МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

Утверждаю

декан факультета

11.06.2019

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшей математики**

Учебный план 21050551_19_6фпгнп н.plx
Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР Физические процессы горного или нефтегазового производства.
Специализация №2 "Физические процессы нефтегазового производства"

Квалификация **специалист**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **2 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 72
в том числе:
аудиторные занятия 54
самостоятельная работа 17,8

Виды контроля в семестрах:
зачеты с оценкой 1

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		Итого	
Недель	18 2/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	26	26	26	26
Практические	28	28	28	28
Контактная работа в период теоретического обучения	0,2	0,2	0,2	0,2
Итого ауд.	54	54	54	54
Контактная работа	54,2	54,2	54,2	54,2
Сам. работа	17,8	17,8	17,8	17,8
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Курманбаева А.К.;ст.преподаватель, Комарцова Е.А. _________________

Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., профессор, Байзаков А.Б. _________________

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

разработана в соответствии с ФГОС 3+:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по специальности 21.05.05 ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ГОРНОГО ИЛИ НЕФТЕГАЗОВОГО ПРОИЗВОДСТВА (приказ Минобрнауки России от 12.09.2016 г. № 1156)

составлена на основании учебного плана:

Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР Физические процессы горного или нефтегазового производства.
Специализация №2 "Физические процессы нефтегазового производства"

утвержденного учёным советом вуза от 27.08.2019 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Высшей математики

Протокол от 11.06.2019 г. № 1
Срок действия программы: 2019-2023 уч.г.
Зав. кафедрой доц. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
15.09 2020 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 2.09 2020 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
14.09 2021 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 1.09 2021 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
13 09 2022 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 1 сент 2022 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
5 09 2023 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 30 08 2023 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	•научить студентов пользоваться основными понятиями и результатами линейной алгебры и аналитичексой геометрии;
1.2	•привить им соответствующую математическую культуру;
1.3	•дать необходимый математический аппарат для изучения других естественнонаучных дисциплин;
1.4	•обеспечить базовую математическую подготовку, позволяющую успешно решать современные прикладные инженерные и научные задачи, сформировать навыки формулировки математических постановок этих задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Курс «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» базируется на курсах алгебры и геометрии (планиметрии и стереометрии) средней школы. При изучении дисциплины нужно хорошо владеть знаниями геометрии, уметь работать с числами, знать основные законы алгебры: переместительный (коммутативный), сочетательный (ассоциативный), распределительный (дистрибутивный).
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Вычислительная математика
2.2.2	Геомеханика
2.2.3	Геология
2.2.4	Дифференциальные уравнения
2.2.5	Информатика
2.2.6	Математический анализ
2.2.7	Компьютерная графика в горном и нефтегазовом деле

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ПК-8: способностью определять пространственно-геометрического положения объектов, способностью обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений	
Знать:	
Уровень 1	Нормативно-инструктивные документы и материалы по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Теоретические и методологические основы использования нормативно-инструктивных документов и материалов по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности
Уровень 3	Методы сбора, обработки, анализа и применения нормативно-инструктивных документов и материалов для соблюдения их требований по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе решения конкретных профессиональных задач
Уметь:	
Уровень 1	Решать типовые учебные задачи по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Определять необходимость привлечения дополнительных знаний из смежных наук для решения задач по определению пространственно- геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности
Уровень 3	Применять знания определять пространственно- геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений для решения конкретных профессиональных задач
Владеть:	
Уровень 1	Навыками демонстрации базовых знаний определять пространственно- геометрическое положение объектов, обрабатывать и ин- терпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Навыками определения пространственно-геометрического положения объектов, обработки и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности

Уровень 3	Навыками определять пространственно-геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных гео- дезических и маркшейдерских измерений для решения конкретных профессиональных задач

ОПК-4: готовностью с естественно-научных позиций оценить строение, химический и минеральный состав горных пород, слагающих земную кору, морфологические особенности и генетические типы месторождений полезных ископаемых при решении задач по рациональному и комплексному освоению георесурсного потенциала недр на суше, на шельфе морей и на акваториях мирового океана	
Знать:	
Уровень 1	Математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в естественнонаучных дисциплинах
Уровень 2	Теоретические и методологические основы естественнонаучных дисциплин и способы их использования при решении конкретных профессиональных задач
Уровень 3	Методы сбора и обработки экспериментальных данных
Уметь:	
Уровень 1	Решать типовые учебные задачи по основным разделам естественнонаучных дисциплин
Уровень 2	Определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов естественнонаучных дисциплин для решения профессиональных задач
Уровень 3	Применять знания теоретических основ современных естественнонаучных дисциплин и аппарат математики в профессиональной сфере деятельности
Владеть:	
Уровень 1	Навыками работы с учебной литературой, основной терминологией и понятийным аппаратом базовых естественнонаучных дисциплин
Уровень 2	Навыками использования теоретических основ базовых разделов естественнонаучных дисциплин при решении конкретных профессиональных задач
Уровень 3	Навыками использования теоретических основ и математический аппарат естественно- научных дисциплин при решении конкретных профессиональных задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	основные понятия и методы линейной алгебры и аналитической геометрии: матрицы, определители, обратные матрицы, ранг матрицы, однородные и неоднородные системы линейных уравнений, теорему Кронекера-Капелли, вектора, длины вектора, условия коллинеарности и компланарности векторов, линейно-зависимых и линейно-независимых векторов, базиса векторного пространства, проекции вектора на ось; скалярное, векторное и смешанное произведения векторов; различные уравнения прямой на плоскости и в пространстве, кривые второго порядка; плоскость и поверхности 2-го порядка; метод сечений.
3.2	**Уметь:**
3.2.1	• вычислять определители 2, 3-го и старших порядков;
3.2.2	• распознавать виды матриц;
3.2.3	• корректно выполнять действия с матрицами;
3.2.4	• проводить исследования на совместность и решать однородные и неоднородные системы линейных уравнений;
3.2.5	• численно решать системы линейных уравнений методами Гаусса и Крамера;
3.2.6	• использовать свойства: линейных операций над векторами, скалярного, векторного и смешанного произведения векторов для решения геометрических и физических задач;
3.2.7	• производить исследование геометрических объектов методами векторной алгебры и аналитической геометрии;
3.2.8	• составлять уравнения прямых на плоскости и в пространстве;
3.2.9	• составлять уравнения плоскости,
3.2.10	• находить углы между прямыми и плоскостями;
3.2.11	• распознавать типы кривых второго порядка и выделять их основные характеристики;
3.2.12	• строить геометрический образ прямых и кривых второго порядка на плоскости, плоскостей и поверхностей второго порядка в пространстве, адекватный уравнениям их задающим.
3.3	**Владеть:**
3.3.1	• навыками применения математического языка и символики для выражения количественных и качественных отношений объектов.
3.3.2	• методами построения типовых математических моделей в профессиональной области,
3.3.3	• иметь навыки применения аналитических методов решения типовых задач и интерпретации полученных результатов.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)								
Код занятия	**Наименование разделов и тем /вид занятия/**	**Семестр / Курс**	**Часов**	**Компетен-ции**	**Литература**	**Инте ракт.**	**Пр. подг.**	**Примечание**
	Раздел 1. Линейная и векторная алгебра							
1.1	Матрицы и определители. /Лек/	1	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.3Л2.1			
1.2	Матрицы, действия над ними. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядка /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1Л2.4Л3.1 Л3.7			
1.3	Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей n-го порядка. Обратная матрица. Ранг матрицы. /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1Л2.4Л3.1 Л3.7			
1.4	Решение домашних заданий. Решение задания 1 типового расчеты /Ср/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1Л2.3 Л2.4Л3.1 Л3.3 Л3.5 Л3.7			
1.5	Системы линейных алгебраических уравнений /Лек/	1	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.3Л2.1			
1.6	Совместность СЛАУ. Метод Крамера и матричный метод решения систем. /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1Л2.2 Л2.4Л3.1 Л3.7			
1.7	Метод Гаусса решения систем. Общее решение системы /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1Л2.2 Л2.4Л3.1 Л3.7			
1.8	Решение ДЗ и ТР. /Ср/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4Л3.1 Л3.3 Л3.5 Л3.7			
1.9	Элементы векторной алгебры /Лек/	1	6	ОПК-4 ПК-8	Л1.3 Л1.4Л2.1			
1.10	Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось и ее свойства Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.4Л2.2 Л2.4Л3.6			
1.11	Векторное и смешанное произведение векторов, их свойства, приложения. /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.4Л2.2 Л2.4Л3.6			
1.12	Скалярное произведение векторов и его свойства, приложение. /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.4Л2.3 Л2.4Л3.6			
1.13	Решение ДЗ, ТР. Подготовка к защите ТР /Ср/	1	6	ОПК-4 ПК-8	Л1.4Л2.2 Л2.3 Л2.4Л3.1 Л3.6			
1.14	Контрольная работа /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8				
	Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве							

2.1	Различные виды уравнения прямой на плоскости. Основные задачи: угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. /Лек/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1			
2.2	Основные задачи: угол между двумя прямыми, условие параллельности и перпендикулярности двух прямых; расстояние от точки до прямой. /Пр/	1	1	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.4Л2.2 Л2.3 Л2.4Л3.2 Л3.4			
2.3	Различные виды уравнений прямой на плоскости /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.4Л2.2 Л2.3 Л2.4Л3.2 Л3.4			
2.4	Решение ДЗ и ТР /Ср/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.4Л2.2 Л2.4Л3.2 Л3.4			
2.5	Кривые второго порядка /Лек/	1	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1			
2.6	Линии второго порядка: Окружность, эллипс. /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.4Л2.2 Л2.3 Л2.4Л3.4			
2.7	Линии второго порядка: Гипербола, парабола. /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.4Л2.2 Л2.3 Л2.4Л3.4			
2.8	Решение ДЗ и ТР /Ср/	1	3	ОПК-4 ПК-8	Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.4			
2.9	Плоскость и прямая в пространстве /Лек/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1			
2.10	Различные виды уравнения плоскости в пространстве. Основные задачи: Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Прямая и плоскость /Пр/	1	2	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.4Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1			
2.11	Решение ДЗ, ТР. /Ср/	1	1	ОПК-4 ПК-8	Л1.2Л2.2 Л2.3Л3.4			
2.12	/Лек/	1						
2.13	Поверхности в пространстве /Лек/	1	4	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.3Л2.1			
2.14	Исследование методом сечений. Эллипсоид, параболоид, гиперболоид. Цилиндры. Конус. /Пр/	1	3	ОПК-4 ПК-8	Л1.2 Л1.4Л2.4			
2.15	Решение ДЗ, ТР. Подготовка к защите ТР /Ср/	1	1,8	ОПК-4 ПК-8	Л1.2Л2.2 Л2.3Л3.4			
2.16	/КрТО/	1	0,2					

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1.Матрицы. Основные понятия.
2.Определители. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя
3.Определители высших порядков. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Формула аннулирования.
4.Свойства определителей
5.Обратная матрица.
6.Базисный минор матрицы. Ранг матрицы
7.Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса
8.Совместность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
9.Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
10.Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11.Матричный метод решения линейных алгебраических уравнений.
12.Системы однородных линейных уравнений.
13.Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами
14.Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов
15.Скалярное произведение векторов и его свойства
16.Прямоугольная система координат в пространстве. Разложение вектора по ортам координатных осей
17.Длина вектора. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов. Направляющие косинусы вектора
18.Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов
19.Условие линейной независимости трех векторов, заданных своими координатами. Понятие базиса
20.Правоориентированные и левоориентированные тройки векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Приложения
21.Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения.
23.Система координат на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении
24.Общее уравнение прямой линии на плоскости. Частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
25.Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых
26.Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой
27.Пучок прямых. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пересечение прямых
28.Кривые второго порядка на плоскости, важнейшие частные случаи
29.Окружность. Эллипс. Их параметры и свойства
30.Гипербола. Ее параметры и основные свойства
31.Парабола. Параметр параболы, основные свойства параболы
32.Поворот и параллельный перенос координатных осей. Упрощение кривых второго порядка и их классификация
33.Уравнения поверхности и линии в пространстве
34.Общее уравнение плоскости. Частные случаи
35.Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
36.Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей
37.Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве
38.Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей
39.Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности
40.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве
41.Цилиндрические поверхности
42.Поверхности вращения. Конические поверхности
43.Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды
44.Параболический и гиперболический параболоиды
45.Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИИ 1
Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИИ 2

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

Типовые расчеты №1 и №2 в количестве 15 вариантов, контрольной работа №1 в количестве 15 вариантов, КОПТ

"Аналитическая геометрия" из 20 вариантов.

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3,
образец контрольной работы – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4,
образец компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования (КОПТ) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 5.

Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (зачет с оценкой), составляются из базы вопросов для оценки знаний, заданий для оценки умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образец билета представлен в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты
2. Контрольная работа
3. КОПТ
4.Итоговый контроль

Шкалы оценивания по всем видам в приложении №7

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Проскуряков И.В.	Сборник задач по линейной алгебре: учебное пособие	М.: БИНОМ. Лаборатория знаний 2005
Л1.2	Лелевкина Л.Г.	Основы аналитической геометрии: Учебное пособие	КР-СУ 2012
Л1.3	Бугров Я.С., Никольский С.М.	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебник для втузов	М.: Высшая школа 2007
Л1.4	Клетеник Д.В.	Сборник задач по аналитической геометрии: Учебное пособие для вузов	М.: Наука 2007

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Д.Т. Письменный	Конспект лекций по высшей математике: Полный курс	2009
Л2.2	П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова, С.П. Данко	Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч. 1: Учебное пособие для вузов	Москва .: Оникс 2008
Л2.3	Каплан И.А., Пустынников В.И.	Практикум по высшей математике Т.1: Учебное пособие	2008
Л2.4	Лунгу К.Н., Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А.	Сборник задач по высшей ма-тематике : Учебное пособие	М.: Айрис-пресс 2008

6.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Лелевкина Л.Г.	Основы линейной и векторной алгебры: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2001
Л3.2	Федорова Е.С., Эгембердиев Ш.А.	Типовые расчеты по аналитической геометрии: Типовые расчеты	КР-СУ 2003

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.3	Усенов И.А., Усенова Р.К.	Элементы линейной алгебры: Лекции	КР-СУ 2011
Л3.4	Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б.	Аналитическая геометрия: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2010
Л3.5	Курманбаева А.К.	Сызыктуу алгебранын негиздери: Укуу-методикалык куралы	КР-СУ 2011
Л3.6	Л.Г. Лелевкина, А.К. Курманбаева	Векторная алгебра: Учебно-методическое пособие	КРСУ 2010
Л3.7	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А.	Линейная алгебра: Учебно-методическое пособие	КРСУ 2015

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Аналитическая геометрия	www math krsu. edu.kg

6.3. Перечень информационных и образовательных технологий

6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии

6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).
6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам линейной алгебры и аналитической геометрии.

6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения

6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), учебно-методический комплекс данной специальности (ЭУМК), необходимый учебный материал (ЭУМ), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека. Данные материалы размещены на сайте кафедры www.matem.krsu.edu.kg. ЭУМП:
6.3.2.2	Лелевкина Л.Г., Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б. "Основы аналитической геометрии" http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/2012.pdf
6.3.2.3	Лелевкина Л.Г., Курманбаева А.К. «Векторная алгебра» http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/9vectalg.pdf
6.3.2.4	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А. "Линейная алгебра"
6.3.2.5	http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/linalg2015.pdf
6.3.2.6	Федорова Е.С., Шемякина Т.А. Линейная алгебра http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/11linalg.pdf
6.3.2.7	Федорова Е.С., Эгембердиев Ш.А. Типовые расчеты по аналитической геометрии
6.3.2.8	http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/17analgeom.pdf
6.3.2.9	Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С. Аналитическая геометрия.
6.3.2.10	http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/21anal.pdf
6.3.2.11	Курманбаева А.К. Сызыктуу алгебранын негиздери. Окуу-методикалык куралы
6.3.2.12	http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/syzalgebra.pdf
6.3.2.13	Усенов И.А., Усенова Р.К. Элементы линейной алгебры. http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/20linalgusenov.pdf
6.3.2.14	Федорова Е.С., Эгембердиев Ш.А. Типовые расчеты по аналитической геометрии
6.3.2.15	http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeomjan.pdf
6.3.2.16	Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С. Аналитическая геометрия

6.3.2.17	http://math.krsu.edu.kg/metodich/syzalgebra.pdf
6.3.2.18	Курманбаева А.К. Сызыктуу алгебранын негиздери. Окуу-методикалык куралыhttp://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/syzalgebra.pdf
6.3.2.19	Усенов И.А., Усенова Р.К. Элементы линейной алгебры. http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/20linalgusenov.pdf

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест(3/403);
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест(3/403);
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видео-материалов;
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования по различным разделам математического анализа.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологическая карта дисциплины представлена в ПРИЛОЖЕНИИ 8

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.
Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.
При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы.
Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.
Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.
Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.
Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы, обратитесь за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.
Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.
За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные

баллы, указанные в технологической карте.
Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятии студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты (в первом и втором семестрах – по три типовых расчета, в третьем семестре – два типовых расчета). Задания для типовых расчетов приведены в приложении № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Образцы выполнения типовых расчетов приведены в приложении № 9. В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» проводится в виде контрольной работы или компьютерного контрольно-обучающего тестирования (КОПТ). Образцы контрольной работы и КОПТа приведены в приложениях 4, 5 соответственно.
До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, типовой расчет.
Контрольные работы и компьютерное тестирование проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.
В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.
Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его снова. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.
Образец выполнения контрольной работ приведен в приложении 10.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ

Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования включают в себя задания с четырьмя вариантами ответов. В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту, количество верно решенных заданий.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию (диф.зачет) студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации.
На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.
Оценка промежуточного контроля:
- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в приложении 6.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ 11.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. **Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ**

1. Найти: $P=(2A-3B)C$, где

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & -4 & 0\end{pmatrix};\qquad B=\begin{pmatrix}0 & 4 & 5\\ 5 & 1 & 6\end{pmatrix};\qquad C=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\\ 7 & 0\end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие: $3\cdot\begin{pmatrix}1 & 4 & -2\\ 5 & 2 & 1\\ 7 & 0 & 3\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 5 & 0 & 2\\ 8 & 5 & 4\end{pmatrix}$.

3. Выполнить действие: $7\cdot\begin{pmatrix}1 & 4 & -2\\ 5 & 2 & 1\\ 7 & 0 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 5 & 0 & 2\\ 8 & 5 & 4\end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу $C=A^T-3B,$ где $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 5 & 6\\ 0 & 3\end{pmatrix}$.

5. Выполнить действие: $\begin{pmatrix}-5 & 2\\ -2 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -4\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.

6. Найти произведение матрицы $A=\begin{pmatrix}5 & 7 & -2\end{pmatrix}$ на матрицу $B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\ 1 & 4 & 2\\ -2 & 3 & -1\end{pmatrix}$.

7. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}1 & -2 & -4\\ 0 & -1 & 0\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1 & -1\\ 0 & 1 & -2\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}$.

8. Найти произведение матриц AB и BA,если $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 5 & 1\end{pmatrix}$.

9. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 0 & 3 & 4\\ 1 & 1 & -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 3 & -1\\ 0 & -4 & -3\\ 6 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

10.Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}2 & -2 & 1\\ 4 & 3 & 0\\ -2 & 1 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 3 & -1\\ -5 & -1 & 0\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}1 & 4 & 1\\ 2 & 3 & 3\\ 0 & 2 & -4\end{vmatrix}$.

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

17. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$.

18. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$.

19. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

20. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

21) $\begin{cases} 2x+y+3z=7, \\ 2x+3y+z=1, \\ 3x+2y+z=6. \end{cases}$ 22) $\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3=5, \\ x_1-2x_2+2x_3=-5, \\ 7x_1+x_2-x_3=10. \end{cases}$ 23) $\begin{cases} x+2y+z+7=0, \\ 2x+y-z-1=0, \\ 3x-y+2z-2=0. \end{cases}$

24) $\begin{cases} 2x+y+z-7=0, \\ x+2y+z-8=0, \\ x+y+2z-9=0. \end{cases}$ 25) $\begin{cases} x+2y+3z-8=0, \\ 3x+y+z-6=0, \\ 2x+y+2z-6=0. \end{cases}$ 26) $\begin{cases} -2x+y+6=0, \\ x-2y-z-5=0, \\ 3x+4y-2z-13=0. \end{cases}$

27) $\begin{cases} 2x+y-z=0, \\ 3x+4y+6=0, \\ x+z-1=0. \end{cases}$ 28) $\begin{cases} 2x+y=5, \\ x+3z=16, \\ 5y-z=10. \end{cases}$ 29) $\begin{cases} x+y+z+2=0, \\ x-y+2z+7=0, \\ 2x+3y-z-1=0. \end{cases}$

30) $\begin{cases} 2x-y+z=3, \\ x+3y-2z=1, \\ y+2z=8. \end{cases}$

31. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x-3y+4z=0, \\ 3x+2y-z=0, \\ 8x-y+3z=0. \end{cases}$$

32. Даны координаты точек $A(1;3;5)$ и $B(2;5;6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, длину вектора.

33. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c}=\vec{a}-\frac{1}{5}\vec{b}$, если $\vec{a}=(1;2;1)$, $\vec{b}=(5;10;-5)$.

34. Найти угол между векторами $\vec{a}=\{1;2;-2\}$ и $\vec{b}=\{-2;6;3\}$.

35. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

36. Даны точки $A(3;-4;-2)$, $B(2;5;-2)$. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы $\alpha=60^0$, $\beta=120^0$ соответственно, а с осью Oz – тупой угол γ.

37. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

38. Вычислить $np_{\vec{a}}\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

39. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{c}=4\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на ось вектора $2\vec{b}-\vec{c}$.

40. При каких значениях α и β векторы $\vec{a}=\alpha\vec{i}+7\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+\beta\vec{j}+2\vec{k}$ коллинеарны?

41. Найти координаты вектора $\vec{a}\times(2\vec{a}+\vec{b})$, если $\vec{a}=(3;-1;-2)$, $\vec{b}=(1;2;-1)$.

42. Найти значение α, при котором векторы $\vec{a}=\{\alpha+1;3-2\alpha;\alpha-1\}$ и $\vec{b}=\{1;4;4\}$ перпендикулярны.

43. Найти абсциссу вектора $\vec{a}$, если известно, что векторы $\vec{a}=(x;3;-1)$, $\vec{b}=(1;-1;3)$, $\vec{c}=(1;9;-11)$ компланарны.

44. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

45. Составить общее уравнение прямой $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1$ и указать координаты нормального вектора.

46.Даны вершины треугольника: $A(4;6)$, $B(-4;0)$, $C(-1;-4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины *A* на сторону *BC*.

47. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2;-8)$, $Q(-1;7)$.

48. Даны вершины треугольника: $A(1;2)$; $B(3;7)$; $C(5;-13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины *C* на сторону *AB*.

49. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x+3y+11=0$, $2x+3y-13=0$. Вычислить его площадь.

50. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{0}=\dfrac{z+1}{3}$, $x+4y+13z-23=0$.

51. Найти величину угла между прямой $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-6}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x-2y-2z-3=0$.

52. Составить уравнение плоскости проходящей через ось Oz и точку $A(2;-3;4)$.

53. Найти расстояние от точки $M_0(1,-6,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1,2,-3)$, $M_2(4,-1,0)$, $M_3(2,1,-2)$.

54. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t - 1; \\ y = t + 2; \\ z = 1 - t. \end{cases}$ с плоскостью $3x - 2y + z = 0$.

55. При каком значении m прямая $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-2}{m} = \dfrac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x - 3y + 6z + 7 = 0$?

56. Найти величину угла между прямой $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-6}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.

57. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;-3;-5)$ перпендикулярно к плоскости $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.

58. При каких значениях A и B плоскости $2x + Ay + 3z - 5 = 0$ и $Bx - 6y - 9z + 2 = 0$ параллельны.

59. При каком значении α и β уравнения $2x + \alpha y + 3z - 8 = 0$ и $\beta x - 6y - 6z + 4 = 0$ будут определять параллельные плоскости.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений

1. $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3+x_4=1, \\ 2x_1+x_2+2x_3-3x_4=2, \\ 5x_1+3x_2+x_3-2x_4=3. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1+3x_2+5x_3+12x_4=10, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+5x_4=4, \\ x_1+7x_2+9x_3+4x_4=2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4=1, \\ x_2-x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+2x_2+3x_4=3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 9x_1-3x_2+5x_3+6x_4=4, \\ 6x_1-2x_2+3_3+4x_4=5, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13. \end{cases}$

6. $\begin{cases} -9x_1+6x_2+7x_3+10x_4=3, \\ -6x_1+4x_2+2x_3+3x_4=2, \\ -3x_1+2x_2-11x_3-15x_4=1. \end{cases}$

7. $\begin{cases} -6x_1+9x_2+3x_3+2x_4=4, \\ -2x_1+3x_2+5x_3+4x_4=2, \\ -4x_1+6x_2+4x_3+3x_4=3. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3+5x_4=-1, \\ 3x_1-3x_2+6x_3+15x_4=-3, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=1, \\ x_1+x_2-2x_3+3x_4=2, \\ x_1+x_2-x_3-9x_4=-1. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3-x_4=3, \\ 2x_1-x_2+x_4=2, \\ 3x_1-x_3-x_4=-1. \end{cases}$

11. Вычислить работу силы $\overline{F}=2\bar{i}-3\bar{j}+2\bar{k}$ при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(-2;1-3)$ в положение $B(3;-2;1)$.

12. Найти длину вектора $\bar{a}=2\bar{x}-3\bar{y}$, если $.\left|\bar{x}\right|=2\,.\left|\bar{y}\right|=1\ \angle\left(\bar{x},\bar{y}\right)=60^0$.

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}=\bar{i}-2\bar{j}+5\bar{k}$ и $\bar{b}=5\bar{j}-7\bar{k}$.

14. Даны вершины треугольника $A(2;0)$, $B(-4;3)$, $C(1;5)$. Найти внутренний угол треугольника при вершине A.

15. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;4)$ параллельно прямой $.2x+3y-7=0$.

16. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x+2y+4=0$ и $3x-y-9=0$ перпендикулярно прямой $x+y-7=0$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

17. Стальной трос подвешен за два конца; точки крепления расположены на одинаковой высоте; расстояние между ними равно 20 м. Величина его прогиба на расстоянии 2 м от точки крепления, считая по горизонтали, равна 14,4 см. Определить величину прогиба этого троса в середине между точками крепления, приближенно считая, что трос имеет форму дуги параболы.

18. Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

19. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ и построить данную кривую.

20. Какую линию определяет уравнение $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ и построить данную кривую.

21. Какую линию определяет уравнение $x = -\sqrt{y^2 - 4y}$ и построить данную кривую.

22. Установить, какая линия определяется уравнением $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$.

23. Установить, какая линия определяется уравнением $4x^2 - 3y^2 - 24x + 6y - 3 = 0$ и построить ее.

24. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить ее.

25. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить ее.

26. Установить, какая линия определяется уравнением $y = 1 - \sqrt{4x + 8}$. Построить ее.

27. Установить, какая линия определяется уравнением $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$. Построить ее.

28. Установить, какая линия определяется уравнением $9x^2 + 4y^2 + 54x - 8y + 49 = 0$. Построить ее.

29. Установить, какая линия определяется уравнением $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 9 = 0$. Построить ее.

30. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$. Построить ее.

31. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}$. Построить ее.

В заданиях 33) – 38) определить типы поверхностей и построить их.

33) $x^2 + 4x + y^2 + 3z^2 - 6z - 2 = 0$;

34) $y^2 = -4(z+1)$;

35) $\frac{x^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$;

36) $3x^2 - 12x + 6y^2 + 12y + 5z^2 - 20z + 8 = 0$;

37) $\frac{x^2}{4} + \frac{(z+1)^2}{9} = 1$;

38) $-\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 1

Задание 1. Найти P=(2A–3B)C

$$A=\begin{pmatrix}-3 & -4 & 6\\ 7 & 0 & 0\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}2 & 4 & 6\\ -2 & -1 & 0\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}5\\ -3\\ 2\end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}2 & 0 & -1 & 3\\ 6 & 3 & -9 & 0\\ 0 & 2 & -1 & 3\\ 4 & 2 & 0 & 6\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}2x-y+2z=3,\\ x+y+2z=-4,\\ 4x+y+4z=-3.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}5x-6y+4z=0,\\ 3x-3y+z=0,\\ 2x-3y+3z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}-2\vec{j}+7\vec{k}$, $\vec{c}=3\vec{i}-6\vec{j}+21\vec{k}$ Необходимо:
а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}$ - $3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $b=p-2q$, если $|p|=4$, $|q|=1$, $\left(\widehat{pq}\right)=\pi/4$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-7,-5,6)$, $B(-2,5,-3)$, $C(3,-2,4)$, $D(1,2,2)$. Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**
$\vec{F}=(-3,1,-9)$, $A(6,-3,5)$, $B(9,5,-7)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 2

Задание 1. Найти P=(2A–3B)C

$$A=\begin{pmatrix}1 & 6 & -2\\ 0 & 3 & 2\\ -1 & 2 & 7\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 6\\ -3 & 4 & 5\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 7\\ 4 & -3\end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}2 & 7 & 2 & 1\\ 1 & 1 & -1 & 0\\ 3 & 4 & 0 & 2\\ 0 & 5 & -1 & -3\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}3x-y+z=12,\\ x+2y+4z=6,\\ 5x+y+2z=3.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}x+2y-5z=0,\\ 2x-4y+z=0,\\ 3x-2y-4z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{b}=7\vec{i}+3\vec{j}$, $\vec{c}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Необходимо:
а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{c}$;
е) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $a=p-3q$, если $|p|=1/5$, $|q|=1$, $\left(\widehat{pq}\right)=\pi/2$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(1,3,1)$, $B(-1,4,6)$, $C(-2,-3,4)$, $D(3,4,-4)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**
$\vec{F}=(2,19,-49)$, $A(5,3,4)$, $B(6,-4,-1)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 3

Задание 1. Найти **P=(2A–3B)C**:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - 3y + 4z = 0, \\ 3x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} + 3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $b = 2p + q$, если $|p| = 2$, $|q| = 3$, $\left(\widehat{pq}\right) = 3\pi/4$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(2,4,1)$, $B(-3,-2,4)$, $C(3,5,-2)$, $D(4,2,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ABD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**

$\vec{F} = (-4,5,-79)$, $A(4,-2,3)$, $B(7,0,-3)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 4

Задание 1. Найти P=(2A-3B)C

$$A=\begin{pmatrix}2&0&4\\6&1&-5\\7&0&2\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}1&1&4\\-2&0&7\\0&3&1\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}-2\\0\\4\end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}3&5&3&2\\2&4&1&0\\1&-2&2&1\\5&1&-2&4\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}3x-2y+4z=12,\\3x+4y-2z=6,\\2x-y-z=-9.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}x+2y+4z=0,\\5x+y+2z=0,\\4x-y-2z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-4\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}+5\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{j}+5\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $a=3p-2q$, если $|p|=4$, $|q|=1/2$, $\left(\widehat{pq}\right)=5\pi/6$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-5,-3,-4)$, $B(1,4,6)$, $C(3,2,-2)$, $D(8,-2,4)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**

$\vec{F}=(4,11,-6)$, $A(3,5,1)$, $B(4,-2,-3)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 5

Задание 1. Найти P=(2A-3B)C

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 4\\ 5 & 6 & -7\\ 1 & 0 & -2\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}7 & -1 & 2\\ 0 & 4 & 8\\ 1 & -3 & -2\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}6\\ -5\\ 1\end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}3 & 2 & 0 & -5\\ 4 & 3 & -5 & 0\\ 1 & 0 & -2 & 3\\ 0 & 1 & -3 & 4\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}8x+3y-6z=-4,\\ x+y-z=2,\\ 4x+y-3z=-5.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}3x-y+z=0,\\ 2x+3y-4z=0,\\ 5x+2y-3z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{c}=-3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $a=p+3q$, если $|p|=2$, $|q|=3$, $\left(\widehat{pq}\right)=\pi/3$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,2)$, $B(-2,3,-5)$, $C(4,-3,6)$, $D(6,-5,3)$. Вычислить: а) площадь грани ABD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**

$\vec{F}=(3,-5,7)$, $A(2,3,-5)$, $B(0,4,3)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 6

Задание 1. Найти P=(2A-3B)C

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 6 & -1\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 3\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}1\ 3\ 0\\ 2-41\end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}2 & -1 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 1 & 2\\ 2 & -1 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 3 & -2\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}4x+y-3z=9,\\ x+y-z=-2,\\ 8x+3y-6z=12.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}x-2y+z=0,\\ 3x+3y+5z=0,\\ 4x+y+6z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec a=4\vec i-\vec j+3\vec k$, $\vec b=2\vec i+3\vec j-5\vec k$, $\vec c=7\vec i+2\vec j+4\vec k$. Необходимо:
а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec b$ и $\vec c$;
б) найти проекцию вектора $\vec a$ на вектор $2\vec b+3\vec c$.

Задание 6. Найти длину вектора $b=p+3q$, если $|p|=3$, $|q|=2$, $\left(\widehat{pq}\right)=\pi/2$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-4,6,3)$, $B(3,-5,1)$, $C(2,6,-4)$, $D(2,4,-5)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec F$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec F$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec F$ относительно точки **B.**
$\vec F=(5,4,11)$, $A(6,1,-5)$, $B(4,2,-6)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 7

Задание 1. Найти P=(2A-3B)C

$$A=\begin{pmatrix}7 & 0\\ -4 & 2\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}6 & 8\\ 7 & -1\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}7 & -1 & 2 & 4\\ 1 & 3 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}3 & 2 & 0 & -2\\ 1 & -1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3 & -3\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}2x+3y+4z=33,\\ 7x-5y=24,\\ 4x+11z=39.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}2x+y-3z=0,\\ x+2y-4z=0,\\ x-y+z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=4\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{k}$, $\vec{c}=-12\vec{i}-6\vec{j}+9\vec{k}$. Необходимо:
а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{c}$;
б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $b=p-q$, если $|p|=7$, $|q|=2$, $\left(\widehat{pq}\right)=\pi/4$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(7,5,8)$, $B(-4,-5,3)$, $C(2,-3,5)$, $D(5,1,-4)$. Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**

$\vec{F}=(-9,5,7)$, $A(1,6,-3)$, $B(4,-3,5)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 8

Задание 1. Найти P=(2A-3B)C

$$A=\begin{pmatrix}-5 & 7 & -3\\ 2 & 3 & 7\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}0 & 3 & 6\\ -4 & 2 & -9\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & -1\\ 5 & 0\end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}0 & 4 & 1 & 1\\ -4 & 2 & 1 & 3\\ 0 & 1 & 2 & -2\\ 1 & 3 & 4 & -3\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}2x+3y+4z=12,\\ 7x-5y+z=-33,\\ 4x+z=-7.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}2x-y+2z=0,\\ 4x+y+5z=0,\\ 2x+2y+3z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=-\vec{i}+5\vec{k}$, $\vec{b}=-3\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $\vec{c}=-2\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $b=3p+q$, если $|p|=1,\ |q|=2,\ \left(\widehat{pq}\right)=\pi/6$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,-2,6)$, $B(-6,-2,3)$, $C(1,1,-4)$, $D(4,6,-7)$. Вычислить: а) площадь грани ABD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**

$\vec{F}=(6,5,-7)$, $A(7,-6,4)$, $B(4,9,-6)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 9

Задание 1. Найти P=(2A-3B)C

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & -3\\ 2 & 5 & 8\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}-9 & 4 & 1\\ 5 & 2 & -4\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}9\\ -2\\ 1\end{pmatrix}$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}0 & -2 & 1 & 7\\ 4 & -8 & 2 & -3\\ 10 & 1 & -5 & 4\\ -8 & 3 & 2 & -1\end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}x+4y-z=6,\\ 5y+4z=-20,\\ 3x-2y+5z=-22.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}4x+y+4z=0,\\ 3x-2y-z=0,\\ 7x-y+3z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=6\vec{i}-4\vec{j}+6\vec{k}$, $\vec{b}=9\vec{i}-6\vec{j}+9\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}-8\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $a=p+4q$, если $|p|=7$, $|q|=2$, $\left(\widehat{pq}\right)=\pi/3$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(-5,-4,-3)$, $B(7,3,-1)$, $C(6,-2,0)$, $D(3,2,-7)$. Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**

$\vec{F}=(-5,4,4)$, $A(3,7,-5)$, $B(2,-4,1)$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»
Вариант 10

Задание 1. Найти P=(2A-3B)C

$$A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 5 & 9\\ -2 & 2\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}7 & -4\\ 5 & 7\\ 1 & 0\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}7 & 4\\ 3 & -5\end{pmatrix};$$

Задание 2 Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}5 & -3 & 7 & -1\\ 3 & 2 & 0 & 2\\ 2 & 1 & 4 & -6\\ 3 & -2 & 9 & 4\end{vmatrix}$$

Задание 3

Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases}3x-2y+4z=21,\\ 3x+4y-2z=9,\\ 2x-y-z=10.\end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases}3x-2y+z=0,\\ 2x+3y-5z=0,\\ 5x+y-4z=0.\end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы $\vec{a}=5\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-4\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{c}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{b}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 6. Найти длину вектора $b=p-q$, если $|p|=10$, $|q|=1$, $\left(\widehat{pq}\right)=\pi/2$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,-5,-2)$, $B(-4,2,3)$, $C(1,5,7)$, $D(-2,-4,5)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8. Сила $\vec{F}$ приложена к точке **A**. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку **B**; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки **B.**

$\vec{F}=(2,2,9)$, $A(4,2,-3)$, $B(2,4,0)$

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 1.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;4), B(2;-1), C(1,-7)*. *Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - y^2}$.

2) $y = 1 - 3\sqrt{x}$.

3) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 4 = 0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-12,7,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,4,-7)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-5,-2,0)$.

4. Найти угол между плоскостями $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$, $3x - 2y + 5z - 3 = 0$.

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $x = 4$, $y = 0$, $y = \sqrt{x}$, $z = 0$, $z = 2$.

Б) $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 2.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-4;-5), B(3;3), C(5,-2)*. *Требуется:*
- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = \frac{5}{4}\sqrt{16 + y^2}$.

2) $y = -1 + \sqrt{7x}$.

3) $25x^2 + 9y^2 - 50x + 18y - 191 = 0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(1,-6,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1,2,-3)$, $M_2(4,-1,0)$, $M_3(2,1,-2)$.

4. Найти угол между плоскостями $x - 3y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$, $\quad x + 4y + 13z - 23 = 0.$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $z = y^2$, $x = -1$, $x = 2$, $z = 4$.

Б) $z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 6$.

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 3.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;5), B(4;-3), C(-2,-4). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = -\frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$.

2) $16x^2 - 25y^2 - 32x - 100y - 484 = 0$.

3) $x = 2 - \sqrt{5y - 5}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-7,0,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,-1,1)$, $M_2(-9,1,-2)$, $M_3(3,-5,4)$.

4. Найти угол между плоскостями $4x - 5y + 3z - 1 = 0,\ 2x - 4y - z + 9 = 0.$

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}$, $\quad 5x + 9y + 4z - 25 = 0.$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $y = x^2 - 1,\ y = 0,\ z = 0,\ z = 2$.

Б) $x^2 + y^2 = 9,\ z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 5$.

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 4.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;-2), B(-5;-4), C(-1,6). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

- $x = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$.
- $25x^2 - 64y^2 + 100x + 12y - 1564 = 0$.
- $y = 1 - 4\sqrt{x+1}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-2,4,21)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,-1,1)$, $M_2(-2,0,3)$, $M_3(2,1,-1)$.

4. Найти угол между плоскостями $3x - y + 2z + 15 = 0$, $5x + 9y - 3z - 1 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$, $4x + y - 6z - 5 = 0$.

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $x = y^2 - 4$, $x = 0$, $z = 0$, $z = 1$.

Б) $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 9$, $z = 0$, $z = 5$.

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 5.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;5), B(-3;4), C(-4,-2). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $y = 1 + \frac{5}{7}\sqrt{49 - x^2}$.

2) $y = -3 + \sqrt{3x - 3}$.

3) $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 36}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(2,-1,4)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,2,0)$, $M_2(1,-1,2)$, $M_3(0,1,-1)$.

4. Найти угол между плоскостями $6x + 2y - 4z + 17 = 0$, $9x + 3y - 6z - 4 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$, $3x + 7y - 5z - 11 = 0$.

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $z = y^2$, $x = -1$, $x = 2$, $z = 4$.

Б) $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 6.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;2), B(-2;-5), C(6,-1)*. *Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $y = -\frac{1}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

2) $x = 2 + \sqrt{y - 4}$.

3) $4x^2 - 9y^2 + 16x + 36y - 56 = 0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-5,-9,1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,0,2)$, $M_2(1,2,-1)$, $M_3(2,-2,1)$.

4. Найти угол между плоскостями $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0$, $2x + y\sqrt{2} - z + 36 = 0.$

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}$, $\quad x + 7y + 3z + 11 = 0.$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $z = 2x^2$, $z = 2$, $y = 1$, $y = 2$.

Б) $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$, $y + z = 4$

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 7.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-6;-4), B(3;-7), C(1,2)*. *Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

- $4x^2 - 9y^2 + 24x + 18y - 9 = 0$.
- $y = 1 - 2\sqrt{x+4}$.
- $y = -\sqrt{16 + x^2}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(3,-2,-9)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,2,-3)$, $M_2(1,0,1)$, $M_3(-2,-1,6)$.

4. Найти угол между плоскостями $3y - z = 0, \quad 2y - z = 0.$

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\dfrac{x-1}{8} = \dfrac{y-8}{-5} = \dfrac{z+5}{12}, \quad x - 2y - 3z + 18 = 0.$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $z = 5 - y^2$, $x = 0$, $x = 2$, $z = 1$.

Б) $z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 6$

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 8.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;1), B(-7;3), C(-4,-3). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = 1 - 2\sqrt{5 - y^2 + 4y}$

2) $9x^2 - 25y^2 - 72x - 90 = 0$.

3) $x = 2 + \sqrt{y}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-6,7,-10)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(3,10,-1)$, $M_2(-2,3,-5)$, $M_3(-6,7,-10)$.

4. Найти угол между плоскостями $6x + 3y - 2z = 0$, $x + 2y + 6z - 12 = 0$.

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}$, $2x - 5y + 4z + 24 = 0$.

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $z = 10 - x^2$, $y = -1$, $y = 1$, $z = 1$.

Б) $z = 8 - x^2 - y^2$, $z = x^2 + y^2$

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 9.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;-4), B(-6;7), C(-1,1)*. *Требуется:*
- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- $x^2+y^2+8x-8y-23=0$.
- $y=-\frac{2}{3}\sqrt{x^2-36}$.
- $y=2-\sqrt{x+1}$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-2,3,5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1,2,4)$, $M_2(-1,-2,-4)$, $M_3(3,0,-1)$.

4. Найти угол между плоскостями $x+2y+2z-3=0, 16x+12y-15z-1=0.$

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{2}$, $\quad 3x+4y+7z-16=0.$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $x+y+z=5$, $x=0$, $y=0$, $z=0$

Б) $x^2+y^2=4$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $z=0$

Типовой расчет «Аналитическая геометрия»

ВАРИАНТ 10.

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(4;-5), B(2;2), C(7,4)*. *Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

- $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16} + 1.$
- $x = 4 - \sqrt{y+1}.$
- $9x^2 - 49y^2 + 36x - 409 = 0.$

3. Найти расстояние от точки $M_0(-3,4,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(0,-3,1)$, $M_2(-4,1,2)$, $M_3(2,-1,5)$.

4. Найти угол между плоскостями $2x - y + 5z + 16 = 0$, $x + 2y + 3z + 8 = 0.$

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, \quad 2x + 3y + 7z - 52 = 0.$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $x - y + z = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Б) $x^2 + y^2 = 4$, $z^2 = x^2 + y^2$, $z = 2$, $z = 6$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 4. **Образец контрольной работы №1**

Контрольная работа №1

Задание 1. Найти AB, где $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 4 & 0\\ -5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ -5 & 1 & -3\end{pmatrix}$.

Задание 2. Найти решение системы по формулам Крамера

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3,\\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11,\\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

Задание 3. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5,\\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3,\\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1,\\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12. \end{cases}$$

Задание 4. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -4 & -6 & 2 & -4\\ 1 & 2 & -3 & 1\\ 4 & -2 & 1 & 0\\ 6 & 4 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

Задание 5. Определить модули суммы и разности векторов $\overline{a}=(3;-5;8)$ и $\overline{b}=(-1;1;-4)$.

Задание 6. Векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен 60^0. Зная, что $|\overline{a}|=4,$ $|\overline{b}|=2$ и $|\overline{c}|=6,$ определить модуль вектора $\overline{p}=\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}.$

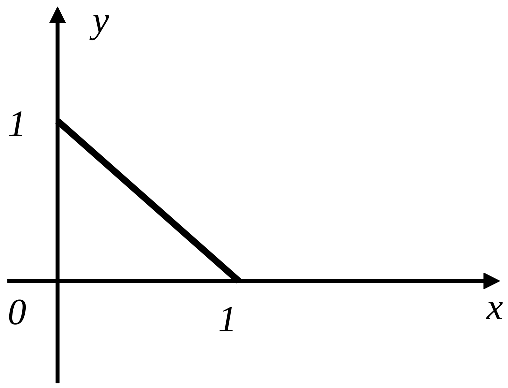
Задание 7. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(-1;1;2)$, $B(2;3;3)$ и $C(1;2;-1)$

Задание 8. При каком значении λ векторы $\overline{a}=(1;1;\lambda),$ $\overline{b}=(0;1;0)$ и $\overline{c}=(3;0;1)$ компланарны?

ПРИЛОЖЕНИЕ № 5. ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНО ОБУЧАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ ТЕСТИРОВАИЯ

Задание №1

Уравнение прямой, изображенной на рисунке, имеет вид ...



Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		$x + y = 1$
2)		$x = 1$
3)		$y = 1$
4)		$x - y - 1 = 0$

Задание №2

Установить соответствие между уравнением кривой и ее названием

Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа:

1)		эллипс	1)	$x^2 + 4y^2 = 16$
2)		окружность	2)	$4x^2 - y^2 = 16$
3)		парабола	3)	$x^2 = 4y$
4)		гипербола	4)	$x^2 + y^2 + 2y = 0$

Задание №3

Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости
2)		половина гиперболы, расположенная в верхней полуплоскости
3)		половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости
4)		половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости

Задание №4		
Написать уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1;2;3)$ и $M_2(3;-3;4)$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{7}$
2)		$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z-3}{1}$
3)		$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{4}$
4)		$\frac{x+3}{4}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-4}{7}$

Задание №5		
Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$ и плоскости $2x+3y+z-1=0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$(1;3;2)$
2)		$(2;-1;3)$
3)		$(2;-3;6)$
4)		$(4;6;1)$

Задание №6
Даны концы $A(3;4)$ и $B(5;2)$ однородного стержня. Определить координаты его центра тяжести.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 5. ОБРАЗЕЦ КОНТРОЛЬНО ОБУЧАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ ТЕСТИРОВАИЯ

Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		(8;6)
2)		(-2; 2)
3)		(4; 3)
4)		(-1;1)

Задание №7		
Прямые $y-2x-10=0$ и $3y-6x+2=0$ …		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		пересекаются не под 90^0
2)		совпадают
3)		перпендикулярны
4)		параллельны

Задание №8		
Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;1)$ и образующей с осью Ox 45^0		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$y=x+3$
2)		$y=-x-3$
3)		$-2x+y=0$
4)		$x-2y-1=0$

Задание №9		
Найти угол между плоскостями $2x-y+3z+1=0$ и $4x-2y+6z+7=0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		0^0
2)		90^0

3)		45^0
4)		30^0

Задание №10		
Определите координаты центра и радиус сферы, заданной следующим уравнением $x^2+y^2+z^2+4z=0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$O(0;0;2)$, $r=2$
2)		$O(0;0;-2)$, $r=2$
3)		$O(0;0;2)$, $r=4$
4)		$O(0;0;-2)$, $r=-4$

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1

Дисциплина **Линейная алгебра и аналитическая геометрия**

БИЛЕТ № 1.

1. Матрицы. Виды матриц.

2. Каноническое уравнение прямой в пространстве

3. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 2x + y + z = 1; \\ 7x + y + 3z = 1; \\ 3x - y + z = 2. \end{cases}$

4. Вычислить работу силы $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(-2;1-3)$ в положение $B(3;-2;1)$.

5. При каком значении α и β уравнения $2x + \alpha y + 3z - 8 = 0$ и $\beta x - 6y - 6z + 4 = 0$ будут определять параллельные плоскости?

6. Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$. Построить ее.

7. Определить тип поверхности и построить ее.

$3x^2 - 12x + 6y^2 + 12y + 5z^2 - 20z + 8 = 0$.

ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ, КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ И КОМПЬЮТЕРНОЙ КОНТРОЛЬНО-ОБУЧАЮЩЕЙ ПРОГРАММЫ ТЕСТЕРИВАНИЯ (КОПТ)

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Количество баллов	Критерии оценивания
0 – 5	Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы
5,5 – 10	Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы
10,5 – 15	Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные
15,5 – 20	Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений

Шкала оценивания выполнения контрольной работы

Количество баллов	Критерии оценивания
0 – 2	Правильно выполнил менее 2 заданий, в остальных допущены грубые ошибки
3 – 5	Правильно выполнил от 2 до 4 заданий, в остальных допущены грубые ошибки
6 – 7	Правильно выполнил от 5 до 7 заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки
8 – 10	Студент выполнил все задания, допустил не более одной ошибки.

Шкала оценивания КОПТ

Количество баллов	Критерии оценивания
0 – 2	Правильно выполнил менее 3 заданий, в остальных допущены грубые ошибки
3 – 5	Правильно выполнил от 3 до 5 заданий, в остальных допущены грубые ошибки
6 – 7	Правильно выполнил от 6 до 7 заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки
8 – 10	Правильно выполнил не менее 8 заданий или при решении допущены незначительные ошибки

Технологическая карта дисциплины

Дисциплина:	Линейная алгебра и аналитическая геометрия
Курс/семестр:	1/1
Количество кредитов (ЗЕ):	2
Отчетность:	**Зачет с оценкой**

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	Зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Линейная и векторная алгебра	Текущий контроль	Активность, посещаемость, СРС(типовой расчет, дом. зад)	15	25	8
	Промежу-точный контроль	Контрольная работа	5	10	
Модуль 2					
Аналитическая геометрия	Текущий контроль	Активность, посещаемость, СРС(типовой расчет, дом. зад)	15	25	15
	Промежу-точный контроль	Контрольная работа (тест)	5	10	
Всего за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (зачет с оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Образец выполнения типового расчета №1

Задание 1.Найти матрицу $P=(2A-3B)C$, где

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & -4 & 0\end{pmatrix};\qquad B=\begin{pmatrix}0 & 4 & 5\\ 5 & 1 & 6\end{pmatrix};\qquad C=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\\ 7 & 0\end{pmatrix}.$$

Решение: $2A=2\cdot\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & -4 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 10 & 6\\ 2 & -8 & 0\end{pmatrix};$

$$3B=3\cdot\begin{pmatrix}0 & 4 & 5\\ 5 & 1 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 12 & 15\\ 15 & 3 & 18\end{pmatrix};$$

$$2A-3B=\begin{pmatrix}4 & 10 & 6\\ 2 & -8 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & 12 & 15\\ 15 & 3 & 18\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -2 & -9\\ -13 & -11 & -18\end{pmatrix};$$

$$P=(2A-3B)C=\begin{pmatrix}4 & -2 & -9\\ -13 & -11 & -18\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\\ 7 & 0\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}4\cdot3-2\cdot1-9\cdot7 & 4\cdot(-2)-2\cdot1-9\cdot0\\ -13\cdot3-11\cdot1-18\cdot7 & -13\cdot(-2)-11\cdot1-18\cdot0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-53 & -10\\ -176 & 15\end{pmatrix}.$$

Задание 2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}2 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 3 & 5\\ 3 & 3 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}$$

Решение. Разложим определитель, например, по третьей строке, так как в ней один из элементов равен нулю, получим:

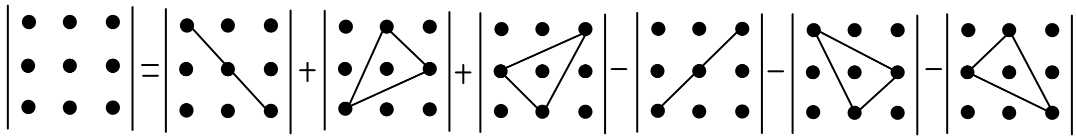
$$\begin{vmatrix}2 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 3 & 5\\ 3 & 3 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}=3A_{31}+3A_{32}+0A_{33}+2A_{34}=$$

$$=3(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}2 & 1 & 3\\ 3 & 3 & 5\\ 0 & 2 & 1\end{vmatrix}+3(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 5\\ 2 & 2 & 1\end{vmatrix}+2(-1)^{3+4}\begin{vmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & 3 & 3\\ 2 & 0 & 2\end{vmatrix}=$$

$$=3(6+18-20-3)-3(6+6+10-18-20-1)-2(12+12-6-4)=$$

$$=3-3(-17)-2(14)=3+51-28=26.$$

Замечание. Здесь и далее для вычисления определителей третьего порядка использована схема



Задание 3. Решить систему уравнений а) с помощью обратной матрицы; б) методом Крамера; в) методом Гаусса:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 13. \end{cases}$$

Решение. а) Обозначим

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix}; \ X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \ B = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

Тогда в матричной форме данная система примет вид: $AX = B$. Решение данного матричного уравнения находится по формуле: $X = A^{-1}B$.

Находим определитель матрицы A:

$$\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -8 - 3 - 8 + 2 = -17.$$

Так как $\det A \neq 0$, то существует обратная матрица.

Находим алгебраические дополнения:

$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 4 - (-4) = 8$, $\quad A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -(-2 - 0) = 2$,

$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -(-2 - (-3)) = -1$, $\quad A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 4 - 0 = 4$,

$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 - (-6) = 10$, $\quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -(-8 - 3) = 11$,

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 0 = -1,$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -(2 - 0) = -2,$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 4 - 1 = 3.$$

Получим обратную матрицу:

$$A^{-1} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix}.$$

Подставляя значения в формулу $X = A^{-1}B$, получим:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} -48+10-13 \\ 6+20-26 \\ -60+55+39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix},$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

б) Определитель системы $\det A = -17 \neq 0$, следовательно, существует единственное решение системы.

Вычислим вспомогательные определители $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$, полученные из матрицы A заменой соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -6 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & -1 \\ 13 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -24-13-24+10 = -51;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} -2 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 13 & -2 \end{vmatrix} = 20+18-26-12 = 0;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 13 \end{vmatrix} = 52-24+15-36+40-13 = 34.$$

По формулам Крамера имеем:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{-51}{-17} = 3, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{0}{-17} = 0, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{34}{-17} = -2,$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

в) Составим расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array}\right).$$

Элемент $a_{11} = -2 \neq 0$ принимаем за разрешающий. Преобразование проведем методом Гаусса, используя правило прямоугольников:

1. Элементы ключевой строки и всех выше расположенных строк, остаются неизменными;
2. Элементы ключевого столбца, расположенные ниже разрешающего элемента, обращаются в нули;
3. Все прочие элементы матрицы вычисляются по мнемоническому правилу прямоугольников:

Новый элемент = старый элемент × разрешающий элемент –

элемент ключевого столбца × элемент ключевой строки.

Имеем:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{-2} & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & \boxed{3} & 2 & -4 \\ 0 & -11 & 4 & -8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 34 & -68 \end{array}\right) \div 34 \sim \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right).$$

На основе последней матрицы составим систему, равносильную исходной:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ 3x_2 + 2x_3 = -4, \\ x_3 = -2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x_1 + x_2 = -6, \\ 3x_2 + 2\cdot(-2) = -4, \\ x_3 = -2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = 0, \\ x_3 = -2, \end{cases}$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

Задание 4. Найти общее решение для однородной системы

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 0, \\ -3x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 0. \end{cases}$$

Решение. Найдем общее решение системы методом Гаусса. По правилу прямоугольников (см. задание 3) имеем:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 \\ 2 & -4 & 6 \\ -3 & 6 & -9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, $r = 1 < n = 3$ и система имеет ненулевое решение.

Пусть x_1 – базисная переменная, x_2, x_3 – свободные переменные. Выразим базисную переменную через свободные переменные, получим: $x_1 = 2x_2 - 3x_3$. Придадим свободным переменным значения $x_2 = t_1$, $x_3 = t_2$. Общее решение получим в виде: $X = (2t_1 - 3t_2; t_1; t_2)$.

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} + 3\vec{c}$.

Решение. а) Проверим условие коллинеарности $\vec{a} \parallel \vec{c} \Leftrightarrow \frac{a_x}{c_x} = \frac{a_y}{c_y} = \frac{a_z}{c_z}$. Так как $\frac{2}{5} \neq \frac{-3}{2} \neq \frac{1}{-3}$ то векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ не коллинеарны.

Так как условие перпендикулярности двух векторов $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$, то находим скалярное произведение этих векторов. Имеем,

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 2 \cdot 5 + (-3) \cdot 2 + 1 \cdot (-3) = 10 - 6 - 3 = 1,$$

следовательно, векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ не ортогональны.

б) Используем формулу: $np_{2\vec{b}+3\vec{c}}\vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \left(2\vec{b} + 3\vec{c}\right)}{\left|2\vec{b} + 3\vec{c}\right|}$. Решение проведем по действиям, во-первых, находим координаты вектора $2\vec{b} + 3\vec{c}$, получим

$$2\vec{b} + 3\vec{c} = 2(0;1;4) + 3(5;2;-3) = (0;2;8) + (15;6;-9) = (15;8;-1).$$

Далее

$\vec{a} \cdot \left(2\vec{b} + 3\vec{c}\right) = (2;-3;1) \cdot (15;8;-1) = 30 - 24 - 1 = 5$, $\left|2\vec{b} + 3\vec{c}\right| = \sqrt{15^2 + 8^2 + (-1)^2} = \sqrt{290}$.

Следовательно, $np_{2\vec{b}+3\vec{c}}\vec{a} = \frac{5}{\sqrt{290}} = \frac{5\sqrt{290}}{290} = \frac{\sqrt{290}}{58}$.

Задание 6. Дан вектор $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$, если $\left|\vec{p}\right| = 1$, $\left|\vec{q}\right| = 2$, $\left(\widehat{\vec{p}\vec{q}}\right) = \pi/6$. Найти длину вектора $\vec{a}$.

Решение. Найдём скалярный квадрат вектора $\vec{a}$:

$$\vec{a}^2 = \left(\vec{p} + 2\vec{q}\right) \cdot \left(\vec{p} + 2\vec{q}\right).$$

Раскроем скобки, пользуясь свойствами скалярного произведения:

$$\left(\vec{p} + 2\vec{q}\right) \cdot \left(\vec{p} + 2\vec{q}\right) = \vec{p}^2 + 2\vec{p} \cdot \vec{q} + 2\vec{q} \cdot \vec{p} + 4\vec{q}^2 = \vec{p}^2 + 4\vec{p} \cdot \vec{q} + 4\vec{q}^2 =$$

$$= \left|\vec{p}\right|^2 + 4\left|\vec{p}\right| \cdot \left|\vec{q}\right| \cdot \cos\left(\vec{p} \wedge \vec{q}\right) + 4\left|\vec{q}\right|^2 = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos\frac{\pi}{6} + 4 \cdot 4 = 1 + 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 16 = 17 + 4\sqrt{3}.$$ Находим длину вектора $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{17 + 4\sqrt{3}}$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Решение. **а)** Найдем координаты векторов:

$\overline{AC} = (-2-3;-3-4;6-5) = (-5;-7;1)$,

$\overline{AD} = (3-3;-6-4;-3-5) = (0;-10;-8)$.

Вычислим их векторное произведение:

$$\overline{AC} \times \overline{AD} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ -5 & -7 & 1 \\ 0 & -10 & -8 \end{vmatrix} = 66\bar{i} - 40\bar{j} + 50\bar{k}.$$

Модуль векторного произведения равен:

$$\left|\overline{AC} \times \overline{AD}\right| = \sqrt{66^2 + (-40)^2 + 50^2} = \sqrt{8456} = 2\sqrt{2114},$$

Тогда

$$S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}\left|\overline{AC} \times \overline{AD}\right| = \sqrt{2114} \text{ (кв. ед.).}$$

б) Так как координаты векторов: $\overline{AB} = (1-3;2-4;1-5) = (-2;-2;-4)$, $\overline{AC} = (-2-3;-3-4;6-5) = (-5;-7;1)$, $\overline{AD} = (3-3;-6-4;-3-5) = (0;-10;-8)$,

то $V_{пир.} = \left|\frac{1}{6}\overline{AB}\,\overline{AC}\,\overline{AD}\right| = \left|\frac{1}{6}\begin{vmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -5 & -7 & 1 \\ 0 & -10 & -8 \end{vmatrix}\right| = \frac{1}{6} \cdot 252 = 42$ (куб. ед).

Задание 8. Сила $\vec{F} = (5;-3;9)$ приложена к точке $A(3,4,-6)$. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку $B(2,6,5)$; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки B.

Решение. Найдем координаты вектора перемещения: $\overrightarrow{AB} = (-1;2;11)$.

Для нахождения работы силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения $A(3,4,-6)$, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку $B(2,6,5)$, применим формулу: $A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$. Получим:

$$A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = 5 \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 + 9 \cdot 11 = 88 \text{ (усл. ед.).}$$

б) Момент силы $\vec{F}$ относительно точки $B(2,6,5)$ есть вектор

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{F} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & -2 & -11 \\ 5 & -3 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & -11 \\ -3 & 9 \end{vmatrix}\bar{i} - \begin{vmatrix} 1 & -11 \\ 5 & 9 \end{vmatrix}\bar{j} + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix}\bar{k} = -51\bar{i} - 64\bar{j} + 7\bar{k}.$$

Следовательно, модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки B равен:

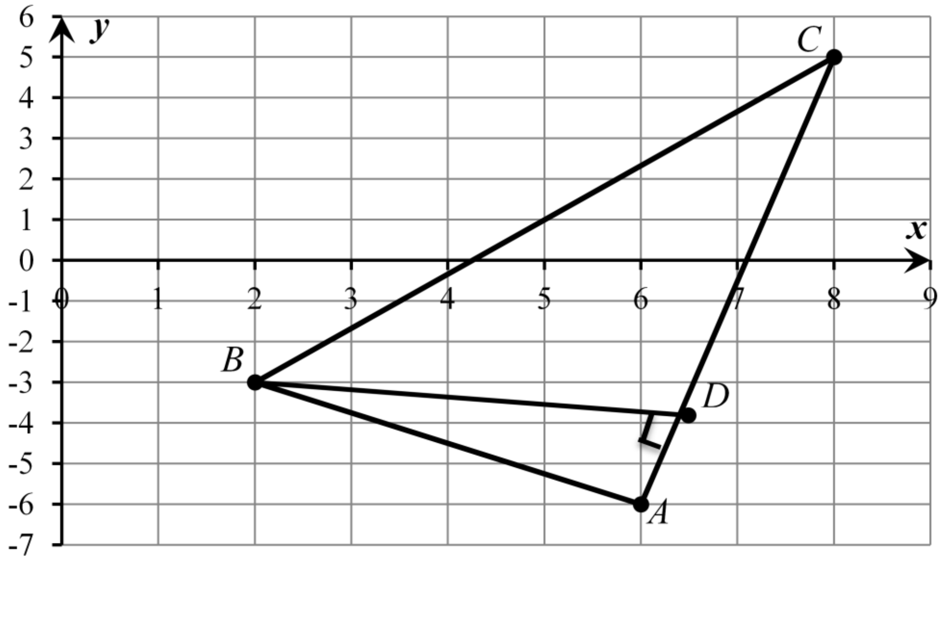
$$\left|\overrightarrow{M}\right| = \left|\overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{F}\right| = \sqrt{(-51)^2 + (-64)^2 + 7^2} = \sqrt{6746}.$$

Образец выполнения типового расчета № 2

Задача 1. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(6;-6)$, $B(2;-3)$, $C(8;5)$. Требуется: 1) сделать чертеж; 2) составить уравнение стороны AB; 3) найти длину стороны AB; 4) составить уравнение высоты, проведенной из вершины B; 5) вычислить расстояние от вершины C до стороны AB; 6) составить уравнение любой средней линии треугольника ABC; 7) составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC; 8) найти площадь треугольника ABC; 9) вычислить угол A треугольника (в радианах с точностью до двух знаков после запятой).

Решение:

1) Сделаем чертеж.



2) Для составления уравнения стороны AB используем формулу $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$, где $A(6;-6)$, $B(2;-3)$: $\frac{y-(-6)}{-3-(-6)}=\frac{x-6}{2-6}$ или $\frac{y+6}{3}=\frac{x-6}{-4}$ или $-4y-24=3x-18$ или $3x+4y+6=0$.

3) Для нахождения длины AB используем формулу расстояния между двумя заданными точками $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$. Подставляя значения, имеем

$$d=\sqrt{(2-6)^2+(-3-(-6))^2}=\sqrt{16+9}=5 \text{ (ед. дл.).}$$

4) Для составления уравнения высоты BD используем условие перпендикулярности прямых BD и AC, т.е. используем формулу $k_2=-\frac{1}{k_1}$: $k_{BD}k_{AC}=-1$. Найдем k_{AC}, используя формулу $k_{AC}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, имеем $k_{AC}=\frac{5-(-6)}{8-6}=\frac{11}{2}$, следовательно, $k_{BD}=-\frac{1}{11/2}=-\frac{2}{11}$. Составим уравнение высоты BD по формуле $y-y_0=k(x-x_0)$, зная, что $k_{BD}=-\frac{2}{11}$ и что она проходит через точку $B(2;-3)$.

Получим: $y-(-3)=-\frac{2}{11}(x-2)$ или $11y+33=-2x+4$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид: $2x+11y+29=0$.

5) Расстояние от вершины $C(8;5)$ до стороны AB, уравнение которой было найдено в п.2: $3x+4y+6=0$, найдем по формуле $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$. Получим:

$$d=\frac{|3\cdot 8+4\cdot 5+6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{50}{5}=10 \text{ (ед.дл.).}$$

6) Составим, например, уравнение средней линии MN треугольника ABC. Найдем середину (т.M) стороны BC и середину (т.N) стороны AC, используя формулы $x=\frac{x_1+x_2}{2}$; $y=\frac{y_1+y_2}{2}$.

$$x_M=\frac{x_C+x_B}{2}=\frac{8+2}{2}=5;\quad y_M=\frac{y_C+y_B}{2}=\frac{5-3}{2}=1;$$

$$x_N=\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{6+8}{2}=7;\quad y_N=\frac{y_A+y_C}{2}=\frac{-6+5}{2}=-\frac{1}{2}.$$

Т.о., $M(5;1)$, $N(7;-\frac{1}{2})$.

Составим уравнение MN, используя формулу $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$: $\frac{y-1}{-\frac{1}{2}-1}=\frac{x-5}{7-5} \Rightarrow$

$\frac{y-1}{-\frac{3}{2}}=\frac{x-5}{2} \Rightarrow \frac{y-1}{-3}=\frac{x-5}{4} \Rightarrow 4y-4=-3x+15 \Rightarrow 3x+4y-19=0$.

7) Для составления уравнения прямой, проходящей через точку $A(6;-6)$ параллельно прямой BC, используем условие параллельности двух прямых $k_1=k_2$. Найдем угловой коэффициент прямой BC по формуле $k_{BC}=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}$:

$$k_{BC}=\frac{5-(-3)}{8-2}=\frac{4}{3}.$$

Уравнение искомой прямой найдем по формуле $y-y_0=k(x-x_0)$: $y-(-6)=\frac{4}{3}(x-6)$ $\Rightarrow 3y+18=4x-24 \Rightarrow 4x-3y-42=0$.

8) Площадь треугольника ABC найдем по формуле $S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 \end{matrix}\right\|$:

$$S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 2-6 & -3-(-6) \\ 8-6 & 5-(-6) \end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} -4 & 3 \\ 2 & 11 \end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\left|-44-6\right|=25 \text{ (кв. ед).}$$

9) Для вычисления угла A треугольника ABC используем формулу $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$. Найдем сначала k_{AB}, зная уравнение *AB:* $3x+4y+6=0$. Преобразуем это уравнение к виду $y=kx+b: 4y=-3x-6$ или $y=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$. Отсюда $k_{AB}=-\frac{3}{4}$. Угловой коэффициент прямой AC был найден в п.3: $k_{AC}=\frac{11}{2}$. Заметим, что $k_1=k_{AC}$, $k_2=k_{AB}$. Следовательно,

$$tgA=\frac{-\frac{3}{4}-\frac{11}{2}}{1+(-\frac{3}{4})*\frac{11}{2}}=2 \quad \text{или} \quad A=arctg2\approx 1{,}11\,рад.$$

Задача 2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$.

Решение. Преобразуем данное уравнение кривой, так как

$$5x^2+9y^2-30x+18y+9=5(x^2-6x)+9(y^2+2y)+9=5(x^2-2\cdot 3x+3^2-3^2)+$$

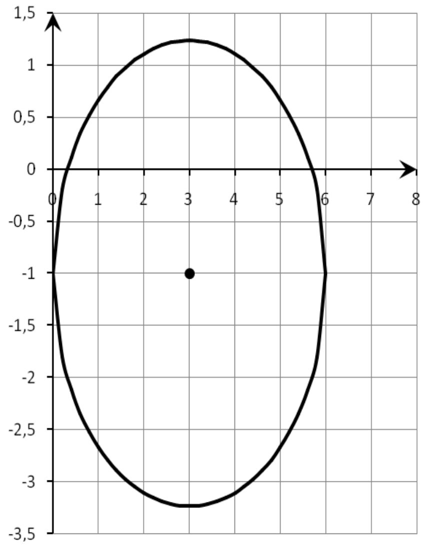
$$+9(y^2+2\cdot 1y+1-1)+9=5(x-3)^2-45+9(y+1)^2-9+9=0,$$

то уравнение можно написать в виде:

$$5(x-3)^2+9(y+1)^2-45=0$$

или

$$\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{5}=1$$

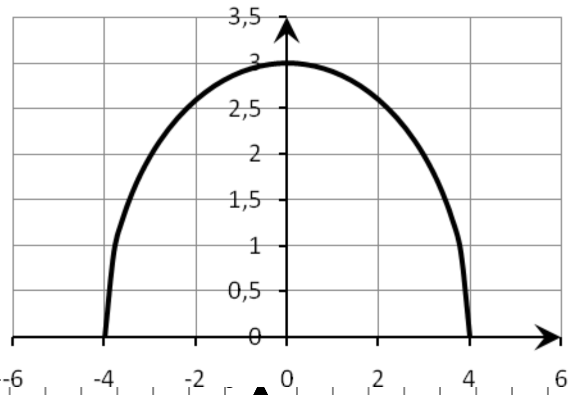


Получили каноническое уравнение эллипса, его центр симметрии находится в точке $(3;-1)$, полуоси $a=3$, $b=\sqrt{5}$.

б) $y=\dfrac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

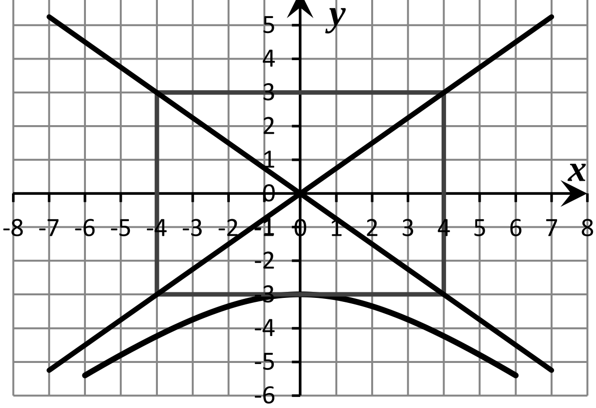
Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $y^2=\dfrac{9}{16}(16-x^2)$ или $y^2=9-\dfrac{9}{16}x^2$, $\dfrac{9}{16}x^2+y^2=9$,

$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ – каноническое уравнение эллипса с центром в начале координат и полуосями, равными $a=4,\ b=3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак «+», то исходное уравнение определяет часть эллипса, расположенную выше оси *Ox*.



в) $y=-\dfrac{3}{4}\sqrt{16+x^2}$. Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $y^2=\dfrac{9}{16}(16+x^2)$ или $y^2=9+\dfrac{9}{16}x^2$,

$-\dfrac{9}{16}x^2+y^2=9$, $-\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ – каноническое уравнение гиперболы с центром в начале координат и полуосями, равными $a=4,\ b=3$. Так как, по условию, в уравнении перед



радикалом стоит знак «-», то исходное уравнение определяет часть гиперболы, расположенную ниже оси *Ox*.

Задача 3. Найти расстояние от точки $M_0(-12,7,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,4,-7)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-5,-2,0)$.

Решение. Составим уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки по формуле:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Получим:

$$\begin{vmatrix} x+3 & y-4 & z+7 \\ 1+3 & 5-4 & -4+7 \\ -5+3 & -2-4 & 0+7 \end{vmatrix} = 25(x+3)-34(y-4)-22(z+7) = 25x-34y-22z+57=0$$ Тогда

используя формулу $d = \dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$, в которой $A=25,\ \ B=-34,\ \ C=-22,\ \ D=57$,

и $x_0=-12,\ \ y_0=7,\ \ z_0=-1$, получим: $d = \dfrac{|25\cdot(-12)-34\cdot 7-22\cdot(-1)+57|}{\sqrt{25^2+(-34)^2+(-22)^2}} = \dfrac{459}{\sqrt{2265}}$ (ед.дл)

Задача 4. Найти угол между плоскостями $x-3y+5=0,\ \ 2x-y+5z-16=0.$

Решение. Угол между плоскостями находим по формуле:

$$\cos\varphi = \frac{A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}.$$

Координаты нормальных векторов заданных плоскостей соответственно равны: $\overrightarrow{n_1}=(1;-3;0)$ и $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;5)$. Следовательно,

$$\cos\varphi = \frac{1\cdot 2+(-3)\cdot(-1)+0\cdot 5}{\sqrt{1^2+(-3)^2}\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2+5^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{30}} = \frac{5}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Задача 5. Найти точку пересечения прямой $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-5}{1}$ с плоскостью $x-2y+z-6=0$.

Решение. Для нахождения точки пересечения прямой и плоскости от уравнения прямой в каноническом виде переходим к уравнению прямой в параметрическом виде:

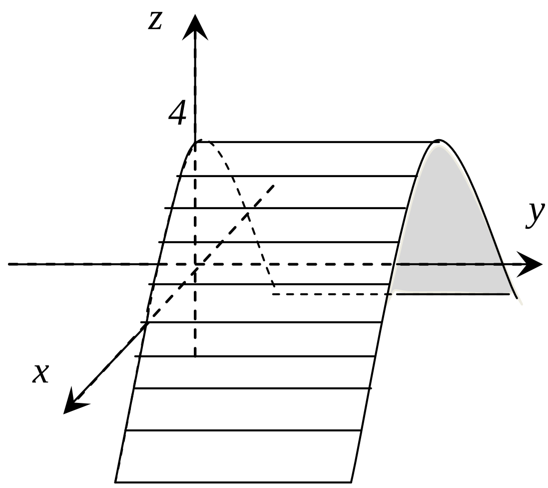
$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{1}=t, \\ \dfrac{y-4}{-2}=t, \\ \dfrac{z-5}{1}=t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=t+3, \\ y=-2t+4, \\ z=t+5 \end{cases}$$

Подставим выражения для x, y, z в уравнение плоскости, получим равенство $t+3-2(-2t+4)+t+5-6=0$ из которого вытекает, что $6t-6=0$, т.е $t=1$.

Следовательно, $\begin{cases} x=t+3=1+4=5, \\ y=-2t+4=-2\cdot1+4=2, \\ z=t+5=1+5=6. \end{cases}$ точка пересечения имеет координаты $(5, 2, 6)$.

Задача 6. Определить тип поверхности и сделать схематический чертеж $z=4-x^2$.

Решение. Данное уравнение в пространстве определяет цилиндрическую поверхность с направляющей параллельной оси Oy и образующей параболой, которая симметрична относительно оси Ox, сдвинута на 4 единице по оси Oz, направлена в отрицательную сторону оси Oz. Таким образом, данное уравнение описывает параболический цилиндр.



Образец выполнения контрольной работы №1

Задание 1. Найти AB, где $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 4 & 0\\ -5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ -5 & 1 & -3\end{pmatrix}$.

Решение.

$$AB=\begin{pmatrix}(-2)\cdot 1+3\cdot(-5) & (-2)\cdot 0+3\cdot 1 & (-2)\cdot 4+3\cdot(-3)\\ 4\cdot 1+0\cdot(-5) & 4\cdot 0+0\cdot 1 & 4\cdot 4+0\cdot(-3)\\ (-5)\cdot 1+1\cdot(-5) & (-5)\cdot 0+1\cdot 1 & (-5)\cdot 4+1\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-17 & 3 & -17\\ 4 & 0 & 16\\ -10 & 1 & -23\end{pmatrix}$$

Задание 2. Найти решение системы по формулам Крамера

$$\begin{cases}x_1-x_2+x_3=3,\\ 2x_1+x_2+x_3=11,\\ x_1+x_2+2x_3=8.\end{cases}$$

Решение. Основная матрица системы $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$. Находим $\Delta=\begin{vmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{vmatrix}=5$.

Так как $\Delta\neq 0$, то система имеет единственное решение. Далее находим вспомогательные определители:

$$\Delta_{x_1}=\begin{vmatrix}3 & -1 & 1\\ 11 & 1 & 1\\ 8 & 1 & 2\end{vmatrix}=20,\qquad \Delta_{x_2}=\begin{vmatrix}1 & 3 & 1\\ 2 & 11 & 1\\ 1 & 8 & 2\end{vmatrix}=10,\qquad \Delta_{x_3}=\begin{vmatrix}1 & -1 & 3\\ 2 & 1 & 11\\ 1 & 1 & 8\end{vmatrix}=5.$$

По формулам Крамера получим:

$$x_1=\frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}=\frac{20}{5}=4,\ x_2=\frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}=\frac{10}{5}=2,\ x_3=\frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}=\frac{5}{5}=1.$$

Ответ. $x_1=4$, $x_2=2$, $x_3=1$.

Задание 3. Найти общее решение системы уравнений: $\begin{cases}2x_1+7x_2+3x_3+x_4=5,\\ x_1+3x_2+5x_3-2x_4=3,\\ x_1+5x_2-9x_3+8x_4=1,\\ 5x_1+18x_2+4x_3+5x_4=12.\end{cases}$

Решение. Прямой ход метода Гаусса проведем по алгоритму, получим

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 7 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & -9 & 8 & 1 \\ 5 & 18 & 4 & 5 & 12 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 7 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 7 & -5 & 1 \\ 0 & 3 & -21 & 15 & -3 \\ 0 & 1 & -7 & 5 & -1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 7 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 7 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 7 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 7 & -5 & 1 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow$ $rangA = 2$, так как $M_2 = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$, то M_2 – базисный минор, а переменные x_1 и x_2 – базисные. Базисные переменные x_1 и x_2 оставим в левой части, а свободные переменные x_3 и x_4 переносим в правые части уравнений. Получим систему:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 = 5 - 3x_3 - x_4, \\ \qquad -x_2 = 3 - 7x_3 + 5x_4 \end{cases}$$

Из последней системы, выражая базисные переменные через свободные, получим:

$$\begin{cases} x_1 = 6 - 26x_3 + 14x_4, \\ \qquad x_2 = -3 + 7x_3 - 5x_4 \end{cases}$$

Задавая неосновным переменным значения $x_3 = C_1$, $x_4 = C_2$, получим ***общее решение*** $\left(6 - 26C_1 + 14C_2; -1 + 7C_1 - 5C_2; C_1; C_2\right)$ в базисе x_1, x_2.

Задание 4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -4 & -6 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 6 & 4 & 4 & 6 \end{vmatrix}$

Решение.

$$\begin{vmatrix} -4 & -6 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 6 & 4 & 4 & 6 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \text{вынесем общий множитель} \\ \text{из I и IV строк} \end{pmatrix} = 2 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \text{используем свойство:} \\ \text{I строка+II} \times 2, \\ \text{IVстрока+II} \times (-3) \\ \end{pmatrix} == 4 \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 11 & 0 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 \cdot A_{24} = 4(-1)^{2+4} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 4 & -2 & 1 \\ 0 & -4 & 11 \end{vmatrix} = 144$$

Задание 5. Определить модули суммы и разности векторов $\bar{a} = (3; -5; 8)$ и $\bar{b} = (-1; 1; -4)$.

Решение. Находим сумму и разность вектор, используя формулу:

$$\vec{a} \pm \vec{b} = \left\{a_x \pm b_x; \quad a_y \pm b_y; \quad a_z \pm b_z\right\}$$

Получим:

$\overline{a}+\overline{b}=(3-1;-5+1;8-4)=(2;-4;4)$, $\overline{a}-\overline{b}=\left(3-(-1);-5-1;8-(-4)\right)=(4;-6;12)$

Модуль вектора находится по формуле $\left|\overline{a}\right|=\sqrt{{a_x}^2+{a_y}^2+{a_z}^2}$. Получим

$\left|\overline{a}+\overline{b}\right|=\sqrt{2^2+(-4)^2+4^2}=\sqrt{36}=6$, $\left|\overline{a}-\overline{b}\right|=\sqrt{4^2+(-6)^2+12^2}=\sqrt{196}=14$.

Задание 6. Векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен 60^0. Зная, что $\left|\overline{a}\right|=4$, $\left|\overline{b}\right|=2$ и $\left|\overline{c}\right|=6$, определить модуль вектора $\overline{p}=\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}$.

Решение. Найдём скалярный квадрат вектора $\vec{p}$:

$\vec{p}^{\,2}=\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. Раскроем скобки, пользуясь свойствами скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{p}^{\,2}=\vec{a}^{\,2}+\vec{b}^{\,2}+\vec{c}^{\,2}+2\left(\vec{a}\vec{b}+\vec{a}\vec{c}+\vec{b}\vec{c}\right)=$$

$$=\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2+\left|\vec{c}\right|^2+2\left(\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\left(\vec{a}\wedge\vec{b}\right)+\left|\vec{a}\right|\left|\vec{c}\right|\cos\left(\vec{a}\wedge\vec{c}\right)+\left|\vec{b}\right|\left|\vec{c}\right|\cos\left(\vec{b}\wedge\vec{c}\right)\right)=$$

$$=4^2+2^2+6^2+2\left(4\cdot2\cos60^0+4\cdot6\cos60^0+2\cdot6\cos60^0\right)=100$$

$$\left|\vec{p}\right|=\sqrt{\vec{p}^{\,2}}=\sqrt{100}=10.$$

Задание 7. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(-1;1;2)$, $B(2;3;3)$ и $C(1;2;-1)$

Решение. Найдем координаты векторов: $\overline{AB}=\{3,2,1\}$, $\overline{AC}=\{2,1,-3\}$. Используя формулу, вычислим векторное произведение

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\3&2&1\\2&1&-3\end{vmatrix}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}2&1\\1&-3\end{vmatrix}\vec{i}+(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}3&1\\2&-3\end{vmatrix}\vec{j}+(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}3&2\\2&1\end{vmatrix}\vec{k}=$$

$$=-7\vec{i}+11\vec{j}-\vec{k}$$

Вычислим модуль векторного произведения

$$\left|\overline{AB}\times\overline{AC}\right|=\sqrt{(-7)^2+11^2+(-1)^2}=\sqrt{171}.$$

Площадь треугольника равна половине площади параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BC}$, следовательно $S_{\Delta ABC} = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}{2} = \dfrac{\sqrt{171}}{2}$.

Задание 8. При каком значении λ векторы $\overline{a} = (1; 1; \lambda)$, $\overline{b} = (0; 1; 0)$ и $\overline{c} = (3; 0; 1)$ компланарны?

Решение: Векторы компланарны, если их смешанное произведение равно нулю. Следовательно,

$\overline{a}\overline{b}\overline{c} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 3\lambda = 0$, решением последнего уравнения является значение $\lambda = \dfrac{1}{3}$.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка промежуточной аттестации:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

баллы	Критерии
8-10	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы линейной алгебры и аналитической геометрии проведения исследований и анализа их результатов
5-7	понимает содержание основных методов линейной алгебры и аналитической геометрии, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем
1-3	допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов линейной алгебры и аналитической геометрии.

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

баллы	Критерии
20-16	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)