

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет  
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина



## Вычислительная математика



### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>Высшей математики</b>	
Учебный план	21050551_19_6фпгнп н.plx Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР Физические процессы горного или нефтегазового производства. Специализация №2 "Физические процессы нефтегазового производства"	
Квалификация	<b>специалист</b>	
Форма обучения	<b>очная</b>	
Общая трудоемкость	<b>4 ЗЕТ</b>	
Часов по учебному плану	144	Виды контроля в семестрах: экзамены 5
в том числе:		
аудиторные занятия	54	
самостоятельная работа	54	
экзамены	35,7	


#### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	5 (3.1)		Итого	
	Неделя		18	
Вид занятий	уп	рп	уп	рп
Лекции	18	18	18	18
Практические	36	36	36	36
Контактная работа в период экзаменационной сессии	0,3	0,3	0,3	0,3
Итого ауд.	54	54	54	54
Контактная работа	54,3	54,3	54,3	54,3
Сам. работа	54	54	54	54
Часы на контроль	35,7	35,7	35,7	35,7
Итого	144	144	144	144

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, *Карбакиров К.Р.*; к.ф.-м.н., доцент, *Комарцов Н.М.*  

Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., профессор, *Байзаков А.Б.* 

Рабочая программа дисциплины

**Вычислительная математика**

разработана в соответствии с ФГОС 3+:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по специальности 21.05.05 ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ГОРНОГО ИЛИ НЕФТЕГАЗОВОГО ПРОИЗВОДСТВА (приказ Минобрнауки России от 12.09.2016 г. № 1156)

составлена на основании учебного плана:

Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР Физические процессы горного или нефтегазового производства.

Специализация №2 "Физические процессы нефтегазового производства"

утвержденного учёным советом вуза от 27.08.2019 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

**Вышей математики**

Протокол от 11.06.2019 г. № 2

Срок действия программы: 2019-2023 уч.г.

Зав. кафедрой профессор Лелевкина Л.Г.



Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

15.09 2020 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от 2.09 2020 г. № 1  
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

14.09 2021 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от 1.09 2021 г. № 1  
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

13.09 2022 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от 1 сент 2022 г. № 1  
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

5.09 2023 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от 30.08 2023 г. № 1  
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

**1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

1.1	научить студентов пользоваться основными понятиями и результатами, которые рассматриваются в данном разделе курса;
1.2	привить им соответствующую математическую культуру;
1.3	дать необходимый математический аппарат для изучения других естественнонаучных дисциплин;
1.4	обеспечить базовую математическую подготовку, позволяющую успешно решать современные прикладные инженерные и научные задачи в области технологии транспортных процессов, эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов и сформировать навыки формулировки математических постановок этих задач.

**2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП**

Цикл (раздел) ООП:	
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Для освоения данной дисциплины необходимы знания по курсам «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», "Дифференциальные уравнения", "Математическая физика" базовой части математического и естественнонаучного цикла.
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Моделирование разработки месторождений нефти и и газа
2.2.2	Спецглавы математики
2.2.3	Автоматизация производственных процессов в горном и нефтегазовом производстве
2.2.4	Термодинамика
2.2.5	Спецглавы физики
2.2.6	Измерения в физическом эксперименте
2.2.7	Геофизические исследования при разработке полезных ископаемых
2.2.8	Сопrotивление материалов
2.2.9	Электротехника и электроника
2.2.10	Гидромеханика

**3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**ПК-8: способностью определять пространственно-геометрического положения объектов, способностью обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений**

**Знать:**

Уровень 1	Нормативно-инструктивные документы и материалы по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Теоретические и методологические основы использования нормативно-инструктивных документов и материалов по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности
Уровень 3	Методы сбора, обработки, анализа и применения нормативно-инструктивных документов и материалов для соблюдения их требований по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе решения конкретных профессиональных задач

**Уметь:**

Уровень 1	Решать типовые учебные задачи по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Определять необходимость привлечения дополнительных знаний из смежных наук для решения задач по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности
Уровень 3	Применять знания определять геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений для решения конкретных профессиональных задач

**Владеть:**

Уровень 1	Навыками демонстрации базовых знаний определять пространственно-геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
-----------	--

Уровень 2	Навыками определения пространственно-геометрического положения объектов, обработки и интеренных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности
Уровень 3	Навыками определять пространственно-геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений для решения конкретных профессиональных задач

**ОПК-4: готовностью с естественно-научных позиций оценить строение, химический и минеральный состав горных пород, слагающих земную кору, морфологические особенности и генетические типы месторождений полезных ископаемых при решении задач по рациональному и комплексному освоению георесурсного потенциала недр на суше, на шельфе морей и на акваториях мирового океана**

**Знать:**

Уровень 1	Математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в естественнонаучных дисциплинах
Уровень 2	Теоретические и методологические основы естественнонаучных дисциплин и способы их использования при решении конкретных профессиональных задач
Уровень 3	Методы сбора и обработки экспериментальных данных

**Уметь:**

Уровень 1	Решать типовые учебные задачи по основным разделам естественнонаучных дисциплин
Уровень 2	Определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов естественнонаучных дисциплин для решения профессиональных задач
Уровень 3	Применять знания теоретических основ современных естественнонаучных дисциплин и аппарат математики в профессиональной сфере деятельности

**Владеть:**

Уровень 1	Навыками работы с учебной литературой, основной терминологией и понятийным аппаратом базовых естественнонаучных дисциплин
Уровень 2	Навыками использования теоретических основ базовых разделов естественнонаучных дисциплин при решении конкретных профессиональных задач
Уровень 3	Навыками использования теоретических основ и математический аппарат естественнонаучных дисциплин при решении конкретных профессиональных задач

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	основные понятия и методы вычислительной математики;
3.1.2	погрешность результата; корректность, обусловленность вычислительной задачи; методы аппроксимации; прямые и итерационные методы; интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона; вычислительная схема Эйткена; методы простых итераций, LU-разложения и Зейделя численного решения систем линейных уравнений; методы численного решения нелинейных уравнений; методы численного интегрирования; методы численного решения краевых задач и задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; методы численного решения уравнений с частными производными.
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	оценивать погрешности вычислений;
3.2.2	интерполировать функции;
3.2.3	численно решать системы линейных уравнений;
3.2.4	численно решать нелинейные уравнения методами бисекций, хорд, касательных и методом простых итераций;
3.2.5	численно решать обыкновенные дифференциальные уравнения методами Эйлера, Рунге-Кутты, конечных разностей, прогонки и методом последовательных приближений;
3.2.6	численно решать некоторые уравнения в частных производных эллиптического, гиперболического и параболического типов.
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	по применению методов построения типовых математических моделей в профессиональной области, аналитических и численных методами решения типовых задач и содержательной интерпретации полученных результатов

**4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Теория погрешностей и приближение функций.							

1.1	Классификация погрешностей результата численного эксперимента. Погрешности операций, функций. /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э2			
1.2	Определение абсолютной и относительной погрешностей приближенных чисел. /Пр/	5	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.2 Э2			
1.3	Применение цепных дробей для вычисления значений трансцендентных функций /Ср/	5	6	ОПК-4 ПК-8	Л1.3Л2.2 Э2			
1.4	Оценка погрешностей результатов вычисления значений функций. /Пр/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э6			
1.5	Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Вычислительная схема Эйткена. /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э3 Э4			
1.6	Интерполяционный многочлен Лагранжа. Схема Эйткена. /Пр/	5	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.3Л2.2 Э3 Э4			
1.7	Сплайны. Их свойства и построение. /Ср/	5	8	ОПК-4 ПК-8	Л1.3Л2.2 Э3 Э4			
1.8	Интерполяционные многочлены Ньютона. /Пр/	5	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.2 Э3 Э4			
	<b>Раздел 2. Приближенное решение нелинейных уравнений</b>							
2.1	Численные методы решения нелинейных уравнений. Методы отделения корней. /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э2 Э3 Э4			
2.2	Численные методы решения нелинейных уравнений. Методы отделения корней. /Пр/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э2 Э3 Э4			
2.3	Метод бисекций, хорд, Ньютона, простой итерации /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э2 Э3 Э4			
2.4	Метод бисекций, хорд, Ньютона, простой итерации /Пр/	5	6	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э2 Э3 Э4			
2.5	Комбинированные методы. Сходимость. Погрешность решения. /Ср/	5	6	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э2 Э3 Э4			
2.6	Приближенное решение систем нелинейных уравнений /Ср/	5	8	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.2 Э2 Э3 Э4			
	<b>Раздел 3. Приближенное решение систем линейных уравнений</b>							
3.1	Метод LU разложения. Метод простых итераций. /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1 Э5			
3.2	Метод LU разложения. Метод простых итераций. /Пр/	5	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.2 Э5			
3.3	Метод квадратных корней. /Ср/	5	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.3Л2.2 Э5			

3.4	Методы вычисления обратной матрицы, определителей. /Ср/	5	6	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.3Л2.2 Э2			
3.5	Метод Зейделя. Метод релаксации. /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.2 Э7			
3.6	Метод Зейделя. Метод релаксации. /Пр/	5	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.2 Э7			
	<b>Раздел 4. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений</b>							
4.1	Задача Коши. Численное интегрирование. Метод последовательных приближений. /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.2 Э2 Э4 Э5			
4.2	Метод Эйлера и его модификации. Методы Рунге-Кутты, Адамса /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.2 Э2 Э4 Э5			
4.3	Краевые задачи для ОДУ. Метод конечных разностей: линейные и нелинейные задачи /Лек/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.2 Э2 Э4 Э5			
4.4	Задача Коши. Численное интегрирование. Метод последовательных приближений. /Пр/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.2 Э2 Э4 Э5			
4.5	Метод Эйлера и его модификации. Методы Рунге-Кутты, Адамса /Пр/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.2 Э2 Э3 Э5			
4.6	Краевые задачи для ОДУ. Метод конечных разностей: линейные и нелинейные задачи /Пр/	5	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.2 Э2 Э3 Э5			
4.7	Модификации метода Эйлера. Методы взвешенных невязок. Метод Галеркина. Метод коллокации. /Ср/	5	8	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.3Л2.2 Э1 Э5			
4.8	Явные и неявные схемы. Свойства разностных схем для дифференциальных уравнений. Устойчивость. Сходимость. /Ср/	5	8	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1 Э1 Э5			
4.9	/Экзамен/	5	35,7					
4.10	/КрЭк/	5	0,3					

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

5 СЕМЕСТР - ЭКЗАМЕН

1. Погрешности вычислений
2. Оценка погрешностей результатов вычисления значений функций.
3. Вычислительные задачи, методы и алгоритмы
4. Интерполяционный многочлен Лагранжа
5. Интерполяционный многочлен Ньютона
6. Среднеквадратичное приближение (метод наименьших квадратов).
7. Вычислительная схема Эйткена
8. Метод LU-разложения
9. Метод простых итераций решения систем линейных уравнений
10. Метод Зейделя
11. Уравнения с одним неизвестным (метод деления пополам)

12. Уравнения с одним неизвестным (метод хорд)
13. Уравнения с одним неизвестным (метод касательных).
14. Уравнения с одним неизвестным (метод простых итераций).
15. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами
16. Численное интегрирование (формулы трапеций, Симпсона).
17. Выбор шага интегрирования
18. Численное интегрирование ОДУ. Задача Коши (метод Эйлера; схема предиктор-корректор).
19. Усовершенствованный метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши.
20. Численное интегрирование ОДУ. Задача Коши (методы Рунге-Кутты).
21. Численное интегрирование ОДУ. Краевые задачи (разностный метод)
22. Численное интегрирование ОДУ. Краевые задачи (метод прогонки)
23. Численное интегрирование ОДУ. Задача Коши (метод Адамса).
24. Численное интегрирование ОДУ (методы взвешенных невязок – подобластей, коллокаций).
25. Численное решение систем линейных уравнений (метод прогонки).
26. Метод уточнения и оценки погрешности Рунге.
27. Явные и неявные схемы. Свойства разностных схем для дифференциальных уравнений. Устойчивость. Сходимость.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

### 5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

### 5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Вычислительная математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

В 5 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3, №4 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3, 4 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3, 4 по разделам "Теория погрешностей и приближение функций", «Численное решение систем алгебраических уравнений и нелинейных уравнений», "Численное интегрирование", "Приближенное решение ОДУ и уравнений в частных производных".

Варианты лабораторных работ представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4,

Билеты для проведения итогового контроля в 5 семестре (экзамен) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

### 5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты.
2. Контрольные работы.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.	Численные методы: учебник	М.: БИНОМ. Лаборатория знаний 2015
Л1.2	Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В.	Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие	М.: БИНОМ. Лаборатория знаний 2015
Л1.3	Калиткин Н.Н.	Численные методы: учебное пособие	Спб.: БХВ-Петербург 2014

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Самарский А.А.	Введение в численные методы	2003
Л2.2	Калиткин Н.Н.	Численные методы: учебное пособие	Спб.: БХВ-Петербург 2014
<b>6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"</b>			
Э1	<a href="http://math.krsu.edu.kg">http://math.krsu.edu.kg</a>		
Э2	<a href="http://math.krsu.edu.kg/metodich/linalg.pdf">http://math.krsu.edu.kg/metodich/linalg.pdf</a>		
Э3	<a href="http://math.krsu.edu.kg/metodich/vectalg.pdf">http://math.krsu.edu.kg/metodich/vectalg.pdf</a>		
Э4	<a href="http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeomjan.pdf">http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeomjan.pdf</a>		
Э5	<a href="http://math.krsu.edu.kg/metodich/limits.pdf">http://math.krsu.edu.kg/metodich/limits.pdf</a>		
Э6	<a href="http://math.krsu.edu.kg/metodich/diffunc.pdf">http://math.krsu.edu.kg/metodich/diffunc.pdf</a>		
Э7	<a href="http://math.krsu.edu.kg/metodich/undefint.pdf">http://math.krsu.edu.kg/metodich/undefint.pdf</a>		
Э8	<a href="http://math.krsu.edu.kg/metodich/oprint.pdf">http://math.krsu.edu.kg/metodich/oprint.pdf</a>		
<b>6.3. Перечень информационных и образовательных технологий</b>			
<b>6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии</b>			
6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.		
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышление и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).		
6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам математического анализа.		
6.3.1.4	При проведении лекционных занятий по дисциплине «Вычислительная математика» целесообразно использовать мультимедийное презентационное оборудование, чтобы сделать более наглядными и понятными доказательства теорем, методики и алгоритмы решения задач и примеров, иллюстрирующих теоретические выводы и их прикладную направленность. Преподаватель использует компьютерные и мультимедийные средства обучения презентации, мультимедиа лекции, интерактивную доску.		
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения</b>			
6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), учебно-методический комплекс данной специальности (ЭУМК), необходимый учебный материал (ЭУМ), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека.		
6.3.2.2	Данные материалы размещены на сайте кафедры <a href="http://www.math.krsu.edu.kg">www.math.krsu.edu.kg</a>		
6.3.2.3	<a href="http://math.krsu.edu.kg/index.php?option=com_content&amp;task=view&amp;id=19&amp;Itemid=50">http://math.krsu.edu.kg/index.php?option=com_content&amp;task=view&amp;id=19&amp;Itemid=50</a>		

<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест;
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест;
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедиа, видео-материалов;
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования по различным разделам математического анализа.

<b>8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
---	--

Система балльной аттестации при изучении курса «Вычислительная математика» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

#### МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

#### ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.

Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.

При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы.

Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.

За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятии студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

#### ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить лабораторные работы (в пятом семестре – 6 лабораторных работ). Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта лабораторной работы выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Лабораторные работы выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за лабораторную работу набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает лабораторную работу на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением лабораторной работы студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях, приведенные в рабочей программе образцы выполнения типовых расчетов (ПРИЛОЖЕНИЕ № 9). В случае затруднения выполнения заданий лабораторной работы следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

#### ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Вычислительная математика» проводится в виде контрольной работы или с применением компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования (КОПТ). Образцы контрольных работ и КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИЯХ № 4, 5 соответственно.

До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.

Контрольные работы и компьютерное тестирование проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.

В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.

Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

Образцы выполнения контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 10.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ

Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования включают в себя задания с четырьмя вариантами ответов. В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту, количество верно решенных заданий.

#### ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию (экзамен, зачет, диф.зачет) студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации.

На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.

Оценка промежуточного контроля:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

#### ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 11.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)

ПРИЛОЖЕНИЕ №1.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа, если оно имеет только верные цифры в узком смысле: 0,57892;
2. Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа, если оно имеет только верные цифры в широком смысле: 68,889;

3. Определить, какое приближенное равенство более точно:  $\frac{25}{7} = 3,57$  или

$$\sqrt{28} = 5,29.$$

4. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки в узком смысле: 27,1745:  $\Delta = 0,00025$ .
5. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки в широком смысле: 9,8015:  $\delta = 0,8\%$ .

6. Пользуясь интерполяционной формулой Лагранжа, составить уравнение прямой, проходящей через точки  $P_0(1;3)$  и  $P_1(4;-1)$ .

7. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным

i	0	1	2
x	-1	0	2
y	1	-1	1

8. Построить интерполяционный многочлен Ньютона с разделенными разностями

i	0	1	2
x	-2	0	1
y	2	-1	1

9. Построить интерполяционный многочлен Ньютона с конечными разностями

i	0	1	2
x	-1	0	1
y	1	-1	2

10. Вычислить по схеме Эйткена приближенное значение функции, заданной таблично, при значении аргумента  $x=0$ :

i	0	1	2
x	-1	1	2
y	2	0	1

11. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента и без выбора главного элемента

$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 = 7 \\ 7x_1 - x_2 = -8 \end{cases}$$

12. Представить матрицу в виде L-U разложения:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

13. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом L-U разложения

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = -3 \end{cases}$$

14. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом простых итераций:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$$

15. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом Зейделя:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$$

16. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом релаксации:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$$

17. Отделить корни уравнения графически:  $\operatorname{tg} 2x - 3x = 0$ .

18. Отделить корни уравнения графически:  $x - 2e^{-x} = 0$ .

19. Отделить корни уравнения графически:  $\ln x + (x + 1)^3 = 0$ .

20. Отделить корни уравнения графически:  $1,8x^2 - \cos 10x = 0$ .

21. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом бисекций:

$$x^3 - x - 2 = 0;$$

22. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом хорд:

$$x^3 + x + 3 = 0;$$

23. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом Ньютона:

$$x^3 + x + 5 = 0;$$

24. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом простых итераций:

$$x^3 - x - 3 = 0;$$

25. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом бисекций:

$$x^3 + x^2 - 2 = 0;$$

26. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом хорд:

$$x^3 - x^2 + 3 = 0;$$

27. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом Ньютона:

$$x^3 + x^2 - 4 = 0;$$

28. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом простых итераций:

$$x^3 - x^2 + 5 = 0;$$

29. Для данной функции построить правую, левую и центральную первые разностные производные на интервале  $[-2;2]$  с шагом 1:

$$y = 3x^3 + x^2 - 2$$

30. Для данной функции построить вторые разностные производные на интервале  $[-2;2]$  с шагом 1:

$$y = 3x^3 + x^2 - 2$$

31. Найти два последовательных приближения решения уравнения  $y' = x^2 + y^2$  с начальным условием  $y(0)=0$ .

32. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,5$

$$y' = y - \frac{2x}{y};$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

5 СЕМЕСТР

1. Найти абсолютную погрешность приближенного вычисления значения

функции  $z = \frac{xy}{y-x}$  при заданных значениях аргументов

x	$1,258 \pm 0,001$
y	$10,45 \pm 0,05$

2. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	-1	0	2	3
y	1	-1	1	2

3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона с разделенными разностями и вычислить значение при  $x=-1$

i	0	1	2	3
x	-2	0	1	2
y	2	-1	1	3

4. Построить интерполяционный многочлен Ньютона с конечными разностями и вычислить значение при  $x=0,5$

i	0	1	2	3
x	-1	0	1	2
y	1	-1	2	3

5. Вычислить по схеме Эйткена приближенное значение функции, заданной таблично, при значении аргумента  $x=0$ :

i	0	1	2	3
x	-1	1	2	3

y	2	0	1	2
---	---	---	---	---

6. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента и без выбора главного элемента

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

7. Представить матрицу в виде L-U разложения:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

8. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом L-U разложения

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

9. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом простых итераций:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

10. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом Зейделя:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

11. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом релаксации:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

12. Вычислить первые две пары прогоночных коэффициентов в методе прямой прогонки:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

13. Вычислить первые две пары прогоночных коэффициентов в методе прямой прогонки:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

14. Вычислить число обусловленности по первой норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

15. Вычислить число обусловленности по второй норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

16. Вычислить число обусловленности по евклидовой норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

17. Вычислить число обусловленности по бесконечной норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

18. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом бисекций:

$$\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}x + 2 = 0;$$

19. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом хорд:

$$\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}x + 3 = 0;$$

20. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом Ньютона:

$$\sqrt{x+1} - 2x + 4 = 0;$$

21. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом простых итераций:

$$\sqrt{x+1} - 2x + 5 = 0;$$

22. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом

бисекций:

$$x^3 + 2x^2 + x - 2 = 0;$$

23. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом хорд:

$$x^3 - x^2 + x + 3 = 0;$$

24. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом Ньютона:

$$x^3 + x^2 + 2x - 4 = 0;$$

25. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом простых итераций:

$$x^3 - x^2 - x + 5 = 0;$$

26. Привести уравнение  $x^3 - 3x + 1 = 0$  к виду, пригодному для решения методом простой итерации на интервале  $[0,8; 2]$ .

$$\ln x - \frac{1}{x^2} = 0$$

27. Привести уравнение  $\ln x - \frac{1}{x^2} = 0$  к виду, пригодному для решения методом простой итерации на интервале  $[1,4; 1,7]$ .

28. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = y - \frac{2x}{y};$$

29. Методом Рунге-Кутты найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;0,5]$  в первых двух узлах сетки с шагом  $h=0,1$

$$y' = \frac{1}{4}y^2 + x^2;$$

30. Составить систему конечно-разностных уравнений для краевой задачи  $y'' - 2xy' - 2y = -4x; \quad y(0) - y'(0) = 0; \quad y(1) = 1 + e$  при  $h=0,1$ .

31. Составить систему конечно-разностных уравнений для краевой задачи  $y'' + xy + y = x + 1; \quad y(0,5) + 2y'(0,5) = 1; \quad y'(0,8) = 1,2$  при  $h=0,1$ .

ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

5 СЕМЕСТР

Типовой расчет №1

1.1.

- 1), 2) Вычислить и определить погрешности результата;
- 3) Вычислить пользуясь правилами подсчета цифр.

№ 1. 1)  $X = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$

	a	б	в
a	3,85 (±0,01)	4,16 (±0,005)	7,27 (±0,01)
b	2,0435 (±0,0004)	12,163 (±0,002)	5,205 (±0,002)
c	962,6 (±0,1)	55,18 (±0,01)	87,32 (±0,03)

2)  $X = \left[ \frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$

	a	б	в
a	4,3 (±0,05)	5,2 (±0,04)	2,13 (±0,01)
b	17,21 (±0,02)	15,32 (±0,01)	22,16 (±0,03)
c	8,2 (±0,05)	7,5 (±0,05)	6,3 (±0,04)
m	12,417 (±0,003)	21,823 (±0,002)	16,825 (±0,004)
n	8,37 (±0,005)	7,56 (±0,003)	8,13 (±0,002)

3)  $S = \frac{h^2}{18} \cdot \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}$

	a	б	в
a	1,141	2,234	5,813
b	3,156	4,518	1,315
h	1,14	4,48	2,56

№ 2. 1)  $X = \frac{\sqrt{a \cdot b}}{c}$

	a	б	в
a	228,6 (±0,06)	315,6 (±0,05)	186,7 (±0,04)
b	86,4 (±0,02)	72,5 (±0,03)	66,6 (±0,02)
c	68,7 (±0,05)	53,8 (±0,04)	72,3 (±0,03)

$$2) X = \frac{m^3(a+b)}{c-d}$$

	a	б	в
a	13,5 (±0,02)	18,5 (±0,03)	11,8 (±0,02)
b	3,7 (±0,02)	5,6 (±0,02)	7,4 (±0,03)
m	4,22 (±0,004)	3,42 (±0,003)	5,82 (±0,005)
c	34,5 (±0,02)	26,3 (±0,01)	26,7 (±0,03)
d	23,725 (±0,005)	14,782 (±0,006)	11,234 (±0,004)

$$3) M = \frac{(a+b)h^3}{4} + \frac{(a+b)h}{12}$$

	a	б	в
a	8,53	6,44	9,05
b	6,271	5,323	3,244
h	12,48	15,44	20,18

$$\text{№ 3. 1) } X = \frac{\sqrt{ab}}{c}$$

	a	б	в
a	3,845 (±0,004)	4,632 (±0,003)	7,312 (±0,004)
b	16,2 (±0,05)	23,3 (±0,04)	18,4 (±0,03)
c	10,8 (±0,1)	11,3 (±0,06)	20,2 (±0,08)

$$2) X = \frac{(a+b)m}{(c-d)^2}$$

	a	б	в
a	2,754 (±0,001)	3,236 (±0,002)	4,523 (±0,003)
b	11,7 (±0,04)	15,8 (±0,03)	10,8 (±0,02)
m	0,56 (±0,005)	0,64 (±0,004)	0,85 (±0,003)
c	10,536 (±0,002)	12,415 (±0,003)	9,318 (±0,002)
d	6,32 (±0,008)	7,18 (±0,006)	4,17 (±0,004)

$$3) N = \frac{(a+b)^2}{2h} + \frac{(a^2+b^2)h}{5}$$

	a	б	в
a	0,562	0,834	0,445
b	0,2518	0,3523	0,4834
h	0,68	0,74	0,87

№ 4. 1)  $X = \frac{a^2 b}{c}$

	a	б	в
a	3,456 ( $\pm 0,002$ )	1,245 ( $\pm 0,001$ )	0,327 ( $\pm 0,005$ )
b	0,642 ( $\pm 0,0005$ )	0,121 ( $\pm 0,0002$ )	3,147 ( $\pm 0,0001$ )
c	7,12 ( $\pm 0,004$ )	2,34 ( $\pm 0,003$ )	1,78 ( $\pm 0,001$ )

2)  $X = \frac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$

	a	б	в
a	23,16 ( $\pm 0,02$ )	17,41 ( $\pm 0,01$ )	32,37 ( $\pm 0,03$ )
b	8,23 ( $\pm 0,005$ )	1,27 ( $\pm 0,002$ )	2,35 ( $\pm 0,001$ )
c	145,5 ( $\pm 0,08$ )	342,3 ( $\pm 0,04$ )	128,7 ( $\pm 0,02$ )
d	28,6 ( $\pm 0,1$ )	11,7 ( $\pm 0,1$ )	27,3 ( $\pm 0,04$ )
m	0,28 ( $\pm 0,006$ )	0,71 ( $\pm 0,003$ )	0,93 ( $\pm 0,001$ )

3)  $V = \frac{h}{3} \cdot S \left( 1 + \frac{a}{A} + \frac{a^2}{A^2} \right)$

	a	б	в
a	8,51	5,71	7,28
A	23,42	32,17	11,71
S	45,8	51,7	21,8
h	3,81	2,42	5,31

№ 5. 1)  $X = \frac{ab^3}{c}$

	a	б	в
a	0,643 ( $\pm 0,0005$ )	0,142 ( $\pm 0,0003$ )	0,258 ( $\pm 0,0002$ )
b	2,17 ( $\pm 0,002$ )	1,71 ( $\pm 0,002$ )	3,45 ( $\pm 0,001$ )
c	5,843 ( $\pm 0,001$ )	3,727 ( $\pm 0,001$ )	7,221 ( $\pm 0,003$ )

2)  $X = \frac{(a-b)c}{\sqrt{m+n}}$

	a	б	в
a	27,16 ( $\pm 0,006$ )	15,71 ( $\pm 0,005$ )	12,31 ( $\pm 0,004$ )
b	5,03 ( $\pm 0,01$ )	3,28 ( $\pm 0,02$ )	1,73 ( $\pm 0,03$ )
c	3,6 ( $\pm 0,02$ )	7,2 ( $\pm 0,01$ )	3,7 ( $\pm 0,02$ )
m	12,375 ( $\pm 0,004$ )	13,752 ( $\pm 0,001$ )	17,428 ( $\pm 0,003$ )
n	86,2 ( $\pm 0,05$ )	33,7 ( $\pm 0,03$ )	41,7 ( $\pm 0,01$ )

$$3) S = \frac{h^2}{18} \cdot \frac{a^2 + 4ab + b^2}{(a+b)^2}$$

	a	б	в
<i>h</i>	21.1	17.8	32.5
<i>a</i>	22.08	32.47	27.51
<i>b</i>	31.11	11.42	21.78

$$\text{№ 6. 1) } X = \frac{ab}{c^2}$$

	a	б	в
<i>a</i>	0.3575 ( $\pm 0.0002$ )	0.1756 ( $\pm 0.0001$ )	0.2731 ( $\pm 0.0003$ )
<i>b</i>	2.63 ( $\pm 0.01$ )	3.71 ( $\pm 0.03$ )	5.12 ( $\pm 0.02$ )
<i>c</i>	0.854 ( $\pm 0.0005$ )	0.285 ( $\pm 0.0002$ )	0.374 ( $\pm 0.0001$ )

$$2) X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$$

	a	б	в
<i>a</i>	16.342 ( $\pm 0.001$ )	12.751 ( $\pm 0.001$ )	31.456 ( $\pm 0.002$ )
<i>b</i>	2.5 ( $\pm 0.03$ )	3.7 ( $\pm 0.02$ )	7.3 ( $\pm 0.01$ )
<i>c</i>	38.17 ( $\pm 0.002$ )	23.76 ( $\pm 0.003$ )	33.28 ( $\pm 0.003$ )
<i>d</i>	9.14 ( $\pm 0.005$ )	8.12 ( $\pm 0.004$ )	6.71 ( $\pm 0.001$ )
<i>m</i>	3.6 ( $\pm 0.04$ )	1.7 ( $\pm 0.01$ )	5.8 ( $\pm 0.02$ )

$$3) V = \frac{1}{6} \pi h (3a^2 + h^2)$$

	a	б	в
<i>a</i>	2.456	7.751	5.441
<i>h</i>	1.76	3.35	6.17

$$\text{№ 7. 1) } V = \frac{\pi^2}{4} D d^2$$

	a	б	в
$\pi$	3.14	3.14	3.14
<i>D</i>	54 ( $\pm 0.5$ )	72 ( $\pm 0.3$ )	31 ( $\pm 0.01$ )
<i>d</i>	8.235 ( $\pm 0.001$ )	3.274 ( $\pm 0.002$ )	7.345 ( $\pm 0.001$ )

$$2) S = \frac{1}{64} \pi \sqrt{D^4 - d^4}$$

	a	б	в
D	36,5 (±0,1)	41,4 (±0,2)	52,6 (±0,01)
d	26,35 (±0,005)	31,75 (±0,003)	48,39 (±0,001)
π	3,14	3,14	3,14

$$3) a = c^2 \left( 1 + \frac{2\beta}{c} + \frac{\gamma^2}{c^2} \right)$$

	a	б	в
c	2,435	7,834	4,539
β	0,15	0,21	0,34
γ	1,27	3,71	5,93

$$\text{№ 8. 1) } Y = \frac{m^2 n}{c^3}$$

	a	б	в
m	1,6531 (±0,0003)	2,348 (±0,002)	3,804 (±0,003)
n	3,78 (±0,002)	4,37 (±0,004)	4,05 (±0,003)
c	0,158 (±0,0005)	0,235 (±0,0003)	0,318 (±0,0002)

$$2) X = \frac{m \sqrt{a-b}}{c+d}$$

	a	б	в
a	9,542 (±0,001)	8,357 (±0,003)	4,218 (±0,001)
b	3,128 (±0,002)	2,48 (±0,004)	1,57 (±0,006)
m	2,8 (±0,03)	3,17 (±0,01)	2,32 (±0,02)
c	0,172 (±0,001)	1,315 (±0,0004)	2,418 (±0,004)
d	5,4 (±0,02)	2,4 (±0,02)	1,8 (±0,01)

$$3) V = \frac{1}{15} \pi h (2D^2 + Dd + 0,75d^2)$$

	a	б	в
h	84,2	76	45
D	28,3	17,2	48,3
d	42,08	9,344	32,14

$$\text{№ 9. 1) } X = \sqrt{\frac{cd}{b}}$$

	a	б	в
c	0,7568 (±0,0002)	0,8345 (±0,0004)	0,6384 (±0,0002)
d	21,7 (±0,02)	13,8 (±0,03)	32,7 (±0,04)
b	2,65 (±0,01)	1,84 (±0,006)	4,88 (±0,03)

$$2) y = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$$

	a	б	в
a	10,82 (±0,03)	9,37 (±0,004)	11,45 (±0,01)
b	2,786 (±0,0006)	3,108 (±0,0003)	4,431 (±0,002)
m	0,28 (±0,006)	0,46 (±0,002)	0,75 (±0,003)
n	14,7 (±0,06)	15,2 (±0,04)	16,7 (±0,05)

$$3) S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p = (a+b+c)/2$$

	a	б	в
a	46,3	10,5	2,48
b	29,72	34,18	5,344
c	37,654	27,327	6,0218

$$\text{№ 10. 1) } f = \frac{Qc^3}{48E}$$

	a	б	в
Q	54,8 (±0,02)	38,5 (±0,01)	17,3 (±0,01)
c	2,45 (±0,01)	3,35 (±0,02)	5,73 (±0,01)
E	0,863 (±0,004)	0,734 (±0,001)	0,956 (±0,004)

$$2) Q = \frac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$$

	a	б	в
n	2,0435 (±0,0001)	1,1753 (±0,0002)	4,5681 (±0,0001)
x	4,2 (±0,05)	5,8 (±0,01)	6,3 (±0,02)
y	0,82 (±0,01)	0,65 (±0,02)	0,42 (±0,03)

$$3) \gamma = \frac{\alpha b - \beta a}{b^2} - \frac{\beta(ab - \beta a)}{b^2(b + \beta)}$$

	a	б	в
α	5,27	7,31	3,28
β	0,0562	0,0761	0,0545
a	158,35	234,36	341,17
b	61,21	81,26	52,34

1.2

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана: 1) в неравноотстоящих узлах таблицы; 2) в равноотстоящих узлах таблицы;

Варианты к заданию 1)

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
0,43	1,63597	1	0,702
0,48	1,73234	7	0,512
0,55	1,87686	13	0,645
0,62	2,03345	19	0,736
0,70	2,22846	25	0,608
0,75	2,35973		

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
0,02	1,02316	2	0,102
0,08	1,09590	8	0,114
0,12	1,14725	14	0,125
0,17	1,21483	20	0,203
0,23	1,30120	26	0,154
0,30	1,40976		

Таблица 3

x	y	№ варианта	x
0,35	2,73951	3	0,526
0,41	2,30080	9	0,453
0,47	1,96864	15	0,482
0,51	1,78776	21	0,552
0,56	1,59502	27	0,436
0,64	1,34310		

Таблица 4

x	y	№ варианта	x
0,41	2,57418	4	0,616
0,46	2,32513	10	0,478
0,52	2,09336	16	0,665
0,60	1,86203	22	0,537
0,65	1,74926	28	0,673
0,72	1,62098		

Таблица 5

x	y	№ варианта	x
0,68	0,80866	5	0,896
0,73	0,89492	11	0,812
0,80	1,02964	17	0,774
0,88	1,20966	23	0,955
0,93	1,34087	29	0,715
0,99	1,52368		

Таблица 6

x	y	№ варианта	x
0,11	9,05421	6	0,314
0,15	6,61659	12	0,235
0,21	4,69170	18	0,332
0,29	3,35106	24	0,275
0,35	2,73951	30	0,186
0,40	2,36522		

Варианты к заданию 2)

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
1,375	5,04192	1	1,3832
1,380	5,17744	7	1,3926
1,385	5,32016	13	1,3862
1,390	5,47069	19	1,3934
1,395	5,62968	25	1,3866
1,400	5,79788		

Таблица 2

x	y	№ варианта	x
0,115	8,65729	2	0,1264
0,120	8,29329	8	0,1315
0,125	7,95829	14	0,1232
0,130	7,64893	20	0,1334
0,135	7,36235	26	0,1285
0,140	7,09613		

Таблица 3

x	y	№ варианта	x
0.150	6,61659	3	0,1521
0.155	6,39989	9	0,1611
0.160	6,19658	15	0,1662
0.165	6,00551	21	0,1542
0.170	5,82558	27	0,1625
0.175	5,65583		

Таблица 4

x	y	№ варианта	x
0.180	5,61543	4	0,1838
0.185	5,46693	10	0,1875
0.190	5,32634	16	0,1944
0.195	5,19304	22	0,1976
0.200	5,06649	28	0,2038
0.205	4,94619		

Таблица 5

x	y	№ варианта	x
0.210	4,83170	5	0,2121
0.215	4,72261	11	0,2165
0.220	4,61855	17	0,2232
0.225	4,51919	23	0,2263
0.230	4,42422	29	0,2244
0.235	4,33337		

Таблица 6

x	y	№ варианта	x
1.415	0,888551	6	1,4179
1.420	0,889599	12	1,4258
1.425	0,890637	18	1,4396
1.430	0,891667	24	1,4236
1.435	0,892687	30	1,4315
1.440	0,893698		

### 1.3

Вычислить приближенное значение функции, заданной таблично, по схеме Эйткена при заданном значении аргумента;

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
0,2050	0,207921	1	0,2054
0,2052	0,208130	7	0,2063
0,2060	0,208964	13	0,2072
0,2065	0,209486	19	0,2079
0,2069	0,209904	25	0,2088
0,2075	0,210530		
0,2085	0,211575		
0,2090	0,212097		
0,2096	0,212724		
0,2100	0,213142		

Таблица 2

x	y	№ варианта	x
0,8902	1,23510	2	0,8942
0,8909	1,23687	8	0,8973
0,8919	1,23941	14	0,8958
0,8940	1,24475	20	0,8948
0,8944	1,24577	26	0,8934
0,8955	1,24858		
0,8965	1,25114		
0,8975	1,25371		
0,9010	1,26275		
0,9026	1,26691		

Таблица 3

x	y	№ варианта	x
0,6100	1,83781	3	0,6111
0,6104	1,83686	9	0,6124
0,6118	1,83354	15	0,6142
0,6139	1,82860	21	0,6163
0,6145	1,82720	27	0,6192
0,6158	1,82416		
0,6167	1,82207		
0,6185	1,81791		
0,6200	1,81446		
0,6225	1,80876		

Таблица 4

x	y	№ варианта	x
0,5400	1,66825	4	0,5415
0,5405	1,66636	10	0,5424
0,5410	1,66448	16	0,5436
0,5420	1,66071	22	0,5452
0,5429	1,65734	28	0,5461
0,5440	1,65322		
0,5449	1,64987		
0,5455	1,64764		
0,5465	1,64393		
0,5473	1,64097		

Таблица 5

x	y	№ варианта	x
0,62	0,537944	5	0,846
0,67	0,511709	11	0,864
0,74	0,477114	17	0,683
0,80	0,449329	23	0,785
0,87	0,418952	29	0,866
0,96	0,382893		
0,99	0,371577		

Таблица 6

x	y	№ варианта	x
1,03	2,80107	6	1,277
1,08	2,94468	12	1,118
1,16	3,18993	18	1,204
1,23	3,42123	24	1,255
1,26	3,52542	30	1,282
1,33	3,78104		
1,39	4,01485		

1.4

Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона найти приближенное значение функции при данном значении аргумента.

Таблица 1

x	y	№ варианта	Значения аргумента			
			x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
1,415	0,888551					
1,420	0,889599					
1,425	0,890637					
1,430	0,891667					
1,435	0,892687					
1,440	0,893698					
1,445	0,894700					
1,450	0,895693					
1,455	0,896677					
1,460	0,897653					
1,465	0,898619					
		1	1,4161	1,4625	1,4135	1,470
		11	1,4179	1,4633	1,4124	1,4655
		21	1,4263	1,4575	1,410	1,4662

Таблица 2

x	y
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,33660
0,131	1,35207
0,136	1,36773
0,141	1,38357
0,146	1,39959
0,151	1,41579

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
2	0,1026	0,1440	0,099	0,161
12	0,1035	0,1492	0,096	0,153
22	0,1074	0,1485	0,1006	0,156

Таблица 3

x	y
0,15	0,860708
0,20	0,818731
0,25	0,778801
0,30	0,740818
0,35	0,704688
0,40	0,670320
0,45	0,637628
0,50	0,606531
0,55	0,576950
0,60	0,548812
0,65	0,522046
0,70	0,496585
0,75	0,4722367

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
3	0,1511	0,7250	0,1430	0,80
13	0,1535	0,7333	0,100	0,7540
23	0,1525	0,6730	0,1455	0,85

Таблица 4

x	y
0,180	5,61543
0,185	5,46693
0,190	5,32634
0,195	5,19304
0,200	5,06649
0,205	4,94619
0,210	4,83170
0,215	4,72261
0,220	4,61855
0,225	4,51919
0,230	4,42422
0,235	4,33337

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
4	0,1817	0,2275	0,175	0,2375
14	0,1827	0,2292	0,1776	0,240
24	0,1873	0,2326	0,1783	0,245

Таблица 5

x	y
3.50	33,1154
3.55	34,8133
3.60	36,5982
3.65	38,4747
3.70	40,4473
3.75	42,5211
3.80	44,7012
3.85	46,9931
3.90	49,4024
3.95	51,9354
4.00	54,5982
4.05	57,3975
4.10	60,3403
4.15	63,4340
4,20	66,6863

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
5	3,522	4,176	3,475	4,25
15	3,543	4,184	3,488	4,30
25	3,575	4,142	3,45	4,204

Таблица 6

x	y
0,115	8,65729
0,120	8,29329
0,125	7,95829
0,130	7,64893
0,135	7,36235
0,140	7,09613
0,145	6,84815
0,150	6,61659
0,155	6,39986
0,160	6,19658
0,165	6,00551
0,170	5,82558
0,175	5,65583
0,180	5,49543

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
6	0,1217	0,1736	0,1141	0,185
16	0,1168	0,1745	0,110	0,1825
26	0,1175	0,1773	0,1134	0,190

Таблица 7

x	y
1,340	4,25562
1,345	4,35325
1,350	4,45522
1,355	4,56184
1,360	4,67344
1,365	4,79038
1,370	4,91306
1,375	5,04192
1,380	5,17744
1,385	5,32016
1,390	5,47069
1,395	5,62968

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
7	1,3617	1,3921	1,3359	1,400
17	1,3463	1,3868	1,335	1,3990
27	1,3432	1,3936	1,3365	1,3975

Таблица 8

x	y
0,01	0,991824
0,06	0,951935
0,11	0,913650
0,16	0,876905
0,21	0,841638
0,26	0,807789
0,31	0,775301
0,36	0,744120
0,41	0,714193
0,46	0,685470
0,51	0,657902
0,56	0,631442

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
8	0,027	0,525	0,008	0,61
18	0,1243	0,492	0,0094	0,66
28	0,083	0,5454	0,0075	0,573

Таблица 9

x	y
0,15	4,4817
0,16	4,9530
0,17	5,4739
0,18	6,0496
0,19	6,6859
0,20	7,3891
0,21	8,1662
0,22	9,0250
0,23	9,9742
0,24	11,0232
0,25	12,1825
0,26	13,4637

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
9	0,1539	0,2569	0,14	0,2665
19	0,1732	0,2444	0,1415	0,27
29	0,1648	0,2550	0,1387	0,28

Таблица 10

x	y
0,45	20,1946
0,46	19,6133
0,47	18,9425
0,48	18,1746
0,49	17,3010
0,50	16,3123
0,51	15,1984
0,52	13,9484
0,53	12,5508
0,54	10,9937
0,55	9,2647
0,56	7,3510

№ варианта	Значения аргумента			
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>
10	0,455	0,5575	0,44	0,5674
20	0,4732	0,5568	0,445	0,57
30	0,4675	0,5511	0,4423	0,58

Типовой расчет №2

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них

- а) методом хорд;
- б) методом касательных;
- в) методом простых итераций

с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них

- а) методом хорд;
- б) методом касательных;
- в) методом простых итераций

с точностью до 0,001.

Варианты заданий

- |   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| № 1. 1) $x - \sin x = 0,25;$                    | 2) $x^3 - 3x^2 + 9x - 8 = 0.$       |
| № 2. 1) $\operatorname{tg}(0,58x + 0,1) = x^2;$ | 2) $x^3 - 6x - 8 = 0.$              |
| № 3. 1) $\sqrt{x} - \cos(0,387x) = 0;$          | 2) $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0.$       |
| № 4. 1) $\operatorname{tg}(0,4x + 0,4) = x^2;$  | 2) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0.$ |
| № 5. 1) $\lg x - \frac{7}{2x+6} = 0;$           | 2) $x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$        |
| № 6. 1) $\operatorname{tg}(0,5x + 0,2) = x^2;$  | 2) $x^3 + x - 5 = 0.$               |
| № 7. 1) $3x - \cos x - 1 = 0;$                  | 2) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0.$ |
| № 8. 1) $x + \lg x = 0,5;$                      | 2) $x^3 + 3x + 1 = 0.$              |
| № 9. 1) $\operatorname{tg}(0,5x + 0,1) = x^2;$  | 2) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0.$   |
| № 10. 1) $x^2 + 4 \sin x = 0;$                  | 2) $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0.$      |
| № 11. 1) $\operatorname{ctg} 1,05x - x^2 = 0;$  | 2) $x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0.$ |
| № 12. 1) $\operatorname{tg}(0,4x + 0,3) = x^2;$ | 2) $x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0.$       |
| № 13. 1) $x \lg x - 1,2 = 0;$                   | 2) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0.$ |
| № 14. 1) $1,8x^2 - \sin 10x = 0;$               | 2) $x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0.$       |

Типовой расчет №3

3.1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого с точностью до 0,0001.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} 0.63x_1 + 1.00x_2 + 0.71x_3 + 0.34x_4 = 2.08; \\ 1.17x_1 + 0.18x_2 - 0.65x_3 + 0.71x_4 = 0.17; \\ 2.71x_1 - 0.75x_2 + 1.17x_3 - 2.35x_4 = 1.28; \\ 3.58x_1 + 0.21x_2 - 3.45x_3 - 1.18x_4 = 0.05. \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 3.51x_1 + 0.17x_2 + 3.75x_3 - 0.28x_4 = 0.75; \\ 4.52x_1 + 2.11x_2 - 0.11x_3 - 0.12x_4 = 1.11; \\ -2.11x_1 + 3.17x_2 + 0.12x_3 - 0.15x_4 = 0.21; \\ 3.17x_1 + 1.81x_2 - 3.17x_3 + 0.22x_4 = 0.05. \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} 0.17x_1 + 0.75x_2 - 0.18x_3 + 0.21x_4 = 0.11; \\ 0.75x_1 + 0.13x_2 + 0.11x_3 + 1.00x_4 = 2.00; \\ -0.33x_1 + 0.11x_2 + 3.01x_3 - 2.01x_4 = 0.11; \\ 0.11x_1 + 1.12x_2 + 1.11x_3 - 1.31x_4 = 0.13. \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} -1.00x_1 + 0.13x_2 - 2.00x_3 - 0.14x_4 = 0.15; \\ 0.75x_1 + 0.18x_2 - 0.21x_3 - 0.77x_4 = 0.11; \\ 0.28x_1 - 0.17x_2 + 0.39x_3 + 0.48x_4 = 0.12; \\ 1.00x_1 + 3.14x_2 - 0.21x_3 - 1.00x_4 = -0.11. \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} 3.01x_1 - 0.14x_2 + 1.00x_3 - 0.15x_4 = 1.00; \\ -1.75x_1 + 1.11x_2 + 0.13x_3 - 0.75x_4 = 0.13; \\ 0.17x_1 - 2.11x_2 + 0.71x_3 - 1.71x_4 = 1.00; \\ 0.21x_1 + 0.21x_2 + 0.35x_3 + 0.33x_4 = 0.17. \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} 1.15x_1 + 0.62x_2 - 0.83x_3 + 0.92x_4 = 2.15; \\ 0.82x_1 - 0.54x_2 + 0.43x_3 - 0.25x_4 = 0.62; \\ 0.24x_1 + 1.15x_2 - 0.33x_3 + 1.42x_4 = -0.62; \\ 0.73x_1 - 0.81x_2 + 1.27x_3 - 0.67x_4 = 0.88. \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} 2.2 x_1 - 3.17x_2 + 1.24x_3 - 0.87x_4 = 0.46; \\ 1.5 x_1 + 2.11x_2 - 0.45x_3 + 1.44x_4 = 1.50; \\ 0.86x_1 - 1.44x_2 + 0.62x_3 + 0.28x_4 = -0.12; \\ 0.48x_1 + 1.25x_2 - 0.63x_3 - 0.97x_4 = 0.35. \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} 0.64x_1 + 0.72x_2 - 0.83x_3 + 4.2 x_4 = 2.23; \\ 0.58x_1 - 0.83x_2 + 1.43x_3 - 0.62x_4 = 1.71; \\ 0.86x_1 + 0.77x_2 - 1.83x_3 + 0.88x_4 = -0.54; \\ 1.32x_1 - 0.52x_2 - 0.65x_3 + 1.22x_4 = 0.65. \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} 1,42x_1 + 0,32x_2 - 0,42x_3 + 0,85x_4 = 1,32; \\ 0,63x_1 - 0,43x_2 + 1,27x_3 - 0,58x_4 = -0,44; \\ 0,84x_1 - 2,23x_2 - 0,52x_3 + 0,47x_4 = 0,64; \\ 0,27x_1 + 1,37x_2 + 0,64x_3 - 1,27x_4 = 0,85. \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} 0,73x_1 + 1,24x_2 - 0,38x_3 - 1,43x_4 = 0,58; \\ 1,07x_1 - 0,77x_2 + 1,25x_3 + 0,66x_4 = -0,66; \\ 1,56x_1 + 0,66x_2 + 1,44x_3 - 0,87x_4 = 1,24; \\ 0,75x_1 + 1,22x_2 - 0,83x_3 + 0,37x_4 = 0,92. \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } \begin{cases} 1,32x_1 - 0,83x_2 - 0,44x_3 + 0,62x_4 = 0,68; \\ 0,83x_1 + 0,42x_2 - 0,56x_3 + 0,77x_4 = 1,24; \\ 0,58x_1 - 0,37x_2 + 1,24x_3 - 0,62x_4 = 0,87; \\ 0,35x_1 + 0,66x_2 - 1,38x_3 - 0,93x_4 = -1,08. \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} 0,11x_1 - 0,17x_2 + 0,72x_3 - 0,34x_4 = 0,17; \\ 0,81x_1 + 0,12x_2 - 0,91x_3 + 0,17x_4 = 1,00; \\ 0,17x_1 - 0,18x_2 + 1,00x_3 + 0,23x_4 = 0,21; \\ 0,13x_1 + 0,17x_2 - 0,99x_3 + 0,35x_4 = 2,71. \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} 0,18x_1 + 2,11x_2 + 0,13x_3 - 0,22x_4 = 0,22; \\ 0,33x_1 - 0,22x_2 - 1,00x_3 + 0,17x_4 = 0,11; \\ -1,00x_1 + 0,11x_2 + 2,00x_3 - 0,45x_4 = 1,00; \\ 7,00x_1 - 0,17x_2 - 0,22x_3 + 0,33x_4 = 0,21. \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} 2,00x_1 + 0,05x_2 - 3,01x_3 - 0,11x_4 = 0,21; \\ 1,00x_1 - 2,00x_2 + 3,02x_3 + 0,05x_4 = 0,18; \\ 0,17x_1 + 0,99x_2 - 2,00x_3 - 0,17x_4 = 0,17; \\ 0,33x_1 - 0,07x_2 + 0,33x_3 + 2,00x_4 = 0,17. \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} 0,17x_1 - 0,13x_2 - 0,11x_3 - 0,12x_4 = 0,22; \\ 1,00x_1 - 1,00x_2 - 0,13x_3 + 0,13x_4 = 0,11; \\ 0,35x_1 + 0,33x_2 + 0,12x_3 + 0,13x_4 = 0,12; \\ 0,13x_1 + 0,11x_2 - 0,13x_3 - 0,11x_4 = 1,00. \end{cases}$$

3.2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001, предварительно оценив число необходимых для этого шагов.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} x_1 = 0,23x_1 - 0,04x_2 + 0,21x_3 - 0,18x_4 + 1,24; \\ x_2 = 0,45x_1 - 0,23x_2 + 0,06x_3 - 0,88; \\ x_3 = 0,26x_1 + 0,34x_2 - 0,11x_3 + 0,62; \\ x_4 = 0,05x_1 - 0,26x_2 + 0,34x_3 - 0,12x_4 - 1,17. \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} x_1 = 0,21x_1 + 0,12x_2 - 0,34x_3 - 0,16x_4 - 0,64; \\ x_2 = 0,34x_1 - 0,08x_2 + 0,17x_3 - 0,18x_4 + 1,42; \\ x_3 = 0,16x_1 + 0,34x_2 + 0,15x_3 - 0,31x_4 - 0,42; \\ x_4 = 0,12x_1 - 0,26x_2 - 0,08x_3 + 0,25x_4 + 0,83. \end{cases}$$

- № 3. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,32x_1 - 0,18x_2 + 0,02x_3 + 0,21x_4 + 1,83; \\ x_2 = 0,16x_1 + 0,12x_2 - 0,14x_3 + 0,27x_4 - 0,65; \\ x_3 = 0,37x_1 + 0,27x_2 - 0,02x_3 - 0,24x_4 + 2,23; \\ x_4 = 0,12x_1 + 0,21x_2 - 0,18x_3 + 0,25x_4 - 1,13. \end{cases}$$
- № 4. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,42x_1 - 0,32x_2 + 0,03x_3 + 0,44; \\ x_2 = 0,11x_1 - 0,26x_2 - 0,36x_3 + 1,42; \\ x_3 = 0,12x_1 + 0,08x_2 - 0,14x_3 - 0,24x_4 - 0,83; \\ x_4 = 0,15x_1 - 0,35x_2 - 0,18x_3 - 1,42. \end{cases}$$
- № 5. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,18x_1 - 0,34x_2 - 0,12x_3 + 0,15x_4 - 1,33; \\ x_2 = 0,11x_1 + 0,23x_2 - 0,15x_3 + 0,32x_4 + 0,84; \\ x_3 = 0,05x_1 - 0,12x_2 + 0,14x_3 - 0,18x_4 - 1,16; \\ x_4 = 0,12x_1 + 0,08x_2 + 0,06x_3 + 0,57. \end{cases}$$
- № 6. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,13x_1 + 0,23x_2 - 0,44x_3 - 0,05x_4 + 2,13; \\ x_2 = 0,24x_1 - 0,31x_3 + 0,15x_4 - 0,18; \\ x_3 = 0,06x_1 + 0,15x_2 - 0,23x_4 + 1,44; \\ x_4 = 0,72x_1 - 0,08x_2 - 0,05x_3 + 2,42. \end{cases}$$
- № 7. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,17x_1 + 0,31x_2 - 0,18x_3 + 0,22x_4 - 1,71; \\ x_2 = -0,21x_1 + 0,33x_3 + 0,22x_4 + 0,62; \\ x_3 = 0,32x_1 - 0,18x_2 + 0,05x_3 - 0,19x_4 - 0,89; \\ x_4 = 0,12x_1 + 0,28x_2 - 0,14x_3 + 0,94. \end{cases}$$
- № 8. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,13x_1 + 0,27x_2 - 0,22x_3 - 0,18x_4 + 1,21; \\ x_2 = -0,21x_1 - 0,45x_3 + 0,18x_4 - 0,33; \\ x_3 = 0,12x_1 + 0,13x_2 - 0,33x_3 + 0,18x_4 - 0,48; \\ x_4 = 0,33x_1 - 0,05x_2 + 0,06x_3 - 0,28x_4 - 0,17. \end{cases}$$
- № 9. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,19x_1 - 0,07x_2 + 0,38x_3 - 0,21x_4 - 0,81; \\ x_2 = -0,22x_1 + 0,08x_2 + 0,11x_3 + 0,33x_4 - 0,64; \\ x_3 = 0,51x_1 - 0,07x_2 + 0,09x_3 - 0,11x_4 + 1,71; \\ x_4 = 0,33x_1 - 0,41x_2 - 1,21. \end{cases}$$
- № 10. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,22x_2 - 0,11x_3 + 0,31x_4 + 2,7; \\ x_2 = 0,38x_1 - 0,12x_3 + 0,22x_4 - 1,5; \\ x_3 = 0,11x_1 + 0,23x_2 - 0,51x_4 + 1,2; \\ x_4 = 0,17x_1 - 0,21x_2 + 0,31x_3 - 0,17. \end{cases}$$
- № 11. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,07x_1 - 0,08x_2 + 0,11x_3 - 0,18x_4 - 0,51; \\ x_2 = 0,18x_1 + 0,52x_2 + 0,21x_4 + 1,17; \\ x_3 = 0,13x_1 + 0,31x_2 - 0,21x_4 - 1,02; \\ x_4 = 0,08x_1 - 0,33x_3 + 0,28x_4 - 0,28. \end{cases}$$
- № 12. 
$$\begin{cases} x_1 = 0,05x_1 - 0,06x_2 - 0,12x_3 + 0,14x_4 - 2,17; \\ x_2 = 0,04x_1 - 0,12x_2 + 0,08x_3 + 0,11x_4 + 1,4; \\ x_3 = 0,34x_1 + 0,08x_2 - 0,06x_3 + 0,14x_4 - 2,1; \\ x_4 = 0,11x_1 + 0,12x_2 - 0,03x_4 - 0,8. \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} x_1 = 0,08x_1 - 0,03x_2 - 0,04x_4 - 1,2; \\ x_2 = 0,31x_2 + 0,27x_3 - 0,08x_4 + 0,81; \\ x_3 = 0,33x_1 - 0,07x_3 + 0,21x_4 - 0,92; \\ x_4 = 0,11x_1 + 0,03x_3 + 0,58x_4 + 0,17. \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} x_1 = 0,12x_1 - 0,23x_2 + 0,25x_3 - 0,16x_4 + 1,24; \\ x_2 = 0,14x_1 + 0,34x_2 - 0,18x_3 + 0,24x_4 - 0,89; \\ x_3 = 0,33x_1 + 0,03x_2 + 0,16x_3 - 0,32x_4 + 1,15; \\ x_4 = 0,12x_1 - 0,05x_2 + 0,15x_4 - 0,57. \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} x_1 = 0,23x_1 - 0,14x_2 + 0,06x_3 - 0,12x_4 + 1,21; \\ x_2 = 0,12x_1 + 0,32x_3 - 0,18x_4 - 0,72; \\ x_3 = 0,08x_1 - 0,12x_2 + 0,23x_3 + 0,32x_4 - 0,58; \\ x_4 = 0,25x_1 + 0,22x_2 + 0,14x_3 + 1,56. \end{cases}$$

3.3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001, предварительно приведя ее к виду, удобному для итераций.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} 2,7x_1 + 3,3x_2 + 1,3x_3 = 2,1; \\ 3,5x_1 - 1,7x_2 + 2,8x_3 = 1,7; \\ 4,1x_1 + 5,8x_2 - 1,7x_3 = 0,8. \end{cases}$$

$$\text{№ 2. } \begin{cases} 1,7x_1 + 2,8x_2 + 1,9x_3 = 0,7; \\ 2,1x_1 + 3,4x_2 + 1,8x_3 = 1,1; \\ 4,2x_1 - 1,7x_2 + 1,3x_3 = 2,8. \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} 3,1x_1 + 2,8x_2 + 1,9x_3 = 0,2; \\ 1,9x_1 + 3,1x_2 + 2,1x_3 = 2,1; \\ 7,5x_1 + 3,8x_2 + 4,8x_3 = 5,6. \end{cases}$$

$$\text{№ 4. } \begin{cases} 9,1x_1 + 5,6x_2 + 7,8x_3 = 9,8; \\ 3,8x_1 + 5,1x_2 + 2,8x_3 = 6,7; \\ 4,1x_1 + 5,7x_2 + 1,2x_3 = 5,8. \end{cases}$$

$$\text{№ 5. } \begin{cases} 3,3x_1 + 2,1x_2 + 2,8x_3 = 0,8; \\ 4,1x_1 + 3,7x_2 + 4,8x_3 = 5,7; \\ 2,7x_1 + 1,8x_2 + 1,1x_3 = 3,2. \end{cases}$$

$$\text{№ 6. } \begin{cases} 7,6x_1 + 5,8x_2 + 4,7x_3 = 10,1; \\ 3,8x_1 + 4,1x_2 + 2,7x_3 = 9,7; \\ 2,9x_1 + 2,1x_2 + 3,8x_3 = 7,8. \end{cases}$$

$$\text{№ 7. } \begin{cases} 3,2x_1 - 2,5x_2 + 3,7x_3 = 6,5; \\ 0,5x_1 + 0,34x_2 + 1,7x_3 = -0,24; \\ 1,6x_1 + 2,3x_2 - 1,5x_3 = 4,3. \end{cases}$$

$$\text{№ 8. } \begin{cases} 5,4x_1 - 2,3x_2 + 3,4x_3 = -3,5; \\ 4,2x_1 + 1,7x_2 - 2,3x_3 = 2,7; \\ 3,4x_1 + 2,4x_2 + 7,4x_3 = 1,9. \end{cases}$$

$$\text{№ 9. } \begin{cases} 3,6x_1 + 1,8x_2 - 4,7x_3 = 3,8; \\ 2,7x_1 - 3,6x_2 + 1,9x_3 = 0,4; \\ 1,5x_1 + 4,5x_2 + 3,3x_3 = -1,6. \end{cases}$$

$$\text{№ 10. } \begin{cases} 5,6x_1 + 2,7x_2 - 1,7x_3 = 1,9; \\ 3,4x_1 - 3,6x_2 - 6,7x_3 = -2,4; \\ 0,8x_1 + 1,3x_2 + 3,7x_3 = 1,2. \end{cases}$$

$$\text{№ 11. } \begin{cases} 2,7x_1 + 0,9x_2 - 1,5x_3 = 3,5; \\ 4,5x_1 - 2,8x_2 + 6,7x_3 = 2,6; \\ 5,1x_1 + 3,7x_2 - 1,4x_3 = -0,14. \end{cases}$$

$$\text{№ 12. } \begin{cases} 4,5x_1 - 3,5x_2 + 7,4x_3 = 2,5; \\ 3,1x_1 - 0,6x_2 - 2,3x_3 = -1,5; \\ 0,8x_1 + 7,4x_2 - 0,5x_3 = 6,4. \end{cases}$$

$$\text{№ 13. } \begin{cases} 3,8x_1 + 6,7x_2 - 1,2x_3 = 5,2; \\ 6,4x_1 + 1,3x_2 - 2,7x_3 = 3,8; \\ 2,4x_1 - 4,5x_2 + 3,5x_3 = -0,6. \end{cases}$$

$$\text{№ 14. } \begin{cases} 5,4x_1 - 6,2x_2 - 0,5x_3 = 0,52; \\ 3,4x_1 + 2,3x_2 + 0,8x_3 = -0,8; \\ 2,4x_1 - 1,1x_2 + 3,8x_3 = 1,8. \end{cases}$$

$$\text{№ 15. } \begin{cases} 7,8x_1 + 5,3x_2 + 4,8x_3 = 1,8; \\ 3,3x_1 + 1,1x_2 + 1,8x_3 = 2,3; \\ 4,5x_1 + 3,3x_2 + 2,8x_3 = 3,4. \end{cases}$$

$$\text{№ 16. } \begin{cases} 3,8x_1 + 4,1x_2 - 2,3x_3 = 4,8; \\ -2,1x_1 + 3,9x_2 - 5,8x_3 = 3,3; \\ 1,8x_1 + 1,1x_2 - 2,1x_3 = 5,8. \end{cases}$$

### Типовой расчет №4

4.1. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Эйлера-Коши на отрезке  $[0,2;1,2]$  с шагом 0,1 с начальным условием  $y(0,2) = 0,25$ . Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками.

- № 1.  $y' = 0,133(x^2 + \sin 2x) + 0,872y.$
- № 2.  $y' = 0,215(x^2 + \cos 1,5x) + 1,283y.$
- № 3.  $y' = 0,158(x^2 + \sin 0,8x) + 1,164y.$
- № 4.  $y' = 0,173(x^2 + \cos 0,7x) + 0,754y.$
- № 5.  $y' = 0,221(x^2 + \sin 1,2x) + 0,452y.$
- № 6.  $y' = 0,163(x^2 + \cos 0,4x) + 0,635y.$
- № 7.  $y' = 0,218(x^2 + \sin 1,6x) + 0,718y.$
- № 8.  $y' = 0,145(x^2 + \cos 0,5x) + 0,842y.$
- № 9.  $y' = 0,213(x^2 + \sin 1,8x) + 0,368y.$
- № 10.  $y' = 0,127(x^2 + \cos 0,6x) + 0,573y.$
- № 11.  $y' = 0,232(x^2 + \sin 1,4x) + 1,453y.$
- № 12.  $y' = 0,417(x^2 + \cos 0,8x) + 0,972y.$
- № 13.  $y' = 0,324(x^2 + \sin 1,5x) + 1,612y.$
- № 14.  $y' = 0,263(x^2 + \cos 1,2x) + 0,453y.$
- № 15.  $y' = 0,372(x^2 + \sin 0,7x) + 0,758y.$

4.2. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Адамса со вторыми разностями на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h = 0,1$ . Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками. Начальный отрезок определить методом Рунге-Кутты.

- № 1.  $y' = 1 + 0,2y \sin x - y^2, y(0) = 0.$
- № 2.  $y' = \cos(x + y) + 0,5(x - y), y(0) = 0.$
- № 3.  $y' = \frac{\cos x}{x + 1} - 0,5y^2, y(0) = 0.$
- № 4.  $y' = (1 - y^2) \cos x + 0,6y, y(0) = 0.$
- № 5.  $y' = 1 + 0,4y \sin x - 1,5y^2, y(0) = 0.$
- № 6.  $y' = \frac{\cos y}{x + 2} + 0,3y^2, y(0) = 0.$
- № 7.  $y' = \cos(1,5x + y) + (x - y), y(0) = 0.$
- № 8.  $y' = 1 - \sin(x + y) + \frac{0,5y}{x + 2}, y(0) = 0.$
- № 9.  $y' = \frac{\cos y}{1,5 + x} + 0,1y^2, y(0) = 0.$
- № 10.  $y' = 0,6 \sin x - 1,25y^2 + 1, y(0) = 0.$
- № 11.  $y' = \cos(2x + y) + 1,5(x - y), y(0) = 0.$
- № 12.  $y' = 1 - \frac{0,1y}{x + 2} - \sin(2x + y), y(0) = 0.$
- № 13.  $y' = \frac{\cos y}{1,25 + x} - 0,1y^2, y(0) = 0.$
- № 14.  $y' = 1 + 0,8y \sin x - 2y^2, y(0) = 0.$
- № 15.  $y' = \cos(1,5x + y) + 1,5(x - y), y(0) = 0.$

4.3. Решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения методом прогонки с шагом  $h = 0,05$  и с точностью  $0,001$ .

№ 1.  $y'' + \frac{y'}{x} + 2y = x,$

$$\begin{cases} y(0,7) = 0,5 \\ 2y(1) + 3y'(1) = 1,2. \end{cases}$$

№ 2.  $y'' - xy' + 2y = x + 1,$

$$\begin{cases} y(0,9) - 0,5y'(0,9) = 2, \\ y(1,2) = 1. \end{cases}$$

№ 3.  $y'' + xy' + y = x + 1,$

$$\begin{cases} y(0.5) + 2y'(0.5) = 1, \\ y'(0.8) = 1.2. \end{cases}$$

№ 5.  $y'' + 2y' - xy = x^2,$

$$\begin{cases} y'(0.6) = 0.7, \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 1. \end{cases}$$

№ 7.  $y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 1,$

$$\begin{cases} y(0.4) = 2, \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 0.7. \end{cases}$$

№ 9.  $y'' - \frac{y'}{2} + 3y = 2x^2,$

$$\begin{cases} y(1) + 2y'(1) = 0.6, \\ y(1.3) = 1. \end{cases}$$

№ 11.  $y'' + 2xy' - y = 0.4,$

$$\begin{cases} 2y(0.3) + y'(0.3) = 1, \\ y'(0.6) = 2. \end{cases}$$

№ 13.  $y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2,$

$$\begin{cases} y'(0.8) = 1.5, \\ 2y(1.1) + y'(1.1) = 3. \end{cases}$$

№ 15.  $y'' - 3xy' + 2y = 1.5,$

$$\begin{cases} y'(0.7) = 1.3, \\ 0.5y(1) + y'(1) = 2. \end{cases}$$

№ 4.  $y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3,$

$$\begin{cases} y(0.2) = 2, \\ 0.5y(0.5) - y(0.5) = 1. \end{cases}$$

№ 6.  $y'' - y' + \frac{2y}{x} = x + 0.4,$

$$\begin{cases} y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 2, \\ y'(1.4) = 4. \end{cases}$$

№ 8.  $y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1,$

$$\begin{cases} y'(1.2) = 1, \\ 2y(1.5) - y'(1.5) = 0.5. \end{cases}$$

№ 10.  $y'' + 1.5y' - xy = 0.5,$

$$\begin{cases} 2y(1.3) - y'(1.3) = 1, \\ y(1.6) = 3. \end{cases}$$

№ 12.  $y'' - 0.5xy' + y = 2,$

$$\begin{cases} y(0.4) = 1.2, \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 1.4. \end{cases}$$

№ 14.  $y'' + 2x^2y' + y = x,$

$$\begin{cases} 2y(0.5) - y'(0.5) = 1, \\ y(0.8) = 3. \end{cases}$$

№ 16.  $y'' + 2xy' - 2y = 0.6,$

$$\begin{cases} y'(2) = 1, \\ 0.4y(2.3) - y'(2.3) = 1. \end{cases}$$

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

5 СЕМЕСТР

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{ab^3}{c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 0.643$ ,  $b = 2.17$ ,  $c = 5.843$ . Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
2. Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{22} = 4.69$ ,  $\frac{18}{7} = 2.57$
3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	0	1	2	3
y	-2	-5	0	-4

Вариант 2

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{ab^2}{c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 0.21$ ,  $b = 2.98$ ,  $c = 7.105$ . Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
2. Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{45} = 6.71$ ,  $\frac{8}{9} = 0.89$
3. Вычислить по схеме Эйткена значение функции при  $x=1$  по приведенным данным:

i	0	1	2	3
x	-2	1	2	3
y	1	0	-1	2

Вариант 3

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{a}{b^2c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 2.81$ ,  $b = 0.98$ ,  $c = 7.225$ . Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
2. Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{105} = 10.25$ ,  $\frac{105}{9} = 12.11$
3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	-2	0	1	2
y	2	1	-1	2

Вариант 4

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{a}{bc^3}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 10.11$ ,  $b = 17.98$ ,  $c = 0.017$ . Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
2. Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{1.11} = 1.05$ ,  $\frac{34}{29} = 1.17$
3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	-3	1	2	3
y	2	1	-1	2

Вариант 5

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{a^4b}{c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 0.13$ ,  $b = 0.04$ ,  $c = 5.122$ . Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

- Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{10.5} = 3.24$ ,  $\frac{54}{11} = 4.91$
- Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	-1	0	1	2
y	1	-1	0	2

**Вариант 6**

- Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{a^3b}{c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 1.25$ ,  $b = 0.04$ ,  $c = 5.127$ . Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
- Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{48.5} = 6.96$ ,  $\frac{25}{17} = 1.47$
- Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	-1	0	2	3
y	1	-1	1	2

**Вариант 7**

- Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{ab^2}{c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 0.21$ ,  $b = 2.98$ ,  $c = 7.105$ . Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
- Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{27} = 5.2$ ,  $\frac{38}{9} = 4.2$
- Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	-1	1	2	4
y	1	0	-1	2

**Вариант 8**

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{a}{b^2c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 2.81$ ,  $b = 0.98$ ,  $c = 7.225$ . Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
2. Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{97} = 9.85$ ,  $\frac{88}{9} = 9.78$
3. Вычислить по схеме Эйткена значение функции при  $x=1$  по приведенным данным:

i	0	1	2	3
x	-2	1	1	2
y	2	-1	-2	2

**Вариант 9**

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{a}{bc^3}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 10.11$ ,  $b = 17.98$ ,  $c = 0.017$ . Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
2. Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{14.8} = 3.85$ ,  $\frac{201}{61} = 3.3$
3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона по приведенным данным и вычислить значение при  $x=1$

i	0	1	2	3
x	-1	0	2	3
y	5	0	-1	2

**Вариант 10**

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{a^4b}{c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 0.13$ ,  $b = 0.04$ ,  $c = 5.122$ . Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.
2. Определить, какое равенство точнее  $\sqrt{10.1} = 3.18$ ,  $\frac{54}{17} = 3.18$
3. Вычислить по схеме Эйткена значение функции при  $x=1$  по приведенным данным:

i	0	1	2	3
x	0	1	2	3
y	1	-1	0	2

**Контрольная работа 2**

**Вариант 1**

1. Отделить корни уравнения  $x^3 - 2x^2 - 4x + 7 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Найти корень уравнения  $x^3 - x^2 + x + 3 = 0$  методом Ньютона на отрезке  $[0;2]$  с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x} = \sqrt{x+1}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,001.

**Вариант 2**

1. Отделить корни уравнения  $2x^3 - x^2 - x + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения  $x^3 - 2x^2 - x + 3 = 0$  графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x} = \sqrt{x+2}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

**Вариант 3**

1. Отделить корни уравнения  $-x^3 - x^2 - x + 2 = 0$  графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения  $2x^3 + x^2 - x + 3 = 0$  графически и уточнить один из них

#### Приложение №4. Образцы контрольных работ I 6

методом касательных с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x-1} = \sqrt{x+2}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

#### Вариант 4

1. Отделить корни уравнения  $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.

2. Отделить корни уравнения  $x^3 - x^2 - x + 4 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x} = \sqrt{x} + 1$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

#### Вариант 5

1. Отделить корни уравнения  $x^3 - 3x^2 - x + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.

2. Отделить корни уравнения  $x^3 - x + 3 = 0$  графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x} = \sqrt{x} + 2$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

#### Вариант 6

1. Отделить корни уравнения  $2x^3 - x + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.

2. Отделить корни уравнения  $x^3 + x^2 - x + 3 = 0$  графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x-1} + 1 = \sqrt{x}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

#### Вариант 7

1. Отделить корни уравнения  $2x^3 - x^2 + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.

2. Отделить корни уравнения  $x^3 + x^2 - x + 5 = 0$  графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x} + 1 = \sqrt{x-1}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

#### Вариант 8

1. Отделить корни уравнения  $x^3 - 5x^2 + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.

2. Отделить корни уравнения  $x^3 + x^2 - x - 3 = 0$  графически и уточнить один из них

## Приложение №4. Образцы контрольных работ I 7

методом касательных с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x-1} = \sqrt{x}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

### Вариант 9

1. Отделить корни уравнения  $x^3 - x^2 - 3x + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения  $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$  графически и уточнить один из них методом Ньютона с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x-2} = \sqrt{x}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

### Вариант 10

1. Отделить корни уравнения  $2x^3 - x^2 - x + 2 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения  $x^3 + x + 3 = 0$  графически и уточнить один из них методом Ньютона с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x} = \sqrt{x} + 2$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

## Контрольная работа 3

### Вариант 1

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 11 \\ 4x_1 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 1.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.8 \\ 0.3x_1 + 1.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 3.1x_1 + 2.8x_2 + 1.9x_3 = 0.2 \\ 1.9x_1 + 3.1x_2 + 2.1x_3 = 2.1 \\ 7.5x_1 + 3.8x_2 + 4.8x_3 = 5.6 \end{cases}$$

**Вариант 2**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} -x + 3y + 3z = -1, \\ 2x + y + z = -5, \\ 2x + 3y - z = -15. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 2.5x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.1 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.4 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 3.2x_3 = 2.1 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 1.7x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.7 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 1.1 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.1 \end{cases}$$

**Вариант 3**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} 3x + y + z = 7, \\ 3x - y + z = 5, \\ -x + y + 3z = 9. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 3.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.2 \\ 0.3x_1 + 2.2x_2 - 0.1x_3 = -0.1 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 2.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = -0.5 \\ 2.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.1 \end{cases}$$

**Вариант 4**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x + y - z = 2, \\ x - y + 2z = -11, \\ 3x + 2y + z = -8. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 4.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.2 \\ 0.3x_1 + 4.2x_2 - 0.1x_3 = -0.4 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 2.2 \\ 1.1x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 6.1 \end{cases}$$

**Вариант 5**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x - y + 3z = 6, \\ 2x + 2y + 3z = 2, \\ -x + 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 5.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.8 \\ 0.3x_1 + 5.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 7.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.5 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = -7.1 \end{cases}$$

**Вариант 6**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} -x - y + z = 5, \\ 3x + 3y + 2z = -5, \\ x + 3y + 2z = -1. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 4.3x_1 - 0.3x_2 + 0.3x_3 = 1.7 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 6.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.5 \\ 1.7x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = -8.1 \end{cases}$$

**Вариант 7**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x + y + z = -2, \\ 2x + y - z = 1, \\ -x + 3y + 3z = -2. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 5.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.1 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.1 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 4.2x_3 = 2.4 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 1.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \\ 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.4 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 2.1 \end{cases}$$

**Вариант 8**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} 3x - y - z = -8, \\ x + y + 2z = -3, \\ 2x - y + 2z = -2. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 1.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 0.8 \\ 0.3x_1 + 2.2x_2 - 0.1x_3 = -1.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 3.2x_3 = 1.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 2.7x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 1.1 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \\ 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = -0.5 \end{cases}$$

**Вариант 9**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x - y + 3z = 6, \\ 2x + 2y + 3z = 2, \\ -x + 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 2.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 5.1 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 6.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = -0.5 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.1 \\ 0.5x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \end{cases}$$

**Вариант 10**

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = -9, \\ -x + 2y + z = -7, \\ x + 3y + 2z = -17. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} -2.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = -1.2 \\ 0.3x_1 + 2.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 4.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 2.1x_1 - 1.2x_2 + 0.3x_3 = 0.8 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.5 \end{cases}$$

**Контрольная работа 4**

**Вариант 1**

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = y - \frac{2x}{y};$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(2)=4$  на отрезке  $[2;3]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = \frac{2t-5}{t^2}y + 5;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 0.4x^2 y' + 5xy = 10,$$

$$\begin{cases} y(0) = -2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,5$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = \frac{1}{2}y^2 + x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + xy' + y = x + 1,$$

$$\begin{cases} y(0.5) + 2y'(0.5) = 1 \\ y'(0.8) = 1.2 \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,3$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = 2x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = 2y^2 + x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 1,$$

$$\begin{cases} y(0.4) = 2 \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 0.7 \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = 0.2x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = \frac{1}{2}x^2 + y^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - xy' + 2y = x + 1,$$

$$\begin{cases} y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2 \\ y(1.2) = 1 \end{cases}$$

### Вариант 5

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = x^2 + 2y;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = \frac{1}{4}(y^2 + x^2);$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3,$$

$$\begin{cases} y(0.2) = 2 \\ 0.5y(0.5) - y(0.5) = 1 \end{cases}$$

### Вариант 6

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,7$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = x^2 + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = 4x^2 + y^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - y' + \frac{2y}{x} = x + 0.4,$$

$$\begin{cases} y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 2 \\ y'(1.4) = 4 \end{cases}$$

### Вариант 7

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,4$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = 0.3x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = \frac{1}{2}y^2 + 2x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1,$$

$$\begin{cases} y(1.2) = 1 \\ 2y(1.5) - y'(0.5) = 0.5 \end{cases}$$

### Вариант 8

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,3$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = x + 0.3y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = \frac{1}{4}y^2 + 2x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2,$$

$$\begin{cases} y'(0.8) = 1.5 \\ 2y(1.1) + y'(1.1) = 3 \end{cases}$$

### Вариант 9

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,8$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = 0.1x^2 + 2xy;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = y^2 + x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 2x^2 y' + y = x,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2y(0.5) - y'(0.5) = 1 \\ y(0.8) = 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2y(0.5) - y'(0.5) = 1 \\ y(0.8) = 3 \end{array} \right.$$

**Вариант 10**

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=0,2$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = 3x^2 + 0.1xy;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(0)=-1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = y^2 + 4x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - 3xy' + 2y = 1.5,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(0.7) = 1.3 \\ 0.5y(1) + y'(1) = 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y'(0.7) = 1.3 \\ 0.5y(1) + y'(1) = 2 \end{array} \right.$$

ОБРАЗЦЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕСТОВ

КОПТ №1

**Вариант № 1**

**Задание 1.** (*выберите один вариант ответа*) Выберите наиболее точное приближение числа  $e$  2,71828184... среди данных.

**Варианты ответов:**

1) 2,71 2) 2,719 3) 2,72 4) 2,718

**Задание 2.** (*выберите один вариант ответа*) Найдите истинную погрешность приближенного до единиц значения числа 17,4.

**Варианты ответов:**

1) 0,4 2) - 0,4 3) 0,6 4) - 0,6

**Задание 3.** (*выберите один вариант ответа*) Вычислите абсолютную погрешность приближенного до единиц значения числа 5,9.

**Варианты ответов:**

1) - 0,1 2) 0,1 3) - 0,9 4) 0,9

**Задание 4.** (*выберите один вариант ответа*) Укажите границу абсолютной погрешности числа 201.

**Варианты ответов:**

1) 0,5 2) 1 3) 0,05 4) 0,01

**Задание 5.** (*выберите один вариант ответа*) Найдите границу относительной погрешности числа 502.

**Варианты ответов:**

1) 0,4 2) 2 3) 0,04 4) 1

**Задание 6.** (*выберите один вариант ответа*) Сколько верных цифр содержит приближенное число 15,365 0,002?

**Варианты ответов:**

1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

**Задание 7.** (*выберите один вариант ответа*) Укажите верные цифры числа  $17,856 \pm 0,02$ .

**Варианты ответов:**

1) 1, 7 и 8 2) 1 и 7 3) 1, 7, 8 и 5 4) 1, 7, 8, 5 и 6

**Задание 8.** (*выберите два варианта ответов*) Какие из чисел имеют две значащие цифры, если все цифры в записях этих чисел являются верными?

**Варианты ответов:**

1) 6, 20 2) 0,73 3) 0,150 4) 0,047

**Задание 9.** (*выберите один вариант ответа*) Запишите правильно число  $x = 10,7 \pm 0,5$ .

**Варианты ответов:**

- 1) 10 2) 11 3) 10,2 4) 11,2

**Задание 11.** (выберите два варианта ответов) Интерполяционный многочлен Ньютона, составленный по таблице

x	0	1	2
y	4	6	10

имеет вид

**Варианты ответов:**

- 1)  $3x+4$  2)  $x^2+x+4$  3)  $x^2+2x+2$  4)  $x^2+x+1$

**Задание 12.** (выберите один вариант ответа) Приближенное значение  $y(0,3)$ , вычисленное по схеме Эйткена для таблицы

x	0	1	2
y	4	6	10

равно

**Варианты ответов:**

- 1) 4,3 2) 6,19 3) 4,39 4) 5,14

**КОПТ №2**

**1 вопрос**

В каком из следующих чисел верные значащие цифры выделены неправильно?

- а) 0,035704;  $\Delta=0,0001$  б) 10,013255;  $\Delta=0,0008$   
 в) 0,8502;  $\Delta=0,009$  г) 7,01600255;  $\Delta=0,00001$

**2 вопрос**

Найти относительную погрешность вычисления функции  $u = xy^2z^3$ , если  $x=37,1$   $y=9,87$   $z=6,052$ , причем  $\Delta_x = 0,3$ ,  $\Delta_y = 0,11$ ,  $\Delta_z = 0,016$ .

- а) 2,19% б) 3,83% в) 0,568% г) 0,426%

**3 вопрос**

Относительная погрешность значения функции двух переменных

$$\delta(y^*) = \sum_{j=1}^2 g_j \delta(x_j^*). \text{ Тогда } g_j =$$

- а)  $\frac{|x_j^*| |f'_{x_j}(x)|}{|f^*(x)|}$       б)  $\frac{|x_j^*| |f^*(x)|}{|f'_{x_j}(x)|}$       в)  $\frac{|f^*(x)|}{|f'_{x_j}(x)| |x_j^*|}$       г)  $\frac{|f'_{x_j}(x)|}{|f^*(x)| |x_j^*|}$

**4 вопрос**

По данной таблице значений функции  $f(x)$ , пользуясь линейным ( $n=1$ ) случаем первой интерполяционной формулы Ньютона

$x$	$f(x)$
2,70	0,3704
2,72	0,3676
2,74	0,3650

$$y(x) = P_n(x) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{q(q-1)\dots(q-n+1)}{n!} \Delta^n y_0, \quad q = \frac{x-x_0}{h},$$

найти  $f(2,718)$ .

- а) 0,3680    б) 0,3683    в) 0,3679    г) 0,3681

**5 вопрос**

Многочлен Лагранжа  $L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$ . Тогда  $L_1$ :

- а)  $y_0 \frac{x-x_0}{x_0-x_0} + y_1 \frac{x-x_0}{x_1-x_0}$     б)  $y_0 \frac{x-x_1}{x_1-x_0} + y_1 \frac{x-x_0}{x_0-x_1}$     в)  $y_0 \frac{x-x_0}{x_1-x_0} + y_1 \frac{x-x_1}{x_0-x_1}$     г)  $y_0 \frac{x-x_1}{x_0-x_1} + y_1 \frac{x-x_0}{x_1-x_0}$ .

**6 вопрос**

По данной таблице значений функции  $f(x)$ , используя схему Эйткена, вычислить значение  $P_{0,1}(5)$ .

$x$	$f(x)$
1	3
3	5
6	7

- а) 5,5    б) 6    в) 6,5    г) 7

**7 вопрос**

Найти значение элемента  $l_{21}$  матрицы  $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$  в  $LU$ -разложении

матрицы  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

- а)  $-\frac{1}{2}$       б)  $-\frac{1}{3}$       в)  $\frac{1}{3}$       г)  $\frac{1}{2}$

### 8 вопрос

Вычислить первое приближение  $X^{(1)}$  методом простых итераций приняв за  $X^{(0)} = (1,6; 1; 2,5)$

$$\begin{cases} x_1 = -0,2x_2 - 0,2x_3 + 1,6 \\ x_2 = 0,5x_1 + 0,5x_3 + 1 \\ x_3 = -0,5x_1 - 0,5x_2 + 2,5 \end{cases}$$

- а) (0,9; 2,7; 0,7)    б) (0,6; -2,25; 1,2)    в) (0,9; 3,05; 1,2)    г) (0,7; -2,25; 1,3)

### 9 вопрос

Вычислить первое приближение  $X^{(1)}$  методом Зейделя приняв за  $X^{(0)} = (1,6; 1; 2,5)$

$$\begin{cases} x_1 = -0,2x_2 - 0,2x_3 + 1,6 \\ x_2 = 0,5x_1 + 0,5x_3 + 1 \\ x_3 = -0,5x_1 - 0,5x_2 + 2,5 \end{cases}$$

- а) (0,9; 2,7; 0,7)    б) (0,6; -2,25; 1,2)    в) (0,9; 3,05; 1,2)    г) (0,7; -2,25; 1,3)

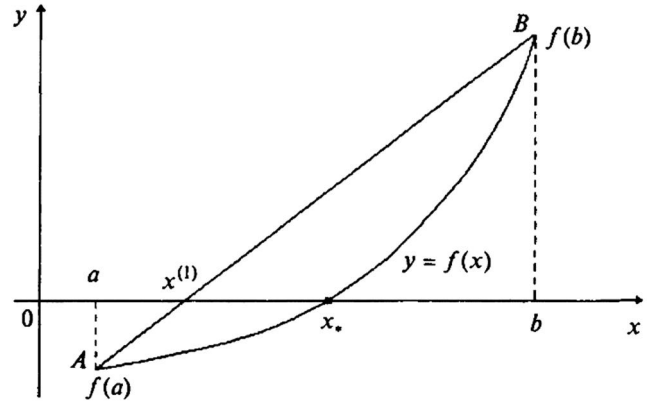
### 10 вопрос

Отделить корни уравнения  $x^3 - x + 1 = 0$  графически.

- а)  $x \in [-2; -1,7]$       б)  $x \in [-1,7; -1,5]$       в)  $x \in [-1,5; -1,2]$       г)  $x \in [-1,2; -1]$

**11 вопрос**

Используя уравнение хорды  $AB$  получить формулу для нахождения первого приближения решения уравнения  $f(x) = 0$ , согласно чертежу.



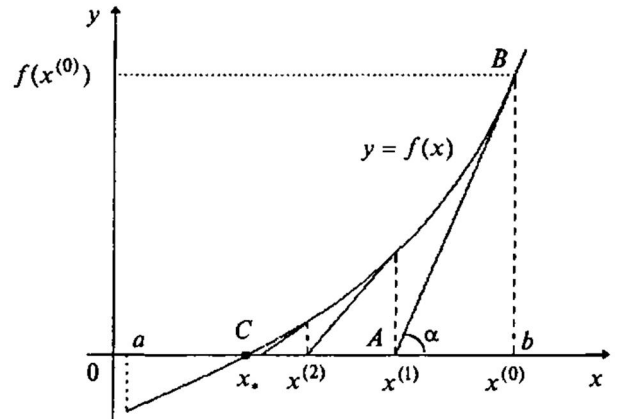
а)  $x^{(1)} = a - \frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a)$  б)

$x^{(1)} = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a)$  в)

$x^{(1)} = b - \frac{f(b)}{f(b) - f(a)}(b - a)$  г)  $x^{(1)} = a - \frac{f(b)}{f(b) - f(a)}(b - a)$

**12 вопрос**

Используя уравнение касательной, проведенной в точке  $(b, f(b))$  получить формулу для нахождения первого приближения решения уравнения  $f(x) = 0$ , согласно чертежу.



а)  $x^{(1)} = b - \frac{y - f(b)}{f'(b)}$  б)  $x^{(1)} = b + \frac{f'(b)}{f(b)}$

в)  $x^{(1)} = b + \frac{f(b)}{f'(b)}$  г)  $x^{(1)} = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$

**ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ**

**5 СЕМЕСТР**

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Курс 3    Дисциплина Вычислительная математика    Специальность ЕФП

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Источники и классификация погрешностей результата численных расчетов .
2. Метод простых итераций решения систем уравнений.
3. Пользуясь интерполяционной формулой Лагранжа, составить уравнение прямой, проходящей через точки  $P_0(1;3)$  и  $P_1(4;-1)$ .
4. Решить систему методом LU-разложения: 
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 6 \\ 3x - z = 2 \\ 4x + y + 2z = 5 \end{cases}$$
5. Отделить корни уравнения графически и выполнить 3 шага уточнения одного из них методом итераций:  $2x^3 - 3x^2 + 4x - 5 = 0$  .
6. Применяя метод Эйлера, составить на отрезке  $[0,1]$  таблицу значений решения уравнения  $y' = y - \frac{2x}{y}$  с начальным условием  $y(0)=1$  с шагом  $h=0,2$ .

**Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 1  
контрольных работ, КОПТ**

**ПРИЛОЖЕНИЕ №7**

**ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ, КОНТРОЛЬНЫХ  
РАБОТ И КОНТРОЛЬНО-ОБУЧАЮЩИХ ПРОГРАММ ТЕСТИРОВАНИЯ (КОПТ)**

**Семестр 5**

**Шкала оценивания защиты типовых расчетов**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Типовой расчет №1 (маx 11 б)</b>	<b>Типовой расчет №2 (маx 7 б)</b>	<b>Типовой расчет №3 (маx 9 б)</b>	<b>Типовой расчет №4 (маx 7 б)</b>
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	<b>0-3,5</b>	<b>0-2,5</b>	<b>0-3</b>	<b>0-2,5</b>
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	<b>3,5-6,5</b>	<b>2,5-4</b>	<b>3-5,5</b>	<b>2,5-4</b>
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные.	<b>6,5-9</b>	<b>4-5,5</b>	<b>5,5-7,5</b>	<b>4-5,5</b>
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	<b>9-11</b>	<b>5,5-7</b>	<b>7,5-9</b>	<b>5,5-7</b>

**Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 2  
контрольных работ, КОПТ**

**Шкала оценивания выполнения контрольных работ**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>КР №1 (маx 6 б)</b>	<b>КР №2 (маx 6 б)</b>	<b>КР №3 (маx 6 б)</b>	<b>КР №4 (маx 6 б)</b>
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	<b>0-2</b>	<b>0-2</b>	<b>0-2</b>	<b>0-2</b>
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	<b>2-3,5</b>	<b>2-3,5</b>	<b>2-3,5</b>	<b>2-3,5</b>
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	<b>3,5-5</b>	<b>3,5-5</b>	<b>3,5-5</b>	<b>3,5-5</b>
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	<b>5-6</b>	<b>5-6</b>	<b>5-6</b>	<b>5-6</b>

**Шкала оценивания выполнения компьютерных тестов**

1. Тест «**Теория погрешностей и приближение функций**». Всего заданий в тесте –12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.
2. Тест «**Приближенное решение нелинейных уравнений**». Всего заданий в тесте –12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.
3. Тест «**Приближенное решение систем линейных уравнений**». Всего заданий в тесте – 12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.
4. Тест «**Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений**». Всего заданий в тесте –12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ ДИСЦИПЛИНЫ

«Вычислительная математика»

СЕМЕСТР 5

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Теория погрешностей и приближение функций	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (11), ДЗ (1)	8	14	7
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	3	6	
Модуль 2					
Приближенное решение нелинейных уравнений	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (7), ДЗ (1)	6	10	11
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	3	6	
Модуль 3					
Приближенное решение систем линейных уравнений	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (9), ДЗ (1)	7	12	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	4	6	
Модуль 4					

**Приложение №8. Технологические карты дисциплины I 2**

Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (7), ДЗ (1))	6	10	18
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	3	6	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

5 СЕМЕСТР

Образец выполнения типового расчета №1

1.1.

- 1), 2) Вычислить и определить погрешности результата;
- 3) Вычислить пользуясь правилами подсчета цифр.

Образец выполнения задания

- 1)  $X = \frac{m^2 n^3}{\sqrt{k}}$ , где  $m = 28,3 (\pm 0,02)$ ,  $n = 7,45 (\pm 0,01)$ ,  $k = 0,678 (\pm 0,003)$ ;
- 2)  $N = \frac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$ , где  $n = 3,0567 (\pm 0,0001)$ ,  $m = 5,72 (\pm 0,02)$ ;
- 3)  $V = \pi h^2 \left( R - \frac{h}{3} \right)$ , где  $h = 11,8$ ;  $R = 23,67$ .

1) Находим  $m^2 = 800,9$ ;  $n^3 = 413,5$ ;  $\sqrt{k} = 0,8234$ ;

$$X = \frac{800,9 \cdot 413,5}{0,8234} = 402\,200 = 4,02 \cdot 10^5.$$

Далее, имеем  $\delta_m = 0,02/28,3 = 0,00071$ ;  $\delta_n = 0,01/7,45 = 0,00135$ ;  $\delta_k = 0,003/0,678 = 0,00443$ , откуда

$$\delta_X = 2\delta_m + 3\delta_n + 0,5\delta_k = 0,00142 + 0,00405 + 0,00222 = 0,00769 = 0,77\%;$$

$$\alpha_X = 4,02 \cdot 10^5 \cdot 0,0077 = 3,1 \cdot 10^3.$$

Ответ:  $X = 4,02 \cdot 10^5 (\pm 3,1 \cdot 10^3)$ ;  $\delta_X = 0,77\%$ .

2) Имеем  $n-1 = 2,0567 (\pm 0,0001)$ ;  $m+n = 3,057 (\pm 0,0004) + 5,72 (\pm 0,02) = 8,777 (\pm 0,0204)$ ;  $m-n = 5,72 (\pm 0,02) - 3,057 (\pm 0,0004) = 2,663 (\pm 0,0204)$ ;

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{2,663^2} = \frac{2,0567 \cdot 8,777}{7,092} = 2,545 \approx 2,55;$$

$$\delta_N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0204}{8,777} + 2 \frac{0,0204}{2,663} = 0,000049 + 0,00233 + 2 \cdot 0,00766 =$$

$$= 0,00238 + 0,01532 = 0,0177 = 1,77\%; \alpha_N = 2,55 \cdot 0,0177 = 0,046.$$

Ответ:  $N \approx 2,55 (\pm 0,046)$ ;  $\delta_N = 1,77\%$ .

3) Находим

$$V = 3,142 \cdot 11,8^2 (23,67 - 3,933) = 3,142 \cdot 11,8^2 \cdot 19,737 = 3,142 \cdot 139,2 \cdot 19,737 = 437,37 \cdot 19,737 = 8630 \approx 8,63 \cdot 10^3.$$

Ответ:  $V \approx 8,63 \cdot 10^3$ .

1.2.

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана: 1) в неравноотстоящих узлах таблицы; 2) в равноотстоящих узлах таблицы;

Решение:

1)

x	y
0,05	0,050042
0,10	0,100335
0,17	0,171657
0,25	0,255342
0,30	0,309336
0,36	0,376403

Вычислить значение функции  $f(x)=y(x)$  при  $x=0,263$ .

1) Воспользуемся формулой

$$f(x) \approx \Pi_{n+1} \cdot \sum_{i=0}^n (y_i/D_i),$$

где

$$\Pi_{n+1} = (x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_n),$$

$$D_i = (x_i-x_0)(x_i-x_1) \dots (x_i-x_{i-1})(x-x_{i+1})(x-x_{i+2}) \dots (x_i-x_n).$$

Вычисления приведены в таблице.

i	Разности						$D_i$	$y_i/D_i$
0	0,213	-0,05	-0,12	-0,20	-0,25	-0,31	$-0,19809 \cdot 10^{-4}$	-2526,2
1	0,05	0,163	-0,07	-0,15	-0,20	-0,26	$0,44499 \cdot 10^{-5}$	25547,7
2	0,12	0,07	0,093	-0,08	-0,13	-0,19	$-0,154365 \cdot 10^{-5}$	-111202,0
3	0,20	0,15	0,08	0,013	-0,05	-0,11	$0,1716 \cdot 10^{-6}$	1488007,0
4	0,25	0,20	0,13	0,05	-0,037	-0,06	$0,7215 \cdot 10^{-6}$	428740,0
5	0,31	0,26	0,19	0,11	0,06	-0,097	$-0,980402 \cdot 10^{-6}$	-38392,7

Итак,  $\Pi_{5+1} = 0,1506492 \cdot 10^{-6}$ ,  $\sum_{i=0}^5 (y_i/D_i) = 1790173,8$ . Следовательно,

$$f(0,263) \approx \Pi_{5+1} \cdot \sum_{i=0}^5 (y_i/D_i) = 0,1506492 \cdot 10^{-6} \cdot 1790173,8 = 0,269678.$$

2) Для вычислений используем формулу

$$f(x) = y(x) \approx \Pi_{n+1}(t) \sum_{i=0}^n \frac{y_i}{(t-i)C_i},$$

где

$$\Pi_{n+1}(t) = t(t-1) \dots (t-n); \quad t = (x-x_0)/h; \quad h = x_{i+1} - x_i;$$

$$C_i = (-1)^{n-i} \cdot i! \cdot (n-i)!.$$

Здесь  $t = (0,1157 - 0,101)/0,005 = 2,94$ . Вычисления располагаем в таблице.

2)

x	y
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,32660

Определить значение функции  $y(x)$  при  $x=0,1157$ .

$i$	$x_i$	$l_i$	$t-i$	$C_i$	$(t-i) \cdot C_i$	$\frac{y_i}{(t-i)C_i}$
0	0,101	1,26183	2,94	-120	-352,8	-0,0035766
1	0,106	1,27644	1,94	24	46,56	0,0274149
2	0,111	1,29122	0,94	-12	-11,28	-0,1144691
3	0,116	1,30617	-0,06	12	-0,72	-1,8141250
4	0,121	1,32130	-1,06	-24	25,44	0,0519379
5	0,126	1,33660	-2,06	120	-247,2	-0,0054069

Итак,  $P_{5+1}(t) = -0,7024271$ ;  $\sum_{i=0}^5 \frac{y_i}{(t-i)C_i} = -1,858225$ . Следовательно,

$$f(0,1157) \approx 1,30527.$$

1.3.

Вычислить приближенное значение функции, заданной таблично, по схеме Эйткена при заданном значении аргумента  $x = 0,8925$ .

Таблица 2

$x$	$y$	№ варианта	$x$
0,8902	1,23510	2	0,8942
0,8909	1,23687	8	0,8973
0,8919	1,23941	14	0,8958
0,8940	1,24475	20	0,8948
0,8944	1,24577	26	0,8934
0,8955	1,24858		
0,8965	1,25114		
0,8975	1,25371		
0,9010	1,26275		
0,9026	1,26691		

Решение:

Выберем из таблицы 2 шесть значений так, чтобы значение аргумента 0,8925 было расположено между двумя средними значениями аргумента, и вычисляем  $f(0,8925)$  по схеме Эйткена до получения совпадающих значений с пятью десятичными знаками. Вычисления приведены в таблице.

$x_i$	$y_i$	$P_1(x_i, x_{i-1})$	$P_2(x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$	$P_3(x_i, x_{i+1}, x_{i+2}, x_{i+3})$	$x_i - x$
0,8902	1,23510				-0,0023
0,8909	1,23687	1,240916			-0,0016
0,8919	1,23941	1,240934	1,240940		-0,0006
0,8940	1,24475	1,240936	1,240935	1,240937	0,0015
0,8944	1,24577	1,240925	1,240933	1,240934	0,0019
0,8955	1,24858	1,240916	1,240934	1,240933	0,0030

Из сравнения полученных результатов имеем  $f(0,8925) \approx 1,24093$ .

1.4

Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона найти приближенное значение функции при данном значении аргумента.

$x$	$y$
1,215	0,106044
1,220	0,113276
1,225	0,119671
1,230	0,125324
1,235	0,130328
1,240	0,134776
1,245	0,138759
1,250	0,142367
1,255	0,145688
1,260	0,148809

Определить значения функции  $y(x)$  при следующих значениях аргумента:

- 1)  $x_1 = 1,2273$ ;    3)  $x_2 = 1,253$ ;  
 2)  $x_3 = 1,210$ ;    4)  $x_4 = 1,2638$ .

Решение:

Составим таблицу конечных разностей. Для контроля вычислений добавим к ней две строки: в строке  $\Sigma$  запишем суммы элементов столбцов конечных разностей, а в строке  $P$  — разности крайних значений столбцов.

$x_i$	$y_i$	$\Delta y_i$	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$
1,215	0,106044	0,007232	-0,000837	0,000095
1,220	0,113276	0,006395	-0,000742	0,000093
1,225	0,119671	0,005653	-0,000649	0,000093
1,230	0,125324	0,005004	-0,000556	0,000091
1,235	0,130328	0,004448	-0,000465	0,000090
1,240	0,134776	0,003983	-0,000375	0,000088
1,245	0,138759	0,003608	-0,000287	0,000087
1,250	0,142367	0,003321	-0,000200	—
1,255	0,145688	0,003121	—	—
1,260	0,148809	—	—	—
$\Sigma$	—	0,042765	-0,004111	0,000637
$P$	0,042765	-0,004111	0,000637	—

При составлении таблицы разностей ограничиваемся разностями третьего порядка, так как они практически постоянны. Для вычисления значений функции при  $x = 1,2273$  и  $x = 1,210$  воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования вперед:

$$y(x) \approx y_0 + q \Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{q(q-1)(q-2)}{3!} \Delta^3 y_0.$$

где  $q = (x - x_0) / h$ .

- 1) Если  $x = 1,2273$ , то примем  $x_0 = 1,225$ ; тогда

$$q = \frac{1,2273 - 1,225}{0,005} = 0,46.$$

$$y(1,2273) \approx 0,119671 + 0,46 \cdot 0,005653 + \frac{0,46(-0,54)}{2}(-0,000649) +$$

$$+ \frac{0,46(-0,54)(-1,54)}{6} 0,000093 = 0,119671 + 0,0026004 + 0,0000806 + 0,0000059 =$$

$$= 0,1223579 \approx 0,122358.$$

2) Если  $x=1,210$ , то примем  $x_0=1,215$ ; тогда

$$q = \frac{1,210 - 1,215}{0,005} = -1,$$

$$y(1,210) \approx 0,106044 + (-1)0,007232 + \frac{(-1)(-2)}{2}(-0,000837) + \frac{(-1)(-2)(-3)}{6} \times$$

$$\times 0,000095 = 0,097880.$$

Для вычисления значений функции при  $x=1,253$  и  $x=1,2638$  воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования назад:

$$y(x) \approx y_n + q\Delta y_{n-1} + \frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \frac{q(q+1)(q+2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3}.$$

где  $q = (x - x_n)/h$ .

3) Если  $x=1,253$ , то примем  $x_n=1,255$ ; тогда

$$q = \frac{1,253 - 1,255}{0,005} = -0,4,$$

$$y(1,253) \approx 0,145688 + (-0,4)0,003321 + \frac{(-0,4)0,6}{2}(-0,000287) + \frac{(-0,4)0,6 \cdot 1,6}{6} \times$$

$$\times 0,000088 = 0,145688 - 0,0013284 + 0,0000344 - 0,0000056 = 0,1443884 \approx$$

$$\approx 0,144388.$$

4) Если  $x=1,2638$ , то примем  $x_n=1,260$ ; тогда

$$q = \frac{1,2638 - 0,260}{0,005} = 0,76,$$

$$y(1,2638) \approx 0,148809 + 0,76 \cdot 0,003121 + \frac{0,76 \cdot 1,76}{2}(-0,000200) + \frac{0,76 \cdot 1,76 \cdot 2,76}{6} \times$$

$$\times 0,000087 = 0,148809 + 0,0023720 - 0,0001338 + 0,0000535 =$$

$$= 0,1511007 \approx 0,151101.$$

### Образец выполнения типового расчета №2

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них

- а) методом хорд;
- б) методом касательных;
- в) методом простых итераций

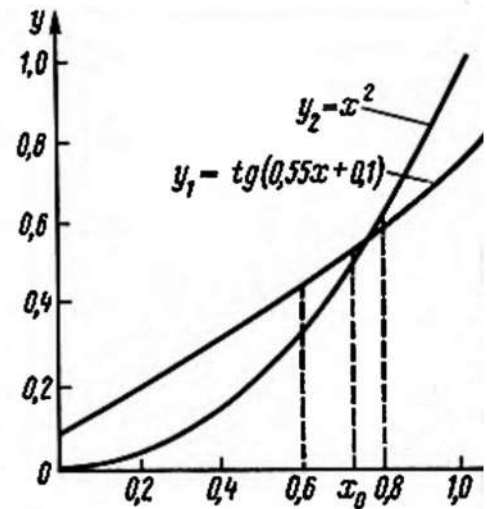
с точностью до 0,001.

Уравнение  $\operatorname{tg}(0,55x + 0,1) = x^2;$

Решение.

а) Отделим корень графически. Построим графики функций  $y_1 = \operatorname{tg}(0,55x + 0,1)$  и  $y_2 = x^2$ , составив таблицы значений этих функций:

$x$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$y_2 = x^2$	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1
$0,55x$	0	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55
$y_1$	0,1	0,21	0,33	0,46	0,60	0,76



Таким образом, положительный корень уравнения заключен в промежутке  $[0,6; 0,8]$ .

Чтобы уточнить корень методом хорд, определим знаки функции  $f(x) = \operatorname{tg}(0,55x + 0,1) - x^2$  на концах промежутка  $[0,6; 0,8]$  и знак второй производной в этом промежутке:

$$f(0,6) = \operatorname{tg} 0,43 - 0,36 = 0,4586 - 0,36 = 0,0986; \quad f(0,8) = \operatorname{tg} 0,54 - 0,64 =$$

$$= 0,5994 - 0,64 = -0,0406;$$

$$f'(x) = \frac{0,55}{\cos^2(0,55x + 0,1)} - 2x;$$

$$f''(x) = 0,55 \cdot 2 \cos^3(0,55x + 0,1) \sin(0,55x + 0,1) \cdot 0,55 - 2 =$$

$$= \frac{0,605 \sin(0,55x + 0,1)}{\cos^3(0,55x + 0,1)} - 2 < 0 \text{ при } x \in [0,6; 0,8].$$

Для вычислений применяем формулу

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(b) - f(x_n)} \cdot (b - x_n),$$

где  $b = 0,8; x_0 = 0,6$ .

Вычисления удобно располагать в таблице:

$n$	$x_n$	$0,8 - x_n$	$0,55x_n + 0,1$	$\operatorname{tg}(0,55x_n + 0,1)$
0	0,6	0,2	0,43	0,4586
1	0,742	0,058	0,5081	0,5570
2	0,750	0,50	0,5125	0,5627
3	0,7502	0,0498	0,5126	0,5628

$n$	$x_n^2$	$f(x_n)$	$f(0,8) - f(x_n)$	$h = \frac{f(x_n)}{f(0,8) - f(x_n) \times (b - x_n)}$
0	0,36	0,0986	-0,1392	-0,142
1	0,5506	0,0064	-0,0470	-0,008
2	0,5625	0,0002	-0,0408	-0,0002
3	0,5628	0		

Ответ:  $x=0,750$ .

б) Выше мы отделили один из корней этого уравнения и установили, что он заключен в промежутке  $[0,6; 0,8]$ . Уточним этот корень методом касательных. Так как  $f(0,6) > 0$ ;  $f(0,8) < 0$  и  $f''(x) < 0$  то за начальное приближение примем  $x_0 = 0,8$ .

Вычисления производим по формуле

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Предварительно найдем

$$f'(0,8) = \frac{0,55}{\cos^2(0,44 + 0,1)} - 2 \cdot 0,8 = \frac{0,55}{0,85772} - 1,6 = \frac{0,55}{0,7356} - 1,6 = 0,7477 - 1,6 = -0,8523.$$

Составим таблицу:

$n$	$x_n$	$x_n^2$	$0,55x_n + 0,1$	$\operatorname{tg}(0,55x_n + 0,1)$	$f(x_n)$	$\frac{f(x_n)}{-0,8523}$
0	0,8	0,64	0,54	0,5994	-0,0406	0,0476
1	0,7524	0,5661	0,5138	0,5643	-0,0018	0,0021
2	0,7503	0,5630	0,5127	0,5630	-0,0000	0

Ответ:  $x \approx 0,750$ .

в) Рассмотрим уравнение  $2x + \lg(2x + 3) = 1$ :

Найдем приближенные значения корней графически; для этого уравнение удобно представить в виде  $\lg(2x + 3) = 1 - 2x$ . Из графика видно, что уравнение имеет один корень, лежащий в промежутке  $[0; 0,5]$ . Для уточнения его методом итераций приведем уравнение к виду  $x = \varphi(x)$ .

Функцию  $\varphi(x)$  будем искать из соотношения  $\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{k}$ , считая, что  $|k| \geq Q/2$ , где  $Q = \max |f'(x)|$ ; число  $k$  имеет тот же знак, что и  $f'(x)$  в промежутке  $[0; 0,5]$ .

Находим

$$f(x) = 2x + \lg(2x+3) - 1;$$

$$f'(x) = 2 + \frac{0,8686}{2x+3};$$

$$Q = \max_{[0; 0,5]} f'(x) = 2 + \frac{0,8686}{2 \cdot 0 + 3} \approx 2,2895; f'(x) > 0 \text{ при } 0 \leq x \leq 0,5.$$

Примем  $k=2$ , тогда

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{2} = x - x - \frac{\lg(2x+3)}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lg(2x+3).$$

За начальное приближение возьмем  $x_0 = 0$ , все остальные приближения будем определять из равенства

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \lg(2x_n + 3).$$

Вычисления удобно располагать в таблице:

$n$	$x_n$	$2x_n + 3$	$\lg(2x_n + 3)$	$\frac{1}{2} \lg(2x_n + 3)$
0	0	3	0,4771	0,2386
1	0,2614	3,5228	0,5469	0,2734
2	0,2266	3,4532	0,5382	0,2691
3	0,2309	3,4618	0,5394	0,2697
4	0,2303	3,4606	0,5392	0,2696
5	0,2304			

Ответ:  $x \approx 0,230$ .

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них

- а) методом хорд;
- б) методом касательных;
- в) методом простых итераций

с точностью до 0,001.

Уравнение  $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5 = 0$

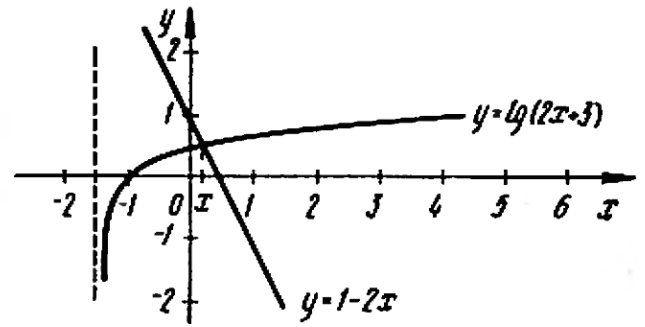


Рис. 4

Решение.

а)

Отделим корни аналитически. Находим

$$f(x) = x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5; \quad f'(x) = 3x^2 - 0,4x + 0,5; \quad D = 0,16 - 6 < 0.$$

Составим таблицу знаков функции  $f(x)$ :

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$\text{sign } f(x)$	$-$	$-$	$+$	$+$

Уравнение имеет один действительный корень, лежащий в промежутке  $[-1, 0]$ .

Чтобы уточнить корень, находим вторую производную  $f''(x) = 6x - 0,4$ ; в промежутке  $[-1, 0]$  выполняется неравенство  $f''(x) < 0$ .

Для вычислений применяем формулу

$$x_{n+1} = a - \frac{f(a)}{f(x_n) - f(a)}(x_n - a),$$

где  $a = -1$ ;  $x_0 = 0$ ;  $f(a) = f(-1) = -1 - 0,2 - 0,5 + 1,5 = -0,2$ .

Вычисления располагаем в таблице:

$n$	$x_n$	$x_n^3$	$x_n^2$	$0,2x_n^2$	$0,5x_n$
0	0	0	0	0	0
1	-0,882	-0,6861	0,7779	0,1556	-0,441
2	-0,943	-0,8386	0,8892	0,1778	-0,4715
3	-0,946	-0,8466	0,8949	0,1790	-0,473
4	-0,946				

$n$	$f(x_n)$	$f(x_n) + 0,2$	$x_n - a$	$\frac{f(a)(x_n - a)}{f(x_n) - f(a)}$
0	1,5	1,7	1	-0,118
1	0,2173	0,4173	0,118	-0,057
2	0,0121	0,2121	0,057	-0,054
3	0,0014	0,2014	0,054	-0,054

Ответ:  $x \approx -0,946$ .

б)

Выше мы установили, что уравнение имеет действительный корень, принадлежащий промежутку  $[-1, 0]$ . Уточним этот

корень методом касательных. Так как  $f(-1) < 0$ ,  $f(0) > 0$  и  $f''(x) < 0$ , то за начальное приближение принимаем  $x_0 = -1$ .  
Для вычислений применяем формулу

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Находим  $f(x) = x^3 - 0,2x^2 + 0,5x + 1,5$ ;  $f'(x) = 3x^2 - 0,4x + 0,5$ . Для вычислений используем таблицу:

$n$	$x_n$	$x_n^2$	$x_n^3$	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$h = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	-1	1	-1	-0,2	3,9	-0,051
1	-0,949	0,9006	-1,8547	-0,0093	3,5814	-0,0026
2	-0,9464	0,8957	-0,8477	-0,0004	3,5657	-0,00001

Ответ:  $x \approx -0,946$ .

в) Рассмотрим уравнение  $x^3 - 2x^2 + 7x + 3 = 0$ .

Отделяем корни аналитически. Находим

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 7x + 3; f'(x) = 3x^2 - 4x + 7; D = 4 - 21 \cdot 4 < 0.$$

Составим таблицу:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
sign $f(x)$	-	-	+	+

Уравнение имеет действительный корень, лежащий в промежутке  $[-1, 0]$ .

Приведем уравнение к виду  $x = \varphi(x)$  так, чтобы  $|\varphi'(x)| < 1$  при  $-1 \leq x \leq 0$ . Так как  $Q = \max_{[-1, 0]} |f'(x)| = f'(-1) = 3 + 4 + 7 = 14$ , то можно взять  $k = 10$ . Тогда

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{k} = x - 0,1x^3 + 0,2x^2 - 0,7x - 0,3 = -0,1x^3 + 0,2x^2 + 0,3x - 0,3.$$

Пусть  $x_0 = 0$ , тогда  $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ . Вычисления располагаем в таблице:

$n$	$x_n$	$x_n^2$	$x_n^3$	$\varphi(x_n)$
0	0	0	0	-0,3
1	-0,3	0,09	-0,027	-0,3693
2	-0,3693	0,1364	-0,0504	-0,3785
3	-0,3785	0,1433	-0,0542	-0,3795
4	-0,3795	0,1440	-0,0546	-0,3796
5	-0,3796			

Ответ:  $x \approx -0,380$ .

Образец выполнения типового расчета №3

3.1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого с точностью до 0,0001.

$$\begin{cases} 1,35x_1 - 1,72x_2 - 0,62x_3 + 0,48x_4 = 0,93; \\ 1,08x_1 + 0,64x_2 - 0,95x_3 + 1,54x_4 = 1,64; \\ 0,88x_1 - 0,72x_2 + 1,36x_3 - 0,68x_4 = -0,85; \\ 0,64x_1 + 1,48x_2 + 0,82x_3 - 1,58x_4 = -1,32. \end{cases}$$

Решение:

Вычисления производим по следующей схеме

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	Свободный член	$\Sigma$	
1,35	-1,72	-0,62	0,48	0,93	0,42	
1,08	0,64	-0,95	1,54	1,64	3,95	
0,88	-0,72	1,36	-0,68	-0,85	-0,01	
0,64	1,48	0,82	-1,58	-1,32	0,04	
1,35	1	-1,27410	-0,45926	0,35555	0,68888	0,31111
1,08	2,01603	1	-0,22520	0,57341	0,44444	1,79263
0,88	0,40121	1,85450	1	-0,65945	-0,88138	-0,54085
0,64	2,29542	1,63086	-2,04830	1	0,65598	1,65596
			1	0,65598	1,65596	
		1		-0,44879	0,55117	
	1			-0,03277	0,96721	
				0,20778	1,20778	

Отвст:  $x_1 = 0,2078$ ;  $x_2 = -0,0328$ ;  $x_3 = -0,4488$ ;  $x_4 = 0,6560$ ;  
 $\bar{x}_1 = 1,2078$ ;  $\bar{x}_2 = 0,9672$ ;  $\bar{x}_3 = 0,5512$ ;  $\bar{x}_4 = 1,6569$ .

3.2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001, предварительно оценив число необходимых для этого шагов.

$$\begin{cases} x_1 = 0,32x_1 - 0,05x_2 + 0,11x_3 - 0,08x_4 + 2,15; \\ x_2 = 0,11x_1 + 0,16x_2 - 0,28x_3 - 0,06x_4 - 0,83; \\ x_3 = 0,08x_1 - 0,15x_2 + 0,12x_4 + 1,16; \\ x_4 = -0,21x_1 + 0,13x_2 - 0,27x_3 + 0,44. \end{cases}$$

Решение:

Число шагов, дающих наверняка ответ с точностью до 0,001 определим с помощью соотношения

$$\|X^* - X^k\| \leq \frac{\|A\|^{k+1}}{1 - \|A\|} \cdot \|F\| \leq 0,001.$$

Здесь  $\|A\|_1 = \max\{0,56; 0,61; 0,35; 0,61\} < 1$ ; значит, итерационный процесс сходится;  $\|F\|_1 = 2,15$ . Имеем

$$\frac{0,61^{k+1}}{0,39} \cdot 2,15 < 0,001; \quad 0,61^{k+1} < \frac{0,001 \cdot 0,39}{2,15};$$

$$(k+1) \cdot \lg 0,61 < -3 + \lg 0,39 - \lg 2,15;$$

$$k+1 > \frac{-3 + 1,5911 - 0,3324}{1,7853} = \frac{3,7413}{0,2147} = 17,5; \quad k \geq 17.$$

Вычисления располагаем в таблице:

$k$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
0	2,15	-0,83	1,16	0,44
1	2,9719	-1,0775	1,5093	-0,4326
2	2,3555	-1,0721	1,5075	-0,7317
3	3,5017	-1,0106	1,5015	-0,8111
4	3,5511	-0,9277	1,4944	-0,8321
5	3,5637	-0,9563	1,4834	-0,8298
6	3,5678	-0,9566	1,4890	-0,8332
7	3,5700	-0,9575	1,4889	-0,8356
8	3,5709	-0,9573	1,4890	-0,8362
9	3,5712	-0,9571	1,4889	-0,8364
10	3,5713	-0,9570	1,4890	-0,8364

Сходимость в тысячных долях имеет место уже на 10-м шаге.  
 Ответ:  $x_1 \approx 3,571$ ;  $x_2 \approx -0,957$ ;  $x_3 \approx 1,489$ ;  $x_4 \approx -0,836$ .

3.3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001, предварительно приведя ее к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 4,5x_1 - 1,8x_2 + 3,6x_3 = -1,7; & \text{(I)} \\ 3,1x_1 + 2,3x_2 - 1,2x_3 = 3,6; & \text{(II)} \\ 1,8x_1 + 2,5x_2 + 4,6x_3 = 2,2. & \text{(III)} \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} 7,6x_1 + 0,5x_2 + 2,4x_3 = 1,9; & \text{(I+II)} \\ 2,2x_1 + 9,1x_2 + 4,4x_3 = 9,7; & \text{(2III+II-I)} \\ -1,3x_1 + 0,2x_2 + 5,8x_3 = -1,4; & \text{(III-II)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x_1 = 2,4x_2 - 0,5x_3 - 2,4x_3 + 1,9; \\ 10x_2 = -2,2x_1 + 0,9x_2 - 4,4x_3 + 9,7; \\ 10x_3 = 1,3x_1 - 0,2x_2 - 4,2x_3 - 1,4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0,24x_2 - 0,05x_3 - 0,24x_3 + 0,19; \\ x_2 = -0,22x_1 + 0,09x_2 - 0,44x_3 + 0,97; \\ x_3 = 0,13x_1 - 0,02x_2 + 0,42x_3 - 0,14. \end{cases}$$

Норма  $\|A\|_1$  матрицы, состоящей из коэффициентов при неизвестных в правых частях уравнений, равна  $\{0,53; 0,77; 0,57\} = 0,77 < 1$ ; значит процесс Зейделя сходится.

Вычисления располагаем в таблице:

$N$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$N$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
0	0,19	0,97	-0,14	5	0,2467	1,1138	-0,223
1	0,2207	1,0703	-0,1915	6	0,2472	1,1143	-0,224
2	0,2354	1,0988	-0,2118	7	0,2474	1,1145	-0,224
3	0,2424	1,1088	-0,2196	8	0,2475	1,1145	-0,224
4	0,2454	1,1124	-0,2226				

Ответ:  $x_1 \approx 0,248$ ;  $x_2 \approx 1,115$ ;  $x_3 \approx -0,224$ .

Типовой расчет №4

4.1. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Эйлера-Коши на отрезке  $[0,2;1,2]$  с шагом 0,1 с начальным условием  $y(0,2) = 0,25$ . Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками.

$$y' = 0,185(x^2 + \cos 0,7x) + 1,843y.$$

Используем формулу:  $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(y'_i + \tilde{y}'_{i+1})$ ,

где  $\tilde{y}'_{i+1} = y'(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$ ,  $\tilde{y}_{i+1} = y_i + hy_i$ . Все вычисления представим в таблице:

$i$	$x_i$	$y_i$	$y'_i$	$hy'_i$	$\tilde{y}_{i+1}$	$\tilde{y}'_{i+1}$	$y_i + \tilde{y}_{i+1}$	$\frac{h}{2}(y'_i + \tilde{y}'_{i+1})$
0	0,2	0,25	0,6513	0,0651	0,3151	0,7784	1,4297	0,0715
1	0,3	0,3215	0,7901	0,0790	0,4005	0,9455	1,7356	0,0868
2	0,4	0,4083	0,9599	0,0960	0,5043	1,1495	2,1094	0,1055
3	0,5	0,5138	1,1670	0,1167	0,6305	1,3975	2,5645	0,1282
4	0,6	0,6420	1,4187	0,1419	0,7839	1,6986	2,1173	0,1559
5	0,7	0,7979	1,7244	0,1724	0,9703	2,0635	3,7879	0,1894
6	0,8	0,9873	2,0947	0,2095	1,1968	2,5050	4,5997	0,2300
7	0,9	1,2173	2,5428	0,2543	1,4716	3,0386	5,5814	0,2791
8	1,0	1,4964	3,0844	0,3084	1,8048	3,6830	6,7674	0,3384
9	1,1	1,8348	3,7382	0,3738	2,2086	4,4604	8,1986	0,4099
10	1,2	2,2447						

Решение дают значения  $x_i, y_i$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 10$ ) (первые два столбца таблицы).

Ответ:

$x_i$	$y_i$	$x_i$	$y_i$
0,2	0,25	0,8	0,987
0,3	0,322	0,9	1,217
0,4	0,408	1,0	1,496
0,5	0,514	1,1	1,835
0,6	0,642	1,2	2,245
0,7	0,797		

4.2. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Адамса со вторыми разностями на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,1$ . Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками. Начальный отрезок определить методом Рунге-Кутты.

$$y' = 1 + 0,2y \sin x - 1,5y^2 = f(x, y); \quad y(0) = 0. \quad x \in [0, 1], \quad h = 0,1.$$

Определим значения  $y_1 = y(0,1)$ ,  $y_2 = y(0,2)$  (начальный отрезок) методом Рунге — Кутта. При этом значения  $y_{i+1} = y(x_{i+1})$ , где  $x_{i+1} = x_i + h$ , находятся по формулам

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i,$$

$$\Delta y_i = \frac{1}{6}(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}),$$

где

$$k_1^{(i)} = hf(x_i, y_i),$$

$$k_2^{(i)} = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1^{(i)}}{2}\right),$$

$$k_3^{(i)} = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2^{(i)}}{2}\right),$$

$$k_4^{(i)} = hf(x_i + h, y_i + k_3^{(i)}).$$

Все вычисления будем располагать в таблице

$x$	$y(x)$	$\sin x$	$0,2y \cdot \sin x$	$-1,5y^2$	$f(x, y)$	$hf(x, y)$	$\Delta y$
0	0	0	0	0	1	0,1	0,1000
0,05	0,05	0,0500	0,0005	-0,0038	0,9967	0,0997	0,1994
0,05	0,0498	0,0500	0,0005	-0,0037	0,9968	0,0997	0,1994
0,10	0,0997	0,0998	0,0020	-0,0149	0,9871	0,0987	0,0987
							$0,5979 \cdot (1/6) =$ $= 0,0996$
0,10	0,0996	0,0998	0,0020	-0,0149	0,9871	0,0987	0,0987

$x$	$y(x)$	$\sin x$	$0,2y \cdot \sin x$	$-1,5y^2$	$f(x, y)$	$hf(x, y)$	$\Delta y$
0,15	0,1490	0,1494	0,0045	-0,0333	0,9712	0,0971	0,1942
0,15	0,1482	0,1494	0,0044	-0,0329	0,9715	0,0972	0,1944
0,20	0,1968	0,1987	0,0078	-0,0581	0,9497	0,0950	0,0950
							$0,5823 \cdot (1/6) =$ $= 0,0970$
0,20	0,1966	0,1987	0,0078	-0,0580	0,9498		

Вычисление последующих значений  $y_i = y(x_i)$ , где  $x_i = x_0 + \kappa h$  ( $i = 3, 4, \dots$ ), производим по формуле Адамса со вторыми разностями:

$$y_{i+1} = y_i + q_i + \frac{1}{2} \Delta q_{i-1} + \frac{5}{12} \Delta^2 q_{i-2}, \text{ где } q_i = hf(x_i, y_i).$$

Вычисления производим в следующих таблицах (табл. II, III и IV).

Табл. II содержит окончательные значения  $y(x_i)$  и значения конечных разностей, имеющихся в вычислительной формуле.

Таблица II

$i$	$x_i$	$y_i$	$f(x_i, y_i)$	$q_i = hf_i$	$\Delta q_i$	$\Delta^2 q_i$
0	0	0	0,1000	0,10000	-0,00129	-0,00244
1	0,1	0,0996	0,9871	0,09871	-0,00373	-0,00204
2	0,2	0,1966	0,9498	0,09498	-0,00577	-0,00154
3	0,3	0,2887	0,8921	0,08921	-0,00731	-0,00088
4	0,4	0,3742	0,8190	0,08190	-0,00819	-0,00035
5	0,5	0,4518	0,7371	0,07371	-0,00854	0,00008
6	0,6	0,5210	0,6517	0,06517	-0,00846	0,00049
7	0,7	0,5818	0,5671	0,05671	-0,00797	0,00067
8	0,8	0,6343	0,4874	0,04874	-0,00730	-
9	0,9	0,6792	0,4144	0,04144	-	-
10	1,0	0,7173	-	-	-	-

В табл. III выполняются расчеты, соответствующие формуле Адамса со вторыми разностями.

Таблица III

$i$	2	3	4	5
$y_i$	0,1966	0,28870	0,37418	0,45178
$q_i$	0,09498	-0,08921	-0,08190	-0,07371
$\frac{1}{2} \Delta q_{i-1}$	-0,00186	-0,00288	-0,00366	-0,00410
$\frac{5}{12} \Delta^2 q_{i-2}$	-0,0102	-0,00085	-0,00064	-0,00037

$y_{i+1}$	0,28870	0,37418	0,45178	0,52102
$i$	6	7	8	9
$y_i$	0,52102	0,58177	0,63428	0,67924
$q_i$	0,6517	0,05671	0,04874	0,04144
$\frac{1}{2}\Delta q_{i-1}$	-0,00427	-0,00423	-0,00398	-0,00365
$\frac{5}{12}\Delta q_{i-2}$	-0,00015	0,00003	0,00020	0,00028
$y_{i+1}$	0,58177	0,63428	0,67924	0,71731

В табл. IV производится вычисление значений функции

$$y' = f(x_i, y_i) = 1 + 0,2y_i \sin x_i - 1,5y_i^2.$$

Таблица IV

$x_i$	$y_i$	$0,2 \sin x_i$	$0,2y_i \sin x_i$	$-1,5y_i^2$	$f(x_i, y_i)$
0,3	0,2887	0,0591	0,0171	-0,1250	0,8921
0,4	0,3742	0,0779	0,0292	-0,2102	0,8190
0,5	0,4518	0,0959	0,0433	-0,3062	0,7371
0,6	0,5210	0,1129	0,0588	-0,4071	0,6517
0,7	0,5818	0,1288	0,0749	-0,5078	0,5671
0,8	0,6343	0,1435	0,0910	-0,6036	0,4874
0,9	0,6792	0,1567	0,1064	-0,6920	0,4144

Ответом являются значения функции  $y(x_i)$ , полученные в табл. II.

4.3. Решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения методом прогонки с шагом  $h = 0,05$  и с точностью 0,001.

$$y'' + xy' - 0,5\frac{y}{x} = 1,$$

$$\begin{cases} y(2) + 2y'(2) = 1, \\ y(2,3) = 2,15. \end{cases}$$

Решение:

В данной краевой задаче  $\alpha_0=1, \alpha_1=2, A=1, \beta_0=1, \beta_1=0, B=2,15$ ; узловые точки имеют абсциссы  $x_i=2+0,05i$ ; коэффициенты  $p_i=x_i, q_i=-0,5/x_i; f_i=1 (i=0, 1, 2, \dots, 6)$ .

Метод прогонки состоит из «прямого хода», в котором определяю коэффициенты

$$m_i = \frac{2h^2q_i - 4}{2 + hp_i}, \quad n_i = \frac{2 - hp_i}{2 + hp_i}, \quad F_i = \frac{2f_i}{2 + hp_i} \quad (i=1, 2, \dots, n-1),$$

а также

$$c_0 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_0 h - \alpha_1}, \quad d_0 = \frac{Ah}{\alpha_1}, \quad c_i = \frac{1}{m_i - n_i c_{i-1}},$$

$$d_i = F_i h^2 - n_i c_{i-1} d_{i-1} \quad (i=1, 2, \dots, n-1).$$

После выполнения «прямого хода» переходят к выполнению «обратного хода», который состоит в определении значений искомой функции по формулам

$$y_n = \frac{Bh + \beta_1 c_{n-1} d_{n-1}}{\beta_0 h + \beta_1 (c_{n-1} + 1)}, \quad y_i = c_i (d_i - y_{i+1}) \quad (i=n-1, n-2, \dots, 1, 0).$$

Здесь

$$m_i \approx -\frac{4 + \frac{0,0025}{x_i}}{2 + 0,05x_i}, \quad n_i = \frac{2 - 0,05x_i}{2 + 0,05x_i},$$

$$F_i \approx \frac{2}{2 + 0,05x_i} \quad (i=1, 2, \dots, 5),$$

$$c_0 = \frac{2}{0,05 \cdot 2} = -1,02564; \quad d_0 = \frac{0,05}{2} = 0,025.$$

Все вычисления будем располагать в таблице.

$i$	$x_i$	$m_i$	$n_i$	$h^2 F_i$	$c_i$	$d_i$	$y_i$
0	2,00	—	—	—	—	—	—
1	2,05	-1,903077	0,902497	0,002378	-1,02564	0,025000	2,2490
2	2,10	-1,900803	0,902238	0,002375	-1,02308	0,095319	2,2178
3	2,15	-1,898535	0,897983	0,002372	-1,02063	0,025878	2,1933
4	2,20	-1,896273	0,897734	0,002370	-1,01830	0,026090	2,1748
5	2,25	-1,894017	0,897491	0,002367	-1,01611	0,026167	2,1618
6	2,30	—	—	—	-1,01406	0,026123	2,1537
							2,15

Ответ:

$x$	$y$	$x$	$y$
• 2,00	2,249	2,20	2,162
2,05	2,218	2,25	2,154
2,10	2,193	2,30	2,150
2,15	2,175		

## ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

5 СЕМЕСТР

## Образец выполнения контрольной работы №1

## Вариант 1

1. Дана функция  $f(a,b,c) = \frac{ab^3}{c}$  и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами:  $a = 0.643$ ,  $b = 2.17$ ,  $c = 5.843$ . Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

**Решение.**

Значащую цифру называют верной в широком смысле, если абсолютная погрешность числа не превосходит единицы разряда, соответствующего этой цифре. Таким образом, так как значения переменных указаны в варианте со всеми верными цифрами, то будем считать, что

$$\Delta_a < 0.001; \Delta_b < 0.01; \Delta_c < 0.001$$

Погрешность умножения чисел  $(x \pm \Delta_x), (y \pm \Delta_y)$ :

$$\Delta_z = |x|\Delta_y + |y|\Delta_x + \Delta_x\Delta_y$$

Погрешность деления чисел  $(x \pm \Delta_x), (y \pm \Delta_y)$

$$\Delta_z \approx \frac{|x|\Delta_y + |y|\Delta_x}{y^2}$$

Оценим погрешность произведения  $b^2$  по правилу оценки погрешности произведения ( $b^2 = b \cdot b$ )

$$\Delta_{b^2} = |b|\Delta_b + |b|\Delta_b + \Delta_b\Delta_b = 2|b|\Delta_b + (\Delta_b)^2 = 2 \cdot 2.17 \cdot 0.01 + (0.01)^2 = 0.0435$$

$$\Delta_{b^2} < 0.0435$$

Оценим погрешность произведения  $b^3$  по правилу оценки погрешности произведения ( $b^3 = b^2 \cdot b$ )

$$|b^2|\Delta_b + |b|\Delta_{b^2} + \Delta_b\Delta_{b^2} = 2.17^2 \cdot 0.01 + 2.17 \cdot 0.0435 + 0.01 \cdot 0.0435 = 0.141919$$

$$\Delta_{b^3} < 0.141919$$

Оценим погрешность произведения  $ab^3$  по правилу оценки погрешности произведения

$$\Delta_{ab^3} = |a|\Delta_{b^3} + |b^3|\Delta_a + \Delta_a\Delta_{b^3}$$

$$|a|\Delta_{b^3} + |b^3|\Delta_a + \Delta_a\Delta_{b^3} = 0.643 \cdot 0.141919 + 2.17^3 \cdot 0.001 + 0.001 \cdot 0.141919 =$$

$$= 0.101614149$$

$$\Delta_{ab^3} < 0.101614149$$

Оценим погрешность частного  $z = \frac{ab^3}{c}$  по правилу оценки погрешности частного:

$$\Delta_z \approx \frac{|ab^3|\Delta_c + |c|\Delta_{ab^3}}{c^2}$$

$$\frac{|ab^3|\Delta_c + |c|\Delta_{ab^3}}{c^2} = \frac{0.643 \cdot 2.17^3 \cdot 0.001 + 5.843 \cdot 0.101614149}{5.843^2} = 0.01758319966$$

$$\Delta_z < 0.01758319966$$

Таким образом, можно сказать, что погрешность при вычислении числа

$$z = \frac{ab^3}{c}$$

$$\Delta_z < 0.02$$

Так как погрешность при вычислении составляет  $\Delta_z < 0.02$ , то число  $z = \frac{ab^3}{c}$  может быть вычислено с одним верным знаком после запятой.

Вычислим:

$$z = \frac{ab^3}{c} = \frac{0.643 \cdot 2.17^3}{5.843} \approx 1.12$$

Запишем число  $z$  с явным указанием погрешности:

$$z = 1.12 \pm 0.02$$

Запишем число  $z$  с использованием только верных цифр:

$$z = 1.1$$

ОТВЕТ.  $\Delta_z < 0.02$ ;  $z = 1.12 \pm 0.02$ ;  $z = 1.1$

2. Определить, какое равенство точнее  $\frac{18}{7} = 2.57$ ,  $\sqrt{22} = 4.69$

**Решение.**

$$x_1 = \frac{18}{7} = 2.5714285, \quad x_2 = \sqrt{22} = 4.6904157.$$

$$\Delta x_1 = |2.5714285 - 2.57| = 0.0014285 < 0.00143;$$

$$\Delta x_2 = |4.6904157 - 4.69| = 0.00041157 < 0.00042.$$

$$\delta x_1 = \frac{\Delta x_1}{|x_1|} = \frac{0.00143}{2.57} = 0.0005564 < 0.0006 = 0.06\%;$$

$$\delta x_2 = \frac{\Delta x_2}{|x_2|} = \frac{0.00042}{4.69} = 0.0000895 < 0.00009 = 0.009\%.$$

$$\delta x_2 < \delta x_1.$$

Ответ: Второе равенство  $\sqrt{22} = 4.69$  является более точным.

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при  $x=0,5$

i	0	1	2	3
x	0	1	2	3
y	-2	-5	0	-4

**Решение.**

Запишем формулу для интерполяционного многочлена в форме Лагранжа.

$$L(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} +$$

$$+ y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} =$$

И подставим туда табличные значения:

$$= -2 \cdot \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(0-1)(0-2)(0-3)} - 5 \cdot \frac{(x-0)(x-2)(x-3)}{(1-0)(1-2)(1-3)} +$$

$$+ 0 \cdot \frac{(x-0)(x-1)(x-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)} - 4 \cdot \frac{(x-0)(x-1)(x-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)} =$$

И преобразуем полученное выражение

$$= \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{3} - \frac{5}{2} \cdot x(x-2)(x-3) - \frac{2}{3} \cdot x(x-1)(x-2) =$$

$$= -\frac{17}{6}x^3 + 12,5x^2 - \frac{38}{3}x - 2$$

Вычислим значение при  $x=1$ :

$$L(0.5) = -\frac{17}{6}(0.5)^3 + 12.5 \cdot (0.5)^2 - \frac{38}{3} \cdot (0.5) - 2 = -5.5625$$

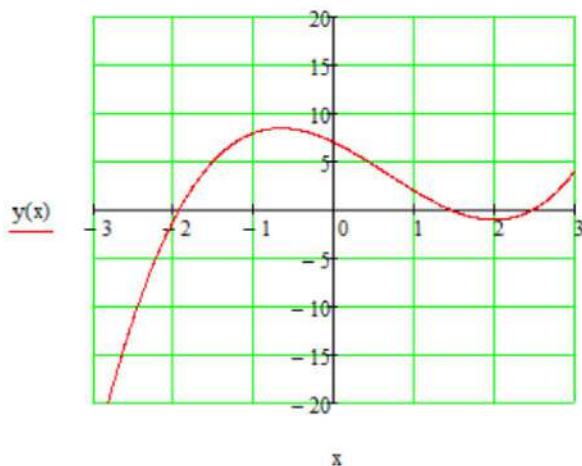
Ответ:  $L(x) = -\frac{17}{6}x^3 + 12.5x^2 - \frac{38}{3}x - 2$ ;  $L(0.5) = -5.5625$ .

**Контрольная работа №2**

**Вариант 1**

1. Отделить корни уравнения  $x^3 - 2x^2 - 4x + 7 = 0$  графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,0001.

**Решение.**



Первый отрицательный корень находится в интервале  $[-2; -1]$ . Уточним корень уравнения методом хорд.

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f(b) - f(x_{n-1})}(b - x_{n-1}), \text{ если } f(x_n) \cdot f(b) < 0$$

$$x_n = a - \frac{f(a)}{f(x_{n-1}) - f(a)}(x_{n-1} - a), \text{ если } f(x_n) \cdot f(a) < 0.$$

Критерий сходимости:

$$|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon.$$

Итак, выберем  $x_0 = -2$ ,  $f(a) = f(-2) = -1$ ,  $f(b) = f(-1) = 8$ .

1 итерация:  $f(-2) = -1$ ,  $f(x_0) \cdot f(b) < 0$ , тогда

$$x_1 = -2 - \frac{-1}{8+1}(-1+2) \approx -1.88889, |x_1 - x_0| = 0.1111 > \varepsilon = 0.0001$$

2 итерация:  $f(-1.88889) = 0.68037$ ,  $f(x_1) \cdot f(a) < 0$ , тогда

$$x_2 = -2 - \frac{-1}{0.68037+1}(-1.88889+2) \approx -1.93388,$$

$$|x_2 - x_1| = 0.04499 > \varepsilon = 0.0001.$$

3 итерация:  $f(-1.93388) = 0.023234$ ,  $f(x_1) \cdot f(a) < 0$ , тогда

$$x_3 = -2 - \frac{-1}{0.023234 + 1}(-1.93388 + 2) \approx -1.93538,$$

$$|x_3 - x_2| = 0.0015 > \varepsilon = 0.0001.$$

4 итерация:  $f(-1.93538) = 0.00078$ ,  $f(x_1) \cdot f(a) < 0$ , тогда

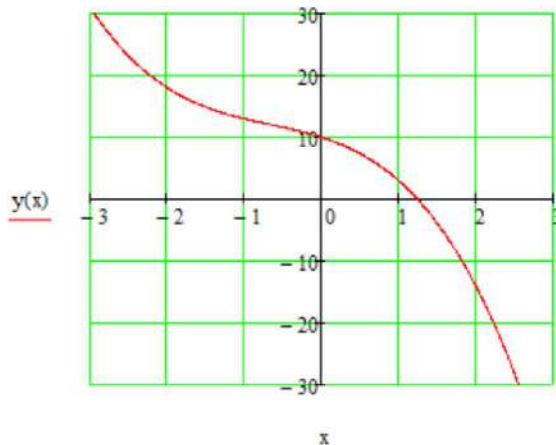
$$x_4 = -2 - \frac{-1}{0.00078 + 1}(-1.93538 + 2) \approx -1.93543,$$

$$|x_4 - x_3| = 0.00005 < \varepsilon = 0.0001.$$

ОТВЕТ:  $x = -1.9354$ .

2. Найти корень уравнения  $-x^3 - 2x^2 - 4x + 10 = 0$  методом Ньютона на отрезке  $[0; 2]$  с точностью 0,01.

**Решение.**



Условие сходимости метода Ньютона:

$$f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0,$$

где  $x_0 = 2$  – начальное приближение, конец интервала.

Проверяем:

$$f(2) = -14,$$

$$f'(x) = -3x^2 - 4x - 4, \quad f''(x) = -6x - 4, \quad f''(2) = -16,$$

$$f(2) \cdot f''(2) = (-14) \cdot (-16) > 0, \text{ значит, метод Ньютона сходится.}$$

Последовательность итерации для метода Ньютона:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Критерий сходимости:

$$|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon.$$

Итак, находим решение:

1 итерация:  $x_0 = 2, f(2) = -14, f'(2) = -24,$

$$x_1 = 2 - \frac{(-14)}{(-24)} \approx 1.417, |x_1 - x_0| = 0.583 > \varepsilon = 0.01.$$

2 итерация:  $x_1 = 1.417, f(1.417) \approx -2.529, f'(1.417) = -15.692,$

$$x_2 = 1.417 - \frac{(-2.529)}{(-15.692)} \approx 1.256, |x_2 - x_1| = 0.161 > \varepsilon = 0.01.$$

3 итерация:  $x_2 = 1.256, f(1.256) \approx -0.16, f'(1.256) = -13.757,$

$$x_3 = 1.256 - \frac{(-0.16)}{(-13.757)} \approx 1.244, |x_3 - x_2| = 0.012 > \varepsilon = 0.01.$$

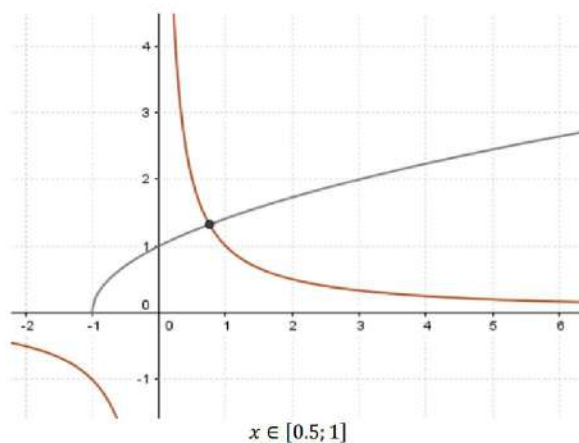
4 итерация:  $x_3 = 1.244, f(1.244) \approx 0.0038, f'(1.244) = -13.619,$

$$x_4 = 1.244 - \frac{0.0038}{(-13.619)} \approx 1.2442, |x_4 - x_3| = 0.0001 < \varepsilon = 0.01.$$

ОТВЕТ:  $x = 1.2442.$

3. Отделить корни уравнения  $\frac{1}{x} = \sqrt{x+1}$  графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,001.

**Решение.**



Для решения методом простой итерации перепишем уравнение в виде  $x = \varphi(x)$ :

$$x = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

Достаточным условием сходимости является  $|\varphi'(x)| < 1.$

$$\varphi'(x) = -\frac{1}{2(x+1)^{3/2}}$$

На начальном отрезке  $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ :  $|\varphi'(x)| \leq \sqrt{6}/9 < 1$ , сходимость метода обеспечена.

Уравнение записано в виде  $x = \varphi(x)$ . Пусть имеется начальное приближение к корню  $x = x_0$ . Подставим его в правую часть уравнения  $x = \varphi(x)$  и получим новое приближение  $x_1 = \varphi(x_0)$ , затем аналогичным образом получим  $x_2 = \varphi(x_1)$ . и т.д.,  $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ . Считаем, что корень найден, если  $|x_{k+1} - x_k| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - заданная погрешность.

$i$	$x$	$\varphi(x)$	$ x_{i+1} - x_i $
0	1	0,707107	
1	0,707107	0,765367	0,292893
2	0,765367	0,752632	0,05826
3	0,752632	0,755361	0,012735
4	0,755361	0,754774	0,002729
5	0,754774		0,000587

$$x \approx 0.7548$$

### Контрольная работа №3

#### Вариант 1

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 11 \\ 4x_1 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

**Решение.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} u_{11} &= 1 & u_{12} &= 1 & u_{13} &= 2 \\ l_{21} &= \frac{2}{u_{11}} = 2 & u_{22} &= 3 - l_{21} \cdot u_{12} = 1 & u_{23} &= 3 - l_{21} \cdot u_{13} = -1 \\ l_{31} &= \frac{4}{u_{11}} = 4 & l_{32} &= 0 - \frac{l_{31} \cdot u_{12}}{l_{22}} = -4 & u_{33} &= 5 - l_{31} \cdot u_{13} - l_{32} \cdot u_{23} = -7 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 5 \\ y_2 = 1 \\ y_3 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 + 10x_2 - x_3 = 10 \\ -x_1 + x_2 + 10x_3 = 10 \end{cases}$$

**Решение.**

$$\begin{cases} x_1 = -0,1x_2 + 0,1x_3 + 1,1 \\ x_2 = -0,1x_1 + 0,1x_3 + 1 \\ x_3 = 0,1x_1 - 0,1x_2 + 1 \end{cases} \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1,1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_1^{(1)} = -0,1 \times 1 + 0,1 \times 1 + 1,1 = 1,1$$

$$x_2^{(1)} = -0,1 \times 1,1 + 0,1 \times 1 = 0,99$$

$$x_3^{(1)} = 0,1 \times 1,1 - 0,1 \times 1 + 1 = 1,01$$

Аналогично вычисляются

$$x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1,102 \\ 0,991 \\ 1,011 \end{pmatrix}, x^{(3)} = \begin{pmatrix} 1,102 \\ 0,9909 \\ 1,0111 \end{pmatrix}, x^{(4)} = \begin{pmatrix} 1,10202 \\ 0,99091 \\ 1,01111 \end{pmatrix}$$

Находим норму матрицы  $B$ , для этого используем норму  $\|B\|_\infty$ .

Поскольку сумма модулей элементов в каждой строке равна 0,2, то  $\|B\|_\infty = 0,2 < 1/2$ , поэтому можно вычислить критерий окончания итерации:

$$\|x^{(n+1)} - x^{(n)}\| < \varepsilon$$

Далее вычисляем нормы разности векторов:

$$\|x^{(3)} - x^{(2)}\|_\infty = 0,002, \|x^{(4)} - x^{(3)}\|_\infty = 0,00002.$$

Поскольку  $\|x^{(4)} - x^{(3)}\|_\infty < \varepsilon$ , то можно считать, что мы достигли заданной точности на 4-ой итерации.

**Ответ:**

$$x_1 = 1,102; x_2 = 0,991; x_3 = 1,101.$$

3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 3.1x_1 + 2.8x_2 + 1.9x_3 = 0.2 \\ 1.9x_1 + 3.1x_2 + 2.1x_3 = 2.1 \\ 7.5x_1 + 3.8x_2 + 4.8x_3 = 5.6 \end{cases}$$

Приведем систему к виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} 5.6x_1 + 0.7x_2 + 2.7x_3 = 3.5 \\ 0.6x_1 + 4.9x_2 + 1.1x_3 = -3.1 \\ 0.006x_1 - 0.002x_2 + 0.375x_3 = 1.582 \end{array} \right. \begin{array}{l} III - II \\ 2 \cdot I + II - III \\ -0.63 \cdot I + 0.36 \cdot II + 0.17 \cdot III \end{array}$$

Процесс Зейделя для этой системы сходится.

Приведем систему к виду

$$\begin{cases} x_1 = -0.125x_2 - 0.482143 + 0.625 \\ x_2 = -0.122449x_1 - 0.224490x_2 - 0.632653 \\ x_3 = -0.016x_1 + 0.005333x_2 + 4.218667 \end{cases}$$

$$x = A'x + F'$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -0.125 & -0.482143 \\ -0.122449 & 0 & -0.224490 \\ -0.016 & 0.005333 & 0 \end{pmatrix}; F' = \begin{pmatrix} 0.625 \\ -0.632653 \\ 4.218667 \end{pmatrix}$$

В качестве начального приближения к решению выберем  $x^0 = F'$ , критерием достижения заданной точности положим:  $\max_i (|x_i^{k+1} - x_i^k|) < 0.001$ .

$k$	0	1	2	3	4
$x_1^{(k)}$	0,625000	-1,329918	-1,238509	1,235983	-1,235968
$x_2^{(k)}$	-0,632653	-1,416854	-1,431127	1,431091	-1,431084

$x_3^{(k)}$	4,218667	4,232389	4,230850	4,230810	4,230810
-------------	----------	----------	----------	----------	----------

$\Delta_1^{(k)}$		1,954918	0,091409	0,002526	0,0000149
$\Delta_2^{(k)}$		0,784200	0,014273	0,000036	0,0000072
$\Delta_3^{(k)}$		0,013722	0,001539	0,000040	0,0000002

$\max\{\Delta_i^{(k)}\}$		1,954918	0,091409	0,002526	0,0000149
--------------------------	--	----------	----------	----------	-----------

Итак, требуемая точность достигнута, приближенное решение:

$$x \approx \begin{pmatrix} -1.2340 \\ -1.4311 \\ 4.2308 \end{pmatrix}$$

**Контрольная работа №4**

**Вариант 1**

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием  $y(0)=1$  на отрезке  $[0;1]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = y - \frac{2x}{y};$$

**Решение.**

Расчетная формула метода Эйлера имеет вид:

$$y_{i+1} = y_i + 0,2 \left( y_i - \frac{2x_i}{y_i} \right), \quad y_0 = 1, \quad i = 0,1,2,3,4,5.$$

Решение представим в виде таблицы:

i	0	1	2	3	4	5
$x_i$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$y_i$	1,0000	1,2000	1,3733	1,5294	1,6786	1,8237

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием  $y(2)=4$  на отрезке  $[2;3]$  с шагом  $h=0,2$

$$y' = \frac{2t-5}{t^2} y + 5;$$

**Решение.**

Схема метода Рунге-Кутты второго порядка описывается рекуррентными формулами:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(t_i; y_i) \\ k_2 &= hf(t_i + h; y_i + k_1) \\ \Delta y_i &= \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \\ y_{i+1} &= y_i + \Delta y_i \end{aligned}$$

На первом шаге имеем:

$$f(t, y) = \frac{2t-5}{t^2} y + 5$$

$$h = 0.2$$

$$t_0 = 2; y_0 = 4$$

$$k_1^0 = 0.2 \cdot \left( \frac{2 \cdot 2 - 5}{2^2} \cdot 4 + 5 \right) = 0.8$$

$$t_1 + h = 2 + 0.2 = 2.2; y_1 + k_1^1 = 4 + 0.8 = 4.8$$

$$k_2^0 = 0.2 \left( \frac{2 \cdot 2.2 - 5}{2.2^2} \cdot 4.8 + 5 \right) = 0.880992$$

$$\Delta y_0 = \frac{1}{2} (k_1^0 + k_2^0) = \frac{1}{2} (0.8 + 0.880992) = 0.840496$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y_0 = 4 + 0.840496 = 4.840496$$

На втором шаге имеем:  $t_1 = t_0 + h = 2 + 0.2 = 2.2; y_1 = 4.840496$

Приведем расчет дальнейших шагов в таблице:

$i$	0	1	2	3	4	5
$t_i$	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
$y_i$	4	4,840496	5,760627	6,760508	7,840208	8,999767
$f(t_i, y_i)$	4	4,399939	4,799978	5,200015	5,600016	
$k_1^i$	0,8	0,879988	0,959996	1,040003	1,120003	
$t_i + h$	2,2	2,4	2,6	2,8	3	
$y_i + k_1^i$	4,8	5,720484	6,720623	7,800511	8,960211	
$f(t_i + h; y_i + k_1^i)$	4,404959	4,801372	5,198835	5,596978	5,995579	
$k_2^i$	0,880992	0,960274	1,039767	1,119396	1,199116	
$\Delta y_i$	0,840496	0,920131	0,999881	1,079699	1,159559	

Итак, получили численное решение методом Рунге-Кутты второго порядка:

$i$	$t_i$	$y_i$
0	2	4
1	2,2	4,840496
2	2,4	5,760627
3	2,6	6,760508
4	2,8	7,840208
5	3	8,999767

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 0.4x^2 y' + 5xy = 10,$$

$$\begin{cases} y(0) = -2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

**Решение.**

Решим задачу с шагом  $h_1 = \frac{1-0}{5} = 0.2$ . Разобьем отрезок  $[0; 1]$  на пять интервалов длиной  $h = 0.2$  точками  $x_1 = x_0 + h = 0 + 0.2 = 0.2; x_2 = x_1 + h = 0.4; x_3 = 0.6; x_4 = 0.8; x_5 = 1$ .  
 Заменяем в выражении

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$$

производные на их конечно-разностные аппроксимации:

$$y'(x_i) = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$$

$$y''(x_i) = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$$

Получим:

$$\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{0.04} + p(x) \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{0.4} + q(x)y_i = f(x_i)$$

Упростим:

$$(25 - 2.5p(x_i)) y_{i-1} + (q(x_i) - 50)y_i + (25 + 2.5p(x_i)) y_{i+1} = f(x_i)$$

Для  $i = 0$  из условия имеем  $x_0 = 0$ ;  $y(x_0) = -2$ .

Для  $i = 1..4$ :

$i$	$x$	$p(x) = 0,4x^2$	$q(x) = 5x$	$f(x) = 10$
1	0,2	0,016	1	10
2	0,4	0,064	2	10
3	0,6	0,144	3	10
4	0,8	0,256	4	10

Получим 4 линейных уравнения относительно  $y_0, y_1, \dots, y_5$ :

$i = 1$ :

$$(25 - 2.5 \cdot 0.016) y_0 + (1 - 50)y_1 + (25 + 2.5 \cdot 0.016) y_2 = 10$$

$$24.96y_0 - 49y_1 + 25.04y_2 = 10$$

$i = 2$ :

$$(25 - 2.5 \cdot 0.064) y_1 + (2 - 50)y_2 + (25 + 2.5 \cdot 0.064) y_3 = 10$$

$$24.84y_1 - 48y_2 + 25.16y_3 = 10$$

$i = 3$ :

$$(25 - 2.5 \cdot 0.144) y_2 + (3 - 50)y_3 + (25 + 2.5 \cdot 0.144) y_4 = 10$$

$$24.64y_2 - 47y_3 + 25.36y_4 = 10$$

$i = 4$ :

$$(25 - 2.5 \cdot 0.256) y_3 + (4 - 50)y_4 + (25 + 2.5 \cdot 0.256) y_5 = 10$$

$$24.36y_3 - 46y_4 + 25.64y_5 = 10$$

Для  $i = 5$  из условия имеем  $x_5 = 1$ ;  $y(x_5) = 2$

Итак, имеем систему из 6 линейных уравнений:

$$\begin{cases} y_0 = -2 \\ 24.96y_0 - 49y_1 + 25.04y_2 = 10 \\ 24.84y_1 - 48y_2 + 25.16y_3 = 10 \\ 24.64y_2 - 47y_3 + 25.36y_4 = 10 \\ 24.36y_3 - 46y_4 + 25.64y_5 = 10 \\ y_5 = 2 \end{cases}$$