

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет им. Б.Н. Ельцина



Математика

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	Высшей математики
Учебный план	d23030330_21_1 этк.plx Направление 23.03.03 - РФ, 670200 - КР Эксплуатация транспортно- технологических машин и комплексов Профиль "Автомобильный сервис" (с применением дистанционных технологий)
Квалификация	бакалавр
Форма обучения	заочная
Общая трудоемкость	6 ЗЕТ
Часов по учебному плану	216
в том числе:	
аудиторные занятия	90
самостоятельная работа	89,8
экзамены	35,7

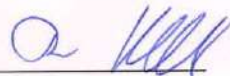
Виды контроля в семестрах:
экзамены 2
зачеты 1

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		2 (1.2)		Итого	
	Неделя		14			
Вид занятий	уп	рп	уп	рп	уп	рп
Лекции	18	7	18		36	7
Практические	36	11	18		54	11
Контактная работа в период теоретического обучения	0,2				0,2	
Контактная работа в период экзаменационной сессии		0,3	0,3		0,3	0,3
В том числе инт.	14		14		28	
В том числе электрон.	43	73	28		71	73
Итого ауд.	54	18	36		90	18
Контактная работа	54,2	18,3	36,3		90,5	18,3
Сам. работа	53,8	90	36		89,8	90
Часы на контроль		35,7	35,7		35,7	35,7
Итого	108	144	108		216	144

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Курманбаева А.К.; к.ф.-м.н., доцент, Карабакиров К.Р.



Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., профессор, Байзаков А.Б.



Рабочая программа дисциплины

Математика

разработана в соответствии с ФГОС 3++:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов (приказ Минобрнауки России от 07.08.2020 г. № 916)

составлена на основании учебного плана:

Направление 23.03.03 - РФ, 670200 - КР Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов
Профиль "Автомобильный сервис"
(с применением дистанционных технологий)

утвержденного учёным советом вуза от 29.06.2021 протокол № 10.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Высшей математики

Протокол от 01.09.2021 г. № 1

Срок действия программы: 2021-2026 уч.г.

Зав. кафедрой профессор Лелевкина Л.Г.



Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

13.09 2022 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 01.09 2022 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.



Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

05.09 2023 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 30.08 2023 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.



Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

03.09 2024 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 28.08 2024 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.



Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

09.09 2025 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 09.09 2025 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., Гончарова И.В.



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	научить студентов пользоваться основными понятиями и результатами, которые рассматриваются в данном разделе курса;
1.2	привить им соответствующую математическую культуру;
1.3	дать необходимый математический аппарат для изучения других естественнонаучных дисциплин;
1.4	обеспечить базовую математическую подготовку, позволяющую успешно решать современные прикладные инженерные и научные задачи в области технологии транспортных процессов, эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов и сформировать навыки формулировки математических постановок этих задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.Б.03
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Для освоения данной дисциплины необходимы знания по предметам «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объеме средней школы.
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Начертательная геометрия и инженерная графика
2.2.2	Физика
2.2.3	Общая электротехника и электроника
2.2.4	Теоретическая механика
2.2.5	Теория механизмов и машин
2.2.6	Детали машин и основы конструирования
2.2.7	Метрология, стандартизация и сертификация
2.2.8	Теплотехника
2.2.9	Основы научных исследований

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОПК-3: готовностью применять систему фундаментальных знаний (математических, естественнонаучных, инженерных и экономических) для идентификации, формулирования и решения технических и технологических проблем эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов	
Знать:	
Уровень 1	основные концепции, принципов, теорий и фактов, связанных с информатикой в сфере автомобильного транспорта; - специфику использования методов моделирования при автоматизации исследований и проектировании транспортных систем; использование основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, - методы математического и компьютерного моделирования в теоретических и расчетно- экспериментальных исследованиях транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; - модели элементов и решения технических и технологических проблем в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; - принципы построения моделей при расчетах транспортных и транспортно- технологических машин и комплексов; - схемы и основное программное и коммутационное оборудование для контроля безопасности транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; - нормативные документы (ГОСТ, стандарты) для решения технических и технологических проблем в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных систем; - основные решения технических и технологических проблем в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных систем, транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов.
Уровень 2	
Уровень 3	
Уметь:	

Уровень 1	<ul style="list-style-type: none"> -применять нормативную документацию проектирования логистических схем, методики расчета транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; - составить схему технических и технологических проблем в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных систем; - ориентироваться в основных свойствах, схемах функционирования систем обеспечения безопасности транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; - грамотно и квалифицировано эксплуатировать технические системы в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; -анализировать техническую информацию по транспортным процессам, транспортными транспортно-технологических машин и комплексов; -работать над проектами технических и технологических задач в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; -разрабатывать простые конструкции технических средств, обеспечивающих управление транспортных и транспортно- технологических машин и комплексов; -графически отображать схемы транспортных систем; -анализировать условия применимости формальных моделей и рассчитывать количественные и качественные оценки формальных моделей.
Уровень 2	
Уровень 3	
Владеть:	
Уровень 1	<ul style="list-style-type: none"> навыками проектирования и технико- экономического обоснования технических средств обеспечения безопасности движения,удовлетворяющих требованиям надежной и безопасной эксплуатации автомобиля; - принципами математических и расчетов транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; - способами определения характеристик и параметров транспортных и транспортно-технологических машин и комплексов; - современными методами моделирования и современными методами исследования активных приборов обеспечения безопасности движения и устройств на их основе; - аналитическими и графическими методами анализа транспортных процессов; - методикой расчета перевозки грузов при различных условиях параметрами; - методами расчета технических и технологических проблем в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных систем; - методиками выполнения расчетов различных транспортных и транспортно- технологических машин и комплексов; - навыками проведения стандартных испытаний транспортного оборудования и транспортно-технологических систем; - навыками в оформлении типовых расчетов, научно-технических отчетов; - навыками к освоению нового оборудования; - навыками применения моделей формализации задач в прикладной области.
Уровень 2	
Уровень 3	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	Основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии:
3.1.2	матрицы, определители, обратные матрицы, ранг матрицы, однородной и неоднородной систем линейных уравнений, теоремы Кронекера-Капелли, вектора, длины вектора, коллинеарных векторов, компланарных векторов, ортогональных векторов, линейно-зависимых и линейно-независимых векторов, базиса векторного пространства, проекции вектора на ось; скалярное, векторное и смешанное произведения векторов; различные уравнения прямой на плоскости и в пространстве, кривые второго порядка; плоскость и поверхности 2-го порядка; метод сечений.
3.1.3	А также определение функции, способы ее задания и ее предел; определение числовой последовательности, способы ее задания и ее предел; производные и дифференциал функций одного переменных; интегрирование (определенное и неопределенное) функций; основные формулы вычисления пределов, дифференцирования и интегрирования; формулы приложения определенного интеграла.
3.2	Уметь:

3.2.1	Вычислять определители 2, 3-го и старших порядков; распознавать виды матриц; корректно выполнять действия с матрицами; проводить исследования на совместность и решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений; численно решать системы линейных уравнений методами Гаусса и Крамера; использовать свойства: линейных операций над векторами, скалярного, векторного и смешанного произведения векторов для решения геометрических и физических задач; производить исследование геометрических объектов методами векторной алгебры и аналитической геометрии; составлять уравнения прямых на плоскости и в пространстве; составлять уравнения плоскости, находить углы между прямыми и плоскостями; распознавать типы кривых второго порядка и выделять их основные характеристики; строить геометрический образ прямых и кривых второго порядка на плоскости, плоскостей и поверхностей второго порядка в пространстве, адекватный уравнениям их задающим.
3.2.2	А также применять полученные знания и навыки для их решения; проводить анализ и оптимизацию полученных решений; вычислять пределы последовательности и функции; исследовать, дифференцировать и интегрировать простейшие функции; строить графики функций.
3.3	Владеть:
3.3.1	Навыками употребления математического языка и символики для выражения количественных и качественных отношений объектов, методами построения типовых математических моделей в профессиональной области, аналитическими и численными методами решения типовых задач и содержательной интерпретации полученных результатов.
3.3.2	А также вычислением пределов последовательности и функции; исследованием, дифференцированием и интегрированием простейших функций; применением полученных знаний и навыков для решения задач; применением математического анализа в будущей профессии

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Электронная форма	Примечание
	Раздел 1. Раздел 1. Линейная и векторная алгебра						
1.1	Матрицы. Действия над ними. Определитель матрицы. Свойства. /Лек/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л1.4 Л2.1 Э1	2	
1.2	Матрицы. Действия над ними. Определитель матрицы. Свойства. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л2.1 Л2.5 Л3.1 Л3.8 Э2	2	
1.3	Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений и	1	0	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.4 Э2	2	
1.4	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений. /Пр/	1	0	ОПК-3	Л1.1 Л2.1 Л2.5 Л3.1 Л3.8 Э2	2	
1.5	Векторы. Действия над векторами. Скалярное, векторное смешанное произведения векторов, свойства, приложения.	1	0	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.4 Э3	2	
1.6	Векторы. Действия над векторами. Скалярное, векторное смешанное произведения векторов, свойства, приложения.	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л1.4 Л2.5 Л3.1 Л3.2 Э3	2	
1.7	Выполнение недельных заданий 1,2 и контрольной работы №1 /Ср/	1	15	ОПК-3	Л1.1 Л1.4 Л2.3 Л2.5 Л3.1 Л3.8 Э1 Э2 Э3	0	Задания для недельных заданий в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, Контрольные работы-ПРИЛОЖЕНИЕ №4, а образцы выполнения КР в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.
	Раздел 2. Раздел 2. Аналитическая геометрия						

2.1	Различные виды уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. /Лек/	1	1	ОПК-3	Л1.2 Л2.4	2	
2.2	Прямая на плоскости и ее различные виды. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.1 Л2.4 Л3.7 Э4	2	
2.3	Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.2 Л2.4	2	
2.4	Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. /Пр/	1	0	ОПК-3	Л1.1 Л2.4 Л2.5 Л3.7 Э4	2	
2.5	Плоскость в пространстве. /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.2 Л2.4	2	
2.6	Различные виды уравнения плоскостей и их взаимное расположение. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.5 Л3.7 Э4	2	
2.7	Прямая в пространстве. Прямая и плоскость. /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.4	2	
2.8	Прямая в пространстве. Прямая и плоскость /Пр/	1	0	ОПК-3	Л1.2 Л2.4 Л2.5 Л3.7 Э4	2	
2.9	Выполнение недельных заданий 3,4 и контрольной работы №2 /Ср/	1	15	ОПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.4 Л3.7 Э1 Э2 Э3 Э4	0	Задания для недельных заданий в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, Контрольные работы- ПРИЛОЖЕНИЕ №4, а образцы выполнения КР в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.
Раздел 3. Раздел 3. Пределы							
3.1	Функция, предел функции и ее свойства /Лек/	1	1	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.2 Л2.4	2	
3.2	Раскрытие неопределенностей. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.3 Л2.5 Л3.5 Э5	2	
3.3	Замечательные пределы. Непрерывность функции. /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л1.4 Л2.2 Л2.3 Л2.4	2	
3.4	Замечательные пределы. Непрерывность функции. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.4 Л2.5 Л3.5 Э5	2	
3.5	Выполнение недельных заданий 5,6 и контрольной работы №3 /Ср/	1	15	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л1.4 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л3.5 Э5	0	Задания для недельных заданий в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, Контрольные работы- ПРИЛОЖЕНИЕ №4, а образцы выполнения КР в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.
Раздел 4. Раздел 4. Производная							

4.1	Производная, ее геометрический и физический смыслы. Основные правила дифференцирования. Таблица производных . Производная сложной функции. /Лек/	1	1	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.4	2	
4.2	Дифференцирование функций. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.4 Л2.5 Л3.6 Э6	2	
4.3	Производная неявной, параметрически заданной функции. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции. Производная и дифференциалы высших порядков. /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.4	2	
4.4	Производная неявной, параметрически заданной функции. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции. Производная и дифференциалы высших порядков. /Пр/	1	0	ОПК-3	Л1.1 Л2.4 Л2.5 Л3.6 Э6	2	
4.5	Применение производной к исследованию функций и построение графиков. /Лек/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л1.4 Л2.4	2	
4.6	Применение производной к исследованию функций и построение графиков. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.1 Л2.4 Э6	2	
4.7	Выполнение недельных заданий 7,8 и контрольной работы №4 /Ср/	1	15	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.4 Л3.6 Э6	0	Задания для недельных заданий в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, Контрольные работы- ПРИЛОЖЕНИЕ №4, а образцы выполнения КР в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.
	Раздел 5. Раздел 5. Неопределенный интеграл						
5.1	Неопределенный интеграл и ее свойства. Основные методы интегрирования. /Лек/	1	1	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.4	2	
5.2	Основные методы интегрирования. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.2 Л2.5 Л3.9 Э7	2	
5.3	Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций. /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.4	3	
5.4	Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций. /Пр/	1	0	ОПК-3	Л1.1 Л2.5 Л3.3 Э7	3	

5.5	Выполнение недельных заданий 9,10 и контрольной работы №5 /Ср/	1	15	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Л2.5 Л3.3 Э7	0	Задания для недельных заданий в ПРИЛОЖЕНИИ И № 3, Контрольные работы- ПРИЛОЖЕНИЕ Е №4, а образцы выполнения КР в ПРИЛОЖЕНИИ И № 8.
Раздел 6. Раздел 6. Определенный интеграл							
6.1	Определенный интеграл. Основные методы интегрирования. /Лек/	1	1	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.4	2	
6.2	Основные методы интегрирования определенного интеграла. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л1.3 Л2.1 Л2.4 Л2.5 Л3.4 Э8	2	
6.3	Несобственные интегралы. /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.1 Л2.4	2	
6.4	Несобственные интегралы. /Пр/	1	0	ОПК-3	Л1.1 Л2.4 Л3.4 Э8	2	
6.5	Приложения определенного интеграла. /Лек/	1	0	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.2	3	
6.6	Приложения определенного интеграла. /Пр/	1	1	ОПК-3	Л1.1 Л2.4 Л2.5 Л3.4 Э8	3	
6.7	Выполнение недельных заданий 11,12 и контрольной работы №6 /Ср/	1	15	ОПК-3	Л1.3 Л1.4 Л2.4 Л2.5 Л3.4	0	Задания для недельных заданий в ПРИЛОЖЕНИИ И № 3, Контрольные работы- ПРИЛОЖЕНИЕ Е №4, а образцы выполнения КР в ПРИЛОЖЕНИИ И № 8.
6.8	Подготовка к экзамену /Экзамен/	1	36			0	Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ приведены в ФОС (п. 5.1), задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в ПРИЛОЖЕНИИ ЯХ №2, 3. Образцы билетов - в ПРИЛОЖЕНИИ И № 5

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

1-СЕМЕСТР ЭКЗАМЕН

1. Матрицы. Основные понятия. Типы матриц
 2. Действия над матрицами и их свойства
 3. Определители. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя
 4. Определители высших порядков. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Теорема аннулирования
 5. Свойства определителей
 6. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы
 7. Базисный минор матрицы. Ранг матрицы
 8. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса
 9. Совместность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
 10. Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
 11. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
 12. Матричный метод решения линейных алгебраических уравнений.
 13. Системы однородных линейных уравнений.
 14. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами
 15. Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов
 16. Скалярное произведение векторов и его свойства
 17. Прямоугольная система координат в пространстве. Разложение вектора по ортам координатных осей
 18. Длина вектора. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов. Направляющие косинусы вектора
 19. Правоориентированные и левоориентированные тройки векторов. Векторное произведение векторов и его свойства.
- Приложения
20. Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения.
 21. Система координат на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении
 22. Общее уравнение прямой линии на плоскости. Частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
 23. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых
 24. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой
 25. Пучок прямых. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пересечение прямых
 26. Кривые второго порядка на плоскости, важнейшие частные случаи
 27. Окружность. Эллипс. Их параметры и свойства
 28. Гипербола. Ее параметры и основные свойства
 29. Парабола. Параметр параболы, основные свойства параболы
 30. Уравнения поверхности и линии в пространстве
 31. Общее уравнение плоскости. Частные случаи
 32. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
 33. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей
 34. Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве.
 35. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
 35. Функция, область определения функции.
 36. Основные характеристики функции.
 37. Предел функции. Основные свойства предела функции.
 38. Бесконечно большие и бесконечно малые функции и их свойства.
 39. Первый замечательный предел.
 40. Второй замечательный предел.
 41. Непрерывность функции в точке.
 42. Точки разрыва функции и их классификация.
 43. Понятие производной.
 44. Задачи, приводящие к понятию производной.
 45. Основные правила дифференцирования.
 46. Производные основных элементарных функций.
 47. Производная обратной функции.
 48. Производная сложной функции.
 49. Производная неявной функции.
 50. Производная параметрически заданной функции.
 51. Логарифмическое дифференцирование.
 52. Дифференциал функции.
 53. Производные и дифференциалы высших порядков.
 54. Правило Лопиталя
 55. Возрастание, убывание функции. Экстремум.
 56. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба.
 57. Асимптоты графика функции.

58. Полное исследование функции и построение графика.
59. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
60. Интегрирование подведением под знак дифференциала.
61. Интегрирование методом подстановки.
62. Интегрирование по частям.
63. Интегрирование рациональных дробей.
64. Интегрирование тригонометрических функций.
65. Интегрирование иррациональных функций.
66. Определенный интеграл. Свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
67. Интегрирование методом подстановки в определенном интеграле.
68. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
69. Вычисление площади криволинейной трапеции.
70. Вычисление длины дуги кривой.
71. Вычисление объема тела.
72. Несобственные интегралы первого рода.
72. Несобственные интегралы второго рода.

предел функции и ее свойства

35. Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей
 36. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности
 37. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве
 38. Цилиндрические поверхности
 39. Поверхности вращения. Конические поверхности
 40. Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды
 41. Параболический и гиперболический параболоиды
 42. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
 43. Функция и ее график. Полярные и параметрические способы задания функции.
 44. Пределы функций. Свойства пределов.
 45. Замечательные пределы.
 46. Непрерывность функции. Основные свойства непрерывных функций.
 47. Классификация точек разрывов.
 48. Производные функций. Методы дифференцирования сложных функций.
 49. Дифференциал функции. Основные свойства.
 50. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
 51. Производные и дифференциалы высших порядков.
 52. Исследование функции на асимптоты.
 53. Исследование функции на экстремумы.
 54. Исследование функции на точки перегиба.
 55. Схема исследования функции и построение ее графика.
 56. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
 57. Различные методы вычисления неопределенного интеграла. Интегрирование методом замены переменной.
- Интегрирование по частям
58. Интегрирование дробно-рациональных функций.
 59. Интегрирование иррациональных функций.
 60. Интегрирование тригонометрических функций.
 61. Определенный интеграл. Задачи, приводящие к определенному интегралу.
 62. Методы вычисления определенного интеграла.
 63. Замена переменной в определенном интеграле.
 64. Несобственные интегралы I рода. Основные свойства.
 65. Несобственные интегралы II рода. Основные свойства.
 66. Приложения определенного интеграла. Вычисление площади криволинейной трапеции.
 67. Вычисление длины дуги плоской линии. Вычисление объема тела вращения.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в ПРИЛОЖЕНИЯХ 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемому результату.

В 1 семестре: Недельные задания №1, №2- по разделу «Линейная и векторная алгебра», недельные задания №3, №4- по разделу «Аналитическая геометрия», недельные задания №5, №6- по разделу «Пределы», недельные задания №7, №8- по разделу «Производная», недельные задания №9, №10- по разделу «Неопределенный интеграл», недельные задания №11, №12- по разделу «Определенный интеграл», а также контрольные работы №1,2,3,4,5,6 в количестве 10 вариантов по

<p>разделам «Линейная и векторная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Пределы», «Производная», «Неопределенный интеграл», «Определенный интеграл»</p> <p>Недельные задания представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3 Варианты контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4 Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (экзамен) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (ПРИЛОЖЕНИЕ 1) и навыков (ПРИЛОЖЕНИЕ 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 5</p>
5.4. Перечень видов оценочных средств
<p>1. Недельные задания; 2. Контрольные работы.</p>

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)			
6.1. Рекомендуемая литература			
6.1.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Кремер Н.Ш., Путько Б.А., Тришин И.М., Фридман М.Н., Кремер Н.Ш.	Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и практикум	М.: Юрайт 2010
Л1.2	Лелевкина Л.Г., Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б.	Основы аналитической геометрии: Учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2012
Л1.3	Баврин И.И.	Для студентов естественно-научных специальностей педагогических вузов: Высшая математика	Издательский центр «Академия» 2010
Л1.4	Гусак А.А.	Высшая математика. Т. 1, 2.	Минск: Тетра Системс 2012
6.1.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Под ред. В.И. Ермакова	Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник	Москва.: ИНФРА-М 2005
Л2.2	Колесников А.Н.	Краткий курс математики для экономистов: Учеб. пособие	М.: ИНФРА-М 1997
Л2.3	Красс М.С., Чупрынов Б.П.	Математика для экономистов: Учебное пособие	СПб.: Питер 2004
Л2.4	Письменный Д.Т.	Конспект лекций по высшей математике: Конспект лекций	М.: Айрис-пресс 2009
Л2.5	Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А.	Сборник задач по высшей ма-тематике : Учебное пособие	М.: Айрис-пресс 2008
6.1.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Лелевкина Л.Г.	Основы линейной и векторной алгебры: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2001
Л3.2	Лелевкина Л.Г., Курманбаева А.К.	Векторная алгебра: Учебно-методическое пособие для компьютерного тестирования	КРСУ 2010
Л3.3	Лелевкина Л.Г.	Методическое пособие по методам интегрирования неопределенных интегралов: методическое пособие	КР-СУ 2005
Л3.4	Давидюк Т.А., Гончарова И.В.	Определенный интеграл и его приложения: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2010
Л3.5	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М.	Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2009
Л3.6	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М.	Дифференцирование функций одной переменной: Контрольно-обучающая компьютерная программа тестирования	КР-СУ 2009
Л3.7	Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б.	Аналитическая геометрия: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2010
Л3.8	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А.	Линейная алгебра. Ч. 1: Учебно-методическое пособие	Бишкек: КРСУ 2015
Л3.9	Лелевкина Л.Г., Карабакиров К.Р.	Методы интегрирования неопределенных интегралов: Учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2017

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"		
Э1	http://math.krsu.edu.kg	
Э2	http://math.krsu.edu.kg/metodich/linalg.pdf	
Э3	http://math.krsu.edu.kg/metodich/vectalg.pdf	
Э4	http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeomjan.pdf	
Э5	http://math.krsu.edu.kg/metodich/limits.pdf	
Э6	http://math.krsu.edu.kg/metodich/diffunc.pdf	
Э7	http://math.krsu.edu.kg/metodich/undefint.pdf	
Э8	http://math.krsu.edu.kg/metodich/oprnt.pdf	

6.3. Перечень информационных и образовательных технологий

6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии

6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышление и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).
6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения недельных заданий, контрольных работ и самостоятельной работы по различным разделам математики.
6.3.1.4	

6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения

6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека. Данные материалы размещены на сайте кафедры www.matem.krsu.edu.kg . Электронные учебно-методические пособия (ЭУМП): Курманбаева А.К., Комарцова Е.А. "Линейная алгебра". http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/linalg2015.pdf
6.3.2.2	Лелевкина Л.Г., Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б. "Аналитическая геометрия" http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/2012.pdf
6.3.2.3	Лелевкина Л.Г., Курманбаева А.К. "Векторная алгебра" http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/9vectalg.pdf
6.3.2.4	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М. "Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента" http://math.krsu.edu.kg/metodich/limits.pdf
6.3.2.5	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М. "Дифференцирование функций одной переменной" http://math.krsu.edu.kg/metodich/diffunc.pdf
6.3.2.6	Лелевкина Л.Г. "Методические указания по методам интегрирования неопределенных интегралов" http://math.krsu.edu.kg/metodich/undefint.pdf
6.3.2.7	Гончарова И.В., Давидюк Т.А. "Определенный интеграл и его приложения" http://math.krsu.edu.kg/metodich/oprnt.pdf

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест (ауд. 6/116);
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест (ауд. 6/116);
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видео-материалов;
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования по различным разделам математики.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Математика» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 7.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (недельных заданий).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде и высылается преподавателю на проверку и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся самостоятельного изучения лекций, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.

Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.

При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить недельные задания. Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятии студент получает недельное задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения недельных заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях.

ВЫПОЛНЕНИЕ НЕДЕЛЬНОГО ЗАДАНИЯ

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить 12 недельных заданий.

Недельные задания приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Если студент за недельные задания набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает недельные задания на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К НЕДЕЛЬНЫМ ЗАДАНИЯМ

Перед выполнением недельных заданий студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях. В случае затруднения выполнения недельных заданий следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Математика» проводится в виде контрольной работы. Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4.

До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить недельные задания. Контрольные работы

студенты должны выполнить и выслать преподавателю в сроки согласно технологической карте.
В случае, если студент не выслал рубежной контроль по уважительной причине, то он должен выслать его, но обязательно до промежуточной аттестации.
Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать недельные задания. Образцы выполнения контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию (экзамен, зачет, диф.зачет) студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации.

На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.

Оценка промежуточного контроля:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 9.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ

1. Найти: $P = (2A - 3B)C$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие: $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

3. Выполнить действие: $7 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

5. Выполнить действие: $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

6. Найти произведение матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ на матрицу

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

7. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

8. Найти произведение матриц AB и BA , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

10. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$.

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

17. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$.

18. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3.$

19. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

21. Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

$$1) \begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases} \quad 5) \begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases} \quad 6) \begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases} \quad 9) \begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$$

21. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений
- $$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$
22. Даны координаты точек $A(1;3;5)$ и $B(2;5;6)$. Найти координаты вектора \overrightarrow{AB} , длину вектора.
23. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$, если $\vec{a} = (1;2;1)$, $\vec{b} = (5;10;-5)$.
24. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{1;2;-2\}$ и $\vec{b} = \{-2;6;3\}$.
25. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.
26. Даны точки $A(3;-4;-2)$, $B(2;5;-2)$. Найти проекцию вектора \overrightarrow{AB} на ось, составляющую с координатными осями Ox , Oy углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ соответственно, а с осью Oz – тупой угол γ .
27. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.
28. Вычислить $np_a \vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.
29. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти проекцию вектора \vec{a} на ось вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.
30. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?
31. Найти координаты вектора $\vec{a} \times (2\vec{a} + \vec{b})$, если $\vec{a} = (3;-1;-2)$, $\vec{b} = (1;2;-1)$.
32. Найти значение α , при котором векторы $\vec{a} = \{\alpha + 1; 3 - 2\alpha; \alpha - 1\}$ и $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$ перпендикулярны.

33. Найти абсциссу вектора \vec{a} , если известно, что векторы $\vec{a} = (x; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; -1; 3)$, $\vec{c} = (1; 9; -11)$ компланарны.
34. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.
35. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ и указать координаты нормального вектора.
36. Даны вершины треугольника: $A(4; 6)$, $B(-4; 0)$, $C(-1; -4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC .
37. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2; -8)$, $Q(-1; 7)$.
38. Даны вершины треугольника: $A(1; 2)$; $B(3; 7)$; $C(5; -13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB .
39. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x + 3y + 11 = 0$, $2x + 3y - 13 = 0$. Вычислить его площадь.
40. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$, $x + 4y + 13z - 23 = 0$.
41. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.
42. Составить уравнение плоскости проходящей через ось Oz и точку $A(2; -3; 4)$.
43. Найти расстояние от точки $M_0(1, -6, -5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(2, 1, -2)$.

44. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t - 1; \\ y = t + 2; \\ z = 1 - t. \end{cases}$ с плоскостью

$$3x - 2y + z = 0.$$

45. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x - 3y + 6z + 7 = 0$?

46. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.

47. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; -3; -5)$ перпендикулярно к плоскости $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.

48. При каких значениях A и B плоскости $2x + Ay + 3z - 5 = 0$ и $Bx - 6y - 9z + 2 = 0$ параллельны.

49. При каком значении α и β уравнения $2x + \alpha y + 3z - 8 = 0$ и $\beta x - 6y - 6z + 4 = 0$ будут определять параллельные плоскости.

Вычислить пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + x + 11}{2x^4 + 5x^2 + 1},$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{4x^2 + 5x + 1},$

6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 + 4x^2 + 1}{x^3 + 5x^2 + 10},$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10}$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)}{x^2 - 5x + 6}$$

$$13) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2 + 3x + x^2},$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x^2 - 4x + 3}$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$$

$$16) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x^2 + x - 6}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{(x-1)^2}$$

$$18) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 16}$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x+7}}{6 - 3x}$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 4}{4x - 12}$$

$$22) \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{x + 8}$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x+3} - 2}$$

Найти производные функций

$$1) y = (3^x - \sqrt[3]{x})(3 \operatorname{arctg} x - 2 \log_3 x) + \sqrt{2}$$

$$2) y = \frac{e^x - 2}{\arcsin x + 2 \ln x} + \sin 1$$

$$3) y = \frac{\log_2 x + \operatorname{tg} 2}{\arccos x - 2x^2} - \ln 10$$

$$4) y = \left(2 \cos x - \frac{3}{x} \right) (\operatorname{arcctg} x + 4^3)$$

$$5) y = \left(2 \operatorname{ctg} x - \frac{5}{x^3} \right) (\cos x - \ln x)$$

$$6) y = \frac{2^x - x^2 + e^2}{2 \log_2 x - 3}$$

$$7) y = \frac{5e^x + 3x^2}{2 \arcsin x + 4 \sin x} + \operatorname{tg} 5$$

$$8) y = (3 \cos x - 4 \ln x) \left(\frac{2}{x^2} + e^3 \right)$$

$$9) y = (5 \operatorname{ctg} x + 7^x) \left(\sqrt[4]{x^3} + 3 \sin x \right)$$

$$10) y = (5 \arcsin x + 2^x) \left(\sqrt[5]{x^3} - 3 \operatorname{tg} x \right)$$

$$11) y = \frac{3 \ln x + 5 \sqrt[3]{x^7}}{2 \operatorname{arctg} x + 4} + \ln 7$$

$$12) y = \frac{3e^x + 5}{2 \operatorname{tg} x + 4 \sqrt[3]{x^4}}$$

$$13) y = (3e^x - 4 \cos x) (\log_3 x + 5 \operatorname{tg} x) + \sqrt{7}$$

$$14) y = (3 \operatorname{tg} x + 5 \sqrt[5]{x^3}) (\operatorname{arctg} x - 4^x)$$

$$15) y = (2 \operatorname{arctg} x + 4^x) (3 \ln x - x^3 + 1)$$

$$16) y = (2 \operatorname{ctg} x + 3 \ln x) \left(4 \arcsin x - \sqrt[4]{x^3} \right)$$

$$17) y = \sin(x^3 + 2 \ln x) + \sqrt{2}$$

Найти производные функций сложных функций $y = \sin(x^3 + 2 \ln x) + \sqrt{2}$

$$1. y = (x + 4 \sin x)^3$$

$$2. y = \operatorname{arctg}(\sin 3x + 4)$$

$$3. y = \ln(3x^2 + 2 \operatorname{tg} x) + 1$$

$$4. y = 5^{\arcsin x - 3\sqrt{x}} + 2$$

$$5. y = \arccos(5x^2 + 5)$$

$$6. y = \sin(\sqrt[3]{x} + 4x) - 3$$

$$7. y = \log_5(\sin 2x + 4) + \sqrt{3}$$

$$8. y = \operatorname{tg}(\log_2 x + 3)$$

$$9. y = 3^{\sqrt[4]{x} + 2x}$$

$$10. y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$$

$$11. y = \log_3(3x - \cos x)$$

$$12. y = \arcsin(2x^3 + \cos x)$$

$$13. y = \operatorname{ctg}\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$$

$$14. y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$$

$$15. y = \arccos(\ln x + 4 \operatorname{tg} x).$$

$$16. y = \arccos(\cos 2x - \ln x).$$

$$17. y = \operatorname{arctg}(4e^x - 5).$$

Найти неопределенный интеграл

- 1) $\int \frac{x^{7^x} - 8 + 4x \cos x}{x} dx.$
- 2) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx.$
- 3) $\int \frac{(6x - 3)^2}{x} dx.$
- 4) $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx.$
- 5) $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx.$
- 6) $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx.$
- 7) $\int \frac{3xe^x - x \sin x + 5x}{x} dx.$
- 8) $\int \frac{(2x + 3)^2}{x^5} dx.$
- 9) $\int \frac{2x + 1}{x - 1} dx.$
- 10) $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx.$
- 11) $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx.$
- 12) $\int \frac{(3x + \sqrt[3]{x})}{x^2} dx.$
- 13) $\int \frac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx.$
- 14) $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx.$
- 15) $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx.$
- 16) $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx. \int \frac{(x + 2)^2}{x^2} dx.$
- 17) $\int \frac{(x + 1)^2}{x^5} dx.$
- 18) $\int \frac{x^2 - 6}{x - 5} dx.$
- 19) $\int \frac{4x^3 + 15x^2 e^x + 14x^4}{x^2} dx.$
- 20) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx.$
- 21) $\int (3x - 2) \cos 2x dx.$

- 22) $\int (3x-2)e^{2x} dx$.
- 23) $\int (3+9x)\cos 8x dx$.
- 24) $\int (x^2-3x)\ln x dx$.
- 25) $\int (5x+23)\cos 8x dx$.
- 26) $\int (10x-4)\sin 5x dx$.
- 27) $\int (5x^2-16x^4-2)\ln x dx$.
- 28) $\int x^4 \ln x dx$.
- 29) $\int (2x+1)e^x dx$.
- 30) $\int (6x+2)\sin 6x dx$.
- 31) $\int (3\cos x+5)\sin x dx$.
- 32) $\int (3x-1)\sin 3x dx$.
- 33) $\int (2x+5)3^x dx$.
- 34) $\int (x^2+2x)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

- | | |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$. 2. $\int_1^2 \frac{e^x}{x^2} dx$. 3. $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$. 4. $\int_0^1 6(x^2+x^3e^{x^4}) dx$. 5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$. 6. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1} dx$. 7. $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$. 15. . 16. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$ 17. $\int_0^{1/2} \operatorname{arctg} 2x dx$. | <ol style="list-style-type: none"> 8. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$. 9. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1} dz$. 10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$. 11. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx$. 12. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$. 13. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$. 14. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$ |
|--|--|

$$18. \int_0^{\pi/2} (x+3)\sin x dx .$$

$$19. \int_1^e x^3 \ln x dx .$$

$$20. \int_{-3}^0 (x-2)e^{-x/3} dx .$$

$$21. \int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx .$$

$$22. \int_1^2 \ln(3x+2) dx .$$

$$23. \int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx .$$

$$24. \int_0^1 2x \operatorname{arctg} x dx .$$

25.

$$26. \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx .$$

$$27. \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx .$$

$$28. \int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx .$$

$$29. \int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx .$$

$$30. \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx .$$

$$31. \int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx .$$

$$32. \int_0^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7+x^2} dx .$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений

$$1. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

11. Вычислить работу силы $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(-2;1-3)$ в положение $B(3;-2;1)$.

12. Найти длину вектора $\vec{a} = 2\vec{x} - 3\vec{y}$, если $|\vec{x}| = 2$, $|\vec{y}| = 1$, $\angle(\vec{x}, \vec{y}) = 60^\circ$.

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

14. Даны вершины треугольника $A(2;0)$, $B(-4;3)$, $C(1;5)$. Найти внутренний угол треугольника при вершине A .

15. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;4)$ параллельно прямой $2x + 3y - 7 = 0$.

16. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + 2y + 4 = 0$ и $3x - y - 9 = 0$ перпендикулярно прямой $x + y - 7 = 0$.

17. Стальной трос подвешен за два конца; точки крепления расположены на одинаковой высоте; расстояние между ними равно 20 м. Величина его прогиба на расстоянии 2 м от точки крепления, считая по горизонтали, равна 14,4 см. Определить величину прогиба этого троса в середине между точками крепления, приближенно считая, что трос имеет форму дуги параболы.

18. Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

19. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ и построить данную кривую.

20. Какую линию определяет уравнение $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ и построить данную кривую.

21. Какую линию определяет уравнение $x = -\sqrt{y^2 - 4y}$ и построить данную кривую.

22. Установить, какая линия определяется уравнением $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$.

23. Установить, какая линия определяется уравнением $4x^2 - 3y^2 - 24x + 6y - 3 = 0$ и построить ее.

24. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить ее.

25. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить её.

26. Установить, какая линия определяется уравнением $y = 1 - \sqrt{4x + 8}$.

Построить ее.

27. Установить, какая линия определяется уравнением

$$y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}. \text{ Построить ее.}$$

28. Установить, какая линия определяется уравнением

$$9x^2 + 4y^2 + 54x - 8y + 49 = 0. \text{ Построить ее.}$$

29. Установить, какая линия определяется уравнением

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y + 9 = 0. \text{ Построить ее.}$$

30. Установить, какая линия определяется уравнением

$$x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}. \text{ Построить ее.}$$

31. Установить, какая линия определяется уравнением

$$x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}. \text{ Построить ее.}$$

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+5} \right)^{3x-4}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-x}{x^2+1} \right)^{x-3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg}^3 x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(6x^2)}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 12x}{\ln(1+6x)}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2x)}{e^{10x} - 1}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sin^2(10x)}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\operatorname{arcsin}(6x)}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x - 1}{\operatorname{arctg}^2(5x)}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{e^{2x^2} - 1}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+14x)}{\operatorname{arcsin} 7x}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{\sin(4x^2)}$

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{e^{3x^2} - 1}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2(3x)}{e^{6x^2} - 1}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^3)}{\operatorname{arctg}^3 x}$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin}(4x)}{\ln(1+3x)}$

Найти производные функций

1. $y = (\cos x)^{5e^x}$
2. $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg}x}$
3. $y = (\operatorname{tg}x)^{4x}$
4. $y = x^{\operatorname{arctg}x}$
5. $y = (\sin x)^{3x}$
6. $y = x^{\operatorname{arcsin}x}$
7. $y = (\sin x)^{x+1}$
8. $y = (x^3 - 1)^x$
9. $y = x^{\operatorname{arcsin}x}$
10. $y = (\sin x)^x$

Найти производную y'_x функции

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1) $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = 4t^2 + 5 \\ y = 3t^4 + 11 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x = \ln(5 + t) \\ y = \operatorname{arctg}t \end{cases}$ 11) | <ol style="list-style-type: none"> 6) $\begin{cases} x = e^t \\ y = (t^2 - t) \cdot e^t \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x = \ln(t + 1) \\ y = t^2 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = 3t^2 - 5t \end{cases}$ 9) $\begin{cases} x = t^2 + 3t \\ y = t^3 - 27t \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$ |
|---|---|

Найти производную от неявной функции

1. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$
2. $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$
3. $x^2 + yx + e^y = 0$
4. $x^3 y + x^2 y^2 + xy^3 = 0$
5. $2x^2 + y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$
6. $e^x - e^y = y - x$
7. $5x^2 + 3xy - 2y^2 + 3 = 0$
8. $2x^2 + 3^y + x \ln y = 0$

9. $x^2 y^3 + x - \sin y = 0$
10. $3y^2 + \sin y - x2^y = 0$

Найти неопределенный интеграл

- | | |
|---|---|
| 1. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2+3x^3} dx$ | 13. $\int \frac{(\arctg x)^2}{1+x^2} dx$ |
| 2. $\int \frac{x}{\cos^2 x^2} dx$ | 14. $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$ |
| 3. $\int \frac{e^x}{e^x - 3} dx$ | 15. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+6}} dx$ |
| 4. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$ | 16. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$ |
| 5. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x+4}}$ |
| 6. $\int e^x \sqrt{e^x + 3} dx$ | 18. $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$ |
| 7. $\int (\sin x + 5)^2 \cos x dx$ | 19. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x-1}}$ |
| 8. $\int \sqrt[6]{x^4 - 11} \cdot x^3 dx$ | 20. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$ |
| 9. $\int e^{x^6} \cdot x^5 dx$ | 21. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{3x-4}}$ |
| 10. $\int \frac{ctg^3 x}{\sin^2 x} dx$ | 22. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x+5}}$ |
| 11. $\int (e^x + 5)^4 e^x dx$ | 23. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-1}}$ |
| 12. $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{2+3x^5} dx$ | |

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции

- | | |
|------------------------------------|---------------------------------|
| 1) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$ | 9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ |
| 2) $y = 2x^2 - 8x + 2$ | 10) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$ |
| 3) $y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$ | 11) $y = x^3 - 3x^2$ |
| 4) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$ | 12) $y = x^4 - 2x^2 + 5$ |
| 5) $y = 3x - x^3$ | 13) $y = 2x^3 - 3x^2$ |
| 6) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$ | 14) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ |
| 7) $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$ | 15) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$ |
| 8) $y = x^4 - 2x^2 - 5$ | 16) $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$ |

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 3x$, $x^2 = 3y$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$, $y = x + 8$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2$, $x + 2y - 5 = 0$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $4y = x^2$, $x = \pm 2$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4 - x^2$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$,
 $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 7 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$.
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r^2 = 4 \cos 2\phi$, $r = \sqrt{2}$ ($r \geq \sqrt{2}$).
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 2 \cos \phi$, $r = 3 \cos \phi$.
10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3 \sin \phi$, $r = 5 \sin \phi$.
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3(1 + \cos \phi)$, $r = 3,5$ ($r \geq 3,5$).
12. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2$, $y = 2$. Ось вращения Oy .
13. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3$, $y = x$. Ось вращения Ox .
14. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3$, $y = x^2$. В вариантах 1-13 ось вращения Ox , в вариантах 14-25 ось вращения Oy .
15. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2$, $y = x$. Ось вращения Oy .
16. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \ln \cos x + 2$, $0 \leq x \leq \pi/6$.
17. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi$.
18. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\rho = 6 \sin \phi$, $0 \leq \phi \leq \pi/3$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Образцы недельных заданий

Недельное задание №1

1. Найти матрицу $D = (AB)^T + 2C$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему уравнений: а) по формулам Крамера;
б) матричным способом
в) методом Гаусса

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 17 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$

Недельное задание №2

1. Найти линейную комбинацию $3a_1 + 5a_2 - a_3$ векторов:

$$a_1 = (4, 1, 3, -2), a_2 = (1, 2, -3, 2), a_3 = (16, 9, 1, -3).$$

2. Векторы a и b образуют угол $\varphi = \frac{2}{3}\pi$; зная, что $|a| = 3$, $|b| = 4$, вычислить: 1) ab ; 2) $(a - b)^2$.

3. Векторы a и b образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$; зная, что $|a| = 6$, $|b| = 5$, вычислить длину их векторного произведения.

4. Установить, компланарны ли векторы a, b, c , если:

$$a = (2, 3, -1), a_2 = (1, -1, 3), a_3 = (1, 9, -11).$$

Недельное задание №3

1) Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ и указать координаты нормального вектора.

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

3) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через $M = (3; -2)$ параллельно вектору $a = (1; 3)$

4). Дана прямая $5x + 4y + 2 = 0$. Определить угловой коэффициент k прямой, перпендикулярной данной прямой.

5) Установить, какая линия определяется уравнением $y = +\sqrt{9 - x^2}$.

Недельное задание №4

1. Найти расстояние от точки $M_0(10, -8, -7)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 5, 2)$, $M_2(-6, 0, -3)$, $M_3(3, 6, -3)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

2. Определить, при каком значении D прямая $\begin{cases} 2x + 3y - z + D = 0 \\ 3x - 2y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$ пересекает ось Oz.

3. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$, $x - 2y + 5z + 17 = 0$.

4. При каком значении m прямая перпендикулярна плоскости $2x - my + z + 4 = 0$?

Недельное задание №5

Вычислить пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 3x}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}$;

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2})$.

г) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 12} - 2x}{3x^2 - 12}$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 4x^3 + 8}{3x^2 - 7}$

Недельное задание №6

1) Вычислить пределы:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+5} \right)^{3x-4}, & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\arcsin 3x} \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 5x \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} (2x-5)^{\frac{2x}{x-3}} & \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{6x}-1}{\ln(1+8x)} \end{array}$$

Недельное задание №7

1. Найти производные функций

1) $y = 5x - 2$; 2) $y = 3x^2 - 5x + 1$; 3) $y = \frac{x+1}{x-1}$; 4) $y = e^x \cos x$

2. Найти производные функций

1) $y = e^{4x}$; 2) $y = \cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x$; 3) $y = \sin \sqrt{1+x^2}$;

3. Найти производные функций, используя логарифмическое дифференцирование

1) $y = x^{x^2}$; 2) $y = (\sin x)^{\cos x}$; 3) $y = (\ln x)^x$.

4. Найти производные y'_x функций заданных параметрически

1) $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = b \sin^3 t \end{cases}$.

5. Найти производные функций заданных неявно

1) $x^3 + y^3 - 3axy = 0$; 2) $x^3 - 3y + 2ax = 0$.

6. Найти производные второго порядка функций:

1) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$; 2) $y = xe^{x^2}$

Недельное задание №8

1. Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}.$$

2. Найти интервалы монотонности и экстремумы функций:

$$1) y = x^2 - 2x + 3; \quad 2) y = e^{x^2 - 4x + 5}.$$

3. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функций: 1) $y = x^5 - 10x^2 + 7x - 9$; 2) $y = e^{-x^2}$.

4. Найти асимптоты кривых: 1) $y = \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$; 2) $y = \frac{2x^2 - 9}{x + 2}$.

Недельное задание №9

Найти интегралы

$$1. \int \left(\sqrt{x} + x + \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$6. \int \frac{dx}{x^2 + 3x - 10}$$

$$2. \int \operatorname{tg} x d(\operatorname{tg} x)$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{8 + 6x - 9x^2}}$$

$$3. \int \frac{dx}{(5x - 6)^2}$$

$$8. \int x \cos x dx$$

$$4. \int \frac{x^2 dx}{x^3 + 5}$$

$$9. \int \ln x dx$$

$$5. \int \frac{x}{x+6} dx$$

Недельное задание 10

Найти интегралы

$$1. \int \frac{xdx}{(x+1)(2x+1)} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}$$

$$2. \int \frac{dx}{x(x^2+1)}$$

$$4. \int \sin^3 x dx$$

$$5. \int \cos^3 x \sin x dx$$

6. $\int tg^3 x dx$

7. $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$

Недельное задание №11

1. Вычислить определенные интегралы

а) $\int_0^{\sqrt{3}} x^3 \sqrt{1+x^2} dx$; б) $\int_2^3 \frac{dx}{2x^2 + 3x - 2}$; в) $\int_{-\frac{1}{2}}^0 x \cdot e^{-2x} dx$; г) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \cdot \sin 3x dx$

2. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость.

а) $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{16x^4 + 1}$

б) $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}$

Недельное задание №12

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями.

а) $y = x^2, \quad y = 3 - x$ б) $x = 7 \cos^3 t, \quad y = 7 \sin^3 t$

2. Вычислить длину дуги данной линии.

а) $\begin{cases} x = 5 \cos^2 t \\ y = 5 \sin^2 t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ б) $\rho = 6 \cos^3 \left(\frac{\varphi}{3} \right), \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$

3. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси координат.

Φ : $y^2 = 4 - x, \quad x = 0, \quad \text{ось } OY$

ПРИЛОЖЕНИЕ №4

Образцы выполнения контрольных работ

Контрольная работа №1

ВАРИАНТ 1

Задание 1. Найти: $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ACD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 2

Задание 1. Найти $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 6 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-7, -5, 6)$, $B(-2, 5, -3)$, $C(3, -2, 4)$, $D(1, 2, 2)$. Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 3

Задание 1. Найти $P = (2A - 3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 7 \\ 4 & -3 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(1, 3, 1)$, $B(-1, 4, 6)$, $C(-2, -3, 4)$, $D(3, 4, -4)$. Вычислить: а) площадь грани ACD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 4

Задание 1. Найти $P=(2A-3B)C$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -20 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -21 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(2,4,1)$, $B(-3,-2,4)$, $C(3,5,-2)$, $D(4,2,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ABD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 5

Задание 1. Найти $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 1 & -5 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$;

б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное

произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;

д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-5, -3, -4)$, $B(1, 4, 6)$,

$C(3, 2, -2)$, $D(8, -2, 4)$. Вычислить: а) площадь грани ACD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 6

Задание 1. Найти $P = (2A - 3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & -7 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 8 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б)

вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное

произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} ;

д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3, 4, 2)$, $B(-2, 3, -5)$,

$C(4, -3, 6)$, $D(6, -5, 3)$. Вычислить: а) площадь грани ABD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 7

Задание 1. Найти $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{c} = 7\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-4, 6, 3)$, $B(3, -5, 1)$, $C(2, 6, -4)$, $D(2, 4, -5)$. Вычислить: а) площадь грани ACD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 8

Задание 1. Найти $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 33, \\ 7x - 5y = 24, \\ 4x + 11z = 39. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{c} = -12\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(7,5,8)$, $B(-4,-5,3)$, $C(2,-3,5)$, $D(5,1,-4)$. Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 9

Задание 1. Найти $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -3 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ -4 & 2 & -9 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12, \\ 7x - 5y + z = -33, \\ 4x + z = -7. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,-2,6)$, $B(-6,-2,3)$, $C(1,1,-4)$, $D(4,6,-7)$. Вычислить: а) площадь грани ABD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

ВАРИАНТ 10

Задание 1. Найти $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -9 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & -4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задание 2. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 4y - z = 6, \\ 5y + 4z = -20, \\ 3x - 2y + 5z = -22. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = 9\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 8\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$; б)

вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное

произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;

д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-5, -4, -3)$, $B(7, 3, -1)$, $C(6, -2, 0)$, $D(3, 2, -7)$. Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

Контрольная работа №2

Вариант 1.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(1,7)$.

Требуется: составить уравнение стороны AC ; найти длину стороны AC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины B . Сделать чертеж.

Задание 2. Установить, какие линии определяется следующими уравнениями:

a. $x = \frac{2}{3}\sqrt{9 - y^2}$,

c. $x - 4 = 0$,

b. $y = -\frac{2}{5}\sqrt{x^2 + 25}$,

d. $x = -5\sqrt{-y}$

Изобразить эти линии на чертеже.

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(-12,7,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,4,-7)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-5,-2,0)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, \quad 3x - 2y + 5z - 3 = 0.$$

ВАРИАНТ 2.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-4;-5)$, $B(3;3)$, $C(5,-2)$. *Требуется:* составить уравнение стороны BC ; найти длину стороны BC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины A ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

a. $x = -\frac{2}{3}\sqrt{9-y^2},$

c. $x + 4 = 0,$

b. $y = \frac{2}{5}\sqrt{x^2 + 25},$

d. $x = -5\sqrt{y}.$

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(1,-6,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1,2,-3)$, $M_2(4,-1,0)$, $M_3(2,1,-2)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, \quad x + 4y + 13z - 23 = 0.$$

ВАРИАНТ 3.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3;5)$, $B(4;-3)$, $C(-2,-4)$. *Требуется:* составить уравнение стороны AC ; найти длину стороны AC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины B ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

a. $x = -\frac{4}{7}\sqrt{49-y^2},$

c. $x + 6 = 0,$

b. $y = \frac{6}{8}\sqrt{x^2 + 64},$

d. $x = 2\sqrt{-y}.$

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(-7,0,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,-1,1)$, $M_2(-9,1,-2)$, $M_3(3,-5,4)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}, \quad 5x + 9y + 4z - 25 = 0.$$

ВАРИАНТ 4.

Задание 1 Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;-2)$, $B(-5;-4)$, $C(-1,6)$.
Требуется: составить уравнение стороны BC ; найти длину стороны BC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины A ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

a. $x = -\frac{5}{8}\sqrt{64-y^2}$,

c. $y + 6 = 0$,

b. $y = \frac{4}{7}\sqrt{x^2 - 49}$,

d. $y = 2\sqrt{-x}$.

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(-2,4,21)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,-1,1)$, $M_2(-2,0,3)$, $M_3(2,1,-1)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}, \quad 4x + y - 6z - 5 = 0.$$

ВАРИАНТ 5.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2;5)$, $B(-3;4)$, $C(-4,-2)$.
Требуется: составить уравнение стороны AC ; найти длину стороны AC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины B ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

a. $x = \frac{5}{8}\sqrt{64-y^2}$,

c. $y - 3 = 0$,

b. $y = -\frac{4}{7}\sqrt{x^2 - 49}$,

d. $y = 2\sqrt{x}$.

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(2,-1,4)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,2,0)$, $M_2(1,-1,2)$, $M_3(0,1,-1)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}, \quad 3x + 7y - 5z - 11 = 0.$$

ВАРИАНТ 6.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3;2)$, $B(-2;-5)$, $C(6,1)$.
Требуется: составить уравнение стороны BC ; найти длину стороны BC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины A ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

$$a. y = \frac{7}{4}\sqrt{16 - x^2},$$

$$c. y + 4 = 0,$$

$$b. x = -3\sqrt{y^2 - 4},$$

$$d. y = 3\sqrt{x + 1}.$$

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(-5,-9,1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,0,2)$, $M_2(1,2,-1)$, $M_3(2,-2,1)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}$, $x + 7y + 3z + 11 = 0$.

ВАРИАНТ 7.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-6;-4)$, $B(3;-7)$, $C(1,2)$.
Требуется: составить уравнение стороны AC ; найти длину стороны AC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины B ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

$$a. y = -\frac{7}{4}\sqrt{16 - x^2},$$

$$c. x + 4 = 0,$$

$$b. x = 3\sqrt{y^2 - 4},$$

$$d. y = -3\sqrt{x + 1}.$$

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(3,-2,-9)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,2,-3)$, $M_2(1,0,1)$, $M_3(-2,-1,6)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$, $x - 2y - 3z + 18 = 0$.

ВАРИАНТ 8.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2;1)$, $B(-7;3)$, $C(-4,-3)$.
Требуется: составить уравнение стороны BC ; найти длину стороны BC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины A ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

$$a. y = \frac{1}{3}\sqrt{36 + x^2},$$

$$c. x - 4 = 0,$$

$$b. x = -\frac{7}{4}\sqrt{16 - y^2},$$

$$d. x = -3\sqrt{y + 1}.$$

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(-6, 7, -10)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(3, 10, -1)$, $M_2(-2, 3, -5)$, $M_3(-6, 7, -10)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, \quad 2x - 5y + 4z + 24 = 0.$$

ВАРИАНТ 9.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-3; -4)$, $B(-6; 7)$, $C(1, 1)$.

Требуется: составить уравнение стороны AC ; найти длину стороны AC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины B ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

$$a. y = -\frac{1}{3}\sqrt{36 + x^2},$$

$$b. x = \frac{7}{4}\sqrt{16 - y^2},$$

$$c. x + 4 = 0,$$

$$d. x = 3\sqrt{y + 1}.$$

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(-2,3,5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1,2,4)$, $M_2(-1,-2,-4)$, $M_3(3,0,-1)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$, $3x + 4y + 7z - 16 = 0$.

ВАРИАНТ 10.

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(4;-5)$, $B(2;2)$, $C(7,4)$. Требуется: составить уравнение стороны AC ; найти длину стороны AC ; составить уравнение высоты, проведенной из вершины B ; сделать чертеж.

Задание 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже. $y = -\frac{4}{7}\sqrt{49-x^2}$,

a. $x = \frac{7}{4}\sqrt{y^2-16}$,

b. $x + y + 4 = 0$,

c. $x = -3\sqrt{-y}$.

Задание 3. Найти расстояние от точки $M_0(-3,4,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(0,-3,1)$, $M_2(-4,1,2)$, $M_3(2,-1,5)$. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку M_0 перпендикулярно плоскости P .

Задание 4. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$, $2x + 3y + 7z - 52 = 0$.

Контрольная работа №3

Вариант 1

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 3n + 1})$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} (x - \sqrt{x^2 + 8})$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$

5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{x^2 \cdot \arctg(3x)}$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{tg}(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 8}{5n^2 + 3n - 9}$$

Вариант 2

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 5n - 4} - n)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-2}{n+5} \right)^{5n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x + 6}{2^x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{e^{x-4} - 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{6x} - 1}{\ln(1+8x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + 8}{5n^2 + 3n^3 + 19}$$

Вариант 3

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+5}{3n-2} \right)^{n+5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} [\ln(x+3) - x^2 + 5]$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{2x^2 - 12x + 18}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 - 4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{tg}(5x)}{\arcsin^3(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{\sin(x-4)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{e^{5x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n^4 + 8}{5n^2 - 3n^3 - 9}$$

Вариант 4

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - \sqrt{n^4 + 3n^3 - 2n})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+6}{5n+5} \right)^{2n-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{2x^2 - 9} - 2x)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 8}}{2x - 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(2x)}{x \cdot \sin(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{2x-4} - 1}{x^2 - 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1-2x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^5 - 2n^4 + 1}{n^2 - 3n^5 - 8}$$

Вариант 5

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 - 5n + 5})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-4}{2n+3} \right)^{5-n}$
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 2}{3x^2 + 5x - 6}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{5 - \sqrt{x+23}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\operatorname{tg}^2(5x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}(2x-6)}{4 - \sqrt{x+13}}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{7^{3x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^3 + 2n^2 + 8n}{5n^2 - 3n^3 - 9}$

Вариант 6

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 - 2n + 4} - 3n)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n+4} \right)^{5n-2}$
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - x - 5}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+1}{5x-7} \right)^{x^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin^2(4x)}{\operatorname{arctg}^4(2x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{e^{3x-3} - 1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{4x} - 1}{\ln(1+9x)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^3 + 8}{3n^2 + 3n^4 - 9}$

Вариант 7

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 - \sqrt{4n^4 + 2n - 1})$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+7} \right)^{3n^2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-3} - 1}{2^{x-2} - 1}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$
5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{1 - \sqrt{4x-11}}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}^2(3x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{-6x} - 1}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 + 2n + 8}{6n^3 + 3n^5 - 9n}$

Вариант 8

Вычислить пределы:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n + 10} - n)$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-1}{4n+5} \right)^{6-2n}$
3. $\lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2 + 16} - x + 1)$

$$4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{15 - 5x}{3 - \sqrt{4x - 3}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(6x)}{\operatorname{arctg}^2(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7^{3x+3} - 1}{6x^2 + 7x + 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{\ln(1 + 5x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 6n + 2}{5n^2 - 3n^3 - 9n + 4}$$

Вариант 9

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{16n^2 - 2n + 7} - 4n \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n - 4}{6n + 5} \right)^{-2n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\ln(2x + 9)}{x^2 - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{2x^2 - 5x - 12}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(5x)}{1 - \cos(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 8x - 4}{\operatorname{arctg}(8 - 4x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 7x)}{8^{4x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - 5n^2 + 2}{3n^2 + 9n + 1}$$

Вариант 10

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 - \sqrt{n^4 - 3n^2 + 11} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n + 2}{7n - 4} \right)^{3n+2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x + 3}{x + 4} \right)^{x-5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2 - 5x - 2}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 24} - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(2x)}{x \cdot \sin^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} - 1}{\sqrt{2x+7} - 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{7x} - 1}{\ln(1 + 10x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^6 + 2n^2 + 2}{n^6 - 3n^3 - 9}$$

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$$

$$2. y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$$

$$3. y = \ln \sin(2x + 5)$$

$$4. y = x^{\ln x}$$

5. $y = (e^x - 3\cos x)(5 - 4\log_2 x)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1 + 2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $\ln(x + y) - \operatorname{arctg} x = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}$.

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$.

Вариант 2

1. Найти производные следующих функций:

1. $y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$

2. $y = \frac{4 \arccos x - e^x}{3 \log_2 x + 5x^3}$

3. $y = \frac{1}{2} \sin^4(\cos x)$

4. $y = x^{\arcsin x}$

5. $y = (2^x + 4 \sin x)(3 \ln x - 2)$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $\cos(xy) = \frac{y}{x}$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x - 1)}$.

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{4x^2}{3+x^2}$.

Вариант 3

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^2}$$

$$2. y = \frac{2 \ln x - 8x^4}{4^x - 2 \operatorname{arctg} x}$$

$$3. y = \arccos(\operatorname{ctg} 4x)$$

$$4. y = x^{\sqrt{x+1}}$$

$$5. y = (5 \operatorname{tg} x - e^x)(4 \log_7 x + 3)$$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1-4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\operatorname{arctg}(x+y) = x$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$а) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x+9) - \ln 3}.$$

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$.

Вариант 4

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3$$

$$2. y = \frac{e^x + 6 \arcsin x}{5x^2 - 2 \log_4 x}$$

$$3. y = \operatorname{arctg} e^{2x}$$

$$4. y = (\operatorname{tg} x)^{x^3}$$

$$5. y = (8 \operatorname{ctg} x + 3^x)(2 \ln x - 5)$$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 3t, \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $y \sin x + \cos(x - y) = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(\pi x)}{\sin(3\pi x)}$;

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{4^{x+2} - 1}$.

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

Вариант 5

1. Найти производные следующих функций:

1. $y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$

2. $y = \frac{7^x - 3 \arccos x}{4x^3 + 3 \ln x}$

3. $y = \ln(\arcsin 3x)$

4. $y = (\sin x)^{\cos x}$

5. $y = (e^x - 4 \operatorname{tg} x)(3 + 7 \log_3 x)$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1 + 6t), \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $y \sin x + \cos y = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{x^2 - 4\pi^2}{\operatorname{tg}(x)}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 4x)}{e^{3x-6} - 1}$.

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{12x}{9 + x^2}$.

Вариант 6

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3}$$

2.

$$y = \frac{7x^2 + 4\log_3 x}{2e^x - 5\operatorname{arctg}x}$$

$$3. y = e^{\operatorname{tg}(3x-2)}$$

$$4. y = (\arcsin x)^{x^2+1}$$

$$5. y = (5^x + 2\cos x)(10 - 3\ln x)$$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции $\begin{cases} x = \operatorname{arctg}4t, \\ y = t^4 + 4t^3. \end{cases}$

3. Найти производную y' от неявной функции $\operatorname{arctg}(x+y) - x - 2y = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$а) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin(3x + \pi/4)}{\pi/4 - x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5^{2x-3} - 5^5}{e^{x-4} - 1}.$$

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$.

Вариант 7

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^5 - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$$

$$2. y = \frac{3\operatorname{arctg}x - 5^x}{4\ln x - 5x^6}$$

$$3. y = \ln(e^{2x} + 3)$$

$$4. y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$$

5.

$$y = (e^x + 6\operatorname{ctg}x)(9 + 7\log_6 x)$$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1 - 5t), \\ y = t^5 - 10t^2. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{x+y} = \sin xy$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sin(2\pi x)}$;

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3^{5x+10} - 1}{\ln(4x+9)}$.

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$.

Вариант 8

1. Найти производные следующих функций:

1. $y = \sqrt[3]{x^7} - 4x^6 + \frac{4}{x^5}$

2. $y = \frac{2 \arccos x + e^x}{3 \log_2 x - 7x^3}$

3. $y = 3^{-\arcsin(6x)}$

4. $y = (x^3 - 1)^x$

5. $y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 5t, \\ y = 5t^2 - 20t. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $\operatorname{arcctg}(2x - 3y) = 5^y$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (2 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-4} - 1}{\ln(33 - 2x^2)}$.

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$.

Вариант 9

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$$

$$2. y = \frac{5 \ln x + 3x^4}{6 \arcsin x - 2^x}$$

$$3. y = (1 + \sin 2x)^{10}$$

$$4. y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctgx}}$$

5.

$$y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(2 + 3t), \\ y = t^6 - 3t^2. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $\cos(x - y) - 2x + 4y = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$а) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x)}{2x^2 - 6x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(4x - 6) - \ln 2}{2^{3x-6} - 1}.$$

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$.

Вариант 10

1. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$$

$$2. y = \frac{5 \arccos x - e^x}{4 \log_5 x - 6x^3}$$

$$3. y = 2^{\arcsin 5x}$$

$$4. y = (\ln x)^x$$

$$5. y = (10 \ln x + 6^x)(2 \sin x - \sqrt{3})$$

2. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 6t, \\ y = 3t^4 + 2t^3. \end{cases}$$

3. Найти производную y' от неявной функции $e^{xy} = \ln x + \operatorname{arccctg} y$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{\pi - x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{3^{x-1} - 1}.$$

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$.

Контрольная работа №5

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[3]{x^5} + \frac{2}{x^3} - 3 \right) dx.$$

$$2. \int x \sqrt{5 - x^2} dx.$$

$$3. \int \frac{x dx}{\sqrt{5 - 4x}}.$$

$$4. \int (3x - 2) \cos 2x dx..$$

$$5. \int \frac{dx}{3x^2 - 12x + 5}.$$

$$6. \int \frac{2x-1}{x+3} dx.$$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[4]{x^3} - \frac{3}{x^2} + 2 \right) dx.$$

$$2. \int \sin^5 x \cos x dx.$$

$$3. \int \frac{1}{\sqrt{x}-1} dx.$$

$$4. \int (5-4x) \sin 3x dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-6x+9}}.$$

$$6. \int \frac{3x+2}{x-1} dx.$$

Вариант 3

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{5}{x^4} - 2 \right) dx.$$

$$2. \int \frac{\sqrt[5]{\ln x}}{x} dx.$$

$$3. \int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx.$$

$$4. \int (2x+1)e^{5x} dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{12-5x-4x^2}}.$$

$$6. \int \frac{4x-5}{x+2} dx.$$

Вариант 4

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{6}{x^5} + 9 \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x^2}{x^3+8} dx.$$

$$3. \int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx.$$

$$4. \int (4 - 5x)3^x dx .$$

$$5. \int \frac{5 - 4x}{2x^2 + 16x - 20} dx .$$

$$6. \int \frac{2x + 7}{x - 3} dx .$$

Вариант 5

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[6]{x^5} - \frac{8}{x^3} - 10 \right) dx .$$

$$2. \int e^{\sin x} \cos x dx .$$

$$3. \int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx .$$

$$4. \int (x^3 - 4x + 1) \ln x dx .$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 27x - 15}} .$$

$$6. \int \frac{3x - 4}{x + 6} dx .$$

Вариант 6

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[4]{x^5} + \frac{7}{x^2} - 14 \right) dx .$$

$$2. \int \frac{(\arctg x)^3}{1 + x^2} dx .$$

$$3. \int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}} .$$

$$4. \int 4x \arctg x dx .$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{18 + 4x - 4x^2}} .$$

$$6. \int \frac{5x - 1}{x + 8} dx .$$

Вариант 7

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[3]{x^7} - \frac{5}{x^2} + 4 \right) dx.$$

$$2. \int e^{-x^4} \cdot x^3 dx.$$

$$3. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx.$$

$$4. \int (5x^2 - 16x^4 - 2) \log_2 x dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{5x^2 - 15x + 10}.$$

$$6. \int \frac{4x+1}{x-7} dx.$$

Вариант 8

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[4]{x^7} + \frac{3}{x^4} - 8 \right) dx.$$

$$2. \int (e^x + 4)^3 e^x dx.$$

$$3. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{3x-2}}.$$

$$4. \int (x^5 - 4x^3 + 3) \log_3 x dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 - 14x + 20}}.$$

$$6. \int \frac{5x+2}{x-2} dx.$$

Вариант 9

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[5]{x^9} - \frac{5}{x^7} + 4 \right) dx.$$

$$2. \int \frac{\arcsin x + 5}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$3. \int x\sqrt{1+x} dx.$$

$$4. \int (3-5x)\cos 3x dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{21-8x-3x^2}}.$$

$$6. \int \frac{6x-8}{x+4} dx.$$

Вариант 10

Найти неопределенные интегралы

$$1. \int \left(\sqrt[7]{x^2} + \frac{4}{x^8} - 2 \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x}{(2+x^2)} dx.$$

$$3. \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}.$$

$$4. \int (6x+2)\sin 6x dx..$$

$$5. \int \frac{dx}{3x^2+10x-15}.$$

$$6. \int \frac{6x+7}{x-8} dx.$$

Контрольная работа №6

Задание 1. Вычислить определенный интеграл

$$1.1 \quad \text{a) } \int_0^{\sqrt{3}} x^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx; \quad \text{б) } \int_0^1 \frac{dx}{2x^2 + 3x - 2};$$

$$1.2 \quad \text{a) } \int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5}{\sqrt{x^6 + 1}} dx; \quad \text{б) } \int_{-\frac{1}{2}}^0 x \cdot e^{-3x} dx;$$

$$1.3 \quad \text{a) } \int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2 + 1}; \quad \text{б) } \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}};$$

$$1.4 \quad \text{a) } \int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos x^2 dx; \quad \text{б) } \int_1^2 (y-1) \ln y dy;$$

$$1.5 \quad \text{a) } \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx; \quad \text{б) } \int_{-5}^{-2} \frac{dx}{x^2 + 4x - 21};$$

$$1.6 \quad \text{a) } \int_0^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{\sqrt{4 - x^2}}; \quad \text{б) } \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx;$$

$$1.7 \quad \text{a) } \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - 3x}}; \quad \text{б) } \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}};$$

$$1.8 \quad \text{a) } \int_0^{\pi/6} 12 \operatorname{ctg} 3x dx; \quad \text{б) } \int_0^{\pi/2} (x+3) \sin x dx;$$

Задание 2. Вычислить несобственные интегралы или доказать их расходимость.

$$2.1 \quad \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4 + 1}}; \quad \text{б) } \int_0^{1/3} \frac{e^3 + \frac{1}{x}}{x^2} dx;$$

2.2 $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{16x^4 - 1}}$;

б) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-x)^5}}$;

2.3 а) $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}$;

б) $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx$;

2.4 а) $\int_0^1 \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}$;

б) $\int_1^4 \frac{dx}{(x-4)^3}$;

2.5 а) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt[9]{1-2x}}$;

б) $\int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{31(x^3 - 1)}}$;

2.6 а) $\int_{-\infty}^0 \left(\frac{x^2}{x^3 - 1} - \frac{x}{x^2 + 1} \right) dx$;

б) $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{64 - x^6}}$;

2.7 а) $\int_0^{\infty} e^{-3x} \cdot x dx$;

б) $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}$;

2.8 а) $\int \frac{dx}{2(4+x^2)\sqrt{\pi \operatorname{arctg} \frac{x}{2}}}$;

б) $\int_0^{\pi/2} \frac{3\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$;

Задание 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями.

3.1 $\rho = 3\sqrt{\cos 2\varphi}$;

3.2 $y = x^2, \quad y = 3 - x$;

3.3 $y = \sqrt{x}, \quad y = x^3$;

3.4 $x = 7\cos^3 t, \quad y = 7\sin^3 t$;

3.5 $xy = 6, \quad x + y - 7 = 0$;

3.6 $y = x^3, \quad y = 1, \quad x = 0$;

3.7 $\rho = 3\sin 4\varphi$;

3.8 $y^2 = x^3, \quad x = 2$;

Задание 4. Вычислить длину дуги данной линии.

$$4.1 \quad \begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$$

$$4.2. \quad \begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t) \\ y = 2(\sin t - t \cos t) \end{cases}$$

$$4.3 \quad \begin{cases} \rho = \sin^3\left(\frac{\varphi}{3}\right) \\ (0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$4.4 \quad \begin{cases} \rho = 2 \sin^3\left(\frac{\varphi}{3}\right) \\ (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \end{cases}$$

$$4.5 \quad \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[2]{y^2} = \sqrt[3]{9}$$

$$4.6 \quad \begin{cases} x = \sqrt{3} t^2 \\ y = t - t^2 \end{cases}$$

$$4.7 \quad \begin{cases} x = 7(t - \sin t) \\ y = 7(1 - \cos t) \\ 2\pi \leq t \leq 4\pi \end{cases}$$

$$4.8 \quad \rho = 2(1 - \cos \varphi)$$

Задание 5. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси координат.

$$5.1 \quad \Phi: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, \text{ ось } OY$$

$$5.2 \quad \Phi: y^3 = x^2, y = 1, \text{ ось } OX$$

$$5.3 \quad \Phi: y = x^3, x = 0, y = 8, \text{ ось } OY$$

$$5.4 \quad \Phi: y^2 = (x + 4)^3, x = 0, \text{ ось } OY$$

$$5.5 \quad \Phi: y = -x^2 + 8, y = x^2, \text{ ось } OX$$

$$5.6 \quad \Phi: y = 2 - x^2 + 8, y = x^2, \text{ ось } OX$$

$$5.7 \quad \Phi: xy = 4, 2x + y - 6 = 0, \text{ ось } OX$$

$$5.8 \quad \Phi: x^3 = (y - 1)^2, x = 0, y = 0, \text{ ось } OX$$

ОБРАЗЕЦ БИЛЕТА

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс I Семестр I Дисциплина Математика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Теоремы о связи функции, имеющей предел с функцией б/м.
2. Несобственный интеграл первого рода.
3. Решить систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 17 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$

4. Найти угол между прямыми $y = 2x - 3$ и $y = \frac{1}{2}x + 5$

5. Найти предел функции а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 7x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{(x-1)^2}$

6. Найти производную функций

$$\text{а) } y = (\cos x)^{5e^x} \quad \text{б) } \begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$$

7. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx \quad \text{б) } \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

**ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ НЕДЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ,
КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

Шкала оценивания защиты недельных заданий

Критерии оценивания	Недельные задания № 1-12 (маж 3 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	0 – 0,5
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	0,5 – 1,5
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки Ответы на вопросы полные или частично полные	1,5-2,5
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	2,5 – 3

Шкала оценивания контрольных работ

Критерии оценивания	Контрольная работа №1,2 (маж 5 б)	Контрольная работа №3,4,5,6 (маж 6б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	0 – 1	0-2
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	1-3	2-4
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки Ответы на вопросы полные или частично полные	3-4	4-5
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	4-5	5-6

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Дисциплина: Математика

Группа: ЭТК-5-1-18

Курс/семестр-1/1

Количество кредитов (ЗЕ)-6

Отчетность- экзамен

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	Зачетный минимум	Зачетный максимум	График контроля
Модуль 1					
Модуль 1. Линейная и векторная алгебра	Текущий контроль	Выполнение недельных заданий №1,2	4	6	4
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	2	5	
Модуль 2					
Модуль 2. Аналитическая геометрия	Текущий контроль	Выполнение недельных заданий №3,4	4	6	7
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	2	5	
Модуль 3					
Модуль 3. Пределы	Текущий контроль	Выполнение недельных заданий №5,6	4	6	10
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	3	6	
Модуль 4.					
Модуль 4. Производная	Текущий контроль	Выполнение недельных заданий №7,8	4	6	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	3	6	
Модуль 5.					
Модуль 5. Неопределенный интеграл	Текущий контроль	Выполнение недельных заданий №9,10	4	6	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа №5	3	6	
Модуль 6.					
Модуль 6. Определенный интеграл	Текущий контроль	Выполнение недельных заданий №11,12	4	6	17
	Рубежный контроль	Контрольная работа №6	3	6	
Всего за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Образец выполнения контрольной работы №1

Вариант №1

Задание 1. Найти $4A^2 + 3B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Решить систему уравнений а) с помощью обратной матрицы; б) методом Крамера; в) методом Гаусса:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} + 5\vec{b} - 3\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Задание 4. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-5, -4, -3)$, $B(7, 3, -1)$, $C(6, -2, 0)$, $D(3, 2, -7)$. Вычислить: а) площадь грани BCD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

Решение

1) Вычислить $4A^2 + 3B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

Решение.

$$1) A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1-2+9 & 2+0+18 & 3+4+21 \\ -1+0+6 & -2+0+12 & -3+0+14 \\ 3-6+21 & 6+0+42 & 9+12+49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 20 & 28 \\ 5 & 10 & 11 \\ 18 & 48 & 70 \end{pmatrix},$$

$$2) 4A^2 = 4 \begin{pmatrix} 8 & 20 & 28 \\ 5 & 10 & 11 \\ 18 & 48 & 70 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & 80 & 112 \\ 20 & 40 & 44 \\ 72 & 192 & 280 \end{pmatrix},$$

$$3) 3B = 3 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 9 & 12 & 0 \\ 0 & 15 & 12 \end{pmatrix},$$

$$4) 4A^2 + 3B = \begin{pmatrix} 32 & 80 & 112 \\ 20 & 40 & 44 \\ 72 & 192 & 280 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ 9 & 12 & 0 \\ 0 & 15 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35 & 85 & 115 \\ 29 & 52 & 44 \\ 72 & 207 & 292 \end{pmatrix}.$$

2) Решить систему уравнений а) с помощью обратной матрицы;
б) методом Крамера; в) методом Гаусса:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

Решение .а) Обозначим

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

Тогда в матричной форме данная система будет иметь вид: $AX = B$.

Решение данного матричного уравнения находится по формуле: $X = A^{-1}B$

Находим определитель матрицы A :

$$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -8 - 3 - 8 + 2 = -17.$$

Так как $\det A \neq 0$, то существует обратная матрица, которая по алгоритму, изложенному в §3, имеет вид:

$$A^{-1} = -\frac{1}{17} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix}.$$

Подставляя значения в формулу $X = A^{-1}B$, получим:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17} \begin{pmatrix} -48 + 10 - 13 \\ 6 + 20 - 26 \\ -60 + 55 + 39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix},$$

т. е. решение системы $(3; 0; -2)$.

б) Определитель системы $\det A = -17 \neq 0$, следовательно, существует единственное решение системы.

Вычислим вспомогательные определители $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$ полученные из матрицы A заменой соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -6 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & -1 \\ 13 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -51; \quad \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} -2 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 13 & -2 \end{vmatrix} = 0; \quad \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 13 \end{vmatrix} = 34.$$

По формулам Крамера

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{-51}{-17} = 3, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{0}{-17} = 0, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{34}{-17} = -2,$$

т. е. решение системы $(3; 0; -2)$.

в) Составим расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array} \right).$$

Элемент $a_{11} = -2 \neq 0$ принимаем за разрешающий. Преобразование проведем методом Гаусса, используя правило прямоугольников:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{-2} & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array} \right) &\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & \boxed{3} & 2 & -4 \\ 0 & -11 & 4 & -8 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 34 & -68 \end{array} \right) \div 34 \\ &\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array} \right) \end{aligned}$$

На основе последней матрицы составим систему, равносильную исходной:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ 3x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_3 = -2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ 3x_2 + 2 \cdot (-2) = -4, \\ x_3 = -2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = 0, \\ x_3 = -2, \end{cases}$$

т. е. решение системы $(3; 0; -2)$.

Задание 3. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$.

Необходимо: а) найти линейную комбинацию векторов $2\vec{a} + 5\vec{b} - 3\vec{c}$; б) вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$; в) вычислить векторное произведение $\vec{a} \times \vec{c}$; г) вычислить смешанное произведение векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; д) найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $\vec{b} + \vec{c}$.

Решение. а) Находим координаты векторов, входящих в линейную комбинацию, используя определение операции произведения вектора на скаляр, имеем

$$2\vec{a} = 2(2; -3; 1) = (4; -6; 2), \quad 5\vec{b} = 5(0; 1; 4) = (0; 5; 20), \quad 3\vec{c} = 3(5; 2; -3) = (15; 6; -9).$$

Тогда искомая линейная комбинация равна:

$$\begin{aligned} 2\vec{a} + 5\vec{b} - 3\vec{c} &= (4; -6; 2) + (0; 5; 20) - (15; 6; -9) = (4 + 0 - 15; -6 + 5 - 6; 2 + 20 + 9) = \\ &= (-11; -7; 31) \end{aligned}$$

$$\text{б) } \vec{a} \cdot \vec{b} = (2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}) \cdot (\vec{j} + 4\vec{k}) = 2 \cdot 0 + (-3) \cdot 1 + 1 \cdot 4 = -3 + 4 = 1,$$

в) Используя формулу для нахождения векторного произведения, получим

$$\vec{a} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -13\vec{i} - 8\vec{j} + 2\vec{k}.$$

г) Используя формулу для нахождения смешанного произведения, имеем

$$\overline{abc} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -6 - 60 - 5 - 16 = -87.$$

д) Используем формулу $np_{\vec{b}+\vec{c}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{|\vec{b} + \vec{c}|}.$

Находим:

координаты вектора $\vec{b} + \vec{c} = (0; 1; 4) + (5; 2; -3) = (5; 3; 1);$

длину вектора $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{5^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{35};$

скалярное произведение $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = (2; -3; 1) \cdot (5; 3; 1) = 10 - 9 + 1 = 2.$

Подставляя в формулу, имеем:

$$np_{\vec{b}+\vec{c}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{|\vec{b} + \vec{c}|} = \frac{2}{\sqrt{35}}.$$

Задание 3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5), B(1,2,1), C(-2,-3,6), D(3,-6,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ACD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

Решение. а) Найдем координаты векторов:

$$\overline{AC} = (-2 - 3; -3 - 4; 6 - 5) = (-5; -7; 1),$$

$$\overline{AD} = (3 - 3; -6 - 4; -3 - 5) = (0; -10; -8).$$

Вычислим их векторное произведение:

$$\overline{AC} \times \overline{AD} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -5 & -7 & 1 \\ 0 & -10 & -8 \end{vmatrix} = 66\bar{i} - 40\bar{j} + 50\bar{k}.$$

Модуль векторного произведения равен:

$$|\overline{AC} \times \overline{AD}| = \sqrt{66^2 + (-40)^2 + 50^2} = \sqrt{8456} = 2\sqrt{2114},$$

$$\text{тогда } S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} |\overline{AC} \times \overline{AD}| = \sqrt{2114} \text{ (кв. ед.)}.$$

б) Так как координаты векторов:

$$\overline{AB} = (1-3; 2-4; 1-5) = (-2; -2; -4),$$

$$\overline{AC} = (-2-3; -3-4; 6-5) = (-5; -7; 1),$$

$$\overline{AD} = (3-3; -6-4; -3-5) = (0; -10; -8),$$

$$\text{то } V_{\text{мip.}} = \left| \frac{1}{6} \overline{ABACAD} \right| = \left| \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -5 & -7 & 1 \\ 0 & -10 & -8 \end{vmatrix} \right| = \frac{1}{6} \cdot 252 = 42 \text{ (куб. ед)}$$

Ответ: $(3; 0; -2)$.

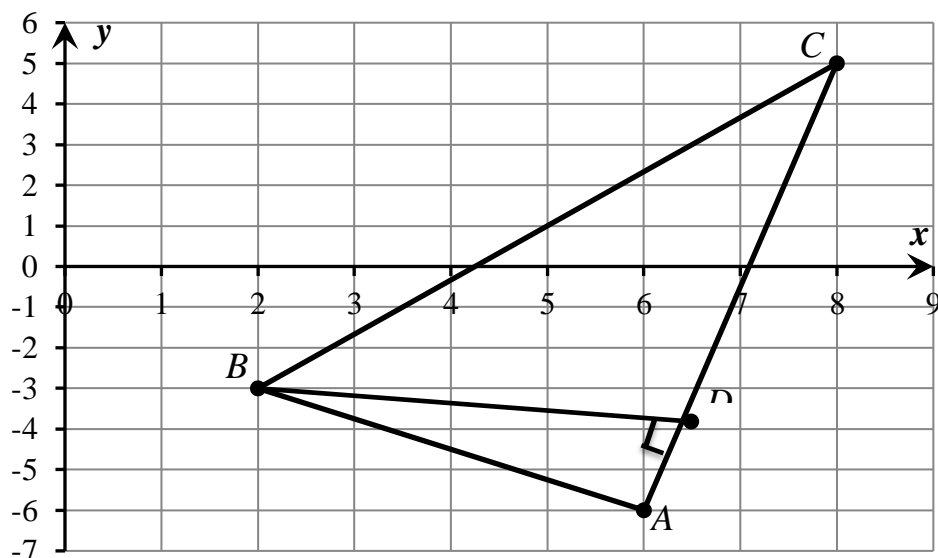
Образец решения контрольной работы №2

Вариант 1

Задача 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(6; -6)$, $B(2; -3)$, $C(8; 5)$. Требуется: 1) сделать чертеж; 2) составить уравнение стороны AB ; 3) найти длину стороны AB ; 4) составить уравнение высоты, проведенной из вершины B .

Решение:

1) Сделаем чертеж.



2) Для составления уравнения стороны AB используем формулу

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, \text{ где } A(6; -6), B(2; -3): \frac{y - (-6)}{-3 - (-6)} = \frac{x - 6}{2 - 6} \text{ или } \frac{y + 6}{3} = \frac{x - 6}{-4}$$

или $-4y - 24 = 3x - 18$ или $3x + 4y + 6 = 0$.

3) Для нахождения длины AB используем формулу расстояния между двумя заданными точками $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Подставляя значения, имеем

$$d = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-3 - (-6))^2} = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ (ед. дл.)}$$

4) Для составления уравнения высоты BD используем условие перпендикулярности прямых BD и AC , т.е. используем формулу $k_2 = -\frac{1}{k_1}$:

$k_{BD}k_{AC} = -1$. Найдем k_{AC} , используя формулу $k_{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, имеем

$$k_{AC} = \frac{5 - (-6)}{8 - 6} = \frac{11}{2}, \text{ следовательно, } k_{BD} = -\frac{1}{11/2} = -\frac{2}{11}.$$

Составим уравнение высоты BD по формуле $y - y_0 = k(x - x_0)$, зная, что $k_{BD} = -\frac{2}{11}$ и что она

проходит через точку $B(2; -3)$.

Получим: $y - (-3) = -\frac{2}{11}(x - 2)$ или $11y + 33 = -2x + 4$. Следовательно,

уравнение прямой имеет вид: $2x + 11y + 29 = 0$.

Задача 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$.

Решение. Преобразуем данное уравнение кривой, так как $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 5(x^2 - 6x) + 9(y^2 + 2y) + 9 = 5(x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2) + 9(y^2 + 2 \cdot 1y + 1 - 1) + 9 = 5(x - 3)^2 - 45 + 9(y + 1)^2 - 9 + 9 = 0$,

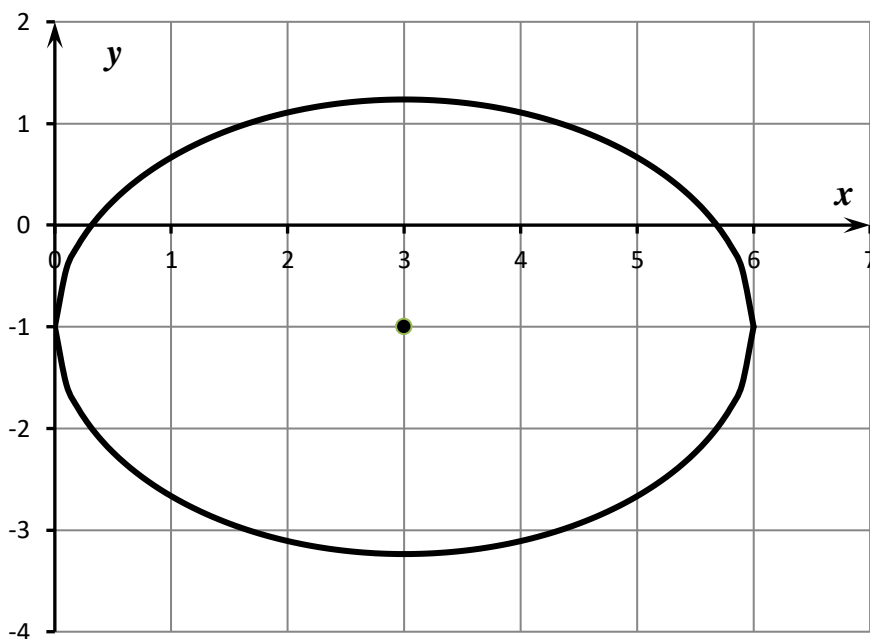
то уравнение можно написать в виде:

$$5(x - 3)^2 + 9(y + 1)^2 - 45 = 0$$

или

$$\frac{(x - 3)^2}{9} + \frac{(y + 1)^2}{5} = 1$$

Получили каноническое уравнение эллипса, его центр симметрии находится в точке $(3; -1)$, полуоси $a = 3$, $b = \sqrt{5}$.



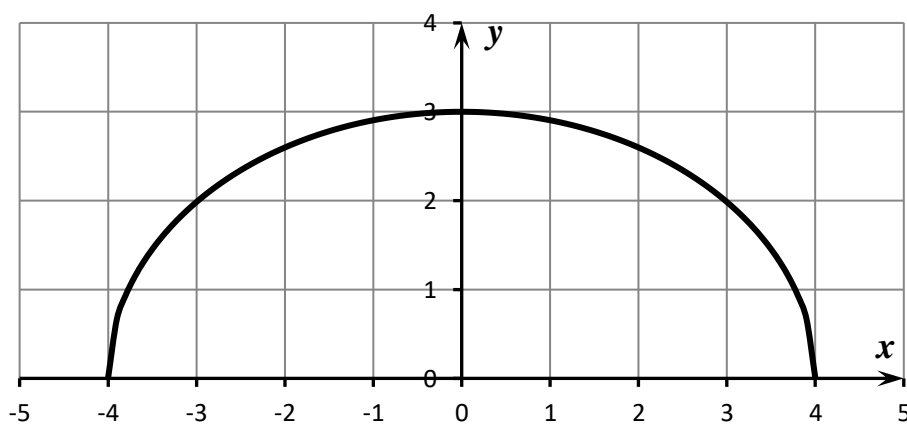
б) $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $y^2 = \frac{9}{16}(16 - x^2)$

или $y^2 = 9 - \frac{9}{16}x^2$, $\frac{9}{16}x^2 + y^2 = 9$, $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ – каноническое уравнение

эллипса с центром в начале координат и полуосями, равными $a = 4$, $b = 3$.

Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак «+», то исходное уравнение определяет часть эллипса, расположенную выше оси Ox .



в) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{16 + x^2}$. Возведем обе стороны уравнения в квадрат.

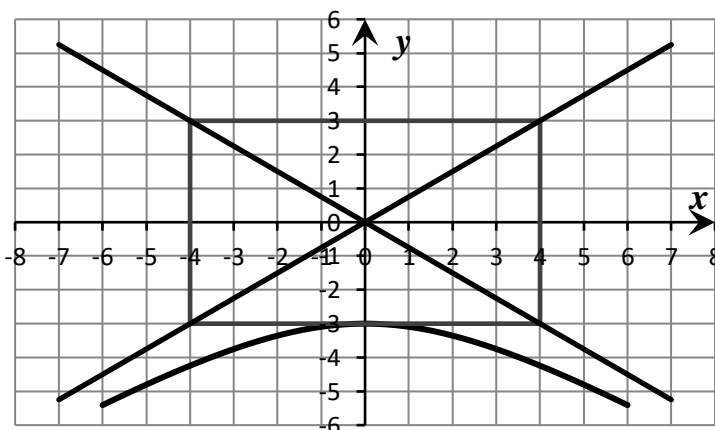
Получим: $y^2 = \frac{9}{16}(16 + x^2)$ или $y^2 = 9 + \frac{9}{16}x^2$, $-\frac{9}{16}x^2 + y^2 = 9$, $-\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ –

каноническое уравнение гиперболы с центром в начале координат и

полуосями, равными $a = 4$, $b = 3$. Так как, по условию, в уравнении перед

радикалом стоит знак «-», то исходное уравнение определяет часть

гиперболы, расположенную ниже оси Ox .



Задача 3. Найти расстояние от точки $M_0(-12, 7, -1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3, 4, -7)$, $M_2(1, 5, -4)$, $M_3(-5, -2, 0)$.

Решение. Составим уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки по формуле:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Получим:

$$\begin{vmatrix} x + 3 & y - 4 & z + 7 \\ 1 + 3 & 5 - 4 & -4 + 7 \\ -5 + 3 & -2 - 4 & 0 + 7 \end{vmatrix} = 25(x + 3) - 34(y - 4) - 22(z + 7) = 25x - 34y - 22z + 57 = 0$$

Тогда используя формулу $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, в которой $A = 25$,

$B = -34$, $C = -22$, $D = 57$, и $x_0 = -12$, $y_0 = 7$, $z_0 = -1$, получим:

$$d = \frac{|25 \cdot (-12) - 34 \cdot 7 - 22 \cdot (-1) + 57|}{\sqrt{25^2 + (-34)^2 + (-22)^2}} = \frac{459}{\sqrt{2265}} \text{ (ед. дл)}$$

Задача 4. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-5}{1}$ с плоскостью $x - 2y + z - 6 = 0$.

Решение. Для нахождения точки пересечения прямой и плоскости от уравнения прямой в каноническом виде переходим к уравнению прямой в параметрическом виде:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = t, \\ \frac{y-4}{-2} = t, \\ \frac{z-5}{1} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t + 3, \\ y = -2t + 4, \\ z = t + 5 \end{cases}$$

Подставим выражения для x, y, z в уравнение плоскости, получим равенство

$$t + 3 - 2(-2t + 4) + t + 5 - 6 = 0 \text{ из которого вытекает, что } 6t - 6 = 0, \text{ т.е.}$$

$$t = 1. \text{ Следовательно, } \begin{cases} x = t + 3 = 1 + 4 = 5, \\ y = -2t + 4 = -2 \cdot 1 + 4 = 2, \\ z = t + 5 = 1 + 5 = 6. \end{cases} \text{ точка пересечения имеет}$$

координаты $(5, 2, 6)$.

Образец решения контрольной работы №3

Вариант 1

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x)$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} \right)^{2x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x+4} \right)^{x-5}$

4.

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}{x^3 + 3x^2 - 4}$

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{2x + 2}}{x^2 - 3x + 2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\operatorname{arctg}^3(3x)}$

7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5^{x^2-4} - 1}{2x^2 + 3x - 2}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2} - 1}$

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n^2 + 6n + 12}{9n^2 + 5n^3 - 8n + 4}$

Решение

1.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x) = [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{9x^2 + 1} - 3x)(\sqrt{9x^2 + 1} + 3x)}{\sqrt{9x^2 + 1} + 3x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{9x^2 + 1})^2 - (3x)^2}{\sqrt{9x^2 + 1} + 3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2 + 1 - 9x^2}{\sqrt{9x^2 + 1} + 3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{9x^2 + 1} + 3x} = 0.$$

2) Найдем предел основания $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x+1} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 1.$

Так как показатель степени $x \rightarrow \infty$, то имеем неопределенность вида 1^∞ . Для того, чтобы раскрыть эту неопределенность, представим основание степени в виде $(1+\alpha)$, а в показателе выделим множитель $\frac{1}{\alpha}$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} \right)^{2x} = (1^\infty) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+1} + \frac{2}{x+1} \right)^{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x+1} \right)^{2x}$$

Чтобы завершить «построение» числа e , в показателе степени надо иметь выражение, обратное для $\frac{2}{x+1}$, т.е. $\frac{x+1}{2}$. Продолжая преобразования последнего предела, домножим показатель степени на две указанные дроби:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x+1} \right)^{\frac{x+1}{2} \cdot \frac{2}{x+1} \cdot 2x} = \underbrace{\left[\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x+1} \right)^{\frac{x+1}{2}} \right]^{\frac{4x}{x+1}}}_e = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x+1}} = e^4,$$

так как $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x+1} = 4$.

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x+4} \right)^{x-5} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x+4} \right)^{\lim_{x \rightarrow 1} (x-5)} = \left(\frac{2 \cdot 1 + 3}{1 + 4} \right)^{(1-5)} = 1^{-4} = 1$$

4) При $x = -2$ многочлены в числителе и знаменателе исходного выражения обращаются в нуль, следовательно, их пределы в точке $x = -2$ равны нулю и мы имеем неопределённость вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Преобразуем исходное выражение.

Разложим многочлены в его числителе и знаменателе на множители, воспользовавшись тем, что $x = 2$ является их корнем, разделив их на $x-2$:

$$\begin{array}{r} \underline{-x^3 + 7x^2 + 16x + 12} \quad | \underline{x+2} \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -5x^2 + 16x \\ \underline{5x^2 + 10x} \\ -6x + 12 \\ \underline{6x + 12} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{-x^3 + 3x^2 - 4} \quad | \underline{x+2} \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline -x^2 - 4 \\ \underline{x^2 + 2x} \\ -2x - 4 \\ \underline{-2x - 4} \\ 0 \end{array} .$$

Получаем

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}{x^3 + 3x^2 - 4} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 + 5x + 6)(x + 2)}{(x^2 + x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + x - 2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x + 3)}{(x + 2)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 3}{x - 1} = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

5) Имеем неопределённость вида $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. Преобразуем исходное выражение, умножив его числитель и знаменатель на множитель $\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{2x + 2}$, сопряжённый к числителю и применим формулу $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{2x + 2}}{x^2 - 3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{2x + 2})(\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{2x + 2})}{(x^2 - 3x + 2)(\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{2x + 2})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{(x^2 - 3x + 2)(\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{2x + 2})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} \cdot \underbrace{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x} + \sqrt{2x + 2}}}_{= \frac{1}{2\sqrt{6}}} = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 1)}{(x - 2)(x - 1)} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 1)}{(x - 1)} = \frac{3}{2\sqrt{6}}. \end{aligned}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\operatorname{arctg}^3(3x)} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\operatorname{tg}(2x)}{2x} \right)^3 \cdot (2x)^3}{\left(\frac{\operatorname{arctg}(3x)}{3x} \right)^3 \cdot (3x)^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot (2x)^3}{1 \cdot (3x)^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^3}{27x^3} = \frac{8}{27}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5^{x^2-4} - 1}{2x^2 + 3x - 2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\frac{5^{x^2-4} - 1}{x^2 - 4} \cdot (x^2 - 4)}{2x^2 + 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{2x-1} = \frac{-2-2}{2 \cdot (-2) - 1} = \frac{-4}{-5} = \frac{4}{5}.$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2} - 1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \cdot x^2}{\frac{e^{4x^2} - 1}{4x^2} \cdot 4x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 \cdot x^2}{1 \cdot 4x^2} = \frac{1}{4}.$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 2n^2 + 6n + 12}{9n^2 + 5n^3 - 8n + 4} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n^3}{n^3} - \frac{2n^2}{n^3} + \frac{6n}{n^3} + \frac{12}{n^3}}{\frac{9n^2}{n^3} + \frac{5n^3}{n^3} - \frac{8n}{n^3} + \frac{4}{n^3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{2}{n} + \frac{6}{n^2} + \frac{12}{n^3}}{\frac{9}{n} + 5 - \frac{8}{n^2} + \frac{4}{n^3}} =$$

$$= \frac{2 - \frac{2}{\infty} + \frac{6}{\infty} + \frac{12}{\infty}}{\frac{9}{\infty} + 5 - \frac{8}{\infty} + \frac{4}{\infty}} = \frac{2 - 0 + 0 + 0}{0 + 5 - 0 + 0} = \frac{2}{5}.$$

Образец выполнения контрольной работы №4

Вариант 1

1. Найти производные следующих функций:

1. $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

2. $y = \frac{\cos x}{x^3 + 9}$

3. $y = \sin \sqrt{1-x^2}$

4. $y = x^{e^x}$

5. $y = (2\operatorname{arctg}x + 3^x)(5\operatorname{arcsin}x - \sqrt{3})$

2. Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arccost \end{cases}$

3. Найти производную от неявной функции $x^3 + y^3 - xy = 0$.

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{2x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{e^x}.$$

5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = \frac{x}{1+x^2}$.

Решение

Задание 1. 1) $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

$$\begin{aligned} y' &= \left(5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x} \right)' = \left(5x^3 - 8x^{-2} + 4x^{1/2} \right)' = 5 \cdot 3x^2 - 8 \cdot (-2)x^{-3} + 4 \cdot \frac{1}{2}x^{-1/2} = \\ &= 15x^2 + \frac{16}{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

2) $y = \frac{\cos x}{x^3 + 9}$.

$$y' = \left(\frac{\cos x}{x^3 + 9} \right)' = \frac{(\cos x)'(x^3 + 9) - \cos x(x^3 + 9)'}{(x^3 + 9)^2} = \frac{-\sin x \cdot (x^3 + 9) - 3x^2 \cos x}{(x^3 + 9)^2}.$$

3) $y = \sin \sqrt{1-x^2}$.

$$\begin{aligned} y' &= \left(\sin \sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left(\sqrt{1-x^2} \right)' = \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \left((1-x^2)^{1/2} \right)' = \\ &= \cos \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot (1-x^2)' = -2x \cdot \frac{1}{2} \cdot (1-x^2)^{-1/2} \cdot \cos \sqrt{1-x^2} = \\ &= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \cos \sqrt{1-x^2}. \end{aligned}$$

4) $y = x^{e^x}$

Пролагорифмируем обе части равенства: $\ln y = \ln(x^{e^x})$; $\ln y = e^x \ln x$;

Продифференцируем обе части равенства:

$$\frac{y'}{y} = e^x \ln x + e^x \frac{1}{x}; \quad y' = y \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right)$$

$$y' = x^{e^x} \left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x} \right)$$

$$5) y = (2 \arctg x + 3^x)(5 \arcsin x - \sqrt{3})$$

$$\begin{aligned} y' &= (2 \arctg x + 3^x)' \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + (5 \arcsin x - \sqrt{3})' \cdot (2 \arctg x + 3^x) = \\ &= \left(2 \cdot \frac{1}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \left(5 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 0 \right) \cdot (2 \arctg x + 3^x) = \\ &= \left(\frac{2}{1+x^2} + 3^x \ln 3 \right) \cdot (5 \arcsin x - \sqrt{3}) + \frac{5}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (2 \arctg x + 3^x) \end{aligned}$$

Задание 2. . Найти производную y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arccost \end{cases}$

Вычислим x'_t и y'_t :

$$x'_t = \frac{1}{1+t^2} 2t = \frac{2t}{1+t^2}, \quad y'_t = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{\frac{2t}{1+t^2}} = -\frac{1+t^2}{2t\sqrt{1-t^2}}$$

Задание 3. Найти y' , если функция y задана уравнением:

$$x^3 + y^3 - xy = 0.$$

Решение. $3x^2 + 3y^2 y' - y - xy' = 0$,

$$y'(3y^2 - x) = y - 3x^2 \Rightarrow y' = \frac{y - 3x^2}{3y^2 - x}.$$

Задание 4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{2x^2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 6x)'}{(2x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 \sin 6x}{4x} = \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x}{1} = 9$

б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{e^x} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x + 3)'}{(e^x)'} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{e^x} = \left(\frac{2}{\infty} \right) = 0.$

Задание 5. Найти интервалы монотонности, экстремум функции:

$$y = \frac{x}{1 + x^2}$$

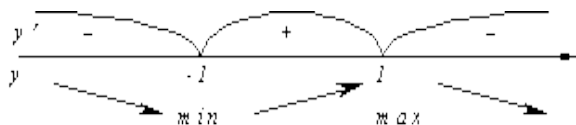
Решение.

Найдем первую производную

$$y' = \left(\frac{x}{1 + x^2} \right)' = \frac{x'(1 + x^2) - x(1 + x^2)'}{(1 + x^2)^2} = \frac{x'(1 + x^2) - x(1 + x^2)'}{(1 + x^2)^2} = \frac{1 + x^2 - 2x^2}{(1 + x^2)^2} = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2}$$

Найдем критические точки 1 рода

$$y' = 0, \quad \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2} = 0,$$



$$x = 1, \quad x = -1.$$

При $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ функция убывает,

при $x \in (-1, 1)$ функция возрастает.

$$x = -1 - \text{точка минимума, } y_{\min} = y(-1) = \frac{-1}{1 + (-1)^2} = -\frac{1}{2}.$$

$$x = 1 - \text{точка максимума, } y_{\max} = y(1) = \frac{1}{1 + 1^2} = \frac{1}{2}.$$

при $x \in (-\sqrt{3}, 0) \cup (0, \sqrt{3})$ функция вогнутая.

$$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = -\sqrt{3} - \text{точки перегиба.}$$

Образец выполнения контрольной работы №5

Вариант №1

1. $\int \frac{3x^2 - x^5 e^x - 14}{x^5} dx$.

2. $\int x\sqrt{x+4} dx$

3. $\int \frac{dx}{3 + 2\sin x + \cos x}$

4. $\int (3x + 2)\sin 2x dx$

5. $\int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx$

6. $\int \sin^3 x \cos x dx$

Решение

$$1. \int \frac{3x^2 - x^5 e^x - 14}{x^5} dx = \int \left(\frac{3x^2}{x^5} - \frac{x^5 e^x}{x^5} - \frac{14}{x^5} \right) dx = \int (3x^{-3} - e^x - 14x^{-5}) dx =$$

$$= 3 \int x^{-3} dx - \int e^x dx - 14 \int x^{-5} dx = 3 \frac{x^{-2}}{-2} - e^x - 14 \frac{x^{-4}}{-4} + C = -\frac{3}{2x^2} - e^x + \frac{7}{2x^4} + C.$$

$$2. \int \sin^3 x \cos x dx = |\cos x dx = d \sin x| = \int \sin^2 x d \sin x = \frac{\sin^3 x}{3} + C.$$

$$3. \int x\sqrt{x+4} dx = \left| \begin{array}{l} \sqrt{x+4} = t, \quad x = t^2 - 4 \\ dx = (t^2 - 4)' dt = 2t dt \end{array} \right| = \int (t^2 - 4) \cdot t \cdot 2t dt = 2 \int (t^4 - 4t^2) dt =$$

$$= 2(t^4 - 4t^2) + C = 2 \frac{t^5}{5} - 8 \frac{t^3}{3} + C = \frac{2}{5} \sqrt{(x+4)^5} - \frac{8}{3} \sqrt{(x+4)^3} + C.$$

$$4. \int (3x + 2)\sin 2x dx = \left| \begin{array}{l} u = 3x + 2 \Rightarrow du = (3x + 2)' dx = 3 dx \\ dv = \sin 2x dx \Rightarrow v = \int dv = \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{array} \right| =$$

$$= -\frac{1}{2}(3x + 2)\cos 2x - \int -\frac{1}{2}\cos 2x \cdot 3 dx = -\frac{1}{2}(3x + 2)\cos 2x + \frac{3}{2} \int \cos 2x dx =$$

$$= -\frac{1}{2}(3x + 2)\cos 2x + \frac{3}{4} \sin 2x + C$$

$$5. \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx$$

Разложим знаменатель на множители $(x^2 + 2x - 3)(x - 4) = (x - 1)(x + 3)(x - 4)$

Дробь, стоящая под интегралом правильная. Разлагаем ее на простейшие

$$\frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3} + \frac{C}{x - 4}.$$

Умножим обе части этого равенства на знаменатель левой части:

$$2x^2 + 41x - 91 = A(x + 3)(x - 4) + B(x - 1)(x - 4) + C(x - 1)(x + 3);$$

$$2x^2 + 41x - 91 = A(x^2 - x - 12) + B(x^2 - 5x + 4) + C(x^2 + 2x - 3);$$

$$2x^2 + 41x - 91 = (A + B + C)x^2 + (-A - 5B + 2C)x + (-12A + 4B - 3C).$$

Левая часть равенства должна быть тождественно равна правой. Это будет иметь место только в том случае, когда коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства будут равны между собой.

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой части, получаем систему уравнений:

$$\begin{array}{l} x^2 \left| \begin{array}{l} A + B + C = 2 \\ -A - 5B + 2C = 41 \\ -12A + 4B - 3C = -91 \end{array} \right. \end{array}$$

Решив эту систему, получим $A = 4$, $B = -7$, $C = 5$.

$$\begin{aligned} \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx &= \int \frac{4}{x - 1} dx - \int \frac{7}{x + 3} dx + \int \frac{5}{x - 4} dx = \\ &= 4 \int \frac{d(x - 1)}{x - 1} - 7 \int \frac{d(x + 3)}{x + 3} + 5 \int \frac{d(x - 4)}{x - 4} = 4 \ln|x - 1| - 7 \ln|x + 3| + 5 \ln|x - 4| + C = \\ &= \ln \left| \frac{(x - 1)^4 (x - 4)^5}{(x + 3)^7} \right| + C \end{aligned}$$

Разложим знаменатель на множители $(x^2 + 2x - 3)(x - 4) = (x - 1)(x + 3)(x - 4)$

Дробь, стоящая под интегралом правильная. Разлагаем ее на простейшие

$$\frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 3} + \frac{C}{x - 4}.$$

Умножим обе части этого равенства на знаменатель левой части:

$$2x^2 + 41x - 91 = A(x + 3)(x - 4) + B(x - 1)(x - 4) + C(x - 1)(x + 3);$$

$$2x^2 + 41x - 91 = A(x^2 - x - 12) + B(x^2 - 5x + 4) + C(x^2 + 2x - 3);$$

$$2x^2 + 41x - 91 = (A + B + C)x^2 + (-A - 5B + 2C)x + (-12A + 4B - 3C).$$

Левая часть равенства должна быть тождественно равна правой. Это будет иметь место только в том случае, когда коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства будут равны между собой.

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой части, получаем систему уравнений:

$$\begin{array}{l|l} x^2 & A + B + C = 2 \\ x & -A - 5B + 2C = 41 \\ x^0 & -12A + 4B - 3C = -91 \end{array}$$

Решив эту систему, получим $A = 4$, $B = -7$, $C = 5$.

$$\begin{aligned} \int \frac{2x^2 + 41x - 91}{(x^2 + 2x - 3)(x - 4)} dx &= \int \frac{4}{x - 1} dx - \int \frac{7}{x + 3} dx + \int \frac{5}{x - 4} dx = \\ &= 4 \int \frac{d(x - 1)}{x - 1} - 7 \int \frac{d(x + 3)}{x + 3} + 5 \int \frac{d(x - 4)}{x - 4} = 4 \ln|x - 1| - 7 \ln|x + 3| + 5 \ln|x - 4| + C = \\ &= \ln \left| \frac{(x - 1)^4 (x - 4)^5}{(x + 3)^7} \right| + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6. \int \frac{x + 7}{x - 8} dx &= \int \frac{x - 8 + 15}{x - 8} dx = \int \left(\frac{x - 8}{x - 8} + \frac{15}{x - 8} \right) dx = \int \left(1 + \frac{15}{x - 8} \right) dx = \\ &= \int dx + 15 \int \frac{dx}{x - 8} = x + 15 \ln|x - 8| + C. \end{aligned}$$

Образец выполнения контрольной работы №6

Задание 1. Вычислить определенный интеграл с точностью до двух знаков

после запятой $\int_1^2 \frac{dx}{x(1+x^2)}$.

Решение. $\int_1^2 \frac{dx}{x(1+x^2)} = \int_1^2 \left(\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{1+x^2} \right) dx = \left. \begin{array}{l} 1 = a(1+x^2) + x(Bx+C) \\ x=0 \left\{ \begin{array}{l} A=1 \\ 0 = A+B \end{array} \right\} \begin{array}{l} A=1 \\ B=-1 \end{array} \\ x^2 \left\{ \begin{array}{l} 0 = A+B \\ 0 = c \end{array} \right\} \begin{array}{l} B=-1 \\ C=0 \end{array} \end{array} \right| =$

$$= \int_1^2 \frac{dx}{x} - \int_1^2 \frac{xdx}{x^2+1} = \ln|x| \Big|_1^2 - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \Big|_1^2 = \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 5 + \frac{1}{2} \ln 2 =$$

$$\frac{3}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 5 = \frac{3}{2} \cdot 0,69 - \frac{1}{2} \cdot 1,61 = 0,24$$

Задание 2. . Вычислить несобственные интегралы или установить их

расходимость: а) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$; б) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

Решение.

$$а) \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b x^{-3} dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{x^{-2}}{-2} \Big|_1^b = \lim_{b \rightarrow +\infty} \frac{-1}{2x^2} \Big|_1^b = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\frac{-1}{2b^2} + \frac{1}{2} \right) = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

интеграл сходится.

Вычислить несобственные интегралы или установить их

расходимость: а) $\int_0^2 \frac{dx}{x^3}$; б) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

б) Подынтегральная функция $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$ терпит бесконечный

разрыв при $x=0$. Тогда,

$$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{3-\varepsilon} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \arcsin \frac{x}{3} \Big|_0^{3-\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\arcsin \frac{3-\varepsilon}{3} - \arcsin 0 \right) =$$

$$= \arcsin \frac{3-0}{3} - 0 = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}.$$

Следовательно, интеграл сходится.

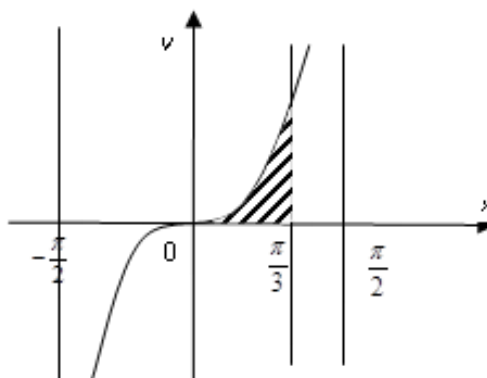
Задание 3.

а) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \operatorname{tg}x$, $y = 0$,

$$x = \frac{\pi}{3}.$$

Решение:

Сделаем чертеж.



Плоская фигура есть криволинейная трапеция.

Следовательно,

$$S = \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}x dx = -\ln |\cos x| \Big|_0^{\pi/3} = -(\ln \cos \frac{\pi}{3} - \ln \cos 0) = -(\ln \frac{1}{2} - \ln 1) = -\ln \frac{1}{2} = \ln 2$$

(кв.ед.).

б) Вычислить площадь, ограниченную одной аркой циклоиды: $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ и осью OX .

Решение. Если кривая задана уравнениями в параметрической форме

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}, \quad \text{где } t_1 \leq t \leq t_2,$$

то сделав подстановку $x = x(t)$, $dx = x'(t)dt$ в интеграле $S = \int_a^b f(x)dx$,

получим, что площадь криволинейной трапеции вычисляется по формуле

$$S = \int_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t)dt,$$

где t_1 , t_2 определяются из уравнений $a = x(t_1)$, $b = x(t_2)$ ($y(t) \geq 0$ для $t \in [t_1; t_2]$).

Для первой арки циклоиды $0 \leq t \leq 2\pi$.

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{2\pi} y(t)x'(t)dt = \int_0^{2\pi} a^2(1 - \cos t)^2 dt = a^2 \int_0^{2\pi} (1 - 2\cos t + \cos^2 t)^2 dt = \\ &= a^2 \int_0^{2\pi} \left(t - 2\sin t + \frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} \right) \Big|_0^{2\pi} dt = a^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 2\pi = 3\pi a^2. \end{aligned}$$

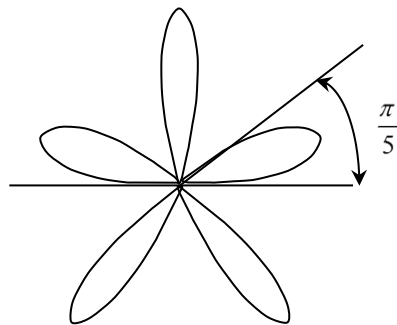
в) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = \sin 5\varphi$ (пятилепестковая роза).

Решение.

Если кривая задается в полярных координатах уравнением $r = r(\varphi)$, то площадь криволинейного сектора вычисляется по формуле

$$S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2(\varphi) d\varphi.$$

График функции $r = \sin 5\varphi$ в полярной системе координат имеет вид, указанный на рисунке. Пределы изменения угла φ можно найти из условия $r = 0 \Rightarrow \sin 5\varphi = 0$, $5\varphi = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$;



$$\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \frac{\pi}{5}.$$

Для одного лепестка φ изменяется от 0 до $\frac{\pi}{5}$, а всего имеется пять лепестков. Площадь всей фигуры, ограниченной этой линией, будет равна

$$\begin{aligned} S &= 5 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\pi/5} \sin^2 5\varphi d\varphi = \frac{5}{2} \int_0^{\pi/5} \frac{1 - \cos 10\varphi}{2} d\varphi = \frac{5}{4} \int_0^{\pi/5} (1 - \cos 10\varphi) d\varphi = \\ &= \frac{5}{4} \left(\varphi - \frac{\sin 10\varphi}{10} \right) \Big|_0^{\pi/5} = \frac{5}{4} \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\sin 10 \cdot \frac{\pi}{5}}{10} \right) = \frac{\pi}{4} \text{ (кв. ед.)}. \end{aligned}$$

Задание 4. а) Вычислить длину дуги $y = \ln \cos x$ от точки $M(0,1)$ до точки $N\left(\frac{\pi}{4}, \ln e\sqrt{2}\right)$.

Длину дуги вычисляем по формуле $l = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2} dx$.

$$l = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) \right| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} \right|.$$

б) Найти длину астроида $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t. \end{cases}$

Решение. Если кривая AB задана в параметрической форме, то длина дуги вычисляется по формуле

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt,$$

где t_1, t_2 – значения параметра, соответствующие концам дуги.

Найдем производные: $x'_t = 2 \cdot 3 \cos^2 t (-\sin t) = -6 \cos^2 t \sin t$;

$$y'_t = 2 \cdot 3 \sin^2 t \cos t = 6 \sin^2 t \cos t.$$

Найдем сначала длину кривой, лежащей в первой четверти:

$$\begin{aligned} \frac{l}{4} &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{(-6 \cos^2 t \sin t)^2 + (6 \sin^2 t \cos t)^2} dt = \int_0^{\pi/2} \sqrt{36 \cos^4 t \sin^2 t + 36 \sin^4 t \cos^2 t} dt = \\ &= \int_0^{\pi/2} \sqrt{36 \cos^2 t \sin^2 t (\cos^2 t + \sin^2 t)} dt = \int_0^{\pi/2} \sqrt{36 \cos^2 t \sin^2 t} dt = \\ &= \int_0^{\pi/2} 6 \cos t \sin t dt = 6 \int_0^{\pi/2} \sin t d(\sin t) = 3 \sin^2 t \Big|_0^{\pi/2} = 3. \end{aligned}$$

Следовательно, $l = 12$.

в) Найти длину кардиоиды $r = 3(1 + \cos \varphi)$.

Решение. В случае задания кривой в полярных координатах $r = r(\varphi)$

длина дуги вычисляется по формуле

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + (r')^2} d\varphi \quad r' = 3(-\sin \varphi) = -3 \sin \varphi;$$

Найдем сначала половину длины кардиоиды:

$$\begin{aligned} \frac{l}{2} &= \int_0^{\pi} \sqrt{(3(1 + \cos \varphi))^2 + (-3 \sin \varphi)^2} d\varphi = 3 \int_0^{\pi} \sqrt{(1 + 2 \cos \varphi + \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi)} d\varphi = \\ &= 3 \int_0^{\pi} \sqrt{2 + 2 \cos \varphi} d\varphi = 3 \int_0^{\pi} \sqrt{4 \cos^2 \frac{\varphi}{2}} d\varphi = 6 \int_0^{\pi} \cos \frac{\varphi}{2} d\varphi = 12 \sin \frac{\varphi}{2} \Big|_0^{\pi} = 12(1 - 0) = 12. \end{aligned}$$

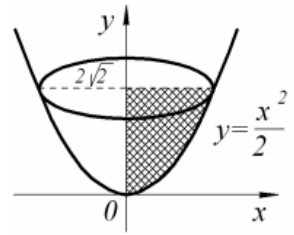
Тогда $l = 24$.

Задание 5. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{x^2}{2}$, $x = 0$, $y = 2\sqrt{2}$ вокруг оси Oy .

Решение. Используем формулу $V_y = \pi \int_a^b x^2 dy$,

находим

$$V_y = \pi \int_0^{2\sqrt{2}} 2y dy = \pi y^2 \Big|_0^{2\sqrt{2}} = \pi(8 - 0) = 8\pi.$$



ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка промежуточной аттестации:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

баллы	Критерии
8-10	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы линейной алгебры
5-7	понимает содержание основных методов линейной алгебры, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем
1-3	допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов линейной алгебры

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

баллы	Критерии
20-16	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)