МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

Математика

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшей математики**

Учебный план b38030230_23_2 м.plx
38.03.02 Менеджмент

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **10 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 360
в том числе:
аудиторные занятия 144
самостоятельная работа 179,8
экзамены 35,7

Виды контроля в семестрах:
экзамены 2
зачеты 1

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**1 (1.1)**		**2 (1.2)**		Итого	
Недель	18 1/6		18 3/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	36	36	36	36	72	72
Практические	36	36	36	36	72	72
Контактная работа в период теоретического обучения	0,2				0,2	
Контактная работа в период экзаменационной сессии		0,3	0,3	0,3	0,3	0,6
В том числе инт.	8		8		16	
Итого ауд.	72	72	72	72	144	144
Контактная работа	72,2	72,3	72,3	72,3	144,5	144,6
Сам. работа	107,8	72	72	72	179,8	144
Часы на контроль		35,7	35,7	35,7	35,7	71,4
Итого	180	180	180	180	360	360

Программу составил(и):
*к.ф.-м.н., доцент, Карабакиров К.Р.*_________________

Рецензент(ы):
профессор, Байзаков А.Б. _________________

Рабочая программа дисциплины
Математика

разработана в соответствии с ФГОС 3+:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 970)

составлена на основании учебного плана:

38.03.02 Менеджмент

утвержденного учёным советом вуза от 27.06.2023 протокол № 11

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 30.08 2023 г. № 1
Срок действия программы: 2023-2027 уч.г.
Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л. Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

28 10 2024 г. Печкина НП

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 28.08. 2024 г. № 1
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л. Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

29 08 2025 г.. Печкина НП

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 28.08 2025 г. № 1
Зав. кафедрой доцент Гончарова И. В.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

_____________2026 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от _____________2026 г. № __
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., Гончарова И.В.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

_____________2027 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от _____________2027 г. № __
Зав. кафедрой к.ф.-м.н., Гончарова И.В.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	Целями освоения дисциплины Математика являются ознакомление студентов с основами разделов математики, выработка у них умения формулировать и исследовать различные математические модели экономических задач.
1.2	Задача преподавания курса – развить логическое и абстрактное мышление студента; дать студенту знания в вопросах не только связанных с решением систем линейных уравнений, но и в вопросах примыкающих или вытекающих из линейной алгебры. Это касается векторного пространства, аналитической геометрии, квадратичных форм. Научить пользоваться простейшими математическими методами решения прикладных задач, самостоятельно изучать математическую и справочную литературу. Развить интеллект студентов и способность к логическому и алгоритмическому мышлению.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Для освоения данной дисциплины необходимы знания по предметам «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» в объеме средней школы.
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Процессы принятия управленческих решений
2.2.2	Статистика
2.2.3	Информационные технологии в менеджменте
2.2.4	Основы экономической теории и макроэкономика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	основные понятия и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики
3.2	**Уметь:**
3.2.1	решать типовые математические задачи, используемые при принятии управленческих решений; использовать математический язык и математическую символику при построении организационно-управленческих моделей; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные
3.3	**Владеть:**
3.3.1	математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Матричная алгебра и СЛАУ							
1.1	Матрицы. Действия над ними. Определители. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.8			
1.2	Матрицы. Действия над ними. Определители. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.8			
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.8			
1.4	Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.8			
1.5	Метод Гаусса. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.8			
1.6	Метод Гаусса. Исследование систем линейных алгебраических уравнений. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.8			

1.7	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.2				
1.8	Системы линейных алгебраических уравнений. Базисные решения. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.8				
1.9	Системы линейных алгебраических уравнений. Опорные решения. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.8				
	Раздел 2. Векторная алгебра и аналитическая геометрия								
2.1	Векторы. Действия над ними. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1				
2.2	Векторы. Действия над ними. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.1				
2.3	Прямая на плоскости. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.2				
2.4	Прямая на плоскости. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.2				
2.5	Кривые 2-го порядка на плоскости. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.2				
2.6	Кривые 2-го порядка на плоскости. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.2				
2.7	Проекция вектора на ось. Направляющие косинусы. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.2				
2.8	Плоскость в пространстве. /Ср/	1	8		Л1.1Л2.2Л3.2				
2.9	Прямая в пространстве. /Ср/	1	8		Л1.1Л2.2Л3.2				
	Раздел 3. Пределы								
3.1	Графики основных элементарных функций. Преобразования графиков. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5				
3.2	Пределы. свойства. неопределенности /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.4				
3.3	Пределы. свойства. неопределенности /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.4				
3.4	Замечательные пределы /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.4				
3.5	Замечательные пределы /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.4				
3.6	Множества. Функция: ОДЗ, свойства /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.5				
3.7	Сравнение бесконечно малых функций. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.4				
3.8	Непрерывные функции и их свойства. Классификация точек разрыва. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.5				
	Раздел 4. Производные								
4.1	Производная функции и ее применение. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5				
4.2	Производная функции и ее применение. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5				
4.3	Исследование функции с помощью производной. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5				
4.4	Исследование функции с помощью производной. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5				
4.5	Основные теоремы о дифференцируемых функциях. /Ср/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5				

4.6	Правило Лопиталя /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.5			
4.7	Замечательные пределы по правилу Лопиталя. /Ср/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.5			
	Раздел 5. Неопределенные и определенные интегралы							
5.1	Неопределенный интеграл. Свойства. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.9			
5.2	Неопределенный интеграл. Свойства. /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.3	Методы интегрирования неопределенных интегралов. /Лек/	1	4		Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.9			
5.4	Методы интегрирования неопределенных интегралов. /Пр/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.5	Определенный интеграл и его применение. /Лек/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.3			
5.6	Определенный интеграл и его применение /Пр/	1	2		Л1.1Л2.2Л3.3			
5.7	Интегрирование четвертой простейшей рациональной дроби. /Ср/	1	4		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.8	Интегрирование тригонометрических функций. Тригонометрические подстановки. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.9			
5.9	Несобственный интеграл. /Ср/	1	6		Л1.1Л2.2Л3.3			
5.10	/КрЭк/	1	0,3					
5.11	/Экзамен/	1	35,7					
	Раздел 6. Элементы комбинаторики. Случайные события							
6.1	Элементы комбинаторики /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.2	Элементы комбинаторики /Пр/	2	2					
6.3	Случайные события. Действия над ними. Несовместность событий. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.4	Случайные события. Действия над ними. Несовместность событий. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.5	Определения вероятности. Аксиоматическое построение теории вероятностей /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.6	Условная вероятность. Полная вероятность. Независимость событий. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.7	Условная вероятность. Полная вероятность. Независимость событий. /Пр/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.8	Последовательность независимых испытаний. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.9	Последовательность независимых испытаний. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.10	Сочетания и размещения с повторениями. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.11	Проверка свойств операций над событиями. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			
6.12	Примеры вероятностных пространств. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6			

6.13	Задачи на геометрическую вероятность. Задача о встрече. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
6.14	Полиномиальное распределение. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
	Раздел 7. Дискретные случайные величины.								
7.1	Дискретные случайные величины. Числовые характеристики. Свойства. /Лек/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
7.2	Дискретные случайные величины. Основные распределения. Свойства. /Пр/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
7.3	Простейший поток событий. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
7.4	Вычисление числовых характеристик основных дискретных распределений. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
	Раздел 8. Непрерывные случайные величины.								
8.1	Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики. Свойства. /Лек/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
8.2	Непрерывные случайные величины. Числовые характеристики. Свойства. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6				
8.3	Непрерывные случайные величины. Основные распределения. Свойства. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6				
8.4	Непрерывные случайные величины. Основные распределения. Свойства. /Пр/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.6				
8.5	Закон больших чисел. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6				
8.6	Закон больших чисел. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.6				
8.7	Функции случайных величин. /Ср/	2	6		Л1.2Л2.2Л3.6				
8.8	Системы случайных величин. /Ср/	2	6		Л1.2Л2.2Л3.6				
	Раздел 9. Распределения. Выборки								
9.1	Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7				
9.2	Выборочный метод. Статистическое распределение выборки. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7				
9.3	Статистические оценки параметров распределений. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7				
9.4	Статистические оценки параметров распределений. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7				
9.5	Условные варианты. Метод произведений. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7				
9.6	Условные варианты. Метод произведений /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7				
9.7	Эмпирические и теоретические частоты. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7				

9.8	Эмпирические и теоретические частоты. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.9	Распределения Стьюдента, Фишера-Снедекора. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.10	Групповая, внутригрупповая, межгрупповая и общая дисперсии. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.11	Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
9.12	Построение нормальной кривой дискретно распределенного признака. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
	Раздел 10. Гипотезы.Корреляция							
10.1	Статистическая проверка статистических гипотез. Критерий Пирсона. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.2	Статистическая проверка статистических гипотез. Критерий Пирсона. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.3	Корреляционная зависимость. Выборочный коэффициент корреляции. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.4	Корреляционная зависимость. Выборочный коэффициент корреляции. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.5	Построение прямой и кривых линий регрессий. /Лек/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.6	Построение прямой и кривых линий регрессий. /Пр/	2	2		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.7	Точность оценок асимметрии и эксцесса эмпирического распределения. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.8	Выбор критической области. Мощность критерия. /Ср/	2	4		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.9	Понятие о множественной корреляции.Выборочное корреляционное отношение. /Ср/	2	8		Л1.2Л2.2Л3.7			
10.10	/КрЭк/	2	0,3					
10.11	/Экзамен/	2	35,7					

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ:

1 СЕМЕСТР ЭКЗАМЕН

1. Матрицы: определение, типы, операции.
2. Определители 2го, 3го и n-ого порядков, способ вычисления определителей, их свойства.
3. Минор и алгебраическое дополнение элемента квадратной матрицы. Теорема Лапласа о вычислении определителя n-го порядка. Способы вычисления определителей порядка выше, чем 3.
4. Обратная матрица и способы ее вычисления. Ранг матрицы и способы его вычисления.
5. Общие сведения о системах линейных алгебраических уравнений: определение системы и ее решения; совместность, несовместность, определенность и неопределенность.
6. Решение систем из n уравнений с n неизвестными методом обратной матрицы.
7. Метод Крамера.
8. Метод Гаусса.
9. Теорема Кронекера-Копелли.
10. Метод полного исключения неизвестных (метод Жордана - Гаусса).
11. Алгоритм нахождения базисных решений системы уравнений.

12. Алгоритм нахождения опорных решений системы уравнений.
13. Понятие n- мерного вектора. Типы векторов. Операции над векторами (линейные).
14. n-мерное векторное пространство.
15. Понятие о линейной комбинации и линейной зависимости системы векторов. Критерий линейной зависимости системы.
16. Размерность и базис векторного пространства.
17. Переход к новому базису.
18. Евклидово пространство. Скалярное произведение векторов и его свойства.
19. Линейные операторы и их матрицы.
20. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
21. Решение задач балансового анализа.
22. Линейная модель обмена.
23. Понятие об уравнение линии в пространстве R2.
24. Общее уравнение прямой.
25. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
26. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
27. Уравнение пучка прямых.
28. Каноническое уравнение прямой.
29. Уравнение прямой в отрезках.
30. Расстояние между двумя точками в R2.
31. Деление отрезка в заданном отношении.
32. Угол между двумя прямыми.
33. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
34. Пересечение двух прямых.
35. Парабола и ее свойства.
36. Гипербола и ее свойства.
37. Распознавание линий второго порядка путем приведения ее уравнения к каноническому виду.
38. График дробно-линейной функции.
39. Общее уравнение плоскости в R3.
40. Канонические уравнения прямой в R3.
41. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, прямых в R3.
42. Понятие гиперплоскости и полупространства в Rn.
43. Решение линейных неравенств в R2.
44. Эквивалентные преобразования системы уравнений в систему неравенств.
45. Выпуклые множества и их свойства.
46. Полиэдр в Rn.
47. Теорема о представлении полиэдра в Rn.

2 СЕМЕСТР ЭКЗАМЕН

1. События. Виды событий.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
3. Статистическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
4. Действия над событиями. Теорема сложения вероятностей.
5. Условная вероятность. Независимые события. Теорема умножения вероятностей.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7. Повторные независимые испытания. Формулы Бернулли и Пуассона.
8. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
9. Случайные величины. Операции над СВ. Закон распределения ДСВ.
10. Числовые характеристики ДСВ: мат. ожидание, дисперсия, ср. кв. отклонение и их свойства.
11. Функция распределения СВ и ее свойства.
12. Непрерывные СВ. Плотность вероятности и ее свойства.
13. Числовые характеристики НСВ.
14. Мода и медиана. Начальные и центральные теоретические моменты СВ. Асимметрия и эксцесс.
15. Основные законы распределения: биномиальный, геометрическое распределение.
16. Равномерный закон распределения. Закон распределения Пуассона.
17. Нормальный закон распределения.
18. Выборка и ее распределение: выборочная и генеральная совокупности, типы выборок.
19. Стат. распределение выборки, полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
20. Статистические оценки параметров распределения: смещенность, несмещенность, эффективность оценки. Выборочная средняя и выборочная дисперсия. Мода и медиана, вариационный размах и коэффициент вариации.
21. Анализ смещенности выборочной средней и выборочной дисперсии.
22. Начальный и центральный эмпирические моменты.
23. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
24. Метод максимального правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.
25. Метод наименьших квадратов.
26. Интервальные оценки. Доверительный интервал.
27. Доверительный интервал для оценки мат. ожидания нормального распределения.

28. Распределение хи-квадрат и Стьюдента.
29. Доверительный интервал для оценки ср. кв. отклонения нормального распределения.
30. Доверительные интервалы для оценки мат. ожидания нормального распределения при неизвестном ср. кв. отклонении.
31. Проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода.
32. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

В 1 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Линейная и векторная алгебра", "Аналитическая геометрия", "Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента", «Дифференцирование функций одной переменной», «Неопределенный и определенный интегралы" , КОПТ «Функции нескольких переменных», "Ряды" контрольная работа.

Во 2 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Теория вероятностей", "Математическая статистика", контрольная работа.

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3,
контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4,
компьютерных контрольно-обучающих программ тестирования (КОПТов) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 5

Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (экзамен), во 2 семестре (экзамен)составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты
2. Контрольные работы
3. КОПТ

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман	Высшая математика для экономических специальностей: Учебник и практикум	2010
Л1.2	Гмурман В. Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: Элекронно-библиотечный ресурс	Элекронно-библиотечный ресурс 2010

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В.	Математика в экономике: Учебник	М.: Финансы и статистика 1999
Л2.2	Ермакова В.И.	Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник	М.: ИНФРА-М 2003

6.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Л.Г. Лелевкина, А.К. Курманбаева	Векторная алгебра: Учебно-методическое пособие для компьютерного тестирования	2010

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.2	Лелевкина Л.Г., Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С.Б.	Основы аналитической геометрии: учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2012
Л3.3	Давидюк Т.А., Гончарова И.В.	Определенный интеграл и его приложения: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2010
Л3.4	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М.	Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента: Учебно-методическое пособие	КР-СУ 2009
Л3.5	Лелевкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцов Н.М.	Дифференцирование функций одной переменной: Контрольно-обучающая компьютерная программа тестирования	КР-СУ 2009
Л3.6	Эгембердиев Ш.А.	Теория вероятностей: учебно-методическое пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2011
Л3.7	Эгембердиев Ш.А., Белеков К.Ж.	Математическая статистика: учебное пособие для студентов экон. направлений	Бишкек: Изд-во КРСУ 2014
Л3.8	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А.	Линейная алгебра. Ч. 1: Учебно-методическое пособие	Бишкек: КРСУ 2015
Л3.9	Лелевкина Л.Г., Карабакиров К.Р.	Методы интегрирования неопределенных интегралов: Учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2017
6.3. Перечень информационных и образовательных технологий			
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии			
6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.		
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).		
6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам математического анализа.		
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения			
6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), учебно-методический комплекс данной специальности (ЭУМК), необходимый учебный материал (ЭУМ), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека.		
6.3.2.2	Данные материалы размещены на сайте кафедры www.math.krsu.edu.kg		
6.3.2.3	ЭУМП:		
6.3.2.4	Лелевкина Л.Г., Курманбаева А.К. Векторная алгебра		
6.3.2.5	http://math.krsu.edu.kg/metodich/vectalg.pdf		
6.3.2.6	Федорова Е.С., Шемякина Т.А. Линейная алгебра		
6.3.2.7	http://math.krsu.edu.kg/metodich/linalg.pdf		
6.3.2.8	Федорова Е.С., Эгембердиев Ш.А. Типовые расчеты по аналитической геометрии		
6.3.2.9	http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeom.pdf		
6.3.2.10	Джаналиева Ж.Р., Доулбекова С. Аналитическая геометрия		
6.3.2.11	http://math.krsu.edu.kg/metodich/analgeomjan.pdf		
6.3.2.12	Курманбаева А.К. Сызыктуу алгебранын негиздери. Окуу-методикалык куралы		
6.3.2.13	http://math.krsu.edu.kg/metodich/syzalgebra.pdf		
6.3.2.14	Л.Г. Лелевкина, И.В. Гончарова, Н.М.Комарцов Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента		
6.3.2.15	http://math.krsu.edu.kg/metodich/limits.pdf		

6.3.2.16	Л.Г. Лелевкина, И.В. Гончарова, Н.М.Комарцов Дифференцирование функций одной переменной
6.3.2.17	http://math.krsu.edu.kg/metodich/diffunc.pdf
6.3.2.18	Л.Г. Лелевкина Методические указания по методам интегрирования неопределенных интегралов
6.3.2.19	http://math.krsu.edu.kg/metodich/undefint.pdf
6.3.2.20	Т.А. Давидюк, И.В. Гончарова Определенный интеграл и его приложения
6.3.2.21	http://math.krsu.edu.kg/metodich/oprint.pdf
6.3.2.22	Л.Г. Лелевкина, Е.А. Саламатина Функции двух и нескольких переменных
6.3.2.23	http://math.krsu.edu.kg/metodich/funcseveralvar.pdf
6.3.2.24	Т.А. Давидюк, И.В. Гончарова Методические указания к решению задач по теории вероятностей
6.3.2.25	http://math.krsu.edu.kg/metodich/metodich_tv.pdf
6.3.2.26	Ш. А. Эгембердиев Теория вероятностей
6.3.2.27	http://math.krsu.edu.kg/metodich/EgemberdievTeoriaVeroyatnostey.pdf
6.3.2.28	Ш. А. Эгембердиев Математическая статистика
6.3.2.29	http://math.krsu.edu.kg/images/matstat_egemberdiev.pdf
6.3.2.30	
6.3.2.31	ЭУМК:
6.3.2.32	Ш. А. Эгембердиев Теория вероятностей
6.3.2.33	http://math.krsu.edu.kg/umk/ekonom-tv.pdf
6.3.2.34	Ш. А. Эгембердиев Математическая статистика
6.3.2.35	http://math.krsu.edu.kg/umk/ekonom-mat.stat..pdf
6.3.2.36	
6.3.2.37	ЭУМ:
6.3.2.38	Т.М. Иманалиев Курс лекций по теории вероятности и математической статистике
6.3.2.39	http://math.krsu.edu.kg/lektures/imanaliev.pdf
6.3.2.40	
6.3.2.41	Электронная библиотека:
6.3.2.42	http://math.krsu.edu.kg/index.php?option=com_content&task=view&id=19&Itemid=50
6.3.2.43	

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест;
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест;
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видео-материалов;
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования по различным разделам математики.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Математика» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.
Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.
Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.
Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.
Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.
При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы.
Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.
Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.
За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.
Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятия студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты (в первом и втором семестрах – по три типовых расчета, в третьем семестре – два типовых расчета). Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях, приведенные в рабочей программе образцы выполнения типовых расчетов (ПРИЛОЖЕНИЕ № 9). В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Математика» проводится в виде контрольной работы или с применением компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования (КОПТ). Образцы контрольных работ и КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИЯХ № 4, 5 соответственно.
До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.
Контрольные работы и компьютерное тестирование проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.
В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.
Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.
Образцы выполнения контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 10.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ

Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования включают в себя задания с четырьмя вариантами ответов. В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту, количество верно решенных заданий.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию (экзамен, зачет, диф.зачет) студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации.
На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.
Оценка промежуточного контроля:
- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 11.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)

.

ПРИЛОЖЕНИЕ №1.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & -4 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 5 & -3\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}2 & 6\\ -2 & 5\\ 3 & 0\end{pmatrix}$. Найти $P=(2A-3B)C$.

2. Выполнить действия: $2\cdot\begin{pmatrix}2 & 2 & -3\\ 4 & 0 & 7\\ -6 & 3 & 1\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}0 & 1 & -3\\ 5 & 6 & -7\\ -2 & -3 & 0\end{pmatrix}$.

3. Найти матрицу $C=A^T-3B$, если $A=\begin{pmatrix}-2 & 4 & 0\\ 1 & -2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -3 & 5\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

4. Найти произведение матриц : $\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 8\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & -4\\ 5 & -6\end{pmatrix}$.

5. Найти произведение матрицы $A(4 \quad 7 \quad -2)$ на матрицу $B=\begin{pmatrix}4 & -1 & 3\\ 3 & 5 & 0\\ -9 & 2 & 1\end{pmatrix}$.

6. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 7\\ 1 & 1 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4 & 5 & -3\\ -6 & 0 & 5\\ 2 & 4 & 7\end{pmatrix}$.

7. Найти произведение матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$ на матрицу $B=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 3 & 5\end{pmatrix}$.

8. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 3 & 7\end{vmatrix}$.

9. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}1 & -2 & 6\\ 7 & 3 & 2\\ 0 & -1 & 4\end{vmatrix}$.

.

.

10. Вычислить определитель третьего порядка разложением по третей строке

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 6 \\ 5 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}.$$

11. Вычислить определитель третьего порядка разложением по второму столбцу :

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & 6 \\ 5 & 8 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}.$$

12. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$

13. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12}определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

14. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24}определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса или матричным способом

15. $\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$

18. $\begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases}$

20. $\begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$

21. $\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$

22. $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$

23. $\begin{cases} x+y+z+2=0, \\ x-y+2z+7=0, \\ 2x+3y-z-1=0. \end{cases}$

24. $\begin{cases} 2x-y+z=3, \\ x+3y-2z=1, \\ y+2z=8. \end{cases}$

25. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x-3y+4z=0, \\ 3x+2y-z=0, \\ 8x-y+3z=0. \end{cases}$$

26. Даны координаты точек $A(1;\ 3;\ 5)$ и $B(2;\ 5;\ 6)$. Найти координаты вектора AB; длину вектора.

27. Найти направляющие косинусы вектора $\bar{c} = \bar{a} - \frac{1}{5}\bar{b}$, *если* $\bar{a}\,\{1;2;1\}$

28. Найти угол между векторами $\bar{a} = \{1;\ 2;-2\}$ и $\bar{b} = \{-2;6;3\}$.

29. Даны векторы $\bar{a} = 0,5\bar{i} - 3\bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

30. Даны точки А$(3;-4;-2)$, В$(2;5;-2)$. Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ох, Оу углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ соответственно, а с осью Oz - тупой угол γ.

31. Вычислить угол, образованный векторами $\bar{a} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ и $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 6\bar{k}$.

32. Вычислить $np_{\bar{a}}\bar{b}$, если $\bar{a} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$, $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 6\bar{k}$.

33. Даны векторы $\bar{a} = 0,5\bar{i} - 3\bar{j} + 3\bar{k}$, $\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k}$, $\bar{c} = 4\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$. Найти проекцию вектора $\bar{a}$ на ось вектора $2\bar{b} - \bar{c}$.

34. При каких значениях α и β векторы $\bar{a} = \alpha\bar{i} + 7\bar{j} + 3\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} + \beta\bar{j} + 2\bar{k}$ коллинеарны?

35. Найти координаты вектора $\bar{a} \times (2\bar{a} + \bar{b})$, если $\bar{a} = (3;-1;-2)$, $\bar{b} = (1;2;-1)$.

36. Найти значение α, при котором векторы $\bar{a} = \{\alpha+1; 3-2\alpha; \alpha-1\}$ и $\bar{b} = \{1;4;4\}$ перпендикулярны.

37. Найти абсциссу вектора $\bar{a}$, если известно, что векторы $\bar{a} = (x;3;-1)$, $\bar{b} = (1;-1;3)$, $\bar{c} = (1;9;-11)$ компланарны.

38. Вычислить синус угла, образованного векторами $\bar{a} = 2\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ и $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 6\bar{k}$.

39. Линейный оператор $\widetilde{A}$ В базисе $\bar{i}, \bar{j}$ задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$. Найти образ $\bar{y} = \widetilde{A}(\bar{x})$, где вектор $\bar{x} = 4\bar{i} - 3\bar{j}$.

40. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ и указать координаты нормального вектора.

41. Даны вершины треугольника: $A(4, 6)$, $B(-4, 0)$, $C(-1, -4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC.

42. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2, -8)$, $Q(-1, 7)$.

43. Даны вершины треугольника: *A(1, 2); B(3, 7); C(5, -13)*. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины *C* на сторону *AB*.

44. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x + 3y + 11 = 0$, $2x + 3y - 13 = 0$. Вычислить его площадь.

45. Найти точку рыночного равновесия для следующих функций спроса и предложения: p=-2x/3+6, p=2x/3+2.

46. Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$

47. Определить, при каких значениях *m* и *n* прямая $(m + 2n - 7)x + (2m - n + 4)y + 2m - 1 = 0$ параллельна оси абсцисс и отсекает на оси ординат отрезок, равный *5* (считая от начала координат). Напишите уравнение этой прямой.

48. Составить уравнение окружности с центром в точке $M(2; 2)$, касающейся прямой $3x + y - 18 = 0$.

49. Установить, какая линия определяется уравнением $y = -3\sqrt{x^2 + 1}$.

50. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, \quad x + 4y + 13z - 23 = 0.$$

51. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.

52. Составить уравнение плоскости проходящей через ось Oz и точку A(2; -3; 4).

53. Найти расстояние от точки $M_0(1, -6, -5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(2, 1, -2)$.

54. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t - 1; \\ y = t + 2; \\ z = 1 - t. \end{cases}$ с плоскостью 3x-2y+z=0.

55. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{m}=\frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости x−3y+6z+7=0?

56. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x-2y-2z-3=0$.

57. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; -3; -5)$ перпендикулярно к плоскости 6x−3y−5z+2=0.

58. При каких значениях A и B плоскости 2x+Ay+3z−5=0 и Bx−6y−6z+2=0 параллельны.

59. При каком значении α и β уравнения $2x+\alpha y+3z-8=0$ и $\beta x-6y-6z+4=0$ будут определять параллельные плоскости.

60. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью x+3y-5z-15=0 и координатными плоскостями.

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^4+x+11}{2x^4+5x^2+1}$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^3+5x^2+7x+3}{4x^2+5x+1}$,

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{15x^3+4x^2+1}{x^3+5x^2+10}$,

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{12x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$

12) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x^2-4)}{x^2-5x+6}$

13) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+1)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim\limits_{x\to -3}\frac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2-3x+1}{(x-1)^2}$

18) $\lim\limits_{x\to -4}\frac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim\limits_{x\to -8}\frac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

Найти производные функций

1) $y=\left(3^x-\sqrt[3]{x}\right)\left(3arctgx-2\log_3 x\right)+\sqrt{2}$

2) $y=\dfrac{e^x-2}{\arcsin x+2\ln x}+\sin 1$

3) $y=\dfrac{\log_2 x+tg2}{\arccos x-2x^2}-\ln 10$

4) $y=\left(2\cos x-\dfrac{3}{x}\right)\left(arcctgx+4^3\right)$

5) $y=\left(2ctgx-\dfrac{5}{x^3}\right)\left(\cos x-\ln x\right)$

6) $y=\dfrac{2^x-x^2+e^2}{2\log_2 x-3}$

7) $y=\dfrac{5e^x+3x^2}{2\arcsin x+4\sin x}+tg5$

8) $y=\left(3\cos x-4\ln x\right)\left(\dfrac{2}{x^2}+e^3\right)$

9) $y=\left(5ctgx+7^x\right)\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sin x\right)$

10) $y=\left(5\arcsin x+2^x\right)\left(\sqrt[5]{x^3}-3tgx\right)$

11) $y=\dfrac{3\ln x+5\sqrt[3]{x^7}}{2arctgx+4}+\ln 7$

12) $y=\dfrac{3e^x+5}{2tgx+4\sqrt[3]{x^4}}$

13) $y=\left(3e^x-4\cos x\right)\left(\log_3 x+5tgx\right)+\sqrt{7}$

14) $y=\left(3tgx+5\sqrt[5]{x^3}\right)\left(arcctgx-4^x\right)$

15) $y=\left(2arctgx+4^x\right)\left(3\ln x-x^3+1\right)$

16) $y=\left(2ctgx+3\ln x\right)\left(4\arcsin x-\sqrt[4]{x^3}\right)$

17) $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$
2. $y=\left(x+4\sin x\right)^3$
3. $y=arctg\left(\sin 3x+4\right)$
4. $y=\ln\left(3x^2+2tgx\right)+1$
5. $y=5^{\arcsin x-3\sqrt{x}}+2$
6. $y=\arccos\left(5x^2+5\right)$
7. $y=\sin\left(\sqrt[3]{x}+4x\right)-3$
8. $y=\log_5\left(\sin 2x+4\right)+\sqrt{3}$
9. $y=tg\left(\log_2 x+3\right)$
10. $y=3^{\sqrt[4]{x}+2x}$
11. $y=\cos\left(3x-\dfrac{5}{x^2}\right)$
12. $y=\log_3\left(3x-\cos x\right)$
13. $y=\arcsin\left(2x^3+\cos x\right)$
14. $y=ctg\left(\dfrac{6}{x^3}+\ln x\right)$
15. $y=\left(\dfrac{3}{x^3}+4x\right)^3$
16. $y=\arccos\left(\ln x+4tgx\right)$.
17. $y=\arccos\left(\cos 2x-\ln x\right)$.
18. $y=arctg\left(4e^x-5\right)$.

Найти неопределенный интеграл

1) $\displaystyle\int\frac{x7^x-8+4x\cos x}{x}dx$.

2) $\displaystyle\int\frac{x^2-1}{x^2+1}dx$.

3) $\displaystyle\int\frac{(6x-3)^2}{x}dx$.

4) $\displaystyle\int\frac{x^2 2^x+x-\sqrt[4]{x^3}}{x^2}dx$.

5) $\displaystyle\int\frac{(2x-3)^2}{x^3}dx$.

6) $\displaystyle\int\frac{x^4-5x^2e^x+9x}{x^2}dx$.

7) $\displaystyle\int\frac{3xe^x-x\sin x+5x}{x}dx$.

8) $\int \frac{(2x+3)^2}{x^5}dx$.

9) $\int \frac{2x+1}{x-1}dx$.

10) $\int \frac{x^2e^x-2e^x\sin x}{e^x}dx$.

11) $\int \frac{2x-3x^2e^x+\sqrt[4]{x^3}+3x^2}{x^2}dx$.

12) $\int \frac{\left(3x+\sqrt[3]{x}\right)}{x^2}dx$.

13) $\int \frac{xe^x-4\sqrt[4]{x}+3x-2}{x}dx$.

14) $\int \frac{x^2+1}{x-1}dx$.

15) $\int \frac{x^2\cos x+3x^2-5x}{x^2}dx$.

16) $\int \frac{e^xx^6+4x^6\sin x+9x^4}{x^6}dx$.

17) $\int \frac{(x+2)^2}{x^2}dx$.

18) $\int \frac{(x+1)^2}{x^5}dx$.

19) $\int \frac{x^2-6}{x-5}dx$.

20) $\int \frac{4x^3+15x^2e^x+14x^4}{x^2}dx$.

21) $\int \frac{x^2+3}{x^2+1}dx$.

22) $\int (3x-2)\cos 2x\,dx$.

23) $\int (3x-2)e^{2x}dx$.

24) $\int (3+9x)\cos 8x\,dx$.

25) $\int (x^2-3x)\ln x dx$.

26) $\int (5x+23)\cos 8x\,dx$.

27) $\int (10x-4)\sin 5x\,dx$.

28) $\int \left(5x^2-16x^4-2\right)\ln x\,dx$.

29) $\int x^4\ln x dx$.

30) $\int (2x+1)e^x dx$.

31) $\int (6x+2)\sin 6x\,dx$.

32) $\int (3\cos x+5)\sin x dx$.

33) $\int (3x-1)\sin 3x dx$.

34) $\int (2x+5)3^x dx$.

35) $\int (x^2+2x)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$.
2. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.
3. $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
4. $\int_0^1 6\left(x^2+x^3 e^{x^4}\right) dx$.
5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.
6. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1} dx$.
7. $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx$.
8. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$.
9. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1} dz$.
10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$.
11. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx$.
12. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$.
13. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$.
14. $\int_0^{\sqrt{\pi/4}} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$.
15. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$
16. $\int_0^{1/2} arcctg 2x dx$.
17. $\int_0^{\pi/2} (x+3)\sin x dx$.
18. $\int_1^e x^3 \ln x dx$.
19. $\int_{-3}^0 (x-2)e^{-x/3} dx$.
20. $\int_{-1}^0 x\ln(1-x) dx$.
21. $\int_1^2 \ln(3x+2) dx$.
22. $\int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx$.
23. $\int_0^1 2x\, arctg x dx$.
24.
25. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx.$
26. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx.$
27. $\int_{-3}^3 x^2\sqrt{9-x^2} dx.$

28. $\int\limits_{3}^{6} \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$

29. $\int\limits_{0}^{1} \sqrt{4-x^2}\, dx.$

30. $\int\limits_{0}^{3} \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx.$

31. $\int\limits_{0}^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7+x^2}\, dx.$

II семестр

1. Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.
2. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.
3. В лотерее разыгрывается 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
4. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность – 4?
5. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти (под фигурой понимают даму, валета, короля).
6. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимается наудачу одна пуговица. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?

8. Найти вероятность того, что подбрасываемая кость упадет, показав на верхней грани четное или кратное трем число очков.
9. Вероятность попадания стрелком в мишень равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.
10. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
11. Вероятность правильного оформления счета на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?
12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.
13. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
14. В урне находятся 15 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают наугад один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.
15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элемента K_1 или одновременного выхода двух элементов K_2 и K_3, которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
16. На отдельных карточках написаны буквы «ч», «и», «с», «л», «о». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что получится слово «число».

17. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6; 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?
18. В первом ящике 20 деталей из них 16 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.
19. В тире 5 ружей. Вероятности попадания из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.

20. Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил первый оператор?

21. В каждом из восьми независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наивероятнейшее число наступлений события A в каждом испытании.

22. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

23. Если 30% студентов имеют слабое зрение, то какова вероятность того, что 5 из 10 студентов имеют слабое зрение?

24. Вероятность того, что Вы выиграете в шахматы, равна 0,33. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии из 6.

25. Какова вероятность выиграть у равносильного противника в бильярд не менее 4 партий из 5?

26. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найти наивероятнейшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.

27. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?

28. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?

29. На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 аккумуляторов выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.

30. Завод отправил на базу 5 000 изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути равна 0, 0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут ровно 3 негодных изделия.

31. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят 150 студентов.

32. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 300 студентов работу успешно выполнят не менее 100 студентов.

33. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить закон распределения случайной величины X - числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.

34. Дискретная случайная величина может принимать только два значения x_1 и x_2, причем $x_1 > x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1 = 0,3)$, $M(X) = 3,7$ и $D(X) = 0,21$. Найти закон распределения этой величины.

35. Случайная величина X задана законом распределения

X	2	3	7	11
P	0,1	?	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание X равно 5,7. Найти а) Найти $P(X=3)$, б) значение X, которое она принимает с вероятностью 0,1.

36. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z=6X+3Y$, если известны: $M(X)=3$, $M(Y)=5$, $D(X)=4$, $D(Y)=7$.

37. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z=X+6Y$, если известны: $M(X)=4$, $M(Y)=2$, $D(X)=3$, $D(Y)=2$.

38. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z=3X-2Y$, если известны: $M(X)=2$, $M(Y)=3$, $D(X)=4$, $D(Y)=7$.

39. В итоге четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти выборочную среднюю результатов и дисперсию ошибок прибора.

40. Найти: а) значение p_3, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

41. Найти: а) значение p_2, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

42. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Найти параметр a.

43. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ \dfrac{C}{x^3}, & x\ge 1.\end{cases}$$

Найти параметр C. Вычислить $M(X)$.

44. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}a\cos x, & -\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2},\\ 0, & |x|>\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Найти параметр a. Вычислить $M(X)$.

45. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Найти параметр a. Вычислить вероятность события $1<X<2$.

46. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Вычислить $M(X)$ и $D(X)$. Найти вероятность события $1<X<2$.

47. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$$

Найти вероятность события $X > 1$.

48. Сообщение содержит 1000 символов. Вероятность искажения одного символа равна 0,004. Найти среднее число искаженных символов.

49. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения равен 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут.

50. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины X – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

51. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что рост наудачу выбранного мужчины будет от 170 до 180 см.

52. При весе некоторого изделия в 10 кг найдено, что отклонение по абсолютной величине превосходящее 50 г. встречается в среднем 34 раза на тысячу изделий. Считается, что вес изделий распределен нормально, найти его $\sigma(X)$.

53. Среднее значение скорости ветра у поверхности земли в некоторой местности равно 16 км/час. Оценить вероятность того, что при однократном наблюдении скорость ветра не превысит 80 км/час.

54. Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Оценить вероятность того что из 200 студентов, сидящих в аудитории окажется не менее 10% носящих очки.

55. Электростанция обслуживает сеть с 18 000 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимний вечер равна 0,9. Какова вероятность того, что число ламп, включенных в сеть отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200?

56. За пять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получило ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.

57. За пять месяцев работы малое предприятие «Интеграл» получило ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и исправленную дисперсию, моду и медиану.

58. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получили по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 20; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.

59. Следующие данные показывают годовой процент на 15 различных акций: 12,2, 13, 14,8, 11, 16,7, 9, 8,3, -1,2, 3,9, 15,5, 16,2, 18, 11,6, 10, 9,5. Найдите выборочную среднюю и медиану.

60. Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины X на основании данного распределения выборки:

x_i	1	5	6	8
n_i	6	4	7	3

61. Изучалось качество продукции. Были получены данные:

Оценка качества продукции, балл	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
Число случаев	3	8	36	89	65

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.

62. В таблицу приведены данные:

x_i	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
n_i	15	25	30	20	10

Определить исправленную выборочную дисперсию.

63. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки:

варианта	65	70	75	80	85	90	95
частота	3	5	15	25	30	7	5

64. По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.

65. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если: $\sigma=4$, $\bar{x}_в=10{,}2$, $n=16$.

66. По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.

67. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт):

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Построить уравнение линейной регрессии.

68. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней X и подушек $У$:

X	10	20	25	28	30
$У$	5	8	7	12	14

Найти выборочное уравнение линейной регрессии $У$ на X.

69. Рассчитать коэффициент корреляции между количеством пропущенных студентом пар X и его успеваемостью Y, оцениваемой по 100 бальной шкале, пользуясь данными таблицы.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

70. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Предполагая, что зависимость линейная, рассчитать выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о степени и направлении тесноты связи.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

1 СЕМЕСТР

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не менее 3 попаданий при четырех выстрелах.
2. По данным переписи населения (1891 г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья (AB) составили 5% обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ($A\bar{B}$) – 7,9 %, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ($\bar{A}B$) – 8,9 %, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ($\bar{A}\bar{B}$) – 78,2 %. Найти связь между цветом глаз отца и сына.
3. Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появились «три единицы»?
4. Какова должна быть вероятность изготовления изделия, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 изготовленных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.
5. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9948 будет заключено число попаданий в цель.
6. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9948 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле по модулю будет меньше величины 0,05.
7. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклонится от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.
8. В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынуто бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.
9. Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X – числа точных приборов среди отобранных.
10. На базе хранится 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется составить закон распределения случайной величины X – число годных холодильников среди привезённых в магазин; вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

11. Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).

12. Случайная величина задана законом распределения $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3\end{cases}$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X>1$.

13. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<-1;\\ a+b\arcsin x, & \text{если } -1\le x\le 1;\\ 1, & \text{если } x>1.\end{cases}$$

Найти параметры a и b. Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считая, что время разговора является случайной величиной, распределенной по показательному закону найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут.

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, среднеквадратической ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали из пяти будут годными.

17. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина X распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{2}}$. Найти дисперсию случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y \sim N(a,\sigma)$.

19. Случайная величина X распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид

$f(x)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{32}}$. Найти $M(Y)$ случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y \sim N(a,\sigma)$.

20. На автомате изготовляются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a=2$ мм и $\sigma^2=0{,}01$ мм^2. Какие размеры диаметра головки можно гарантировать с вероятностью 0,95?

21. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=10$:

Варианта x_i	-2	1	2	3	4	5
Частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Среднее время сборки изделия составляло 90 минут. Инженер изобрел новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий новым способом составила 79; 74; 112; 95; 83; 96; 77; 84; 70; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения.

25. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений.

26. Случайная величина X (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ. Приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

27. Случайная величина X (время безотказной работы элемента) распределена по показательному закону. Приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 1000 элементов:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	150	100	70	45	25

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x \geq 0)$. Произведена выборка

x_i	3	5	6	8	10
n_i	2	3	5	10	10

Найти статистическую оценку параметра λ методом моментов.

29. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7

30. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

31. Установить, пользуясь критерием Пирсона, при $\alpha = 0,05$ случайно или значимо расхождение между эмпирическими n_i, и теоретическими частотами n_i', которые вычислены из предположения, что совокупность распределена нормально.

n_i	5	7	15	14	21	16	9	7	6
n_i'	6	6	14	15	22	15	8	8	6

32. В таблице представлены данные о среднем размере пенсий в Кыргызстане за 2011-2015гг.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Выплаты, сом	3853	4274	4508	4710	4896

Необходимо сделать прогноз о среднем размере пенсии на 2016г.

32. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X. Оценить тесноту связи и проверить значимость коэффициента корреляции.

$Y \backslash X$	20	25	30	35	40	45
10		4	8			4
20	2		4		2	
30			10	8		
40		4		10	4	

33. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X на основании корреляционной таблицы:

$Y \backslash X$	10	15	20	25	30	35
15	6	4				
25		6	8			
35				21	2	5
45				4	12	6
55					1	5

34. На основании полученных данных измерений величин X и Y

X	4	6	8	10	12
Y	5	8	7	9	14

Найти линейную регрессию Y на X и выборочный коэффициент корреляции.

ПРИЛОЖЕНИЕ №3

ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

1 СЕМЕСТР

Типовой расчет №1

Задание 1. Даны две матрицы *A* и *B*. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

№	Матрицы	№	Матрицы
1	$A=\begin{pmatrix}2&-1&-3\\1&-2&-1\\3&4&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&-1&2\\3&-5&4\\1&2&1\end{pmatrix}$	16	$A=\begin{pmatrix}5&4&2\\1&2&4\\3&0&5\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}5&4&-5\\3&-7&1\\1&2&2\end{pmatrix}$
2	$A=\begin{pmatrix}3&1&-2\\2&4&3\\3&1&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&8&-5\\3&-1&0\\4&5&-3\end{pmatrix}$	17	$A=\begin{pmatrix}3&1&0\\4&3&2\\2&2&-7\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&7&0\\5&3&1\\1&-6&1\end{pmatrix}$
3	$A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&1&1\\1&0&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&6&0\\2&4&-6\\1&-2&3\end{pmatrix}$	18	$A=\begin{pmatrix}8&-1&-1\\5&-5&-1\\10&3&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&2&5\\3&2&1\\1&0&2\end{pmatrix}$
4	$A=\begin{pmatrix}-6&1&11\\9&2&5\\0&3&7\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&0&1\\0&2&7\\1&-3&2\end{pmatrix}$	19	$A=\begin{pmatrix}3&-7&2\\1&-8&3\\4&-2&3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}0&5&-3\\2&4&1\\2&1&-5\end{pmatrix}$
5	$A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-1&0&2\\1&2&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}0&-1&2\\2&1&1\\3&7&1\end{pmatrix}$	20	$A=\begin{pmatrix}3&-1&0\\3&5&1\\4&-7&5\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}-1&0&2\\1&-8&5\\3&0&2\end{pmatrix}$
6	$A=\begin{pmatrix}2&3&2\\1&3&-1\\4&1&3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&2&-1\\3&1&2\\5&3&0\end{pmatrix}$	21	$A=\begin{pmatrix}2&-1&-4\\4&-9&3\\2&-7&-1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}0&0&-4\\5&-6&4\\7&-4&1\end{pmatrix}$
7	$A=\begin{pmatrix}6&7&3\\3&1&0\\2&2&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&0&5\\4&-1&-2\\4&3&7\end{pmatrix}$	22	$A=\begin{pmatrix}8&5&-1\\1&5&3\\1&1&0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}4&-7&-6\\3&2&-1\\0&1&2\end{pmatrix}$
8	$A=\begin{pmatrix}-2&3&4\\3&-1&-4\\-1&2&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&3&1\\0&6&2\\1&9&2\end{pmatrix}$	23	$A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&-4&1\\4&-3&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1&0&-4\\2&5&-3\\4&-3&2\end{pmatrix}$

9	$A=\begin{pmatrix}1&7&3\\-4&9&4\\0&3&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}6&5&2\\1&9&2\\4&5&2\end{pmatrix}$	24	$A=\begin{pmatrix}2&-1&-3\\8&-7&-6\\-3&4&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&-1&2\\3&-5&4\\1&2&1\end{pmatrix}$
10	$A=\begin{pmatrix}2&6&1\\1&3&2\\0&1&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}4&-3&2\\-4&0&5\\3&2&-3\end{pmatrix}$	25	$A=\begin{pmatrix}3&5&-6\\2&4&3\\-3&1&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&8&-5\\-3&-1&0\\4&5&-3\end{pmatrix}$
11	$A=\begin{pmatrix}6&9&4\\-1&-1&1\\10&1&7\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1&1&1\\3&4&3\\0&5&2\end{pmatrix}$	26	$A=\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&-1&1\\1&0&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&6&0\\2&4&-6\\1&-2&3\end{pmatrix}$
12	$A=\begin{pmatrix}1&0&3\\3&1&7\\2&1&8\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&5&4\\-3&0&1\\5&6&-4\end{pmatrix}$	27	$A=\begin{pmatrix}-6&1&11\\9&2&5\\0&3&7\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&0&1\\0&2&7\\1&-3&2\end{pmatrix}$
13	$A=\begin{pmatrix}5&1&-2\\1&3&-1\\8&4&-1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&5&5\\7&1&2\\1&6&0\end{pmatrix}$	28	$A=\begin{pmatrix}3&1&2\\-1&0&2\\1&2&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}0&-1&2\\2&1&1\\3&7&1\end{pmatrix}$
14	$A=\begin{pmatrix}2&2&5\\3&3&6\\4&3&4\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\2&3&3\\1&-2&-1\end{pmatrix}$	29	$A=\begin{pmatrix}2&3&2\\1&3&-1\\4&1&3\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&2&-1\\3&1&2\\5&3&0\end{pmatrix}$
15	$A=\begin{pmatrix}1&-2&5\\3&0&6\\4&3&4\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&3\\1&-2&-1\end{pmatrix}$	30	$A=\begin{pmatrix}6&7&3\\3&1&0\\2&2&1\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}2&0&5\\4&-1&-2\\4&3&7\end{pmatrix}$

Задание 2. Вычислить определитель

№	*Определитель*		№	*Определитель*
1	$\begin{vmatrix}1&1&-2&0\\3&6&-2&5\\1&0&6&4\\2&3&5&-1\end{vmatrix}$		16	$\begin{vmatrix}3&1&2&0\\5&0&-6&1\\-2&2&1&3\\-1&3&2&1\end{vmatrix}$
2	$\begin{vmatrix}2&0&-1&3\\6&3&-9&0\\0&2&-1&3\\4&2&0&6\end{vmatrix}$		17	$\begin{vmatrix}1&-1&0&3\\3&2&1&-1\\1&2&-1&3\\4&0&1&2\end{vmatrix}$

3	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$		18	$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$
4	$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$		19	$\begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$
5	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$		20	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
6	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$		21	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$
7	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$		22	$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$
8	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$		23	$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$
9	$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$		24	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$
10	$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$		25	$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
11	$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$		26	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$
12	$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$		27	$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$

13	$\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$		28	$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$
14	$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$		29	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$
15	$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$		30	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

№	*Системы уравнений*		*№*	*Системы уравнений*
1	$\begin{cases} 2x+y+3z=7, \\ 2x+3y+z=1, \\ 3x+2y+z=6. \end{cases}$		16	$\begin{cases} 2x-y-3z=-9, \\ x+5y+z=20, \\ 3x+4y+2z=15. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x-y+2z=3, \\ x+y+2z=-4, \\ 4x+y+4z=-3. \end{cases}$		17	$\begin{cases} 2x-y-3z=0, \\ 3x+4y+2z=1, \\ x+5y+z=-3. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x-y+z=12, \\ x+2y+4z=6, \\ 5x+y+2z=3. \end{cases}$		18	$\begin{cases} -3x+5y+6z=-8, \\ 3x+y+z=-4, \\ x-4y-2z=-9. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x-y+3z=-4, \\ x+3y-z=11, \\ x-2y+2z=-7. \end{cases}$		19	$\begin{cases} 3x+y+z=-4, \\ -3x+5y+6z=36, \\ x-4y-2z=-19. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 3x-2y+4z=12, \\ 3x+4y-2z=6, \\ 2x-y-z=-9. \end{cases}$		20	$\begin{cases} 3x-y+z=-11, \\ 5x+y+2z=8, \\ x+2y+4z=16. \end{cases}$

6	$\begin{cases} 8x+3y-6z=-4, \\ x+y-z=2, \\ 4x+y-3z=-5. \end{cases}$		21	$\begin{cases} x+5y-6z=-15, \\ 3x+y+4z=13, \\ 2x-3y+z=9. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 4x+y-3z=9, \\ x+y-z=-2, \\ 8x+3y-6z=12. \end{cases}$		22	$\begin{cases} 2x+3y+z=4, \\ 2x+y+3z=0, \\ 3x+2y+z=1. \end{cases}$
8	$\begin{cases} 2x+3y+4z=33, \\ 7x-5y=24, \\ 4x+11z=39. \end{cases}$		23	$\begin{cases} 2x+3y+z=12, \\ 2x+y+3z=16, \\ 3x+2y+z=8. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2x+3y+4z=12, \\ 7x-5y+z=-33, \\ 4x+z=-7. \end{cases}$		24	$\begin{cases} 2x+y+3z=7, \\ 2x+3y+z=1, \\ 3x+2y+z=6. \end{cases}$
10	$\begin{cases} x+4y-z=6, \\ 5y+4z=-20, \\ 3x-2y+5z=-22. \end{cases}$		25	$\begin{cases} 2x-y+2z=3, \\ x+y+2z=-4, \\ 4x+y+4z=-3. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 3x-2y+4z=21, \\ 3x+4y-2z=9, \\ 2x-y-z=10. \end{cases}$		26	$\begin{cases} 3x-y+z=12, \\ x+2y+4z=6, \\ 5x+y+2z=3. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x-2y-5z=5, \\ 2x+3y-4z=12, \\ x-2y+3z=-1. \end{cases}$		27	$\begin{cases} 2x-y+3z=-4, \\ x+3y-z=11, \\ x-2y+2z=-7. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 4x+y+4z=19, \\ 2x-y+2z=11, \\ x+y+2z=8. \end{cases}$		28	$\begin{cases} 3x-2y+4z=12, \\ 3x+4y-2z=6, \\ 2x-y-z=-9. \end{cases}$
14	$\begin{cases} 2x-y+2z=0, \\ 4x+y+4z=6, \\ x+y+2z=4. \end{cases}$		29	$\begin{cases} 8x+3y-6z=-4, \\ x+y-z=2, \\ 4x+y-3z=-5. \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x-y+2z=8, \\ x+y+2z=11, \\ 4x+y+4z=22. \end{cases}$		30	$\begin{cases} 4x+y-3z=9, \\ x+y-z=-2, \\ 8x+3y-6z=12. \end{cases}$

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы

№	*Система уравнений*		№	*Система уравнений*
1	$\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3+x_4=1, \\ 2x_1+x_2+2x_3-3x_4=2, \\ 5x_1+3x_2+x_3-2x_4=3. \end{cases}$		16	$\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6, \\ 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4, \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 5x_1+3x_2+5x_3+12x_4=10, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+5x_4=4, \\ x_1+7x_2+9x_3+4x_4=2. \end{cases}$		17	$\begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3+x_4=2, \\ x_1+x_2+7x_3+x_4=6, \\ 3x_1+2x_2+x_3+5x_4=8. \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1-4x_2+2x_3=-1, \\ 2x_1-3x_2-x_3-5x_4=-7, \\ 3x_1-7x_2+x_3-5x_4=-8, \\ x_2-x_3-x_4=-1. \end{cases}$		18	$\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3+2x_4+3x_5=2, \\ 6x_1-3x_2+2x_3+4x_4+5x_5=3, \\ 6x_1-3x_2+4x_3+8x_4+13x_5=9, \\ 4x_1-2x_2+x_3+x_4+2x_5=1. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4=1, \\ x_2-x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+2x_2+3x_4=3. \end{cases}$		19	$\begin{cases} x_1-2x_2-x_3+3x_4=5, \\ 2x_1-4x_2-2x_3+6x_4=10, \\ 2x_1+x_2+x_4=20. \end{cases}$
5	$\begin{cases} 9x_1-3x_2+5x_3+6x_4=4, \\ 6x_1-2x_2+3_3+4x_4=5, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$		20	$\begin{cases} 3x_1-2x_2+5x_3+4x_4=2, \\ 6x_1-4x_2+4x_3+3x_4=3, \\ 9x_1-6x_2+3x_3+2x_4=4. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13. \end{cases}$		21	$\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3-7x_4=5, \\ 6x_1-3x_2+x_3-4x_4=7, \\ 4x_1-2x_2+14x_3-31x_4=18. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 3x_1+2x_2+2x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+3x_2+2x_3+5x_4=3, \\ 9x_1+x_2+4x_3-5x_4=1, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+4x_4=5, \\ 7x_1+x_2+6x_3-x_4=7. \end{cases}$		22	$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4=3, \\ x_1+4x_2+5x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+9x_2+8x_3+3x_4=7, \\ 3x_1+7x_2+7x_3+2x_4=12, \\ 5x_1+7x_2+9x_3+2x_4=20. \end{cases}$
8	$\begin{cases} -9x_1+6x_2+7x_3+10x_4=3, \\ -6x_1+4x_2+2x_3+3x_4=2, \\ -3x_1+2x_2-11x_3-15x_4=1. \end{cases}$		23	$\begin{cases} 12x_1+9x_2+3x_3+10x_4=13, \\ 4x_1+3x_2+x_3+2x_4=3, \\ 8x_1+6x_2+2x_3+5x_4=7. \end{cases}$

9	$\begin{cases} 6x_1+4x_2+5x_3+2x_4+3x_5=1, \\ 3x_1+2x_2+4x_3+x_4+2x_5=3, \\ 3x_1+2x_2-2x_3+x_4=-7, \\ 9x_1+6x_2+x_3+3x_4+2x_5=2. \end{cases}$		24	$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-2x_4+x_5=4, \\ 3x_1+6x_2+5x_3-4x_4+3x_5=5, \\ x_1+2x_2+7x_3-4x_4+x_5=11, \\ 2x_1+4x_2+2x_3-3x_4+3x_5=6. \end{cases}$
10	$\begin{cases} -6x_1+9x_2+3x_3+2x_4=4, \\ -2x_1+3x_2+5x_3+4x_4=2, \\ -4x_1+6x_2+4x_3+3x_4=3. \end{cases}$		25	$\begin{cases} -9x_1+10x_2+3x_3+7x_4=7, \\ -4x_1+7x_2+x_3+3x_4=5, \\ 7x_1+5x_2-4x_3-6x_4=3. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 6x_1+3x_2+2x_3+3x_4+4x_5=5, \\ 4x_1+2x_2+x_3+2x_4+3x_5=4, \\ 4x_1+2x_2+3x_3+2x_4+x_5=0, \\ 2x_1+x_2+7x_3+3x_4+2x_5=1. \end{cases}$		26	$\begin{cases} 5x_1+4x_2+x_3+3x_4=-5, \\ 2x_1+x_2+x_3+4x_4=2, \\ 3x_1+2x_2+x_3+x_4=-3, \\ x_1+3x_2-2x_3+2x_4=-4. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3+5x_4=-1, \\ 3x_1-3x_2+6x_3+15x_4=-3, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$		27	$\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6, \\ 5x_1+12x_2+5x_3+3x_4=10, \\ 6x_1-x_2-2x_3+5x_4=-2. \end{cases}$
13	$\begin{cases} 3x_1+x_2+x_3+2x_4=-2, \\ 5x_1+2x_3+5x_4=-2, \\ 6x_1+x_2+5x_3+7x_4=-4, \\ 2x_1+x_2+2x_3+2x_4=-2. \end{cases}$		28	$\begin{cases} x_1-2x_2+x_4=-3, \\ 3x_1-x_2-2x_3=1, \\ 2x_1+x_2-2x_3-x_4=4, \\ x_1+3x_2-2x_3-2x_4=7. \end{cases}$
14	$\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=1, \\ x_1+x_2-2x_3+3x_4=2, \\ x_1+x_2-x_3-9x_4=-1. \end{cases}$		29	$\begin{cases} 9x_1-3x_2+5x_3+6x_4=4, \\ 6x_1-2x_2+3x_3+4x_4=5, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$
15	$\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3-x_4=3, \\ 2x_1-x_2+x_4=2, \\ 3x_1-x_3-x_4=-1. \end{cases}$		30	$\begin{cases} x_1-x_2+2x_3+x_4=4, \\ 3x_1+2x_2+6x_3-2x_4=7, \\ 3x_1+5x_2+4x_3-3x_4=2. \end{cases}$

Типовой расчет №2

Вариант 1

1. Даны векторы $\overline{a}=3\overline{i}+4\overline{j}+\overline{k}, \overline{b}=\overline{i}-2\overline{j}+7\overline{k}, \overline{c}=3\overline{i}-6\overline{j}+21\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b}-3\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b} = \overline{p} - 3\overline{q}$, если $|\overline{p}| = 4, |\overline{q}| = 1, (\angle \overline{p}\overline{q}) = \pi/4$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках A(-7,-5,6), B(-2,5,-3), C(3,-2,4), D(1,2,2).
Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(3;4)$, $B(2;-1)$, $C(1,-7)$. *Требуется:*

- составить уравнение стороны AB;
- найти длину стороны AB;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B;
- вычислить угол A треугольника ABC;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC;
- найти площадь треугольника ABC.
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - y^2}$.

2) $y = 1 - 3\sqrt{x}$.

3) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 4 = 0$.

Вариант 2

1. Даны векторы $\overline{a} = 2\overline{i} - 5\overline{j} + \overline{k}, \overline{b} = -\overline{i} - 2\overline{j} + 7\overline{k}, \overline{c} = 3\overline{i} - 6\overline{j} + 20\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b} + 3\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b} = \overline{p} - 3\overline{q}$, если $|\overline{p}| = 2, |\overline{q}| = 1, (\angle \overline{p}\overline{q}) = \pi/3$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках A(5,-5,6), B(-2,5,-3), C(1,-2,4), D(1,-1,2).
Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-4;-5)$, $B(3;3)$, $C(5,-2)$. *Требуется:*

- составить уравнение стороны AB;
- найти длину стороны AB;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B;
- вычислить угол A треугольника ABC;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC;
- найти площадь треугольника ABC.
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x = \frac{5}{4}\sqrt{16 + y^2}$.

2) $y=-1+\sqrt{7x}$.

3) $25x^2+9y^2-50x+18y-191=0$.

Вариант 3

1. Даны векторы $\overline{a}=8\overline{i}-4\overline{j}+\overline{k},\overline{b}=-\overline{i}-2\overline{j}+7\overline{k},\overline{c}=3\overline{i}-6\overline{j}+18\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b}-5\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b}=\overline{p}-3\overline{q}$, если $|\overline{p}|=3, |\overline{q}|=1, (\angle \overline{pq})=\pi/6$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках *A*(5,-5,5), *B*(-2,5,-3), *C*(1,-2,4), *D*(1,-1,6). Вычислить: а) площадь грани *BCD*; б) объем пирамиды *ABCD.*

4. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(-3;5), B(4;-3), C(-2,-4). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

4. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x=-\dfrac{6}{5}\sqrt{25-y^2}$.

2) $16x^2-25y^2-32x-100y-484=0$.

3) $x=2-\sqrt{5y-5}$.

Вариант 4

1. Даны векторы $\overline{a}=-5\overline{i}-5\overline{j}+\overline{k},\overline{b}=-\overline{i}-2\overline{j}+7\overline{k},\overline{c}=3\overline{i}-6\overline{j}+17\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b}-\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b}=\overline{p}-3\overline{q}$, если $|\overline{p}|=2, |\overline{q}|=1, (\angle \overline{pq})=\pi/3$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках *A*(7,-5,6), *B*(-2,5,-3), *C*(1,-2,4), *D*(1,-1,8). Вычислить: а) площадь грани *BCD*; б) объем пирамиды *ABCD.*

4. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;-2), B(-5;-4), C(-1,6). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*

- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC*.
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

- $x = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$.
- $25x^2 - 64y^2 + 100x + 12y - 1564 = 0$.
- $y = 1 - 4\sqrt{x+1}$.

Вариант 5

1. Даны векторы $\overline{a} = 9\overline{i} - 5\overline{j} + \overline{k}, \overline{b} = -\overline{i} - 2\overline{j} + 7\overline{k}, \overline{c} = 3\overline{i} - 6\overline{j} + 9\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $8\overline{b} + 3\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b} = \overline{p} - 3\overline{q}$, если $|\overline{p}| = 2, |\overline{q}| = 1, (\angle \overline{pq}) = \pi/3$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках *A*(1,-5,6), *B*(-2,5,-3), *C*(1,-2,4), *D*(1,-1,-3). Вычислить: а) площадь грани *BCD*; б) объем пирамиды *ABCD*.

4. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;5), B(-3;4), C(-4,-2). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC*.
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $y = 1 + \frac{5}{7}\sqrt{49 - x^2}$.
2) $y = -3 + \sqrt{3x - 3}$.
3) $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 36}$.

Вариант 6

1. Даны векторы $\overline{a} = 7\overline{i} - 5\overline{j} + \overline{k}, \overline{b} = -\overline{i} - 2\overline{j} + 7\overline{k}, \overline{c} = 3\overline{i} - 6\overline{j} + 7\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b} - 7\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b} = \overline{p} - 3\overline{q}$, если $|\overline{p}| = 2, |\overline{q}| = 1, (\angle \overline{pq}) = \pi/2$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(1,-5,6)$, $B(-2,5,-3)$, $C(1,-2,4)$, $D(1,-1,-1)$. Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: *A(-3;2), B(-2;-5), C(6,-1). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $y = -\frac{1}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

2) $x = 2 + \sqrt{y - 4}$.

3) $4x^2 - 9y^2 + 16x + 36y - 56 = 0$.

Вариант 7

1. Даны векторы $\overline{a} = -4\overline{i} - 5\overline{j} + \overline{k}, \overline{b} = -\overline{i} - 2\overline{j} + 7\overline{k}, \overline{c} = 3\overline{i} - 6\overline{j} + 7\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b} - 3\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b} = \overline{p} - 3\overline{q}$, если $|\overline{p}| = 2, |\overline{q}| = 1, (\angle \overline{pq}) = \pi/3$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5,-5,5)$, $B(-2,5,-3)$, $C(1,-2,4)$, $D(1,-1,-4)$. Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: *A(-6;-4), B(3;-7), C(1,2). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

- $4x^2-9y^2+24x+18y-9=0$.
- $y=1-2\sqrt{x+4}$.
- $y=-\sqrt{16+x^2}$.

Вариант 8

1. Даны векторы $\overline{a}=10\overline{i}-5\overline{j}+\overline{k}, \overline{b}=-\overline{i}-2\overline{j}+7\overline{k}, \overline{c}=3\overline{i}-6\overline{j}+2\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $4\overline{b}+3\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b}=\overline{p}-3\overline{q}$, если $|\overline{p}|=2, |\overline{q}|=1, (\angle\overline{pq})=\pi/3$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках A(4,-5,6), B(-2,5,-3), C(1,-2,4), D(1,-1,5). Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: *A(2;1), B(-7;3), C(-4,-3). Требуется:*

- составить уравнение стороны AB;
- найти длину стороны AB;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B;
- вычислить угол A треугольника ABC;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины C;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC;
- найти площадь треугольника ABC.
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x=1-2\sqrt{5-y^2+4y}$
2) $9x^2-25y^2-72x-90=0$.
3) $x=2+\sqrt{y}$.

Вариант 9

1. Даны векторы $\overline{a}=7\overline{i}-\overline{j}+\overline{k}, \overline{b}=-\overline{i}-2\overline{j}+7\overline{k}, \overline{c}=3\overline{i}-6\overline{j}+\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b}-\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b}=\overline{p}-3\overline{q}$, если $|\overline{p}|=2, |\overline{q}|=1, (\angle\overline{pq})=\pi/4$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках A(2,-5,6), B(-2,5,-3), C(1,-2,4), D(1,-9,2). Вычислить: а) площадь грани BCD; б) объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны координаты вершин треугольника ABC: *A(-3;-4), B(-6;7), C(-1,1). Требуется:*

- составить уравнение стороны AB;
- найти длину стороны AB;

- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
   - $x^2 + y^2 + 8x - 8y - 23 = 0$.
   - $y = -\frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 36}$.
   - $y = 2 - \sqrt{x+1}$.

Вариант 10

1. Даны векторы $\overline{a} = 11\overline{i} - 5\overline{j} + \overline{k}, \overline{b} = -\overline{i} - 2\overline{j} + 7\overline{k}, \overline{c} = 3\overline{i} - 6\overline{j} + 8\overline{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинераны или ортогональны вектора $\overline{b}$ и $\overline{c}$;

б) найти проекцию вектора $\overline{a}$ на вектор $2\overline{b} + 3\overline{c}$.

2. Найти длину вектора $\overline{b} = \overline{p} - 3\overline{q}$, если $|\overline{p}| = 2, |\overline{q}| = 1, (\angle \overline{pq}) = \pi/6$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках *A*(5,-5,6), *B*(-2,5,-3), *C*(1,-2,4), *D*(1,-1,2). Вычислить: а) площадь грани *BCD*; б) объем пирамиды *ABCD.*

4. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(4;-5), B(2;2), C(7,4). Требуется:*
   - составить уравнение стороны *AB;*
   - найти длину стороны *AB*;
   - составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
   - вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
   - вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
   - составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
   - составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
   - найти площадь треугольника *ABC.*
   - Сделать чертеж.

5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
   - $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16} + 1$.
   - $x = 4 - \sqrt{y+1}$.

$9x^2 - 49y^2 + 36x - 409 = 0$.

.

.

Типовой расчет №3

Вариант 1

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-3n+1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{3n}$
3. $\lim\limits_{x\to1}\left(x-\sqrt{x^2+8}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^2+3x-5}$
5. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^3(2x)}{x^2\cdot arctg(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2-2n+8}{5n^2+3n-9}$

II Исследовать функцию на непрерывность $y=e^{\frac{1}{x+3}}$

Вариант 2

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+5n-4}-n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2}{n+5}\right)^{5n}$
3. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-2x+6}{2^x-2}$
4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x^3+3x^2}{\sqrt{x^2+16}-4}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin^2(4x)}{x\cdot tg(2x)}$
7. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-2x-8}{e^{x-4}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5^{6x}-1}{\ln(1+8x)}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+2n^2+8}{5n^2+3n^3+19}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^2-4}{x-2}$

Вариант 3

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2+5n+1}-2n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+5}{3n-2}\right)^{n+5}$
3. $\lim\limits_{x\to-2}\left[\ln(x+3)-x^2+5\right]$
4. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-7x+12}{2x^2-12x+18}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2-4x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cdot tg(5x)}{\arcsin^3(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sin(x-4)}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-7x)}{e^{5x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n^4+8}{5n^2-3n^3-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=2-\dfrac{1}{x}$

Вариант 4

I.Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4+3n^3-2n}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n+6}{5n+5}\right)^{2n-1}$

3. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{2x^2-9}-2x\right)$

4. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x^2-x-6}$

5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3-\sqrt{x^2+8}}{2x-2}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3^{2x-4}-1}{x^2-4}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\ln(1-2x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^5-2n^4+1}{n^2-3n^5-8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ \sin x, & 0<x\le\pi,\\ x-2, & x>\pi\end{cases}$

Вариант 5

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-5n+5}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+3}\right)^{5-n}$

3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x+2}{3x^2+5x-6}$

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}$

5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-6}{5-\sqrt{x+23}}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(2x)}{tg^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(2x-6)}{4-\sqrt{x+13}}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{7^{3x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^3+2n^2+8n}{5n^2-3n^3-9}$

II. . Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{3}{1+2^{1/x}}$

Вариант 6

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2-2n+4}-3n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n-3}{10n+4}\right)^{5n-2}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5x+1}{5x-7}\right)^{x^2}$
4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+2x-3}{4x^2-x-5}$
5. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cdot\sin^2(4x)}{arctg^4(2x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{e^{3x-3}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8^{4x}-1}{\ln(1+9x)}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n^3+8}{3n^2+3n^4-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{2}{x^2-4}$

Вариант 7

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n^2-\sqrt{4n^4+2n-1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n+7}\right)^{3n^2}$
3. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3^{x-3}-1}{2^{x-2}-1}$
4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^3-3x^2-2x}{x^2-5x+6}$
5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(4x)}{x\cdot tg^2(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3-\sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x)}{e^{-6x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^5+2n+8}{6n^3+3n^5-9n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=9^{\frac{1}{x+3}}$

Вариант 8

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-4n+10}-n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n-1}{4n+5}\right)^{6-2n}$
3. $\lim\limits_{x\to -3}\left(\sqrt{x^2+16}-x+1\right)$
4. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+x-15}{x^2-9}$

5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{15-5x}{3-\sqrt{4x-3}}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2(6x)}{arctg^2(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7^{3x+3}-1}{6x^2+7x+1}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-3x}-1}{\ln(1+5x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+2n^2+6n+2}{5n^2-3n^3-9n+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases} x+4, & x<-1, \\ x^2+2, & -1\le x<1, \\ 2x, & x\ge 1 \end{cases}$

Вариант 9

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{16n^2-2n+7}-4n\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{6n-4}{6n+5}\right)^{-2n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\ln(2x+9)}{x^2-1}$

4. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-8x+16}{2x^2-5x-12}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(5x)}{1-\cos(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-8x-4}{arctg(8-4x)}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+7x)}{8^{4x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4-5n^2+6n^3+2}{3n^2+n^3-9n+1}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{1}{1+5^{\frac{1}{x}}}$

Вариант 10

I Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4-3n^2+11}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{7n+2}{7n-4}\right)^{3n+2}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x+3}{x+4}\right)^{x-5}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{7x^2-5x-2}{-x^2+3x-2}$

5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+24}-5}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{x^2-1}-1}{\sqrt{2x+7}-3}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{7x}-1}{\ln(1+10x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^6+2n^2+2}{n^6-3n^3-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность

$y=\dfrac{2}{1+4^{\frac{1}{x-1}}}$

Вариант 11

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3n-\sqrt{9n^2-2n+5}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{8n-3}{8n+1}\right)^{5-4n}$
3. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3^x-1}{2x^2-4x+3}$
4. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{2x^2-5x-25}{x^2-25}$
5. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{4-\sqrt{6x-2}}{9-3x}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^3\cdot\arcsin^2(3x)}{tg^5(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sin(4x-4)}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{-9x}-1}{\ln(1-6x)}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6n^3+9n+2}{3n^3+9n^2+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}-(x+1), & x\le-1,\\ (x+1)^2, & -1<x\le0,\\ x, & x>0\end{cases}$

Вариант 12

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+5n^2+4}-n^2\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{9n+2}{9n-5}\right)^{3n+4}$
3. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x+5}{\ln(x+3)}$
4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{5x^2-x-6}{3x^3+4x^2+x}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^3+3x^2}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg^3(5x)}{arctg^3(4x)}$
7. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1-12x)}{e^{4x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n^2+6n}{9n^2+3n^3-9n+4}$

II. . Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}2x^2, & x\le0,\\ 3, & 0<x\le1,\\ x+2, & x>1\end{cases}$

Вариант 13

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(5n-\sqrt{25n^2+4n+4}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n+51}{10n-64}\right)^{20n+4}$
3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2-3x+4}{2x^2-6x+1}$
4. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2-x-12}{2x^2+12x+18}$
5. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{3x+10}-1}{2x+6}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(6x)}{x\cdot arctg(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(3x-6)}{2-\sqrt{x+2}}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x)}{2^{-10x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n^2+6}{4n^3+4n+5}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=8^{\frac{1}{5-x}}$

Вариант 14

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+2n^2-6}-n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{11n-2}{11n+3}\right)^{4-5n}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left[\ln\left(x^2+3\right)-\ln\left(3x^2+1\right)\right]$ 4. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-36}{2x^2-11x-6}$

5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x+6}{7-\sqrt{19-10x}}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^4(2x)}{tg^4(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x^2-7x-15}{e^{x^2-25}-1}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^{-8x}-1}{\ln(1-16x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^6-2n^4+6n^2}{9n^6-3n^5-n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность

$$y=\begin{cases}x^2, & x\le 0,\\ x, & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1\end{cases}$$

Вариант 15

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4-3n+2}-n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+5}\right)^{5n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to -2}\left(\sqrt{x^2+12}-\sqrt{3x^2-3}\right)$ 4. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{-4x^2+3x+27}{2x^2-5x-3}$

5. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot arctg^2(7x)}{\arcsin^3(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{3-\sqrt{4x+21}}{tg(5x+15)}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{20x}-1}{\ln(1+5x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^4+2n^3+n}{7n^5+3n^2+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^2}{x-2}$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №4

Вариант 1

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{x^2-\pi^2}{\sin(3x)}$. 2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\ln\left(x^2-15\right)}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2x^5-\dfrac{4}{x^3}+3\sqrt{x}$ 2. $y=\dfrac{2\arcsin x+3^x}{4\ln x-2x^2}$
3. $y=\ln\sin(2x+5)$ 4. $y=x^{\ln x}$
5. $y=\left(e^x-3\cos x\right)\left(5-4\log_2 x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(1+2t), \\ y=t^2-2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^3+4}{x^2}.$$

5. Найти производную от неявной функции $\ln(x+y)-arctgx=0$.

Вариант 2

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{tg(2x)}{\sin x}$. 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3^{x-1}-1}{\ln(2x-1)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\sqrt[5]{x^2}-4x^3+\dfrac{2}{x^4}$ 2. $y=\dfrac{4\arccos x-e^x}{3\log_2 x+5x^3}$
3. $y=\dfrac{1}{2}\sin^4(\cos x)$ 4. $y=x^{\arcsin x}$
5. $y=\left(2^x+4\sin x\right)\left(3\ln x-2\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg2t, \\ y=t^2+2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

5. Найти производную от неявной функции $\cos(xy)=\dfrac{y}{x}$.

Вариант 3

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(\pi x)}{x^2-1}$. 2. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{e^{x+3}-1}{\ln(2x+9)-\ln 3}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \dfrac{4}{x^2}$
2. $y = \dfrac{2\ln x - 8x^4}{4^x - 2arcctgx}$
3. $y = \arccos\left(ctg4x\right)$
4. $y = x^{\sqrt{x+1}}$
5. $y = \left(5tgx - e^x\right)\left(4\log_7 x + 3\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln\left(1-4t\right), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$.

5. Найти производную y' от неявной функции $arctg(x+y) = x$.

Вариант 4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{tg\left(\pi x\right)}{\sin\left(3\pi x\right)}$.
2. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\ln\left(x^2-3\right)}{4^{x+2}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 7\sqrt{x} - \dfrac{2}{x^5} - 3x^3$
2. $y = \dfrac{e^x + 6\arcsin x}{5x^2 - 2\log_4 x}$
3. $y = arctge^{2x}$
4. $y = (tgx)^{x^3}$
5. $y = \left(8ctgx + 3^x\right)\left(2\ln x - 5\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arctg3t, \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \dfrac{4x^2}{3+x^2}$.

5. . Найти производную y' от неявной функции

$$y\sin x + \cos(x-y) = 0.$$

Вариант 5

1 Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.l $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{x^2-4\pi^2}{tg\left(x\right)}$.
2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(9-4x\right)}{e^{3x-6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 7x + \dfrac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$
2. $y = \dfrac{7^x - 3\arccos x}{4x^3 + 3\ln x}$
3. $y = \ln\left(\arcsin 3x\right)$
4. $y = \left(\sin x\right)^{\cos x}$
5. $y = \left(e^x - 4tgx\right)\left(3 + 7\log_3 x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1+6t), \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \dfrac{12x}{9+x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$y\sin x + \cos y = 0.$$

Вариант 6

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.I $\lim\limits_{x\to\pi/4} \dfrac{\sin(3x+\pi/4)}{\pi/4 - x}$. 2. $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{5^{2x-3} - 5^5}{e^{x-4} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \dfrac{4}{x^3}$
2. $y = \dfrac{7x^2 + 4\log_3 x}{2e^x - 5arcctgx}$
3. $y = e^{tg(3x-2)}$
4. $y = (\arcsin x)^{x^2+1}$
5. $y = (5^x + 2\cos x)(10 - 3\ln x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arctg\,4t, \\ y = t^4 + 4t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$arcctg(x+y) - x - 2y = 0.$$

Вариант 7

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.I $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 2x}{\sin(2\pi x)}$. 2. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{3^{5x+10} - 1}{\ln(4x+9)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 3x^5 - \sqrt{x^3} + \dfrac{10}{x^5}$
2. $y = \dfrac{3arctgx - 5^x}{4\ln x - 5x^6}$
3. $y = \ln(e^{2x} + 3)$
4. $y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$
5. $y = (e^x + 6ctgx)(9 + 7\log_6 x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1-5t), \\ y = t^5 - 10t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{4-x^3}{x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{x+y}=\sin xy.$$

Вариант 8

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.I $\lim\limits_{x\to 2}(2-x)tg\dfrac{\pi x}{4}$. 2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3^{x-4}-1}{\ln\left(33-2x^2\right)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\sqrt[3]{x^7}-4x^6+\dfrac{4}{x^5}$ 2. $y=\dfrac{2\arccos x+e^x}{3\log_2 x-7x^3}$

3. $y=3^{-\arcsin(6x)}$ 4. $y=\left(x^3-1\right)^x$

5. $y=\left(7^x-4\sin x\right)\left(4+3\ln x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg5t, \\ y=5t^2-20t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^2-4x+1}{x-4}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$arcctg\left(2x-3y\right)=5^y.$$

Вариант 9

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.I $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{tg\left(2\pi x\right)}{2x^2-6x}$. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(4x-6\right)-\ln 2}{2^{3x-6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=8x^2+\sqrt[3]{x^4}-\dfrac{2}{x^3}$ 2. $y=\dfrac{5\ln x+3x^4}{6\arcsin x-2^x}$

3. $y=\left(1+\sin 2x\right)^{10}$ 4. $y=\left(x^4+5\right)^{ctgx}$

5. $y=\left(4\log_5 x-e^x\right)\left(6-5tgx\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(2+3t\right), \\ y=t^6-3t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{2x^3+1}{x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\cos(x-y)-2x+4y=0.$$

Вариант 10

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos(x/2)}{\pi-x}$. 2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln(2x^2-1)}{3^{x-1}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=4x^6-\sqrt[3]{x^7}-\dfrac{7}{x^4}$ 2. $y=\dfrac{5\arccos x-e^x}{4\log_5 x-6x^3}$

3. $y=2^{\arcsin 5x}$ 4. $y=(\ln x)^x$

5. $y=(10\ln x+6^x)(2\sin x-\sqrt{3})$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg\,6t,\\ y=3t^4+2t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{xy}=\ln x+arcctg y.$$

Вариант 11

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to3\pi}\dfrac{x^2-9\pi^2}{\sin(x/3)}$. 2. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{e^{x-3}-e^2}{4^{10-2x}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2\sqrt{x^3}+3x^2-\dfrac{2}{x^5}$ 2. $y=\dfrac{6^x-3arctgx}{5x^2-9\ln x}$

3. $y=(1+\cos 3x)^6$ 4. $y=(\arccos x)^{x^2}$

5. $y=(e^x-7\log_3 x)(\sqrt{2}-3tgx)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(5-4t),\\ y=t^8+2t^4. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\cos y = \sin x + 2y.$$

Вариант 12

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x \to \pi/8} \dfrac{\pi/4 - 2x}{\sin\left(2x + 3\pi/4\right)}$. 2. $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{\ln\left(3x - 14\right)}{4^{2x-10} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \dfrac{6}{x^2}$ 2. $y = \dfrac{8x^4 - 7\log_8 x}{e^x + 2\arcsin x}$

3. $y = \ln tg\left(4x - 1\right)$ 4. $y = (\sin x)^{x^3}$

5. $y = \left(4^x + 6\ln x\right)\left(8 + 3\cos x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arctg 7t, \\ y = 7t^4 - 21t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$xy + \ln y - 2\ln x = 0.$$

Вариант 13

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x \to 3} (2x - 6) tg \dfrac{\pi x}{6}$. 2. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{7^{2x-3} - 7^3}{e^{6-2x} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 5x^3 - \dfrac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$ 2. $y = \dfrac{9^x - 3\arccos x}{5x^3 + 8\ln x}$

3. $y = \sin\left(e^{4x+3}\right)$ 4. $y = \left(x^2 + 2\right)^{3x}$

5. $y = \left(e^x - 5\log_8 x\right)\left(6ctgx - 1\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln\left(8 - 7t\right), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{-8x}{x^2 + 4}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$tgy = xy^2 + e^x.$$

Вариант 14

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 2\pi} \dfrac{1+\cos(x/2)}{(x-2\pi)^2}$. 2. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\ln(13-3x^2)}{3^{x-2}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = \dfrac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4$ 2. $y = \dfrac{5\arccos x - e^x}{2\log_4 x - 6x^2}$

3. $y = \arcsin(\ln(2x))$ 4. $y = x^{arctgx}$

5. $y = (2^x + 3\ln x)(4\cos x + 11)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arcctg7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{3x^4+1}{x^3}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$x\ln y = 3x^3 + y^2.$$

Вариант 15

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{tg\pi x}{\sin(x-2)}$. 2. $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{e^{3x+12}-1}{\ln(3x+13)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = \dfrac{4}{x^5} + \sqrt[5]{x^2} - 7x^3$ 2. $y = \dfrac{4\ln x - 3x^6}{7arcctgx + 8^x}$

3. $y = \ln(1 + arctg2x)$ 4. $y = (\cos x)^{tgx}$

5. $y = (e^x - 5\log_4 x)(9\sin x - 12)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(4+3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{4x}{(x+1)^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{xy} - (x+3y) = 0.$$

Типовой расчет № 5
по разделу «Определенный интеграл и его применение»

Вычислить следующие определенные интегралы:

Задание 1

1. $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2}\,dx$.

2. $\int\limits_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5}{\sqrt{x^6+1}}\,dx$.

3. $\int\limits_0^1 \frac{x^2}{x^3+1}\,dx$.

4. $\int\limits_0^{\pi/2} \sin x\cos^2 x dx$.

5. $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos x}\,dx$.

6. $\int\limits_{3/4}^{4/3} \frac{4x}{x^2+1}\,dx$.

7. $\int\limits_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{3x+25}}\,dx$.

8. $\int\limits_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^4+4}}\,dx$.

9. $\int\limits_1^e \frac{1+\ln x}{x}\,dx$.

10. $\int\limits_2^{10} \sqrt{2x+5}\,dx$.

Задание 2

1. $\int\limits_2^3 y\ln(y-1)\,dy$.

2. $\int\limits_{-2}^0 xe^{-x/2}\,dx$.

3. $\int\limits_0^{\pi/2} x\cos x dx$.

4. $\int\limits_0^{\pi} x\sin x dx$.

5. $\int\limits_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx$.

6. $\int\limits_1^2 (y-1)\ln y dy$.

7. $\int\limits_{-1/2}^{0} xe^{-2x} dx$.

8. $\int\limits_{-1/3}^{-2/3} xe^{-3x} dx$.

9. $\int\limits_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.

10. $\int\limits_1^{e^2} \sqrt{x}\ln x dx$.

Задание 3

1. $\int\limits_0^{16} \sqrt{256-x^2}dx.$

2. $\int\limits_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}dx.$

3. $\int\limits_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$

4. $\int\limits_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}.$

5. $\int\limits_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}.$

6. $\int\limits_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}dx.$

7. $\int\limits_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^4dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}.$

8. $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}.$

9. $\int\limits_0^1 \frac{x^4 dx}{(2-x^2)^{3/2}}$.

10. $\int\limits_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

Задание 4.

1.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

2.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$.

3.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 1 + \frac{3}{4}x^2$.

4.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.

5.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 1 - x^2$ $x = 0$, $x = 1$.

6.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ $y = 0$.

7.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$.

8.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = -x$.

9.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2(x-1)$, $x = 3$.

10.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$ ($x \geq 0$).

Задание № 5

1.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$.

2.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 3\cos^3 t \\ y = 5\sin^3 t \end{cases}$.

3.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$.

4.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$.

5.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$.

6.I Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 4\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 4\sin^3 t \end{cases}$.

7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$.

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$.

10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$.

СЕМЕСТР 2

Типовой расчет 1

Вариант №1

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?

2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?

3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.

4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.

5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.

6) Разрыв электрической цепи может произойти только в результате выхода из строя элемента k_1 или одновременного выхода двух элементов k_2 и k_3, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2, 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.

7) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.

8) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.

Вариант №2

1) Какова вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 30 является делителем числа 30.

2) На книжной полке случайным образом расставлены четыре книги по математике и три по физике. Найти вероятность того, что книги по каждому предмету окажутся рядом.

3) В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутрь круга наудачу бросается точка. Вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна ее площади и не зависит от ее расположения. Найти вероятность того, что точка попадет в треугольник.

4) Безотказная работа прибора обусловливается безотказной работой каждого из трех механизмов-узлов, составляющих его и вероятности безотказной работы которых в течении времени T соответственно равны 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность безотказной работы прибора за время T.

5) На обувной фабрике в отдельных цехах производят подметки, каблуки и верхи ботинок. Дефектными оказываются 0,5% каблуков, 2% подметок и 4% верхов. Произведенные верхи, подметки и каблуки случайно комбинируются в цехе, где шьют ботинки. Найти вероятность того, что изготовленная пара будет иметь хотя бы один дефект.

6) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии выбирается для контроля 5 изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных, бракуется вся партия. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

7) В трех урнах лежат шары. В первой урне пять белых и пятнадцать черных, во второй – десять белых и десять черных и в третьей урне десять черных. Найти вероятность того, что случайно взятый шар из случайно выбранной урны окажется черным.

8) Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4 , из второй – 6, из третьей группы – 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй, третьей группы попадает в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент попал сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот студент?

Вариант №3

1) Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 5.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что 5 чисел четные и пять – нечетные.

3) В круг радиуса R помещен меньший круг радиуса r. Найти вероятность того, что наудачу брошенная в большой круг точка, попадет также и в меньший круг.

4) Найти вероятность того, что выбранное наудачу изделие первосортное, если известно, что 4% всей продукции является браком, а 75% не бракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

5) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,95, второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6) Какова вероятность того, что наудачу записанная дробь сократится на 2? Найти вероятность того, что дробь не сократится ни на два ни на три.

7) В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит 20% брака, второго – 10%, третьего – 5%. Найти вероятность приобретения исправного телевизора, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% - со второго, 50% - с третьего завода.

8) При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-2 с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-2 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разладке автомата. Найти вероятность того, что сигнал получен от сигнализатора С-1.

Вариант №4

1) Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность 4.

2) На шести одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 7, 8, 12, 10. Наудачу взяты две карточки. Какова вероятность того, что образованная из этих чисел дробь сократима?

3) Абонент ждет телефонного звонка в течение одного часа. Найти вероятность того, что вызов произойдет в последние 20 минут этого часа.

4) На книжной полке 5 книг, из них четыре словаря. Студент наудачу взял две книги. Найти вероятность того, что обе книги словари.

5) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность промаха при одном выстреле из первого орудия равна 0,3, из второго – 0,2, из третьего – 0,1. Найти вероятность того, что а) попадает только одно орудие; б) цель будет поражена.

6) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, второго – 0,3, третьего – 0,2. Найти вероятность того, что из строя выйдут не менее двух станков.

7) В одной партии изделий 12 штук, а в другой – 10 штук. В каждой партии по два изделия бракованные. Изделие взятое наудачу из второй партии переложили в первую партию, после чего из первой партии наудачу взяли изделие. Найти вероятность того, что изделие извлеченное из первой партии будет годным.

8) Пассажир может купить билет в одной из трех касс. Вероятность того, что он направится в первой кассе 0,5; во второй – 1/3; в третьей – 1/6. Вероятность, что билетов уже нет в первой кассе – 1/5, во второй – 1/6, в третьей – 1/8. Он обратился в одну из касс и получил билет. Найти вероятность того, что он обратился в первую кассу.

Вариант №5

1) В словаре языка А.С. Пушкина имеется 22000 различных слов, из которых 16000 А.С. Пушкин употребляет в своих произведениях только один раз. Найти вероятность того, что наудачу взятое из этого словаря слово, употреблялось писателем более одного раза.

2) Десять человек разбились на две команды, по пять человек в каждой, для игры в волейбол. Найти вероятность того, что два брата попадут в одну команду.

3) Два действительных числа выбираются так, что $|x| \le 3$, $|y| \le 5$. Какова вероятность того, что дробь $\frac{x}{y}$ окажется положительной.

4) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент ответит на билет, содержащий три вопроса.

5) Вычислительный центр располагает тремя вычислительными устройствами. Вероятность отказа за некоторое время T для первого устройства равна 0,2, для второго – 0,15, для третьего – 0,1. Найти вероятность того, что в данный момент откажут а) хотя бы одно устройство; б) откажет только третье устройство.

6) Вероятность того, что нужная сборщику деталь содержится в первом, втором, третьем, четвертом ящиках соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится не более чем в трех ящиках.

7) В первом кармане три монеты по 20 копеек и три монеты по 3 копейки, а в левом кармане шесть монет по 20 копеек и три монеты по 3 копейки. Из правого кармана в левый перекладывают наугад пять монет. Найти вероятность того, что монета, извлеченная из левого кармана после перекладывания будет в 20 копеек.

8) У рыбака есть три излюбленных места рыбалки. Эти места он посещает с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что рыба клюнет на первом месте 1/3, на втором – ½, на третьем – ¼. Известно, что рыбак поймал рыбку, забросив удочку. Какова вероятность того, что он рыбачил на третьем месте.

Вариант №6

1) На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходит из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.
2) Из чисел 1, 2, 3, …, 30 случайно выбирают 10 различных. Найти вероятность того, что ровно 5 чисел делятся на три.
3) Два действительных числа выбираются так, что $|x| \le 1,\ 0 \le y \le 1$. Найти вероятность того, что $x^3 < y$.
4) Из букв слова «РОТОР», составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекают 3 буквы и складывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ТОР».
5) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает только два вопроса.
6) Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 25 вопросов. Найти вероятность того, что экзамен сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса из первого билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.
7) Прибор, установленный на борту самолета может работать в двух режимах: в условиях нормального крейсерского полета и в условиях перегрузки взлета и посадки. Крейсерский режим осуществляется в 80% всего времени полета, а условие перегрузки в 20%. Вероятность выхода прибора из строя во время перегрузки равна 0,4, а во время крейсерского полета – 0,1. Найти вероятность надежности прибора за время всего полета.
8) Имеются два ящика с красными и синими шарами: в первом 3 синих и 5 красных, во втором 7 синих и 11 красных. Наудачу выбирается шар. Шар извлекали из наудачу взятого ящика. Известно, что извлеченный шар оказался синим. Найти вероятность того, что извлекали из первого ящика.

Вариант №7

1) Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно взятого автомобиля имеет все цифры различные. Замечание: считать номер 0000 возможным.
2) В вещевой лотерее разыгрываются пять предметов. Всего в урне 30 билетов. Первый подошедший к урне вынимает четыре билета. Найти вероятность того, что два из этих билетов окажутся выигрышными.
3) Наудачу выбираются два действительных числа x, y так, что $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1$. Найти вероятность того, что $y^2 \le x$.
4) Имеется 10 карточек, на которых написаны числа 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Одну за другой вынимают две карточки. Найти вероятность того, что на одной карточке будет четное число, а на другой нечетное.
5) Журналист разыскивает нужную ему книгу в трех библиотеках. Вероятность наличия книги в первой библиотеке равна 0,9, во второй – 0,8, в третьей – 0,6. Найти вероятность того, что а) книга есть только в первой библиотеке; б) книга есть только в одной библиотеке.
6) Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на двух гранях будет одинаковое число очков, а на третьей – другое число очков.
7) На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент берущий билет вторым, возьмет билет с однозначным номером.
8) Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35% и 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение произвел второй оператор?

Вариант №8

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубика. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь одну окрашенную грань.

2) Библиотечка состоит из 10 книг, причем 5 книг стоят по 4 сома каждая, три книги – по одному сому и две книги по три сома. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят в сумме 5 сомов.

3) На отрезке длиной 20 см помещен меньший отрезок длиной 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также и на меньший отрезок.

4) В первом ящике шары с номерами 5, 6, 7, 8, а во втором с номерами 1, 2, 3, 4. Из каждого ящика наудачу извлекли по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров извлеченных шаров равна 10?

5) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность попадания при одном выстреле из первого орудия равна 0,5, из второго – 0,6, из третьего – 0,9. Найти вероятность того, что а) цель будет поражена; б) цель не поражена; в) попадет только второе орудие.

6) Абонент забыл последнюю цифру нужного номера телефона и набирает ее наудачу. Найти вероятность того, что ему придется звонить не более чем в три места.

7) Группа студентов состоит из 5 отличников, 10 хорошистов, 8 троечников и двух двоечников. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные оценки, хорошо успевающие студенты могут с одинаковой вероятностью получить хорошие и отличные оценки, троечники получают отличные оценки только в двух случаях из десяти. Двоечники получить отличную оценку не могут. Найти вероятность того, что наугад вызванный студент получит отличную оценку.

8) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 15% общего количества электроламп, второй – 40%, третий -45%. Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 81%, третьего – 90%. В магазине лампы оказались не рассортированными, и купленная наугад лампа оказалась негодной. Найти вероятность того, что лампа изготовлена на заводе №2.

Вариант №9

1) Подбрасываются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 5, а произведение равно 4.

2) Найти вероятность того, что дни рождения 12 человек придутся на разные месяцы.

3) Наудачу взяты два положительных числа не превышающие 1. Какова вероятность того, что их сумма не превышает 1, если сумма их квадратов больше $1/4$.

4) Винни Пух собрался вкусно пообедать. С вероятностью $p_1=0,3$ что-нибудь вкусное есть у кролика, и с вероятностью $p_2=0,6$ что-нибудь вкусное есть у Пятачка, но с вероятностями $q_1=0,2$ и $q_2=0,9$ их нет дома. К кому надежнее пойти, думает Винни Пух?

5) Три студента решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,2, второй – 0,4, третий – 0,8. Найти вероятность того, что а) задача решена; б) задача не решена; в) задачу решит только третий студент.

6) Студентам, едущим на практику предоставляется 15 мест в Москву, 10 мест в Киев и 5 мест в Новосибирск. Найти вероятность того, что три определенных студента попадут на практику в один город.

7) На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент, берущий билет первым, вытянет билет с двузначным номером.

8) Три стрелка производят по одному выстрелу по одной мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишени оказались две пробоины. Найти вероятность того, что в мишень попали второй и третий стрелки.

Вариант №10

1) Абонент забыл три последние цифры номера телефона и набирает их наудачу. Найти вероятность того, что он наберет правильный номер.

2) Среди кандидатов в студенческий совет три первокурсника, пять второкурсников и семь третьекурсников. Из этого состава отбирают 5 человек. Найти вероятность того, что: а) выбраны один второкурсник; б) выбраны один третьекурсник.

3) Дано уравнение $x^2+ax+b=0$. Известно, что $0\le a\le 1$, $0\le b\le 1$, причем вероятность попадания каждой из точек a и b в какой-либо интервал отрезка $[0;1]$ пропорциональна длине интервала и не зависит от его положения относительно отрезка $[0;1]$. Найти вероятность того, что данное уравнение имеет действительные корни.

4) На участке AB у мотоциклиста-гонщика имеется 2 препятствия. Вероятность остановки на каждом из них 0,1. Вероятность, что от пункта B до пункта C не будет остановки равна 0,7. Найти вероятность того, что на участке AC не будет остановки.

5) На столе экзаменатора лежат 30 билетов, пронумерованных от 1 до 30. Найти вероятность того, что первые два студента, берущие билеты возьмут: а) билеты с однозначными номерами; б) билеты с двузначными номерами; в) один с однозначным другой с двузначным номером.

6) При приеме партии подвергается проверке половина партии. Условие приемки партии – наличие в выборке брака не более 2%. Вычислить вероятность того, что партия из 100 изделий будет принята, если она содержит 5% брака.

7) Радиолампа может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями $p_1=0{,}6$ и $p_2=0{,}4$. Вероятности того, что лампа проработает заданное число часов, равны соответственно 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что взятая лампа проработает заданное число часов.

8) Имеется десять одинаковых коробок, из которых в девяти находится по два черных и два белых шара, а в одной (*) 5 белых и 1 черный шар. Из одной наудачу взятой коробки извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлекался из коробки (*)?

Вариант №11

1) Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.

2) В группе 18 девушек и 12 юношей. Надо выбрать делегацию из 2 человек. Найти вероятность того, что будут делегированы юноша и девушка.

3) В некоторый круг вписан правильный треугольник. Зная, что попадание точки в круг достоверно и что вероятность попадания точки в какую-либо часть этого круга зависит только от площади этой части и пропорциональна ей, найти вероятность попадания точки в треугольник.

4) В колоде 36 карт. Наудачу извлекают две карты без возвращения. Найти вероятность того, что а) извлеченные карты разного цвета, б) извлеченные карты одного цвета.

5) На участке АВ у гонщика имеется 12 препятствий, вероятность остановки на каждом из которых равна 0,1. Вероятность того, что от пункта В до пункта С не будет остановки равна 0,8. Найти вероятность того, что на участке АС не будет остановки.

6) По цели производится три независимых выстрела. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,4. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Найти вероятность поражения цели.

7) В группе из десяти студентов, пришедших на экзамен, пять подготовлены хорошо, два – отлично, два – удовлетворительно, один – плохо. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов из двадцати возможных; хорошо подготовленный студент может ответить на 16 вопросов; удовлетворительно подготовленный – на 10 вопросов; плохо подготовленный – на 5 вопросов. Найти вероятность того, что наудачу вызванный студент ответит на три заданных ему вопроса.

8) В группе 20 лыжников, 6 конькобежцев и 4 горнолыжника. Вероятность выполнить норму мастера спорта для лыжника равна 0,9; для конькобежца – 0,8; для горнолыжника 0,75. Наудачу выбранный спортсмен не выполнил норму мастера спорта. Какова вероятность того, что это лыжник?

Вариант №12

1) В лотерее разыгрывается 1000 билетов. Среди них один выигрыш в 50 сомов, пять – по 20 сомов, двадцать – по 10 сомов и пятьдесят выигрышей по 5 сомов. Некто купил один билет. Найти вероятность выигрыша не менее 10 сомов.

2) Из десяти деталей две являются бракованными. Наудачу взяли 5 деталей. Найти вероятность того, что три детали из взятых будут не бракованными.

3) Найти вероятность того, что сумма двух наудачу взятых положительных правильных дробей не больше единицы, а их произведение не больше $\frac{3}{16}$.

4) Студент знает 25 из 30 вопросов программы. В билете три вопроса. Двойка ставится, если студент не ответит ни на один вопрос. Найти вероятность получения студентом двойки.

5) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 7 белых и 3 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) шары черные; б) только один черный; в) хотя бы один черный.

6) Студент знает 35 из 40 вопросов программы. Для получения зачета необходимо ответить не менее чем на два из трех заданных вопросов. Найти вероятность сдачи зачета студентом.

7) В трех урнах лежат мячи. В первой 5 футбольных мячей и 10 волейбольных; во второй урне 6 футбольных и 4 волейбольных; в третьей 5 футбольных и 5 волейбольных. Какова вероятность того, что наудачу взятый мяч из наудачу выбранной урны будет волейбольным.

8) Для сигнализации об аварии используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2, 0,3, 0,5 к одному из трех типов. Вероятности срабатывания для которых равны 1, 0,75, 0,4. От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего он относится?

Вариант №13

1) Найти вероятность того, что наудачу выбранный член последовательности $u_n = n^2 + 1,\ n = 1, 2, \ldots, 10$ есть число кратное пяти.

2) Студент знает 20 из 30 вопросов программы. В билете 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент, взявший билет, ответит на два вопроса билета.

3) На отрезок AB длиной 12 см наугад бросают точку M, причем вероятность попадания точки в какой-либо подынтервал отрезка AB не зависит от его положения внутри AB и пропорциональна его длине. Какова вероятность того, что площадь квадрата построенного на AM, будет больше 36 $см^2$ и меньше 81 $см^2$?

4) В урне 30 шаров из них 5 белых, 10 синих, 15 красных. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.

5) Из колоды в 52 карты наугад одновременно вынимают три карты. Найти вероятность того, что а) среди них нет красной масти; б) хотя бы одна карта красной масти.

6) В ящике содержится 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из деталей окрашена.

7) В одном пакете 10 конфет «Ласточка» и 5 конфет «Весна». В другом пакете 8 конфет «Ласточка» и 2 конфеты «Весна». Из первого пакета наудачу взяли одну конфету и переложили во второй пакет, после чего из второго пакета наудачу извлекли одну конфету. Найти вероятность того, что извлекли конфету «Весна».

8) Из 18 стрелков пять попадают в мишень с вероятностью 0,8; семь – с вероятностью 0,7; четыре – с вероятностью 0,6 и два – с вероятностью 0,5. Наудачу вызванный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. Какова вероятность того, что он принадлежит к четвертой группе стрелков?

Вариант №14

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь две окрашенных грани.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что все отобранные числа окажутся нечетными.

3) Наугад взяты два положительных числа, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что их сумма не превышает единицы, а произведение не меньше 0,09?

4) Подбрасываются три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех костях выпадет тройка.

5) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, для второго – 0,2, для третьего – 0,3. Найти вероятность того, что а) выйдет из строя хотя бы один станок; б) из строя выйдет только первый станок.

6) Имеется коробка с девятью новыми теннисными мячами. Для игры берут три мяча. После игры их кладут обратно. При выборе мячей игранные от неигранных не отличают. Какова вероятность того, что после трех игр в коробке не останется неигранных мячей.

7) В партии саженцев имеются в одинаковых количествах саженцы липы, тополя и березы. Вероятности того, что саженец приживется после посадки, равны соответственно 0,8; 0,9; 0,7. Найти вероятность того, что наудачу выбранный саженец приживется.

8) На складе 20 холодильников, изготовленных на заводе №1 и 40 – на заводе №2. Вероятность того, что холодильник изготовленный на заводе №1 будет иметь брак равна 0,1; для второго завода – 0,2. Холодильники упакованы в коробки. Наудачу взятый холодильник оказался с браком. Найти вероятность того, что он изготовлен на заводе №1.

Вариант №15

1) В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.

2) У сборщика 12 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них пять деталей первого вида, четыре – второго, и три – третьего. Какова вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей окажутся три детали первого вида, две – второго и одна третьего вида?

3) Внутрь круга радиуса R брошена точка. Вероятность попадания точки в любую часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения относительно круга. Найти вероятность того, что точка окажется внутри квадрата, вписанного в круг.

4) В урне 15 шаров из них 10 цветных, остальные белые. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.

5) Вероятность уничтожения цели при одном выстреле равна 0,2. Определить число выстрелов, необходимых для поражения цели с вероятностью равной 0,6.

6) В десятиламповом радиоприемнике перегорела одна лампа. С целью устранения неисправности наудачу выбранную лампу заменяют исправной из запасного комплекта, после чего сразу проверяют работу приемника. Какова вероятность того, что приемник будет работать нормально после замены а) одной; б) пяти, в) десяти ламп?

7) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 45% общего количества электроламп, второй - 40%, третий -15%. Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81%. В магазин лампы поступают с трех заводов. Найти вероятность того, что купленная лампа окажется стандартной.

Вариант №16

1) Куб, грани которого окрашены, распилили на 1000 одинаковых кубиков. Кубики перемешали, после чего извлекли наудачу один. Найти вероятность того, что кубик будет иметь три окрашенные грани.

2) В партии, состоящей из 20 изделий, имеются 5 дефектных. Из партии для контроля берут семь изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных, вся партия бракуется. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

3) На отрезке L длиной 20 см помещен меньший отрезок l длиной 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет так же и на меньший отрезок. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

4) В одном ящике 10 белых и пять черных шаров. Во втором ящике семь белых и три черных шара. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) оба шара одного цвета; б) оба шара разного цвета.

5) Из чисел 1, 2, 3, …20 наудачу выбирают пять чисел. Найти вероятность того, что все числа нечетные.

6) Три стрелка поочередно ведут стрельбу по цели (одной и той же). Каждый стрелок имеет два патрона. При первом же попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,2, для второго – 0,3, для третьего – 0,4. Найти вероятность того, что все три стрелка израсходуют весь свой боезапас.

7) Литье в болванках поступает из двух цехов: 70% из первого, остальные из второго. Материал первого цеха имеет 10% брака, а второго 20%. Найти вероятность того, что наудачу взятая болванка оказывается без дефектов.

8) Два цеха штампуют однотипные детали. В первом цехе брак составляет 0,5%, во втором – 1%. Для контроля отобрано 50 изделий первого цеха и 60 – второго. Детали оказались перемешанными. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь, оказавшаяся годной, изготовлена в первом цехе.

8) В группе из 20 стрелков имеются четыре отличных стрелка, десять – хороших и шесть посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9, для хорошего – 0,7, для посредственного – 0,4. Наудачу выбранный стрелок поразил цель. Найти вероятность того, что стрелял посредственный стрелок.

Вариант №17

1) В книге 50 страниц. Найти вероятность того, что номер наугад открытой страницы будет кратен 8.

2) Из последовательности чисел 1, 2, 3, …10 наугад выбирают два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше.

3) Два лица условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами и договорились, что пришедший первым ждет другого в течение 10 минут, после чего уходит. Найти вероятность их встречи, если приход каждого в течение указанного часа может произойти в любое время и моменты прихода независимы.

4) В партии, содержащей 20 радиоприемников, имеется три неисправных. Наудачу отобрали три приемника. Найти вероятность того, что а) отобрали только исправные радиоприемники; б) отобрали только неисправные.

5) Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

6) Вероятность того, что противник находится на обстреливаемом участке равна 0,7. Вероятность попадания в этом случае равна 0,6. Для поражения достаточно одного попадания. Найти вероятность поражения при двух выстрелах.

7) На карточках написаны числа от 20 до 30. Извлекают сначала одну карточку, а потом другую (без возвращения). Найти вероятность того, что число на второй карточке будет четным.

8) Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной и той же мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого равна 0,8; для второго – 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку.

Вариант №18

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.

2) Колода из 52 игральных карт делится наугад на две равные части. Найти вероятность того, что в одной из частей будет ровно один туз.

3) Плоскость разграфлена параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 6 см. На плоскость наудачу бросают круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

4) Два биатлониста произвели по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для каждого биатлониста соответственно равны 0,9 и 5/6. Найти вероятность того, что цель не поражена.

5) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 8 белых и 2 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) хотя бы один шар среди извлеченных белый; б) только один белый.

6) Деталь проходит четыре операции обработки. Вероятность получения брака при первой обработке равна 0,01, при второй – 0,02, при третьей – 0,03, при четвертой – 0,02. Найти вероятность получения детали без брака после четырех операций, предполагая, что события получения брака на отдельных операциях являются независимыми.

7) В ящике 20 деталей, изготовленных на заводе №1 и 40 деталей – на заводе №2. На первом заводе брак составляет 5%, на втором – 10%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет не бракованной.

8) В девять одинаковых закрытых урн помещено по десять шаров, различающихся только цветом. В две урны положено по пять белых шаров, в три урны – по четыре белых шара, в четыре урны – по три белых шара. Из какой-то одной урны извлечен наугад выбранный шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что эта урна содержала три белых шара.

Вариант №19

1) Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти. Замечание: под фигурой понимают даму, валета, короля.

2) На один ряд, состоящий из семи мест, случайным образом рассаживаются семь студентов. Найти вероятность того, что два друга окажутся рядом.

3) На плоскости начерчены две концентрические окружности радиусов 5 см и 10 см. Найти вероятность того, что точка брошенная в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения.

4) На шести карточках написаны буквы *В, Д, З, О, Х, У*. После перетасовки вынимают наугад по одной шесть карточек с последующим их возвращением. Каждая из букв на вынутой карточке записывается. Найти вероятность того, что записано слово «ВОЗДУХ».

5) Три охотника одновременно выстрелили по одному волку. Вероятность попадания каждого из охотников одинакова и равна 0,4. Определить вероятность того, что волк будет убит, если для этого достаточно одного попадания.

6) Числитель и знаменатель рациональной дроби написаны наудачу. Какова вероятность того, что эта дробь несократима на пять?

7) На карточках написаны цифры от 0 до 9. Наудачу извлекают сначала одну, а потом другую карточку (без возвращения). Найти вероятность того, число на второй извлеченной карточке будет нечетным.

8) Счетчик регистрирует частицы трех типов – A, B, C. Вероятности появления этих частиц: $P(A)=0,2$, $P(B)=0,5$, $P(C)=0,3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями 0,8; 0,2; 0,4. Счетчик уловил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа B.

Вариант №20

1) Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.

2) Для выполнения упражнений по перетягиванию каната 12 участников разбились на две команды по шесть человек в каждой. Найти вероятность того, что два наиболее сильных спортсмена окажутся в одной команде.

3) Два студента условились встретиться в определенном месте между 20 и21 часами. Пришедший первым ждет второго в течение $\frac{1}{4}$ часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода.

4) Четыре охотника договорились стрелять по дичи в определенной последовательности. Следующий охотник производит выстрел лишь в том случае, если промахнулся предыдущий. Вероятность попадания для первого охотника равна 0,6, для второго – 0,7, для третьего – 0,8, для четвертого – 0,8. Найти вероятность того, что будет произведено а) один выстрел; б) два; в) три; г) четыре выстрела.

5) Биатлонист производит четыре выстрела. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что цель поражена а) всеми выстрелами; б) одним выстрелом; в) только вторым выстрелом.

6) Минное заграждение поставлено в четыре линии. Вероятность подрыва корабля идущего без мер предосторожности на первой линии равна 0,6, на второй – 0,75, на третьей – 0,7, на четвертой – 0,65. Найти вероятность подрыва корабля при форсировании минного поля.

7) В ящик, содержащий 3 одинаковые детали, брошена одна стандартная деталь, а затем наудачу извлечена одна деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартная, если равновероятны все возможные предположения о числе стандартных деталей, первоначально находящихся в ящике.

8) Четыре стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4, для второго – 0,6, для третьего – 0,7, для четвертого – 0,8. После стрельбы в мишени обнаружены три пробоины. Найти вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок.

Типовой расчет №2

Вариант №1

.

1. Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?
2. Известно, что в среднем 80% деталей изготовляемых в цехе являются стандартными. Случайно отобрали 1000 деталей. Найти вероятность того, что относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности такой детали по модулю не более чем на 0,04.
3. В ящике лежат 10 изделий, одно из них бракованное. Из ящика вынимают изделия одно за другим до тех пор пока не будет вынуто изделие бракованное. Составить закон распределения случайной величины X - число вынутых изделий. Найти $F(x)$ и построить ее графически. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения.

Вариант №2.

1. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность попадания в цель равна 0,9. Вычислить вероятность того, что из 19 выстрелов удачными будут 10.
2. По данным телевизионного ателье в течение гарантийного срока выходит из строя в среднем 12% кинескопов. Какова вероятность того, что из 46 наугад выбранных кинескопов не менее 20 проработают гарантийный срок.
3. Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 6 телевизоров. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

Вариант №3.

1. Два равносильных игрока играют в настольный теннис. Какова вероятность того, что игрок выиграет не менее трех партий из пяти.
2. Вероятность того, что изготовленные часы будут стандартными равна 0,97. Найти вероятность того, что среди 1000 изготовленных часов относительная частота стандартных часов отклонится от вероятности таких часов по модулю не более чем на 0,02.
3. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Из партии контролер берёт деталь и проверяет её качество. Если она оказывается нестандартной, дальнейшие испытания прекращаются, а партия задерживается. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую и т.д. Но всего он проверяет не более 5 деталей. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - числа проверенных деталей; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

Вариант №4..

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,001. Найти вероятность того, что при 1000 выстрелах будет не менее двух попаданий.

2. Найти вероятность того, что из 100 посаженных семян прорастут не менее 80, если их всхожесть равна 0,6.

3. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9, второй – 0,98, третий – 0,75, четвертый – 0,7. Требуется: 1) составить закон распределения числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

Вариант №5..

1. Что вероятнее: выиграть у равносильного противника в шахматы три партии из четырех или пять из восьми?

2. Штамповка металлических клемм дает 20% брака. Найти вероятность того, что в партии из 600 клемм число не соответствующих стандарту клемм будет от 100 до 125.

3. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Экзаменатор задает ему 5 вопросов. Пятерка ставится за 5 правильных ответов, четверка за четыре из 5, и т.д. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - оценки студента; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

Вариант №6..

1. В среднем 90% поездов прибывают без опоздания. Считая опоздания поездов независимыми событиями, найти вероятность того, что из пяти поездов опаздывают не более одного.

2. В среднем из 100 деталей не удовлетворяют стандарту 20 деталей. Найти вероятность того, что среди 2500 деталей будет от 1950 до 2000 стандартных деталей.

3. В некотором цехе брак составляет 5% всех изделий. Наудачу взяты четыре изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа бракованных изделий среди четырех; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №7..

1. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Найти наивероятнейшее число семян, которые не взойдут, если высеяли 10 семян.

2. Статистическая вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10000 новорожденных мальчиков будет не больше, чем девочек.

3. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны четыре детали. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X – числа стандартных среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

.

.

Вариант №8..

1. Оптовая база снабжает 10 магазинов, вероятность поступления от каждого из которых заявки на очередной день равна 0,6. Найти наивероятнейшее число заявок в день и вероятность этого наивероятнейшего числа.

2. В среднем 30% студентов сдают экзамен на хорошо и отлично (по данной дисциплине). Найти вероятность того, что, по крайней мере, семь человек из десяти получат хорошие или отличные оценки.

3. В коробке лежат 10 темных и 5 светлых галстуков. Продавец отобрал 3 галстука. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа светлых галстуков среди трех отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №9..

1. Вероятность того, что покупателю магазина потребуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти наивероятнейшее число покупателей, которым потребуется обувь 37 размера, если в магазине ожидается 800 покупателей.

2. Найти вероятность того, что в партии из 5000 изделий отклонение относительной частоты бракованных изделий от вероятности таких изделий равной 0,02, по модулю превысит 0,01.

3. На базе хранится 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется 1) составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №10

1. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность не менее пяти попаданий при шести выстрелах.

2. Всхожесть хранящихся на складе зерен пшеницы составляет 80%. Наудачу отобрано 100 зерен. Найти вероятность того, что число проросших семян будет в пределах от 68 до 90 штук.

3. Стрелок ведет стрельбу по цели. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7, при этом за каждое попадание стрелок получает 8 очков. Сделано три выстрела. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа очков полученных стрелком за три выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №11..

1. Было посеяно 28 семян тыквы с одинаковой всхожестью. Найти вероятность всхожести семян, если наиболее вероятные числа проросших семян 17 и 18.

2. Если в среднем левши составляют 1% , то каковы шансы на то, что среди случайно выбранных 200 человек левшей будет не более четырех.

3. В лотерее на каждые 100 билетов приходится один выигрыш в 1000 сомов, два выигрыша по 100 сомов и десять выигрышей по 10 сомов. Билет стоит 20 сомов. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X – величины выигрыша на один билет; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №12.

1. В мастерской имеется 190 моторов. Вероятность того, что в данный момент мотор работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент времени работают 140 моторов.
2. В НИИ земледелия проверяется всхожесть семян кукурузы. Сколько семян следует посеять, чтобы относительная частота всхожих семян отличалась от вероятности всхожести равной 0,95 меньше чем на 0,01 с вероятностью 0,99.
3. Известно, что на некоторой фирме 30 сотрудников получают за неделю по 45 долларов, 25 сотрудников по 55, 40 по 65, 30 по 75, 50 по 85 и 25 по 100 долларов. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – зарплаты сотрудников; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №13.

1. В ВУЗе обучается 730 студентов. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся первого января и вероятность этого наивероятнейшего числа.
2. Из каждого десятка деталей девять удовлетворяют стандарту. Найти вероятность того, что из 50 взятых со склада деталей число стандартных окажется между 42 и 48.
3. Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа точных приборов среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №14.

1. В цехе имеется 10 однотипных станков. Вероятность того, что каждый станок в течении смены будет работать с остановками равна 0,2. Найти вероятность того, что в течении смены без остановок будут работать не менее двух станков.
2. При контрольной проверке изготовляемых приборов было установлено, что в среднем 15 из 100 штук оказываются дефектными. Найти вероятность того, что число дефектных приборов среди взятых наудачу 400 штук будет отличаться от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 20 штук.
3. Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 штук нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно и, найдя такие, прекращает дальнейший осмотр. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - количества просмотренных часов; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №15..

1. На заводе вырабатывается в среднем 80% холодильников отличного качества. Какова вероятность того, что в партии из 1000 холодильников окажется наивероятнейшее число холодильников отличного качества?
2. В течении года за индивидуальной консультацией по теории вероятностей обращаются в среднем 80% студентов. Найти вероятность того, что в этом году из 120 студентов за консультацией обратятся не менее 95 человек.
3. Вероятность попадания в цель для стрелка, делающего четыре выстрела, равна 0,3. За каждое попадание стрелок получает пять очков, а за каждый промах у него вычитают два очка. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа очков, получаемых стрелком за 4 выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №16...

1. Проверяют партию из 50 приборов. Вероятность того, что прибор будет без брака равна 0,9. Найти наивероятнейшее число приборов с браком и вероятность этого наивероятнейшего числа.

2. Вероятность того, что покупателю магазина потребуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что доля покупателей, которым необходим 37 размер, отклонится от вероятности этого события по модулю не более чем на 0,4, если в магазине ожидается 8000 покупателей.

3. В партии, насчитывающей 50 изделий имеется шесть бракованных. Случайно из неё отобрали три изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа бракованных изделий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №17...

1. Радиоаппаратура состоит из 1000 электроэлементов. Вероятность отказа одного из них (безразлично какого) в течение года равна 0,001. Какова вероятность отказа а) двух элементов; б) не менее двух элементов в год.

2. С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Определить сколько следует взять изделий, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что частота изделий первого сорта отличается от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 2?

3. А.А. Марков при статистическом исследовании языка «Евгения Онегина» установил, что частость гласных букв составляет 0,45. Кроме того, вероятность, что после гласной будет следовать гласная, составляет 0,128, а вероятность, что после гласной будет следовать согласная 0,872. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа гласных букв среди двух последовательно расположенных букв; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №18..

1. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа равна 0,005. Телефонная станция обслуживает 600 абонентов. Найти вероятность того, что в течение часа позвонят пять абонентов.

2. Медицина установила, что 94% лиц, которым сделаны прививки против туберкулеза, приобретают иммунитет против этого заболевания. Какова вероятность того, что среди 10000 граждан, получивших прививки менее 1000 не будут защищены от этого заболевания.

3. Некто решил играть в кости до первого выигрыша, но не более пяти раз, на следующих условиях: если выпадет шестерка, он получает 5 долларов, а если другие числа он платит один доллар. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – суммарного выигрыша; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №19..

1. В принятой партии хлопка число длинных волокон составляет 30% от общего числа волокон. Найти вероятность того, что в пучке из семи волокон четыре окажутся длинными.

2. Из каждого десятка деталей две оказываются с дефектами. Найти вероятность того, что среди 50 наудачу взятых деталей без дефекта будет большинство.

3. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых разрешает или запрещает проезд с вероятностью 0,5. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

Вариант №20.

1. Вероятность для данного баскетболиста забросить мяч в корзину при броске равна 0,3. Произведено 12 бросков. Какова вероятность наивероятнейшего числа попаданий.

2. ОТК проверяет 900 деталей на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,8. Найти с вероятностью 0,9544 границы, в которых будет заключено число стандартных деталей среди проверенных.

3. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – общего числа попаданий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

.

Типовой расчет №3

Вариант №1

1. При каком значении параметра C функция $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ C/x^4, & x\ge 1\end{cases}$ будет плотностью вероятности случайной величины X? Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

2. На автомате изготавливаются шайбы. Диаметр их головок представляет собой случайную величину, распределённую по нормальному закону с параметрами $M(X)=2$ мм, $\sigma^2=0{,}01$ мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95? Записать функцию $f(x)$.

3. 14. Средний срок службы мотора 4 года. Оценить вероятность того, что взятый случайно мотор прослужит более 15 лет.

.

Вариант №2..

1. Случайная величина X задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le \frac{2}{3}\\ 3x^2-2x, & \frac{2}{3}<x\le 1\\ 1, & x>1\end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вероятность того, что в двух опытах величина примет значения из интервала $(0{,}7;0{,}8)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

..

2. При средней длине некоторой детали в 20 см, найдено, что отклонения, превосходящие $\pm 0{,}5$ см, встречаются в среднем 4 раза из 100 деталей. Считая, что длина детали распределена по нормальному закону, определите её стандартное отклонение $\sigma(X)$.

3. В среднем из 100 деталей 20 не удовлетворяют стандарту. Оценить вероятность того, что из случайно взятых 2500 деталей будет 1950 до 2050 стандартных.

Вариант №3...

1. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ a(1-\cos x), & 0<x\le\pi\\ 1, & x>\pi\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что случайная величина примет значение больше $5\pi/6$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma(X)=20$ мм и $M(X)=0$. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного не превзойдет по модулю 4 мм.

3. В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время T лампа будет включена, равна 0,8. Оценить вероятность того, что число включенных в данный момент ламп будет отличаться от среднего числа включенных ламп по модулю 1) не больше чем на 3; 2) не меньше чем на 3.

Вариант №4...

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}ax^2, & 0\le x\le 2\\ 0, & x<0,\ x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $X<1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

2. При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонения, по абсолютной величине превосходящие 50 г, встречаются в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

3. Среднее число вызовов на АТС за одну минуту равно 20. Оценить вероятность того, что в течение случайно выбранной минуты на АТС поступит: а) более 30 вызовов; б) менее 20 вызовов.

Вариант №5..

1. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ a(x-2)^2, & 2<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина X примет значение больше $5/2$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Станок-автомат изготавливает валики, причем контролируется их диаметр X, который имеет нормальный закон распределения с $M(X)=10$ мм, $\sigma=0{,}1$ мм. Найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

3. Сумма всех вкладов в некоторой сберегательной кассе составляет 200000$, а вероятность того, что случайно взятый вклад не превышает 1000 $, равна 0,8. Что можно сказать о числе вкладчиков этой сберегательной кассы?

Вариант №6..

1. Случайная величина распределена по закону:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух испытаниях хотя бы раз величина примет значение из интервала $(1{,}5;\ 2{,}0)$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Для нормального распределения с параметрами $a=5$, $\sigma=2$ требуется определить: 1) значение плотности вероятности в точке $x=4$; 2) вероятность события $7<X<8$; 3) вероятность того, что X не отклонится за пределы 3σ.

3. На поле прямоугольной формы посеяно 2000 рядов кукурузы. Для определения средней урожайности собрали початки в каждом десятом ряду и на основании этих данных вычислили выборочную среднюю урожайность. Дисперсия урожайности на каждом обследованном участке не превышает 20. Оценить вероятность того, что средняя урожайность на всем поле и выборочная средняя урожайность будут отличаться по абсолютной величине не более чем на 0,5 ц/га. Указание: средняя урожайность на всем поле принимается равной математическому ожиданию выборочной средней урожайности.

Вариант №7..

1. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ a(4x-x^2), & 0\le x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение меньше 1; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превосходит 10 мм. Случайные отклонения

.

.

.

подчинены нормальному закону с $a=0$, $\sigma(X)=5$ мм. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

3. Известно, что в среднем 80% составляют стандартные детали. Оценить вероятность того, что в результате проверки 1000 деталей относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности изготовления нестандартной детали по абсолютной величине меньше чем на 0,04.

Вариант №8..

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ ax^2, & 0<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение больше 2.

2. Рост взрослых мужчин является нормальной случайной величиной, имеющей $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Требуется: 1) записать функцию плотности вероятности этой случайной величины; 2) вычислить вероятность того, что хотя бы один из отобранных четырех мужчин будет иметь рост от 170 см до 180 см.

3. Среднее количество осадков выпадающих в данной местности равно 55 см. Оценить вероятность того, что в этой местности выпадет а) более 175 см осадков; б) менее 120см.

Вариант №9..

1. Непрерывная случайная величина X распределена по закону:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ ax^3, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение большее 1,5.

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону с $M(X)=10$мм. и $\sigma(X)=5$мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате опыта.

3. Среднее суточное потребление электроэнергии в данной местности равно 3000квт/час, а среднее квадратическое отклонение равно 200квт/час. Какого потребления электроэнергии можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96?

Вариант №10..

1. Непрерывная случайная величина задана законом распределения: $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ a/x^4, & x\ge 1\end{cases}$

Требуется: 1) Найти параметр a; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 3) вычислить вероятность события $0{,}5<X<3$.

.

.

.

.

2. Рост взрослых женщин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=164$ см. и $\sigma(X)=5{,}5$ см. Найти вероятность того, что рост двух наудачу взятых женщин будет не меньше 162 см. и не больше 166 см.
3. Электростанция обслуживает сеть из 1800 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимний вечер равна 0,9. Оценить вероятность того, что число ламп, включенных в сеть зимним вечером, отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200 штук.

Вариант №11..

1. Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ a(3x-x^2), & 0<x\le \frac{3}{2} \\ 1, & x>\frac{3}{2} \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что после испытания величина примет значение больше 1.

2. Стрельба из орудия ведется вдоль определенного направления. Средняя дальность полета 10000 м. Предполагая, что дальность полета есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону с $D(X)=1600$. Найти какой процент выпускаемых снарядов дает перелет от 100 до 200 м.
3. Среднее квадратическое отклонение каждой из 450000 независимых случайных величин не превосходит десяти. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения средней арифметической этих случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий не превзойдет 0,02.

Вариант №12..

1. Случайная величина задана законом распределения $f(x)=\begin{cases} 0, & x<1 \\ c/x^4, & x\ge 1 \end{cases}$

Требуется: 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 3) вычислить вероятность события $0{,}5<X<3$

2. Для замера напряжения используются специальные тензодатчики. Определить среднюю квадратическую ошибку тензодатчика, если он систематических ошибок не дает, а случайные ошибки распределены по нормальному закону, и с вероятностью 0,8 не выходят за пределы $\pm 0{,}2$ мк.
3. При контрольной проверке изготовляемых приборов установлено, что в среднем 15 из 100 приборов оказываются с дефектами. Оценить вероятность того, что доля приборов с дефектами среди 400 изготовленных будет по абсолютной величине отличаться от вероятности изготовления такого прибора не более, чем на 0,02.

Вариант №13..

1. Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ a\sin 3x, & 0<x\le \pi/6 \\ 1, & x>\pi/6 \end{cases}$$

.

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в результате опыта величина примет значение меньшее $\frac{\pi}{12}$.

2. Размер диаметра втулок является нормальной случайной величиной с $M(X)=2{,}5$см. и $\sigma(X)=0{,}001$. В каких границах можно гарантировать размер диаметра втулок с вероятностью 0,9973?

3. Для некоторого автопарка среднее число автобусов, отправляемых в ремонт после месяца эксплуатации равно 5. Оценить вероятность того, что по истечении месяца в данном автопарке будет отправлено в ремонт а) менее 15 автобусов; б) более 10.

Вариант №14..

1. Случайная величина задана законом $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 2 \\ a(x^2-2x), & 2<x\le 4 \\ 1, & x>4 \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина X примет значение больше 3; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шариков 5 мм. Вследствие неточности изготовления шарика, фактически его диаметр есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с $M(X)=5$ мм, и $\sigma(X)=0{,}05$ мм. При контроле шарики бракуются, если их диаметр отличается от номинального больше, чем на 0,1 мм. Определить какой процент шариков будет отбраковываться?

3. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, равна 0,6. Оценить вероятность того, что из 10000 покупателей число сделавших покупку будет заключено в пределах от 5900 до 6100.

Вариант №15..

1. Случайная величина задана законом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le -3 \\ \dfrac{a}{\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3 \\ 0, & x\ge 3 \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение больше $\sqrt{3}/2$.

2. Случайная величина X подчинена нормальному закону с $M(X)=0$. Вероятность попадания этой величины в интервал от -1 до 1 равна 0,5. Найти среднее квадратическое отклонение этой случайной величины и записать функцию $f(x)$.

3. Выборочным путем требуется определить средний вес зерен пшеницы. Сколько нужно обследовать зерен, чтобы с вероятностью большей 0,9 можно было утверждать, что средний вес отобранных зерен будет отличаться от математического ожидания этого среднего (принимаемого за средний вес зерен во всей партии) не более чем на 0,001 г? Установлено, что среднее квадратическое отклонение веса зерен не превышает 0,04г.

Вариант №16..

1. Случайная величина задана законом $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3\\ 0, & x>3\end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в трех испытаниях величина примет значение из интервала $(1;2)$.

2. Случайная величина X – ошибка измерения некоторым прибором распределена по нормальному закону с $\sigma(X)=3$мм. Систематическая ошибка прибора отсутствует. $M(X)=0$. Найти вероятность того, что в трех независимых измерениях ошибка хотя бы одного из них окажется в интервале $(0;2,4)$.

3. Сколько следует проверить изделий, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, можно было утверждать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты годных деталей от вероятности годной детали, равной 0,9, не превысит 0,01.

Вариант №17.

1. Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ \frac{c}{x^4}, & x\ge 1\end{cases}.$$

Требуется 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 3) найти функцию $F(x)$.

2. Случайное отклонение X размера детали от номинала распределено по нормальному закону с $M(X)=0$ и $\sigma(X)=5$мк. Каким должен быть допуск, чтобы с вероятностью не более 0,0027 получилась деталь с контролируемым размером вне поля допуска?

3. Среднее число пассажиров скорого поезда равно 620. Оценить вероятность того, что в наудачу взятом скором поезде пассажиров окажется более 638.

Вариант №18..

1. Случайная величина задана законом $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{x-1}{2}, & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

Требуется 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность того, что при двух испытаниях величина хотя бы раз примет значение из интервала $(2;\,2,5)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Детали, выпускаемые цехом, считаются высшего качества, если отклонения их размера от номинала не превосходит по абсолютной величине 2,6 мм. Случайные отклонения размера деталей от номинала подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением равным 2 мм. Систематические ошибки отсутствуют ($M(X)=0$). Определить среднее число деталей высшего качества среди наудачу выбранных пяти деталей.

3. Длина изготовляемых деталей представляет случайную величину, среднее значение которой равно 50мм. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 0,2мм. Оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от средней длины по абсолютной величине не превзойдет 0,4 мм.

Вариант №19.

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{1}{2}(1-\cos x), & 0\le x\le \pi\\ 1, & x>\pi\end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность события $\frac{\pi}{6}<X<\frac{\pi}{3}$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

2. Какова вероятность того, что нормально распределенная случайная величина со средним значением равным 1 и дисперсией равной 4, примет значение меньше 5, но больше 0. Составить функцию плотности распределения вероятностей этой случайной величины.

3. Дисперсия каждой из 3000 независимых случайных величин не превышает шести. Какой должна быть верхняя граница абсолютной величины отклонения средней арифметической случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий, чтобы вероятность такого отклонения превышала 0,92?

Вариант №20.

1. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}a(4x-x^2), & 0\le x\le 2\\ 0, & x<0,\ x>2\end{cases}$$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $0<X<1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$.

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону со средним значением равным 40 и дисперсией равной 200. Вычислить вероятность попадания этой величины в интервал $(30;80)$. Написать функцию $f(x)$.

3. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,04. Какое наименьшее число деталей следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,88 можно было утверждать, что доля нестандартных деталей среди них будет отличаться от вероятности изготовления нестандартной детали по абсолютной величине не более чем на 0,02?

Типовой расчет №4

Вариант 1

1. Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии. (кВт.-ч.)

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число абонентов	3	13	70	190	290	230	130	62

..

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95. 8)

Вариант 2

1. Приводится распределение волокон хлопка по их длине (в мм).

Длина волокон	Число волокон
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	85
17-20	108
20-23	127
23-26	153
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины - длины волокон хлопка; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения её, найти интервальные оценки параметров распределения X приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 3

1. Испытывалась чувствительность второго канала телевизоров. Данные испытаний указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности (в мкр.в.), во второй - число телевизоров n_i, чувствительность которых оказалась в данном интервале.

интервал	n_i
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	10
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - чувствительности второго канала телевизоров; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения;7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функции плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95;

Вариант 4

1. В ОТК были измерены диаметры валиков из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Отклонения измеренных диаметров от номинала даны в следующей таблице (в микронах):

Границы отклонений	число валиков
-20-(-15)	7
-15-(-10)	11
-10-(-5)	15
-5-0	24
0-5	49
5-10	41
10-15	26
15-20	17
20-25	7
25-30	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 5

1. Приводится распределение урожайности ржи (в ц/га) на различных участках поля некоторого хозяйства:

Урожайность (ц/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (в% к общей посевной площади)	5	15	33	23	17	7

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

.

Вариант №6

1. С целью исследования закона распределения ошибки измерения дальности с помощью радиодальномера произведено измерение дальности (в м). Результаты представлены в следующей таблице:

Дальность (в м)	Число измерений
560-570	6
570-580	27
580-590	45
590-600	72
600-610	78
610-620	43
620-630	29
630-640	14
640-650	8
650-660	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

.

.

Вариант 7

1. Приводятся данные отклонения бомбы по дальности от центра цели:

Отклонение (в м)	Количество отклонений
-500-(-400)	4
-400-(-300)	12
-300-(-200)	28
-200-(-100)	56
-100-0	100
0-100	96
100-200	60
200-300	32
300-400	8
400-500	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95

..

Вариант 8

1. Приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранных студентов:

Рост (в см)	Число студентов
154-158	10
158-160	14
160-162	26
162-164	28
164-166	30
166-168	40
168-170	50
170-174	28
174-178	20
178-180	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95

Вариант 9

1. Дано распределение скорости автомобилей на одном участке шоссе (км/ч)

Скорость (км/ч)	Число автомобилей
61-65	5
65-69	8
69-73	12
73-77	17
77-81	26
81-85	35
85-89	28
89-93	11
93-97	8
97-101	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95 .

.

Вариант 10

1. Приводится суммарное число набранных баллов командами в соревнованиях:

Число баллов	Число команд
49-52	3
52-55	6
55-58	11
58-61	19
61-64	20
64-67	23
67-70	12

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95 .

Вариант 11

1. Дано распределение предела прочности образцов сварного шва (Н/мм^2)

Предел прочности	частота
28-30	6
30-32	17
32-34	15
34-36	20
36-38	15
38-40	10
40-42	6
42-44	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0.95

Вариант 12

1. Распределение отклонений напряжения от номинала (мм).

отклонения	частота
0.00-0.02	9
0.02-0.04	15
0.04-0.06	29
0.06-0.08	35
0.08-0.10	32
0.10-0.12	19
0.12-0.14	8
0.14-0.16	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0.95

Вариант 13

1. Приводятся время выполнения упражнения (в с.) учениками

интервал	Кол-во учеников
8.95-9.05	4
9.05-9.15	8
9.15-9.25	10
9.25-9.35	8
9.35-9.45	6
9.45-55	4
9.55-9.65	3
9.65-9.75	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 14

1. Горизонтальное отклонение от цели (м) при испытании ракет приведено в следующей таблице:

Отклонение	Кол-во ракет
-40-(-30)	7
-30-(-20)	11
-20-(-10)	15
-10-0	24
0-10	49
10-20	41
20-30	26
30-40	17
40-50	7
50-60	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и начертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 15

1. Приводится распределение рабочих по заработку за смену:

Заработок (в усл.ден.ед.)	Число рабочих
230-240	24
240-250	33
250-260	40
260-270	50
270-280	60
280-290	120
290-300	100
300-310	58
310-320	30
320-330	15

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 16

1. Дано распределение нитей пряжи по крепости нитей (г):

Крепость нитей (г)	Кол-во нитей
170-180	6
180-190	52
190-200	84
200-210	128
210-220	187
220-230	225
230-240	178
240-250	107
250-260	34
260-270	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 17

1. Дано распределение рабочих по времени, затрачиваемого одним рабочим на изготовление одной детали.

Время (мин)	Число рабочих
2-4	1
4-6	4
6-8	23
8-10	33
10-12	20
12-14	17
14-16	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 18

1. Даны результаты испытания стойкости удлиненных сверл диаметром 4 мм (ч.):

стойкость	Кол-во сверл
2.6-2.8	7
2.8-3.0	19
3.0-3.2	49
3.2-3.4	70
3.4-3.6	46
3.6-3.8	18
3.8-4.0	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 19

1. Даны результаты определения содержания фосфора в чугунных образцах:

Содержание фосфора (%)	Число образцов
0.10-0.20	5
0.2-0.3	23
0.3-0.4	38
0.4-0.5	25
0.5-0.6	3
0.6-0.7	6
0.7-0.8	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 20

1. Приводятся данные о среднесуточном пробеге автомобилей (в сотнях км):

Пробег	Число автомобилей
1.0-1.2	2
1.2-1.4	8
1.4-1.6	20
1.6-1.8	48
1.8-2.0	19
2.0-2.2	8
2.2-2.4	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Типовой расчет №5

Вариант 1

1. Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт·ч.)

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число вероятность	3	13	70	190	290	230	130	62

Проверить, используя критерий χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была вычислена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

Вариант 2

1. Приводится распределение волокон хлопка по их длине (в мм).

Длина волокон	Число волокон
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	85
17-20	108
20-23	127
23-26	153
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Проверить, используя критерий χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей (X тыс.км) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз стоимости ежемесячного технического обслуживания автомобиля, пробег которого 22 тыс.км.

Вариант 3

1. Испытывалась чувствительность второго канала телевизоров. Данные испытаний указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности (в микр.в.), во второй – число телевизоров n_i чувствительность которых оказалась в данном интервале.

интервал	n_i
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	20
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Врач-исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части легкого,%	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента, больного эмфиземой, если человек курил 30 лет.

Вариант 4

1. В ОТК были измерены диаметры валиков из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Отклонения измеренных диаметров от номинала даны в следующей таблице (в микронах):

Границы отклонений	Число валиков
-20-(-15)	7
-15-(-10)	11
-10-(-5)	15
-5-0	24
0-5	49
5-10	41
10-15	26
15-20	17
20-25	7
25-30	3

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Компания, занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на видеомагнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

Число продаж, шт	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена, тыс.руб	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	6,5	4,5	5,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости видеомагнитофона в регионе, если объем продаж составил 460 шт.

Вариант 5

1. Приводится распределение урожайности ржи (в ц/га) на различных участках поля некоторого хозяйства:

Урожайность (ц/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (в% к общей посевной площади)	5	15	33	23	17	7

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$.

Если студент занимается самостоятельно по 12 часов в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

Вариант 6

1. С целью исследования закона распределения ошибки измерения дальности с помощью радиодальномера произведено измерение дальности (в м). Результаты представлены в следующей таблице:

Дальность (в м)	Число измерений
560-570	6
570-580	27
580-590	45
590-600	72
600-610	78
610-620	43
620-630	29
630-640	14
640-650	8
650-660	3

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Некоторая компания провела рекламную кампанию в магазинах с демонстрацией антисептических качеств своего нового моющего средства. Через 10 недель компания решила проанализировать эффективность этого вида рекламы, сопоставив еженедельные объемы продаж с расходами на рекламу (тыс. сом).

Объем продаж, тыс.сом	72	76	78	70	68	80	82	65	62	90
Расходы на рекламу, тыс. сом	5	8	6	5	3	9	12	4	3	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз объема продаж, если расходы на рекламу составили 11 тыс. сом.

Вариант 7

1. Приводятся данные отклонения бомбы по дальности от центра цели:

Отклонение (в м)	Количество отклонений
-500-(-400)	4
-400-(-300)	12
-300-(-200)	28
-200-(-100)	56
-100-0	100

0-100	96
100-200	60
200-300	32
300-400	8
400-500	4

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеется выборка из 10 домохозяйств для изучения связи между числом телевизоров в домохозяйстве и числом членов домохозяйства. X - число членов домохозяйства, Y - число телевизоров.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	2	3	4	1	2	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз количества телевизоров домохозяйства, состоящего из 8 человек.

Вариант 8

1. Приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранных студентов:

Рост (в см)	Число студентов
154-158	10
158-160	14
160-162	26
162-164	28
164-166	30
166-168	40
168-170	50
170-174	28
174-178	20
178-180	8

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт.).

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о выработке рабочего, имеющего стаж работы 10 лет.

Вариант 9

1. Дано распределение скорости автомобилей на одном участке шоссе (км/ч):

Скорость (км/ч)	Число автомобилей
61-65	5
65-69	8
69-73	12
73-77	17
77-81	20
81-85	35
85-89	28
89-93	11
93-97	8
97-101	3

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Изучается зависимость себестоимости единицы изделия (Y, тыс.руб) от величины выпуска продукции (X, тыс. шт.) по группам предприятий за отчетный период. Экономист обследовал 5 предприятий и получил следующие данные:

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 8 тыс.штук.

Вариант 10

1. Приводится суммарное число набранных баллов командами в соревновании:

Число баллов	Число команд
49-52	2
52-55	6
55-58	11
58-61	19
61-64	30
64-67	25
67-70	12

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные о глубине вспашки полей под озимые культуры (X, см) и их урожайности (Y, ц/га).

X	10	15	20	25	30
Y	5	10	16	20	24

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз об урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

Вариант 11

1. Дано распределение пределов прочности образцов сварного шва (Н/мм^2):

Предел прочности	частота
28-30	8
30-32	12
32-34	15
34-36	20
36-38	15
38-40	10
40-42	6
42-44	3

Проверить, используя критерий χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Из студентов 4-го курса естественно-технического факультета КРСУ отобраны случайным образом 10 студентов и подсчитаны средние оценки, полученные ими на первом (X) и на четвертом (Y) курсе. Получены следующие данные:

X	3,5	4,0	3,8	4,6	3,9	3,0	3,5	3,9	4,5	4,1
Y	4,2	3,9	3,8	4,5	4,2	3,4	3,8	3,9	4,6	3,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз средней оценки, полученной студентом на четвертом курсе, если на первом курсе его средняя оценка 4,3.

Вариант 12

1. Распределены отклонения напряжения от номинала (мв):

отклонение	частота
0.00-0.02	6
0.02-0.04	15
0.04-0.06	29
0.06-0.08	35
0.08-0.10	32
0.10-0.12	19
0.12-0.14	8
0.14-0.16	2

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются данные о связи между возрастом самолета (X, лет) и стоимостью его эксплуатации (Y млн. сом).

X	1	2	3	4	5
Y	2	4	5	8	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости эксплуатации самолета, если его возраст 2,5 года.

Вариант 13

1. Приводится время выполнения упражнения (в с.) учениками

интервал	Кол-во учеников
8.95-9.05	4
9.05-9.15	8
9.15-9.25	10
9.25-9.35	8
9.35-9.45	6
9.45-55	4
9.55-9.65	3
9.65-9.75	1

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Исследована зависимость объема выпуска продукции (X, тыс.шт.) и себестоимости единицы изделия (Y, тыс.сом). Получены следующие данные:

X	3	4	5	6	7
Y	10	8	7	5	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если объем выпуска продукции составит 8,5 тыс.штук.

Вариант 14

1. Горизонтальное отклонение от цели (м) при испытании ракет приведено в следующей таблице:

Отклонение	Кол-во ракет
-40-(-30)	7
-30-(-20)	11
-20-(-10)	15

-10-0	24
0-10	49
10-20	41
20-30	26
30-40	17
40-50	7
50-60	3

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	2	2,5	2,8	3	3,5	4	4,5

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз веса некоторого растения, если вес его семян 4,4 г.

Вариант 15

1. Приводится распределение рабочих по зарплате за смену:

Зарплата (в усл.ден.ед.)	Число рабочих
230-240	24
240-250	33
250-260	40
260-270	50
270-280	60
280-290	120
290-300	180
300-310	58
310-320	30
320-330	15

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. При исследовании зависимости времени, затраченного на закрепление детали на токарном станке, от веса детали, получены следующие результаты (X - вес детали, кг, Y - время закрепления детали, с.):

X	7	8	10	12	13	14	15	17	18	20
Y	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз о времени, затраченного на закрепление детали на станке, если ее вес 22 кг.

Вариант 16

1. Дано распределение нитей пряжи по крепость нитей (г):

Крепость нитей (г)	Кол-во нитей
170-180	9
180-190	32
190-200	84
200-210	128
210-220	187
220-230	225
230-240	174
240-250	107
250-260	34
260-270	8

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются следующие выборочные данные о стоимости квартир (Y) и их общей площади (X) в городе N:

X	33	48	36	40	55	88	95	70	48	57	95	63
Y	13,8	13,8	14	22,5	24	28	32	20,8	22	21,5	32,5	34

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.
Сделать прогноз стоимости квартиры, если ее площадь 56,4 м^2.

Вариант 17

1. Дано распределение рабочих по времени, затрачиваемого одним рабочим на изготовление одной детали.

Время (мин)	Число рабочих
2-4	1
4-6	4
6-8	15
8-10	33
10-12	20
12-14	17
14-16	2

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются следующие выборочные данные о жесткости воды (Y, град.) и количеством кальция в воде X (г/л):

X	28	56	77	191	241	262
Y	4	8	11	27	34	37

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз жесткости воды с содержанием кальция 250 мг/л.

Вариант 18

1. Даны результаты испытания стойкости удлиненных сверл диаметром 4 мм (ч.):

стойкость	Кол-во сверл
2.6-2.8	7
2.8-3.0	10
3.0-3.2	49
3.2-3.4	70
3.4-3.6	46
3.6-3.8	10
3.8-4.0	8

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Исследуется зависимость между пределом прочности прессованной детали Y (МПа) и температурой при прессовании X (град.). Экспериментальные данные, представлены в таблице:

X	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165
Y	110	107	105	98	100	95	95	92	86	86

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$.
Сделать прогноз предела прочности детали, если температура прессования 170 град.

Вариант 19

1. Даны результаты определения содержания фосфора в чугунных образцах:

Содержание фосфора (%)	Число образцов
0.10-0.20	5
0.2-0.3	23
0.3-0.4	38
0.4-0.5	25
0.5-0.6	5
0.6-0.7	4
0.7-0.8	2

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Имеются данные о фондовооруженности предприятия X (тыс.руб) и производительности труда Y (тыс.руб).

X	20,7	22,8	18,7	16,5	14,7	11,3	18,8	13,4	9,5	11,8
Y	10,5	10,6	9,5	7,6	6,4	4,5	9	6,8	4,9	6,1

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз о производительности труда, если фондовооруженность предприятия составляет 20 тыс.руб.

Вариант 20

1. Приводятся данные о среднесуточном пробеге автомобилей (в сотнях км)

Пробег	Число автомобилей
1,0-1,2	2
1,2-1,4	5
1,4-1,6	20
1,6-1,8	48
1,8-2,0	19
2,0-2,2	5
2,2-2,4	1

Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. В таблице приведены результаты изучения зависимости себестоимости единицы продукции (Y, тыс.руб.) от величины выпуска продукции (X, тыс.штук) по разным предприятиям отрасли.

X	2	3	4	5	6	7	8
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 10 тыс.штук.

ПРИЛОЖЕНИЕ №4

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1 СЕМЕСТР

Контрольная работа 1

ВАРИАНТ № 1

1. Вычислить $(AB)C+2A(BC)$, где $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1 & -5\\ 5 & 1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases}7x-5y-2z=1\\ x+2y-z=-6\\ 5x-10y+z=16\end{cases}$

3. Исследовать систему уравнений: $\begin{cases}7x-5y-2z=1\\ x+2y-z=-6\\ 6x-7y-z=7\end{cases}$

4. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}2 & 0 & 1 & -1\\ 3 & -2 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}$

ВАРИАНТ № 2

1. Вычислить $(AB)C-5A(BC)$, где $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & -1\\ 3 & 6\end{pmatrix}^T$; $B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 1\\ 0 & -3\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}5\\ -2\end{pmatrix}$.

2. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix}-1 & -2 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1 & 2\\ 1 & -1 & 3 & 3\\ 6 & 3 & -5 & -4\end{pmatrix}$

3. Решить систему уравнений матричным способом: $\begin{cases}3x-y+z=2\\ -4x+3y+2z=-1\\ 5x-2y-4z=8\end{cases}$

4. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}-1 & 1 & -2 & 0\\ 2 & 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 2 & 1\end{vmatrix}$

ВАРИАНТ № 3

1. Вычислить $(AB)^T \cdot 2B^T A^T$, где $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

3. Исследовать систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ -2x + y + 5z = -5 \\ -5x - y + 7z = -12 \end{cases}$$

4. Найти ранг матрицы: $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & -5 & -4 \end{pmatrix}$.

.

ВАРИАНТ № 4

1. Вычислить определитель матрицы $(2A^2-A)^{-1}$, где $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Исследовать систему уравнений: $\begin{cases} x - 2y + 2z - t - s = -1 \\ x - 2y + 2z - 3t + 2s = 0 \end{cases}$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases} 7x + 7y + z = 8 \\ 3x - 2y + 2z = 4 \\ x + 5y - z = -1 \end{cases}$

4. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

.

.

ВАРИАНТ № 5

1. Вычислить определитель матрицы $(A^2-B^T)^{-1}$, где $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Исследовать систему уравнений: $\begin{cases} 2x-3y+2z-t=0 \\ 2x-3y-z+2t=0 \end{cases}$

3. Решить систему уравнений по правилу Крамера: $\begin{cases} 3x-y-z=1 \\ -3x+5y+2z=20 \\ 7x-5y-2z=-16 \end{cases}$

4. Решить систему уравнений матричным способом: $\begin{cases} 3x-y-z=1 \\ -3x+5y+2z=20 \\ 2x+4y+z=21 \end{cases}$

ВАРИАНТ № 6

1. Вычислить ранг матрицы AB^T-5A, где $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Найти определитель матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

3. Решить систему уравнений матричным способом: $\begin{cases} 7x-y+5z=15 \\ -2x+y-z=0 \\ x-y+z=1 \end{cases}$

4. Исследовать систему уравнений: $\begin{cases} -x-5y+2z-t=0 \\ -x-5y-z+2t=0 \end{cases}$

ВАРИАНТ № 7

1. Вычислить ранг матрицы $(B^2-A^2)^{-1}$, где $A=\begin{pmatrix}2&1\\1&0\end{pmatrix}$, $B=2A$.

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}-2&1&1&-4\\1&1&-1&2\\1&-2&0&0\\-1&2&2&1\end{vmatrix}$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases}-4x-y+2z=-9\\x+5y+7z=-10\\5x+y-3z=12\end{cases}$

4. Решить систему уравнений по правилу Крамера: $\begin{cases}-4x-y+2z=-9\\x+5y+7z=-8\\-x+2y-z=3\end{cases}$

ВАРИАНТ № 8

1. Вычислить $\det\left((AB^T)^{-1}\right)$, где $A=\begin{pmatrix}5&-2&0\\-2&1&3\end{pmatrix}^T$; $B=\begin{pmatrix}0&1&1\\-1&2&0\end{pmatrix}$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases}-x+5y-z=3\\2x+2y+z=5\\3x-3y+2z=2\end{cases}$

3. Решить систему уравнений матричным методом: $\begin{cases}5x+y-2z=15\\4x-2y-3z=5\\3x+5y+2z=19\end{cases}$

4. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}-1&-2&1&-1\\1&1&-1&-1\\1&0&1&2\\-1&0&2&1\end{vmatrix}$

ВАРИАНТ № 9

1. Вычислить ранг матрицы: $(2(AB)C-A(BC))^T$, где $A=\begin{pmatrix}5 & -5 & 0\\ -1 & 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=(3\ \ -4\ \ 1)^T$, $C=(0\ \ -8)$.

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}5 & 1 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 0 & 2\\ 1 & -1 & -2 & 2\\ -1 & 2 & 2 & 1\end{vmatrix}$.

3. Решить систему уравнений матричным методом: $\begin{cases}-5x+5y-z=-3\\ 3x-4y+7z=22\\ -x+2y-z=-4\end{cases}$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса: $\begin{cases}7x-5y-2z=1\\ x+2y-z=-6\\ 6x-7y-z=7\end{cases}$.

ВАРИАНТ № 10

1. Вычислить ранг матрицы $2(AB)^T-B^TA^T$, где $A^T=B=(-4\ \ -2\ \ -5\ \ 0)$.

2. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}-1 & 0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -1 & 5\\ 2 & -2 & 5 & -1\end{vmatrix}$.

3. Решить систему уравнений матричным способом: $\begin{cases}3x-5y-z=0\\ -2x+2y+z=1\\ -5x-y+2z=5\end{cases}$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases}2x-y-2z=-1\\ -2x+y+5z=-5\\ -8x-y+7z=-12\end{cases}$$

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. В треугольнике ABC дано: $\overline{AB} = \overline{a}$, $\overline{AC} = \overline{b}$, точка K – середина стороны BC. Выразить вектор $\overline{AK}$ через векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.
2. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; 1)$, $C(6; 4; 4)$. Найти его четвертую вершину D.
3. Найти координаты вектора $\bar{x} = (2\bar{a} + \bar{b})$, если $\bar{a} = \{3; -1; -2\}$, $\bar{b} = \{1; 2; -1\}$.
4. Найти расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$.
5. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x + 3y - 5z - 15 = 0$ и координатными плоскостями.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC: K – точка пересечения медиан треугольника, $\overline{AK} = \overline{a}$, $\overline{AC} = \overline{b}$. Разложить $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$.по векторам $\overline{a}$ и $\overline{b}$.
2. Даны векторы $\bar{a} = \{2; 3\}$, $\bar{b}\{1; -3\}$, $\bar{c}\{-1; 3\}$. При каком значении коэффициента α векторы $\bar{p} = \bar{a} + \alpha\bar{b}$ и $\bar{q} = \bar{a} + 2\bar{c}$ коллинеарны?
3. Даны векторы $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$, $\bar{b} = -2\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$. Найти: $\bar{x} = (\bar{a} - \bar{b}) \times (2\bar{b})$; $|\bar{x}|$.
4. Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет и уравнения директрис эллипса $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$.
5. Найти длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость $20x - 5y + 4z - 210 = 0$ и угол, образованный этим перпендикуляром с осью Oz.

Вариант 3

1. В параллелограмме $ABCD$: E и F – середины сторон BC и CD,

...... $\overline{AE}=\overline{a}$, $\overline{AF}=\overline{b}$. Выразить векторы $\overline{BD}$ и $\overline{AD}$ через векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

2. Даны вершины треугольника $A(3;-1;5)$, $B(4;2;-5)$, $C(-4;0;3)$. Найти длину медианы, проведенной из вершины A.

3. Даны $|\bar{a}|=1$, $|\bar{b}|=2$, $(\widehat{\bar{a},\bar{b}})=\frac{2}{3}\pi$. Найти: $|\bar{a}\times\bar{b}|$; $|(\bar{a}+2\bar{b})\times(-\bar{a}+2\bar{b})|$.

4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.

$$3x^2-y^2+12x-4y-4=0.$$

5. Построить плоскости, заданные уравнениями:
1) $2y-5=0$;
2) $x+z-1=0$; 3) $3x+4y+6z-12=0$.

Вариант 4

1. Радиус-вектор точки M составляет с осью Oy угол 60°, а с осью Oz угол 45°; его длина $|\overline{r}|=8$. Найти координаты точки M, если ее абсцисса отрицательна.

2. Найти координаты вектора $\bar{a}$, если $|\bar{a}|=3$ и углы между вектором и координатными осями равны: $\alpha=\beta=\gamma$.

3. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол 45°. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}-2\bar{b}$ и $3\bar{a}+2\bar{b}$, если $|\bar{a}|=|\bar{b}|=5$.

4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.

$$9x^2-25y^2-18x-100y-316=0.$$

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через:
1) точку $M(-2;3;1)$ параллельно плоскости Oxy;
2) точку M и ось Oy.
Построить эти плоскости.

Вариант 5

1. В параллелограмме $ABCD$ обозначены: $\overline{AB}=\overline{a}$, $\overline{AD}=\overline{b}$. K – точка

   пересечения диагоналей параллелограмма. Выразить через $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

......векторы $\overline{KA}$., $\overline{KB}$, $\overline{KC}$ и $\overline{KD}$.

2.. Найти площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой $2x - 3y + 10 = 0$.

3. Упростить выражение $2i(j \times k) + 3j(i \times k) + 4k(j \times i)$.

4. Найти координаты центра и радиус окружности:

$$2x^2 + 2y^2 + 8x - 4y - 2 = 0.$$

5. Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки $(-3;5;4)$, $(2;4;6)$, $(3;14;6)$.

Вариант 6

1. В треугольнике ABC: $\overline{BC}=\overline{a}$, $\overline{CA}=\overline{b}$. Выразить.через $\overline{a}$ и $\overline{b}$

   векторы, совпадающие с медианами.треугольника.

2.. Показать, что четырехугольник с вершинами $A(-5;3;4)$, $B(-1;-7;5)$, $C(6;-5;-3)$ и $D(2;5;-4)$ есть квадрат.

3. Упростить выражение $(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{c} + (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{b} + (\bar{b} - \bar{c}) \times \bar{a}$.

4. Найти уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку $(4;-2)$.

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через:
   1) точку $A(5;-4;6)$ перпендикулярно оси Ox;
   2) точку A и отсекающей равные отрезки на положительных координатных полуосях.
   Построить эти плоскости.

Вариант 7

1. В ромбе $ABCD$ даны диагонали $\overline{AC}=\overline{a}, \quad \overline{BD}=\overline{b}$. Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба.

2.. На оси Oy найти точку M, равноудаленную от точек $A(1; -4; 7)$ и $B(5; 6; -5)$.

3. Упростить выражение $(3\bar{i} - 4\bar{j} - 5\bar{k}) \times (2\bar{i} + 6\bar{j} - \bar{k})$

4. Показать, что уравнение $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$ определяет эллипс, найти его оси, координаты центра и эксцентриситет.

5. Найти расстояние от начала координат до плоскости, которая пересекает оси Ox, Oy, Oz в точках с координатами $a = -6$, $b = 3$, $c = 3$.

Вариант 8

1. Сторона BC треугольника ABC разделена на пять равных частей и все точки деления D_1, D_2, D_3, D_4 соединены с противолежащей вершиной A. Обозначены: $\overline{AB}=\overline{a}, \quad \overline{BC}=\overline{b}$ ..Выразить через $\overline{a}$ и $\overline{b}$.векторы $\overline{D_1A}$, $\overline{D_2A}$, $\overline{D_3A}$ и $\overline{D_4A}$.

2.. Луч образует с двумя осями координат углы в $60°$. Под каким углом наклонен он к третьей оси?

3. Даны $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 20$, $\bar{a}\bar{b} = 30$. Найти $|\bar{a} \times \bar{b}|$.

4. Составить уравнение эллипса, проходящего через точки $M_1(2; -4\sqrt{3})$ и $M_2(-1; 2\sqrt{15})$.

5. Привести к каноническому виду уравнение прямой

$$\begin{cases} x - y + 2z + 1 = 0, \\ x + y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 9

1. В равнобочной трапеции $ABCD$ известно нижнее основание $\overline{AB} = \bar{a}$,..бо-
ковая сторона $\overline{AD} = \bar{b}$.и угол между ними $\angle A = \pi / 3$. Выразить через $\bar{a}$.
..... и $\bar{b}$ векторы, составляющие остальные стороны и диагонали трапеции..

2. Разложить вектор $\bar{c} = \{8; 4\}$ по векторам $\bar{a} = \{1; 2\}$ и $\bar{b} = \{2; -3\}$.
3. Дано: $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 26$, $|\bar{a} \times \bar{b}| = 72$. Найти $\bar{a}\bar{b}$.
4. Построить линию: $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$.
5. Найти направляющий вектор прямой $\begin{cases} x = 2, \\ z = 4. \end{cases}$

Вариант 10

1. В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ даны: $\overline{AB} = \bar{a}$, $\overline{AE} = \bar{b}$ .. Разложить по этим двум векторам $\overline{AC}$,. $\overline{AD}$,. $\overline{AF}$ и $\overline{EF}$ ..

2.. Даны векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Коллинеарны ли векторы $\bar{c} = \bar{a} - 2\sqrt{3} \cdot \bar{b}$ и $\bar{d} = -\sqrt{3} \cdot \bar{a} + 6 \cdot \bar{b}$?

3. Найти единичный вектор $\bar{e}$, перпендикулярный каждому из векторов $\bar{a} = \{3; -1; 2\}$ и $\bar{b} = \{-1; 3; -1\}$.

4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.

$$x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 8 = 0.$$

5. Привести к каноническому виду прямую $\begin{cases} x + 2y + z - 6 = 0, \\ 2x - y - 4z + 1 = 0. \end{cases}$

Контрольная работа 3

Вариант 1

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{3n^2 - 2n + 8}{5n^2 + 3n - 9}$

2. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$

3. $\lim\limits_{x \to 1} \left(x - \sqrt{x^2 + 8} \right)$

4. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$

5. $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{\sqrt{x+7} - 2}{x + 3}$

6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^3(2x)}{x^2 \cdot arctg(3x)}$

7. $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4} - 3}$

8. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+3x)}{e^{2x} - 1}$

Вариант 2

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+2n^2+8}{5n^2+3n^3+19}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2}{n+5}\right)^{5n}$
3. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-2x+6}{2^x-2}$
4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x^3+3x^2}{\sqrt{x^2+16}-4}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin^2(4x)}{x\cdot tg(2x)}$
7. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-2x-8}{e^{x-4}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5^{6x}-1}{\ln(1+8x)}$

Вариант 3

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n^4+8}{5n^2-3n^3-9}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+5}{3n-2}\right)^{n+5}$
3. $\lim\limits_{x\to-2}\left[\ln(x+3)-x^2+5\right]$
4. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-7x+12}{2x^2-12x+18}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2-4x}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\cdot tg(5x)}{\arcsin^3(2x)}$
7. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sin(x-4)}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1-7x)}{e^{5x}-1}$

Вариант 4

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^5-2n^4+1}{n^2-3n^5-8}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n+6}{5n+5}\right)^{2n-1}$
3. $\lim\limits_{x\to3}\left(\sqrt{2x^2-9}-2x\right)$
4. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-4}{x^2-x-6}$
5. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3-\sqrt{x^2+8}}{2x-2}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin(5x)}$
7. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3^{2x-4}-1}{x^2-4}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{4x}-1}{\ln(1-2x)}$

Вариант 5

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-5n+5}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+3}\right)^{5-n}$
3. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-4x+2}{3x^2+5x-6}$
4. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}$
5. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x-6}{5-\sqrt{x+23}}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos(2x)}{tg^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(2x-6)}{4-\sqrt{x+13}}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{7^{3x}-1}$

Вариант 6

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2-2n+4}-3n\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n-3}{10n+4}\right)^{5n-2}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{5x+1}{5x-7}\right)^{x^2}$

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+2x-3}{4x^2-x-5}$

5. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\cdot\sin^2(4x)}{arctg^4(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+2x-3}{e^{3x-3}-1}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{8^{4x}-1}{\ln(1+9x)}$

Вариант 7

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n^2-\sqrt{4n^4+2n-1}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n+7}\right)^{3n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3^{x-3}-1}{2^{x-2}-1}$

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^3-3x^2-2x}{x^2-5x+6}$

5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(4x)}{x\cdot tg^2(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3-\sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x)}{e^{-6x}-1}$

Вариант 8

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-4n+10}-n\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n-1}{4n+5}\right)^{6-2n}$

3. $\lim\limits_{x\to -3}\left(\sqrt{x^2+16}-x+1\right)$

4. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+x-15}{x^2-9}$

5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{15-5x}{3-\sqrt{4x-3}}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2(6x)}{arctg^2(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7^{3x+3}-1}{6x^2+7x+1}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-3x}-1}{\ln(1+5x)}$

Вариант 9

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{16n^2-2n+7}-4n\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{6n-4}{6n+5}\right)^{-2n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\ln(2x+9)}{x^2-1}$

4. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-8x+16}{2x^2-5x-12}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(5x)}{1-\cos(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-8x-4}{arctg(8-4x)}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+7x)}{8^{4x}-1}$

Вариант 10

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4-3n^2+11}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{7n+2}{7n-4}\right)^{3n+2}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x+3}{x+4}\right)^{x-5}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{7x^2-5x-2}{-x^2+3x-2}$

5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+24}-5}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{x^2-1}-1}{\sqrt{2x+7}-3}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{7x}-1}{\ln(1+10x)}$

Вариант 11

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3n-\sqrt{9n^2-2n+5}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{8n-3}{8n+1}\right)^{5-4n}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3^x-1}{2x^2-4x+3}$

4. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x^2-5x-25}{x^2-25}$

5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4-\sqrt{6x-2}}{9-3x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3\cdot\arcsin^2(3x)}{tg^5(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sin(4x-4)}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-9x}-1}{\ln(1-6x)}$

Вариант 12

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+5n^2+4}-n^2\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{9n+2}{9n-5}\right)^{3n+4}$

3. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2x+5}{\ln(x+3)}$

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2-x-6}{3x^3+4x^2+x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^3+3x^2}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^3(5x)}{arctg^3(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-12x)}{e^{4x}-1}$

Вариант 13

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(5n-\sqrt{25n^2+4n+4}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n+51}{10n-64}\right)^{20n+4}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-3x+4}{2x^2-6x+1}$ 4. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{2x^2+12x+18}$

5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{3x+10}-1}{2x+6}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(6x)}{x\cdot arctg(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(3x-6)}{2-\sqrt{x+2}}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x)}{2^{-10x}-1}$

Вариант 14

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+2n^2-6}-n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{11n-2}{11n+3}\right)^{4-5n}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left[\ln\left(x^2+3\right)-\ln\left(3x^2+1\right)\right]$ 4. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-36}{2x^2-11x-6}$

5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x+6}{7-\sqrt{19-10x}}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^4(2x)}{tg^4(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x^2-7x-15}{e^{x^2-25}-1}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4^{-8x}-1}{\ln(1-16x)}$

Вариант 15

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4-3n+2}-n^2\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+5}\right)^{5n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to -2}\left(\sqrt{x^2+12}-\sqrt{3x^2-3}\right)$ 4. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{-4x^2+3x+27}{2x^2-5x-3}$

5. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot arctg^2(7x)}{\arcsin^3(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{3-\sqrt{4x+21}}{tg(5x+15)}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{20x}-1}{\ln(1+5x)}$

Контрольная работа 4

Вариант 1

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\ln\left(x^2-15\right)}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 2x^5 - \dfrac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$
2. $y = \dfrac{2\arcsin x + 3^x}{4\ln x - 2x^2}$
3. $y = \ln\sin(2x+5)$
4. $y = x^{\ln x}$
5. $y = \left(e^x - 3\cos x\right)\left(5 - 4\log_2 x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1+2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^3+4}{x^2}.$$

Вариант 2

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3^{x-1}-1}{\ln(2x-1)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \dfrac{2}{x^4}$
2. $y = \dfrac{4\arccos x - e^x}{3\log_2 x + 5x^3}$
3. $y = \dfrac{1}{2}\sin^4(\cos x)$
4. $y = x^{\arcsin x}$
5. $y = \left(2^x + 4\sin x\right)\left(3\ln x - 2\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arctg\, 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x-1}$.

Вариант 3

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{e^{x+3}-1}{\ln(2x+9) - \ln 3}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \dfrac{4}{x^2}$
2. $y = \dfrac{2\ln x - 8x^4}{4^x - 2arcctgx}$
3. $y = \arccos(ctg\, 4x)$
4. $y = x^{\sqrt{x+1}}$
5. $y = \left(5tgx - e^x\right)\left(4\log_7 x + 3\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1-4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \dfrac{2}{x^2+2x}$.

Вариант 4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\ln(x^2-3)}{4^{x+2}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 7\sqrt{x} - \dfrac{2}{x^5} - 3x^3$
2. $y = \dfrac{e^x + 6\arcsin x}{5x^2 - 2\log_4 x}$
3. $y = arctge^{2x}$
4. $y = (tgx)^{x^3}$
5. $y = (8ctgx + 3^x)(2\ln x - 5)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arctg3t, \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \dfrac{4x^2}{3+x^2}$.

Вариант 5

1 Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.I $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\ln(9-4x)}{e^{3x-6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 7x + \dfrac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$
2. $y = \dfrac{7^x - 3\arccos x}{4x^3 + 3\ln x}$
3. $y = \ln(\arcsin 3x)$
4. $y = (\sin x)^{\cos x}$
5. $y = (e^x - 4tgx)(3 + 7\log_3 x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1+6t), \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \dfrac{12x}{9+x^2}$.

Вариант 6

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{5^{2x-3}-5^5}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=5x^2-\sqrt[3]{x^4}+\dfrac{4}{x^3}$ 2. $y=\dfrac{7x^2+4\log_3 x}{2e^x-5arcctgx}$

3. $y=e^{tg(3x-2)}$ 4. $y=(\arcsin x)^{x^2+1}$

5. $y=\left(5^x+2\cos x\right)\left(10-3\ln x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg4t, \\ y=t^4+4t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^2-3x+3}{x-1}.$$

Вариант 7

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3^{5x+10}-1}{\ln\left(4x+9\right)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=3x^5-\sqrt{x^3}+\dfrac{10}{x^5}$ 2. $y=\dfrac{3arctgx-5^x}{4\ln x-5x^6}$

3. $y=\ln\left(e^{2x}+3\right)$ 4. $y=\left(\sin x\right)^{\sqrt{x}}$

5. $y=\left(e^x+6ctgx\right)\left(9+7\log_6 x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(1-5t\right), \\ y=t^5-10t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{4-x^3}{x^2}$.

Вариант 8

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 2}\left(2-x\right)tg\dfrac{\pi x}{4}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\sqrt[3]{x^7}-4x^6+\dfrac{4}{x^5}$ 2. $y=\dfrac{2\arccos x+e^x}{3\log_2 x-7x^3}$

3. $y=3^{-\arcsin(6x)}$ 4. $y=\left(x^3-1\right)^x$

5. $y=\left(7^x-4\sin x\right)\left(4+3\ln x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arctg5t, \\ y = 5t^2 - 20t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}.$$

Вариант 9

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.I $\lim\limits_{x \to 3} \frac{tg(2\pi x)}{2x^2 - 6x}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$ 2. $y = \frac{5\ln x + 3x^4}{6\arcsin x - 2^x}$

3. $y = (1 + \sin 2x)^{10}$ 4. $y = (x^4 + 5)^{ctgx}$

5. $y = (4\log_5 x - e^x)(6 - 5tgx)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(2 + 3t), \\ y = t^6 - 3t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}.$

Вариант 10

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.I $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{3^{x-1} - 1}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$ 2. $y = \frac{5\arccos x - e^x}{4\log_5 x - 6x^3}$

3. $y = 2^{\arcsin 5x}$ 4. $y = (\ln x)^x$

5.
$y = (10\ln x + 6^x)(2\sin x - \sqrt{3})$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arctg6t, \\ y = 3t^4 + 2t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

Вариант 11

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{e^{x-3}-e^{2}}{4^{10-2x}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2\sqrt{x^{3}}+3x^{2}-\dfrac{2}{x^{5}}$ 2. $y=\dfrac{6^{x}-3arctgx}{5x^{2}-9\ln x}$

3. $y=\left(1+\cos 3x\right)^{6}$ 4. $y=(\arccos x)^{x^{2}}$

5. $y=\left(e^{x}-7\log_{3}x\right)\left(\sqrt{2}-3tgx\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(5-4t\right), \\ y=t^{8}+2t^{4}. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^{2}}{(x-1)^{2}}.$$

Вариант 12

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\ln\left(3x-14\right)}{4^{2x-10}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=4x^{3}-\sqrt[5]{x^{2}}+\dfrac{6}{x^{2}}$ 2. $y=\dfrac{8x^{4}-7\log_{8}x}{e^{x}+2\arcsin x}$

3. $y=\ln tg\left(4x-1\right)$ 4. $y=(\sin x)^{x^{3}}$

5. $y=\left(4^{x}+6\ln x\right)\left(8+3\cos x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg7t, \\ y=7t^{4}-21t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{12-3x^{2}}{x^{2}+12}.$$

Вариант 13

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 3}(2x-6)tg\dfrac{\pi x}{6}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=5x^{3}-\dfrac{8}{x^{2}}+4\sqrt{x}$ 2. $y=\dfrac{9^{x}-3\arccos x}{5x^{3}+8\ln x}$

3. $y=\sin\left(e^{4x+3}\right)$ 4. $y=\left(x^2+2\right)^{3x}$

5. $y=\left(e^x-5\log_8 x\right)\left(6ctgx-1\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(8-7t\right), \\ y=t^7-7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{-8x}{x^2+4}.$$

Вариант 14

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{1+\cos\left(x/2\right)}{\left(x-2\pi\right)^2}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{9}{x^3}+\sqrt[3]{x^4}+5x^4$ 2. $y=\dfrac{5\arccos x-e^x}{2\log_4 x-6x^2}$

3. $y=\arcsin\left(\ln\left(2x\right)\right)$ 4. $y=x^{arctgx}$

5. $y=\left(2^x+3\ln x\right)\left(4\cos x+11\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arcctg7t, \\ y=t^7-7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{3x^4+1}{x^3}.$$

Вариант 15

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1.1 $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{e^{3x+12}-1}{\ln\left(3x+13\right)}.$

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{4}{x^5}+\sqrt[5]{x^2}-7x^3$ 2. $y=\dfrac{4\ln x-3x^6}{7arcctgx+8^x}$

3. $y=\ln\left(1+arctg2x\right)$ 4. $y=\left(\cos x\right)^{tgx}$

5. $y=\left(e^x-5\log_4 x\right)\left(9\sin x-12\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(4+3t\right), \\ y=6t^3-15t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{4x}{(x+1)^2}.$$

Контрольная работа 5

Вариант 1

1. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.
2. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$
3. $\int \frac{3x^2+x^5e^x-4}{x^5}dx$
4. $\int (3x-2)\cos 2x\,dx$
5. $\int \frac{x^3-8x-14}{(x+2)(x-4)}dx$
6. $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$

Вариант 2

1. $\int \sin^5 x \cos x dx$.
2. $\int \frac{1}{\sqrt{x}+5}dx$
3. $\int (5+4x)\sin 7x\,dx$
4. $\int \frac{5x^2+11x+2}{x(x+1)^2}dx$
5. $\int \frac{(x+5)^2}{x^5}dx$
6. $\int \sqrt{256-x^2}dx.$

Вариант 3

1. $\int \frac{\sqrt[6]{\ln x}}{x}dx$.
2. $\int \frac{\sqrt{x+9}+1}{\sqrt{x+9}-1}dx$
3. $\int (2x-21)e^{7x}dx$
4. $\int \frac{x^3+2x^2-18x+17}{(x-3)(x+5)}dx$
5. $\int \frac{6x^2-x^5\sin x+22x}{x^5}dx$
6. $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$

Вариант 4

1. $\int \frac{x^2}{x^3-9}dx$.
2. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{4x+1}}dx$
3. $\int (4+x)7^x dx$
4. $\int \frac{x^3+9x^2+11x-20}{x^2(x+5)}dx$

5. $\int (x-2)(x^2+2x+4)dx$

6. $\int \frac{dx}{1+\cos x+\sin x}$

Вариант 5

1. $\int e^{-2\sin x}\cos x dx$.

2. $\int \frac{1}{2+\sqrt{x}}dx$

3. $\int \left(x^3+5x+1\right)\ln x dx$

4. $\int \frac{3x^2-5x+8}{(x-1)(x^2+1)}dx$

5. $\int \frac{(x^3+3)^2}{x^5}dx$

6. $\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x+3\sin^2 x}$

Вариант 6

1. $\int \frac{(arctgx)^5}{1+x^2}dx$.

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+5}+\sqrt{(x+5)^3}}$

3. $\int 4x\ arctgx\ dx$

4. $\int \frac{-3x^2+4x-4}{(x+4)(x^2+1)}dx$

5. $\int \frac{(6x\ -3)^2}{x}dx$

6. $\int \frac{dx}{\cos^3 x\sin^5 x}$

Вариант 7

1. $\int \frac{(10x-4)}{\sqrt{5x^2-2x+1}}dx$.

2. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6}dx$

3. $\int \left(5x^2-16x^4-2\right)\ln x\ dx$

4. $\int \frac{5x^2-29}{(x+2)(x-1)(x+3)}dx$

5. $\int \frac{e^x x^6+4x^6\sin x+9x^4}{x^6}dx$

6. $\int \frac{dx}{2+\sin x}$

Вариант 8

1. $\int e^{x^6}\cdot x^5 dx$.

2. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$

3. $\int 6\arcsin x\ dx$

4. $\int \frac{x^3+x^2+3x+7}{(x-1)(x+2)}dx$

5. $\int \frac{2x^3+x^2\sin 6x+x}{x^2}dx$

6. $\int \frac{dx}{5+5\cos x+\sin x}$

Вариант 9

1. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$.

2. $\int x\sqrt{6-x}dx$

3. $\int (3+9x)\cos 8x\, dx$

4. $\int \frac{2x^2-5x+2}{(x-3)(x+2)} dx$

5. $\int \frac{(2x-3)^2}{x^3} dx$

6. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

Вариант 10

1. $\int \frac{x}{\left(6+x^2\right)^2} dx$.

2. $\int \frac{dx}{(4+x)\sqrt{x}}$

3. $\int (6x+2)\sin 6x\, dx$

4. $\int \frac{-x^2+6x-3}{(x+3)(x^2+1)} dx$

5. $\int \left(\frac{x+3}{x^2}\right)^2 dx$

6. $\int \sqrt{4-x^2}\, dx$.

2 СЕМЕСТР

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Буквы азбуки Морзе представляют собой набор “точек” и “тире”. Сколько букв может быть в азбуке Морзе, если буква не должна содержать более четырех знаков?
2. Найти число таких перестановок семи учеников, сидящих на скамейке, чтобы три определенных ученика находились рядом.
3. У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом № 1, и 4 детали завода № 2. Наудачу взяты 2 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1.
4. В первом ящике 6 шаров: 1 белый, 2 красных и 3 синих. Во втором ящике 12 шаров: 2 белых, 6 красных, 4 синих. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что среди вынутых шаров нет синих?
5. В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 10 небракованных. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Вариант 2

1.I Сколькими способами можно расположить в ряд 3 белые и 2 черные карточки так, чтобы черные карточки не лежали рядом?
2.I В атомашине 7 мест. Сколькими способами семь человек могут усесться в эту машину, если занять место водителя могут только трое из них?
3.I Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму — 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым — 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.
4.I Вероятность того, что при одном броске мяч попадет в корзину, равна 0,6. Сколько бросков должен сделать игрок, чтобы с вероятностью не менее 0,8 мяч попал в корзину хотя бы один раз?
5.I В коробке 4 желтых, 2 зеленых и 5 красных деталей. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали - разных цветов.

Вариант 3

1.I Три автора должны написать книгу из 8 глав, причем первый и третий должны написать по 3 главы, а второй – 2 главы книги. Сколькими способами можно распределить главы между авторами?
2.I Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3,4?
3.I Детали обрабатываются станками двух типов. Производительность первого станка в полтора раза превышает производительность второго. Найти вероятность того, что взятые наугад 3 детали обработаны одним и тем же станком.
4.I В партии деталей бракованных в три раза меньше, чем небракованных. Найти вероятность того, что среди 10 взятых деталей хотя бы одна бракованная.
5.I В первой урне 2 белых, 3 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 10, 4 и 6. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она красная.

Вариант 4

1.I Известно, что крокодил имеет не более 68 зубов. Доказать, что среди 16^{17} крокодилов может не оказаться двух крокодилов с одним и тем же наборов зубов.
2.I На студенческой конференции хотят выступить три студента факультета А и три студента факультета В. Но участниками могут быть три человека. Найти число групп из трех человек, которые могут быть участниками студенческой конференции.
3.I Мишень состоит из двух концентрических кругов радиусами 10 и 15 см. Считая равновозможным попадание в любую часть большего круга, определить

вероятность того, что при двух выстрелах будет одно попадание в круг меньшего радиуса.

4. В ящике 10 красных, 10 зеленых и 10 желтых деталей. Найти вероятность того, что среди пяти наудачу взятых деталей: 2 красных, 2 зеленых и 1 желтая деталь.
5. В первой урне 4 белых и 5 красных деталей, во второй соответственно 2 и 3. Из каждой урны наудачу извлекаются по одной детали. Затем из этих двух деталей – одна деталь. Найти вероятность того, что она окажется красной.

Вариант 5

1. На первой из двух параллельных прямых лежат 4 точки, на второй – 3. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
2. Сколькими способами можно расселить 9 студентов в 3 комнатах, расчитанных на трех человек каждая?
3. В первой урне 5 белых, 7 синих и 9 красных деталей, во второй соответственно 6, 10 и 4. Из обеих урн наудачу извлекаются по две детали. Найти вероятность того, что среди них нет синих.
4. В первой урне 3 белых, 2 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 7, 1 и 2. Из каждой урны наудачу извлекаются по одной детали. Затем из этих двух деталей – одна деталь. Найти вероятность того, что она окажется красной.
5. Вероятность того, что событие A появится хотя бы один раз при двух независимых испытаниях, равна 0,75. Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что вероятность появления события в обоих испытаниях одна и та же).

Вариант 6

1. Автомобильные номера состоят из трех букв (всего используются 30 букв) и четырех цифр. Сколько автомобилей можно занумеровать так, чтобы все буквы были разные, а цифры возрастали?
2. В чемпионате участвуют 9 команд, среди которых 3 команды экстракласса. Для уменьшения общего числа игр команды путем жеребьевки разбиваются на 3 равные подгруппы. Какова вероятность того, что эти 3 команды окажутся: а) в разных подгруппах; б) в одной подгруппе?
3. Группа, состоящая из 6 человек, занимает места с одной стороны прямоугольного стола. Найти вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом, если а) число мест равно 6; б) число мест равно 10.
4. В первой урне 3 белых, 2 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 4, 1 и 5. Из первой урны наудачу извлекаются две детали, из второй - три. Найти вероятность того, что среди них нет синих.
5. В первой урне 3 белых, 2 синих и 5 красных деталей, во второй соответственно 7, 1 и 2. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она красная.

Вариант 7

1.I Сколькими способами 10 элементов можно разбить на пары, если разбиения, отличающиеся только порядком элементов внутри пар и порядком расположения пар, считаются одинаковыми?
2.I Группа, состоящая из 5 человек, занимают места за круглым столом в случайном порядке. Сколькими способами их можно разместить за столом так, чтобы два определенных лица сидели рядом?
3.I Числа 1,2,...,9 записываются в случайном порядке. Найти вероятность того, что на четных местах будут стоять четные числа.
4.I В каждом из двух ящиков: 4 небракованные детали и 1 бракованная. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.
5.I Три команды $A1$, $A2$, $A3$ спортивного общества A состязаются соответственно с тремя командами общества B. Вероятности того, что команды общества A выиграют матчи у команд общества B, таковы: при встрече $A1$ с $B1$ — 0,8; $A2$ с $B2$ — 0,4; $A3$ с $B3$ — 0,4. Для победы необходимо выиграть не менее двух матчей из трех (ничьи во внимание не принимаются). Победа какого из обществ вероятнее?

Вариант 8

1.I Сколькими способами на шахматной доске можно расставить 8 ладей одного цвета, чтобы они не били друг друга и стояли только на черных клетках?
2.I В колоде 36 карт. Сколько существует комбинаций из 6 карт, содержащих ровно 2 туза?
3.I Вероятность того, что событие появится хотя бы один раз в трех независимых в совокупности испытаниях, равна 0,936. Найти вероятность появления события в одном испытании (предполагается, что во всех испытаниях вероятность появления события одна я та же).
4.I В ящике 5 красных, 5 зеленых и 5 желтых деталей. Найти вероятность того, что среди шести наудачу взятых деталей: 5 красных и 1 желтая деталь.
5.I В первой урне 1 белая, 2 синих и 7 красных деталей, во второй соответственно 2, 3 и 5. Из первой урны одну деталь переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли деталь. Найти вероятность того, что она красная.

Вариант 9

1.I Сколькими способами можно составить расписание занятий на понедельник, если в этот день должно быть пять занятий: по алгебре, геометрии, истории, географии и литературе, причем алгебра и геометрия не должны следовать непосредственно друг за другом?
2.I 12 команд разделили на три группы по 4 команды в каждой. Сколько может быть различных составов групп?
3.I Монета бросается до тех пор, пока 2 раза подряд она не выпадет одной и той же стороной. Найти вероятность того, что опыт окончится до шестого бросания.

4.I В ящике 2 красные, 2 синие и 2 желтые детали. Найти вероятность того, что при последовательном извлечении всех деталей красная деталь появится раньше желтой детали.

5.I В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 8 небракованных. Из первой урны две детали переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли одну деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Вариант 10

1.I Сколькими способами можно распределить 2 экземпляра одной книги, 3 – другой и 4 – третьей между 15 людьми, если каждому вручается не более одной книги?

2.I Сколькими способами можно расставить на полке семь книг, если а) две определенные книги должны всегда стоять рядом, б) эти две книги не должны стоять рядом?

3.I Из последовательности чисел 1, 2, ..., 10 наудачу одно за другим выбираются два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 7, а другое больше 7.

4.I В коробке 3 желтых, 2 зеленых и 5 красных карандашей. Найти вероятность того, что два наудачу взятых карандаша - разных цветов.

5.I В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 2 небракованные. Из первой урны две детали переложили во вторую. Затем из второй урны извлекли одну деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Контрольная работа №2

Вариант 1

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны $M(X) = 3$, $M(Y) = 6$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 4$.

Задание 2. В ящике 5 карточек с номерами от 1 до 5. Извлекли 2 карточки. X – произведение номеров извлеченных карточек. Найти F(x), D(X), M(X), D(2X).

Задание 3. Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

Найти p_2, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 2

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 4X - Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 7$, $D(X) = 2$, $D(Y) = 4$.

Задание 2. Из полного набора 28 костей домино наудачу извлекается кость. X – сумма очков на ее половинах. Найти D(X).

Задание 3. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле равна 0,8. Стрелок производит последовательные выстрелы до тех пор, пока не промахнется, но не более 5 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

Найти p_3, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 3

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X - 5Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 6$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 3$.

Задание 2. В ящике 25 деталей, из них 5 бракованных. Извлечены одновременно три детали. Найти дисперсию числа извлеченных бракованных деталей среди этих трех.

Задание 3. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания, либо до полного израсходования патронов, число которых равно 4. Найти закон распределения числа израсходованных патронов, если вероятность попадания в мишень равна 0,2.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	p_1	0,1	0,4

Вариант 4

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X + 3Y$, если известны: $M(X) = 1$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 6$.

Задание 2. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины X – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

Задание 3. На пути движения лошади 4 препятствия. Лошадь преодолевает препятствие либо останавливается и дальше препятствия не преодолевает. Вероятность преодоления препятствия 0,6. Составить закон распределения числа пройденных препятствий до остановки.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-3	1	5
p_i	0,1	p_2	0,3

Найти p_2, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 5

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 4Y$, если известны: $M(X) = -3$, $M(Y) = 0$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 6$.

Задание 2. Найти среднее число лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 20 билетов, а вероятность выигрыша одного билета равна 0,1. Найти дисперсию числа успехов в данном опыте.

Задание 3. Имеется 4 детали. Вероятность того, что деталь будет хорошего качества равна 0,7. Составить закон распределения числа деталей хорошего качества.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-1	1	2
p_i	0,1	p_2	0,2

Найти p_2, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 6

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X - 4Y$, если известны: $M(X) = -6$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 5$.

Задание 3. На пути следования поезда установлены 4 семафора. Каждый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает поезду дальнейшее движение. Составить ряд распределения вероятностей числа семафоров, пройденных поездом до первой остановки.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-4	1	2
p_i	0,5	p_2	0,3

Найти p_2, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 7

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 2X - 7Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = -2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.

Задание 2. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Сколько надо произвести выстрелов, чтобы можно было ожидать в среднем 80 попаданий в цель?

Задание 3. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна, равна 0,3. Составить ряд распределения вероятностей числа библиотек, которые посетит студент, если в городе 4 библиотеки.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	1	2
p_i	p_1	0,2	0,3

Найти p_1, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 8

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X - Y$, если известны $M(X) = 0$, $M(Y) = -3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 3$.

Задание 2. В ящике 10 деталей, из них 3 бракованных. Извлечены одновременно три детали. Найти математическое ожидание числа бракованных деталей среди этих трех.

Задание 3. Каждые сутки со станции отправляются по два скорых поезда. Вероятность своевременного прибытия их на конечный пункт составляет соответственно 0,98 и 0,95. Составить ряд распределения числа поездов, которые прибудут в пункт назначения без опоздания.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-4	-1	2
p_i	p_1	0,2	0,4

Найти p_1, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 9

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X - 3Y$, если известны $M(X) = -5$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 6$, $D(Y) = 4$.

Задание 2. Дискретная случайная величина X распределена по закону Пуассона с параметром $a = 0{,}324$. Найти математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение этой случайной величины.

Задание 3. Экзаменатор задает студенту дополнительные вопросы. Вероятность того, что студент ответит на любой заданный вопрос, равна 0,9. Преподаватель задает не более трех вопросов и прекращает экзамен, как только студент обнаруживает незнание ответа. Составить закон распределения случайной величины X – числа дополнительных вопросов, которые задаст преподаватель.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	1	3	5
p_i	0,2	0,2	p_3

Найти p_3, $M(X)$, $D(X)$.

Вариант 10

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 4X + 5Y$, если известны: $M(X) = -3$, $M(Y) = 6$, $D(X) = 5$, $D(Y) = 3$.

Задание 2. Найти дисперсию случайной величины X — числа появлений событий A в двух независимых испытаниях, если $M(X) = 0{,}8$.

Задание 3. Игра состоит в набрасывании колец на колышек. Игрок получает 5 колец и бросает до первого попадания или до полного израсходования колец. Вероятность попадания при каждом броске 0,1. Составить ряд распределения случайной величины X – числа неизрасходованных при игре колец.

Задание 4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	3	4	5
p_i	0,3	0,4	p_3

Найти p_3, $M(X)$, $D(X)$.

Контрольная работа №3

Вариант 1

Задание 1. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону, а именно:

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-3x}, & \text{при } x\ge 0,\\ 0, & \text{при } x<0.\end{cases}$$

Найти: а) значение параметра λ, б) $M(X)$ и $D(X)$.

..

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \dfrac{x^2-4}{a}, & 2<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2{,}5;3)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 2

..

Задание 1. Непрерывная случайная величина X распределена по нормальному закону, а именно: $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-2)^2}{8}}$. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ \dfrac{3(x+1)}{a}, & -1<x\le \dfrac{1}{3},\\ 1, & x>\dfrac{1}{3}.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(-0{,}5;0{,}5)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 3

Задание 1. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на интервале $[0;3]$. Найти $M(X)$ и $\sigma(X)$.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{x^3}{a}, & 0<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2,5;3)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 4

Задача 1. X распределена нормально; $\sigma=5$. Найти длину интервала, симметричного относительно M(X), в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате испытания.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ \dfrac{x^2-x}{a}, & 1<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(1,5;2)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 5

Задача 1. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием 0 и со средним квадратическим отклонением 3. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях X окажется в интервале (0; 2,4) 20 раз.

Задача 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ \dfrac{x+2}{a}, & -2<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(-1,5;1,5)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 6

Задача 1. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону, а именно:

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & \text{при } x\ge 0,\\ 0, & \text{при } x<0.\end{cases}$$

Найти: а) значение параметра λ, б) $M(X)$ и $D(X)$.

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ a(4x+2), & 0\le x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение больше 1; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 7

Задание 1. Случайная величина X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 10 и 5. Найти вероятность того, что отклонение по абсолютной величине будет меньше двух.

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ a(2x-1), & 1\le x\le 2,\\ 0, & x>2.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение больше 1,5; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 8

Задание 1. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на интервале $[0;9]$. Найти $M(X)$ и $\sigma(X)$.

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ a(8x^2+4x), & 0\le x\le \frac{1}{2},\\ 0, & x>\frac{1}{2}.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение меньше 1; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 9

Задание 1. Случайная величина X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 10 и 5. Найти вероятность того, что отклонение на абсолютной величине будет меньше двух.

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<2,\\ a(x-2), & 2\le x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение больше 2,5; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 10

Задание 1. Непрерывная случайная величина X распределена по нормальному закону, а именно: $f(x)=\frac{1}{5\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+1)^2}{50}}$. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Задание 2. Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ a(2x+1), & 0\le x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) вычислить вероятность того, что величина примет значение меньше 1; 3) найти математическое ожидание и дисперсию.

Контрольная работа №4

Вариант 1

Задание 1. Выборочное исследование длительности горения ламп дало следующие результаты:

Интервалы	0-400	400-800	800-1200	1200-1600	1600-2000	2000-2400	2400-2800
Частота	121	95	76	56	45	38	23

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. В итоге 5 измерений получены следующие положительные отклонения от номинального размера у партии деталей (в мм): 17, 8, 23, 9, 23. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Телефонная компания желает оценить среднее время междугородних переговоров в течение выходных, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 30 звонков дала среднюю $\bar{x}=14{,}5$ мин со средним квадратическим отклонением $s=5{,}6$ мин. Постройте 95% доверительный интервал для средней продолжительности переговоров в выходные дни.

Вариант 2

Задание 1. Испытание элементов на время безотказной работы дали следующие результаты:

Интервалы	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
Частота	365	245	150	100	70	45	25

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. Время восстановления данных из одной партии (в наносекундах): 69, 73, 70, 69, 61, 66. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Производитель пальчиковых батареек желает оценить среднюю продолжительность их работы. Случайная выборка 12 батареек дала результаты: $\bar{x} = 34.2$ часа и $s = 5.9$ часа. Найдите 95%-ный доверительный интервал средней продолжительности жизни батареек.

Вариант 3

Задание 1. Регистрация времени прихода 800 посетителей выставки дала следующие результаты:

Интервалы	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8
Частота	259	167	109	74	70	47	40	34

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. Измерение емкости затвор – сток у 7 полевых транзисторов дали следующие результаты: 4,0; 2,0; 1,3; 0,7; 1,1; 0,9; 4,0. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Страховая компания оценивает среднюю сумму исков, предъявленных больницам за врачебные ошибки. Компания осуществила случайную выборку 165 исков и нашла $\bar{x} = 16.530$ и $s = 5.542$. Постройте 99% - ный доверительный интервал для средней суммы исков.

Вариант 4

Задание 1. Испытания элементов на длительность работы дали следующие результаты:

Интервалы	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
Частота	133	45	15	4	2	1

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. Измерены 8 сопротивлений определенного вида (в омах) 87, 95, 61, 81, 85, 101, 74, 108. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Бюро найма желает оценить средние ставки рабочих вакансий в определенной отрасли промышленности. Случайная выборка 60 вакансий дала $\bar{x} = 42.579\$$, и $s = 11.690$ \$. Постройте 95%-ный доверительный интервал для средних ставок по вакансиям в данной отрасли промышленности.

Вариант 5

Задание 1. Измерение роста 100 студентов дало следующие результаты:

Интервалы	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
Частота	10	14	26	28	12	8	2

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. Время решения контрольной задачи студентами 2 курса (в сек.): 38, 60, 50, 41, 61. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Автотранспортная компания желает оценить среднее время транзита грузов из столицы в северные регионы страны. Случайная выборка 20 партий товаров дала: $\bar{x} = 2,6$ дней и $s = 0,4$ дня. Постройте 99%-ный доверительный интервал для среднего времени транзита товаров.

Вариант 6

Задание 1. Исследование величины вкладов в одном из банков по 100 лицевым счетам дало результаты:

Интервалы	0-50	50-100	100-500	500-1000	1000-1500	1500-2000	2000-5000
Частота	5	10	15	30	25	10	5

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. Произведено 6 измерений входного напряжения (в вольтах): 3, 15, 48, 3, 21, 36. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Телефонная компания желает оценить среднее время междугородных переговоров в течение выходных, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 50 звонков дала среднюю $\bar{x} = 14,5$ мин со средним квадратическим отклонением $s = 5,6$ мин. Постройте 99%-ный доверительный интервал для средней продолжительности переговоров в выходные дни.

Вариант 7

Задание 1. В таблице приведены сгруппированные данные о коэффициенте соотношения заемных и собственных средств на 100 малых предприятиях региона

Интервалы	5,0-5,1	5,1-5,2	5,2-5,3	5,3-5,4	5,4-5,5	5,5-5,6	5,6-5,7	5,7-5,8
Частота	5	8	12	20	26	15	10	4

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2 Измерено время безотказной работы некоторого прибора (в сутках): 11, 9, 8, 12, 30, 20, 25. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3 «Страховая компания оценивает среднюю сумму исков, предъявленных больными за врачебные ошибки. Компания осуществила случайную выборку 165 исков и нашла $\bar{x} = 16,530$ и $s = 5,542$. Постройте 95% - ный доверительный интервал для средней суммы исков.

Вариант 8

Задание 1. Для изучения распределения заработной платы работников определенной отрасли обследовано 100 человек. Результаты приведены в таблице.

Интервалы	190-192	192-194	194-196	196-198	198-200	200-202	202-204	204-206	206-208
Частота	1	5	9	22	28	19	11	4	1

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. В результате 5 измерений получены следующие результаты предела выносливости стали при изгибе (Н/мм^2): 25, 30, 43, 43, 29. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Фирме необходимо оценить средний стаж работы менеджеров отрасли. Осуществлена случайная выборка 28 менеджеров, которая дала следующие результаты: $\bar{x} = 6,7$ лет и $s = 2,4$ года. Постройте 99%-ный доверительный интервал для среднего стажа работы менеджеров определенной отрасли.

Вариант 9

Задание 1. Распределение скорости автомобилей на одном из участков шоссе (км/ч).

Интервалы	61-65	65-69	69-73	73-77	77-81	81-85	85-89	89-93
Частота	1	4	3	8	14	9	7	2

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. В результате 6 измерений получены следующие результаты предела упругости стали при кручении (Н/мм^2): 43, 44, 55, 46, 44, 50. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Аналитик фондового рынка оценивает среднюю доходность определенных акций. Случайная выборка 15 дней показала, что средняя доходность составляет 10,37% со средним квадратическим отклонением 3,5%. Предположим, что доходность акций подчиняется нормальному закону распределения, постройте доверительный интервал для средней доходности интересующего аналитика вида акций с надежностью 0,95.

Вариант 10

Задание 1. Суммарное число набранных баллов в соревнованиях:

Интервалы	49-52	52-55	55-58	58-61	61-64	64-67	67-70
Частота	3	6	11	19	30	21	10

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. В течение 5 рабочих дней в цехе регистрировалось число вышедших из строя станков: 6, 3, 7, 6, 8. Рассматривая данные, как выборочные наблюдения случайной величины, найдите несмещенные точечные оценки генеральных средней и дисперсии.

Задание 3. Определение скорости самолета было проведено на 25 испытаниях, в результате чего было установлено, что она составила 870,3 м/сек. Найти 95% -ный доверительный интервал, если известно, что рассеивание скорости подчинено нормальному закону со средним квадратическим отклонением 2,1м/сек.

Контрольная работа №5

Вариант 1

Задание 1. Используя критерий χ^2, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n_i'	43	120	245	290	200	102

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Вариант 2

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,4	4,4	2,9	0,9	1,4

Вариант 3

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	5	10	20	8	7
Теоретическая частота n_i'	6	14	18	7	5

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,6	4,6	3,1	1,1	1,6

Вариант 4

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	6	8	13	15	20	16	10	7	15
Теоретическая частота n_i'	5	9	16	19	22	16	10	6	7

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,8	4,8	3,3	1,3	1,8

Вариант 5

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,025 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	14	18	32	70	20	36	10
Теоретическая частота n_i'	10	24	34	80	18	22	12

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	3	5	7	9	10	12
y	14	10	9	9	6	5

Вариант 6

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	5	7	15	14	21	16	9	7	6
Теоретическая частота n_i'	6	6	14	15	22	15	8	8	6

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4	5	3,5	3,5	2

Вариант 7

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	6	12	16	40	13	8	5
Теоретическая частота n_i'	4	11	15	43	15	6	6

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	2,8	3,8	2,3	0,3	0,8

Вариант 8

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	5	6	14	32	43	39	30	20	6	5
Теоретическая частота n_i'	4	7	12	29	48	35	34	18	7	6

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4,1	5,1	3,6	1,8	2,1

Вариант 9

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,025 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	5	13	12	44	8	12	6
Теоретическая частота n_i'	2	20	12	35	15	10	6

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4,6	5,6	3,9	1,9	2,4

Вариант 10

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	15	26	25	30	26	21	24	20
Теоретическая частота n_i'	10	17	26	32	34	30	22	22

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	4,6	5,6	4,1	2,1	2,6

ПРИЛОЖЕНИЕ №5

ОБРАЗЦЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕСТОВ

КОПТ №1 «Векторная алгебра»

Вариант: №1.

Тестируемый: ______________________ Дата: ______________

Задание №1

Векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\bar{a}| = 2, |\bar{b}| = 5, |\bar{c}| = 4$, вычислить $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0
2)		нет верного ответа
3)		40
4)		-40

Задание №2

Вычислить модуль вектора $\bar{a} = (3;-4;12)$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №3

Найти проекцию вектора $\bar{a} = -3\bar{i} + 8\bar{j}$ на ось Oy

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №4

Вычислить скалярное произведение векторов $\bar{a} = -2\bar{i} + \bar{j} - 8\bar{k}$, $\bar{b} = -4\bar{i} - 2\bar{j} - 3\bar{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №5

Найти $\bar{a} \times \bar{b}$. Если $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j}$, $\bar{b} = \bar{i} + 3\bar{j} + 5\bar{k}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		$5\bar{i} - 10\bar{j} + 5\bar{k}$
2)		$5\bar{i} + 10\bar{j} + 5\bar{k}$
3)		5
4)		$2\bar{i} - 9\bar{j} + 5\bar{k}$

Задание №6

При каком значении m векторы $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}$, $\bar{b} = m\bar{i} + 2\bar{j} + 4\bar{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №7

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках *A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6;3;7), D(-4;-3;7).*

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №8

Даны точки $A(-4;-5;-3)$ и $C(5;7;-6)$. Найти координаты вектора $\overline{AC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		(-2; 12; 8)
2)		(9; 12; -3)
3)		(1; 2; -9)
4)		(-20; -35; 18)

Задание №9

Даны векторы $\bar{a} = (0,1,0)$, $\bar{b} = (2,0,1)$, $\bar{c} = (3,1,-5)$. Вычислить $\bar{a} \times \bar{b} + \bar{a} \cdot \bar{c}$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №10

Даны векторы $\bar{b} = 3\bar{i} - \bar{j} + 5\bar{k}$, $\bar{c} = 4\bar{i} + \bar{j} + 4\bar{k}$.

Найти координаты вектора $2\bar{b} - \bar{c}$.

Запишите ответ:

Вариант: №2.

Тестируемый: ______________________ Дата: ____________________

Задание №1		
Вычислить модуль вектора $\overline{a}=(-7;-6;6)$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №2
Даны векторы $\overline{b}=\overline{i}-6\overline{j}+8\overline{k}$, $\overline{c}=3\overline{i}+5\overline{j}-2\overline{k}$. Найти координаты вектора $\overline{b}+\overline{c}$
Запишите ответ:
Не задан ответ!

Задание №3		
Найти проекцию вектора $\overline{a}=2\overline{i}+3\overline{j}+4\overline{k}$ на ось Oy		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №4		
Найти $\overline{a}\times\overline{b}$. Если $\overline{a}=-\overline{i}+3\overline{j}+4\overline{k}$, $\overline{b}=2\overline{i}+3\overline{k}$		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$9\overline{i}-11\overline{j}-6\overline{k}$
2)		10
3)		$5\overline{i}-11\overline{j}-7\overline{k}$
4)		$9\overline{i}+11\overline{j}-6\overline{k}$

Задание №5		
Векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $\lvert\overline{a}\rvert=2, \lvert\overline{b}\rvert=5, \lvert\overline{c}\rvert=4$, вычислить $\overline{a}\overline{b}\overline{c}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		0
2)		40
3)		-40
4)		нет верного ответа

Задание №6

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(3;1;1)$, $B(1;4;1)$, $C(1;1;6)$, $D(3;4;9)$.

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №7

Даны векторы $\bar{a}=(2,0,1)$, $\bar{b}=(3,-2,0)$, $\bar{c}=(4,2,4)$. Вычислить $\bar{b}\times\bar{c}+\left|\bar{a}\times\bar{b}\right|$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №8

При каком значении m векторы $\bar{a}=2\bar{i}+3\bar{j}-2\bar{k}$, $\bar{b}=\bar{i}+m\bar{j}+4\bar{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №9

Вычислить скалярное произведение векторов $\bar{b}=3\bar{i}-\bar{j}+5\bar{k}$, $\bar{c}=4\bar{i}+\bar{j}+4\bar{k}$

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №10

Даны точки $A(1;3;5)$ и $B(2;4;5)$. Найти координаты вектора $\overline{AB}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) (2; 12; 25)

2) (3; 7; 10)

3) (1; 1; 0)

4) (-1; -1; 0)

Вариант: №3.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1		
Найти $\bar{a}\times\bar{b}$. Если $\bar{a}=2\bar{i}+3\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=2\bar{j}+3\bar{k}$		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		3
2)		$11\bar{i}-7\bar{j}+\bar{k}$
3)		$11\bar{i}+6\bar{j}+4\bar{k}$
4)		$11\bar{i}-6\bar{j}+4\bar{k}$

Задание №2		
Даны точки $A(-4;-5;-3)$ и $B(3;1;2)$. Найти координаты вектора $\overline{AB}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		(6; 6; 6)
2)		(-7; -6; -5)
3)		(7; 6; 5)
4)		(-12; -5; -6)

Задание №3
Даны векторы $\bar{a}=-2\bar{i}+\bar{j}-8\bar{k}$, $\bar{b}=-4\bar{i}-2\bar{j}-3\bar{k}$. Найти координаты вектора $\bar{a}-2\bar{b}$
Запишите ответ:
Не задан ответ!

Задание №4		
Вычислить скалярное произведение векторов $\bar{a}=-4\bar{i}-\bar{j}+4\bar{k}$, $\bar{c}=3\bar{i}+5\bar{j}-2\bar{k}$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №5		
Найти проекцию вектора $\overline{a} = 2\overline{i} + 3\overline{j} + 4\overline{k}$ на ось Oz		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №6		
При каком значении m векторы $\overline{a} = 3\overline{i} + 4\overline{j} - \overline{k}$, $\overline{b} = 2\overline{i} - 2\overline{j} + m\overline{k}$ взаимно перпендикулярны		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №7		
Вычислить модуль вектора $\overline{a} = (4;4;-2)$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №8		
Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках *A(4;3;0), B(-1;2;1), C(3;4;1), D(5;6;2).*		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №9
Даны векторы $\overline{a} = (2,1,4)$, $\overline{b} = (3,0,3)$, $\overline{c} = (3,1,0)$. Вычислить $\overline{b} \times \overline{c} + \overline{a} \cdot \overline{c}$.
Запишите число:

Задание №10		
Векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $\lvert\overline{a}\rvert = 3, \lvert\overline{b}\rvert = 4, \lvert\overline{c}\rvert = 3$, вычислить $\overline{a}\overline{b}\overline{c}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		-36
2)		36
3)		0
4)		нет верного ответа

Вариант: №4.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1		
При каком значении m векторы $\bar{a}=\bar{i}+3\bar{j}-2\bar{k}$, $\bar{b}=m\bar{i}+2\bar{j}+4\bar{k}$ взаимно перпендикулярны		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №2		
Вычислить модуль вектора $\bar{a}=(2;-3;6)$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №3
Даны векторы $\bar{a}=-4\bar{i}-\bar{j}+4\bar{k}$, $\bar{c}=3\bar{i}+5\bar{j}-2\bar{k}$. Найти координаты вектора $\bar{a}-\bar{c}$.
Запишите ответ:

Задание №4		
Найти $\bar{a}\times\bar{b}$. Если $\bar{a}=3\bar{i}-\bar{j}$, $\bar{b}=4\bar{i}+2\bar{j}+5\bar{k}$		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		10
2)		$-7\bar{i}-9\bar{j}+2\bar{k}$
3)		$-5\bar{i}+15\bar{j}+10\bar{k}$
4)		$-5\bar{i}-15\bar{j}+10\bar{k}$

Задание №5		
Даны точки $A(1;3;5)$ и $C(-1;2;-8)$. Найти координаты вектора $\overline{AC}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		(2; 1; 13)

2)		(-2; -1; -13)
3)		(-1; 6; -40)
4)		(0; 5; -3)

Задание №6

Векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\overline{a}| = 3, |\overline{b}| = 4, |\overline{c}| = 3$, вычислить $\overline{a}\overline{b}\overline{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		нет верного ответа
2)		0
3)		36
4)		-36

Задание №7

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках *A(-4;-4;-3)*, *B(-2;-1;1)*, *C(2;-2;-1)*, *D(-1;3;-2)*.

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №8

Даны векторы $\overline{a} = (-1,0,-1)$, $\overline{b} = (2,2,0)$, $\overline{c} = (1,-1,2)$. Вычислить $\overline{a} \times \overline{c} + \overline{b} \cdot \overline{c}$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №9

Найти проекцию вектора $\overline{a} = -3\overline{i} + 8\overline{j}$ на ось Oz

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №10

Вычислить скалярное произведение векторов $\overline{b} = \overline{i} - 6\overline{j} + 8\overline{k}$, $\overline{c} = 3\overline{i} + 5\overline{j} - 2\overline{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Вариант: №5.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1		
Вычислить скалярное произведение векторов $\overline{b} = \overline{i} - 6\overline{j} + 8\overline{k}$, $\overline{c} = 3\overline{i} + 5\overline{j} - 2\overline{k}$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №2		
Вычислить модуль вектора $\overline{a} = (-7; -6; 6)$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №3
Даны векторы $\overline{a} = -4\overline{i} - \overline{j} + 4\overline{k}$, $\overline{c} = 3\overline{i} + 5\overline{j} - 2\overline{k}$. Найти координаты вектора $\overline{a} - \overline{c}$.
Запишите ответ:
Не задан ответ!

Задание №4		
Найти проекцию вектора $\overline{a} = 2\overline{i} + 3\overline{j} + 4\overline{k}$ на ось Ox		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №5		
Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(3;1;1)$, $B(1;4;1)$, $C(1;1;6)$, $D(3;4;9)$.		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №6		
Даны точки $B(3;1;2)$ и $C(5;7;-6)$. Найти координаты вектора $\overline{BC}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		(-2; -6; 8)

2)		(8; 8; -4)
3)		(2; 6; -8)
4)		(-9; 8; 3)

Задание №7

Найти $\bar{a}\times\bar{b}$. Если $\bar{a}=3\bar{i}+2\bar{k}$, $\bar{b}=-\bar{i}+4\bar{j}+2\bar{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		$-6\bar{i}-8\bar{j}+7\bar{k}$
2)		$8\bar{i}+8\bar{j}+12\bar{k}$
3)		1
4)		$-8\bar{i}-8\bar{j}+12\bar{k}$

Задание №8

Векторы $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\bar{a}|=2, |\bar{b}|=5, |\bar{c}|=4$, вычислить $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		40
2)		0
3)		-40
4)		нет верного ответа

Задание №9

Даны векторы $\bar{a}=(2,2,2)$, $\bar{b}=(3,2,-1)$, $\bar{c}=(4,2,0)$. Вычислить $\left|\bar{b}\times\bar{a}\right|-\bar{a}\cdot\left(\bar{b}\cdot\bar{c}\right)$.

Запишите число:

Задание №10

При каком значении m векторы $\bar{a}=3\bar{i}+4\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=2\bar{i}-2\bar{j}+m\bar{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	

Вариант: №6.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1

Вычислить модуль вектора $\bar{a} = (2; -3; 6)$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №2

Даны векторы $\bar{a} = -2\bar{i} + \bar{j} - 8\bar{k}$, $\bar{b} = -4\bar{i} - 2\bar{j} - 3\bar{k}$.
Найти координаты вектора $\bar{a} - 2\bar{b}$

Запишите ответ:

Задание №3

Найти проекцию вектора $\bar{a} = -3\bar{i} + 8\bar{j}$ на ось Ox

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №4

Найти $\bar{a} \times \bar{b}$. Если $\bar{a} = 3\bar{i} + 2\bar{k}$, $\bar{b} = -\bar{i} + 4\bar{j} + 2\bar{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		1
2)		$-8\bar{i} - 8\bar{j} + 12\bar{k}$
3)		$8\bar{i} + 8\bar{j} + 12\bar{k}$
4)		$-6\bar{i} - 8\bar{j} + 7\bar{k}$

Задание №5

Даны точки $B(2; 4; 5)$ и $C(-1; 2; -8)$. Найти координаты вектора $\overline{BC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		(-3; -2; -13)

2)		(-10; -2; -6)
3)		(1; 6; -3)
4)		(-2; 8; -40)

Задание №6

Векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\overline{a}| = 2, |\overline{b}| = 5, |\overline{c}| = 4$, вычислить $\overline{a}\overline{b}\overline{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0
2)		40
3)		-40
4)		нет верного ответа

Задание №7

При каком значении m векторы $\overline{a} = 2\overline{i} + 3\overline{j} - 2\overline{k}$, $\overline{b} = \overline{i} + m\overline{j} + 4\overline{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №8

Даны векторы $\overline{a} = (2,0,1)$, $\overline{b} = (3,-2,0)$, $\overline{c} = (4,2,4)$. Вычислить $\overline{b} \times \overline{c} + |\overline{a} \times \overline{b}|$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №9

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках *A(-4;-4;-3), B(-2;-1;1), C(2;-2;-1), D(-1;3;-2).*

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №10

Вычислить скалярное произведение векторов $\overline{a} = -4\overline{i} - \overline{j} + 4\overline{k}$, $\overline{c} = 3\overline{i} + 5\overline{j} - 2\overline{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Вариант: №7.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1

Вычислить скалярное произведение векторов $\bar{a} = -2\bar{i} + \bar{j} - 8\bar{k}$, $\bar{b} = -4\bar{i} - 2\bar{j} - 3\bar{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №2

Векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\bar{a}| = 3, |\bar{b}| = 4, |\bar{c}| = 3$, вычислить $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		36
2)		0
3)		нет верного ответа
4)		-36

Задание №3

При каком значении m векторы $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}$, $\bar{b} = m\bar{i} + 2\bar{j} + 4\bar{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №4

Даны векторы $\bar{a} = (0,1,0)$, $\bar{b} = (2,0,1)$, $\bar{c} = (3,1,-5)$. Вычислить $\bar{a} \times \bar{b} + \bar{a} \cdot \bar{c}$.

Запишите число:

Задание №5

Вычислить модуль вектора $\bar{a} = (3;-4;12)$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №6

Даны точки $A(-4;-5;-3)$ и $C(5;7;-6)$. Найти координаты вектора $\overline{AC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		(-20; -35; 18)
2)		(9; 12; -3)
3)		(1; 2; -9)
4)		(-2; 12; 8)

Задание №7

Найти проекцию вектора $\overline{a} = -3\overline{i} + 8\overline{j}$ на ось Oz

Запишите число:

1)	**Ответ:**	

Задание №8

Найти $\overline{a} \times \overline{b}$. Если $\overline{a} = 2\overline{i} + \overline{j}$, $\overline{b} = \overline{i} + 3\overline{j} + 5\overline{k}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		5
2)		$5\overline{i} - 10\overline{j} + 5\overline{k}$
3)		$2\overline{i} - 9\overline{j} + 5\overline{k}$
4)		$5\overline{i} + 10\overline{j} + 5\overline{k}$

Задание №9

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках *A(-4;-4;-3)*,
B(-2;-1;1), C(2;-2;-1), D(-1;3;-2).

Запишите число:

1)	**Ответ:**	

Задание №10

Даны векторы $\overline{b} = 3\overline{i} - \overline{j} + 5\overline{k}$, $\overline{c} = 4\overline{i} + \overline{j} + 4\overline{k}$.
Найти координаты вектора $2\overline{b} - \overline{c}$.

Запишите ответ:

Вариант: №8.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1		
Вычислить модуль вектора $\overline{a}=(4;4;-2)$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №2		
Даны точки $A(-4;-5;-3)$ и $B(3;1;2)$. Найти координаты вектора $\overline{AB}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		(-7; -6; -5)
2)		(6; 6; 6)
3)		(7; 6; 5)
4)		(-12; -5; -6)

Задание №3		
Найти проекцию вектора $\overline{a}=2\overline{i}+3\overline{j}+4\overline{k}$ на ось Ox		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №4		
Вычислить скалярное произведение векторов $\overline{b}=3\overline{i}-\overline{j}+5\overline{k}$, $\overline{c}=4\overline{i}+\overline{j}+4\overline{k}$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №5		
Найти $\overline{a}\times\overline{b}$. Если $\overline{a}=-\overline{i}+3\overline{j}+4\overline{k}$, $\overline{b}=2\overline{i}+3\overline{k}$		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$5\overline{i}-11\overline{j}-7\overline{k}$

2)		$9\bar{i}+11\bar{j}-6\bar{k}$
3)		$9\bar{i}-11\bar{j}-6\bar{k}$
4)		10

Задание №6

Векторы $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\bar{a}|=3,|\bar{b}|=4,|\bar{c}|=3$, вычислить $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0
2)		нет верного ответа
3)		36
4)		-36

Задание №7

Даны векторы $\bar{b}=\bar{i}-6\bar{j}+8\bar{k}$, $\bar{c}=3\bar{i}+5\bar{j}-2\bar{k}$.
Найти координаты вектора $\bar{b}+\bar{c}$

Запишите ответ:

Задание №8

Даны векторы $\bar{a}=(2,1,4)$, $\bar{b}=(3,0,3)$, $\bar{c}=(3,1,0)$. Вычислить $\bar{b}\times\bar{c}+\bar{a}\cdot\bar{c}$.

Запишите число:

Задание №9

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках *A(3;1;1), B(1;4;1), C(1;1;6), D(3;4;9).*

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №10

При каком значении *m* векторы $\bar{a}=\bar{i}+3\bar{j}-2\bar{k}$, $\bar{b}=m\bar{i}+2\bar{j}+4\bar{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	

Вариант: №9.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1		
Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках *A(3;1;1), B(1;4;1), C(1;1;6), D(3;4;9).*		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №2		
Вычислить модуль вектора $\bar{a}=(3;-4;12)$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №3		
Найти проекцию вектора $\bar{a}=2\bar{i}+3\bar{j}+4\bar{k}$ на ось Oy		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №4		
При каком значении m векторы $\bar{a}=2\bar{i}+3\bar{j}-2\bar{k}$, $\bar{b}=\bar{i}+m\bar{j}+4\bar{k}$ взаимно перпендикулярны		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №5		
Вычислить скалярное произведение векторов $\bar{a}=-4\bar{i}-\bar{j}+4\bar{k}$, $\bar{c}=3\bar{i}+5\bar{j}-2\bar{k}$		
Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №6		
Найти $\bar{a}\times\bar{b}$. Если $\bar{a}=2\bar{i}+3\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=2\bar{j}+3\bar{k}$		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$11\bar{i}-6\bar{j}+4\bar{k}$
2)		$11\bar{i}+6\bar{j}+4\bar{k}$
3)		$11\bar{i}-7\bar{j}+\bar{k}$
4)		3

Задание №7

Даны векторы $\bar{b} = \bar{i} - 6\bar{j} + 8\bar{k}$, $\bar{c} = 3\bar{i} + 5\bar{j} - 2\bar{k}$.
Найти координаты вектора $\bar{b} + \bar{c}$

Запишите ответ:

Задание №8

Даны векторы $\bar{a} = (-1,0,-1)$, $\bar{b} = (2,2,0)$, $\bar{c} = (1,-1,2)$. Вычислить $\bar{a} \times \bar{c} + \bar{b} \cdot \bar{c}$.

Запишите число:

Задание №9

Даны точки $A(1;3;5)$ и $C(-1;2;-8)$. Найти координаты вектора $\overline{AC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		(-1; 6; -40)
2)		(2; 1; 13)
3)		(0; 5; -3)
4)		(-2; -1; -13)

Задание №10

Векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\bar{a}| = 2, |\bar{b}| = 5, |\bar{c}| = 4$, вычислить $\bar{a}\bar{b}\bar{c}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		нет верного ответа
2)		-40
3)		40
4)		0

Вариант: №10.

Тестируемый: ______________________________ Дата: ____________________

Задание №1

Вычислить модуль вектора $\overline{a}=(-7;-6;6)$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №2

Даны векторы $\overline{b}=3\overline{i}-\overline{j}+5\overline{k}$, $\overline{c}=4\overline{i}+\overline{j}+4\overline{k}$.

Найти координаты вектора $2\overline{b}-\overline{c}$.

Запишите ответ:

Не задан ответ!

Задание №3

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках *A(4;3;0), B(-1;2;1), C(3;4;1), D(5;6;2).*

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №4

Найти проекцию вектора $\overline{a}=-3\overline{i}+8\overline{j}$ на ось Ox

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №5

Найти $\overline{a}\times\overline{b}$. Если $\overline{a}=3\overline{i}-\overline{j}$, $\overline{b}=4\overline{i}+2\overline{j}+5\overline{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		$-7\overline{i}-9\overline{j}+2\overline{k}$
2)		10
3)		$-5\overline{i}+15\overline{j}+10\overline{k}$
4)		$-5\overline{i}-15\overline{j}+10\overline{k}$

Задание №6

Векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что

$|\overline{a}| = 3, |\overline{b}| = 4, |\overline{c}| = 3$, вычислить $\overline{a}\overline{b}\overline{c}$.

		Выберите один из 4 вариантов ответа:
1)		0
2)		36
3)		-36
4)		нет верного ответа

Задание №7

Даны точки $B(3;1;2)$ и $C(5;7;-6)$. Найти координаты вектора $\overline{BC}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		(-2; -6; 8)
2)		(2; 6; -8)
3)		(-9; 8; 3)
4)		(8; 8; -4)

Задание №8

При каком значении m векторы $\overline{a} = 3\overline{i} + 4\overline{j} - \overline{k}$, $\overline{b} = 2\overline{i} - 2\overline{j} + m\overline{k}$ взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №9

Даны векторы $\overline{a} = (2,2,2)$, $\overline{b} = (3,2,-1)$, $\overline{c} = (4,2,0)$. Вычислить $\left|\overline{b} \times \overline{a}\right| - \overline{a} \cdot (\overline{b} \cdot \overline{c})$.

Запишите число:

Не задан ответ!

Задание №10

Вычислить скалярное произведение векторов $\overline{a} = -2\overline{i} + \overline{j} - 8\overline{k}$, $\overline{b} = -4\overline{i} - 2\overline{j} - 3\overline{k}$

Запишите число:

1)	Ответ:	

КОПТ №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

Вариант 1

1) Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ и указать координаты нормального вектора.

Ответы:

1) $2x - 2y - 15 = 0$; $n = (2; -2)$
2) $5x - y + 5 = 0$; $n = (5; -1)$
3) $2x + 3y - 6 = 0$; $n = (2; 3)$
4) $-x + 2y - 3 = 0$, $n = (-1; 2)$

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 2)\,x + (a^2 - 9)\,y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

1) $a = -2$, $5y - 33 = 0$;
2) $a = -3$, $x - 21 = 0$;
3) $a = 3$, $5x + 8 = 0$;
4) $a = \frac{5}{3}$, $3x - 6y = 0$.

3) Определить взаимное расположение прямых

$$12x + 15y - 8 = 0, \qquad 4x + 5y - 7 = 0.$$

Ответы:

1) пересекаются;
2) параллельны;
3) перпендикулярны;
4) совпадают.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = +\sqrt{9 - x^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;
2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;
3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;
4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 2

1) Написать параметрическое уравнение прямой $2x-3y-6=0$.

Ответы:

1) $\begin{cases} x=-3+5t \\ y=0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x=1-4t \\ x=-3t \end{cases}$;

3) $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2t. \end{cases}$; 4) $\begin{cases} x=2t \\ z=3+3t. \end{cases}$

2) Определить, при каких значениях m и n данные прямые перпендикулярны

$$mx+8y+n=0, \qquad 2x+my-1=0.$$

Ответы:

1) $m=2$, $n=1$; 2) $m=-1$, $n=5$;

3) $m=0$, n – любое; 4) $m=6$, n – любое.

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой $x+y-5=0$.

а) $\dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{5}=1$; *б)* $\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{5}=1$;

в) $\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{3}=1$; *г)* $-\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}=1$.

Ответы:

1) г; 2) а; 3) б; 4) в.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y=15-\sqrt{64-x^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости над прямой
$y-15=0$;

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости под прямой
$y-15=0$;

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 3

1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через $M = (3;\ -2)$ параллельно вектору $a = (1;\ 3)$.

Ответы:

1) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$;

3) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$;

4) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t. \end{cases}$

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a + 2)\,x + (a^2 - 9)\,y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

проходит через начало координат. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

1) $a = 2$, $4y + 3 = 0$;

2) $a_1 = -3$, $x - 2 = 0$; $a_2 = 3$, $5x + 6 = 0$;

3) $a = 1$, $2y + 7 = 0$;

4) $a_1 = 1$, $3x - 8y = 0$; $a_2 = \frac{5}{3}$, $33x - 56y = 0$.

3) Установить, какая линия определяется уравнением $y = -\sqrt{25 - x^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;
2) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости;
3) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;
4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 4

1) Дана прямая $2x + 5y + 1 = 0$. Определить угловой коэффициент k прямой, параллельной данной прямой.

Ответы:

1) $k = 0$; 2) $k = 3$; 3) $k = -\frac{2}{5}$; 4) $k = -\frac{5}{2}$.

2) Определить, при каких значениях m и n две прямые совпадают

$$mx + 8y + n = 0, \qquad 2x + my - 1 = 0.$$

Ответы:

1) $m = 2$, $n = 2$; 2) $m = -4$, $n = 2$ или $m = 4$, $n = -2$;

3) $m = -3$, $n = 4$; 4) $m = 3$, $n = 1$ или $m = 4$, $n = 2$.

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой $2x - 3y - 6 = 0$:

$$а)\ \frac{ð}{6} - \frac{ó}{6} = 1; \qquad б)\ \frac{ð}{5} + \frac{ó}{5} = 1;$$

$$в)\ \frac{ð}{3} - \frac{ó}{2} = 1; \qquad г)\ -\frac{ð}{2} + \frac{ó}{3} = 1.$$

Ответы:

1) а; 2) г; 3) б; 4) в.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $ð = -2 - \sqrt{9 - ó^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная влево от прямой $x + 2 = 0$;

2) полуокружность, расположенная вправо от прямой $x + 2 = 0$;

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 5

1) Составить уравнение прямой, зная её угловой коэффициент $k = -2$ и отрезок $b = -5$, отсекаемый ею на оси Oy.

Ответы:

1) $3x + 2y + 1 = 0$; 2) $2x + y + 5 = 0$;
3) $3x + 8 = 0$; 4) $y + 2 = 0$.

2) Определить, при каких значениях m и n прямая

$$(3m + n + 3)\,x + (m - 2n + 2)\,y + 6m + 9 = 0$$

параллельна оси абсцисс и отсекает на оси ординат отрезок, равный -3 (считая от начала координат). Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

1) $m = 7,\ n = 2,\ \ y + 3 = 0$; 2) $m = -2,\ n = 3,\ \ -6y - 3 = 0$;
3) $m = -7,\ n = 4,\ \ y - 5 = 0$; 4) $m = 3,\ n = 1,\ \ y + 3 = 0$.

3) Определить, какое из следующих уравнений прямых является нормальным:

$$а)\ \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0; \qquad б)\ y - 5 = 0;$$

$$в)\ \frac{5}{13}x - \frac{12}{13}y + 1 = 0; \qquad г)\ 3x + 4 = 0.$$

Ответы:

1) в; 2) б; 3) а; 4) г.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $\bar{o} = -\sqrt{4 - \acute{o}^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;
2) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;
3) половина эллипса, расположенная в правой полуплоскости;
4) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости.

5) Определить взаимное расположение плоскостей

$$3x - 2y - 7 = 0, \qquad 6x - 4y - 3 = 0.$$

Ответы:

1) пересекаются; 2) параллельны;
3) перпендикулярны; 4) совпадают.

Вариант 6

1) Составить общее уравнение прямой $-\frac{1}{5}(x+10)+3\left(y-\frac{2}{3}\right)=0$ и указать координаты нормального вектора.

Ответы:

1) $x-5y-15=0$, $n=(1;-5)$; 2) $2x-y+2=0$, $n=(2;-1)$;
3) $4x+2y+1=0$, $n=(4;2)$; 4) $x-15y+20=0$, $n=(1;-15)$.

2) Определить взаимное расположение прямых

$$3x+5y-4=0, \qquad 6x+10y+7=0.$$

Ответы:

1) пересекаются; 2) параллельны;
3) перпендикулярны; 4) совпадают.

3) Дана прямая $2x+3y-6=0$. Составить для нее уравнение «в отрезках».

Ответы:

1) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1$; 2) $\frac{x}{3}+\frac{z}{2}=1$;
3) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$; 4) $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $\delta=-2+\sqrt{9-\delta^2}$.

Ответы:

1) половина эллипса, расположенная вправо от прямой $x+2=0$;
2) полуокружность, расположенная влево от прямой $x+2=0$;
3) полуокружность, расположенная вправо от прямой $x+2=0$;
4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 7

1) Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M = (\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ параллельно вектору $a = (-3; -2)$.

Ответы:

1) $\dfrac{x-\frac{3}{2}}{3} = \dfrac{y-\frac{1}{2}}{-2}$; 2) $\dfrac{x+3}{4} = \dfrac{y-4}{1}$;

3) $\dfrac{x-\frac{1}{2}}{-2} = \dfrac{y-3}{3}$; 4) $\dfrac{x-\frac{1}{2}}{-3} = \dfrac{y-\frac{3}{2}}{-2}$.

2) Определить, при каком значении a прямая

$$(a+1)x + (a^2-5)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

1) $a = -2$, $5y - 8 = 0$; 2) $a = -1$, $-y + 4 = 0$;

3) $a = -3$, $x - 6 = 0$; 4) $a = \frac{5}{3}$, $3x - 5y = 0$.

3) Привести общее уравнение прямой $12x - 5y + 13 = 0$ к нормальному виду.

Ответы:

1) $\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 5 = 0$; 2) $\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0$;

3) $-\frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y - 1 = 0$; 4) $x + 3 = 0$.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $\partial = +\sqrt{16-\partial^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;
2) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.
3) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;
4) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;

Вариант 8

1) Определить угловой коэффициент k и отрезок b, отсекаемый на оси Oy, для прямой $5x + 3y + 2 = 0$.

Ответы:

1) $k = 2$, $b = 1$; 2) $k = -\frac{5}{3}$, $b = -\frac{2}{3}$;

3) $k = \frac{5}{3}$, $b = \frac{2}{3}$; 4) $k = -5$, $b = 0$.

2) Определить, при каких значениях m и n две прямые параллельны

$$mx + 8y + n = 0, \qquad 2x + my - 1 = 0.$$

Ответы:

1) $m = 3$, $n = 4$; 2) $m = -4$, $n \neq 2$ или $m = 4$, $n \neq -2$;

3) $m = -3$, $n = 2$; 4) $m = 1$, $n = 4$ или $m = 2$, $n = 4$.

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой $x + 4y - 8 = 0$.

а) $\frac{\eth}{5} - \frac{\acute{o}}{5} = 1$; б) $\frac{\eth}{4} + \frac{\acute{o}}{8} = 1$;

в) $\frac{\eth}{3} - \frac{\acute{o}}{3} = 1$; г) $\frac{\eth}{8} + \frac{\acute{o}}{2} = 1$.

Ответы:

1) г; 2) в; 3) б; 4) а.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = 15 + \sqrt{64 - \eth^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная над прямой $y - 15 = 0$;

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

3) половина эллипса, расположенная над прямой $y - 15 = 0$;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 9

1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через *M (2; 0)* параллельно вектору *a = (0; – 3)*.

Ответы:

1) $\begin{cases} x = -2t \\ y = 3 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$;

3) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3t \end{cases}$; 4) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2t. \end{cases}$

2) Определить, при каком значении *a* прямая

$$(a^2 + 2)x + (a - 3)y - a + 5 = 0$$

параллельна оси ординат. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

1) $a = 3$, $11x + 2 = 0$; 2) $a = -3$, $x - 56 = 0$;

3) $a = 0$, $5x - 4 = 0$; 4) $a = \frac{5}{3}$, $3x - 6y = 0$.

3) Определить взаимное расположение прямых $y + 3 = 0$, $5x - 7 = 0$.

Ответы:

1) перпендикулярны; 2) параллельны;

3) пересекаются; 4) совпадают.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

Ответы:

1) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

3) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

Вариант 10

1) Написать каноническое уравнение прямой $2x - 3y - 6 = 0$.

Ответы:

1) $\frac{x-3}{3} = \frac{y}{2}$;   2) $\frac{x}{3} = \frac{y-3}{1}$;

3) $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{5}$;   4) $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{3}$

2) Определить взаимное расположение прямых

$$5x - 2y + 7 = 0, \qquad 5x - 3y - 7 = 0.$$

Ответы:

1) перпендикулярны;   2) параллельны;

3) пересекаются;   4) совпадают.

3) Дана прямая $4x - 3y + 24 = 0$. Составить для нее уравнение «в отрезках».

Ответы:

1) $\frac{x}{-6} + \frac{y}{8} = 1$;   2) $\frac{x}{6} + \frac{y}{-8} = 1$;

3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} = 1$;   4) $\frac{x}{4} + \frac{z}{-3} = 1$.

4) Установить, какая линия определяется уравнением $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - x^2}$.

Ответы:

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

2) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости;

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) часть параболы, расположенная в нижней полуплоскости.

КОПТ №3 «Пределы»

1. Найти предел

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$$

Ответы:

1) -4; 2) 4; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$.

2. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}(1+3tgx)^{ctgx}$$

Ответы:

1) ∞; 2) 1; 3) $e^{\frac{1}{3}}$; 4) e^3.

3. Найти предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n-1}{5n^2-7n+2}\right)^2$$

Ответы:

1) $-\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{4}{25}$.

4. Найти предел

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$$

Ответы:

1) 0; 2) -1; 3) a; 4) 1.

5. Найти предел

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{2x^2-9x+9}$$

Ответы:

1) $\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) $\frac{7}{3}$.

6. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$$

Ответы:

1) $1/2$; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞; 4) $4/3$

КОПТ №4 «Производные»

Вариант 1

Найти производные:

1) $y=\dfrac{3x+\sin x}{\cos x-10}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=-\dfrac{3+\cos x}{\sin x}$; б) $y'=\dfrac{3-\cos x}{\sin^2 x}$;

в) $y'=\dfrac{3x\sin x-7\cos x-29}{(\cos x-10)^2}$; г) $y'=\dfrac{\cos 2x-3x\sin x-7\cos x-30}{(\cos x-10)^2}$.

2) $y=\ln^4(2x+1)$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=8\ln^3(2x+1)$; б) $y'=\dfrac{8\ln^3(2x+1)}{2x+1}$;

в) $y'=\dfrac{8}{(2x+1)^3}$; г) $y'=8\ln(2x+1)\cdot 2$.

3) $x^3+\ln y-x^2e^y=0$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=(2xye^y-3x^2)y\dfrac{1}{x^2ye^y}$; б) $y'=(2xye^y-3x^x y)y\dfrac{1}{1-x^2ye^y}$;

в) $y'=(2xye^y-3x^2y)\cdot\dfrac{1}{1-x^2ye^y}$; г) $y'=\dfrac{2xye^y-3x^2}{1-xye^y}\cdot y$.

4) $y=(2tg3x+1)^{\sin 3x}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=(2tg3x+1)^{\sin 3x}\cos 3x$;

б) $y'=[3\cos 3x\ln(2tg3x+1)+\dfrac{6\sin 3x\sec^2 3x}{2tg3x+1}]\cdot(2tg3x+1)^{\sin 3x}$;

в) $y'=(2tg3x+1)^{\sin 3x}\cdot\ln(2tg3x+1)$;

г) $y'=(2tg3x+1)^{\sin 3x-1}\cdot\cos 3x\cdot 3$.

5) $y=2x^4-\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}+1$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=8x^3-\sqrt[3]{x^2}$; б) $y'=8x^3-\sqrt[3]{x^4}$;

в) $y'=8x^3+\dfrac{1}{x\sqrt[3]{x}}$; г) $y'=8x^3-\sqrt[3]{x^2}+1$.

6) $y=(x+x^3)\cdot arctgx$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=(1+3x^2)\operatorname{arcctg}x+x$;   б) $y'=\dfrac{1+3x^2}{1+x^2}$;
в) $y'=3x^2\operatorname{arcctg}x+x$;   г) $y'=(1+3x^2)(1+x^2)$.

7) $\begin{cases} x=t^3+3t+1 \\ y=3t^5+5t^3+1 \end{cases}$;   Найти y''_{x} .

Ответы:

а) $y''_{x}=\dfrac{10t}{3t^2-1}$;   б) $y''_{x}=\dfrac{10t}{3t^2+t}$;
в) $y''_{x}=\dfrac{10t}{3t^2+3}$;   г) $y''_{x}=-\dfrac{10t}{3t^2-3}$.

8) $y=7^{2x}+\dfrac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$;   Найти y'.

Ответы:

а) $y'=7^{x}\ln 7\cdot 2+\dfrac{2}{5}x^{-\frac{2}{5}}$;   б) $y'=x\cdot 7^{x-1}+\dfrac{2}{5}x^{\frac{3}{5}}$;
в) $y'=7^{2x}\ln 7\cdot 2-\dfrac{8}{5x\sqrt[5]{x^2}}$;   г) $y'=7^{x}\ln 7+x\cdot 7^{x-1}+\dfrac{4}{x\sqrt[5]{x^2}}$.

КОПТ №5 «Неопределенные интегралы»

Вариант № 1

1. Найти интеграл $\int\left(\dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}+3x^2-\sqrt[4]{x^3}\right)dx$.

Ответы:

1. $2\sqrt[3]{x^2}+\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{4}{7}\sqrt[4]{x^7}+C$;   2. $3\sqrt[3]{x^2}+x^3-\dfrac{4}{7}\sqrt[4]{x^7}+C$;
3. $3\sqrt[3]{x^2}-x^3+4\sqrt[4]{x^7}+C$;   4. $3\sqrt[3]{x^2}-x^3+\sqrt[4]{x^7}+C$.

2. Найти интеграл $\int\dfrac{dx}{x(3-2\ln x)}$.

Ответы:

1. $-\dfrac{1}{2}\ln\left|3-2\ln x\right|+C$;   2. $\dfrac{1}{2}\ln\left|3-2\ln x\right|+C$;
3. $\ln\left|x(3-2\ln x)\right|+C$;   4. $\dfrac{2}{\left(\ln\left|3-2\ln x\right|\right)^2}+C$;

3. Найти интеграл $\int \frac{x dx}{\cos^2 x^2}$.

Ответы:

1. $\frac{1}{2} tg x + C$; 2. $\frac{1}{2} tg x^2 + C$; 3. $tg^2 x + C$; 4. $-\frac{1}{2\cos x^2} + C$;

4. Найти интеграл $\int \frac{x^2 dx}{x+1}$.

Ответы:

1. $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x+1} + C$;
2. $\frac{x-1}{2} + ln|x+1| + C$;
3. $\frac{x^2}{2} - x + ln|x+1| + C$;
4. $\frac{(x-1)^2}{2} + 4ln|x+1| + C$.

5. Найти интеграл $\int 2^{\sin 3x} \cos 3x dx$.

Ответы:

1. $\frac{1}{\sin 3x + 1} 2^{\sin 3x + 1} + C$;
2. $\frac{1}{2} 2^{\sin 3x} + C$;
3. $\frac{1}{3ln 2} 2^{\sin 3x} + C$;
4. $\frac{1}{ln 2} 2^{\sin 3x} + C$.

6. Найти интеграл $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

Ответы:

1. $2\sqrt{x} - ln\left(1+\sqrt{x}\right) + C$;
2. $2\left(\sqrt{x} - ln\left(1+\sqrt{x}\right)\right) + C$;
3. $\frac{1}{2}\sqrt{x} - ln\left(1+\sqrt{x}\right) + C$;
4. $\frac{1}{2}\left(\sqrt{x} - ln\left(1+\sqrt{x}\right)\right) + C$.

7. Найти интеграл $\int arctg x dx$.

Ответы:

1. $x arctg x - \frac{1}{2} ln\left(1+x^2\right) + C$;
2. $x arctg x - 2ln\left(1+x^2\right) + C$;
3. $2x arctg x - ln\left(1+x^2\right) + C$;
4. $\frac{1}{2} x arctg x - ln\left(1+x^2\right) + C$.

8. Найти интеграл $\int \frac{dx}{2x^2+x+1}$.

Ответы:

1. $\frac{2}{\sqrt{7}} arctg \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + C$;
2. $\frac{1}{\sqrt{7}} arctg \frac{4x+1}{2} + C$;
3. $\frac{1}{2\sqrt{7}} \ln\left|\frac{4x+1}{4x-1}\right| + C$;
4. $\frac{1}{\sqrt{7}} \ln\left|\frac{4x-1}{4x+1}\right| + C$.

9. Найти интеграл $\int \sin^3 2x dx$.

Ответы:

1. $\cos 2x - \frac{\cos^3 2x}{3} + C$;
2. $-\frac{1}{2}\left(\cos 2x - \frac{\cos^3 2x}{3}\right) + C$;
3. $\frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos^3 2x}{3} + C$;
4. $2\left(\cos 2x + \frac{\cos^3 2x}{3}\right) + C$.

10. Найти интеграл $\int \frac{3x+4}{(x-2)(x+1)} dx$.

Ответы:

1. $\frac{1}{3}\ln|x-2| - \frac{10}{3}\ln|x+1| + C$;
2. $\frac{10}{3}\ln|x-2| - \frac{1}{3}\ln|x+1| + C$;
3. $\frac{3}{10}\ln|x-2| - \frac{1}{3}\ln|x+1| + C$;
4. $\frac{1}{3}\ln|x-2| + \frac{3}{10}\ln|x+1| + C$.

КОПТ №6 «Определенные интегралы»

Вариант №1

1. Вычислить определенный интеграл $\int_a^{a\sqrt{3}} \frac{dx}{a^2+x^2}$.

Ответы: а) $\frac{\pi}{a}$; б) $\frac{3\pi}{2a}$; в) $\frac{\pi}{12a}$; г) $\frac{\pi}{12}$.

2. Вычислить $\int_0^1 \ln(x+1)dx$.

Ответы: а) $2\ln 2 - 1$; б) $2\ln 2$; в) $1 - 2\ln 2$; г) 1.

3. Вычислить $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} tg^3 x dx$.

Ответы: а) 1; б) $\frac{\ln 2}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1-\ln 2}{2}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

Ответы: а) $\frac{5}{2}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{8}{3}$.

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, $y = 0$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$.

Ответы: а) $3\pi a^2$; б) πa^2; в) πa^3; г) $\frac{\pi}{2} a^2$.

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 - \cos\varphi)$.

Ответы: а) $2\pi a^2$; б) $\frac{3}{2}\pi a^2$; в) $3\pi a^2$; г) $\frac{1}{2}\pi a^2$.

7. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y^2 = (x+4)^3$, $x = 0$.

Ответы: а) 32π; б) 64π; в) $\frac{15}{2}\pi$; г) 4π.

8. Вычислить длину дуги линии $y = \ln\sin x$ от точки с абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ до $x = \frac{2\pi}{3}$.

Ответы: а) $\ln 3$; б) $\ln 2$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

9. Вычислить длину дуги линии $\begin{cases} x = a(\cos t + t\sin t) \\ y = a(\sin t - t\cos t) \end{cases}$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{4}$.

Ответы: а) $\frac{\pi^2 a}{8}$; б) $\frac{\pi a}{8}$; в) $\frac{\pi a^2}{32}$; г) $\frac{a\pi^2}{32}$.

10. Вычислить длину дуги линии $r = a\sin^3\frac{\varphi}{3}$

Ответы: а) $3\pi a$; б) $\frac{\pi a}{2}$; в) πa; г) $\frac{3\pi a}{2}$.

КОПТ №7 «Случайные события»

Задание №1

Вступление к заданию:
Основные правила комбинаторики

Вопрос:
Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?

Подсказка:

Комбинаторика располагает двумя основными правилами.

Правило сложения. Если некоторый элемент x можно выбрать n_1 способами, а элемент y n_2 способами, то любой из указанных элементов (x или y) можно выбрать $n_1 + n_2$ способами.

Правило умножения. Если первый элемент x можно выбрать n_1 способами и после каждого такого выбора второй элемент y можно выбрать n_2 способами, то оба элемента в указанном порядке можно выбрать $n_1 \cdot n_2$ способами.

Эти правила распространяются на любое конечное число элементов.

Введите число

1) Ответ:

Задание №2

Вступление к заданию:
Основные формулы комбинаторики

Вопрос:
Студенты второго курса изучают 12 дисциплин. В расписание занятий каждый день включаются по три предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день?

Задание №3

Вступление к заданию:
Классическая формула для вычисления вероятности
Вопрос:
Уставший пассажир набирает четырехзначный код камеры хранения на вокзале. Какова вероятность того, что пассажир откроет камеру, если он помнит лишь, что его код не содержит цифр 1, 2, 3?
Подсказка:
Вероятность элементарного события A определяется формулой

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где m - число благоприятствующих исходов,
n - общее число исходов.
Для расчета m и n используют основные формулы комбинаторного анализа:

$P_n = n!$ - число перестановок; $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ - число размещений; $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ - число сочетаний.

Задача. Пять клиентов банка готовы вложить деньги по срочному депозитному договору на срок 1, 2 или 3 года с равными вероятностями. Определить вероятность того, что все клиенты банка вложат деньги по срочному депозитному договору на два года?

Решение. Обозначим событие A, состоящее в том, что все пять клиентов банка заключат депозитный договор на 2 года.

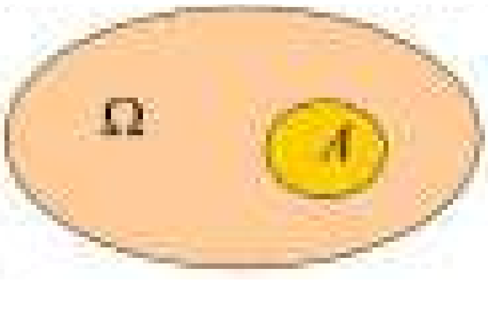
Каждый клиент банка имеет три варианта заключить депозитный договор соответственно на 1, 2 или 3 года. Общее число возможных вариантов заключения договоров для пяти клиентов банка равно $n = 3^5 = 243$. Число вариантов, благоприятствующих событию A, равно $m = 1$. Таким образом, вероятность события A будет равна

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{243} \approx 0{,}0041$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:	
1)	0,3
2)	$\frac{1}{7^5}$
3)	$\frac{1}{A_5}$
4)	$\frac{4}{9}$

Задание №4

Вопрос к заданию:
Геометрическое определение вероятности
Вопрос:
На прямолинейном участке газопровода длиной 80 км произошел разрыв. Какова вероятность того, что разрыв удален от обоих концов участка на расстояние, большее 30 км?
Подсказка:
Пусть пространство возможных исходов опыта Ω определяется множеством точек конечной меры (длина, площадь, объем). Предположим, что событие A наступает тогда, когда точка



оказывается внутри некоторой области A (рис).

Если вероятность попадания точки в область A пропорциональная мере этой области, то вероятность события A определяется формулой

$$P(A)=\frac{mesA}{mes\Omega},$$

где $mesA$ - мера (длина, площадь, объем) области A; $mes\Omega$ - мера пространства возможных исходов Ω.

Пример. Точка брошена наудачу на отрезок $[0;2]$. Какова вероятность попадания этой точки на интервал $[0,5;1,4]$?

Решение. Здесь пространство элементарных исходов весь отрезок $\Omega=[0;2]$, а множество благоприятствующих исходов $A=[0,5;1,4]$, при этом длины этих интервалов равны $L(\Omega)=2$, $l(A)=0,9$. Поэтому вероятность попадания брошенной точки в указанный интервал равна $P(A)=\frac{l(A)}{L(\Omega)}=\frac{0,9}{2}=0,45$

Введите число:	
1)	Ответ:

Задание №5

Вступление к заданию:
Теоремы сложения вероятностей

Вопрос:
Автомобиль снабжен двумя противоугонными приспособлениями - механическим и электрическим. Механическое срабатывает с вероятностью 0,9, а электрическое с

вероятностью 0,8. Какова вероятность, что автомобиль не угонят?

Подсказка:
Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. *Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий.*

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

Теорема сложения вероятностей совместных событий. *Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.*

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:	
1)	0,98
2)	0,72
3)	1,0
4)	0,85

Задание №6

Вступление к заданию:
Теорема умножения

Вопрос:
Вероятность того, что Ибрагим сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,3. Вероятность, что Бектур сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,6. Вероятность, что оба студента сдадут отличниками, равна
Подсказка:

Теорема умножения вероятностей зависимых событий. *Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:*

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$$

Теорема умножения вероятностей для независимых событий. *Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:*

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:	
1)	0,18
2)	0,018
3)	0,9
4)	0,09

Задание №7

Комментарий к заданию:

Вероятность наступления только одного события

Вопрос:
Два снайпера делают по одному выстрелу по мишени. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает шесть раз, второй – девять. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним из выстрелов.
Подсказка:
Пример Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй – только 15. Каждому из них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответит:
а) только первый студент;
б) только один из них.
Решение. Пусть событие A = *{первый студент правильно ответил на вопрос}*, событие B = *{второй студент правильно ответил на вопрос}*.
а) Событие C = *{только первый студент правильно ответил на вопрос}* можно представить в виде $C = A\bar{B}$, так как события A и $\bar{B}$ независимы, то

$$P(C) = P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = \frac{20}{25}\cdot\frac{10}{25} = 0,32$$

б) Событие D = *{только один студент правильно ответил на вопрос}* можно представить в виде: $Д = A\bar{B} + \bar{A}B$, так как события A и B независимы, то

$$P(Д) = P(A\bar{B} + \bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = \frac{20}{25}\frac{10}{25} + \frac{5}{25}\frac{15}{25} = 0,32 + 0,12 = 0,44$$

Закрыть текст

Задание №8

Вступление к заданию:
Вероятность наступления хотя бы одного события

Вопрос:
Вероятность того, что будет продано изобретение мастера, равна 0,8, что изобретение его ученика - 0,6. Какова вероятность того, что к концу дня будет продано хотя бы одно изобретение?

Подсказка:

Пусть события $A_1, A_2, ..., A_n$ независимы в совокупности, причем $P(A_1) = p_1$, $P(A_2) = p_2$, ..., $P(A_n) = p_n$; пусть в результате испытания могут наступить все события, либо часть из них, либо ни одно из них.

Вероятность наступления события A, состоящего в появлении **хотя бы одного** из событий $A_1, A_2, ..., A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $\bar{A}_1, \bar{A}_2, ..., \bar{A}_n$:

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 ... q_n$$

Пример: Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому из них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответит хотя бы один студент.

Решение:
Пусть событие A = {первый студент правильно ответил на вопрос}, событие B = {второй студент правильно ответил на вопрос}.
Событие C = { правильно ответил на вопрос хотя бы один студент }. Найдем вероятность события $\bar{C}$ противоположного событию C. Очевидно, что
$\bar{C} = \overline{A+B} = \bar{A}\bar{B}$ = {оба студента не верно ответили на вопрос}. Так как события $\bar{A}$ и $\bar{B}$ независимы, то $P(\bar{C}) = P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = \frac{5}{25}\frac{10}{25} = 0,08$. Следовательно,
$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - 0,08 = 0,92$.

Закрыть текст

1) Ответ:

Задание №9

Вступление к заданию:
Формула полной вероятности и формула Байеса

Вопрос:
Медвежонок Винни - Пух каждое утро ходит в гости к одному из своих друзей: поросенку Пятачку, ослику Иа или Кролику, которые угощают его медом с вероятностью 0,8, 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность того, что в ближайшую пятницу Винни - Пух попробует мед, если решение о том, к кому пойти в гости, медвежонок принимает случайным образом?

Подсказка:
Если событие A в некотором испытании может произойти лишь с одной из гипотез H_i, $i=1,2,\ldots n$, то безусловная вероятность наступления события A в этом испытании

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(A)$$

определяется **по формуле полной вероятности**
Если известно, что событие A уже произошло, то вероятность того, что оно произошло

$$P_A(H_i)=\frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(A)}$$

совместно с гипотезой H_i, определяется **по формуле Байеса**
Пример. Для подготовки к установленному сроку бухгалтерской отчетности предприятия к выполнению этой работы могут быть привлечены один, два или три работника. Вероятности этих событий соответственно равны 0,5, 0,3 и 0,2. Вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок при привлечении одного работника равна 0,3, при привлечении двух работников - 0,6, при привлечении трех работников - 0,95.

1) Определить вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок;
2) Известно, что бухгалтерская отчетность была подготовлена к установленному сроку. Какое предположение о количестве привлеченных работников наиболее вероятно?

Решение. Обозначим через событие A событие, состоящее в подготовке бухгалтерской отчетности в установленный срок. Выдвинем гипотезы:

H_1 = {*Привлечен один работник*},
H_2 = {*Привлечено два работника*},
H_3 = {*Привлечено три работника*}.

По условию $P(H_1)=0{,}5$, $P(H_2)=0{,}3$, $P(H_3)=0{,}2$

Видно, что гипотезы образуют полную группу событий:

$$\sum_{i=1}^{3} P(H_i)=0{,}5+0{,}3+0{,}2=1$$

Событие A зависит от гипотез H_i, и по условию задачи условные вероятности наступления события A при соответствующих гипотезах равны:

$P_{H_1}(A)=0{,}3$, $P_{H_2}(A)=0{,}6$, $P_{H_3}(A)=0{,}95$

1) В соответствии с формулой полной вероятности $P(A)=\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(A)$ для безусловной вероятности наступления события A получим:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3} P(H_i)P_{H_i}(A)=0{,}5*0{,}3+0{,}3*0{,}6+0{,}2*0{,}95=0{,}52$$

2) Так как отчетность была подготовлена в срок, по условию задачи понятно, что для ее решения необходимо использовать формулу Байеса

$$P_A(H_i)=\frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(A)}$$

Для ответа на сформулированный в задаче вопрос определим условные вероятности $P_A(H_i)$:

$$P_A(H_1)=\frac{P(H_1)P_{H_1}(A)}{\sum_{i=1}^{3} P(H_i)P_{H_i}(A)}=\frac{0,5*0,3}{0,52}\approx 0,288$$

$$P_A(H_2)=\frac{P(H_2)P_{H_2}(A)}{\sum_{i=1}^{3} P(H_i)P_{H_i}(A)}=\frac{0,3*0,6}{0,52}\approx 0,346$$

$$P_A(H_3)=\frac{P(H_3)P_{H_3}(A)}{\sum_{i=1}^{3} P(H_i)P_{H_i}(A)}=\frac{0,2*0,95}{0,52}\approx 0,365$$

Из сравнения полученных значений условных вероятностей делаем вывод, что наиболее вероятным числом привлеченных работников, является число 3.

Задание №10

Вступление к заданию:
Схема повторных опытов. Формула Бернулли.

Вопрос:
Вероятность того, что расход электроэнергии в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна p=0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 4 суток расход электроэнергии в течение 2 суток не превысит нормы.

Подсказка:
Вероятность того, что в n независимых повторных испытаниях с постоянной вероятностью p «успеха» в каждом испытании, событие A наступит ровно k раз вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$$

Вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит: а) менее s раз; б) более s раз; в) не менее s раз; г) не более s раз, находят соответственно по формулам:

а) $P_n(k<s)=P_n(0)+P_n(1)+...+P_n(s-1)$,

б) $P_n(k>s)=P_n(s+1)+P_n(s+2)+...+P_n(n)$,

в) $P_n(k\ge s)=P_n(s)+P_n(s+1)+P_n(s+2)+...+P_n(n)$,

г) $P_n(k\le s)=P_n(0)+P_n(1)+...+P_n(s)$.

Число появлений события A в n независимых повторных испытаниях, имеющее самую наибольшую вероятность, называется наивероятнейшим числом и обозначается k_0.

Наивероятнейшее число k_0 определяют из двойного неравенства
$np - q \le k_0 \le np + p$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	27/128
2)	128/27
3)	9/256
4)	27/256

Ответы:

#1 (1 б.)	Ответ = 108
#2 (1 б.)	Ответ = 1320
#3 (1 б.)	2
#4 (1 б.)	Ответ =0,29
#5 (1 б.)	1
#6 (1 б.)	1
#7 (1 б.)	0,42
#8 (1 б.)	Ответ =0,02
#9 (1 б.)	Ответ =0,6
#10 (1 б.)	1

ПРИЛОЖЕНИЕ №6

ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ

1 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Дисциплина Математика Направление М

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Различные виды уравнений прямой в пространстве.
2.. Системы линейных алгебраических уравнений.
3. Вычислить *(AB)C*+2*A(BC)*, где $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 5 & -2\\ -3 & 3\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3 & -1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}5\\ 2\end{pmatrix}$.
4. Решить систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases}7x-5y-2z=1\\ x+2y-z=-6\\ 5x-10y+z=16\end{cases}$
5. Даны 3 вершины параллелограмма: *A*(-3;-2), *B*(-1;3), *C*(5;1). Найти координаты вершины *D*.
6. Найти уравнение прямой, проходящей через точку A(2;1) под углом 45° к прямой
$\begin{cases}x=t+1\\ y=-\dfrac{2}{3}t-2\end{cases}$
7. Привести к каноническому виду и построить график: x^2-4y^2-2x-16y-19=0.
8. Вычислить пределы: $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x^2+x-6}$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin^2 x-3x}{x+tg\,x^2}$, $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-3}\right)^{2x}$.
9.I Найти производные функций $y=arctg\,{}^3 2x\cdot tg^3\,2x,\quad y=\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$.
10.IНайти интегралы: $\int\left(\dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}-\sqrt{5x}+\dfrac{1}{8x}\right)dx$, $\int\dfrac{x^2}{2x^3-1}dx$, $\int\dfrac{\sqrt{2x-1}}{1+\sqrt{2x-1}}dx$.

2 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Дисциплина Математика Направление М

БИЛЕТ № 1

1. События. Типы событий. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Понятие о статистической гипотезе. Критерий проверки. Критическая область.
3. Сколькими способами можно разбить 9 футбольных команд на три группы по 3 команды в каждой?
4. В каждой из двух урн 2 белых, 3 черных и 5 красных шаров. Из обеих урн наудачу извлекаются по одному шару. Найти вероятность того, что они не одного цвета.
5. Плотность распределения случайной величины X: $f(x)=k\cdot x\cdot exp(-x^2)$. Найти 1) k, 2) $P(0<X<1)$.
6.

X	-5	-2	1	4
p	0,3	p_2	0,3	0,1

. Найти 1) p_2, 2) $P(|X|<2)$, 3) $F(x)$, 4) $D(X)$.

7. Случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda=2$. Найти вероятность того, что в 4 испытаниях 2 раза X окажется в интервале (0,5; 1).
8. Из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	5	9	13
n_i	3	4	2	1

. Оценить с надежностью 0,99 математическое ожидание нормально распределенного признака по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

9. Составить уравнение прямой линии регрессии для выборки из задания 8.

ПРИЛОЖЕНИЕ №7

ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И КОНТРОЛЬНО-ОБУЧАЮЩИХ ПРОГРАММ ТЕСТИРОВАНИЯ (КОПТ)

Семестр 1

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	Типовой расчет №1 (мах 5 б)	Типовой расчет №2 (мах 5 б)	Типовой расчет №3 (мах 5 б)	Типовой расчет №4 (мах 5 б)	Типовой расчет №5 (мах 5 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	**0-2**	**0-2**	**0-2**	**0-2**	**0-2**
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	**2-3**	**2-3**	**2-3**	**2-3**	**2-3**
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные.	**3-4**	**3-4**	**3-4**	**3-4**	**3-4**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	**4-5**	**4-5**	**4-5**	**4-5**	**4-5**

Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 2 контрольных работ, КОПТ

Шкала оценивания выполнения контрольных работ

Критерии оценивания	**КР №1 (мах 7 б)**	**КР №2 (мах 7 б)**	**КР №3 (мах 7 б)**	**КР №4 (мах 7 б)**	**КР №5 (мах 7 б)**
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**0-2,5**	**0-2,5**	**0-2,5**	**0-2,5**	**0-2,5**
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	**5,5-7**	**5,5-7**	**5,5-7**	**5,5-7**	**5,5-7**

Шкала оценивания выполнения компьютерных тестов

1. Тест **«Матричная алгебра и СЛАУ».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

2. Тест **«Векторная алгебра и аналитическая геометрия».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

3. Тест **«Пределы».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

4. Тест **«Производные».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

5. Тест **«Неопределенные и определенные интегралы».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 3 контрольных работ, КОПТ

Семестр 2

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	**Типовой расчет №1 (мах 5 б)**	**Типовой расчет №2 (мах 5 б)**	**Типовой расчет №3 (мах 5 б)**	**Типовой расчет №4 (мах 5 б)**	**Типовой расчет №5 (мах 5 б)**
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	**0-2**	**0-2**	**0-2**	**0-2**	**0-2**
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	**2-3**	**2-3**	**2-3**	**2-3**	**2-3**
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные.	**3-4**	**3-4**	**3-4**	**3-4**	**3-4**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	**4-5**	**4-5**	**4-5**	**4-5**	**4-5**

Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 4 контрольных работ, КОПТ

Шкала оценивания выполнения контрольных работ

Критерии оценивания	**КР №1 (мах 7 б)**	**КР №2 (мах 7 б)**	**КР №3 (мах 7 б)**	**КР №4 (мах 7 б)**	**КР №5 (мах 7 б)**
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**0-2,5**	**0-2,5**	**0-2,5**	**0-2,5**	**0-2,5**
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**	**2,5-4,5**
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**	**4,5-5,5**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	**5,5-7**	**5,5-7**	**5,5-7**	**5,5-7**	**5,5-7**

Шкала оценивания выполнения компьютерных тестов

1. Тест **«Элементы комбинаторики. Случайные события».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

2. Тест **«Дискретные случайные величины».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

3. Тест **«Непрерывные случайные величины».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

4. Тест **«Распределения. Выборки».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

5. Тест **«Гипотезы. Корреляция».** Всего заданий в тесте –7. Каждое задание оценивается в 1 балл.

.

ПРИЛОЖЕНИЕ №8

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИКА»

СЕМЕСТР 1

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Матричная алгебра и СЛАУ	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	6
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 2					
Векторная алгебра и аналитическая геометрия	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	9
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 3					
Пределы	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 4					
Производные	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	

.

Модуль 5					
Неопределенные и определенные интегралы	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	17
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Семестр 2

Название модулей дисциплины согласно РПД	**Контроль**	**Форма контроля**	**зачетный минимум**	**зачетный максимум**	**график контроля**
Модуль 1					
Элементы комбинаторики. Случайные события	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	6
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 2					
Дискретные случайные величины	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	9
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	

.

Модуль 3					
Непрерывные случайные величины	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 4					
Распределения. Выборки	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
Модуль 5					
Гипотезы. Корреляции	Текущий контроль	Активность (0,5), посещаемость (0,5), СРС (ТР (5), ДЗ (1))	4	7	17
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (7)	4	7	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ПРИЛОЖЕНИЕ №9

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

1 СЕМЕСТР

Образец выполнения типового расчета №1

Задание. 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & 4 & 5\\ 1 & -2 & -4\\ 3 & 0 & 2\end{pmatrix}$.

Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}.

Решение:

а) $AB=\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 4 & 5\\ 1 & -2 & -4\\ 3 & 0 & 2\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}3\cdot 2+1\cdot 1+(-1)\cdot 3 & 3\cdot 4+1\cdot(-2)+(-1)\cdot 0 & 3\cdot 5+1\cdot(-4)+(-1)\cdot 2\\ 2\cdot 2+4\cdot 1+1\cdot 3 & 2\cdot 4+4\cdot(-2)+1\cdot 0 & 2\cdot 5+4\cdot(-4)+1\cdot 2\\ 1\cdot 2+0\cdot 1+(-1)\cdot 3 & 1\cdot 4+0\cdot(-2)+(-1)\cdot 0 & 1\cdot 5+0\cdot(-4)+(-1)\cdot 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 10 & 9\\ 11 & 0 & -4\\ -1 & 4 & 3\end{pmatrix}$$

б) Определитель матрицы A равен:

$$\det A=\begin{vmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{vmatrix}=-12+1-(-4)-(-2)=-5\neq 0,$$

Следовательно, матрица A невырожденная.

Находим алгебраические дополнения:

$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}4 & 1\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-4$, $\qquad A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}1 & -1\\ 0 & -1\end{vmatrix}=-(-1)=1$,

$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-(-2-1)=3$, $\qquad A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}3 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix}=-3-(-1)=-2$,

$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2 & 4\\ 1 & 0\end{vmatrix}=-4$, $\qquad A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=-(0-1)=1$,

$A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}1 & -1\\ 4 & 1\end{vmatrix}=1-(-4)=5$, $\quad A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}3 & -1\\ 2 & 1\end{vmatrix}=-(3-(-2))=-5$,

$A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}3 & 1\\ 2 & 4\end{vmatrix}=12-2=10$.

Получим обратную матрицу:

$$A^{-1}=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-4 & 1 & 5\\ 3 & -2 & -5\\ -4 & 1 & 10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0,8 & -0,2 & -1\\ -0,6 & 0,4 & 1\\ 0,8 & -0,2 & -2\end{pmatrix}.$$

в) $AA^{-1}=\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0,8 & -0,2 & -1\\ -0,6 & 0,4 & 1\\ 0,8 & -0,2 & -2\end{pmatrix}=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4 & 1 & 5\\ 3 & -2 & -5\\ -4 & 1 & 10\end{pmatrix}=$

$$=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}3 & 1 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-4 & 1 & 5\\ 3 & -2 & -5\\ -4 & 1 & 10\end{pmatrix}=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-12+3+4 & 3-2-1 & 15-5-10\\ -8+12-4 & 2-8+1 & 10-20+10\\ -4+0+4 & 1+0-1 & 5+0-10\end{pmatrix}=$$

$$=-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}-5 & 0 & 0\\ 0 & -5 & 0\\ 0 & 0 & -5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Задание 2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix}2 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 3 & 5\\ 3 & 3 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}$$

Решение. Разложим определитель, например, по третьей строке, так как в ней один из элементов равен нулю, получим:

$$\begin{vmatrix}2 & 2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & 3 & 5\\ 3 & 3 & 0 & 2\\ 2 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}=3A_{31}+3A_{32}+0A_{33}+2A_{34}=$$

$$=3(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}2&1&3\\3&3&5\\0&2&1\end{vmatrix}+3(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}2&1&3\\1&3&5\\2&2&1\end{vmatrix}+2(-1)^{3+4}\begin{vmatrix}2&2&1\\1&3&3\\2&0&2\end{vmatrix}=$$

$$=3\left(6+18-20-3\right)-3\left(6+6+10-18-20-1\right)-2\left(12+12-6-4\right)=$$

$$=3-3\left(-17\right)-2\left(14\right)=3+51-28=26.$$

Ответ:26.

Задание 3. Решить систему уравнений а)с помощью обратной матрицы; б) методом Крамера; в) методом Гаусса:

$$\begin{cases}-2x_1+x_2=-6,\\ x_1-2x_2-x_3=5,\\ 3x_1+4x_2-2x_3=13.\end{cases}$$

Решение .а) Обозначим

$$A=\begin{pmatrix}-2&1&0\\1&-2&-1\\3&4&-2\end{pmatrix};\ X=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}-6\\5\\13\end{pmatrix}$$

Тогда в матричной форме данная система будет иметь вид: $AX=B$. Решение данного матричного уравнения находится по формуле: $X=A^{-1}B$

Находим определитель матрицы A:

$$\det A=\begin{vmatrix}-2&1&0\\1&-2&-1\\3&4&-2\end{vmatrix}=-8-3-8+2=-17.$$

Так как $\det A\neq 0$, то существует обратная матрица, которая по алгоритму, изложенному в §3, имеет вид:

$$A^{-1}=-\frac{1}{17}\begin{pmatrix}8&2&-1\\-1&4&-2\\10&11&3\end{pmatrix}.$$

Подставляя значения в формулу $X=A^{-1}B$, получим:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 10 & 11 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix} = -\frac{1}{17}\begin{pmatrix} -48+10-13 \\ 6+20-26 \\ -60+55+39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix},$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

б) Определитель системы $\det A = -17 \neq 0$, следовательно, существует единственное решение системы.

Вычислим вспомогательные определители $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$ полученные из матрицы A заменой соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом свободных членов:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} -6 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & -1 \\ 13 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -51;\ \Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} -2 & -6 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \\ 3 & 13 & -2 \end{vmatrix} = 0;\ \Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -6 \\ 1 & -2 & 5 \\ 3 & 4 & 13 \end{vmatrix} = 34.$$

По формулам Крамера

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta} = \frac{-51}{-17} = 3,\ x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta} = \frac{0}{-17} = 0,\ x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta} = \frac{34}{-17} = -2,$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

в) Составим расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array}\right).$$

Элемент $a_{11} = -2 \neq 0$ принимаем за разрешающий. Преобразование проведем методом Гаусса, используя правило прямоугольников:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \boxed{-2} & 1 & 0 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 5 \\ 3 & 4 & -2 & 13 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & \boxed{3} & 2 & -4 \\ 0 & -11 & 4 & -8 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 34 & -68 \end{array}\right)\div 34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & 0 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

На основе последней матрицы составим систему, равносильную исходной:

$$\begin{cases} -2x_1+x_2 \qquad\quad =-6, \\ \qquad 3x_2+2x_3=-4, \\ \qquad\qquad\quad x_3=-2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x_1+x_2=-6, \\ 3x_2+2\cdot(-2)=-4, \\ x_3=-2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=3, \\ x_2=0, \\ x_3=-2, \end{cases}$$

т. е. решение системы $(3;0;-2)$.

Ответ: $(3;0;-2)$.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы:

$$\begin{cases} 7x_1-4x_2-4x_3+x_4=-1, \\ 5x_1-4x_3-x_4=5, \\ -x_1+2x_2-x_4=3. \end{cases}$$

Решение. Составив расширенную матрицу системы, проводим преобразования Гаусса:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \boxed{7} & -4 & -4 & 1 & -1 \\ 5 & 0 & -4 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 3 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 7 & -4 & -4 & 1 & -1 \\ 0 & 20 & -8 & -12 & 40 \\ 0 & 10 & -4 & -6 & 20 \end{array}\right)\begin{array}{l} \\ \div 4 \\ \div 2 \end{array} \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 7 & -4 & -4 & 1 & -1 \\ 0 & \boxed{5} & -2 & -3 & 10 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 10 \end{array}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 7 & -4 & -4 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 10 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 7 & -4 & -4 & 1 & -1 \\ 0 & 5 & -2 & -3 & 10 \end{array}\right)$$

Ранг полученной системы равен двум, следовательно, число базисных переменных равно 2, число свободных переменных определим по формуле $k=n-r=4-2=2$. Определим число возможных базисов по формуле $C_n^r=\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$, получим $C_4^2=\dfrac{4!}{2!(4-2)!}=\dfrac{3\cdot 4}{2}=6$. Базисными переменными могут быть следующие группы: x_1,x_2; x_1,x_3; x_1,x_4; x_2,x_3; x_2,x_4; x_3,x_4.

Выясним, образуют ли переменные x_1, x_2 базис. Так как базисный минор, т. е. определитель матрицы из коэффициентов при этих переменных $\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 35 \neq 0$, то x_1, x_2 образуют базис, свободные переменные x_3, x_4 приравняем нулю, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_2 = -1, \\ \qquad 5x_2 = 10, \end{cases}$$

откуда $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, т. е. первое базисное решение будет $(1,2,0,0)$.

Рассмотрим следующую группу переменных x_1, x_3. Так как базисный минор $\begin{vmatrix} 7 & -4 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -14 \neq 0$, то x_1, x_3 образуют базис, тогда свободные переменные x_1, x_3. Приравнивая свободные переменные нулю, получим систему уравнений в виде

$$\begin{cases} 7x_1 - 4x_3 = -1, \\ \qquad -2x_3 = 10, \end{cases}$$

откуда $x_1 = -3$, $x_3 = -5$, т. е. второе базисное решение будет $(-3,0,-5,0)$.

Ответ: $(1,2,0,0)$, $(-3,0,-5,0)$.

Образец выполнения типового расчета №2

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{c}$;

б) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b} + 3\vec{c}$.

Решение. а) Проверим условие коллинеарности $\vec{a} \parallel \vec{c} \Leftrightarrow \frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} = \frac{a_3}{c_3}$. Так как $\frac{2}{5} \neq \frac{-3}{2} \neq \frac{1}{-3}$ то векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ не коллинеарны.

Так как условие перпендикулярности двух векторов $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$, то находим скалярное произведение этих векторов. Имеем,

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 2 \cdot 5 + (-3) \cdot 2 + 1 \cdot (-3) = 10 - 6 - 3 = 1,$$

следовательно, векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ не ортогональны.

б) Используем формулу: $np_{2\vec{b}+3\vec{c}}\,\vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot (2\vec{b} + 3\vec{c})}{|2\vec{b} + 3\vec{c}|}$. Решение проводим по действиям, во-первых, находим координаты вектора $2\vec{b} + 3\vec{c}$, получим

$$2\vec{b} + 3\vec{c} = 2(0;1;4) + 3(5;2;-3) = (0;2;8) + (15;6;-9) = (15;8;-1).$$

Далее

$\vec{a} \cdot (2\vec{b} + 3\vec{c}) = (2;-3;1) \cdot (15;8;-1) = 30 - 24 - 1 = 5$, $|2\vec{b} + 3\vec{c}| = \sqrt{15^2 + 8^2 + (-1)^2} = \sqrt{290}$.

Следовательно, $np_{2\vec{b}+3\vec{c}}\,\vec{a} = \frac{5}{\sqrt{290}} = \frac{5\sqrt{290}}{290} = \frac{\sqrt{290}}{58}$.

2. Дан вектор $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}$, если $|\vec{p}| = 1$, $|\vec{q}| = 2$, $(\widehat{\vec{p}\,\vec{q}}) = \pi/6$. Найти длину вектора $\vec{a}$.

Решение. Найдём скалярный квадрат вектора $\vec{a}$:

$$\vec{a}^2 = (\vec{p} + 2\vec{q}) \cdot (\vec{p} + 2\vec{q}).$$

Раскроем скобки, пользуясь свойствами скалярного произведения:

$(\vec{p} + 2\vec{q}) \cdot (\vec{p} + 2\vec{q}) = \vec{p}^2 + 2\vec{p} \cdot \vec{q} + 2\vec{q} \cdot \vec{p} + 4\vec{q}^2 = \vec{p}^2 + 4\vec{p} \cdot \vec{q} + 4\vec{q}^2 =$

$= |\vec{p}|^2 + 4|\vec{p}| \cdot |\vec{q}| \cos(\widehat{\vec{p}, \vec{q}}) + 4|\vec{q}|^2 = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos\frac{\pi}{6} + 4 \cdot 4 = 1 + 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 16 = 17 + 4\sqrt{3}$. Находим длину вектора $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{17 + 4\sqrt{3}}$.

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3;4;5)$, $B(1;2;1)$, $C(-2;-3;6)$, $D(3;-6;-3)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Решение. а) Найдем координаты векторов:

$\overline{AC}=\{-2-3;-3-4;6-5\}=\{-5;-7;1\}$,

$\overline{AD}=\{3-3;-6-4;-3-5\}=\{0;-10;-8\}$.

Вычислим их векторное произведение:

$$\overline{AC}\times\overline{AD}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ -5 & -7 & 1\\ 0 & -10 & -8\end{vmatrix}=66\bar{i}-40\bar{j}+50\bar{k}.$$

Модуль векторного произведения равен:

$$\left|\overline{AC}\times\overline{AD}\right|=\sqrt{66^2+(-40)^2+50^2}=\sqrt{8456}=2\sqrt{2114}.$$

Тогда

$$S_{ACD}=\frac{1}{2}\left|\overline{AC}\times\overline{AD}\right|=\sqrt{2114}\ (\text{кв. ед.})$$

б) Так как координаты векторов $\overline{AB}=\{1-3;2-4;1-5\}=\{-2;-2;-4\}$, $\overline{AC}=\{-2-3;-3-4;6-5\}=\{-5;-7;1\}$, $\overline{AD}=\{3-3;-6-4;-3-5\}=\{0;-10;-8\}$,

$$\text{то } V_{пир}=\left|\frac{1}{6}\,\overline{AB}\,\overline{AC}\,\overline{AD}\right|=\left|\frac{1}{6}\begin{vmatrix}-2 & -2 & -4\\ -5 & -7 & 1\\ 0 & -10 & -8\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{6}\cdot 252=42\ (\text{куб. ед.})$$

3. Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(6;-6)$, $B(2;-3)$, $C(8;5)$. Требуется: 1) составить уравнение стороны AB; 2) найти длину стороны AB; 3) составить уравнение высоты, проведенной из вершины B; 4) вычислить расстояние от вершины C до стороны AB; 5) составить уравнение любой средней линии треугольника ABC; 6) составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC; 7) найти площадь треугольника ABC; 8) вычислить угол A треугольника (в радианах с точностью до двух знаков после запятой). Сделать чертеж.

Решение:

1. Для составления уравнения стороны AB используем формулу $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$, где $A(6;-6)$, $B(2;-3)$: $\dfrac{y-(-6)}{-3-(-6)}=\dfrac{x-6}{2-6}$ или $\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{x-6}{-4}$ или $-4y-24=3x-18$ или $3x+4y+6=0$.

2. Для нахождения длины *AB* используем формулу $d = \left|\overline{AB}\right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$:

$$d = \left|\vec{AB}\right| = \sqrt{(2-6)^2 + (-3-(-6))^2} = \sqrt{16+9} = 5 \text{ (ед. дл.)}.$$

3.| Для составления уравнения высоты *BD* используем условие перпендикулярности прямых *BD* и AC, т.е. формулу $k_2 = -\frac{1}{k_1}$: $k_{BD}k_{AC} = -1$

Найдем k_{AC}, используя формулу $k_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. $k_{AC} = \frac{5-(-6)}{8-6} = \frac{11}{2}$;

$k_{BD} = -\frac{1}{11/2} = -\frac{2}{11}$. Составим уравнение высоты *BD* по формуле

$y - y_0 = k(x - x_0)$, зная, что $k_{BD} = -\frac{2}{11}$ и что она проходит через точку *B(2;-3)*.

Получим: $y - (-3) = -\frac{2}{11}(x-2)$ или $11y + 33 = -2x + 4$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид: $2x + 11y + 29 = 0$.

4.| Расстояние от вершины *C(8;5)* до стороны *AB*, уравнение которой было найдено в п.1: $3x + 4y + 6 = 0$, найдем по формуле $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

Получим:

$$d = \frac{|3\cdot 8 + 4\cdot 5 + 6|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{50}{5} = 10 \text{ (ед.дл.)}.$$

5.| Составим, например, уравнение средней линии *MN* треугольника *ABC*. Найдем средину (т.*M*) стороны *CB* и средину (т.*N*) стороны *CA*, используя формулы $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

$$x_M = \frac{x_C + x_B}{2} = \frac{8+2}{2} = 5; \quad y_M = \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{5-3}{2} = 1;$$

$$x_N = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{6+8}{2} = 7; \quad y_N = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-6+5}{2} = -\frac{1}{2}.$$

Т.о., $M(5;1)$, $N(7;-\frac{1}{2})$

Составим уравнение *MN*, используя формулу $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$: $\frac{y-1}{-\frac{1}{2}-1}=\frac{x-5}{7-5}$

или $\frac{y-1}{-\frac{3}{2}}=\frac{x-5}{2}$ или $\frac{y-1}{-3}=\frac{x-5}{4}$ или $4y-4=-3x+15$ или $3x+4y-19=0$.

6.I Для составление уравнения прямой, проходящей через точку *A(6;-6)* параллельно прямой *BC*, используем условие параллельности двух прямых $k_1=k_2$. Найдем угловой коэффициент прямой *BC* по формуле $k_{BC}=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}$:

$k_{BC}=\frac{5-(-3)}{8-2}=\frac{4}{3}$. Тогда $k=k_{BC}=\frac{4}{3}$.

Уравнение искомой прямой найдем по формуле $y-y_0=k(x-x_0)$: $y-(-6)=\frac{4}{3}(x-6)$ или $3y+18=4x-24$ или $4x-3y-42=0$.

7. Площадь треугольника *ABC* найдем по формуле $S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}x_2-x_1 & y_2-y_1\\ x_3-x_1 & y_3-y_1\end{matrix}\right\|$

: $S=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}2-6 & -3-(-6)\\ 8-6 & 5-(-6)\end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix}-4 & 3\\ 2 & 11\end{matrix}\right\|=\frac{1}{2}\left|-44-6\right|=25$ (кв. ед).

9. Для вычисления угла *A* треугольника *ABC* используем формулу $tg\varphi=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$. Найдем сначала k_{AB}, зная уравнение *AB:* $3x+4y+6=0$.

Преобразуем это уравнение к виду $y=kx+b: 4y=-3x-6$ или $y=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$.

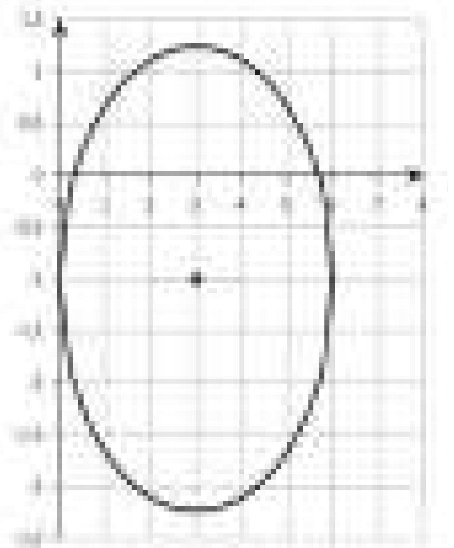
Отсюда $k_{AB}=-\frac{3}{4}$. Угловой коэффициент прямой *AC* был найден в п.3: $k_{AC}=\frac{11}{2}$

. Заметим, что $k_1=k_{AC}$, $k_2=k_{AB}$. Следовательно, $tgA=\frac{-\frac{3}{4}-\frac{11}{2}}{1+(-\frac{3}{4})*\frac{11}{2}}=2$ или

$A=arctg2\approx 1{,}11\,рад.$

Задача 5. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

а) $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$



Решение. Преобразуем данное уравнение кривой, так как

$$5x^2+9y^2-30x+18y+9=5(x^2-6x)+9(y^2+2y)+9=5(x^2-2\cdot 3x+3^2-3^2)+$$
$$+9(y^2+2\cdot 1y+1-1)+9=5(x-3)^2-45+9(y+1)^2-9+9=0,$$

то уравнение можно написать в виде:

$$5(x-3)^2+9(y+1)^2-45=0$$

или

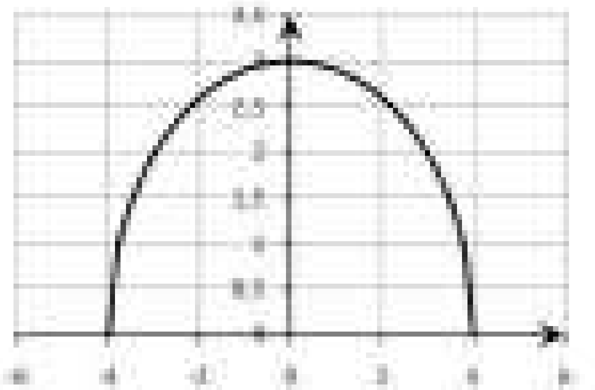
$$\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y+1)^2}{5}=1$$

Получили каноническое уравнение эллипса, его центр симметрии находится в точке $(3;-1)$, полуоси $a=3$, $b=\sqrt{5}$

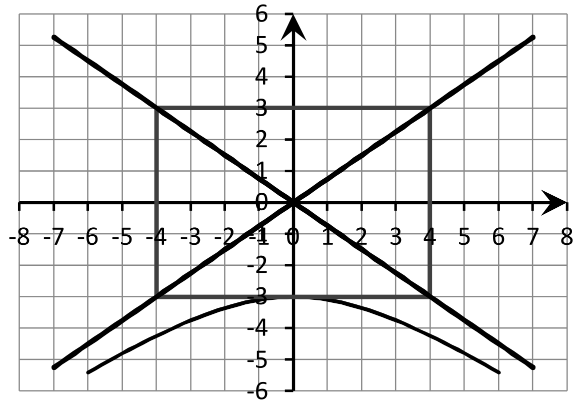
б) $y=\dfrac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$

Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $y^2=\dfrac{9}{16}(16-x^2)$ или

$y^2=9-\dfrac{9}{16}x^2$, $\dfrac{9}{16}x^2+y^2=9$, $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ – каноническое уравнение эллипса с центром в начале координат и полуосями, равными $a=4,\ b=3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак «+», то исходное уравнение определяет часть эллипса, расположенную выше оси *Ox*.



в) $y=-\frac{3}{4}\sqrt{16+x^2}$. Возведем обе стороны уравнения в квадрат. Получим: $y^2=\frac{9}{16}(16+x^2)$ или $y^2=9+\frac{9}{16}x^2$, $-\frac{9}{16}x^2+y^2=9$, $-\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ – каноническое уравнение гиперболы с центром в начале координат и полуосями, равными $a=4$, $b=3$. Так как, по условию, в уравнении перед радикалом стоит знак «-», то исходное уравнение определяет часть гиперболы, расположенную ниже оси *Ox*.



Образец выполнения типового расчета №3

Вариант №1

I.Вычислить пределы, не применяя правило Лопиталя:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n+2}-\sqrt{4n-1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}$
3. $\lim\limits_{x\to-2}\frac{2x+5}{\ln(x+3)}$
4. $\lim\limits_{x\to-3}\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^2-6x-27}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+2x}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg^3(2x)}{arctg^3(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to-2}\frac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^3-2n^2+6n+12}{9n^2+5n^3-8n+4}$

II. Исследовать функцию $y=\frac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}$ на непрерывность.

Решение

I. Вычислить пределы, не применяя правила Лопиталя.

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n+2}-\sqrt{4n-1}\right)=[\infty-\infty]=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{9n+2}-\sqrt{4n-1}\right)\left(\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}\right)}{\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(9n+2)-(4n-1)}{\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5n+3}{\sqrt{9n+2}+\sqrt{4n-1}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{5n}{n}+\frac{3}{n}}{\frac{\sqrt{9n+2}}{n}+\frac{\sqrt{4n-1}}{n}}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{3}{n}}{\sqrt{\frac{9n}{n^2}+\frac{2}{n^2}}+\sqrt{\frac{4n}{n^2}-\frac{1}{n^2}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{3}{n}}{\sqrt{\frac{9}{n}+\frac{2}{n^2}}+\sqrt{\frac{4}{n}-\frac{1}{n^2}}}=\frac{5+\frac{3}{\infty}}{\sqrt{\frac{9}{\infty}+\frac{2}{\infty}}+\sqrt{\frac{4}{\infty}-\frac{1}{\infty}}}=\frac{5}{0}=\infty.$$

2) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}=\left[1^\infty\right]=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}-1\right)^{3n^2+1}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n^2+n+4}\right)^{(2n^2+n+4)\cdot\frac{\left(3n^2+1\right)}{2n^2+n+4}}=$$

$$=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2+1}{2n^2+n+4}}=e^{\frac{3}{2}}$$

3) $$\lim_{x\to-2}\frac{2x+5}{\ln(x+3)}=\frac{2\cdot(-2)+5}{\ln(-2+3)}=\frac{1}{\ln 1}=\frac{1}{0}=\infty.$$

4) $$\lim_{x\to-3}\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^2-6x-27}=\left[\frac{0}{0}\right]=\left|\textit{Разделим числитель и знаменатель на }(x+3)\right|$$

$$\begin{array}{r|l}
x^3+5x^2+3x-9 & x+3 \\
\underline{-\,x^3+3x^2} & \overline{x^2+2x-3} \\
2x^2+3x & \\
\underline{-\,2x^2+6x} & \\
-3x-9 & \\
\underline{-\,-3x-9} & \\
0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
x^2-6x-27 & x+3 \\
\underline{-\,x^2+3x} & \overline{x-9} \\
-9x-27 & \\
\underline{-\,-9x-27} & \\
0 &
\end{array}$$

$$\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)(x^2+2x-3)}{(x+3)(x-9)}=\lim_{x\to-3}\frac{x^2+2x-3}{x-9}=\frac{0}{-12}=0.$$

5) $$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+2x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to0}\frac{(\sqrt{x+16}-4)(\sqrt{x+16}+4)}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=\lim_{x\to0}\frac{(\sqrt{x+16})^2-4^2}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{x+16-16}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=\lim_{x\to0}\frac{x}{x(x+2)(\sqrt{x+16}+4)}=\frac{1}{(0+2)(\sqrt{0+16}+4)}=$$

$$=\frac{1}{2\cdot(4+4)}=\frac{1}{16}$$

6) $$\lim_{x\to 0}\frac{tg^3(2x)}{arctg^3(3x)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\frac{tg(2x)}{2x}\right)^3\cdot(2x)^3}{\left(\frac{arctg(3x)}{3x}\right)^3\cdot(3x)^3}=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot(2x)^3}{1\cdot(3x)^3}=\lim_{x\to 0}\frac{8x^3}{27x^3}=\frac{8}{27}.$$

7) $$\lim_{x\to -2}\frac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -2}\frac{\frac{5^{x^2-4}-1}{x^2-4}\cdot\left(x^2-4\right)}{2x^2+3x-2}=\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x^2+3x-2}=$$
$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x^2+3x-2}=\lim_{x\to -2}\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(2x-1)}=\lim_{x\to -2}\frac{x-2}{2x-1}=\frac{-2-2}{2\cdot(-2)-1}=\frac{-4}{-5}=\frac{4}{5}.$$

8) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{e^{4x^2}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x^2}\cdot x^2}{\frac{e^{4x^2}-1}{4x^2}\cdot 4x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot x^2}{1\cdot 4x^2}=\frac{1}{4}.$$

9) $$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3-2n^2+6n+12}{9n^2+5n^3-8n+4}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2n^3}{n^3}-\frac{2n^2}{n^3}+\frac{6n}{n^3}+\frac{12}{n^3}}{\frac{9n^2}{n^3}+\frac{5n^3}{n^3}-\frac{8n}{n^3}+\frac{4}{n^3}}=\lim_{n\to\infty}\frac{2-\frac{2}{n}+\frac{6}{n^2}+\frac{12}{n^3}}{\frac{9}{n}+5-\frac{8}{n^2}+\frac{4}{n^3}}=$$
$$=\frac{2-\frac{2}{\infty}+\frac{6}{\infty}+\frac{12}{\infty}}{\frac{9}{\infty}+5-\frac{8}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{2-0+0+0}{0+5-0+0}=\frac{2}{5}.$$

II. Исследовать функцию $y=\dfrac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}$ на непрерывность.

Решение. Т.к. знаменатель дроби $\dfrac{1}{x-2}$ равен нулю при $x=2$, то функция терпит разрыв при $x=2$. Установим тип этой точки разрыва, для этого найдем предел слева и справа в этой точке.

$$\lim_{x\to 2-0}\frac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=\frac{2}{3+5^{\frac{1}{-0}}}=\frac{2}{3+5^{-\infty}}=\frac{2}{3+\frac{1}{5^{\infty}}}=\frac{2}{3+\frac{1}{\infty}}=\frac{2}{3+0}=\frac{2}{3},$$

$$\lim_{x\to 2+0}\frac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=\frac{2}{3+5^{\frac{1}{+0}}}=\frac{2}{3+5^{+\infty}}=\frac{2}{\infty}=0.$$

Т.о. у функции существуют и левосторонний предел $\lim\limits_{x\to 2-0}\dfrac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=\dfrac{2}{3}$ и правосторонний предел $\lim\limits_{x\to 2+0}\dfrac{2}{3+5^{\frac{1}{x-2}}}=0$, но между собой они не равны.

Значит точка $x=2$ является точкой разрыва 1 рода. Скачок функции равен $\left|\frac{2}{3}-0\right|=\frac{2}{3}$.

Образец выполнения типового расчета №4
Вариант №1

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{2x^2}$. б) $\lim\limits_{x\to 3}(2x-6)tg\frac{\pi x}{6}$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=5x^3-\frac{8}{x^2}+4\sqrt{x}$ б) $y=\frac{\cos x}{x^3+9}$

в) $y=\sin\sqrt{1-x^2}$ г) $y=\left(2arctgx+3^x\right)\left(5\arcsin-\sqrt{3}\right)$

д) $y=x^{e^x}$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(8-7t), \\ y=t^7-7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x}{1+x^2}.$$

5. Найти производную неявной функции $x^3+3y^3-xy=0$

Решение

Задание 1.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{2x^2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1-\cos 6x)'}{(2x^2)'}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{6\sin 6x}{4x}=\frac{3}{2}\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos 6x}{1}=9$.

б) $\lim\limits_{x\to 3}(2x-6)tg\dfrac{\pi x}{6}=[0\cdot\infty]=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x-6}{ctg\frac{\pi x}{6}}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(2x-6)'}{\left(ctg\frac{\pi x}{6}\right)'}=$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{2}{\frac{-1}{\sin^2\frac{\pi x}{6}}\cdot\frac{\pi}{6}}=\frac{2}{\frac{-1}{\sin^2\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{\pi}{6}}=-\frac{12}{\pi}$$

Задание 2.

а) $y=5x^3-\dfrac{8}{x^2}+4\sqrt{x}$

$$y'=\left(5x^3-\frac{8}{x^2}+4\sqrt{x}\right)'=\left(5x^3-8x^{-2}+4x^{1/2}\right)'=5\cdot 3x^2-8\cdot(-2)x^{-3}+4\cdot\frac{1}{2}x^{-1/2}=$$

$$=15x^2+\frac{16}{x^3}+\frac{2}{\sqrt{x}}$$

б) $y=\dfrac{\cos x}{x^3+9}$.

$$y'=\left(\frac{\cos x}{x^3+9}\right)'=\frac{(\cos x)'(x^3+9)-\cos x(x^3+9)'}{(x^3+9)^2}==\frac{-\sin x\cdot(x^3+9)-3x^2\cos x}{(x^3+9)^2}.$$

в) $y=\sin\sqrt{1-x^2}$.

$$y'=\left(\sin\sqrt{1-x^2}\right)'=\cos\sqrt{1-x^2}\cdot\left(\sqrt{1-x^2}\right)'=\cos\sqrt{1-x^2}\cdot\left(\left(1-x^2\right)^{1/2}\right)'=$$

$$=\cos\sqrt{1-x^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-x^2\right)^{-1/2}\cdot\left(1-x^2\right)'=-2x\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-x^2\right)^{-1/2}\cdot\cos\sqrt{1-x^2}=$$

$$=-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\cos\sqrt{1-x^2}.$$

г) $y=\left(2arctgx+3^x\right)\left(5\arcsin-\sqrt{3}\right)$

$$y'=\left(2arctgx+3^x\right)'\cdot\left(5\arcsin x-\sqrt{3}\right)+\left(5\arcsin x-\sqrt{3}\right)'\cdot\left(2arctgx+3^x\right)=$$

$$\left(2\cdot\frac{1}{1+x^2}+3^x\ln 3\right)\cdot\left(5\arcsin x-\sqrt{3}\right)+\left(5\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}-0\right)\cdot\left(2arctgx+3^x\right)=$$

$$\left(\frac{2}{1+x^2}+3^x\ln 3\right)\cdot\left(5\arcsin x-\sqrt{3}\right)+\frac{5}{\sqrt{1-x^2}}\cdot\left(2arctgx+3^x\right)$$

д) $y=x^{e^x}$

Пролагорифмируем обе части равенства: $\ln y = \ln(x^{e^x})$; $\ln y = e^x \ln x$;

Продифференцируем обе части равенства:

$$\frac{y'}{y} = e^x \ln x + e^x \frac{1}{x}; \qquad y' = y\left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x}\right)$$

$$y' = x^{e^x}\left(e^x \ln x + \frac{e^x}{x}\right)$$

Задание 3. Найти производую y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arccos t \end{cases}$

Вычислим x'_t и y'_t :

$$x'_t = \frac{1}{1+t^2}2t = \frac{2t}{1+t^2}, \qquad y'_t = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x_t} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{\frac{2t}{1+t^2}} = -\frac{1+t^2}{2t\sqrt{1-t^2}}$$

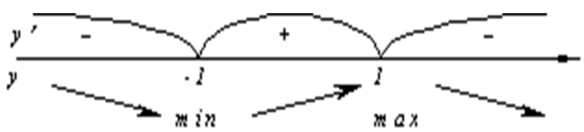
Задание 4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y = \frac{x}{1+x^2}$

Решение.

Исследуем функцию на монотонность и найдем экстремум

$$y' = \left(\frac{x}{1+x^2}\right)' = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{\left(1+x^2\right)^2} = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{\left(1+x^2\right)^2} = \frac{1+x^2-2x^2}{\left(1+x^2\right)^2} = \frac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$$

Найдем критические точки 1рода



$$y' = 0, \qquad \frac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2} = 0,$$

$x = 1$, $x = -1$.

При $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ функция убывает, при $x \in (-1, 1)$ функция возрастает.

$x = -1$ - точка минимума, $y_{min} = y(-1) = \dfrac{-1}{1+(-1)^2} = -\dfrac{1}{2}$.

$x = 1$ - точка максимума, $y_{\max} = y(1) = \dfrac{1}{1+1^2} = \dfrac{1}{2}$.

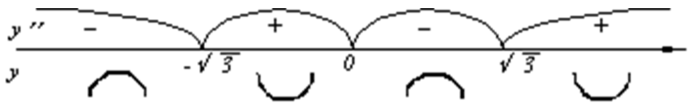
Исследуем функцию на выпуклость, вогнутость и точки перегиба:

$$y'' = \left(\frac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2} \right)' = \frac{(1-x^2)'(1+x^2)^2 - (1-x^2)((1+x^2)^2)'}{\left(1+x^2\right)^4} =$$

$$\frac{-2x(1+x^2)^2 - (1-x^2)2(1+x^2)2x}{\left(1+x^2\right)^4} = \frac{-2x(1+x^2)(1-x^2-2x^2)}{\left(1+x^2\right)^4} = \frac{-2x(1-3x^2)}{\left(1+x^2\right)^3}.$$

Найдем критические точки 2 рода:

$y'' = 0$, $\dfrac{-2x(1-3x^2)}{\left(1+x^2\right)^3} = 0.$



$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = -\sqrt{3}$

При $x \in \left(-\infty, -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}, +\infty\right)$ функция выпуклая,

при $x \in \left(-\sqrt{3}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{3}\right)$ функция вогнутая.

$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = -\sqrt{3}$ - точки перегиба.

Задание 5. Найти производную функции $x^3 + 3y^3 - xy = 0$

Продифференцируем по x равенство $x^3 + 3y^3 - xy = 0$:

$$3x^2 + 3 \cdot 3y^2 \cdot y' - xy' - y = 0$$

Из полученного соотношения найдем y':

$3x^2 - y = (-9y^2 + x)y'$

$y' = \dfrac{3x^2 - y}{x - 9y^2}$

Образец выполнения типового расчета №5

Вариант №1

1.Вычислить $\int\limits_{e}^{e^2}\frac{dx}{x\ln x}$.

2. Вычислить $\int\limits_{1}^{2}x^2\ln x dx$.

3. Вычислить $\int\limits_{1}^{64}\frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}$.

4.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-2x+3$, $y=3x-1$.

5.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t \\ y=3\sqrt{2}\sin t \end{cases}$, $y=3$ ($y\geq 3$).

Решение.

Задание 1.Вычислить $\int\limits_{e}^{e^2}\frac{dx}{x\ln x}$.

$$\int\limits_{e}^{e^2}\frac{dx}{x\ln x}=\int\limits_{e}^{e^2}\frac{d(\ln x)}{\ln x}=\ln\left|\ln x\right|\Big|_{e}^{e^2}=\ln\left|\ln e^2\right|-\ln\left|\ln e\right|=\ln\left|2\ln e\right|-\ln 1=\ln 2$$

Задание 2. Вычислить $\int\limits_{1}^{2}x^2\ln x dx$.

Разобьем подынтегральное выражение на части: $u=\ln x$, $dv=x^2dx$,

тогда $du=\frac{dx}{x}$, $v=\int x^2dx=\frac{x^3}{3}$.

Согласно формуле $\int\limits_{a}^{b}udv=u\cdot v\Big|_{a}^{b}-\int\limits_{a}^{b}vdu$ получим:

$$\int\limits_{1}^{2}x^2\ln x dx=\frac{x^3}{3}\ln x\Big|_{1}^{2}-\int\limits_{1}^{2}\frac{x^3}{3}\frac{dx}{x}=\frac{1}{3}\left(2^3\ln 2-\ln 1\right)-\frac{1}{3}\int\limits_{1}^{2}x^2dx=$$

$$=\frac{8}{3}\ln 2-\frac{1}{3}\frac{x^3}{3}\Bigg|_{1}^{2}=\frac{8}{3}\ln 2-\frac{1}{9}\left(2^3-1^3\right)=\frac{8}{3}\ln 2-\frac{7}{9}=\frac{24\ln 2-7}{9}.$$

Задание 3. Вычислить $\int\limits_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}$.

Первообразную найдем, введя подстановку $\sqrt[6]{x}=t$, тогда $x=t^6$, $dx=6t^5dt$. При $x=1$, $t_1=\sqrt[6]{1}=1$; при $x=64$, $t=\sqrt[6]{64}=2$.

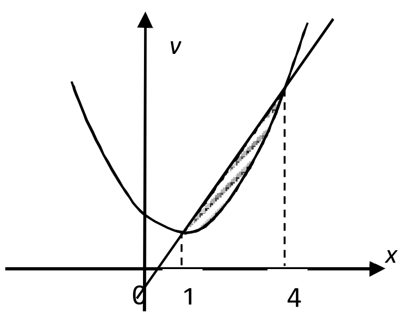
$$\int\limits_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}=\int\limits_1^{2} \frac{6t^5dt}{t^3(1+t^2)}=6\int\limits_1^{2} \frac{t^2dt}{1+t^2}=6\int\limits_1^{2} \frac{t^2+1-1}{1+t^2}dt=$$

$$=6\int\limits_1^{2} \frac{t^2+1}{1+t^2}dt-6\int\limits_1^{2} \frac{1}{1+t^2}dt=6t\Big|_1^2-6arctg\,t\Big|_1^2=6(2-1)-6(arctg2-arctg1)=$$

$$=6-6\left(arctg2-\frac{\pi}{4}\right)=6+\frac{3\pi}{2}-6arctg2.$$

Задание 4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-2x+3$, $y=3x-1$.

Сделаем чертеж. Уравнению $y=x^2-2x+3$ соответствует парабола с вершиной в точке $x=1$, $y=2$, т. к. $y=x^2-2x+3 \Rightarrow y-2=(x-1)^2$. Уравнению $y=3x-1$ соответствует прямая.



Найдем точки пересечения заданных линий $\begin{cases} y=x^2-2x+3, \\ y=3x-1. \end{cases}$ $x^2-2x+3=3x-1$, $x^2-5x+4=0$,

$x_1=1$, $x_2=4$.

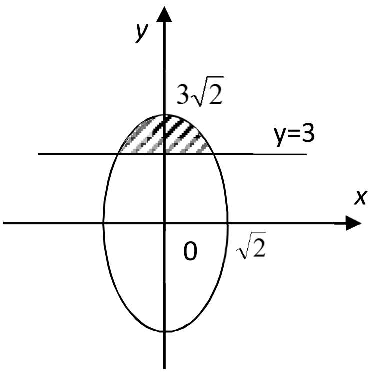
$$\int\limits_1^4 (3x-1-(x^2-2x+3))dx=\int\limits_1^4 (3x-1-x^2+2x-3)dx=$$

$$=\int\limits_1^4 (5x-4-x^2)dx=\frac{5x^2}{2}\Bigg|_1^4-4x\Big|_1^4-\frac{x^3}{3}\Bigg|_1^4=\frac{9}{2} \text{ (кв. ед.).}$$

Задание 5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t \\ y=3\sqrt{2}\sin t \end{cases}$, $y=3$ ($y\geq 3$).

Решение:

Уравнениями $\begin{cases} x = \sqrt{2}\cos t \\ y = 3\sqrt{2}\sin t \end{cases}$ задается эллипс с полуосями $a = \sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{2}$ (параметрические уравнения эллипса $x = a\cos t,\quad y = b\sin t$, $0 \le t \le 2\pi$).



Уравнению $y = 3$ соответствует прямая, параллельная осиOx. Сделаем чертеж. Получаем фигуру, площадь которой будем вычислять по формуле

$$S = \int_a^b \left(f_2(x) - f_1(x)\right)dx.$$

Найдем пределы изменения параметра t. Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} y = 3\sqrt{2}\sin t \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow \quad 3 = 3\sqrt{2}\sin t,$$

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},\quad t = (-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + k\pi,\qquad k \in Z$$

При $k = 0$, $t_1 = \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$; при $k = 1$, $t_2 = -\frac{\pi}{4} + \pi = \frac{3\pi}{4}$.

Значит $\frac{3\pi}{4} \ge t \ge \frac{\pi}{4}$, $dx = -\sqrt{2}\sin t dt$.

Искомая площадь равна

$$S = \int_{3\pi/4}^{\pi/4} \left(3\sqrt{2}\sin t - 3\right)\left(-\sqrt{2}\right)\sin t dt = -6\int_{3\pi/4}^{\pi/4} \sin^2 t dt + 3\sqrt{2}\int_{3\pi/4}^{\pi/4} \sin t dt =$$

$$= -6\int_{3\pi/4}^{\pi/4} \frac{1-\cos 2t}{2} dt - 3\sqrt{2}\cos t\Big|_{3\pi/4}^{\pi/4} = -3\int_{3\pi/4}^{\pi/4} dt + 3\int_{3\pi/4}^{\pi/4} \cos 2t dt -$$

$$-3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{3\pi}{4}\right) = -3t\Big|_{3\pi/4}^{\pi/4} + \frac{3}{2}\sin 2t\Big|_{3\pi/4}^{\pi/4} - 3\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$

$$= -3\left(\frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{4}\right) + \frac{3}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin\frac{3\pi}{2}\right) - 6 = \frac{3\pi}{2} - 3\,(\text{кв. ед.}).$$

2 СЕМЕСТР

Образец выполнения типового расчета №1

1. На карточках написаны числа от 30 до 40. Наугад извлекают одну карточку. Найти вероятность того, что извлекут карточку с числом кратным трем.

Решение.

Введем событие A – число кратно трем.

$n = 11$ (можно извлечь любую из 11 карточек).

$m = 4$ (чисел делящихся на три будет всего четыре: 30; 33; 36; 39).

$$P(A) = \frac{4}{11}.$$

2. Телефонный номер состоит из шести цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны.

Решение.

Назовем событие A–все цифры различны.

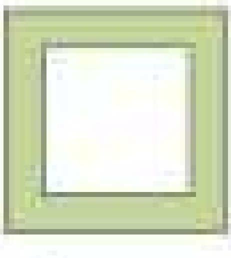
$n = 10^6$ (столько всех шестизначных номеров существует, считая 000000 – шестизначный).

$m = A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$ (столько будет существовать номеров с различными цифрами).

$$P(A) = \frac{A_{10}^6}{10^6} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10^6} = 0.1512.$$

3. В квадрат со стороной 4 см «бросают» точку. Какова вероятность, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата будет меньше 1 см?

Решение.



Закрасим в квадрате множество точек, удаленных от ближайшей стороны меньше, чем на 1 см.

Площадь квадрата со стороной 4 см равна 16 см^2. Площадь закрашенной части квадрата

$$16см^2 - 4см^2 = 12см^2.$$

Значит, искомая вероятность равна $P(A) = \frac{s}{S} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

4. В магазин поступили парные обуви одного фасона, размера, но разного цвета. В ней 40 пар черного цвета, 26 – коричневого, 22 – красного, 12 – синего. Коробки с обувью оказались нерассортированными по цвету. Найти вероятность того, что наугад взятая коробка, окажется с обувью красного или синего цвета.

Решение:

Введем событие A- взятая наугад коробка с обувью красного или синего цвета. Введем дополнительные два события :

B – коробка с обувью красного цвета;

C- коробка с обувью синего цвета.

Алгебра событий $A = B + C$ (или коробка с обувью красного цвета или синего). События B, C несовместные. По теореме сложения имеем

$$P(A) = P(B) + P(C) = \frac{22}{100} + \frac{12}{100} = \frac{34}{100} = 0{,}34.$$

5. На каждой отдельной карточке написаны буквы, составляющие слово «МАШИНА» Карточки перемешали и положили в пакет. После чего извлекли одну за другой (без возвращения) четыре карточки. Найти вероятность того, что в порядке выхода карточек можно прочитать слово «ШИНА».

Решение.

Введем событиеA – можно прочитать слово «ШИНА».

Введем дополнительные еще события

A_1 - первая буква «Ш»; A_2 - вторая буква «И»; A_3 – третья буква «Н».

A_4 - четвертая буква «А».

Алгебра событий $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4$(одновременно должны наступить события и первая буква «Ш» и вторая «И» и третья «Н» и четвертая «А»). События A_1, A_2, A_3, A_4 - зависимые.

По теореме умножения для зависимых событий:

$$P(A) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1A_2}(A_3) \cdot P_{A_1A_2A_3}(A_4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{180}.$$

6. Два студента независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,7; для второго студента эта вероятность составляет 0,8. Найти вероятности следующих событий:A – оба студента решат задачу;

B – только первый решит задачу.

Решение.

Пусть событие K_1 состоит в том, что первый студент решит задачу; K_2 - второй студент решит задачу. По условию $P(K_1) = 0{,}7$, $P(K_2) = 0{,}8$.

$\bar{K}_1$ - первый студент не решит задачу, $\bar{K}_2$ - второй студент не решит задачу.

$P(\bar{K}_1) = 1 - P(K_1) = 0{,}3$, $P(\bar{K}_2) = 1 - P(K_2) = 0{,}2$.

Событие A равносильно событию " первый студент решит задачу и второй студент решит задачу", т.е. $A = K_1 \cdot K_2$.

Причем события K_1, K_2 независимые. По теореме умножения для независимых событий $P(A) = P(K_1) \cdot P(K_2) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$.

Событие B равносильно событию "первый студент решит задачу и второй студент не решит задачу", т.е. $B = K_1 \cdot \bar{K}_2$.

$$P(B) = P(K_1) \cdot P(\bar{K}_2) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14.$$

7. ***На сборку поступают одинаковые изделия из четырех цехов. Вероятность брака в каждом из цехов соответственно равны 0,04, 0,03, 0,06, 0,02. Первый цех поставляет 30 изделий, второй цех – 20, третий цех – 50, четвертый – 25. Изделия оказались перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется бракованным.***

Решение.

Введем событие A – взятое наудачу изделие бракованное.

Возможны гипотезы: B_1 - изделие изготовлено в первом цехе;

B_2 - изделие изготовлено во втором цехе; B_3 - изделие изготовлено в третьем цехе; B_4 - изделие изготовлено в четвертом цехе.

Событие $A = B_1 \cdot A + B_2 \cdot A + B_3 \cdot A + B_4 \cdot A$.

Вероятность $P(A)$ будет вычисляться по формуле полной вероятности. Вычислим:

$P(B_1) = \frac{30}{125}$, $P(B_2) = \frac{20}{125}$, $P(B_3) = \frac{50}{125}$, $P(B_4) = \frac{30}{125}$.

$P_{B_1}(A) = 0,04$, $P_{B_2}(A) = 0,03$, $P_{B_3}(A) = 0,06$, $P_{B_4}(A) = 0,02$.

$$\sum_{i=1}^{4} P(B_i) = \frac{30}{125} + \frac{20}{125} + \frac{50}{125} + \frac{25}{125} = 1.$$

Вероятность события A:

$$P(A) = \frac{30}{125} \cdot 0,04 + \frac{20}{125} \cdot 0,03 + \frac{50}{125} \cdot 0,06 + \frac{25}{125} \cdot 0,02 = 0,0424.$$

8. ***Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей на три класса, которые включают 20%, 50% и 30% водителей соответственно. Вероятность того, что в течение года водитель попадет в аварию, равны 0,01, 0,03 и 0,1 соответственно для каждого класса. Наугад выбранный водитель в течение года попал в аварию. Какова вероятность того, что он относится к первому классу?***

Решение

Обозначим через A событие – водитель попал в аварию.

Возможны следующие предположения (гипотезы): B_1 – водитель относится к первому классу, B_2 – ко второму, B_3 – к третьему.

Вероятности гипотез равны:

$$P(B_1) = 0,2; \qquad P(B_2) = 0,5; \qquad P(B_3) = 0,3.$$

Условные вероятности того, что водитель попадет в аварию, при условии, что он относится к первому, второму, третьему классу соответственно равны:

$$P_{B_1}(A) = 0,01; \qquad P_{B_2}(A) = 0,03; \qquad P_{B_3}(A) = 0,1.$$

Вероятность того, что попавший в аварию водитель относится к первому классу, по формуле Байеса равна:

$$P_A(B_1)=\frac{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)}{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)+P(B_2)\cdot P_{B_2}(A)+P(B_3)\cdot P_{B_3}(A)}=$$

$$=\frac{0,2\cdot 0,01}{0,2\cdot 0,01+0,5\cdot 0,03+0,3\cdot 0,1}=0,043.$$

Образец выполнения типового расчета №2

1. ***Всхожесть семян некоторого сорта растений равна 80%. Для опыта отбирается 5 семян. Определить вероятность того, что из 5 посеянных семян прорастет 3 семени. Не менее 3.***

Будем считать посев 5 семян проведением пяти независимых испытаний. Для каждого из 5 посеянных семян вероятность прорасти постоянна $P(A)=0,8$. Вероятность противоположного события $P(\bar{A})=1-0,8=0,2$. Надо найти $P_5(3)$, т.е. вероятность того, что в 5 испытаниях событие A появится ровно 3 раза. Значит, $n=5$; $p=0,8$; $q=0,2$; $k=3$.

По формуле Бернулли имеем:

$P_5(3)=C_5^3\cdot(0,8)^3\cdot(0,2)^2=0,2048$.

$P_5(4)=C_5^4\cdot(0,8)^4\cdot(0,2)^1=0,4096$; $P_5(5)=C_5^5\cdot(0,8)^5\cdot(0,2)^0=0,32768$

$P_5(k\ge 3)=P_5(3)+P_5(4)+P_5(5)=0,2048+0,4096+0,32768=0,94208$.

2. ***Вероятность изготовления стандартной детали на автомате равна 0,95. Изготовлена партия в 200 деталей. Найти наивероятнейшее число нестандартных деталей и вероятность этого наивероятнейшего числа.***

Решение:

По условию $n=200$; $q=0,95$; $p=1-0,95=0,05$.

Так как $n=200$ достаточно велико, то наивероятнейшее число $k_0=np$.

$k_0=200\cdot 0,05=10$.

Вычислим вероятность $P_{200}(10)$, используя локальную теорему Лапласа:

$x=\dfrac{10-200\cdot 0,05}{\sqrt{200\cdot 0,05\cdot 0,95}}=0$. По таблице найдем $\varphi(0)=0,3989$.

$$P_{200}(10)\approx\frac{0,3989}{\sqrt{200\cdot 0,05\cdot 0,95}}=\frac{0,3989}{\sqrt{9,5}}\approx 0,13.$$

3. ***Батарея состоит из трех орудий. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого, второго и третьего орудия равна соответственно 0,5; 0,6; 0,8. Каждое орудие стреляет по цели один раз. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий в цель. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения. Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.***

Решение:

Введем случайную величину X – число попаданий в цель. Возможные значения величины:

$x_1 = 0$ – ни одно орудие не попало; $x_2 = 1$ – попало одно орудие;

$x_3 = 2$ – попали два орудия; $x_4 = 3$ – попали три орудия.

Величина X – дискретная. Вычислим вероятность каждого значения.

$p_1 = P(X = 0) = (1-0,5)(1-0,6)(1-0,8) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 = 0,04$ (и первое и второе и третье орудия промахнулись);

$p_2 = P(X = 1) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,8 = 0,26$ (первое орудие попало, второе и третье промахнулись или второе орудие попало, первое и третье промахнулись или третье орудие попало, первое и второе промахнулись);

$p_3 = P(X = 2) = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,46$;

$p_4 = P(X = 3) = 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,8 = 0,24$.

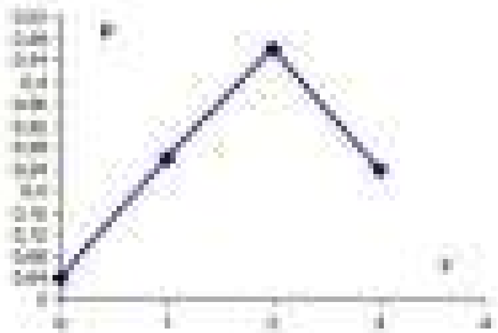
Закон распределения:

X	0	1	2	3	$\sum p_i$
p	0,04	0,26	0,46	0,24	1

Проверим правильность составленного закона

$\sum p_i = 1 \Rightarrow 0,04 + 0,26 + 0,46 + 0,24 = 1$.

Построим график распределения



Вычислим $M(X) = 0 \cdot 0,04 + 1 \cdot 0,26 + 2 \cdot 0,46 + 3 \cdot 0,24 = 1,9$.

Для дисперсии вычислим $M(X^2) = 0^2 \cdot 0,04 + 1^2 \cdot 0,26 + 2^2 \cdot 0,46 + 3^2 \cdot 0,24 = 4,26$.

$D(X) = 4,26 - (1,9)^2 = 0,65$;

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0,65} \approx 0,81$.

Найдем функцию распределения $F(x) = P(X < x)$:

$F(x) = 0,\ x \le 0$;

при изменении $0 < x \le 1$, $F(x) = 0,04$;

при изменении $1 < x \le 2$, $F(x) = 0,04 + 0,26 = 0,3$;

при изменении $2 < x \le 3$, $F(x) = 0,04 + 0,26 + 0,46 = 0,76$;

для всех $x > 3$, $F(x) = 1$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 0,04, & 0 < x \le 1 \\ 0,3, & 1 < x \le 2 \\ 0,76, & 2 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Построим график функции $F(x)$

Образец выполнения типового расчета №3

1. ***Случайная величина задана законом распределения:***

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \alpha\left(x^2-x\right), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр α ***; 2) вычислить вероятность события*** $1<X<1,5$.

3) Найти $M(X)$, $D(X)$.

Решение:

1) Параметр α найдем из свойства функции плотности вероятности: $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1$

Найдем $f(x)=F'(x)$

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \alpha(2x-1), & 1<x\le 2\\ 0, & x>2\end{cases}$$

Вычислим: $\int_1^2 \alpha(2x-1)dx=\alpha\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{(2x-1)^2}{2}\Big|_1^2=\frac{\alpha}{4}\cdot(9-1)=\frac{\alpha}{4}\cdot 8=2\alpha$.

Приравняем: $2\alpha=1$, $\alpha=\frac{1}{2}$.

Функции $F(x)$, $f(x)$ принимают вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{2}\left(x^2-x\right), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}\qquad f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \frac{1}{2}(2x-1), & 1<x\le 2\\ 0, & x>2\end{cases}$$

2) Вычислим вероятность события $1<X<1,5$.

Используем формулу $P(\alpha<X<\beta)=F(\beta)-F(\alpha)$.

Найдем $F(1,5)=\frac{1}{2}\left(x^2-x\right)\Big|_{x=1,5}=\frac{1}{2}\left(1,5^2-1,5\right)=0,375$. $F(1)=0$.

$P(1<X<1,5)=F(1,5)-F(1)=0,375$.

3) $M(X)=\int_1^2\frac{1}{2}\left(x^2-x\right)\cdot x dx=\frac{1}{2}\int_1^2\left(x^3-x^2\right)dx=\frac{1}{2}\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2=\frac{17}{24}$;

$M(X^2)=\int_1^2\frac{1}{2}\left(x^2-x\right)\cdot x^2 dx=\frac{1}{2}\int_1^2\left(x^4-x^3\right)dx=\frac{1}{2}\left(\frac{x^5}{5}-\frac{x^4}{4}\right)\Big|_1^2=\frac{49}{40}$;

$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=\frac{49}{40}-\left(\frac{17}{24}\right)^2\approx 0,7233$.

2. ***Размер диаметра втулок, изготовляемых на заводе, можно считать нормально распределенной случайной величиной с $M(X)=2,5$ см и $\sigma(X)=0,01$ см. Втулки годные, если их размер находится в пределах $2,5\pm 0,02$. Какой процент изготовляемых втулок, являются браком?***

Решение:

Втулка будет негодной, если $|X-2,5|>0,02$, где X − случайная величина, - размер диаметра втулки.Вычислим сначала вероятность противоположного события $|X-2,5|\le 0,02$ по формуле $P(|X-M(X)|\le\varepsilon)=2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$.

$$P(|X-2,5|\le 0,02)=2\Phi\left(\frac{0,02}{0,01}\right)=2\Phi(2)=2\cdot 0,4772=0,9544.$$

Тогда $P(|X-2,5|>0,02)=1-0,9544=0,0456$

Следовательно, 4,56% ≈ 5% – втулок бракованных.

3. ***Среднее число дождливых дней в году в данном пункте равно 120. Какова вероятность того, что в этом пункте будет более 200 дождливых дней в году?***

Решение:

Введем случайную величину X – число дождливых дней в году.

По условию $M(X)=120$, $\alpha=200$.

Согласно формуле $P(X>\alpha)\le\frac{M(X)}{\alpha}$, имеем $P(X>200)\le\frac{120}{200}=0,6$.

Следовательно $P(X>200)\le 0,6$.

Образец выполнения типового расчета №4

1. Обследование качества пряжи на крепость дало следующие результаты:

Крепость нити (г), x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
Число случаев, n_i	7	25	28	30	8	2

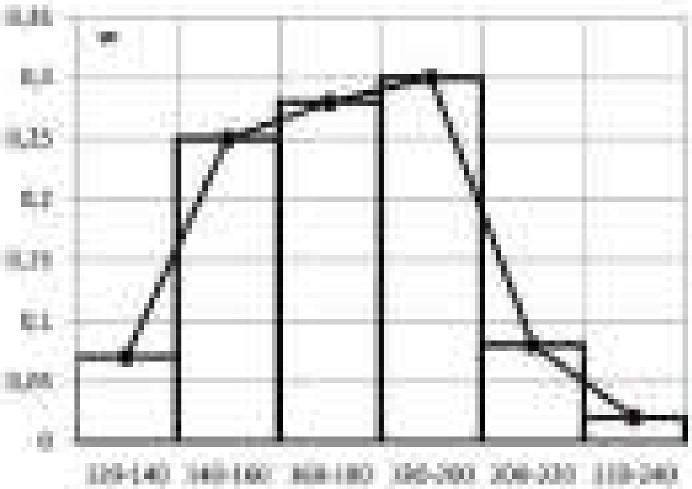
Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные средние, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Решение:

1) Построим гистограмму и полигон относительных частот, для этого найдем относительные частоты (высоты соответствующих прямоугольников гистограммы) по формуле $\omega_i = \frac{n_i}{n}$.

Для построения полигона на гистограмме соединим середины верхних оснований прямоугольников отрезками прямых.

интервалы	n_i	ω_i
120-140	7	0,07
140-160	25	0,25
160-180	28	0,28
180-200	30	0,3
200-220	8	0,08
220-240	2	0,02
$\sum$	100	1

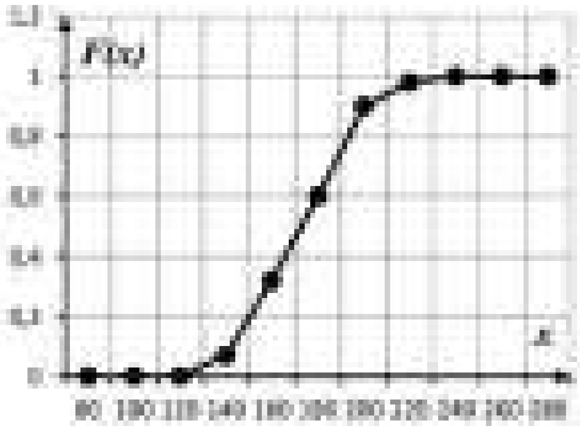


2) Найдем эмпирическую функцию распределения, для этого сначала найдем накопленные частоты

x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
n_i	7	25	28	30	8	2
n_x	7	32	60	90	98	100

Очевидно, что для всех $x \in (-\infty; 120]$ функция распределения равна нулю. Пусть теперь $x \in (120; 140]$. В этом случае число $\frac{n_x}{n}$ не определено, так как неизвестно, сколько выборочных значений случайной величины, принадлежащих этому интервалу, меньше x. Если $x = 140$, то $n_x = 7$, $F^*(x) = \frac{n_x}{n} = \frac{7}{100} = 0,07$. Рассуждая аналогично, убеждаемся, что точками, в которых значение функции $F^*(x)$ можно определить, являются правые концы интервалов и все точки интервала $x \in [240; \infty)$. Определим значения функции $F^*(x)$ в указанных точках.

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \le 120 \\ 0,07 & \text{при} \quad x = 140 \\ 0,32 & \text{при} \quad x = 160 \\ 0,6 & \text{при} \quad x = 180 \\ 0,9 & \text{при} \quad x = 200 \\ 0,98 & \text{при} \quad x = 220 \\ 1 & \text{при} \quad x \ge 240 \end{cases}$$



При графическом изображении данной функции, соединим точки графика, соответствующие концам интервалов, отрезками прямой. В результате график функции $F^*(x)$ будет представлять собой непрерывную линию.

3) Рассчитаем моду и медиану. Распределение задано интервальным рядом. Наибольшая частота $n_i = 30$ отвечает интервалу 180-200, следовательно (как и в начале так как) этот интервал является модальным. Поэтому по формуле

$$Mo = x_{Mo} + \Delta x \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{(n_{Mo} - n_{Mo-1}) + (n_{Mo} - n_{Mo+1})},$$

в которой $x_{Mo} = 180$ – начало модального интервала, $n_{Mo} = 30$ – частота модального интервала, $n_{Mo-1} = 28$ – частота интервала, стоящего перед модальным, $n_{Mo+1} = 8$ – частота интервала, стоящего после модального, получим $Mo \approx 180 + 20\dfrac{30-28}{(30-28)+(30-8)} \approx 181{,}67$.

Для нахождения медианы по формуле $Me = x_{Me} + \Delta x \dfrac{n/2 - (n_i)_{Me-1}}{n_{Me}}$ нужно определить медианный интервал. Объем ряда $n = \sum n_i = 7 + 25 + 28 + 30 + 8 + 2 = 100$, тогда $n/2 = 50$. Среди накопленных частот находим число 50. Такого числа нет, поэтому берем первое, большее 50 значение. Это будет 60. Интервал 160-180, ему соответствующий, и будет медианным. Следовательно, $x_{Me} = 160$ – начало медианного интервала, $n_{Me} = 28$ – частота медианного интервала; $(n_i)_{Me-1} = 32$ – накопленная частота интервала, стоящего перед медианным.

Подставим найденные значения в формулу, получим

$$Me = 160 + 20\frac{100/2 - 32}{28} \approx 172{,}86.$$

4) Вычислим выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесс. В качестве вариант x_i возьмем середины интервалов. Для упрощения расчетов удобно перейти к условным вариантам. В качестве условного нуля выберем $C = 190$:

$$u_i = \frac{x_i - C}{h} = \frac{x_i - 190}{20}.$$

Вспомогательные расчеты сведем в таблицу.

интервалы	n_i	x_i	u_i	$u_i n_i$	$u_i^2 n_i$	$u_i^3 n_i$	$u_i^4 n_i$
120-140	7	130	-3	-21	63	-189	567
140-160	25	150	-2	-50	100	-200	400
160-180	28	170	-1	-28	28	-28	28
180-200	30	190	0	0	0	0	0
200-220	8	210	1	8	8	8	8
220-240	2	230	2	4	8	16	32
$\sum$	100			-87	207	-393	1035

Далее, используя таблицу, найдем:

$$\bar{u} = \frac{\sum u_i n_i}{n} = \frac{-87}{100} = -0,87, \qquad \overline{u^2} = \frac{\sum u_i^2 n_i}{n} = \frac{207}{100} = 2,07;$$

$$D_u = \overline{u^2} - \bar{u}^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131; \quad \sigma_u = \sqrt{D_u} = \sqrt{1,3131} = 1,1459$$

$$\bar{x}_в = h \cdot \bar{u} + C = 20 \cdot (-0,87) + 190 = 172,6;$$

$$D_x = h^2 \cdot D_u = 20^2 \cdot 1,3131 = 525,24; \qquad \sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{525,24} = 22,92.$$

Коэффициент вариации $V = \frac{\sigma_x}{\bar{x}_в} \cdot 100\% = \frac{22,92}{172,6} \cdot 100\% = 13,28\%$.

Для расчета коэффициента асимметрии и эксцесса найдем начальные условные моменты от первого до четвертого порядков:

$$\alpha_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i \cdot n_i}{n} = \frac{-87}{100} = -0,87; \quad \alpha_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i^2 \cdot n_i}{n} = \frac{207}{100} = 2,07;$$

$$\alpha_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i^3 \cdot n_i}{n} = \frac{-393}{100} = -3,93; \quad \alpha_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i^4 \cdot n_i}{n} = \frac{1035}{100} = 10,35.$$

Теперь рассчитаем второй, третий и четвертый центральные моменты:

$$\mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131,$$

$$\mu_3 = \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + 2\alpha_1^3 = -3,93 - 3 \cdot 2,07 \cdot (-0,87) + 2 \cdot (-0,87)^3 = 0,1557,$$

$$\mu_4 = \alpha_4 - 4\alpha_3\alpha_1 + 6\alpha_2\alpha_1^2 - 3\alpha_1^4 =$$

$$= 10,35 - 4 \cdot (-3,93) \cdot (-0,87) + 6 \cdot 2,07 \cdot (-0,87)^2 - 3 \cdot (-0,87)^4 = 4,3556.$$

Вычислим коэффициент асимметрии и эксцесс:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\left(\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}\right)^3} = \frac{0,1557}{\sqrt{1,3131}^3} = 0,1035;$$

$$E_x = \frac{\mu_4}{\left(\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}\right)^4} - 3 = \frac{4,3556}{\sqrt{1,3131}^4} - 3 = 0,4739.$$

Значения коэффициентов асимметрии и эксцесса малы.

По виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса можно сделать вывод, что выборочное распределение близко к нормальному.

б) Найдем точечные оценки параметров выбранного закона распределения.

Несмещенной оценкой математического ожидания является выборочная средняя $\bar{x}_в = 172,6$.

Несмещенной оценкой дисперсии генеральной совокупности является исправленная выборочная дисперсия $s_в^2 = \frac{n}{n-1} D_в = \frac{100}{99} \cdot 525,24 = 530,545$.

7) Запишем функцию плотности и функцию распределения:

$a = 172,6$; $\sigma = \sqrt{530,545} = 23,034$;

$$f(x) = \frac{1}{23,034\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-172,6)^2}{2 \cdot 23,034^2}}; \qquad F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-172,6}{23,034}\right)$$

Найдем интервальные оценки параметров нормального распределения X. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ имеет вид:

$$\bar{x}_в - t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}},$$

где $\bar{x}_в = 172,6$, $s_в = \sqrt{s_в^2} = \sqrt{530,545} = 23,034$.

Для уровня значимости $\gamma = 0,95$ и объема выборки $n = 100$ находим по таблице значение $t_\gamma = 1,984$.

$172,6 - 1,984\frac{23,034}{\sqrt{100}} < a < 172,6 + 1,984\frac{23,034}{\sqrt{100}}$;

$168,0301 < a < 177,1699$.

Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормального распределения

$$s_в(1-q) < \sigma < s_в(1+q).$$

По таблице (приложение 4) при $\gamma = 0,95$ и $n = 100$ найдем $q = 0,143$. Тогда, искомый интервал такой:

$$23,034(1-0,143) < \sigma < 23,034(1+0,143);$$

$$19,74 < \sigma < 26,323.$$

Образец выполнения типового расчета №5

Задача 1. Проверим, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

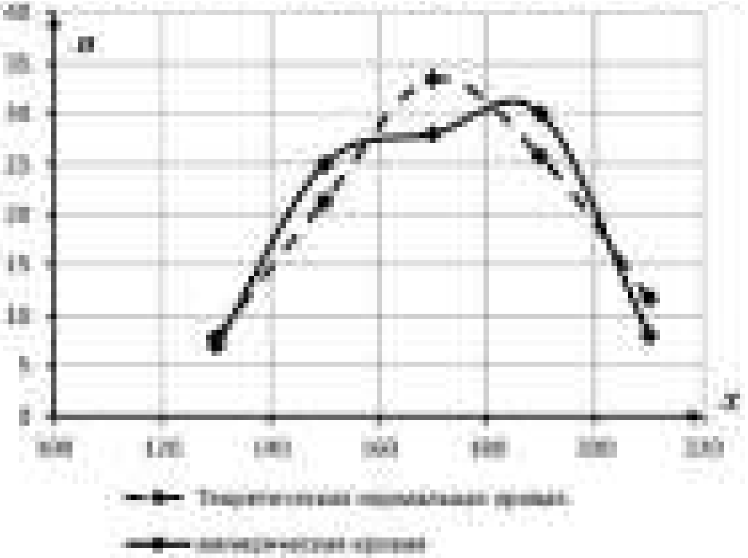
Пронормируем случайную величину X, т.е. перейдем к случайной величине $Z = \frac{X - \bar{x}_в}{\sigma_в}$, и вычислим концы интервалов: $z_i = \frac{x_i - \bar{x}_в}{\sigma_в}$, $z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - \bar{x}_в}{\sigma_в}$, причем наименьшее значение Z (т.е. z_1) примем равным $-\infty$, а наибольшее (т.е. z_{k+1}) примем равным ∞. Затем вычислим теоретические частоты $n_i' = nP_i$, где n - объем выборки,

$p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$ – вероятности попадания Х в интервалы $(x_i; x_{i+1})$; $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

Интервалы 5 и 6 объединены, так как по правилу применения критерия Пирсона интервалы частота которых менее 5 должны быть объединены.

№	Границы интервала		Эмпирические частоты n_i	Границы интервала		$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	p_i	Теорет. частоты $n_i' = np_i$
	x_i	x_{i+1}		z_i	z_{i+1}				
1	120	140	7	$-\infty$	-1,42	-0,5	-0,4222	0,0778	7,78
2	140	160	25	-1,42	-0,55	-0,4222	-0,2088	0,2134	21,34
3	160	180	28	-0,55	0,32	-0,2088	0,1255	0,3343	33,43
4	180	200	30	0,32	1,19	0,1255	0,3830	0,2575	25,75
5	200	220	8 } 10	1,19	$+\infty$	0,3830	0,5	0,117	11,7
6	220	240	2 }						
Сумма			*100*					*1*	*100*

Построим графики эмпирической кривой и теоретически нормальной кривой



Как видно из графиков, представленных на рисунке, теоретические и эмпирические кривые отличаются друг от друга. Для определения значимы ли это расхождения вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона, составим для этого расчетную таблицу:

№	n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
1	7	7,78	-0,78	0,608	0,0782
2	25	21,34	3,66	13,4	0,6277
3	28	33,43	-5,43	29,48	0,8819
4	30	25,75	4,25	18,06	0,7015
5	10	11,7	-1,7	2,89	0,2470
Сумма	*100*	*100*			$\chi^2_{набл} \approx 2,54$

Находим число степеней свободы: по выборке рассчитаны два параметра, значит, $r=2$. Количество интервалов после объединения $m=5$. Следовательно, $k=5-2-1=2$. Зная, что $\alpha=0{,}05$ и $k=2$, по таблице критических точек распределения хи-квадрат находим $\chi^2_{крит}(\alpha;k)=\chi^2_{крит}(0{,}05;2)=6{,}0$. Итак, $\chi^2_{набл}<\chi^2_{крит}$, следовательно, нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

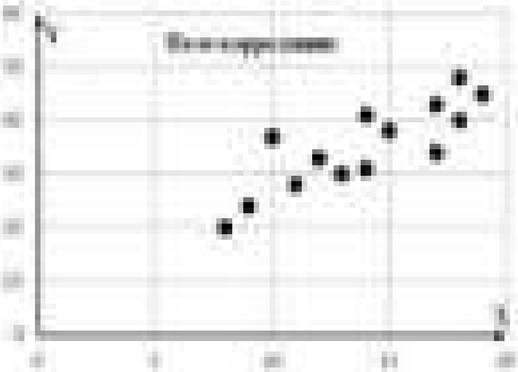
Задача 3. Приведены результаты исследования стоимости основных производственных фондов X (млн. сом) и объемов строительно-монтажных работ Y (млн. сом), выполненных в течение года:

x_i	8	9	11	13	14	12	17	10	15	18	14	17	19	18
y_i	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha=0{,}05$.

Сделать прогноз объема строительно-монтажных работ, если стоимость основных производственных фондов составит 20 млн. сом.

Решение. График зависимости переменных X и Y строится в прямоугольной декартовой системе координат. На оси абсцисс откладываются значения факторного признака X (стоимость основных производственных фондов), а по оси ординат – результативного признака Y (объем строительно-монтажных работ).



Характер расположения точек на графике показывает, что связь между переменными может выражаться линейным уравнением регрессии $\overline{y}_x=kx+b$.

Параметры уравнения регрессии находим методом наименьших квадратов, путем составления и решения системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} k\sum_{i=1}^{n}x_i^2+b\sum_{i=1}^{n}x_i=\sum_{i=1}^{n}x_i y_i, \\ k\sum_{i=1}^{n}x_i+nb=\sum_{i=1}^{n}y_i. \end{cases}$$

Все расчеты приведены во вспомогательной таблице

№ п/п	x	y	x^2	y^2	xy
1	8	20	64	400	160
2	9	24	81	576	216
3	11	28	121	784	308
4	13	30	169	900	390
5	14	31	196	961	434
6	12	33	144	1089	396
7	17	34	289	1156	578
8	10	37	100	1369	370
9	15	38	225	1444	570
10	18	40	324	1600	720
11	14	41	196	1681	574
12	17	43	289	1849	731
13	19	45	361	2025	855
14	18	48	324	2304	864
$\sum$	195	492	2883	18138	7166
Сред.	13,929	35,143	205,929	1295,571	511,857

В таблице все средние находятся по формуле средней арифметической простой, например: $\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{195}{14} = 13,929$.

Подставим полученные суммы в систему нормальных уравнений, учитывая, что $n = 14$, получим:

$$\begin{cases} 205,929k + 13,929b = 511,857, \\ 13,929k + b = 35,143. \end{cases}$$

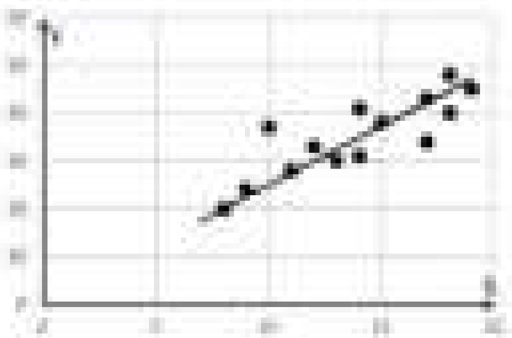
Решив систему, получим $k = 2,4829$, $b = 0,03997$.

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид:

$$\overline{y}_x = 2,4829x + 0,03997.$$

Коэффициент регрессии показывает, что при увеличении стоимости основных производственных фондов (т.е. переменной X) на 1 млн. руб. объем строительно-монтажных работ в среднем увеличивается на 2,4829 млн. руб.

Если в уравнение регрессии подставить фактические значения переменной X, то определяются возможные (теоретические) значения переменной $\overline{y}_x$. Соединив точки с координатами $\left(x_i; \overline{y}_x\right)$, получим прямую линию регрессии (или линию тренда):



При линейной зависимости, степень тесноты связи между переменными X и Y определяется с помощью коэффициента корреляции:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Подставляя данные из расчетной таблицы и учитывая, что

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{205,929 - 13,929^2} \approx 3,451,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2} = \sqrt{1295,571 - 35,143^2} \approx 7,78,$$

получим:

$$r_{xy} = \frac{511,857 - 13,929 \cdot 35,143}{3,45 \cdot 7,78} = 0,833.$$

Так как $r_{xy} > 0$, то между признаками X и Y связь прямая. Согласно шкале Чеддока эта связь высокая.

Так как исходные данные являются выборочными, то необходимо оценить существенность и значимость величины коэффициента корреляции. Выдвигаем нулевую гипотезу: коэффициент корреляции в генеральной совокупности равен нулю, а изучаемый фактор не оказывает существенного влияния на результативный признак. $H_0: r_Г = 0$, при $H_1: r_Г \neq 0$.

Для проверки нулевой гипотезы найдем наблюдаемое значение критерия $T_{набл} = \frac{r_в \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_в^2}} = \frac{0,833\sqrt{12}}{\sqrt{1-0,833^2}} \approx 5,21$. Критическое значение находим по таблице критических точек распределения Стьюдента (приложение 3) по заданному уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = n - 2 = 14 - 2 = 12$ для двусторонней критической области, получим $t_{кр}(0,05;12) = 2,18$. Так как $T_{набл} > t_{кр}$, то нулевую гипотезу отвергаем. Другими словами коэффициент корреляции существенно отличен от нуля в генеральной совокупности. Значит, стоимость основных производственных фондов оказывает статистически существенное влияние на объем строительно-монтажных работ.

ПРИЛОЖЕНИЕ №10

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

<u>1 СЕМЕСТР</u>

Образец выполнения контрольной работы №1

ВАРИАНТ № 1

1. Вычислить $(AB)C+2A(BC)$, где $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1 & -5\\ 5 & 1\end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера: $\begin{cases}7x-5y-2z=1\\ x+2y-z=-6\\ 5x-10y+z=16\end{cases}$

3. Исследовать систему уравнений: $\begin{cases}7x-5y-2z=1\\ x+2y-z=-6\\ 6x-7y-z=7\end{cases}$

4. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix}2 & 0 & 1 & -1\\ 1 & -2 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & 0 & 2 & 1\end{vmatrix}$

Решение.

1.

$$AB=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 3 & -2\\ -2 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -5\\ 5 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\cdot1+1\cdot5 & -1\cdot(-5)+1\cdot1\\ 3\cdot1+(-2)\cdot5 & 3\cdot(-5)+(-2)\cdot1\\ (-2)\cdot1+3\cdot5 & (-2)\cdot(-5)+3\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 6\\ -7 & -17\\ 13 & 13\end{pmatrix}$$

$$(AB)C=\begin{pmatrix}4 & 6\\ -7 & -17\\ 13 & 13\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\cdot4+6\cdot2\\ (-7)\cdot4+(-17)\cdot2\\ 13\cdot4+13\cdot2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}28\\ -62\\ 78\end{pmatrix};$$

$$(AB)C+2(AB)C=3(AB)C=3\cdot\begin{pmatrix}28\\ -62\\ 78\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}84\\ -186\\ 234\end{pmatrix}.$$

2.

$$\begin{cases} 7x-5y-2z=1 \\ x+2y-z=-6 \\ 5x-10y+z=16 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -5 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 5 & -10 & 1 \end{vmatrix} = 7\cdot2\cdot1+(-5)\cdot(-1)\cdot5+(-2)\cdot1\cdot(-10)-(-2)\cdot2\cdot5-(-5)\cdot1\cdot1-7\cdot(-1)\cdot(-10)=$$

$$=14+25+20-(-20)-(-5)-70=59+20+5-70=14\,;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -5 & -2 \\ -6 & 2 & -1 \\ 16 & -10 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$=1\cdot2\cdot1+(-5)\cdot(-1)\cdot16+(-2)\cdot(-6)\cdot(-10)-(-2)\cdot2\cdot16-(-5)\cdot(-6)\cdot1-1\cdot(-1)\cdot(-10)=$$

$$=2+80-120+64-30-10=14\,;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & 1 & -2 \\ 1 & -6 & -1 \\ 5 & 16 & 1 \end{vmatrix} = 7\cdot(-6)\cdot1+1\cdot(-1)\cdot5+(-2)\cdot1\cdot16-(-2)\cdot(-6)\cdot5-1\cdot1\cdot1-7\cdot(-1)\cdot16=$$

$$=-42-5-32-60-1+112=-28;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 7 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & -6 \\ 5 & -10 & 16 \end{vmatrix} = 7\cdot2\cdot16+(-5)\cdot(-6)\cdot5+1\cdot1\cdot(-10)-1\cdot2\cdot5-(-5)\cdot1\cdot16-7\cdot(-6)\cdot(-10)=$$

$$=224+150-10-10+80-420=14$$

$x=\dfrac{\Delta_1}{\Delta}=\dfrac{14}{14}=1;$ $\qquad y=\dfrac{\Delta_2}{\Delta}=\dfrac{-28}{14}=-2;$ $\qquad z=\dfrac{\Delta_3}{\Delta}=\dfrac{14}{14}=1;$ $\qquad$ Ответ: (1; -2; 1).

3.

$$\begin{cases} 7x-5y-2z=1 \\ x+2y-z=-6 \\ 6x-7y-z=7 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -6 \\ 6 & -7 & -1 & 7 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 1 \\ 0 & 19 & -5 & -43 \\ 0 & -19 & 5 & 43 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 1 \\ 0 & 19 & -5 & -43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$r_1=2=r_2 \quad \Rightarrow \quad$ система совместна;

$r_1=2=r_2<n=3 \quad \Rightarrow \quad$ система неопределенна;

$n-r=1$ - количество свободных неизвестных;

Пусть $z=C$, $C\in R$. Тогда $\begin{cases} 7x-5y-2z=1 \\ 19y-5z=-43 \\ z=C \end{cases}$ $\begin{cases} 7x-5y-2z=1 \\ 19y=-43+5C \\ z=C \end{cases}$ $\begin{cases} 7x-5y-2z=1 \\ y=\dfrac{-43+5C}{19} \\ z=C \end{cases}$

$$\begin{cases} 7x = 1 + 5\cdot\dfrac{-43+5C}{19} + 2C \\ y = \dfrac{-43+5C}{19} \\ z = C \end{cases} \quad \begin{cases} x = \dfrac{1}{7}\left(1 + 5\cdot\dfrac{-43+5C}{19} + 2C\right) \\ y = \dfrac{-43+5C}{19} \\ z = C \end{cases} \quad \begin{cases} x = \dfrac{-28+9C}{19}; \\ y = \dfrac{-43+5C}{19}; \quad C \in R. \\ z = C; \end{cases}$$

Ответ: Общее решение $\left(\dfrac{-28+9C}{19};\quad \dfrac{-43+5C}{19};\quad C\right),\quad C \in R.$

Частное решение $(-1;\quad -2;\quad 1),\quad при\quad C = 1.$

4.

Решение. Разложим определитель, например, по третьей строке, так как в ней один из элементов равен нулю, получим:

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3A_{31} + 3A_{32} + 0A_{33} + 2A_{34} =$$

$$= 3(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 3(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} + 2(-1)^{3+4}\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 3(6+18-20-3) - 3(6+6+10-18-20-1) - 2(12+12-6-4) =$$

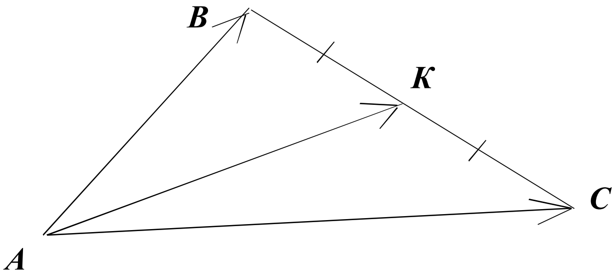
$$= 3 - 3(-17) - 2(14) = 3 + 51 - 28 = 26.$$

Образец выполнения контрольной работы №2

1. В треугольнике ABC дано: $\overline{AB} = \overline{a},\quad \overline{AC} = \overline{b},$ точка K – середина стороны BC. Выразить вектор $\overline{AK}$ через векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$.
2. Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; 1)$, $C(6; 4; 4)$. Найти его четвертую вершину D.
3. Найти координаты вектора $\bar{c} = \{2\bar{a} + \bar{b}\}$, если $\bar{a} = \{3; -1; -2\}$, $\bar{b} = \{1; 2; -1\}$.
4. Найти расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$.
5. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x + 3y - 5z - 15 = 0$ и координатными плоскостями.

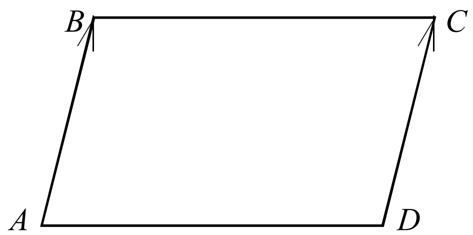
Решение:

1.



Если на векторах $\overline{AB} = \overline{a}$, $\overline{AC} = \overline{b}$ достроить параллелограмм *ABDC*, то окажется, что точка К – точка пересечения его диагоналей. Тогда вектор $\overline{AK}$ равен половине вектора суммы $\overline{a} + \overline{b}$ по правилу параллелограмма сложения векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$. Поэтому,
$\overline{AK} = \frac{1}{2}\left(\overline{a} + \overline{b}\right)$.

2.



$\overline{AB} = B - A = \left(3-1;\ 2-(-2);\ 1-3\right) = \left(2;\ 4;\ (-2)\right)$.

Обозначим координаты точки *D* через (*x; y; z*). Тогда
$\overline{DC} = C - D = \left(6-x;\ 4-y;\ 4-z\right)$.

Т.к. *ABCD* – параллелограмм, то $\overline{AB} = \overline{DC}$. Следовательно,

$$6-x=2;\ 4-y=4;\ 4-z=-2.$$

Отсюда, $x=4;\ y=0;\ z=6$.

Ответ: *D*(4; 0; 6).

3. Найти координаты вектора $\bar{a} \times (2\bar{a} + \bar{b})$, если $\bar{a} = (3; -1; -2)$, $\bar{b} = (1; 2; -1)$.

$$1)\ 2\overline{a} + \overline{b} = 2\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix};$$

$$2)\ \overline{a} \times \left(2\overline{a} + \overline{b}\right) = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 7 & 0 & -5 \end{vmatrix} = \overline{i} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} - \overline{j} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & -5 \end{vmatrix} + \overline{k} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} = 5\overline{i} + 29\overline{j} + 7\overline{k} = \begin{pmatrix} 5 \\ 29 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $\overline{a} \times \left(2\overline{a} + \overline{b}\right) = (5;\ 29;\ 7)$.

4. Найти расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$.

Центр окружности $x^2+y^2=9$: $O_1(0;0)$.

Для того, чтобы найти центр окружности $x^2+y^2-8x+12=0$ приведем это уравнение к каноническому виду:

$$x^2+y^2-8x+12=0;$$
$$x^2-2\cdot x\cdot 4+4^2-4^2+y^2+12=0;$$
$$(x-4)^2-16+y^2+12=0;$$
$$(x-4)^2+y^2=4;$$

Центр этой окружности $(x-4)^2+y^2=4$: $O_2(4;0)$.

Отсюда находим расстояние O_1O_2: $\left|\overline{O_1O_2}\right|=\sqrt{(4-0)^2+(0-0)^2}=4$.

Ответ: $O_1O_2=4$.

5. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью $x+3y-5z-15=0$ и координатными плоскостями.

Приведем данное уравнение к «уравнению в отрезках»:

$$x+3y-5z-15=0;$$
$$x+3y-5z=15;$$
$$\frac{x}{15}+\frac{y}{5}+\frac{z}{-3}=1;$$

Отсюда следует, что данная пирамида построена на векторах:
(15; 0; 0), (0; 5; 0) и (0; 0; -3).

Тогда

$$V=\frac{1}{6}\left|\begin{vmatrix}15 & 0 & 0\\ 0 & 5 & 0\\ 0 & 0 & -3\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{6}\left|-225\right|=\frac{225}{6} \text{ куб. ед.}$$

Образец выполнения контрольной работы №3

I.Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^3-2n^2+6n+12}{9n^2+5n^3-8n+4}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}$

3. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x+5}{\ln(x+3)}$

4. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^3+5x^2+3x-9}{x^2-6x-27}$

5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+2x}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{tg^3(2x)}{arctg^3(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$

8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{e^{4x^2}-1}$

Решение

1) $$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3-2n^2+6n+12}{9n^2+5n^3-8n+4}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2n^3}{n^3}-\frac{2n^2}{n^3}+\frac{6n}{n^3}+\frac{12}{n^3}}{\frac{9n^2}{n^3}+\frac{5n^3}{n^3}-\frac{8n}{n^3}+\frac{4}{n^3}}=\lim_{n\to\infty}\frac{2-\frac{2}{n}+\frac{6}{n^2}+\frac{12}{n^3}}{\frac{9}{n}+5-\frac{8}{n^2}+\frac{4}{n^3}}=$$

$$=\frac{2-\frac{2}{\infty}+\frac{6}{\infty}+\frac{12}{\infty}}{\frac{9}{\infty}+5-\frac{8}{\infty}+\frac{4}{\infty}}=\frac{2-0+0+0}{0+5-0+0}=\frac{2}{5}.$$

2) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}=\left[1^\infty\right]=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+4}-1\right)^{3n^2+1}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n^2+n+4}\right)^{3n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n^2+n+4}\right)^{(2n^2+n+4)\cdot\frac{\left(3n^2+1\right)}{2n^2+n+4}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2+1}{2n^2+n+4}}=e^{\frac{3}{2}}$$

3) $$\lim_{x\to-2}\frac{2x+5}{\ln(x+3)}=\frac{2\cdot(-2)+5}{\ln(-2+3)}=\frac{1}{\ln 1}=\frac{1}{0}=\infty.$$

4) $$\lim_{x\to-3}\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^2-6x-27}=\left[\frac{0}{0}\right]=\left|\textit{Разделим числитель и знаменатель на } (x+3)\right|$$

$$\begin{array}{l|l} x^3+5x^2+3x-9 & x+3 \\ \underline{x^3+3x^2} & x^2+2x-3 \\ \quad 2x^2+3x & \\ \quad \underline{2x^2+6x} & \\ \qquad -3x-9 & \\ \qquad \underline{-3x-9} & \\ \qquad\quad 0 & \end{array}
\qquad
\begin{array}{l|l} x^2-6x-27 & x+3 \\ \underline{x^2+3x} & x-9 \\ \quad -9x-27 & \\ \quad \underline{-9x-27} & \\ \qquad 0 & \end{array}$$

$$\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)(x^2+2x-3)}{(x+3)(x-9)}=\lim_{x\to-3}\frac{x^2+2x-3}{x-9}=\frac{0}{-12}=0.$$

5) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+2x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{x+16}-4)(\sqrt{x+16}+4)}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{x+16})^2-4^2}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x+16-16}{(x^2+2x)(\sqrt{x+16}+4)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(x+2)(\sqrt{x+16}+4)}=\frac{1}{(0+2)(\sqrt{0+16}+4)}=$$

$$=\frac{1}{2\cdot(4+4)}=\frac{1}{16}$$

6) $$\lim_{x\to 0}\frac{tg^3(2x)}{arctg^3(3x)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\frac{tg(2x)}{2x}\right)^3\cdot(2x)^3}{\left(\frac{arctg(3x)}{3x}\right)^3\cdot(3x)^3}=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot(2x)^3}{1\cdot(3x)^3}=\lim_{x\to 0}\frac{8x^3}{27x^3}=\frac{8}{27}.$$

7) $$\lim_{x\to -2}\frac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -2}\frac{\frac{5^{x^2-4}-1}{x^2-4}\cdot\left(x^2-4\right)}{2x^2+3x-2}=\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x^2+3x-2}=$$

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x^2+3x-2}=\lim_{x\to -2}\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)(2x-1)}=\lim_{x\to -2}\frac{x-2}{2x-1}=\frac{-2-2}{2\cdot(-2)-1}=\frac{-4}{-5}=\frac{4}{5}.$$

8) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{e^{4x^2}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x^2}\cdot x^2}{\frac{e^{4x^2}-1}{4x^2}\cdot 4x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{1\cdot x^2}{1\cdot 4x^2}=\frac{1}{4}.$$

Образец выполнения контрольной работы №4

Вариант №1

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{2x^2}$.

2. Найти производные следующих функций:

а) $y=5x^3-\dfrac{8}{x^2}+4\sqrt{x}$ б) $y=\dfrac{\cos x}{x^3+9}$

в) $y=\sin\sqrt{1-x^2}$ г) $y=\left(2arctgx+3^x\right)\left(5\arcsin-\sqrt{3}\right)$

д) $y = x^{e^x}$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(8-7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности,экстремум функции:

$$y = \frac{x}{1+x^2}.$$

Решение

Задание 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{2x^2} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0}\frac{(1-\cos 6x)'}{(2x^2)'} = \lim_{x\to 0}\frac{6\sin 6x}{4x} = \frac{3}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\cos 6x}{1} = 9.$$

Задание 2.

а) $y = 5x^3 - \dfrac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$

$$y' = \left(5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}\right)' = \left(5x^3 - 8x^{-2} + 4x^{1/2}\right)' = 5\cdot 3x^2 - 8\cdot(-2)x^{-3} + 4\cdot\frac{1}{2}x^{-1/2} =$$

$$= 15x^2 + \frac{16}{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

б) $y = \dfrac{\cos x}{x^3+9}$.

$$y' = \left(\frac{\cos x}{x^3+9}\right)' = \frac{(\cos x)'(x^3+9) - \cos x(x^3+9)'}{(x^3+9)^2} == \frac{-\sin x\cdot(x^3+9) - 3x^2\cos x}{(x^3+9)^2}.$$

в) $y = \sin\sqrt{1-x^2}$.

$$y' = \left(\sin\sqrt{1-x^2}\right)' = \cos\sqrt{1-x^2}\cdot\left(\sqrt{1-x^2}\right)' = \cos\sqrt{1-x^2}\cdot\left(\left(1-x^2\right)^{1/2}\right)' =$$

$$= \cos\sqrt{1-x^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-x^2\right)^{-1/2}\cdot\left(1-x^2\right)' = -2x\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-x^2\right)^{-1/2}\cdot\cos\sqrt{1-x^2} =$$

$$= -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\cos\sqrt{1-x^2}.$$

г) $y = \left(2arctgx + 3^x\right)\left(5\arcsin - \sqrt{3}\right)$

$$y' = \left(2arctgx + 3^x\right)'\cdot\left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right) + \left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right)'\cdot\left(2arctgx + 3^x\right) =$$

$$\left(2\cdot\frac{1}{1+x^2} + 3^x\ln 3\right)\cdot\left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right) + \left(5\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 0\right)\cdot\left(2arctgx + 3^x\right) =$$

$$\left(\frac{2}{1+x^2} + 3^x\ln 3\right)\cdot\left(5\arcsin x - \sqrt{3}\right) + \frac{5}{\sqrt{1-x^2}}\cdot\left(2arctgx + 3^x\right)$$

д) $y = x^{e^x}$

Пролагорифмируем обе части равенства: $\ln y = \ln(x^{e^x})$; $\ln y = e^x \ln x$;

Продифференцируем обе части равенства:

$$\frac{y'}{y} = e^x\ln x + e^x\frac{1}{x}; \qquad y' = y\left(e^x\ln x + \frac{e^x}{x}\right)$$

$$y' = x^{e^x}\left(e^x\ln x + \frac{e^x}{x}\right)$$

Задание 3. Найти производую y'_x функции $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \arccos t \end{cases}$

Вычислим x'_t и y'_t :

$$x'_t = \frac{1}{1+t^2}2t = \frac{2t}{1+t^2}, \qquad y'_t = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$y'_x = \frac{y'_t}{x_t} = \frac{-\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{\dfrac{2t}{1+t^2}} = -\frac{1+t^2}{2t\sqrt{1-t^2}}$$

Задание 4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции: $y = \dfrac{x}{1+x^2}$

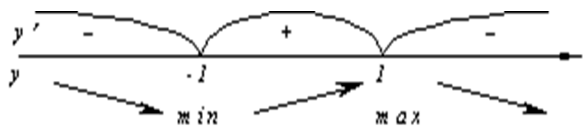
Решение.

Найдем первую производную

$$y' = \left(\frac{x}{1+x^2}\right)' = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{\left(1+x^2\right)^2} = \frac{x'(1+x^2) - x(1+x^2)'}{\left(1+x^2\right)^2} = \frac{1+x^2-2x^2}{\left(1+x^2\right)^2} = \frac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$$

Найдем критические точки 1рода

$$y' = 0, \qquad \frac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2} = 0,$$



$x = 1, \quad x = -1$.

При $x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ функция убывает,

при $x \in (-1, 1)$ функция возрастает.

$x = -1$ - точка минимума, $y_{min} = y(-1) = \dfrac{-1}{1+(-1)^2} = -\dfrac{1}{2}$.

$x = 1$ - точка максимума, $y_{\max} = y(1) = \dfrac{1}{1+1^2} = \dfrac{1}{2}$.

при $x \in \left(-\sqrt{3}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{3}\right)$ функция вогнутая.

$x = 0, \quad x = \sqrt{3}, \quad x = -\sqrt{3}$ - точки перегиба.

Образец выполнения контрольной работы №5

Вариант №1

1. $\int \sin^3 x \cos x dx$.

2. $\int x\sqrt{x+4}dx$

3. $\int \dfrac{dx}{3+2\sin x + \cos x}$

4. $\int (3x+2)\sin 2x\, dx$

5. $\int \frac{2x^2+41x-91}{(x^2+2x-3)(x-4)}dx$ 6. $\int \frac{3x^2-x^5e^x-14}{x^5}dx$

Решение

1. $\int \sin^3 x\cos x dx = \left|\cos x dx = d\sin x\right| = \int \sin^2 x d\sin x = \frac{\sin^3 x}{3} + C$.

2. $\int x\sqrt{x+4}dx = \begin{vmatrix} \sqrt{x+4}=t, & x=t^2-4 \\ dx=(t^2-4)'dt=2tdt & \end{vmatrix} = \int (t^2-4)\cdot t\cdot 2tdt = 2\int (t^4-4t^2)dt =$

$$= 2\left(t^4-4t^2\right)+C = 2\frac{t^5}{5} - 8\frac{t^3}{3} + C = \frac{2}{5}\sqrt{(x+4)^5} - \frac{8}{3}\sqrt{(x+4)^3} + C.$$

3. $\int \frac{dx}{3+2\sin x+\cos x} = \begin{vmatrix} & tg\frac{x}{2}=t, \quad x=2arctgt & \\ dx=\frac{2}{1+t^2}dt, & \sin x=\frac{2t}{1+t^2}, & \cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2} \end{vmatrix} =$

$$= \int \frac{\frac{2}{1+t^2}dt}{3+2\frac{2t}{1+t^2}+\frac{1-t^2}{1+t^2}} = \int \frac{\frac{2}{1+t^2}dt}{\frac{3+3t^2+4t+1-t^2}{1+t^2}} = \int \frac{\frac{2}{1+t^2}dt}{\frac{2t^2+4t+4}{1+t^2}} = \int \frac{dt}{t^2+2t+2} =$$

$$\int \frac{dt}{(t+1)^2+1} = \int \frac{d(t+1)}{(t+1)^2+1} = arctg(t+1)+C = arctg(tg\frac{x}{2}+1)+C.$$

4. $\int (3x+2)\sin 2xdx = \begin{vmatrix} u=3x+2 \quad \Rightarrow \quad du=(3x+2)'dx=3dx \\ dv=\sin 2xdx \quad \Rightarrow \quad v=\int dv=\int \sin 2xdx = -\frac{1}{2}\cos 2x \end{vmatrix} =$

$$= -\frac{1}{2}(3x+2)\cos 2x - \int -\frac{1}{2}\cos 2x\cdot 3dx = -\frac{1}{2}(3x+2)\cos 2x + \frac{3}{2}\int \cos 2xdx =$$

$$= -\frac{1}{2}(3x+2)\cos 2x + \frac{3}{4}\sin 2x + C$$

5. $\int \frac{2x^2+41x-91}{(x^2+2x-3)(x-4)}dx$

Разложим знаменатель на множители $(x^2+2x-3)(x-4)=(x-1)(x+3)(x-4)$

Дробь, стоящая под интегралом правильная. Разлагаем ее на простейшие

$$\frac{2x^2+41x-91}{(x^2+2x-3)(x-4)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+3}+\frac{C}{x-4}.$$

Умножим обе части этого равенства на знаменатель левой части:

$$2x^2+41x-91=A(x+3)(x-4)+B(x-1)(x-4)+C(x-1)(x+3);$$

$$2x^2+41x-91=A(x^2-x-12)+B(x^2-5x+4)+C(x^2+2x-3);$$

$$2x^2+41x-91=(A+B+C)x^2+(-A-5B+2C)x+(-12A+4B-3C).$$

Левая часть равенства должна быть тождественно равна правой. Это будет иметь место только в том случае, когда коэффициенты при одинаковых степенях x в обеих частях равенства будут равны между собой.

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой части, получаем систему уравнений:

$$\begin{array}{r|l} x^2 & A+B+C=2 \\ x & -A-5B+2C=41 \\ x^0 & -12A+4B-3C=-91 \end{array}$$

Решив эту систему, получим $A=4,\quad B=-7,\quad C=5$.

$$\int\frac{2x^2+41x-91}{(x^2+2x-3)(x-4)}dx=\int\frac{4}{x-1}dx-\int\frac{7}{x+3}dx+\int\frac{5}{x-4}dx=$$

$$=4\int\frac{d(x-1)}{x-1}-7\int\frac{d(x+3)}{x+3}+5\int\frac{d(x-4)}{x-4}=4\ln|x-1|-7\ln|x+3|+5\ln|x-4|+C=$$

$$=\ln\left|\frac{(x-1)^4(x-4)^5}{(x+3)^7}\right|+C$$

6. $$\int\frac{3x^2-x^5e^x-14}{x^5}dx=\int\left(\frac{3x^2}{x^5}-\frac{x^5e^x}{x^5}-\frac{14}{x^5}\right)dx=\int\left(3x^{-3}-e^x-14x^{-5}\right)dx=$$

$$=3\int x^{-3}dx-\int e^xdx-14\int x^{-5}dx=3\frac{x^{-2}}{-2}-e^x-14\frac{x^{-4}}{-4}+C=-\frac{3}{2x^2}-e^x+\frac{7}{2x^4}+C.$$

2 СЕМЕСТР

Образец выполнения контрольной работы №1

1. Буквы азбуки Морзе представляют собой набор “точек” и “тире”. Сколько букв может быть в азбуке Морзе, если буква не должна содержать более четырех знаков?
Решение.

Букв, состоящих из одного знака: 2;

Букв, состоящих из двух знаков:

Первый знак – 2 способа; Второй знак – 2 способа.

Оба знака – по правилу умножения – 2*2=4 способа;

Аналогично, букв, состоящих из трех знаков: 2*2*2=8 способов;

- // -- // - // - // - // четырех знаков: 2^4=16 способов.

Поэтому, по правилу сложения, не более четырех знаков:

2+4+8+16= 30.

Ответ: 30 букв.

2. Найти число таких перестановок семи учеников, сидящих на скамейке, чтобы три определенных ученика находились рядом.
Решение.

Количество перестановок этих трех учеников между собой: P_3=3!=3*2*1=6.

Количество перестановок других четырех учеников между собой: P_4=4!=4*3*2*1=24.

Количество тройных подряд мест (123, 234, 345, 456, 567) на скамейке: 5.

Следовательно, по правилу умножения, все эти действия можно выполнить 6*24*5= 720 способами.

Ответ: 720 перестановок.

3. У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом № 1, и 4 детали завода № 2. Наудачу взяты 2 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1.

Решение.

Пусть событие A – «хотя бы одна из взятых деталей изготовлена заводом № 1».

Тогда событие $\overline{A}$ – «ни одна из взятых деталей не изготовлена заводом № 1» и

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}).$$

Если обозначить через B_1 – «первая извлеченная деталь – завода №2» и

B_2 – «вторая извлеченная деталь – завода №2»,

то $\overline{A} = B_1 * B_2$ и, по теореме умножения вероятностей для зависимых событий,

$$P\left(\overline{A}\right) = P\left(B_1 * B_2\right) = P\left(B_1\right) * P_{B_1}\left(B_2\right) = \frac{4}{20} * \frac{3}{19} = \frac{3}{95}.$$

Отсюда следует: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{3}{95} = \frac{92}{95}$.

Ответ: Вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1: $\frac{92}{95}$.

4. В первом ящике 6 шаров: 1 белый, 2 красных и 3 синих. Во втором ящике 12 шаров: 2 белых, 6 красных, 4 синих. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность того, что среди вынутых шаров нет синих?
Решение.

Пусть событие A – «среди вынутых шаров нет синих»,

B_1 – «из первого ящика извлеченная деталь - не синяя» и

B_2 – «из второго ящика извлеченная деталь - не синяя».

Тогда $A = B_1 * B_2$ и, по теореме умножения вероятностей для независимых событий,

$$P\left(A\right) = P\left(B_1 * B_2\right) = P\left(B_1\right) * P\left(B_2\right) = \frac{1+2}{6} * \frac{2+6}{12} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: Вероятность того, что среди вынутых шаров нет синих: $\frac{1}{3}$.

5. В каждом из двух ящиков: 2 бракованные детали и 10 небракованных. Из первого ящика одну деталь переложили во второй. Затем из второго ящика извлекли деталь. Найти вероятность того, что она небракованная.

Решение.

Пусть

событие A – «Из второго ящика извлеченная деталь – небракованная»;

B_1 – «Из первого ящика переложенная деталь - небракованная», $P\left(B_1\right) = \frac{10}{12}$ и

B_2 – «Из первого ящика переложенная деталь - бракованная», $P\left(B_2\right) = \frac{2}{12}$.

Тогда, по формуле полной вероятности, $P\left(A\right) = P\left(B_1\right) * P_{B_1}\left(A\right) + P\left(B_2\right) * P_{B_2}\left(A\right)$.

Здесь $P_{B_1}(A)$ - вероятность того, что «Из второго ящика извлеченная деталь – небракованная», при условии того, что «Из первого ящика переложенная деталь - небракованная». $P_{B_1}(A)=\dfrac{11}{13}$;

$P_{B_2}(A)$ - вероятность того, что «Из второго ящика извлеченная деталь – небракованная», при условии того, что «Из первого ящика переложенная деталь - бракованная». $P_{B_1}(A)=\dfrac{10}{13}$.

Поэтому, $P(A)=\dfrac{10}{12}*\dfrac{11}{13}+\dfrac{2}{12}*\dfrac{10}{13}=\dfrac{55+10}{78}=\dfrac{65}{78}=\dfrac{5}{6}$.

Ответ: Вероятность того, что «Из второго ящика извл. деталь – небракованная» - $\dfrac{5}{6}$.

Образец выполнения контрольной работы №2

Задача 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z=X+2Y$, ***если известны*** $M(X)=5,\ M(Y)=3,\ D(X)=2,\ D(Y)=4.$

Решение.

$$M(Z)=M(X+2Y)=M(X)+M(2Y)=M(X)+2M(Y)=5+2\cdot 3=11,$$

$$D(Z)=D(X+2Y)=D(X)+D(2Y)=D(X)+4D(Y)=2+4\cdot 4=18.$$

Задача 2. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, распределенной равномерно в интервале $(4;10)$

Решение. Если случайная величина распределена по равномерному закону, то

$$M(X)=\frac{a+b}{2} \qquad D(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$$

По условию задачи $a=4$, $b=10$, тогда

$$M(X)=\frac{4+10}{2}=7,\quad D(X)=\frac{(10-4)^2}{12}=\frac{36}{12}=3,\quad \sigma(X)=\sqrt{3}.$$

***Задача 3.** В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 20%. Составить закон распределения случайной величины X – числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года.*

Решение:

Пусть X – дискретная случайная величина, равная числу банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года. Она может принимать значения 0, 1, 2, 3 и 4.

ДСВ X распределена по биномиальному закону с параметрами $n=4$, $p=0{,}2$, $q=0{,}8$, поэтому найдем соответствующие вероятности по формуле Бернулли:

$$P(X=k)=P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$$

Получаем:

$$P(X=0)=P_4(0)=C_4^0\cdot 0{,}2^0\cdot 0{,}8^4=0{,}4096;$$

$$P(X=1)=P_4(1)=C_4^1\cdot 0{,}2^1\cdot 0{,}8^3=0{,}4096;$$

$$P(X=2)=P_4(2)=C_4^2\cdot 0{,}2^2\cdot 0{,}8^2=0{,}1536;$$

$$P(X=3)=P_4(3)=C_4^3\cdot 0{,}2^3\cdot 0{,}8^1=0{,}0256;$$

$$P(X=4)=P_4(4)=C_4^4\cdot 0{,}2^4\cdot 0{,}8^0=0{,}0016$$

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,4096	0,4096	0,1536	0,0256	0,0016

Расчеты произведены правильно, так как сумма $\sum p_i = 1$.

***Задача 4.** Дискретная случайная величина X задана законом распределения:*

x_i	-1	2	3	4
p_i	**0,4**	p_2	**0,1**	**0,2**

***Найти** p_2, $M(X)$, $D(X)$.*

Решение:

Сначала найдем p_2 из условия $\sum p_i = 1$.

$0{,}4+p_2+0{,}1+0{,}2=1;\quad p_2=0{,}3.$

Математическое ожидание вычислим по формуле $M(X)=\sum x_i p_i$:

$M(X) = -1\cdot 0,4 + 2\cdot 0,3 + 3\cdot 0,1 + 4\cdot 0,2 = 1,3$.

Дисперсию можно вычислить исходя из ее определения, но удобнее воспользоваться формулой $D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$.

Запишем закон распределения X^2:

x_i^2	-1	2	3	4
p_i	0,4	0,3	0,1	0,2

Найдем математическое ожидание X^2:

$M(X^2) = 1\cdot 0,4 + 4\cdot 0,3 + 9\cdot 0,1 + 16\cdot 0,2 = 5,7$.

Найдем искомую дисперсию

$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 5,7 - 1,3^2 = 4,01$.

Образец выполнения контрольной работы №3

Задание 1. Непрерывная случайная величина X распределена по нормальному закону, а именно: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-2)^2}{32}}$. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Решение.

Плотность нормального распределения $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, причем $M(X) = a$, $D(X) = \sigma^2$

Поэтому, $M(X) = 2$; $2\sigma^2 = 32 \Rightarrow \sigma^2 = 16$, т.е. $D(X) = 16$.

Задание 2.

Случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1; \\ a(x-1), & 1 \le x \le 3; \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Требуется: а) найти коэффициент a; б) найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; в) вычислить вероятность $P(0 < X < 2)$.

Решение.

а) Найдем параметр a из условия $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

Получаем:

$$D(X)=\int_1^3 f(x)\cdot x^2dx-M^2(X)=\frac{1}{2}\int_1^3 (x-1)\cdot x^2dx-\left(\frac{7}{3}\right)^2=\frac{1}{2}\int_1^3 (x^3-x^2)dx-\left(\frac{7}{3}\right)^2=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^3-\frac{49}{9}=\frac{1}{2}\left(\frac{3^4}{4}-\frac{3^3}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)-\frac{49}{9}=\frac{2}{9}.$$

$$\int_1^3 f(x)dx=\int_1^3 a(x-1)dx=a\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Bigg|_1^3=a\left(\frac{9}{2}-3-\frac{1}{2}+1\right)=2a;$$

$2a=1$; откуда $a=\dfrac{1}{2}$.

Тогда: $f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1\le x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$

б) Найдем математическое ожидание и дисперсию.

$$M(X)=\int_1^3 f(x)\cdot xdx=\frac{1}{2}\int_1^3 (x-1)\cdot xdx=\frac{1}{2}\int_1^3 (x^2-x)dx=\frac{1}{2}\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^3=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{27}{3}-\frac{9}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{3}.$$

в) Найдем вероятность попадания случайной величины X в интервал.

$$P(0<X<3)=\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 0dx+\int_1^3\frac{x-1}{2}dx=0+\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Bigg|_1^3=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{9}{2}-3-\frac{1}{2}+1\right)=\frac{1}{2}\cdot 2=1.$$

Образец выполнения контрольной работы №4

Задание 1. Обследование некоторой физической величины дало следующие результаты:

x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
n_i	7	25	28	30	8	2

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Решение. Составим вспомогательную расчетную таблицу. В качестве конкретных значений берем середины интервалов. Значения вариант достаточно большие, поэтому переходим к условным вариантам по формуле: $u_i = \frac{x_i - C}{h} = \frac{x_i - 190}{20}$.

x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240	Итого
x_i^*	130	150	170	190	210	230	
u_i	-3	-2	-1	0	1	2	
n_i	7	25	28	30	8	2	100
$u_i n_i$	-21	-50	-28	0	8	4	-87
$u_i^2 n_i$	63	100	28	0	8	8	207
n_x	7	32	60	90	98	100	

Используя данные, приведенные в последнем столбце, имеем:

$\overline{u} = \frac{-87}{100} = -0,87$, $\overline{u^2} = \frac{207}{100} = 2,07$, $D_u = \overline{u^2} - \overline{u}^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131$.

Переходя к истинным вариантам, получим:

Выборочная средняя – $\overline{x}_в = \overline{u}h + C = -0,87 \cdot 20 + 190 = 172,6$;

Выборочная дисперсия – $D_x = h^2 D_u = 20^2 \cdot 1,3131 = 525,24$;

$\sigma = \sqrt{D_x} = \sqrt{525,24} \approx 22,92$;

Коэффициент вариации – $V = \frac{\sigma}{\overline{x}_в} \cdot 100\% \approx 13,28\%$.

Находим моду и медиану. Рассматриваемый ряд задан интервальным рядом. Наибольшая частота $n_4 = 30$ отвечает интервалу 180-200, то этот интервал является модальным. Поэтому $x_{Mo} = 180$ – начало модального интервала, $n_{Mo} = 30$ – частота модального интервала, $n_{Mo-1} = 28$ – частота интервала, стоящего перед модальным; $n_{Mo+1} = 8$ – частота интервала, стоящего после модального, получим

$$Mo \approx 180 + 20\frac{30-28}{(30-28)+(30-8)} \approx 181,67.$$

Для нахождения медианы нужно определить медианный интервал, для этого найдем накопленные частоты $n_н$. Объем ряда $n=\sum n_i = 7+25+28+30+8+2=100$, тогда $n/2=50$.

Среди накопленных частот находим число 50. Такого числа нет, поэтому берем первое, больше 50 значение. Это будет 60. Интервал 160-180, ему соответствующий, и будет медианным. Следовательно, $x_{Me}=160$ – начало медианного интервала, $n_{Me}=28$ – частота медианного интервала; $(n_н)_{Me-1}=32$ – накопленная частота интервала, стоящего перед медианным.

Подставим найденные значения в формулу, получим

$$Me \approx 160 + 20\frac{100/2-32}{28} \approx 172,86.$$

Задание 2. В результате 5 измерений некоторой физической величины получены данные: 2, 4, 7, 4, 5. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Решение. Доказывается, что несмещенной точечной оценкой генеральной средней является выборочная средняя, а генеральной дисперсии – исправленная выборочная дисперсия.

Находим выборочную среднюю: $\bar{x}_в = \frac{2+4+7+4+5}{5} = \frac{22}{5} = 4,4$.

Находим выборочную дисперсию

$$D_в = \frac{2^2+4^2+7^2+4^2+5^2}{5} - (4,4)^2 = 2,64$$

Находим исправленную выборочную дисперсию

$$S_в^2 = \frac{n}{n-1}D_в = \frac{5}{4}\cdot 2,64 = 3,3.$$

Так как мода – наиболее часто встречающееся значение, то $M_o = 4$.

Медиана – варианта, делящая вариационный ряд на равные по объему части. Для нахождения медианы первоначально ранжируем ряд наблюдений, получим 2, 4, 4, 5, 7. В центре ранжированного ряда находится значение 4, следовательно $M_e = 4$.

Задание 3. По данным 12 независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений $\bar{x}_в = 16,8$ и «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 1,5$. Оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью $\gamma = 0,95$.

Решение. Истинное значение измеряемой величины равно ее математическому ожиданию, поэтому задача сводится к оценке математического ожидания (при неизвестном σ) при помощи доверительного интервала.

$$\bar{x} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}},$$

покрывающего a с надежностью $\gamma = 0,95$.

По таблице по $\gamma = 0,95$ и $n = 12$ находим $t_\gamma = 2,20$.

Подставляя значения в формулу, получим доверительный интервал:

$$16,8 - 2,20 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{12}} < a < 16,8 + 2,20 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{12}}$$

или

$$15,85 < a < 17,75.$$

Образец выполнения контрольной работы №5

Задание 1. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

n_i	14	18	32	70	20	36	10
n_i'	10	24	34	80	18	22	12

Решение. Для ответа на поставленный вопрос вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для удобства составим таблицу:

№	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$(n_i - n'_i)^2 / n'_i$
1	14	10	4	16	1,6
2	18	24	- 6	36	1,5
3	32	34	- 2	4	0,1176
4	70	80	- 10	100	1,25
5	20	18	2	4	0,222
6	36	22	14	196	8,909
7	10	12	- 2	4	0,333
					$\chi^2_{набл} \approx 13,93$

По таблице критических точек распределения хи-квадрат по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = 7 - 3 = 4$ находим $\chi^2_{крит}(\alpha, k) = \chi^2_{крит}(0,05;4) = 9,5$. Итак, $\chi^2_{набл} > \chi^2_{крит}$, следовательно, гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности отвергается.

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

Решение. Составим расчетную таблицу

№	x	y	xy	x^2	y^2
1	6	82	492	36	6724
2	2	86	172	4	7396
3	15	43	645	225	1849
4	9	74	666	81	5476
5	12	58	696	144	3364
6	5	90	450	25	8100
7	8	78	624	64	6084
Итого:	***57***	***511***	***3745***	***579***	***38993***

Подставим соответствующие суммы в формулы

$$k = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \qquad b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}.$$

(или в систему нормальных уравнений) получим:

$$k=\frac{7\cdot 3745-57\cdot 511}{7\cdot 579-(57)^2}=-\frac{2912}{804}\approx -3{,}62,$$

$$b=\frac{579\cdot 511-3745\cdot 57}{7\cdot 579-(57)^2}=\frac{82404}{804}\approx 102{,}49.$$

Следовательно, уравнение регрессии будет иметь вид:

$$y=-3{,}62x+102{,}49.$$

Для расчета коэффициента корреляции, используем формулу

$$r_в=\frac{n\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m}x_i y_j n_{ij}-\left(\sum_{i=1}^{k}x_i n_i\right)\left(\sum_{j=1}^{m}y_j n_j\right)}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{k}x_i^2 n_i-\left(\sum_{i=1}^{k}x_i n_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{j=1}^{m}y_j^2 n_j-\left(\sum_{j=1}^{m}y_j n_j\right)^2}},$$

получим

$$r_в=\frac{7\cdot 3745-57\cdot 511}{\sqrt{7\cdot 579-57^2}\sqrt{7\cdot 38993-511^2}}=\frac{-2912}{\sqrt{804}\sqrt{11830}}=-0{,}944.$$

Так как $r_в<0$, то связь между успеваемостью и количеством пропущенных пар обратная, т.е. с увеличением числа пропущенных пар успеваемость студентов снижается. Используя шкалу Чеддока, сделаем вывод, что эта связь весьма высокая.

ПРИЛОЖЕНИЕ №11

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка промежуточной аттестации:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

баллы	Критерии
8-10	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы математического анализа проведения исследований и анализа их результатов
5-7	понимает содержание основных методов математического анализа, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем
1-3	допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов математического анализа

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

баллы	Критерии
20-16	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)