frac{x-3}{3} = \frac{y}{2};$

2) $\frac{x}{3} = \frac{y-3}{1};$

3) $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{5};$

4) $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{3}$

2) Определить взаимное расположение прямых

$$5x - 2y + 7 = 0,$$

$$5x - 3y - 7 = 0.$$

Ответы:

1) перпендикулярны;

2) параллельны;

3) пересекаются;

4) совпадают.

3) Дана прямая $4x - 3y + 24 = 0$. Составить для нее уравнение «в отрезках».

Ответы:

1) $\frac{x}{-6} + \frac{y}{8} = 1;$

2) $\frac{x}{6} + \frac{y}{-8} = 1;$

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1;$

4) $\frac{x}{4} + \frac{z}{-3} = 1.$

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

2) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости;

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) часть параболы, расположенная в нижней полуплоскости.

1. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$$

Ответы:

- 1) -4; 2) 4; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$.

2. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$$

Ответы:

- 1) ∞ ; 2) 1; 3) $e^{\frac{1}{3}}$; 4) e^3 .

3. Найти предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n - 1}{5n^2 - 7n + 2} \right)^2$$

Ответы:

- 1) $-\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{4}{25}$.

4. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$$

Ответы:

- 1) 0; 2) -1; 3) a ; 4) 1.

5. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 9x + 9}$$

Ответы:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) $\frac{7}{3}$.

6. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

Ответы:

- 1) $1/2$; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞ ; 4) $4/3$

Вариант 1

Найти производные:

1) $y = \frac{3x + \sin x}{\cos x - 10}$.

Ответы:

а) $y' = -\frac{3 + \cos x}{\sin x}$;

в) $y' = \frac{3x \sin x - 7 \cos x - 29}{(\cos x - 10)^2}$;

2) $y = \ln^4(2x + 1)$.

Ответы:

а) $y' = 8 \ln^3(2x + 1)$;

в) $y' = \frac{8}{(2x + 1)^3}$;

3) $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$.

Ответы:

а) $y' = (2xye^y - 3x^2)y \frac{1}{x^2 ye^y}$;

в) $y' = (2xye^y - 3x^2)y \cdot \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$;

4) $y = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x}$.

Ответы:

а) $y' = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x} \cos 3x$;

б) $y' = [3 \cos 3x \ln(2 \operatorname{tg} 3x + 1) + \frac{6 \sin 3x \sec^2 3x}{2 \operatorname{tg} 3x + 1}] \cdot (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x}$;

в) $y' = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x} \cdot \ln(2 \operatorname{tg} 3x + 1)$;

г) $y' = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x - 1} \cdot \cos 3x \cdot 3$.

5) $y = 2x^4 - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1$.

Ответы:

а) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2}$;

в) $y' = 8x^3 + \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}}$;

6) $y = (x + x^3) \cdot \operatorname{arctg} x$.

Ответы:

Найти y' .

б) $y' = \frac{3 - \cos x}{\sin^3 x}$;

г) $y' = \frac{\cos 2x - 3x \sin x - 7 \cos x - 30}{(\cos x - 10)^2}$.

Найти y' .

б) $y' = \frac{8 \ln^3(2x + 1)}{2x + 1}$;

г) $y' = 8 \ln(2x + 1) \cdot 2$.

Найти y' .

б) $y' = (2xye^y - 3x^2)y \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$;

г) $y' = \frac{2xye^y - 3x^2}{1 - xye^y} \cdot y$.

Найти y' .

Найти y' .

б) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2}$;

г) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 1$.

Найти y' .

а) $y' = (1 + 3x^2) \arctg x + x$;

б) $y' = \frac{1 + 3x^2}{1 + x^2}$;

в) $y' = 3x^2 \arctg x + x$;

г) $y' = (1 + 3x^2) \arctg x$.

7) $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 3t^2 + 3t + 1 \end{cases}$

Найти y''_x .

Ответы:

а) $y''_x = \frac{10t}{3t^2 + 1}$;

б) $y''_x = \frac{10t}{3t^2 + 3}$;

в) $y''_x = \frac{10t}{3t^2 + 1}$;

г) $y''_x = \frac{10t}{3t^2 - 1}$.

8) $y = 7^x + \frac{4}{\sqrt[3]{x}}$

Найти y' .

Ответы:

а) $y' = 7^x \ln 7 - 2 + \frac{2}{3} x^{-\frac{4}{3}}$;

б) $y' = x \cdot 7^{x-1} + \frac{2}{3} x^{-\frac{4}{3}}$;

в) $y' = 7^x \ln 7 - 2 - \frac{8}{3\sqrt[3]{x^4}}$;

г) $y' = 7^x \ln 7 + x \cdot 7^{x-1} - \frac{4}{x\sqrt[3]{x^2}}$.

КОПТ №5 «Неопределенные интегралы»

Вариант №1

1. Найти интеграл $\int \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + 3x^2 - \sqrt[3]{x^2} \right) dx$.

Ответы:

1. $2\sqrt{x} + \frac{x^3}{3} - \frac{4}{7}\sqrt[3]{x^7} + C$;

2. $3\sqrt{x} + x^3 - \frac{4}{7}\sqrt[3]{x^7} + C$;

3. $3\sqrt{x} - x^3 + 4\sqrt[3]{x^7} + C$;

4. $3\sqrt{x} - x^3 + \sqrt[3]{x^7} + C$.

2. Найти интеграл $\int \frac{dx}{x(3 - 2 \ln x)}$.

Ответы:

1. $-\frac{1}{2} \ln |3 - 2 \ln x| + C$;

2. $\frac{1}{2} \ln |3 - 2 \ln x| + C$;

3. $\ln |3 - 2 \ln x| + C$;

4. $\frac{2}{(3 - 2 \ln x)} + C$.

3. Найти интеграл $\int \frac{xdx}{\cos^2 x^2}$.

Ответы:

1. $\frac{1}{2} \lg x + C$; 2. $\frac{1}{2} \lg x^2 + C$; 3. $\lg^2 x + C$; 4. $-\frac{1}{2 \cos x} + C$.

4. Найти интеграл $\int \frac{x^2 dx}{x+1}$.

Ответы:

1. $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{x+1} + C$; 2. $\frac{x-1}{2} + \ln|x+1| + C$;
3. $\frac{x^3}{2} - x + \ln|x+1| + C$; 4. $\frac{(x-1)^2}{2} + 4 \ln|x+1| + C$.

5. Найти интеграл $\int 2^{\sin 3x} \cos 3x dx$.

Ответы:

1. $\frac{1}{\sin 3x+1} 2^{\sin 3x} + C$; 2. $\frac{1}{2} 2^{\sin 3x} + C$;
3. $\frac{1}{\ln 2} 2^{\sin 3x} + C$; 4. $\frac{1}{\ln 2} 2^{\sin 3x} + C$.

6. Найти интеграл $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

Ответы:

1. $2\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x}) + C$; 2. $2(\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x})) + C$;
3. $\frac{1}{2}\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x}) + C$; 4. $\frac{1}{2}(\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x})) + C$.

7. Найти интеграл $\int \operatorname{arctg} x dx$.

Ответы:

1. $\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$; 2. $\operatorname{arctg} x - 2 \ln(1+x^2) + C$;
3. $2 \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$; 4. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$.

8. Найти интеграл $\int \frac{dx}{2x^2 + x + 1}$.

Ответы:

1. $\frac{2}{\sqrt{7}} \arctg \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + C;$

2. $\frac{1}{\sqrt{7}} \arctg \frac{4x+1}{2} + C;$

3. $\frac{1}{2\sqrt{7}} \ln \left| \frac{4x+1}{4x-1} \right| + C;$

4. $\frac{1}{\sqrt{7}} \ln \left| \frac{4x-1}{4x+1} \right| + C.$

9. Найти интеграл $\int \sin^2 2x dx$.

Ответы:

1. $\cos 2x - \frac{\cos^2 2x}{2} + C;$

2. $-\frac{1}{2} \left(\cos 2x - \frac{\cos^2 2x}{2} \right) + C;$

3. $\frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos^2 2x}{2} + C;$

4. $2 \left(\cos 2x + \frac{\cos^2 2x}{2} \right) + C.$

10. Найти интеграл $\int \frac{3x+4}{(x-2)(x+1)} dx$.

Ответы:

1. $\frac{1}{3} \ln|x-2| - \frac{10}{3} \ln|x+1| + C;$

2. $\frac{10}{3} \ln|x-2| - \frac{5}{3} \ln|x+1| + C;$

3. $\frac{1}{10} \ln|x-2| - \frac{1}{3} \ln|x+1| + C;$

4. $\frac{1}{3} \ln|x-2| + \frac{5}{10} \ln|x+1| + C.$

КОПТ №6 «Определенные интегралы»

Вариант №1

1. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi} \frac{dx}{x^2 + x^2}$.

Ответы: а) $\frac{\pi}{\pi}$; б) $\frac{3\pi}{2\pi}$; в) $\frac{\pi}{12\pi}$; г) $\frac{\pi}{12}$.

2. Вычислить $\int_0^1 \ln(x+1) dx$.

Ответы: а) $2\ln 2 - 1$; б) $2\ln 2$; в) $1 - 2\ln 2$; г) 1.

3. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^x)^x dx$.

Ответы: а) 1; б) $\frac{\ln 2}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1-\ln 2}{2}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

Ответы: а) $\frac{9}{2}$; б) $\frac{7}{2}$; в) $\frac{7}{3}$; г) $\frac{8}{3}$.

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{cases} x = a(1 - \cos t) \\ y = a(1 - \sin t) \end{cases}, t \in [0, 2\pi].$$

Ответы: а) $3\pi a^2$; б) πa^2 ; в) πa^2 ; г) $\frac{\pi}{2} a^2$.

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r = a(1 - \cos \varphi)$.

Ответы: а) $2\pi a^2$; б) $\frac{1}{2} \pi a^2$; в) $3\pi a^2$; г) $\frac{1}{2} \pi a^2$.

7. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной линией $y^2 = (x+4)^4$, $x \leq 0$.

Ответы: а) 32π ; б) 64π ; в) $\frac{128}{3}\pi$; г) 4π .

8. Вычислить длину дуги линии $y = \ln \ln x$ от точки с абсциссой $x = \frac{\pi}{2}$ до $x = \frac{2\pi}{3}$.

Ответы: а) $\ln 2$; б) $\ln 3$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

9. Вычислить длину дуги линии $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{4}$.

Ответы: а) $\frac{\pi^2 a}{8}$; б) $\frac{\pi^2 a}{8}$; в) $\frac{\pi a^2}{12}$; г) $\frac{\pi a^2}{12}$.

10. Вычислить длину дуги линии $r = a \sin^2 \frac{\theta}{2}$.

Ответы: а) $3\pi a$; б) $\frac{\pi a}{2}$; в) πa ; г) $\frac{3\pi a}{2}$.

Задание №1

Актуальное к заданию:

Основные правила комбинаторики

Вопрос:

Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?

Подсказка:

Комбинаторика разлагается двумя основными правилами.

Правило сложения. Если некоторый элемент x можно выбрать n_1 способами, а элемент y n_2 способами, то любой из указанных элементов (x или y) можно выбрать $n_1 + n_2$ способами.

Правило умножения. Если первый элемент x можно выбрать n_1 способами и после каждого такого выбора второй элемент y можно выбрать n_2 способами, то оба элемента в указанном порядке можно выбрать $n_1 \cdot n_2$ способами.

Эти правила распространяются на любое конечное число элементов.

Правильный ответ:

1) Ответ: _____

Задание №2

Актуальное к заданию:

Основные формулы комбинаторики

Вопрос:

Студенты второго курса изучают 12 дисциплин. В расписании занятий каждый день включается по три предмета. Сколько можно составить расписания занятий на каждый день?

Задание №3

Актуальное к заданию:

Классические формулы для вычисления вероятности

Вопрос:

Успешный игрок выбирает четырехзначный код который хранится на монете. Какова вероятность того, что игрок угадает номер, если он знает лишь, что сам код не содержит цифр 1, 2, 3?

Подсказка:

Вероятность наступления события A выражается формулой

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

где n – число благоприятствующих исходов,

n – общее число исходов.

Для расчета n и N используют основные формулы комбинаторного анализа:

$$P_n = n! \text{ – число перестановок; } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ – число сочетаний; } C_n^{kn} = \frac{n!}{n!(n-n)!} \text{ – число комбинаций.}$$

Задача. Пять элементов банка готовы платить деньги по срочному депозитному договору на срок 1, 2 или 3 года с равными вероятностями. Определите вероятность того, что все элементы банка платят деньги по срочному депозитному договору на два года?

Решение. Обозначим событие A , состоящее в том, что все пять элементов банка заключат депозитный договор на 2 года.

Каждый элемент банка имеет три варианта заключить депозитный договор соответственно на 1, 2 или 3 года. Общее число возможных вариантов заключения договоров для пяти элементов банка равно $N = 3^5 = 243$. Число вариантов, благоприятствующих событию A , равно $M = 1$. Таким образом, вероятность события A будет равна

$$P(A) = \frac{M}{N} = \frac{1}{243} \approx 0.0041$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:	
1)	0,3
2)	$\frac{1}{3^5}$
3)	$\frac{1}{3^4}$
4)	$\frac{4}{3^5}$

Задача №4

Вопросы и ответы:

Геометрическое определение вероятности

Вопрос:

На прямоугольном участке площадью 40 км² прошёл разрыв. Какова вероятность того, что разрыв удался от края любого участка на расстояние, большее 30 км?

Подсказка:

Пусть пространством возможных исходов опыта Ω определяется множество точек случайной меры длины, площади, объёма. Предположим, что событие A наступает тогда, когда точка



находится внутри некоторой области A (рис.).

Если вероятность появления точки в области A пропорциональна мере этой области, то вероятность события A определяется формулой:

$$P(A) = \frac{mes A}{mes \Omega},$$

где $mes A$ – мера (длина, площадь, объем) области A , $mes \Omega$ – мера пространства возможных исходов Ω .

Пример. Точка брошена наудачу на отрезок $[0; 2]$. Какова вероятность появления этой точки на интервале $[0,5; 1,4]$?

Решение. Здесь пространство элементарных исходов весь отрезок $\Omega = [0; 2]$, а множество благоприятствующих исходов $A = [0,5; 1,4]$, при этом длина того интервала равна $L(\Omega) = 2$, $L(A) = 0,9$. Поэтому вероятность появления брошенной точки в указанный

интервал равна

$$P(A) = \frac{L(A)}{L(\Omega)} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

Вероятность события:

1)	Отсут.
Задача №5	

Вступительное к задаче:

Теорема сложения вероятностей

Вопрос:

Автомобиль способен двумя противоположными приспособлениями – маневренным и поворотным. Маневренность составляет вероятность 0,9, а поворотность с

вероятностью 0,8. Какова вероятность, что автомобиль не утонет?

Ответ:

Теорема сложения вероятностей для независимых событий. Вероятность появления одного из двух независимых событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Теорема сложения вероятностей совместных событий. Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без произведения их совместных вероятностей.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	0,88
2)	0,72
3)	1,8
4)	0,85

Задача №6

Вступительное к задаче:

Теорема умножения

Вопрос:

Вероятность того, что Ибрагим даст точет на первом вероятностей, равна 0,3. Вероятность, что Бектур даст точет на первом вероятностей, равна 0,6. Вероятность, что оба студента дадут точетовых, равна

Ответы:

Теорема умножения вероятностей независимых событий. Вероятности совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей появления каждого из них на вероятность появления другого, независимо и независимо, или первое событие уже наступило:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_1(B)$$

Теорема умножения вероятностей для зависимых событий. Вероятности совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятностей появления

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Выборки из 4 вероятностей		
1)		0,18
2)		0,018
3)		0,9
4)		0,99

Задание №7

Вступительное к заданию:

Вероятность наступления только одного события

Вопрос:

Для снайпера задано по одному выстрелу на мишень. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает – шесть раз, второй – девять. Найти вероятность того, что один будет поражен только одним из выстрелов.

Ответы:

Пример Один студент вынул 20 из 25 вопросов программы, а второй – только 10. Каждый из них задает по одному вопросу. Найти вероятности того, что правильно ответит:

а) только первый студент;

б) только один из них.

Решение. Пусть событие A – (первый студент правильно ответил на вопрос); событие

B – (второй студент правильно ответил на вопрос).

а) Событие C – (только первый студент правильно ответил на вопрос) можно представить в виде $C = A\bar{B}$, так как события A и $\bar{B}$ независимы, то

$$P(C) = P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = \frac{20}{25} \cdot \frac{10}{25} = 0,32$$

б) Событие D – (только один студент правильно ответил на вопрос) можно представить в

виде $\bar{A} = A\bar{B} + \bar{A}B$, так как события A и B независимы, то

$$P(D) = P(A\bar{B} + \bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = \frac{20}{25} \cdot \frac{10}{25} + \frac{5}{25} \cdot \frac{15}{25} = 0,32 + 0,12 = 0,44$$

Завершить тест

Задание №8

Данное задание к заданию 7

Вероятность наступления хотя бы одного события

Вариант

Вероятность того, что будет проведено изобретение мастера, равно 0,8, что изобретение для ученика - 0,6. Какова вероятность того, что в команду для будет проведено хотя бы одно изобретение.

Решение:

Пусть события $A, A_1, \dots, A_n$ независимы в совокупности, причём $P(A_1) = p_1, P(A_2) = p_2, \dots, P(A_n) = p_n$, тогда в результате испытания могут наступить все события, либо часть из них, либо ни одно из них.

Вероятность наступления события A , состоящего в появлении хотя бы одного из событий $A_1, A_2, \dots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$:

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$$

Пример. Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому из них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответит хотя бы один студент.

Решение.

Пусть событие A - (первый студент правильно ответил на вопрос), событие

B - (второй студент правильно ответил на вопрос).

Событие C - (правильно ответит на вопрос хотя бы один студент). Найдём вероятности

события $\bar{C}$ противоположного событию C . Очевидно, что

$\bar{C} = \bar{A} + \bar{B} = \bar{A}B$ - (оба студента не верно ответили на вопрос). Так как события $\bar{A}$ и

$$P(\bar{C}) = P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = \frac{5}{25} \cdot \frac{10}{25} = 0,08.$$

$\bar{B}$ независимы, то

Следовательно,

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - 0,08 = 0,92$$

Завершить тест

1) Ответ

Таблица №3

Вопросы и задания:

Формула полной вероятности и формула Байеса

Вопрос:

Молодой человек Ваня – Пух каждое утро ходит в гости к одному из своих друзей: героинец Пелопар, охотник На или Кривак, которые принимают его у себя с вероятностями 0,3, 0,3 и 0,4 соответственно. Какова вероятность того, что в ближайшую пятницу Ваня – Пух попробует мед, если известно о том, к кому пойдет в гости, независимо от того, как именно он будет себя вести?

Подсказка:

Если событие A в некотором испытании может произойти лишь с одной из mutually H_i , $i=1,2,\dots,n$, то безусловная вероятность наступления события A в этом испытании

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)$$

определяется по формуле полной вероятности

Если известно, что событие A уже произошло, то вероятность того, что оно произошло

$$P_{H_i}(A) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum_{j=1}^n P(H_j)P_{H_j}(A)}$$

известно с вероятностью H_i , определяется по формуле Байеса

Пример. Для подготовки к установленному сроку бухгалтерской отчетности предприятия и выполнения этой работы могут быть привлечены один, два или три работника. Вероятности этих событий соответственно равны 0,3, 0,3 и 0,2. Вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок при привлечении одного работника равна 0,3, при привлечении двух работников – 0,6, при привлечении трех работников – 0,95.

- 1) Определить вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок;
- 2) Известно, что бухгалтерская отчетность была подготовлена в установленный срок. Каковы probabilities о количестве привлеченных работников наиболее вероятны?

Решение. Обозначим через событие A событие, состоящее в подготовке бухгалтерской отчетности в установленный срок. Выделим гипотезы:

H_1 – (Привлечен один работник);

H_2 – (Привлечены два работника);

H_3 – (Привлечены три работника);

По условию $P(H_1)=0,3$, $P(H_2)=0,3$, $P(H_3)=0,2$

Ваня, что гипотезы образуют полную группу событий:

$$\sum_{i=1}^3 P(H_i) = 0,3 + 0,3 + 0,2 = 1$$

Событие A зависит от гипотез H_i , и по условию заданы условные вероятности наступления события A при соответствующих гипотезах равны:

$$P_{H_1}(A)=0,3, P_{H_2}(A)=0,6, P_{H_3}(A)=0,95$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)$$

1) В соответствии с формулой полной вероятности

для безусловной

вероятности наступления события A получим

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A) = 0,3 * 0,3 + 0,3 * 0,6 + 0,2 * 0,95 = 0,52$$

2) Так как вероятность была подготовлена к уроку, по данным задачи известно, что для ее

$$P_1(H_1) = \frac{P(H_1)P_{11}(A)}{\sum_{i=1}^3 P(H_i)P_{i1}(A)}$$

решения необходимо использовать формулу Байеса

Для ответа на сформулированный в задаче вопрос определим условные вероятности $P_{11}(H_1)$

$$P_{11}(H_1) = \frac{P(H_1)P_{11}(A)}{\sum_{i=1}^3 P(H_i)P_{i1}(A)} = \frac{0,5 \cdot 0,5}{0,52} = 0,288$$

$$P_{11}(H_2) = \frac{P(H_2)P_{11}(A)}{\sum_{i=1}^3 P(H_i)P_{i1}(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,6}{0,52} = 0,346$$

$$P_{11}(H_3) = \frac{P(H_3)P_{11}(A)}{\sum_{i=1}^3 P(H_i)P_{i1}(A)} = \frac{0,2 \cdot 0,95}{0,52} = 0,365$$

Из сравнения полученных значений условных вероятностей делаем вывод, что наиболее вероятным кандидатом на проведение работником, является член 3.

Задача №10

Вступительная к задаче:

Схема повторных испытаний. Формула Бернулли.

Вопрос:

Вероятность того, что расход электроэнергии в течение одного суток не превышает установленной нормы, равен $p=0,73$. Найти вероятность того, что в ближайшие 4 суток расход электроэнергии в течение 2 суток не превышает нормы.

Решение:

Вероятность того, что в n независимых повторных испытаниях с постоянными вероятностями p успехов в каждом испытании, событие A наступит ровно k раз вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит: а) не менее x раз; б) более x раз; в) не менее x раз; г) не более x раз, вычисляется по формулам:

$$а) P_n(k \geq x) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(x-1)$$

$$б) P_n(k > x) = P_n(x+1) + P_n(x+2) + \dots + P_n(n)$$

$$в) P_n(k \geq x) = P_n(x) + P_n(x+1) + P_n(x+2) + \dots + P_n(n)$$

$$г) P_n(k \leq x) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(x)$$

Число независимых событий A в n независимых повторных испытаниях, имеющих каждую наибольшую вероятность, называется гипергеометрическим числом и обозначается k_0 .

Напишите число, которое получится из данного выражения:
 $ap - p \cdot a \cdot b^2 - ap + p$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		23028
2)		12822
3)		9028
4)		23256

Ответы:

q1 (1 б.)	Ответ = 118
q2 (1 б.)	Ответ = 1320
q3 (1 б.)	2
q4 (1 б.)	Ответ = 0,25
q5 (1 б.)	1
q6 (1 б.)	1
q7 (1 б.)	0,42
q8 (1 б.)	Ответ = 0,02
q9 (1 б.)	Ответ = 0,6
q10 (1 б.)	1

ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ

1 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1

Дисциплина Математика

Направление М

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Различные виды уравнений прямой в пространстве.
- 2.. Системы линейных алгебраических уравнений.
3. Вычислить $(AB)C + 2A(BC)$, где $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.
4. Решить систему уравнений по формулам Крамера:
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 5x - 10y + z = 16 \end{cases}$$
5. Даны 3 вершины параллелограмма: $A(-3; -2)$, $B(-1; 3)$, $C(5; 1)$. Найти координаты вершины D .
6. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; 1)$ под углом 45° к прямой
$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -\frac{2}{3}t - 2 \end{cases}$$
7. Привести к каноническому виду и построить график: $x^2 - 4y^2 - 2x - 16y - 19 = 0$.
8. Вычислить пределы: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x - 3x}{x + \operatorname{tg} x^2}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{2x}$.
- 9.1 Найти производные функций $y = \arctg^3 2x \cdot \operatorname{tg}^3 2x$, $y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$.
- 10.1 Найти интегралы: $\int \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x}} - \sqrt{5x} + \frac{1}{8x} \right) dx$, $\int \frac{x^2}{2x^3 - 1} dx$, $\int \frac{\sqrt{2x-1}}{1 + \sqrt{2x-1}} dx$.

2 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1

Дисциплина Математика

Направление М

БИЛЕТ № 1

- 1.1 События. Типы событий. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна.
- 2.1 Понятие о статистической гипотезе. Критерий проверки. Критическая область.
- 3.1 Сколькими способами можно разбить 9 футбольных команд на три группы по 3 команды в каждой?
- 4.1 В каждой из двух урн 2 белых, 3 черных и 5 красных шаров. Из обеих урн наудачу извлекаются по одному шару. Найти вероятность того, что они не одного цвета.
- 5.1 Плотность распределения случайной величины X : $f(x)=k \cdot x \cdot \exp(-x^2)$. Найти 1) k , 2) $P(0 < X < 1)$.
- 6.1

X	-5	-2	1	4
p	0,3	p_2	0,3	0,1

. Найти 1) p_2 , 2) $P(|X| < 2)$, 3) $F(x)$, 4) $D(X)$.
- 7.1 Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda=2$. Найти вероятность того, что в 4 испытаниях 2 раза X окажется в интервале $(0,5; 1)$.
- 8.1 Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	5	9	13
n_i	3	4	2	1

. Оценить с надежностью 0,99 математическое ожидание нормально распределенного признака по выборочной средней при помощи доверительного интервала.
- 9.1 Составить уравнение прямой линии регрессии для выборки из задания 8.

**Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 1
контрольных работ, КОПТ**

ПРИЛОЖЕНИЕ №7

**ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ, КОНТРОЛЬНЫХ
РАБОТ И КОНТРОЛЬНО-ОБУЧАЮЩИХ ПРОГРАММ ТЕСТИРОВАНИЯ (КОПТ)**

Семестр 1

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	Типовой расчет №1 (маx 5 б)	Типовой расчет №2 (маx 5 б)	Типовой расчет №3 (маx 5 б)	Типовой расчет №4 (маx 5 б)	Типовой расчет №5 (маx 5 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	2-3	2-3	2-3	2-3	2-3
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные.	3-4	3-4	3-4	3-4	3-4
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	4-5	4-5	4-5	4-5	4-5

**Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 2
контрольных работ, КОПТ**

Шкала оценивания выполнения контрольных работ

Критерии оценивания	КР №1 (маx 7 б)	КР №2 (маx 7 б)	КР №3 (маx 7 б)	КР №4 (маx 7 б)	КР №5 (маx 7 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	0-2,5	0-2,5	0-2,5	0-2,5	0-2,5
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	2,5-4,5	2,5-4,5	2,5-4,5	2,5-4,5	2,5-4,5
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	4,5-5,5	4,5-5,5	4,5-5,5	4,5-5,5	4,5-5,5
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	5,5-7	5,5-7	5,5-7	5,5-7	5,5-7

Шкала оценивания выполнения компьютерных тестов

1. Тест **«Матричная алгебра и СЛАУ»**. Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
2. Тест **«Векторная алгебра и аналитическая геометрия»**. Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
3. Тест **«Пределы»**. Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
4. Тест **«Производные»**. Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
5. Тест **«Неопределенные и определенные интегралы»**. Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

**Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 3
контрольных работ, КОПТ**

Семестр 2

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	Типовой расчет №1 (маx 5 б)	Типовой расчет №2 (маx 5 б)	Типовой расчет №3 (маx 5 б)	Типовой расчет №4 (маx 5 б)	Типовой расчет №5 (маx 5 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	2-3	2-3	2-3	2-3	2-3
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные.	3-4	3-4	3-4	3-4	3-4
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	4-5	4-5	4-5	4-5	4-5

**Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 4
контрольных работ, КОПТ**

Шкала оценивания выполнения контрольных работ

Критерии оценивания	КР №1 (маx 7 б)	КР №2 (маx 7 б)	КР №3 (маx 7 б)	КР №4 (маx 7 б)	КР №5 (маx 7 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	0-2,5	0-2,5	0-2,5	0-2,5	0-2,5
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	2,5-4,5	2,5-4,5	2,5-4,5	2,5-4,5	2,5-4,5
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	4,5-5,5	4,5-5,5	4,5-5,5	4,5-5,5	4,5-5,5
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	5,5-7	5,5-7	5,5-7	5,5-7	5,5-7

Шкала оценивания выполнения компьютерных тестов

1. Тест «**Элементы комбинаторики. Случайные события**». Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
2. Тест «**Дискретные случайные величины**». Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
3. Тест «**Непрерывные случайные величины**». Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
4. Тест «**Распределения. Выборки**». Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.
5. Тест «**Гипотезы. Корреляция**». Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

СЕМЕСТР 1

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Матричная алгебра и СЛАУ	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	6
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 2					
Векторная алгебра и аналитическая геометрия	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	9
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 3					
Пределы	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 4					
Производные	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	

Модуль 5					
Неопределенные и определенные интегралы	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	17
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Семестр 2

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Элементы комбинаторики. Случайные события	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	6
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 2					
Дискретные случайные величины	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	9
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	

Модуль 3					
Непрерывные случайные величины	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 4					
Распределения. Выборки	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 5					
Гипотезы. Корреляции	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	17
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

1 СЕМЕСТР

Образец выполнения типового расчета №1

Задание. 1. Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Найти: а) AB ; б) A^{-1} ; в) AA^{-1} .

Решение:

$$\text{а) } AB = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & -4 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 3 \cdot 4 + 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 0 & 3 \cdot 5 + 1 \cdot (-4) + (-1) \cdot 2 \\ 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 4 + 4 \cdot (-2) + 1 \cdot 0 & 2 \cdot 5 + 4 \cdot (-4) + 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 3 & 1 \cdot 4 + 0 \cdot (-2) + (-1) \cdot 0 & 1 \cdot 5 + 0 \cdot (-4) + (-1) \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 9 \\ 11 & 0 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

б) Определитель матрицы A равен:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -12 + 1 - (-4) - (-2) = -5 \neq 0,$$

Следовательно, матрица A невырожденная.

Находим алгебраические дополнения:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -4,$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -(-1) = 1,$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(-2 - 1) = 3,$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 - (-1) = -2,$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -4,$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -(0 - 1) = 1,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 1 - (-4) = 5, \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -(3 - (-2)) = -5,$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 12 - 2 = 10.$$

Получим обратную матрицу:

$$A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & -5 \\ -4 & 1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8 & -0,2 & -1 \\ -0,6 & 0,4 & 1 \\ 0,8 & -0,2 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{в) } AA^{-1} &= \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,8 & -0,2 & -1 \\ -0,6 & 0,4 & 1 \\ 0,8 & -0,2 & -2 \end{pmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & -5 \\ -4 & 1 & 10 \end{pmatrix} = \\ &= -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & -5 \\ -4 & 1 & 10 \end{pmatrix} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -12+3+4 & 3-2-1 & 15-5-10 \\ -8+12-4 & 2-8+1 & 10-20+10 \\ -4+0+4 & 1+0-1 & 5+0-10 \end{pmatrix} = \\ &= -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Задание 2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Решение. Разложим определитель, например, по третьей строке, так как в ней один из элементов равен нулю, получим:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3A_{31} + 3A_{32} + 0A_{33} + 2A_{34} =$$

$$\begin{aligned}
 &= 3(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 3(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 2(-1)^{3+4} \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \\
 &= 3(6 + 18 - 20 - 3) - 3(6 + 6 + 10 - 18 - 20 - 1) - 2(12 + 12 - 6 - 4) = \\
 &= 3 - 3(-17) - 2(14) = 3 + 51 - 28 = 26.
 \end{aligned}$$

Ответ: 26.

Задание 3. Решить систему уравнений а) с помощью обратной матрицы; б) методом Крамера; в) методом Гаусса:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

Решение .а) Обозначим

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

Тогда в матричной форме данная система будет иметь вид: $AX = B$.

Решение данного матричного уравнения находится по формуле: $X = A^{-1}B$

Находим определитель матрицы A :

$$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -8 - 3 - 8 + 2 = -17.$$

Так как $\det A \neq 0$, то существует обратная матрица, которая по алгоритму, изложенному в §3, имеет вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{17} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix}.$$

Подставляя значения в формулу $X = A^{-1}B$, получим:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17} \begin{pmatrix} -48 + 10 - 13 \\ 6 + 20 - 26 \\ -60 + 55 + 39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix},$$

т. е. решение системы $(3; 0; -2)$.

б) Определитель системы $\det A = -17 \neq 0$, следовательно, существует единственное решение системы.

Вычислим вспомогательные определители $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$ полученные из матрицы A заменой соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -6 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & -1 \\ 13 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -51; \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} -2 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 13 & -2 \end{vmatrix} = 0; \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 13 \end{vmatrix} = 34.$$

По формулам Крамера

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{-51}{-17} = 3, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{0}{-17} = 0, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{34}{-17} = -2,$$

т. е. решение системы $(3; 0; -2)$.

в) Составим расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array} \right).$$

Элемент $a_{11} = -2 \neq 0$ принимаем за разрешающий. Преобразование проведем методом Гаусса, используя правило прямоугольников:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{-2} & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & \boxed{3} & 2 & -4 \\ 0 & -11 & 4 & -8 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 34 & -68 \end{array} \right) \div 34 \\ & \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \end{aligned}$$

На основе последней матрицы составим систему, равносильную исходной:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ 3x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_3 = -2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ 3x_2 + 2 \cdot (-2) = -4, \\ x_3 = -2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = 0, \\ x_3 = -2, \end{cases}$$

т. е. решение системы $(3; 0; -2)$.

Ответ: $(3; 0; -2)$.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы:

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 - 4x_3 + x_4 = -1, \\ 5x_1 - 4x_3 - x_4 = 5, \\ -x_1 + 2x_2 - x_4 = 3. \end{cases}$$

Решение. Составив расширенную матрицу системы, проводим преобразования Гаусса:

$$\begin{pmatrix} \boxed{7} & -4 & -4 & 1 & | & -1 \\ 5 & 0 & -4 & -1 & | & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & | & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 & 1 & | & -1 \\ 0 & 20 & -8 & -12 & | & 40 \\ 0 & 10 & -4 & -6 & | & 20 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \div 4 \\ \div 2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 & 1 & | & -1 \\ 0 & \boxed{5} & -2 & -3 & | & 10 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & | & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 & 1 & | & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & | & 10 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 7 & -4 & -4 & 1 & | & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & | & 10 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & | & 10 \end{pmatrix}$$

Ранг полученной системы равен двум, следовательно, число базисных переменных равно 2, число свободных переменных определим по формуле $k = n - r = 4 - 2 = 2$. Определим число возможных базисов по формуле

$$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \text{ получим } C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6. \text{ Базисными переменными}$$

могут быть следующие группы: $x_1, x_2; x_1, x_3; x_1, x_4; x_2, x_3; x_2, x_4; x_3, x_4$.

Выясним, образуют ли переменные x_1, x_2 базис. Так как базисный минор, т. е. определитель матрицы из коэффициентов при этих переменных $\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 35 \neq 0$, то x_1, x_2 образуют базис, свободные переменные x_3, x_4

приравняв нулю, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 = -1, \\ 5x_2 = 10, \end{cases}$$

откуда $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, т. е. первое базисное решение будет $(1, 2, 0, 0)$.

Рассмотрим следующую группу переменных x_1, x_3 . Так как базисный минор $\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -14 \neq 0$, то x_1, x_3 образуют базис, тогда свободные переменные x_2, x_4 . Приравнявая свободные переменные нулю, получим систему уравнений в виде

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_3 = -1, \\ -2x_3 = 10, \end{cases}$$

откуда $x_1 = -3$, $x_3 = -5$, т. е. второе базисное решение будет $(-3, 0, -5, 0)$.

Ответ: $(1, 2, 0, 0)$, $(-3, 0, -5, 0)$.

Образец выполнения типового расчета №2

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Необходимо:
 а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$;
 б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} + 3\vec{c}$.

Решение. а) Проверим условие коллинеарности $\vec{a} \parallel \vec{c} \Leftrightarrow \frac{a_x}{c_x} = \frac{a_y}{c_y} = \frac{a_z}{c_z}$. Так как

$$\frac{2}{5} \neq \frac{-3}{2} \neq \frac{1}{-3} \text{ то векторы } \vec{a} \text{ и } \vec{c} \text{ не коллинеарны.}$$

Так как условие ортогональности двух векторов $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$, то вычислим скалярное произведение этих векторов. Имеем,

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 2 \cdot 5 + (-3) \cdot 2 + 1 \cdot (-3) = 10 - 6 - 3 = 1,$$

следовательно, векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ не ортогональны.

- б) Используем формулу: $\text{пр}_{2\vec{b}+3\vec{c}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot (2\vec{b} + 3\vec{c})}{|2\vec{b} + 3\vec{c}|}$. Решение проводим по действиям, вы-

числяя, сначала координаты вектора $2\vec{b} + 3\vec{c}$, получим

$$2\vec{b} + 3\vec{c} = 2(\vec{j} + 4\vec{k}) + 3(5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}) = (0, 2, 8) + (15, 6, -9) = (15, 8, -1).$$

Далее

$$\vec{a} \cdot (2\vec{b} + 3\vec{c}) = (2, -3, 1) \cdot (15, 8, -1) = 30 - 24 - 1 = 5, \quad |2\vec{b} + 3\vec{c}| = \sqrt{15^2 + 8^2 + (-1)^2} = \sqrt{290}.$$

$$\text{Следовательно, } \text{пр}_{2\vec{b}+3\vec{c}} \vec{a} = \frac{5}{\sqrt{290}} = \frac{5\sqrt{290}}{290} = \frac{\sqrt{290}}{58}.$$

2. Дан вектор $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $\left(\frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}, \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|}\right) = \frac{\pi}{6}$. Найти длину вектора $\vec{a}$.

Решение. Найдем скалярный квадрат вектора $\vec{a}$:

$$\vec{a}^2 = (\vec{p} + 2\vec{q}) \cdot (\vec{p} + 2\vec{q}).$$

Раскроем скобки, используя свойства скалярного произведения:

$$\begin{aligned} (\vec{p} + 2\vec{q}) \cdot (\vec{p} + 2\vec{q}) &= \vec{p} \cdot \vec{p} + 2\vec{p} \cdot \vec{q} + 2\vec{q} \cdot \vec{p} + 4\vec{q} \cdot \vec{q} = \vec{p}^2 + 4\vec{p} \cdot \vec{q} + 4\vec{q}^2 = \\ &= |\vec{p}|^2 + 4|\vec{p}||\vec{q}| \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 4|\vec{q}|^2 = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 2 \cos \frac{\pi}{6} + 4 \cdot 4 = 1 + 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 16 = 17 + 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\text{длина вектора } |\vec{a}| = \sqrt{a^2} = \sqrt{17 + 4\sqrt{3}}.$$

Задача 7. Вершины тетраэдра находятся в точках $A(1, 4, 5)$, $B(1, 2, 1)$, $C(-2, -1, 6)$, $D(3, -6, -1)$. Вычислите: а) площадь грани ACD ; б) объем тетраэдра $ABCD$.

Решение. а) Найдем координаты векторов:

$$\overrightarrow{AC} = (-2 - 1; -1 - 4; 6 - 5) = (-3; -5; 1),$$

$$\overrightarrow{AD} = (3 - 1; -6 - 4; -1 - 5) = (2; -10; -6).$$

Вычислим их векторное произведение:

$$\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -5 & 1 \\ 2 & -10 & -6 \end{vmatrix} = 66\vec{i} - 46\vec{j} + 50\vec{k}.$$

Модуль векторного произведения равен:

$$|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD}| = \sqrt{66^2 + (-46)^2 + 50^2} = \sqrt{6456} = 2\sqrt{1614}.$$

Тогда

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD}| = \sqrt{1614} \text{ (кв. ед.)}$$

б) Так как координаты векторов $\overrightarrow{AB} = (1 - 1; 2 - 4; 1 - 5) = (-2; -2; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (-2 - 1; -1 - 4; 6 - 5) = (-3; -5; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (3 - 1; -6 - 4; -1 - 5) = (2; -10; -6)$,

$$\text{то } V_{ABCD} = \left| \frac{1}{6} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD} \right| = \left| \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -3 & -5 & 1 \\ 2 & -10 & -6 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{6} \cdot 252 = 42 \text{ (куб. ед.)}$$

3. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(6;-6)$, $B(2;-3)$, $C(8;5)$. Требуется: 1) составить уравнение стороны AB ; 2) найти длину стороны AB ; 3) составить уравнение высоты, проведенной из вершины B ; 4) вычислить расстояние от вершины C до стороны AB ; 5) составить уравнение любой средней линии треугольника ABC ; 6) составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC ; 7) найти площадь треугольника ABC ; 8) вычислить угол A треугольника (в радианах с точностью до двух знаков после запятой). Сделать чертеж.

Решение:

1. Для составления уравнения стороны AB используем формулу

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, \text{ где } A(6;-6), B(2;-3): \frac{y - (-6)}{-3 - (-6)} = \frac{x - 6}{2 - 6} \text{ или } \frac{y + 6}{3} = \frac{x - 6}{-4} \text{ или } -4y - 24 = 3x - 18 \text{ или } 3x + 4y + 6 = 0.$$

2. Для нахождения длины AB используем формулу

$$d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} :$$

$$d = \left| \vec{AB} \right| = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-3 - (-6))^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ (ед. дл.)}.$$

3.1 Для составления уравнения высоты BD используем условие перпендикулярности прямых BD и AC , т.е. формулу $k_2 = -\frac{1}{k_1} : k_{BD}k_{AC} = -1$

$$\text{Найдем } k_{AC}, \text{ используя формулу } k_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad k_{AC} = \frac{5 - (-6)}{8 - 6} = \frac{11}{2};$$

$$k_{BD} = -\frac{1}{11/2} = -\frac{2}{11}. \text{ Составим уравнение высоты } BD \text{ по формуле}$$

$$y - y_0 = k(x - x_0), \text{ зная, что } k_{BD} = -\frac{2}{11} \text{ и что она проходит через точку } B(2; -3).$$

Получим: $y - (-3) = -\frac{2}{11}(x - 2)$ или $11y + 33 = -2x + 4$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид: $2x + 11y + 29 = 0$.

4.1 Расстояние от вершины $C(8; 5)$ до стороны AB , уравнение которой было найдено в п.1: $3x + 4y + 6 = 0$, найдем по формуле $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

Получим:

$$d = \frac{|3 \cdot 8 + 4 \cdot 5 + 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{50}{5} = 10 \text{ (ед. дл.)}.$$

5.1 Составим, например, уравнение средней линии MN треугольника ABC . Найдем середину (т.М) стороны CB и середину (т.Н) стороны CA , используя формулы $x = \frac{x_1 + x_2}{2}; y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

$$x_M = \frac{x_C + x_B}{2} = \frac{8 + 2}{2} = 5; \quad y_M = \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{5 - 3}{2} = 1;$$

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{6 + 8}{2} = 7; \quad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-6 + 5}{2} = -\frac{1}{2}.$$

$$T.o., M(5;1), N(7;-\frac{1}{2})$$

Составим уравнение MN , используя формулу $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$: $\frac{y-1}{-\frac{1}{2}-1} = \frac{x-5}{7-5}$

$$\text{или } \frac{y-1}{-\frac{3}{2}} = \frac{x-5}{2} \text{ или } \frac{y-1}{-3} = \frac{x-5}{4} \text{ или } 4y-4 = -3x+15 \text{ или } 3x+4y-19=0.$$

6.1 Для составления уравнения прямой, проходящей через точку $A(6;-6)$ параллельно прямой BC , используем условие параллельности двух прямых $k_1 = k_2$. Найдем угловой коэффициент прямой BC по формуле

$$k_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}:$$

$$k_{BC} = \frac{5 - (-3)}{8 - 2} = \frac{4}{3}. \text{ Тогда } k = k_{BC} = \frac{4}{3}.$$

Уравнение искомой прямой найдем по формуле $y - y_0 = k(x - x_0)$:

$$y - (-6) = \frac{4}{3}(x - 6) \text{ или } 3y + 18 = 4x - 24 \text{ или } 4x - 3y - 42 = 0.$$

7. Площадь треугольника ABC найдем по формуле $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$

$$: S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 - 6 & -3 - (-6) \\ 8 - 6 & 5 - (-6) \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |-44 - 6| = 25 \text{ (кв. ед).}$$

9. Для вычисления угла A треугольника ABC используем формулу $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$. Найдем сначала k_{AB} , зная уравнение $AB: 3x + 4y + 6 = 0$.

Преобразуем это уравнение к виду $y = kx + b$: $4y = -3x - 6$ или $y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$.

Отсюда $k_{AB} = -\frac{3}{4}$. Угловой коэффициент прямой AC был найден в п.3: $k_{AC} = \frac{11}{2}$

. Заметим, что $k_1 = k_{AC}$, $k_2 = k_{AB}$. Следовательно, $\operatorname{tg} A = \frac{-\frac{3}{4} - \frac{11}{2}}{1 + (-\frac{3}{4}) * \frac{11}{2}} = 2$ или

$$A = \operatorname{arctg} 2 \approx 1,11 \text{ рад.}$$

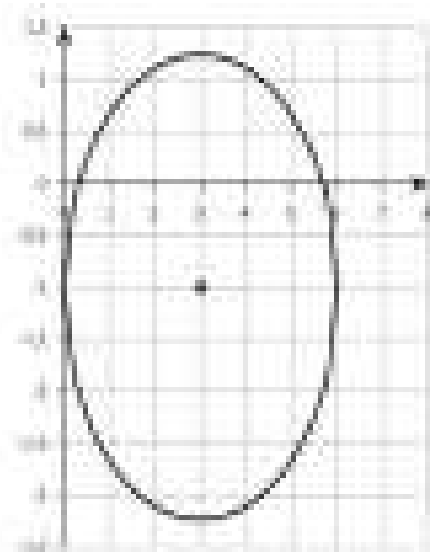
Задача 5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$

Решение. Преобразуем данное уравнение кривой,

так

как



$$5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 5(x^2 - 6x) + 9(y^2 + 2y) + 9 = 5(x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2) + 9(y^2 + 2 \cdot 1y + 1 - 1) + 9 = 5(x - 3)^2 - 45 + 9(y + 1)^2 - 9 + 9 = 0,$$

то уравнение можно написать в виде:

$$5(x - 3)^2 + 9(y + 1)^2 - 45 = 0$$

или

$$\frac{(x - 3)^2}{9} + \frac{(y + 1)^2}{5} = 1$$

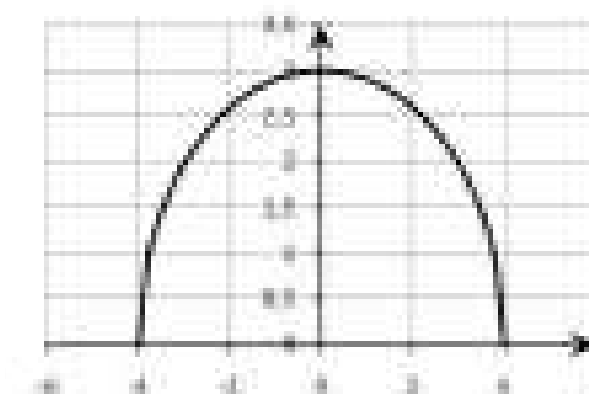
Получили каноническое уравнение эллипса, его центр симметрии находится в точке $(3; -1)$, полуоси $a = 3$, $b = \sqrt{5}$

б) $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$

Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $y^2 = \frac{9}{16}(16 - x^2)$ или

$$y^2 = 9 - \frac{9}{16}x^2, \frac{9}{16}x^2 + y^2 = 9, \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 - \text{каноническое уравнение эллипса с}$$

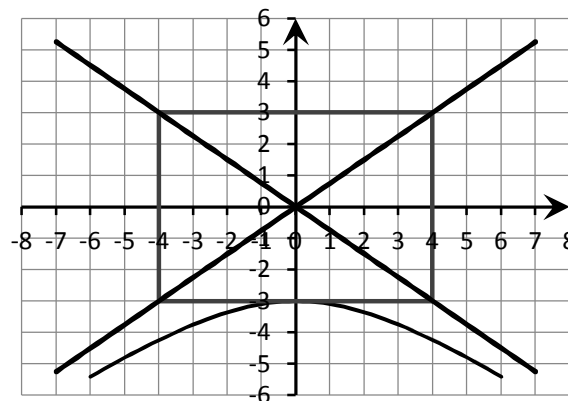
центром в начале координат и полуосями, равными $a = 4$, $b = 3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак «+», то исходное уравнение определяет часть эллипса, расположенную выше оси Ox .



в) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{16+x^2}$. Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим:

$$y^2 = \frac{9}{16}(16+x^2) \quad \text{или} \quad y^2 = 9 + \frac{9}{16}x^2, \quad -\frac{9}{16}x^2 + y^2 = 9, \quad -\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

каноническое уравнение гиперболы с центром в начале координат и полуосями, равными $a = 4$, $b = 3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак «-», то исходное уравнение определяет часть гиперболы, расположенную ниже оси Ox .



Образец выполнения типового расчета №3

Вариант №1

I. Вычислить пределы, не применяя правило Лопиталя:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n+2} - \sqrt{4n-1})$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 4} \right)^{3n^2+1}$

3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{\ln(x+3)}$

4. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^2 - 6x - 27}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x^2 + 2x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\operatorname{arctg}^3(3x)}$

7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2-4}{2x^2+3x-2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2} - 1}$

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n^2 + 6n + 12}{9n^2 + 5n^3 - 8n + 4}$

II. Исследовать функцию $y = \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{x-2}}}$ на непрерывность.

Решение

I. Вычислить пределы, не применяя правила Лопиталя.

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n+2} - \sqrt{4n-1}) = [\infty - \infty] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{9n+2} - \sqrt{4n-1})(\sqrt{9n+2} + \sqrt{4n-1})}{\sqrt{9n+2} + \sqrt{4n-1}} =$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(9n+2) - (4n-1)}{\sqrt{9n+2} + \sqrt{4n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+3}{\sqrt{9n+2} + \sqrt{4n-1}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{5n}{n} + \frac{3}{n}}{\frac{\sqrt{9n+2}}{n} + \frac{\sqrt{4n-1}}{n}} = \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{3}{n}}{\sqrt{\frac{9n}{n^2} + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{\frac{4n}{n^2} - \frac{1}{n^2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{3}{n}}{\sqrt{\frac{9}{n} + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{\frac{4}{n} - \frac{1}{n^2}}} = \frac{5 + \frac{3}{\infty}}{\sqrt{\frac{9}{\infty} + \frac{2}{\infty}} + \sqrt{\frac{4}{\infty} - \frac{1}{\infty}}} = \frac{5}{0} = \infty.
 \end{aligned}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 4} \right)^{3n^2 + 1} = \left[1^\infty \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 4} - 1 \right)^{3n^2 + 1} =$$

$$\begin{aligned}
 &\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n^2 + n + 4} \right)^{3n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n^2 + n + 4} \right)^{(2n^2 + n + 4) \cdot \frac{(3n^2 + 1)}{2n^2 + n + 4}} = \\
 &= e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{2n^2 + n + 4}} = e^{\frac{3}{2}}
 \end{aligned}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 5}{\ln(x + 3)} = \frac{2 \cdot (-2) + 5}{\ln(-2 + 3)} = \frac{1}{\ln 1} = \frac{1}{0} = \infty.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^2 - 6x - 27} = \left[\frac{0}{0} \right] = \left| \text{Разделим числитель и знаменатель на } (x + 3) \right|$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 3x^2} \left| \frac{x + 3}{x^2 + 2x - 3} - \frac{x^2 - 6x - 27}{x^2 + 3x} \right| \frac{x + 3}{x - 9} \\
 &= \frac{2x^2 + 3x - \frac{-9x - 27}{-9x - 27}}{2x^2 + 6x} = \frac{2x^2 + 3x}{0} \\
 &= \frac{-3x - 9}{-3x - 9} = \frac{0}{0}
 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)(x^2 + 2x - 3)}{(x + 3)(x - 9)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 9} = \frac{0}{-12} = 0.$$

$$\begin{aligned}
 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x^2 + 2x} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+16} - 4)(\sqrt{x+16} + 4)}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+16})^2 - 4^2}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 16 - 16}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x + 2)(\sqrt{x+16} + 4)} = \frac{1}{(0 + 2)(\sqrt{0 + 16} + 4)} = \\
 &= \frac{1}{2 \cdot (4 + 4)} = \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\operatorname{arctg}^3(3x)} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\operatorname{tg}(2x)}{2x} \right)^3 \cdot (2x)^3}{\left(\frac{\operatorname{arctg}(3x)}{3x} \right)^3 \cdot (3x)^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot (2x)^3}{1 \cdot (3x)^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^3}{27x^3} = \frac{8}{27}.$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5^{x^2-4} - 1}{2x^2 + 3x - 2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\frac{5^{x^2-4} - 1}{x^2 - 4} \cdot (x^2 - 4)}{2x^2 + 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{2x-1} = \frac{-2-2}{2 \cdot (-2)-1} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}.$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2} - 1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \cdot x^2}{\frac{e^{4x^2} - 1}{4x^2} \cdot 4x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot x^2}{1 \cdot 4x^2} = \frac{1}{4}.$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n^2 + 6n + 12}{9n^2 + 5n^3 - 8n + 4} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n^3}{n^3} - \frac{2n^2}{n^3} + \frac{6n}{n^3} + \frac{12}{n^3}}{\frac{9n^2}{n^3} + \frac{5n^3}{n^3} - \frac{8n}{n^3} + \frac{4}{n^3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{2}{n} + \frac{6}{n^2} + \frac{12}{n^3}}{\frac{9}{n} + 5 - \frac{8}{n^2} + \frac{4}{n^3}} =$$

$$= \frac{2 - \frac{2}{\infty} + \frac{6}{\infty} + \frac{12}{\infty}}{\frac{9}{\infty} + 5 - \frac{8}{\infty} + \frac{4}{\infty}} = \frac{2 - 0 + 0 + 0}{0 + 5 - 0 + 0} = \frac{2}{5}.$$

II. Исследовать функцию $y = \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{x-2}}}$ на непрерывность.

Решение. Т.к. знаменатель дроби $\frac{1}{x-2}$ равен нулю при $x = 2$, то функция терпит разрыв при $x = 2$. Установим тип этой точки разрыва, для этого найдем предел слева и справа в этой точке.

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{x-2}}} = \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{-0}}} = \frac{2}{3 + 5^{-\infty}} = \frac{2}{3 + \frac{1}{5^{\infty}}} = \frac{2}{3 + \frac{1}{\infty}} = \frac{2}{3 + 0} = \frac{2}{3},$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{x-2}}} = \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{+0}}} = \frac{2}{3 + 5^{+\infty}} = \frac{2}{\infty} = 0.$$

Т.о. у функции существуют и левосторонний предел $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{x-2}}} = \frac{2}{3}$ и

правосторонний предел $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{2}{3 + 5^{\frac{1}{x-2}}} = 0$, но между собой они не равны.

Значит точка $x = 2$ является точкой разрыва 1 рода. Скачок функции равен

$$\left| \frac{2}{3} - 0 \right| = \frac{2}{3}.$$

Образец выполнения типового расчета №4 Вариант №1

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{2x^2}.$

б) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 6) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}.$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

б) $y = \frac{\cos x}{x^3 + 9}$

в) $y = \sin \sqrt{1 - x^2}$

г) $y = (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) (5 \arcsin - \sqrt{3})$

д) $y = x^{e^x}$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(8 - 7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x}{1 + x^2}.$$

5. Найти производную неявной функции $x^3 + 3y^3 - xy = 0$

Решение

Задание 1.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{2x^2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 6x)'}{(2x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sin 6x}{4x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x}{1} = 9.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} (2x-6) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6} &= [0 \cdot \infty] = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-6}{\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{6}} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(2x-6)'}{\left(\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{6} \right)'} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{\frac{-1}{\sin^2 \frac{\pi x}{6}} \cdot \frac{\pi}{6}} = \frac{2}{\frac{-1}{\sin^2 \frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\pi}{6}} = -\frac{12}{\pi} \end{aligned}$$

Задание 2.

а) $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

$$\begin{aligned} y' &= \left(5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x} \right)' = \left(5x^3 - 8x^{-2} + 4x^{1/2} \right)' = 5 \cdot 3x^2 - 8 \cdot (-2)x^{-3} + 4 \cdot \frac{1}{2}x^{-1/2} = \\ &= 15x^2 + \frac{16}{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

б) $y = \frac{\cos x}{x^3 + 9}$

$$y' = \left(\frac{\cos x}{x^3 + 9} \right)' = \frac{(\cos x)'(x^3 + 9) - \cos x(x^3 + 9)'}{(x^3 + 9)^2} = \frac{-\sin x \cdot (x^3 + 9) - 3x^2 \cos x}{(x^3 + 9)^2}$$

в) $y = \sin \sqrt{1-x^2}$

$$\begin{aligned} y' &= \left(\sin \sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left(\sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left((1-x^2)^{1/2} \right)' = \\ &= \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot (1-x^2)' = -2x \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot \cos \sqrt{1-x^2} = \\ &= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \cos \sqrt{1-x^2} \end{aligned}$$

г) $y = (2 \operatorname{arctg} x + 3^x)(5 \arcsin x - \sqrt{3})$

$$\begin{aligned} y' &= (2 \operatorname{arctg} x + 3^x)' \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + (5 \arcsin x - \sqrt{3})' \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) = \\ &= \left(2 \cdot \frac{1}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \left(5 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 0 \right) \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) = \\ &= \left(\frac{2}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \frac{5}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) \end{aligned}$$

д) $y = x^{e^x}$

Прологорифмируем обе части равенства: $\ln y = \ln(x^{e^x})$; $\ln y = e^x \ln x$;

Продифференцируем обе части равенства:

$$\frac{y'}{y} = e^x \ln x + e^x \frac{1}{x}; \quad y' = y \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right)$$

$$y' = x^{e^x} \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right)$$

Задание 3. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arccos t \end{cases}$

Вычислим x'_t и y'_t :

$$x'_t = \frac{1}{1+t^2} 2t = \frac{2t}{1+t^2}, \quad y'_t = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{\frac{2t}{1+t^2}} = -\frac{1+t^2}{2t\sqrt{1-t^2}}$$

Задание 4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости,

экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x}{1+x^2}$

Решение.

Исследуем функцию на монотонность и найдем экстремум

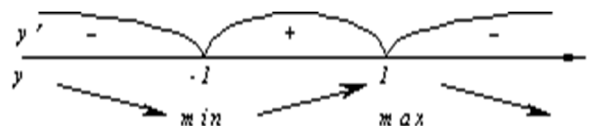
$$y' = \left(\frac{x}{1+x^2} \right)' = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{1+x^2 - 2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

Найдем критические точки 1 рода

$$y' = 0, \quad \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0,$$

$$x = 1, \quad x = -1.$$

При $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ функция убывает,



при $x \in (-1, 1)$ функция возрастает.

$$x = -1 - \text{точка минимума, } y_{\min} = y(-1) = \frac{-1}{1 + (-1)^2} = -\frac{1}{2}.$$

$$x = 1 - \text{точка максимума, } y_{\max} = y(1) = \frac{1}{1 + 1^2} = \frac{1}{2}.$$

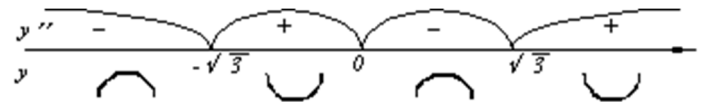
Исследуем функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:

$$y'' = \left(\frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2} \right)' = \frac{(1 - x^2)'(1 + x^2)^2 - (1 - x^2)((1 + x^2)^2)'}{(1 + x^2)^4} =$$

$$\frac{-2x(1 + x^2)^2 - (1 - x^2)2(1 + x^2)2x}{(1 + x^2)^4} = \frac{-2x(1 + x^2)(1 - x^2 - 2x^2)}{(1 + x^2)^4} = \frac{-2x(1 - 3x^2)}{(1 + x^2)^3}.$$

Найдем критические точки 2 рода:

$$y'' = 0, \quad \frac{-2x(1 - 3x^2)}{(1 + x^2)^3} = 0.$$



$$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = -\sqrt{3}$$

При $x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ функция выпуклая,

при $x \in (-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3})$ функция вогнутая.

$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = -\sqrt{3}$ - точки перегиба.

Задание 5. Найти производную функции $x^3 + 3y^3 - xy = 0$

Продифференцируем по x равенство $x^3 + 3y^3 - xy = 0$:

$$3x^2 + 3 \cdot 3y^2 \cdot y' - xy' - y = 0$$

Из полученного соотношения найдем y' :

$$3x^2 - y = (-9y^2 + x)y'$$

$$y' = \frac{3x^2 - y}{x - 9y^2}$$

Образец выполнения типового расчета №5

Вариант №1

1. Вычислить $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$.
2. Вычислить $\int_1^2 x^2 \ln x dx$.
3. Вычислить $\int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt[3]{x})}$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x + 3$, $y = 3x - 1$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = 3\sqrt{2} \sin t \end{cases}$, $y = 3$ ($y \geq 3$).

Решение.

Задание 1. Вычислить $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$.

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x} = \int_e^{e^2} \frac{d(\ln x)}{\ln x} = \ln |\ln x| \Big|_e^{e^2} = \ln |\ln e^2| - \ln |\ln e| = \ln |2 \ln e| - \ln 1 = \ln 2$$

Задание 2.

Вычислить $\int_1^2 x^2 \ln x dx$.

Разобьем подынтегральное выражение на части: $u = \ln x$, $dv = x^2 dx$,

тогда $du = \frac{dx}{x}$, $v = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3}$.

Согласно формуле $\int_a^b u dv = u \cdot v \Big|_a^b - \int_a^b v du$ получим:

$$\begin{aligned} \int_1^2 x^2 \ln x dx &= \frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{x^3}{3} \frac{dx}{x} = \frac{1}{3} (2^3 \ln 2 - \ln 1) - \frac{1}{3} \int_1^2 x^2 dx = \\ &= \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{1}{3} \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{1}{9} (2^3 - 1^3) = \frac{8}{3} \ln 2 - \frac{7}{9} = \frac{24 \ln 2 - 7}{9}. \end{aligned}$$

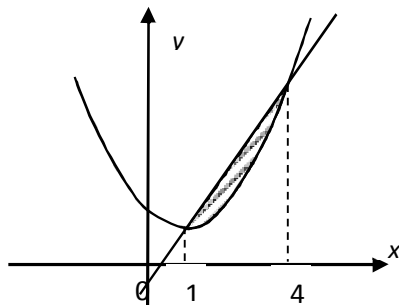
Задание 3. Вычислить $\int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})}$.

Первообразную найдем, введя подстановку $\sqrt[6]{x} = t$, тогда $x = t^6$, $dx = 6t^5 dt$. При $x = 1$, $t_1 = \sqrt[6]{1} = 1$; при $x = 64$, $t = \sqrt[6]{64} = 2$.

$$\begin{aligned} \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})} &= \int_1^2 \frac{6t^5 dt}{t^3(1+t^2)} = 6 \int_1^2 \frac{t^2 dt}{1+t^2} = 6 \int_1^2 \frac{t^2+1-1}{1+t^2} dt = \\ &= 6 \int_1^2 \frac{t^2+1}{1+t^2} dt - 6 \int_1^2 \frac{1}{1+t^2} dt = 6t \Big|_1^2 - 6 \operatorname{arctg} t \Big|_1^2 = 6(2-1) - 6(\operatorname{arctg} 2 - \operatorname{arctg} 1) = \\ &= 6 - 6 \left(\operatorname{arctg} 2 - \frac{\pi}{4} \right) = 6 + \frac{3\pi}{2} - 6 \operatorname{arctg} 2. \end{aligned}$$

Задание 4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x + 3$, $y = 3x - 1$.

Сделаем чертеж. Уравнению $y = x^2 - 2x + 3$ соответствует парабола с вершиной в точке $x = 1$, $y = 2$, т. к. $y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y - 2 = (x - 1)^2$. Уравнению $y = 3x - 1$ соответствует прямая.



Найдем точки пересечения заданных линий

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3, \\ y = 3x - 1. \end{cases} \quad x^2 - 2x + 3 = 3x - 1, \quad x^2 - 5x + 4 = 0,$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 4.$$

$$\begin{aligned} \int_1^4 (3x - 1 - (x^2 - 2x + 3)) dx &= \int_1^4 (3x - 1 - x^2 + 2x - 3) dx = \\ &= \int_1^4 (5x - 4 - x^2) dx = \left. \frac{5x^2}{2} - 4x - \frac{x^3}{3} \right|_1^4 = \frac{9}{2} \text{ (кв. ед.)}. \end{aligned}$$

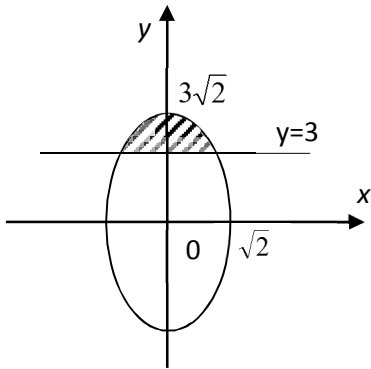
Задание 5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = 3\sqrt{2} \sin t \end{cases}$,

$$y = 3 \quad (y \geq 3).$$

Решение:

Уравнениями $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = 3\sqrt{2} \sin t \end{cases}$ задается эллипс с полуосями $a = \sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{2}$

(параметрические уравнения эллипса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$).



Уравнению $y = 3$ соответствует прямая, параллельная оси Ox . Сделаем чертеж. Получаем фигуру, площадь которой будем вычислять по формуле

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx.$$

Найдем пределы изменения параметра t . Решим

систему уравнений:

$$\begin{cases} y = 3\sqrt{2} \sin t \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow 3 = 3\sqrt{2} \sin t,$$

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad t = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{При } k=0, \quad t_1 = \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}; \quad \text{при } k=1, \quad t_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}.$$

$$\text{Значит } \frac{3\pi}{4} \geq t \geq \frac{\pi}{4}, \quad dx = -\sqrt{2} \sin t dt.$$

Искомая площадь равна

$$\begin{aligned} S &= \int_{3\pi/4}^{\pi/4} (3\sqrt{2} \sin t - 3)(-\sqrt{2}) \sin t dt = -6 \int_{3\pi/4}^{\pi/4} \sin^2 t dt + 3\sqrt{2} \int_{3\pi/4}^{\pi/4} \sin t dt = \\ &= -6 \int_{3\pi/4}^{\pi/4} \frac{1 - \cos 2t}{2} dt - 3\sqrt{2} \cos t \Big|_{3\pi/4}^{\pi/4} = -3 \int_{3\pi/4}^{\pi/4} dt + 3 \int_{3\pi/4}^{\pi/4} \cos 2t dt - \\ &- 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} \right) = -3t \Big|_{3\pi/4}^{\pi/4} + \frac{3}{2} \sin 2t \Big|_{3\pi/4}^{\pi/4} - 3\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \\ &= -3 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} \right) + \frac{3}{2} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{3\pi}{2} \right) - 6 = \frac{3\pi}{2} - 3 \text{ (кв. ед.)}. \end{aligned}$$

2 СЕМЕСТР

Образец выполнения типового расчета №1

1. Из карманных калькуляторов вынули все 38 до 40. Марбленг изложил одну кармашку. Найти вероятность того, что вынутый кармашек с числом красным цветом.

Решение:

Выдали событие A – число кратно трем.

$n = 11$ (можно выбрать любую из 11 кармашек).

$m = 4$ (числа делящиеся на три будут всего четыре: 30, 33, 36, 39).

$$P(A) = \frac{4}{11}.$$

2. Телефонный номер состоит из шести цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны.

Решение:

Выдали событие A – все цифры различны.

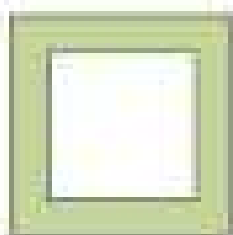
$n = 10^6$ (так как все десятизначные номера существуют, считая 000000 – десятизначным).

$m = A_6^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$ (так как будет существовать номеров с различными цифрами).

$$P(A) = \frac{A_6^6}{10^6} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10^6} = 0.1512.$$

3. В квадрат со стороной 4 см «бросают» точку. Какова вероятность, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата будет меньше 1 см?

Решение:



Задача и площадь известна точка, удаленная от ближайшей стороны меньше, чем на 1 см.

Площадь квадрата со стороной 4 см равна 16 см^2 . Площадь закрашенной части квадрата

$$16 \text{ см}^2 - 4 \text{ см}^2 = 12 \text{ см}^2.$$

$$\text{Таким, всякая вероятность равна } P(A) = \frac{3}{8} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}.$$

4. В лотерею поступили карточки разных цветов: фиолетовая, розовая, по разным ценам. В ней 40 пар черной краски, 20 – кармашков, 12 – красных, 12 – синих. Карточки с разными цветами перемешиваются в кувале. Найти вероятность того, что вынутый кармашек кармашек, окрасится с цветом красным или синим цветом.

Решение:

Введем событие A – вытаскивание коробки с обувью красного или синего цвета.
Введем доказательные для события:

B – коробка с обувью красного цвета;

C – коробка с обувью синего цвета.

Алгебра событий $A = B + C$ (для коробки с обувью красного цвета или синего).
События B, C несовместны. По теореме сложения вероятностей

$$P(A) = P(B) + P(C) = \frac{22}{100} + \frac{12}{100} = \frac{34}{100} = 0,34.$$

3. На каждой из пятидесяти карточек написаны буквы, составляющие слово «МАШИНА». Карточки перемешаны и выложены в ряд. После чего случайно берут 40 карточек (без возвращения) четверть карточки. Найти вероятность того, что в порядке выкладки карточек можно прочитать слово «МАШИНА».

Решение.

Введем событие A – можно прочитать слово «МАШИНА».

Введем доказательные для события

A_1 – первая буква «М»; A_2 – вторая буква «А»; A_3 – третья буква «Ш»;

A_4 – четвертая буква «И».

Алгебра событий $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4$ (оказавшиеся должны составить событие и первая буква «М» и вторая «А» и третья «Ш» и четвертая «И»). События A_1, A_2, A_3, A_4 – независимы.

По теореме умножения для независимых событий:

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot P(A_4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{180}.$$

6. Два студента независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что первый студент решит задачу, равна 0,7; для второго студента эта вероятность составляет 0,6. Найти вероятность следующего события: A – оба студента решат задачу;

B – только первый решит задачу;

Решение.

Пусть событие K_1 означает о том, что первый студент решил задачу; K_2 – второй студент решил задачу. По условию $P(K_1) = 0,7$, $P(K_2) = 0,6$.

$\bar{K}_1$ – первый студент не решил задачу; $\bar{K}_2$ – второй студент не решил задачу.

$$P(\bar{K}_1) = 1 - P(K_1) = 0,3, \quad P(\bar{K}_2) = 1 - P(K_2) = 0,2.$$

Событие A равносильное событию "первый студент решил задачу и второй студент решил задачу", т.е. $A = K_1 \cdot K_2$.

Причем события K_1, K_2 независимы. По теореме умножения для независимых событий $P(A) = P(K_1) \cdot P(K_2) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$.

Событие B равносильное событию "первый студент решил задачу и второй студент не решил задачу", т.е. $B = K_1 \cdot \bar{K}_2$.

$$P(B) = P(K_1) \cdot P(\bar{K}_2) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14.$$

7. На сборку поступает стандартные изделия из четырех цехов. Вероятности брака в каждом из цехов соответственно равны 0,04, 0,03, 0,06, 0,02. Первый цех производит 30 изделий, второй цех – 20, третий цех – 50, четвертый – 25. Найти вероятность того, что при проверке стандартное изделие окажется бракованным.

Решение

Исход события ω – число стандартных изделий бракованных.

Возможные гипотезы: B_1 – изделие изготовлено в первом цехе;

B_2 – изделие изготовлено во втором цехе; B_3 – изделие изготовлено в третьем цехе; B_4 – изделие изготовлено в четвертом цехе.

Событие $A = B_1 \cdot A + B_2 \cdot A + B_3 \cdot A + B_4 \cdot A$.

Вероятность $P(A)$ будет вычисляться по формуле полной вероятности. Вычисляем:

$$P(B_1) = \frac{30}{125}, \quad P(B_2) = \frac{20}{125}, \quad P(B_3) = \frac{50}{125}, \quad P(B_4) = \frac{25}{125}.$$

$$P_{B_1}(A) = 0,04, \quad P_{B_2}(A) = 0,03, \quad P_{B_3}(A) = 0,06, \quad P_{B_4}(A) = 0,02.$$

$$\sum_{i=1}^4 P(B_i) = \frac{30}{125} + \frac{20}{125} + \frac{50}{125} + \frac{25}{125} = 1.$$

Вероятность события A :

$$P(A) = \frac{30}{125} \cdot 0,04 + \frac{20}{125} \cdot 0,03 + \frac{50}{125} \cdot 0,06 + \frac{25}{125} \cdot 0,02 = 0,0424.$$

8. Компания по производству автомобилей разделяет водителей на три класса, которые составляют 20%, 50% и 10% водителей соответственно. Вероятность того, что в течение года водитель попадет в аварию, равны 0,01, 0,03 и 0,1 соответственно для каждого класса. Первый выбранный водителем в течение года попал в аварию. Какова вероятность того, что он принадлежит к первому классу?

Решение

Исходным элементом события – водитель попал в аварию.

Возможны следующие предположения (гипотезы): B_1 – водитель относится к первому классу, B_2 – ко второму, B_3 – к третьему.

Вероятности гипотез равны:

$$P(B_1) = 0,2; \quad P(B_2) = 0,5; \quad P(B_3) = 0,3.$$

Условная вероятность того, что водитель попал в аварию, при условии, что он относится к первому, второму, третьему классу соответственно равны:

$$P_{B_1}(A) = 0,01; \quad P_{B_2}(A) = 0,03; \quad P_{B_3}(A) = 0,1.$$

Вероятность того, что названный и другой водитель отнесется к первому классу, по формуле Байеса равна:

$$P_1(B_1) = \frac{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A)}{P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + P(B_3) \cdot P_{B_3}(A)} =$$

$$= \frac{0,2 \cdot 0,01}{0,2 \cdot 0,01 + 0,5 \cdot 0,03 + 0,3 \cdot 0,1} = 0,043.$$

Образец выполнения типового расчета №2

1. Вероятность того, что названный студент достигнет уровня 88%, для экзамена выбирается 3 семестра. Определите вероятность того, что из 3 названных семестров пройдет 3 семестра. Не менее 3.

Будем считать, что из 3 семестров произведем пять независимых испытаний. Для каждого из 5 проведенных семестров вероятность успеха постоянна $P(A)=0,8$. Вероятность противоположного события $P(\bar{A})=1-0,8=0,2$. Тогда найдем $P_3(3)$, т.е. вероятность того, что в 3 испытаниях события наступят ровно 3 раза. Значит, $n=5$; $p=0,8$; $q=0,2$; $k=3$.

По формуле Бернулли имеем:

$$P_3(3)=C_5^3 \cdot (0,8)^3 \cdot (0,2)^2=0,2048.$$

$$P_3(4)=C_5^4 \cdot (0,8)^4 \cdot (0,2)=0,4096; \quad P_3(5)=C_5^5 \cdot (0,8)^5 \cdot (0,2)^0=0,32768$$

$$P_3(4 \geq 3)=P_3(3)+P_3(4)+P_3(5)=0,2048+0,4096+0,32768=0,94208.$$

2. Вероятность попадания снайперской винтовки на мишень равна 0,95. Назначено партии в 200 выстрелов. Найти максимальное число выстрелов, которое в вероятности неале максимального числа.

Решение:

По условию $n=200$; $q=0,95$; $p=1-0,95=0,05$.

Так как $n=200$ достаточно велико, то найдем приближенно число k_0 по формуле:

$$k_0 = 200 \cdot 0,05 = 10.$$

Вычислим вероятность $P_{200}(10)$, используя локальную теорему Лапласа:

$$y = \frac{10 - 200 \cdot 0,05}{\sqrt{200 \cdot 0,05 \cdot 0,95}} = 0. \text{ По таблице найдем } \phi(0) = 0,3989.$$

$$P_{200}(10) = \frac{0,3989}{\sqrt{200 \cdot 0,05 \cdot 0,95}} = \frac{0,3989}{\sqrt{9,5}} \approx 0,13.$$

3. Каковы составы из трех игр? Вероятности попадания в цель при одном выстреле из первого, второго и третьего орудий равны соответственно 0,5; 0,6; 0,8. Каждое орудие стреляет по цели один раз. Составить закон распределения случайной величины X – числе попаданий в цель. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения. Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Решение:

Пусть случайную величину X – число промахов в лев. Полусосуде выстрелов:

$x_1 = 0$ – ни одно орудие не вышло; $x_2 = 1$ – вышло одно орудие;

$x_3 = 2$ – вышло два орудия; $x_4 = 3$ – вышло три орудия.

Величина X – дискретная. Вычислим вероятность каждого исхода:

$p_1 = P\{X = 0\} = (1 - 0,5)(1 - 0,6)(1 - 0,8) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,04$ (в первом и второе и третье орудия промахнулись);

$p_2 = P\{X = 1\} = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,8 = 0,26$ (первое орудие вышло, второе и третье промахнулись или второе орудие вышло, первое и третье промахнулись или третье орудие вышло, первое и второе промахнулись);

$p_3 = P\{X = 2\} = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,46$;

$p_4 = P\{X = 3\} = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,24$.

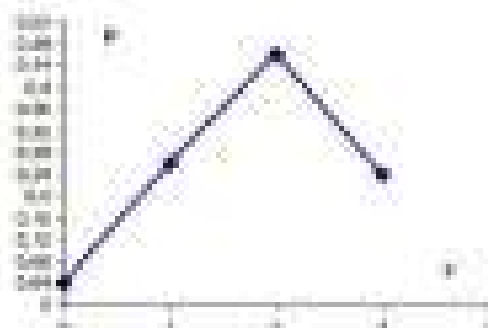
Закон распределения:

X	0	1	2	3	$\sum_{i=1}^n p_i$
p	0,04	0,26	0,46	0,24	1

Проверим правильность составленного закона

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \Rightarrow 0,04 + 0,26 + 0,46 + 0,24 = 1.$$

Построим график распределения:



Вычислим $M(X) = 0 \cdot 0,04 + 1 \cdot 0,26 + 2 \cdot 0,46 + 3 \cdot 0,24 = 1,9$.

Для дисперсии вычислим $M(X^2) = 0^2 \cdot 0,04 + 1^2 \cdot 0,26 + 2^2 \cdot 0,46 + 3^2 \cdot 0,24 = 4,26$.

$$D(X) = 4,26 - (1,9)^2 = 0,65;$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,65} \approx 0,81.$$

Найдем функцию распределения $F(x) = P\{X < x\}$:

$$F(x) = 0, \quad x \leq 0;$$

при изменении $0 < x \leq 1$, $F(x) = 0,04$;

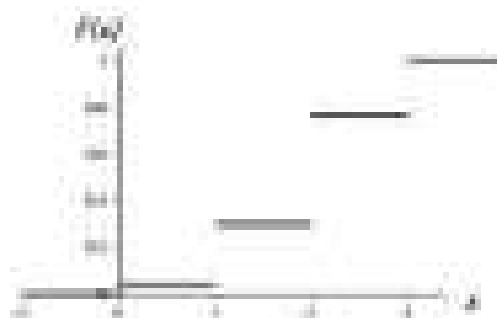
при изменении $1 < x \leq 2$, $F(x) = 0,04 + 0,26 = 0,3$;

при изменении $2 < x \leq 3$, $F(x) = 0,04 + 0,26 + 0,46 = 0,76$;

для всех $x > 3$, $F(x) = 1$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 0,04, & 0 < x \leq 1 \\ 0,3, & 1 < x \leq 2 \\ 0,76, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Построим график функции $F(x)$



Образец выполнения типового расчета №3

1. Составьте непрерывную функцию заданной распределенности:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \alpha(x^2 - x), & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр α ; 2) вычислить вероятность события $1 < X < 1,5$.

а) Найти $M(X)$, $D(X)$.

Решение:

1) Параметр α найдем из свойства функции плотности вероятности: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Найдем $f(x) = F'(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \alpha(2x - 1), & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Вычислим: } \int \alpha(2x - 1) dx = \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x - 1)^2}{2} \Bigg|_1^2 = \frac{\alpha}{4} (9 - 1) = \frac{\alpha}{4} \cdot 8 = 2\alpha$$

$$\text{Приравняем: } 2\alpha = 1, \alpha = \frac{1}{2}$$

Функции $F(x)$, $f(x)$ принимают вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(2x - 1), & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

2) Вычислим вероятность события $1 < X < 1,5$.

Используем формулу $P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$:

$$\text{Найдем } F(1,5) = \frac{1}{2}(x^2 - x) \Big|_{x=1,5} = \frac{1}{2}(1,5^2 - 1,5) = 0,375, \quad F(1) = 0$$

$$P(1 < X < 1,5) = F(1,5) - F(1) = 0,375$$

$$3) M(X) = \int_1^2 \frac{1}{2}(x^2 - x) \cdot x dx = \frac{1}{2} \int_1^2 (x^3 - x^2) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} \right) \Bigg|_1^2 = \frac{17}{24}$$

$$M(X^2) = \int_1^2 \frac{1}{2}(x^2 - x) \cdot x^2 dx = \frac{1}{2} \int_1^2 (x^4 - x^3) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} \right) \Bigg|_1^2 = \frac{49}{40}$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = \frac{49}{40} - \left(\frac{17}{24} \right)^2 = 0,7233$$

1. Размер диаметра отверстия, изготавливаемого на станке, можно считать нормально распределенной случайной величиной с $M(X) = 2,5$ см и $\sigma(X) = 0,01$ см. Внутренний диаметр, если его размер находится в пределах $2,5 \pm 0,02$. Какой процент изготовленных отверстий, является браком?

Решение

Порядок будет выполнен, если $|X - 2,5| > 0,02$, где X – случайная величина, – размер диаметра отверстия. Вычислим площадь вероятности противоположного события

$$|X - 2,5| \leq 0,02 \text{ по формуле } P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right).$$

$$P(|X - 2,5| \leq 0,02) = 2\Phi\left(\frac{0,02}{0,01}\right) = 2\Phi(2) = 2 \cdot 0,4772 = 0,9544.$$

$$\text{Тогда } P(|X - 2,5| > 0,02) = 1 - 0,9544 = 0,0456.$$

Следовательно, $4,56\% \approx 5\%$ – изделий бракованный.

1. Среднее число дождливых дней в году в данном городе равно 120. Какова вероятность того, что в этом городе будет более 200 дождливых дней в году?

Решение

Введем случайную величину X – число дождливых дней в году.

По условию $M(X) = 120$, $\sigma = 200$.

$$\text{Согласно формуле } P(X > \sigma) \leq \frac{M(X)}{\sigma}, \text{ имеем } P(X > 200) \leq \frac{120}{200} = 0,6.$$

Следовательно $P(X > 200) \leq 0,6$.

Образец выполнения типового расчета №4

1. (Контрольные вопросы, данные по результатам экзаменационного периода 2020-2021 гг.)

Классы интервалов x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
Число случаев, n_i	7	25	28	30	8	2

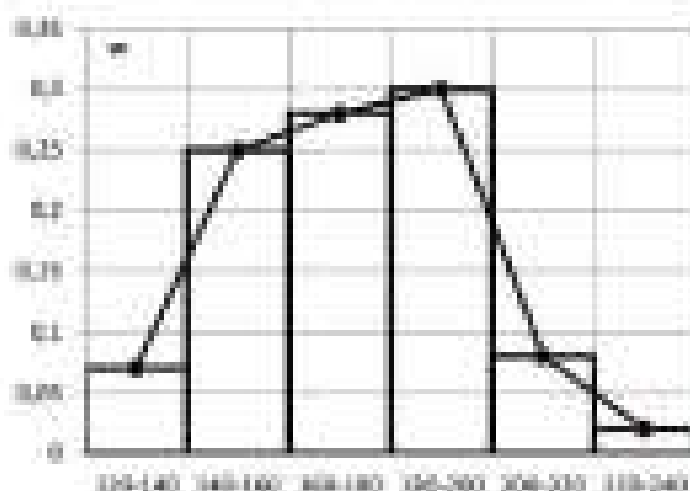
Требуется: 1) построить гистограмму и палатку относительных частот; 2) найти эмпирические функции распределения и нарисовать их график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и палатки относительных частот, по вычисленным выборочным коэффициентам асимметрии и эксцесса сделать вывод о виде закона распределения случайной величины X – контролируемой величины; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предположив, что случайная величина X распределена по нормальному закону, написать функцию распределения и функцию плотности X . Найти интервальные оценки параметров распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95.

Решение:

1) Построим гистограмму и наметим относительные частоты, для этого найдем относительные частоты (высоты соответствующих прямоугольников гистограммы) по формуле $h_i = \frac{n_i}{n}$.

Для построения пометим на гистограмме средним горизонтальными линиями середины каждой относительной частоты.

интервал	n_i	h_i
120-140	7	0,07
140-160	23	0,23
160-180	28	0,28
180-200	30	0,3
200-220	8	0,08
220-240	2	0,02
$\sum_{i=1}^6$	100	1

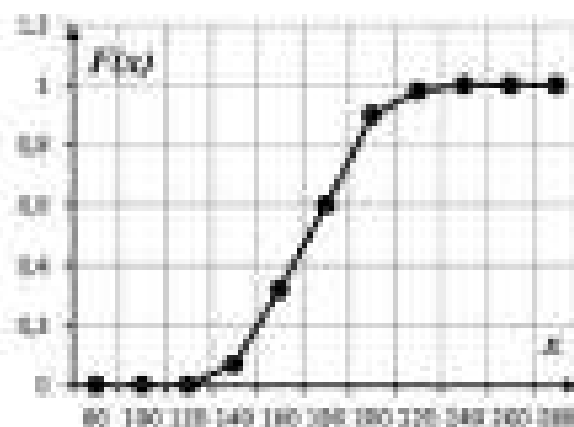


2) Найдем эмпирическую функцию распределения, для этого наметим найдем эмпирические частоты

x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
n_i	7	23	28	30	8	2
$n_{\leq i}$	7	32	60	90	98	100

Очевидно, что для всех $x \in (-\infty; 120]$ функция распределения равна нулю. Пусть теперь $x \in (120; 140]$. В этом случае число $\frac{n_{\leq i}}{n}$ не определено, так как неизвестно, сколько выборок имеет случайный элемент, принадлежащий этому интервалу, включая x . Если $x = 140$, то $n_{\leq i} = 7$, $F^*(x) = \frac{n_{\leq i}}{n} = \frac{7}{100} = 0,07$. Рассуждая аналогично, убеждаемся, что именно в которых значения функции $F^*(x)$ можно определить, является правым концом интервала и все точки интервала $x \in [240; +\infty)$. Определим значения функции $F^*(x)$ в указанных точках

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 120 \\ 0,07 & \text{при } x = 140 \\ 0,32 & \text{при } x = 160 \\ 0,6 & \text{при } x = 180 \\ 0,9 & \text{при } x = 200 \\ 0,98 & \text{при } x = 220 \\ 1 & \text{при } x \geq 240 \end{cases}$$



При графическом изображении данной функции, соединив точки графика, соответствующие концам интервалов, отрезками прямой. В результате график функции $f''(x)$ будет представлять собой непрерывную линию.

3) Рассчитаем моду и медиану. Распределение задано интервальным рядом. Наибольшая частота $n_4 = 30$ отвечает интервалу 180-200, следовательно (если в начале так как) этот интервал является модальным. Поэтому по формуле

$$Me = x_{me} + \Delta x \cdot \frac{n_{me} - n_{me-1}}{(n_{me} - n_{me-1}) + (n_{me} - n_{me+1})},$$

в которой $x_{me} = 180$ – начало модального интервала; $n_{me} = 30$ – частота модального интервала; $n_{me-1} = 28$ – частота интервала, стоящего перед модальным; $n_{me+1} = 8$ – частота интервала, стоящего после модального, получим

$$Me = 180 + 20 \cdot \frac{30 - 28}{(30 - 28) + (30 - 8)} = 181,67.$$

Для нахождения медианы по формуле $Me = x_{me} + \Delta x \cdot \frac{n/2 - (n_1)_{me-1}}{n_{me}}$ нужно определить модальный интервал. Объем ряда $n = \sum n_i = 7 + 25 + 28 + 30 + 8 + 2 = 100$, тогда $n/2 = 50$. Сумма накопленных частот наименьшее число 50. Такого числа нет, поэтому берем первое, большее 50 значение. Это будет 66. Интервал 160-180, ему соответствующий, и будет модальным. Следовательно, $x_{me} = 160$ – начало модального интервала; $n_{me} = 28$ – частота модального интервала; $(n_1)_{me-1} = 32$ – накопленная частота интервала, стоящего перед модальным.

Подставим найденные значения в формулу, получим

$$Me = 160 + 20 \cdot \frac{100/2 - 32}{28} = 172,86.$$

4) Вычислим выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса. В качестве критерия χ возьмем среднюю выборочную. Для упрощения расчетов удобно перейти к условным вариантам. В качестве условного нуля выберем $C = 190$:

$$u_i = \frac{x_i - C}{h} = \frac{x_i - 190}{20}.$$

Возможные расчеты сведены в таблицу.

интервалы	n_i	x_i	u_i	$u_i n_i$	$u_i^2 n_i$	$u_i^3 n_i$	$u_i^4 n_i$
120-140	7	130	-3	-21	63	-189	567
140-160	25	150	-2	-50	100	-200	400
160-180	28	170	-1	-28	28	-28	28
180-200	30	190	0	0	0	0	0
200-220	8	210	1	8	8	8	8
220-240	2	230	2	4	8	16	32
Σ	100			-87	187	-393	1035

Далее, используя таблицу, найдем:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = \frac{-87}{100} = -0,87; \quad \bar{x}^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{n} = \frac{207}{100} = 2,07;$$

$$D_x = \bar{x}^2 - \bar{x}^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131; \quad \sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{1,3131} = 1,1459$$

$$\bar{x}_c = h \cdot \bar{x} + C = 20 \cdot (-0,87) + 190 = 172,6;$$

$$D_c = h^2 \cdot D_x = 20^2 \cdot 1,3131 = 525,24; \quad \sigma_c = \sqrt{D_c} = \sqrt{525,24} = 22,92.$$

$$\text{Коэффициент вариации } V = \frac{\sigma_c}{\bar{x}_c} \cdot 100\% = \frac{22,92}{172,6} \cdot 100\% = 13,28\%.$$

Для расчета коэффициента асимметрии в исходном наборе исходные условные моменты от первого до четвертого порядка:

$$\alpha_1 = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = \frac{-87}{100} = -0,87; \quad \alpha_2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{n} = \frac{207}{100} = 2,07;$$

$$\alpha_3 = \frac{\sum x_i^3 \cdot n_i}{n} = \frac{-395}{100} = -3,95; \quad \alpha_4 = \frac{\sum x_i^4 \cdot n_i}{n} = \frac{1035}{100} = 10,35.$$

Теперь рассчитаем второй, третий и четвертый центральные моменты:

$$\mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131;$$

$$\mu_3 = \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + 2\alpha_1^3 = -3,95 - 3 \cdot 2,07 \cdot (-0,87) + 2 \cdot (-0,87)^3 = 0,1557;$$

$$\begin{aligned} \mu_4 &= \alpha_4 - 4\alpha_3\alpha_1 + 6\alpha_2\alpha_1^2 - 3\alpha_1^4 = \\ &= 10,35 - 4 \cdot (-3,95) \cdot (-0,87) + 6 \cdot 2,07 \cdot (-0,87)^2 - 3 \cdot (-0,87)^4 = 4,3556. \end{aligned}$$

Вычислим коэффициент асимметрии в исходном:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\left(\sqrt{\mu_2 - \alpha_1^2}\right)^3} = \frac{0,1557}{\sqrt{1,3131}^3} = 0,1035;$$

$$E_s = \frac{\mu_4}{\left(\sqrt{\mu_2 - \alpha_1^2}\right)^4} - 3 = \frac{4,3556}{\sqrt{1,3131}^4} - 3 = 0,4739.$$

Таким образом коэффициенты асимметрии и эксцесса найдем.

По виду гистограммы и положению положительных частей, во втором наборе исходных коэффициентов асимметрии и эксцесса можно сделать вывод, что данный распределение близко к нормальному.

а) Найдем точечные оценки параметров выбранного закона распределения.

Несмещенной оценкой математического ожидания является выборочная средняя $\bar{x}_c = 172,6$.

Несмещенной оценкой дисперсии генеральной совокупности является исправленная выборочная дисперсия $s_x^2 = \frac{n}{n-1} D_x = \frac{100}{99} \cdot 525,24 = 530,545$.

7) Запишем функцию плотности и функцию распределения:

$$\mu = 172,6; \sigma = \sqrt{530,545} = 23,034;$$

$$f(x) = \frac{1}{23,034\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-172,6)^2}{2 \cdot 23,034^2}}; \quad F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-172,6}{23,034}\right)$$

Найдем интервальные оценки параметров нормального распределения X . Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ имеет вид:

$$\bar{x}_n \pm t_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x}_n + t_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

$$\text{где } \bar{x}_n = 172,6; \sigma = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{530,545} = 23,034.$$

Для уровня значимости $\gamma = 0,95$ и объема выборки $n = 100$ находим по таблице значение $t_\gamma = 1,984$.

$$172,6 - 1,984 \frac{23,034}{\sqrt{100}} < \mu < 172,6 + 1,984 \frac{23,034}{\sqrt{100}};$$

$$168,0301 < \mu < 177,1699.$$

Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения

$$s_x(1-q) < \sigma < s_x(1+q).$$

По таблице (приложение 4) при $\gamma = 0,95$ и $n = 100$ найдем $q = 0,143$. Тогда, искомый интервал таков:

$$23,034(1-0,143) < \sigma < 23,034(1+0,143);$$

$$19,74 < \sigma < 26,323.$$

Образец выполнения типового расчета №5

Задача 1. Проверим, являются критерий согласия χ^2 , тестовую n совокупность наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав на уровень значимости 0,05.

Приведем случайную величину X , т.е. перефразируем случайный элемент

$$Z = \frac{X - \bar{x}_n}{\sigma_x}, \text{ в виде интервала: } z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}_n}{\sigma_x}, \quad z_{n+1} = \frac{x_{n+1} - \bar{x}_n}{\sigma_x}, \text{ причем}$$

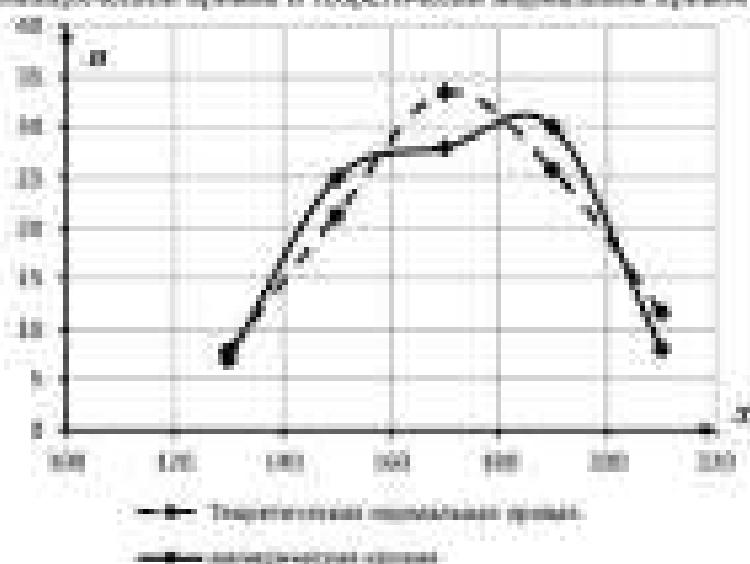
наименьшее значение z (т.е. z_1) примет равное $-\infty$, а наибольшее (т.е. z_{n+1}) примет равное $+\infty$. Затем найдем теоретические частоты $n_i^t = nP_i$, где n – объем выборки,

$P = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$ – вероятность попадания в интервалы $(x_i; x_{i+1})$; $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

Интервалы 5 и 6 объединяются, так как по правилу применения критерия Парсона интервалы частоты которых менее 5 должны быть объединены.

№	Границы интервала		Эмпирическая частота n_i	Границы интервала		$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	P_i	Теоретическая частота $n'_i = nP_i$
	x_i	x_{i+1}		x_i	x_{i+1}				
1	120	140	7	–∞	-1,42	0,5	0,4222	0,0778	1,78
2	140	160	25	-1,42	-0,55	0,4222	0,2888	0,2134	21,34
3	160	180	28	-0,55	0,32	0,2888	0,1255	0,3343	33,43
4	180	200	30	0,32	1,19	0,1255	0,3870	0,2675	26,75
5	200	220	8 2	1,19	∞	0,3870	0,5	0,117	11,7
6	220	240							
Сумма			100					1	100

Построим графики эмпирической и теоретической нормальных кривых:



Как видно из графика, представленные на рисунке, теоретическая и эмпирическая кривые практически друг от друга. Для проверки этого предположения мы применим критерий Парсона, составив для этого расчетную таблицу:

№	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
1	7	1,78	-4,78	22,85	0,3782
2	25	21,34	3,66	13,4	0,6277
3	28	33,43	-5,43	29,48	0,8819
4	30	26,75	3,25	10,56	0,7015
5	10	11,7	-1,7	2,89	0,2470
Сумма	100	100			$\chi^2_{\text{теор}} = 2,54$

Находим число степеней свободы по выборке рассчитав два параметра, значит, $r=2$. Количество интервалов после объединения $h=5$. Следовательно, $k=5-2-1=2$. Зная, что $\alpha=0,05$ и $k=2$, по таблице критических точек распределения хи-квадрат находим $\chi^2_{\alpha/2}(k)=\chi^2_{0,025}(2)=6,0$. Итак, $\chi^2_{\text{наб}} < \chi^2_{\alpha/2}$, следовательно, нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

Задача 2. Приведены результаты исследования стоимости основных производственных фондов X (млн. руб.) и объема строительно-монтажных работ T (млн. руб.), выполняемых в течение года:

x_i	8	9	11	13	14	12	17	10	15	18	14	17	19	18
y_i	28	24	26	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Необходимо построить график исходных данных. Показать, что между T и X имеет место линейная зависимость, определить выборочные параметры линейной регрессии. Определить нормальность в точке связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha=0,05$.

Сделать прогноз объема строительно-монтажных работ, если стоимость основных производственных фондов составит 28 млн. руб.

Решение. График зависимости переменных X и T строится в прямоугольной декартовой системе координат. На нем абсциссы откладываются значения факторного признака X (стоимость основных производственных фондов), а на оси ординат – результативного признака T (объем строительно-монтажных работ).



Характер расположения точек на графике показывает, что связь между переменными может выражаться линейным уравнением регрессии $\hat{y}_x = ax + b$.

Параметры уравнения регрессии находим методом наименьших квадратов, путем составления и решения системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i + nb = \sum_{i=1}^n y_i. \end{cases}$$

Все расчеты приведены во вспомогательной таблице

№ п/п	x	y	x^2	y^2	xy
1	8	20	64	400	160
2	8	24	64	576	216
3	11	28	121	784	308
4	13	30	169	900	390
5	14	31	196	961	434
6	12	33	144	1089	396
7	17	34	289	1156	578
8	16	37	256	1369	592
9	12	38	144	1444	456
10	18	40	324	1600	720
11	14	41	196	1681	574
12	17	43	289	1849	731
13	18	45	324	2025	810
14	18	48	324	2304	864
$\sum$	195	491	2685	58138	7166
$C_{рас}$	13,929	35,143	205,929	1293,371	511,837

В таблице все средние вычисляются по формуле средней арифметической простой:

например: $\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{195}{14} = 13,929$.

Подставляем полученные суммы в систему нормальных уравнений, учитывая, что $n=14$, получаем:

$$\begin{cases} 205,929a + 13,929b = 511,837, \\ 13,929a + b = 35,143. \end{cases}$$

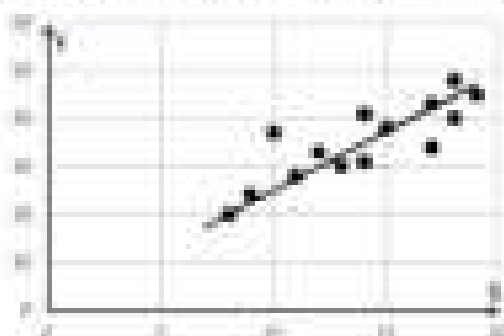
Решив систему, получим $a = 2,4829$, $b = 0,03997$.

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид:

$$\bar{y}_x = 2,4829x + 0,03997.$$

Коэффициент регрессии показывает, что при увеличении стоимости основных производственных фондов (т.е. переменной X) на 1 млн. руб. объем строительных-монтажных работ в среднем увеличивается на 2,4829 млн. руб.

Если в уравнение регрессии подставить фактические значения переменной X , то определим возможные (теоретические) значения переменной $\bar{Y}_x$. Соединив точки в координатах $\{x_i; \bar{y}_x\}$, получим прямую линию регрессии (или линию тренда)



При линейной зависимости, состоян. тесноты связи между переменными X и Y определяется с помощью коэффициента корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Подставим данные из расчетной таблицы и укажем, что

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{205,929 - 13,929^2} \approx 3,453,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2} = \sqrt{1295,571 - 35,143^2} \approx 7,78,$$

получим:

$$r_{xy} = \frac{511,857 - 13,929 \cdot 35,143}{3,45 \cdot 7,78} = 0,833.$$

Так как $r_{xy} > 0$, то между переменными X и Y связь прямая. Согласно эмпе Челомов теснота высокая.

Так как исходные данные являются выборочными, то необходимо оценить существенность и значимость величины коэффициента корреляции. Выдадим нулевую гипотезу: коэффициент корреляции в генеральной совокупности равен нулю, а изучаемый фактор не оказывает существенного влияния на результативный признак. $H_0: r_{xy} = 0$, при $H_1: r_{xy} \neq 0$.

Для проверки нулевой гипотезы найдем непараметрическое значение критерия

$$T_{\text{эмп}} = \frac{r_{xy} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} = \frac{0,833 \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{1-0,833^2}} \approx 5,21. \text{ Критическое значение найдем по таблиц}$$

критических точек распределения Стьюдента (приложение 3) по заданному уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = n - 2 = 14 - 2 = 12$ для двусторонней критической области, получим $t_{\alpha/2}(0,05; 12) = 2,18$. Так как $T_{\text{эмп}} > t_{\alpha/2}$, то нулевую гипотезу отвергнем. Другими словами коэффициент корреляции существенно отличается от нуля в генеральной совокупности. Зная, что величина совокупного производственного фонда оказывает статистически существенное влияние на объем строительных-монтажных работ.

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1 СЕМЕСТР

Образец выполнения контрольной работы №1

ВАРИАНТ № 1

1. Вычислить $(AB)C + 2A(BC)$, где $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера:
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 5x - 10y + z = 16 \end{cases}$$

3. Исследовать систему уравнений:
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 6x - 7y - z = 7 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель:
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Решение.

1.

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \cdot 1 + 1 \cdot 5 & -1 \cdot (-5) + 1 \cdot 1 \\ 3 \cdot 1 + (-2) \cdot 5 & 3 \cdot (-5) + (-2) \cdot 1 \\ (-2) \cdot 1 + 3 \cdot 5 & (-2) \cdot (-5) + 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -7 & -17 \\ 13 & 13 \end{pmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -7 & -17 \\ 13 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + 6 \cdot 2 \\ (-7) \cdot 4 + (-17) \cdot 2 \\ 13 \cdot 4 + 13 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ -62 \\ 78 \end{pmatrix};$$

$$(AB)C + 2(AB)C = 3(AB)C = 3 \cdot \begin{pmatrix} 28 \\ -62 \\ 78 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84 \\ -186 \\ 234 \end{pmatrix}.$$

2.

$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 5x - 10y + z = 16 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -5 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 5 & -10 & 1 \end{vmatrix} = 7 \cdot 2 \cdot 1 + (-5) \cdot (-1) \cdot 5 + (-2) \cdot 1 \cdot (-10) - (-2) \cdot 2 \cdot 5 - (-5) \cdot 1 \cdot 1 - 7 \cdot (-1) \cdot (-10) =$$

$$= 14 + 25 + 20 - (-20) - (-5) - 70 = 59 + 20 + 5 - 70 = 14;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -5 & -2 \\ -6 & 2 & -1 \\ 16 & -10 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot 1 + (-5) \cdot (-1) \cdot 16 + (-2) \cdot (-6) \cdot (-10) - (-2) \cdot 2 \cdot 16 - (-5) \cdot (-6) \cdot 1 - 1 \cdot (-1) \cdot (-10) =$$

$$= 2 + 80 - 120 + 64 - 30 - 10 = 14;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & 1 & -2 \\ 1 & -6 & -1 \\ 5 & 16 & 1 \end{vmatrix} = 7 \cdot (-6) \cdot 1 + 1 \cdot (-1) \cdot 5 + (-2) \cdot 1 \cdot 16 - (-2) \cdot (-6) \cdot 5 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 7 \cdot (-1) \cdot 16 =$$

$$= -42 - 5 - 32 - 60 - 1 + 112 = -28;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 7 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & -6 \\ 5 & -10 & 16 \end{vmatrix} = 7 \cdot 2 \cdot 16 + (-5) \cdot (-6) \cdot 5 + 1 \cdot 1 \cdot (-10) - 1 \cdot 2 \cdot 5 - (-5) \cdot 1 \cdot 16 - 7 \cdot (-6) \cdot (-10) =$$

$$= 224 + 150 - 10 - 10 + 80 - 420 = 14$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{14}{14} = 1; \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-28}{14} = -2; \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{14}{14} = 1; \quad \text{Ответ: } (1; -2; 1).$$

3.

$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 6x - 7y - z = 7 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -6 \\ 6 & -7 & -1 & 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 1 \\ 0 & 19 & -5 & -43 \\ 0 & -19 & 5 & 43 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 1 \\ 0 & 19 & -5 & -43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$r_1 = 2 = r_2 \Rightarrow \text{система совместна};$$

$$r_1 = 2 = r_2 < n = 3 \Rightarrow \text{система неопределенна};$$

$$n - r = 1 \quad - \quad \text{количество свободных неизвестных};$$

$$\text{Пусть } z = C, \quad C \in \mathbb{R}. \quad \text{Тогда} \quad \begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ 19y - 5z = -43 \\ z = C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ 19y = -43 + 5C \\ z = C \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ y = \frac{-43 + 5C}{19} \\ z = C \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 7x = 1 + 5 \cdot \frac{-43+5C}{19} + 2C \\ y = \frac{-43+5C}{19} \\ z = C \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{7} \left(1 + 5 \cdot \frac{-43+5C}{19} + 2C \right) \\ y = \frac{-43+5C}{19} \\ z = C \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-28+9C}{19}; \\ y = \frac{-43+5C}{19}; \\ z = C; \end{array} \right. \quad C \in R.$$

Ответ: Общее решение $\left(\frac{-28+9C}{19}; \frac{-43+5C}{19}; C \right), \quad C \in R.$

Частное решение $(-1; -2; 1), \quad \text{при } C = 1.$

4.

Решение. Разложим определитель, например, по третьей строке, так как в ней один из элементов равен нулю, получим:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3A_{31} + 3A_{32} + 0A_{33} + 2A_{34} =$$

$$= 3(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 3(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 2(-1)^{3+4} \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(6+18-20-3) - 3(6+6+10-18-20-1) - 2(12+12-6-4) =$$

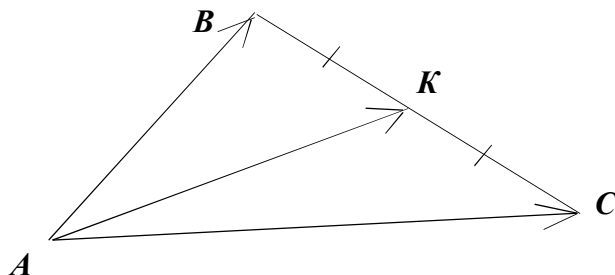
$$= 3-3(-17) - 2(14) = 3+51-28 = 26.$$

Образец выполнения контрольной работы №2

1. В треугольнике ABC дано: $\overline{AB} = \vec{a}$, $\overline{AC} = \vec{b}$, точка K – середина стороны BC . Выразить вектор $\overline{AK}$ через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
2. Даны три последовательные вершины тетраэдра: $A(1; -2; 2)$, $B(3; 1; 1)$, $C(5; 4; 4)$. Найти его четвертую вершину D .
3. Найти координаты вектора $\vec{B} = (2\vec{a} + \vec{b})$, если $\vec{a} = (2; -1; -2)$, $\vec{b} = (1; 2; -1)$.
4. Найти расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$.
5. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x + 3y - 5z = -15 = 0$ и координатными плоскостями.

Решение:

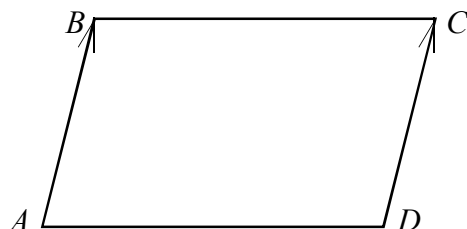
1.



Если на векторах $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ построить параллелограмм $ABDC$, то окажется, что точка K – точка пересечения его диагоналей. Тогда вектор $\overrightarrow{AK}$ равен половине вектора суммы $\vec{a} + \vec{b}$ по правилу параллелограмма сложения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Поэтому,

$$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}).$$

2.



$$\overrightarrow{AB} = B - A = (3 - 1; 2 - (-2); 1 - 3) = (2; 4; -2).$$

Обозначим координаты точки D через $(x; y; z)$. Тогда

$$\overrightarrow{DC} = C - D = (6 - x; 4 - y; 4 - z).$$

Т.к. $ABCD$ – параллелограмм, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Следовательно,

$$6 - x = 2; 4 - y = 4; 4 - z = -2.$$

Отсюда, $x = 4; y = 0; z = 6$.

Ответ: $D(4; 0; 6)$.

3.

Найти координаты вектора $\vec{a} \times (\vec{2a} + \vec{b})$, если $\vec{a} = (3; -1; -2)$, $\vec{b} = (1; 2; -1)$.

$$1) \vec{2a} + \vec{b} = 2 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix};$$

$$2) \vec{a} \times (\vec{2a} + \vec{b}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & -2 \\ 7 & 0 & -5 \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 7 & -5 \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} = 5\vec{i} + 29\vec{j} + 7\vec{k} = \begin{pmatrix} 5 \\ 29 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $\vec{a} \times (\vec{2a} + \vec{b}) = (5; 29; 7)$.

4.

Найти расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 - 8x + 13 = 0$.

Центр окружности $x^2 + y^2 = 9$: $O_1(0;0)$.

Для того, чтобы найти центр окружности $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ приведем это уравнение к каноническому виду:

$$x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0;$$

$$x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 - 4^2 + y^2 + 12 = 0;$$

$$(x-4)^2 - 16 + y^2 + 12 = 0;$$

$$(x-4)^2 + y^2 = 4;$$

Центр этой окружности $(x-4)^2 + y^2 = 4$: $O_2(4;0)$.

Отсюда находим расстояние O_1O_2 : $|\overline{O_1O_2}| = \sqrt{(4-0)^2 + (0-0)^2} = 4$.

Ответ: $O_1O_2=4$.

5. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x + 3y - 5z - 15 = 0$ и координатными плоскостями.

Приведем данное уравнение к «уравнению в отрезках»:

$$x + 3y - 5z - 15 = 0;$$

$$x + 3y - 5z = 15;$$

$$\frac{x}{15} + \frac{y}{5} + \frac{z}{-3} = 1;$$

Отсюда следует, что данная пирамида построена на векторах: $(15; 0; 0)$, $(0; 5; 0)$ и $(0; 0; -3)$.

Тогда

$$V = \frac{1}{6} \left| \begin{vmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{6} |-225| = \frac{225}{6} \text{ куб. ед.}$$

Образец выполнения контрольной работы №3

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n^2 + 6n + 12}{9n^2 + 5n^3 - 8n + 4}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 4} \right)^{3n^2 + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 5}{\ln(x + 3)}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^2 - 6x - 27}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x^2 + 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\operatorname{arctg}^3(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2} - 1}$$

Решение

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n^2 + 6n + 12}{9n^2 + 5n^3 - 8n + 4} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n^3}{n^3} - \frac{2n^2}{n^3} + \frac{6n}{n^3} + \frac{12}{n^3}}{\frac{9n^2}{n^3} + \frac{5n^3}{n^3} - \frac{8n}{n^3} + \frac{4}{n^3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{2}{n} + \frac{6}{n^2} + \frac{12}{n^3}}{\frac{9}{n} + 5 - \frac{8}{n^2} + \frac{4}{n^3}} =$$

$$= \frac{2 - \frac{2}{\infty} + \frac{6}{\infty} + \frac{12}{\infty}}{\frac{9}{\infty} + 5 - \frac{8}{\infty} + \frac{4}{\infty}} = \frac{2 - 0 + 0 + 0}{0 + 5 - 0 + 0} = \frac{2}{5}.$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 4} \right)^{3n^2 + 1} = \left[1^\infty \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 4} - 1 \right)^{3n^2 + 1} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n^2 + n + 4} \right)^{3n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n^2 + n + 4} \right)^{(2n^2 + n + 4) \cdot \frac{(3n^2 + 1)}{2n^2 + n + 4}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{2n^2 + n + 4}} = e^{\frac{3}{2}}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 5}{\ln(x + 3)} = \frac{2 \cdot (-2) + 5}{\ln(-2 + 3)} = \frac{1}{\ln 1} = \frac{1}{0} = \infty.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^2 - 6x - 27} = \left[\frac{0}{0} \right] = \left| \text{Разделим числитель и знаменатель на } (x + 3) \right|$$

$$\frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 3x^2} \left| \frac{x + 3}{x^2 + 2x - 3} - \frac{x^2 - 6x - 27}{x^2 + 3x} \right| \frac{x + 3}{x - 9}$$

$$\frac{2x^2 + 3x}{2x^2 + 6x} - \frac{-9x - 27}{-9x - 27}$$

$$0$$

$$\frac{-3x - 9}{-3x - 9}$$

$$0$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)(x^2 + 2x - 3)}{(x + 3)(x - 9)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 9} = \frac{0}{-12} = 0.$$

$$\begin{aligned}
 5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x^2 + 2x} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+16} - 4)(\sqrt{x+16} + 4)}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+16})^2 - 4^2}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 16 - 16}{(x^2 + 2x)(\sqrt{x+16} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(x+2)(\sqrt{x+16} + 4)} = \frac{1}{(0+2)(\sqrt{0+16} + 4)} = \\
 &= \frac{1}{2 \cdot (4+4)} = \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\operatorname{arctg}^3(3x)} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\operatorname{tg}(2x)}{2x} \right)^3 \cdot (2x)^3}{\left(\frac{\operatorname{arctg}(3x)}{3x} \right)^3 \cdot (3x)^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot (2x)^3}{1 \cdot (3x)^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^3}{27x^3} = \frac{8}{27}.$$

$$\begin{aligned}
 7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5^{x^2-4} - 1}{2x^2 + 3x - 2} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\frac{5^{x^2-4} - 1}{x^2 - 4} \cdot (x^2 - 4)}{2x^2 + 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2} = \\
 \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{2x-1} = \frac{-2-2}{2 \cdot (-2)-1} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}.
 \end{aligned}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2} - 1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \cdot x^2}{\frac{e^{4x^2} - 1}{4x^2} \cdot 4x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot x^2}{1 \cdot 4x^2} = \frac{1}{4}.$$

Образец выполнения контрольной работы №4

Вариант №1

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{2x^2}.$

2. Найти производные следующих функций:

а) $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

б) $y = \frac{\cos x}{x^3 + 9}$

в) $y = \sin \sqrt{1 - x^2}$

г) $y = (2 \operatorname{arctg} x + 3^x)(5 \arcsin - \sqrt{3})$

$$д) y = x^{e^x}$$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(8 - 7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции:

$$y = \frac{x}{1 + x^2}.$$

Решение

Задание 1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{2x^2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 6x)'}{(2x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sin 6x}{4x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x}{1} = 9.$$

Задание 2.

$$а) y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} y' &= \left(5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x} \right)' = \left(5x^3 - 8x^{-2} + 4x^{1/2} \right)' = 5 \cdot 3x^2 - 8 \cdot (-2)x^{-3} + 4 \cdot \frac{1}{2}x^{-1/2} = \\ &= 15x^2 + \frac{16}{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$б) y = \frac{\cos x}{x^3 + 9}.$$

$$y' = \left(\frac{\cos x}{x^3 + 9} \right)' = \frac{(\cos x)'(x^3 + 9) - \cos x(x^3 + 9)'}{(x^3 + 9)^2} = \frac{-\sin x \cdot (x^3 + 9) - 3x^2 \cos x}{(x^3 + 9)^2}.$$

$$в) y = \sin \sqrt{1 - x^2}.$$

$$\begin{aligned}
 y' &= \left(\sin \sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left(\sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left((1-x^2)^{1/2} \right)' = \\
 &= \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot (1-x^2)' = -2x \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot \cos \sqrt{1-x^2} = \\
 &= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \cos \sqrt{1-x^2}.
 \end{aligned}$$

$$r) y = (2 \operatorname{arctg} x + 3^x)(5 \arcsin x - \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned}
 y' &= (2 \operatorname{arctg} x + 3^x)' \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + (5 \arcsin x - \sqrt{3})' \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) = \\
 &= \left(2 \cdot \frac{1}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \left(5 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 0 \right) \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x) = \\
 &= \left(\frac{2}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \frac{5}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (2 \operatorname{arctg} x + 3^x)
 \end{aligned}$$

$$д) y = x^{e^x}$$

Прологарифмируем обе части равенства: $\ln y = \ln(x^{e^x}); \quad \ln y = e^x \ln x;$

Продифференцируем обе части равенства:

$$\frac{y'}{y} = e^x \ln x + e^x \frac{1}{x}; \quad y' = y \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right)$$

$$y' = x^{e^x} \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right)$$

Задание 3. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arccos t \end{cases}$

Вычислим x'_t и y'_t :

$$x'_t = \frac{1}{1+t^2} 2t = \frac{2t}{1+t^2}, \quad y'_t = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{\frac{2t}{1+t^2}} = -\frac{1+t^2}{2t\sqrt{1-t^2}}$$

Задание 4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции: $y = \frac{x}{1+x^2}$

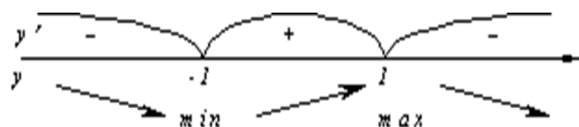
Решение.

Найдем первую производную

$$y' = \left(\frac{x}{1+x^2} \right)' = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

Найдем критические точки 1 рода

$$y' = 0, \quad \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0,$$



$$x = 1, \quad x = -1.$$

При $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ функция убывает,

при $x \in (-1, 1)$ функция возрастает.

$$x = -1 - \text{точка минимума, } y_{\min} = y(-1) = \frac{-1}{1+(-1)^2} = -\frac{1}{2}.$$

$$x = 1 - \text{точка максимума, } y_{\max} = y(1) = \frac{1}{1+1^2} = \frac{1}{2}.$$

при $x \in (-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3})$ функция вогнутая.

$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = -\sqrt{3}$ - точки перегиба.

Образец выполнения контрольной работы №5

Вариант №1

1. $\int \sin^3 x \cos x dx$.

2. $\int x\sqrt{x+4} dx$

3. $\int \frac{dx}{3+2\sin x + \cos x}$

4. $\int (3x+2)\sin 2x dx$

$$5. \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx \quad 6. \int \frac{3x^2 - x^5 e^x - 14}{x^5} dx$$

Решение

$$1. \int \sin^3 x \cos x dx = \int \cos x dx = d \sin x = \int \sin^2 x d \sin x = \frac{\sin^3 x}{3} + C.$$

$$2. \int x \sqrt{x+4} dx = \left| \begin{array}{l} \sqrt{x+4} = t, \quad x = t^2 - 4 \\ dx = (t^2 - 4)' dt = 2t dt \end{array} \right| = \int (t^2 - 4) \cdot t \cdot 2t dt = 2 \int (t^4 - 4t^2) dt =$$

$$= 2(t^4 - 4t^2) + C = 2 \frac{t^5}{5} - 8 \frac{t^3}{3} + C = \frac{2}{5} \sqrt{(x+4)^5} - \frac{8}{3} \sqrt{(x+4)^3} + C.$$

$$3. \int \frac{dx}{3 + 2 \sin x + \cos x} = \left| \begin{array}{l} \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t, \quad x = 2 \operatorname{arctg} t \\ dx = \frac{2}{1+t^2} dt, \quad \sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{\frac{2}{1+t^2} dt}{3 + 2 \frac{2t}{1+t^2} + \frac{1-t^2}{1+t^2}} = \int \frac{\frac{2}{1+t^2} dt}{\frac{3 + 3t^2 + 4t + 1 - t^2}{1+t^2}} = \int \frac{\frac{2}{1+t^2} dt}{\frac{2t^2 + 4t + 4}{1+t^2}} = \int \frac{dt}{t^2 + 2t + 2} =$$

$$\int \frac{dt}{(t+1)^2 + 1} = \int \frac{d(t+1)}{(t+1)^2 + 1} = \operatorname{arctg}(t+1) + C = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1) + C.$$

$$4. \int (3x+2) \sin 2x dx = \left| \begin{array}{l} u = 3x+2 \Rightarrow du = (3x+2)' dx = 3 dx \\ dv = \sin 2x dx \Rightarrow v = \int dv = \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{array} \right| =$$

$$= -\frac{1}{2} (3x+2) \cos 2x - \int -\frac{1}{2} \cos 2x \cdot 3 dx = -\frac{1}{2} (3x+2) \cos 2x + \frac{3}{2} \int \cos 2x dx =$$

$$= -\frac{1}{2} (3x+2) \cos 2x + \frac{3}{4} \sin 2x + C$$

$$5. \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx$$

Разложим знаменатель на множители $(x^2 + 2x - 3)(x - 4) = (x - 1)(x + 3)(x - 4)$

Дробь, стоящая под интегралом правильная. Разлагаем ее на простейшие

$$\frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3} + \frac{C}{x - 4}.$$

Умножим обе части этого равенства на знаменатель левой части:

$$2x^2 + 41x - 91 = A(x + 3)(x - 4) + B(x - 1)(x - 4) + C(x - 1)(x + 3);$$

$$2x^2 + 41x - 91 = A(x^2 - x - 12) + B(x^2 - 5x + 4) + C(x^2 + 2x - 3);$$

$$2x^2 + 41x - 91 = (A + B + C)x^2 + (-A - 5B + 2C)x + (-12A + 4B - 3C).$$

Левая часть равенства должна быть тождественно равна правой. Это будет иметь место только в том случае, когда коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства будут равны между собой.

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой части, получаем систему уравнений:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array} \right| \begin{array}{l} A + B + C = 2 \\ -A - 5B + 2C = 41 \\ -12A + 4B - 3C = -91 \end{array}$$

Решив эту систему, получим $A = 4$, $B = -7$, $C = 5$.

$$\int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx = \int \frac{4}{x - 1} dx - \int \frac{7}{x + 3} dx + \int \frac{5}{x - 4} dx =$$

$$= 4 \int \frac{d(x - 1)}{x - 1} - 7 \int \frac{d(x + 3)}{x + 3} + 5 \int \frac{d(x - 4)}{x - 4} = 4 \ln|x - 1| - 7 \ln|x + 3| + 5 \ln|x - 4| + C =$$

$$= \ln \left| \frac{(x - 1)^4 (x - 4)^5}{(x + 3)^7} \right| + C$$

$$6. \int \frac{3x^2 - x^5 e^x - 14}{x^5} dx = \int \left(\frac{3x^2}{x^5} - \frac{x^5 e^x}{x^5} - \frac{14}{x^5} \right) dx = \int (3x^{-3} - e^x - 14x^{-5}) dx =$$

$$= 3 \int x^{-3} dx - \int e^x dx - 14 \int x^{-5} dx = 3 \frac{x^{-2}}{-2} - e^x - 14 \frac{x^{-4}}{-4} + C = -\frac{3}{2x^2} - e^x + \frac{7}{x^4} + C.$$

2 СЕМЕСТР

Образец выполнения контрольной работы №1

1. Буквы азбуки Морзе представляют собой набор “точек” и “тире”. Сколько букв может быть в азбуке Морзе, если буква не должна содержать более четырех знаков?

Решение.

Букв, состоящих из одного знака: 2;

Букв, состоящих из двух знаков:

Первый знак – 2 способа; Второй знак – 2 способа.

Оба знака – по правилу умножения – $2 \cdot 2 = 4$ способа;

Аналогично, букв, состоящих из трех знаков: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ способов;

- // -- // - // - // - // четырех знаков: $2^4 = 16$ способов.

Поэтому, по правилу сложения, не более четырех знаков:

$$2 + 4 + 8 + 16 = 30.$$

Ответ: 30 букв.

2. Найти число таких перестановок семи учеников, сидящих на скамейке, чтобы три определенных ученика находились рядом.

Решение.

Количество перестановок этих трех учеников между собой: $P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Количество перестановок других четырех учеников между собой: $P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Количество тройных подряд мест (123, 234, 345, 456, 567) на скамейке: 5.

Следовательно, по правилу умножения, все эти действия можно выполнить $6 \cdot 24 \cdot 5 = 720$ способами.

Ответ: 720 перестановок.

3. У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом № 1, и 4 детали завода № 2. Наудачу взяты 2 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1.

Решение.

Пусть событие A – «хотя бы одна из взятых деталей изготовлена заводом № 1».

Тогда событие $\bar{A}$ – «ни одна из взятых деталей не изготовлена заводом № 1» и

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Если обозначить через B_1 – «первая извлеченная деталь – завода №2» и

B_2 – «вторая извлеченная деталь – завода №2»,

то $\bar{A} = B_1 * B_2$ и, по теореме умножения вероятностей для зависимых событий,

$$P(\bar{A}) = P(B_1 * B_2) = P(B_1) * P_{B_1}(B_2) = \frac{4}{20} * \frac{3}{19} = \frac{3}{95}.$$

Отсюда следует: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{3}{95} = \frac{92}{95}$.

Ответ: Вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1: $\frac{92}{95}$.

4. В первом ящике 6 шаров: 1 белый, 2 красных и 3 синих. Во втором ящике 12 шаров: 2 белых, 6 красных, 4 синих. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что среди вынутых шаров нет синих?

Решение.

Пусть событие A – «среди вынутых шаров нет синих»,

B_1 – «из первого ящика извлеченная деталь - не синяя» и

B_2 – «из второго ящика извлеченная деталь - не синяя».

Тогда $A = B_1 * B_2$ и, по теореме умножения вероятностей для независимых событий,

$$P(A) = P(B_1 * B_2) = P(B_1) * P(B_2) = \frac{1+2}{6} * \frac{2+6}{12} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: Вероятность того, что среди вынутых шаров нет синих: $\frac{1}{3}$.

5. В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 10 небракованных. Из первого ящика одну деталь переложили во второй. Затем из второго ящика извлекли деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Решение.

Пусть

событие A – «Из второго ящика извлеченная деталь – небракованная»;

B_1 – «Из первого ящика переложенная деталь - небракованная», $P(B_1) = \frac{10}{12}$ и

B_2 – «Из первого ящика переложенная деталь - бракованная», $P(B_2) = \frac{2}{12}$.

Тогда, по формуле полной вероятности, $P(A) = P(B_1) * P_{B_1}(A) + P(B_2) * P_{B_2}(A)$.

Здесь $P_{B_1}(A)$ - вероятность того, что «Из второго ящика извлеченная деталь – небракованная», при условии того, что «Из первого ящика переложенная деталь - небракованная». $P_{B_1}(A) = \frac{11}{13}$;

$P_{B_2}(A)$ - вероятность того, что «Из второго ящика извлеченная деталь – небракованная», при условии того, что «Из первого ящика переложенная деталь - бракованная». $P_{B_2}(A) = \frac{10}{13}$.

Поэтому, $P(A) = \frac{10}{12} * \frac{11}{13} + \frac{2}{12} * \frac{10}{13} = \frac{55+10}{78} = \frac{65}{78} = \frac{5}{6}$.

Ответ: Вероятность того, что «Из второго ящика извл. деталь – небракованная» - $\frac{5}{6}$.

Образец выполнения контрольной работы №2

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины

$Z = X + 2Y$, если известны $M(X) = 5$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 2$, $D(Y) = 4$.

Решение.

$$M(Z) = M(X + 2Y) = M(X) + M(2Y) = M(X) + 2M(Y) = 5 + 2 \cdot 3 = 11,$$

$$D(Z) = D(X + 2Y) = D(X) + D(2Y) = D(X) + 4D(Y) = 2 + 4 \cdot 4 = 18.$$

Задача 2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X , распределенной равномерно в интервале $(4; 10)$

Решение. Если случайная величина распределена по равномерному закону, то

$$M(X) = \frac{a+b}{2}$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

По условию задачи $a = 4$, $b = 10$, тогда

$$M(X) = \frac{4+10}{2} = 7, \quad D(X) = \frac{(10-4)^2}{12} = \frac{36}{12} = 3, \quad \sigma(X) = \sqrt{3}.$$

Задача 4. В городе 4 коммерческих банка. В каждом банк занимается в течение года ссудочными 20%. Случайная величина распределенная случайной величиной X – число банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года.

Решение:

Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года. Она может принимать значения 0, 1, 2, 3 и 4.

ДСВ X распределена по биномиальному закону с параметрами $n=4$, $p=0,2$, $q=0,8$, потому что для дискретной функции вероятности по формуле Бернулли:

$$P(X=k) = P_k(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Получаем:

$$P(X=0) = P_0(0) = C_4^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^4 = 0,4096;$$

$$P(X=1) = P_1(1) = C_4^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^3 = 0,4096;$$

$$P(X=2) = P_2(2) = C_4^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^2 = 0,1536;$$

$$P(X=3) = P_3(3) = C_4^3 \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^1 = 0,0256;$$

$$P(X=4) = P_4(4) = C_4^4 \cdot 0,2^4 \cdot 0,8^0 = 0,0016$$

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Расчеты представлены в таблице, так как сумма $\sum p_i = 1$.

Задача 5. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения:

x_i	-1	1	2	4
p_i	0,4	p_2	0,1	0,2

Найти p_2 , $M(X)$, $D(X)$.

Решение:

Сначала найдем p_2 из условия $\sum p_i = 1$.

$$0,4 + p_2 + 0,1 + 0,2 = 1; \quad p_2 = 0,3.$$

Математическое ожидание вычислим по формуле $M(X) = \sum x_i p_i$:

$$M(X) = -1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,2 = 1,3.$$

Дисперсию можно вычислить, исходя из ее определения, но удобнее воспользоваться формулой $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$.

Найдем математическое ожидание X^2 :

x_i^2	1	2	3	4
p_i	0,4	0,3	0,1	0,2

Найдем математическое ожидание X^2 :

$$M(X^2) = 1 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,3 + 9 \cdot 0,1 + 16 \cdot 0,2 = 5,7.$$

Найдем искомого дисперсию

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 5,7 - 1,3^2 = 4,01.$$

Образец выполнения контрольной работы №3

Задача 1. Плотность случайной величины X распределена по нормальному закону, а

имеет вид $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Решение.

Плотность нормального распределения $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, причем $M(X) = a$, $D(X) = \sigma^2$

Поэтому, $M(X) = 2$; $2\sigma^2 = 32 \Rightarrow \sigma^2 = 16$, т.е. $D(X) = 16$.

Задание 2.

Случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ a(x-1), & 1 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент a ; б) найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; в) вычислить вероятность $P(0 < X < 2)$.

Решение.

а) Найти параметр a из условия

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

Получаем:

$$D(X) = \int_1^3 f(x) \cdot x^2 dx - M^2(X) = \frac{1}{2} \int_1^3 (x-1) \cdot x^2 dx - \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} \int_1^3 (x^3 - x^2) dx - \left(\frac{7}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^3 - \frac{49}{9} = \frac{1}{2} \left(\frac{3^4}{4} - \frac{3^3}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) - \frac{49}{9} = \frac{2}{9}.$$

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 a(x-1) dx = a \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 = a \left(\frac{9}{2} - 3 - \frac{1}{2} + 1 \right) = 2a;$$

$$2a = 1; \text{ откуда } a = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Тогда } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{x-1}{2}, & 1 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

б) Найдем математическое ожидание и дисперсию.

$$M(X) = \int_1^3 f(x) \cdot x dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (x-1) \cdot x dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (x^2 - x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^3 =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{27}{3} - \frac{9}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{7}{3}.$$

в) Найдем вероятность попадания случайной величины X в интервал:

$$P(0 < X < 3) = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 0 dx + \int_1^3 \frac{x-1}{2} dx = 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 =$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{9}{2} - 3 - \frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{1}{2}, 2 = 1.$$

Образец выполнения контрольной работы №4

Задача 1. Обработать исходной финансовой информации дано следующие результаты:

x_j	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
n_j	7	25	28	30	8	2

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Решение. Составим вспомогательную расчетную таблицу. В качестве конкретных значений берем среднюю интервала. Значение варьирует достаточно большим, поэтому переходим к условным вариантам по формуле: $u_j = \frac{x_j - c}{h} = \frac{x_j - 190}{20}$

x_j	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240	Итого
x_j^*	130	150	170	190	210	230	
u_j	-3	-2	-1	0	1	2	
n_j	7	25	28	30	8	2	100
$u_j A_j$	-21	-50	-28	0	8	4	-87
$u_j^2 A_j$	63	100	28	0	8	8	207
u_{j-1}	?	?	60	60	68	100	

Используя данные, приведенные в таблице выше, имеем:

$$\bar{u} = \frac{-87}{100} = -0,87, \quad \bar{u}^2 = \frac{207}{100} = 2,07, \quad D_u = \bar{u}^2 - \bar{u}^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131.$$

Переходим к истинным вариантам, получаем:

$$\text{Выборочная средняя} - \bar{x}_n = \bar{u}h + C = -0,87 \cdot 20 + 190 = 172,6;$$

$$\text{Выборочная дисперсия} - D_n = h^2 D_u = 20^2 \cdot 1,3131 = 525,24;$$

$$\sigma = \sqrt{D_n} = \sqrt{525,24} \approx 22,92;$$

$$\text{Коэффициент вариации} - V = \frac{\sigma}{\bar{x}_n} \cdot 100\% \approx 13,28\%.$$

Находим моду и медиану. Рассредоточено также интервально рядом. Наибольшая частота $n_j = 30$ отвечает интервалу 180-200, то этот интервал является модальным. Поэтому $x_{\text{мод}} = 190$ – начало модального интервала; $A_{\text{мод}} = 30$ – частота модального интервала; $A_{\text{мод-1}} = 28$ – частота интервала, стоящего перед модальным; $n_{\text{мод-1}} = 8$ – частота интервала, стоящего после модального, и т.д.

$$Me \approx 180 + 20 \frac{30 - 28}{(30 - 28) + (30 - 8)} \approx 181,67.$$

Для нахождения медианы нужно определить медианный интервал, для этого найдем накопленные частоты n_{Σ} . Объем ряда $n = \sum n_i = 7 + 25 + 28 + 30 + 8 + 2 = 100$, тогда $n/2 = 50$.

Среди накопленных частот найдем число 50. Такого числа нет, поэтому берем первое, большее 50 значение. Это будет 60. Интервал 160-180, ему соответствующий, и будет медианным. Следовательно, $x_{me} = 160$ – начало медианного интервала, $n_{me} = 28$ – частота медианного интервала, $(n_{\Sigma})_{me-1} = 32$ – накопленная частота интервала, стоящего перед медианным.

Подставим найденные значения в формулу, получим

$$Me \approx 160 + 20 \frac{100/2 - 32}{28} \approx 172,86.$$

Задача 1. В результате 5 измерений некоторой физической величины получены данные: 2, 4, 7, 4, 5. Найти выборочные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вывести моду и медиану.

Решение. Доказывается, что несмещенной точечной оценкой генеральной средней является выборочная средняя, а генеральной дисперсии – исправленная выборочная дисперсия.

$$\text{Находим выборочную среднюю: } \bar{x}_n = \frac{2+4+7+4+5}{5} = \frac{22}{5} = 4,4.$$

Находим выборочную дисперсию

$$D_n = \frac{2^2+4^2+7^2+4^2+5^2}{5} - (4,4)^2 = 2,64$$

Находим исправленную выборочную дисперсию:

$$S_n^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{5}{4} \cdot 2,64 = 3,3.$$

Так как мода – наиболее часто встречающееся значение, то $M_n = 4$.

Медиана – значение, делитая упорядоченный ряд на равные по объему части. Для нахождения медианы предварительно расположим ряд наблюдений, получив: 2, 4, 4, 5, 7. В центре расположенного ряда находится значение 4, следовательно $M_n = 4$.

Задача 3. По данным 12 независимых равновероятных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений $\bar{x}_n = 16,8$ и «исправленная» средняя квадратическая погрешность $\delta = 1,5$. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,95$.

Решение. Истинное значение измеряемой величины равно ее математическому ожиданию, поэтому далее следует в основе математического ожидания. При известном δ^2 при помощи доверительного интервала

$$\bar{X} - t_{\gamma} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{X} + t_{\gamma} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}},$$

вероятности γ с надёжностью $\gamma = 0,95$.

По таблице по $\gamma = 0,95$ и $n = 12$ найдем $t_{\gamma} = 2,20$.

Подставим значения в формулу, получим доверительный интервал:

$$16,3 - 2,20 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{12}} < a < 16,3 + 2,20 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{12}}.$$

или

$$15,85 < a < 17,75.$$

Образец выполнения контрольной работы №5

Задача 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, соответствует ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X и эмпирическому распределению выборки:

x_i	14	18	12	16	20	36	10
n_i	10	24	34	80	18	22	12

Решение. Для ответа на поставленный вопрос вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для удобства составим таблицу:

№	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$(n_i - n'_i)^2 / n'_i$
1	14	10	4	16	1,6
2	18	24	- 6	36	1,5
3	32	34	- 2	4	0,1176
4	70	80	- 10	100	1,25
5	20	18	2	4	0,222
6	36	22	14	196	8,909
7	10	12	- 2	4	0,333
					$\chi^2_{\text{набл}} \approx 13,93$

По таблице критических точек распределения хи-квадрат по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = 7 - 3 = 4$ находим $\chi^2_{\text{крит}}(\alpha, k) = \chi^2_{\text{крит}}(0,05; 4) = 9,5$. Итак, $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{крит}}$, следовательно, гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности отвергается.

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

Решение. Составим расчетную таблицу

№	x	y	xy	x^2	y^2
1	6	82	492	36	6724
2	2	86	172	4	7396
3	15	43	645	225	1849
4	9	74	666	81	5476
5	12	58	696	144	3364
6	5	90	450	25	8100
7	8	78	624	64	6084
Итого:	57	511	3745	579	38993

Подставим соответствующие суммы в формулы

$$k = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

(или в систему нормальных уравнений) получим:

$$A = \frac{7 \cdot 3745 - 57 \cdot 511}{7 \cdot 579 - (57)^2} = -\frac{2912}{804} = -3,62.$$

$$B = \frac{579 \cdot 511 - 3745 \cdot 57}{7 \cdot 579 - (57)^2} = \frac{82404}{804} \approx 102,49.$$

Следовательно, уравнение регрессии будет иметь вид:

$$y = -3,62x + 102,49.$$

Для расчета коэффициента корреляции, воспользуемся формулу

$$r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i y_j n_{ij} - \left(\sum_{i=1}^n x_i n_{ii} \right) \left(\sum_{j=1}^n y_j n_{ji} \right)}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n x_i^2 n_{ii} - \left(\sum_{i=1}^n x_i n_{ii} \right)^2} \sqrt{n \sum_{j=1}^n y_j^2 n_{jj} - \left(\sum_{j=1}^n y_j n_{ji} \right)^2}},$$

получим:

$$r_{xy} = \frac{7 \cdot 3745 - 57 \cdot 511}{\sqrt{7 \cdot 579 - 57^2} \sqrt{7 \cdot 38993 - 511^2}} = \frac{-2912}{\sqrt{804} \cdot \sqrt{11836}} = -0,944.$$

Так как $r_{xy} < 0$, то связь между условностью и количеством произведенных пар обратная, т.е. в увеличении числа произведенных пар условность структуры снижается. Используя таблицу Пирсона, сделаем вывод, что эта связь весьма высокая.

ПРИЛОЖЕНИЕ №11

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка промежуточной аттестации:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

баллы	Критерии
8-10	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы математического анализа проведения исследований и анализа их результатов
5-7	понимает содержание основных методов математического анализа, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем
1-3	допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов математического анализа

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

баллы	Критерии
20-16	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)