МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

Утверждаю

декан факультета

11.06.2019

Дифференциальные уравнения

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшей математики**

Учебный план 21050551_19_6фпгнп н.plx
Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР Физические процессы горного или нефтегазового производства.
Специализация №2 "Физические процессы нефтегазового производства"

Квалификация **специалист**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **3 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 108
в том числе:
аудиторные занятия 72
самостоятельная работа 35,8

Виды контроля в семестрах:
зачеты с оценкой 3

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**3 (2.1)**		Итого	
Недель	18			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	36	36	36	36
Практические	36	36	36	36
Контактная работа в период теоретического обучения	0,2	0,2	0,2	0,2
Итого ауд.	72	72	72	72
Контактная работа	72,2	72,2	72,2	72,2
Сам. работа	35,8	35,8	35,8	35,8
Итого	108	108	108	108

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., проф., зав. каф. , Лелевкина Л.Г.;к.ф.м.н, доц., Комарцов Н.М.;к.ф-м.н., доц., Курманбаева А.К. _________________

Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., проф., Саадабаев А.С. _________________

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения

разработана в соответствии с ФГОС 3+:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по специальности 21.05.05 ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ГОРНОГО ИЛИ НЕФТЕГАЗОВОГО ПРОИЗВОДСТВА (приказ Минобрнауки России от 12.09.2016 г. № 1156)

составлена на основании учебного плана:

Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР Физические процессы горного или нефтегазового производства.
Специализация №2 "Физические процессы нефтегазового производства"

утвержденного учёным советом вуза от 27.08.2019 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Высшей математики

Протокол от 11.06.2019 г.. № 2
Срок действия программы: 2019-2023 уч.г.
Зав. кафедрой проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

15.09 2020 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 2.09 2020 г. № 1

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

14 09 2021 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 1.09 2021 г. № 1

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

13 09 2022 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 1 сент 2022 г. № 1

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

5 09 2023 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры **Высшей математики**

Протокол от 30 08 2023 г. № 1

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	Цель дисциплины "Дифференциальные уравнения" - освоение студентами основных понятий теории обыкновенных дифференциальных уравнений, освоение методов интегрирования дифференциальных уравнений первого и высших порядков, линейных систем дифференциальных уравнений.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Изучение дисциплины базируется на знаниях, полученных из курсов: «Математический анализ» и «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Вычислительная математика
2.2.2	Геомеханика
2.2.3	Гидрогеология и инженерная геология
2.2.4	Гидромеханика
2.2.5	Спецглавы физики
2.2.6	Сопротивление материалов
2.2.7	Термодинамика
2.2.8	Электротехника и электроника
2.2.9	Спецглавы математики

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ПК-8: способностью определять пространственно-геометрического положения объектов, способностью обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений	
Знать:	
Уровень 1	Нормативно-инструктивные документы и материалы по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Теоретические и методологические основы использования нормативно-инструктивных документов и материалов по определению пространствен-но-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности
Уровень 3	Методы сбора, обработки, анализа и применения нормативно-инструктивных документов и материалов для соблюдения их требований по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе решения конкретных профессиональных задач
Уметь:	
Уровень 1	Решать типовые учебные задачи по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Определять необходимость привлечения дополнительных знаний из смежных наук для решения задач по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности
Уровень 3	Применять знания определять пространственно-геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений для решения конкретных профессиональных задач
Владеть:	
Уровень 1	Навыками демонстрации базовых знаний определять пространственно-геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных геодезических и маркшейдерских измерений
Уровень 2	Навыками определения пространственно геометрического положения объектов, обработки и интерпретации результатов, выполненных геодезических и маркшейдерских измерений в ходе своей профессиональной деятельности

Уровень 3	Навыками определять пространственно-геометрическое положение объектов, обрабатывать и интерпретировать результаты выполненных гео-дезических и маркшейдерских измерений для решения конкретных профессиональных задач

ОПК-4: готовностью с естественно-научных позиций оценить строение, химический и минеральный состав горных пород, слагающих земную кору, морфологические особенности и генетические типы месторождений полезных ископаемых при решении задач по рациональному и комплексному освоению георесурсного потенциала недр на суше, на шельфе морей и на акваториях мирового океана	
Знать:	
Уровень 1	Математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в естественнонаучных дисциплинах
Уровень 2	Теоретические и методологические основы естественнонаучных дисциплин и способы их использования при решении конкретных профессиональных задач
Уровень 3	Методы сбора и обработки экспериментальных данных
Уметь:	
Уровень 1	Решать типовые учебные задачи по основным разделам естественнонаучных дисциплин
Уровень 2	Определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов естественнонаучных дисциплин для решения профессиональных задач
Уровень 3	Применять знания теоретических основ современных естественнонаучных дисциплин и аппарат математики в профессиональной сфере деятельности
Владеть:	
Уровень 1	Навыками работы с учебной литературой, основной терминологией и понятийным аппаратом базовых естественнонаучных дисциплин
Уровень 2	Навыками использования теоретических основ базовых разделов естественнонаучных дисциплин при решении конкретных профессиональных задач
Уровень 3	Навыками использования теоретических основ и математический аппарат естественно-научных дисциплин при решении конкретных профессиональных задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	основные понятия, определения, формулы и теоремы о дифференциальных уравнениях и системах дифференциальных уравнениях, типы дифференциальных уравнений.
3.2	**Уметь:**
3.2.1	составлять дифференциальные уравнения, интегрировать дифференциальные уравнения первого и высших порядков, находить общие и частные решения дифференциальных уравнений первого и высших порядков и систем дифференциальных уравнений.
3.3	**Владеть:**
3.3.1	методами решений дифференциальных уравнений; навыками использования математического аппарата для решения прикладных задач, применять полученные знания на практике.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Применение в физике.							
1.1	Задачи механики и физики, описываемые дифференциальными уравнениями. Скорость распада радия, скорость охлаждения тела, время истечения жидкости. Основные определения теории дифференциальных уравнений. Уравнения с разделяющимися и разделенными переменными. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			

1.2	Уравнения с разделяющимися и разделенными переменными. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
1.3	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка приводящиеся к однородным. Задача о поверхности вращения зеркала прожектора /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
1.4	Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
1.5	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решения: метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа) и метод Бернулли. Задача о нахождении силы тока в электрической цепи при постоянном сопротивлении, индуктивности и заданной электродвижущей силе. Уравнения Бернулли. Задача механики о скорости падения частицы в среде с заданным сопротивлением. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
1.6	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка 1. Метод Бернулли. 2. Метод Лагранжа (метод вариации произвольной постоянной) /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
1.7	Уравнения в полных дифференциалах и их решения. Интегрирующий множитель. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.4			
1.8	Уравнения Бернулли. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
1.9	Особые решения дифференциальных уравнений. Огибающая. Уравнения Клеро, Лагранжа. Общий вид и способы их решения. Применение методов их решения к некоторым задачам геометрии. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
1.10	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
1.11	Применение дифференциальных уравнений в задачах физики, механики, геометрии. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
1.12	Уравнения Клеро и Лагранжа. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			

1.13	Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка. Методы Эйлера и Адамса. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
1.14	Применение дифференциальных уравнений в задачах физики, механики, геометрии. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
1.15	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Дифференциальные уравнения первого порядка". Подготовка к защите типового расчета. /Ср/	3	14	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4			Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, а образцы выполнения в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.
	Раздел 2. Раздел 2. Дифференциальные уравнения высших порядков							
2.1	Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия и определения. Дифференциальные уравнения допускающие понижение порядка. Задача о второй космической скорости. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
2.2	Дифференциальные уравнения допускающие понижение порядка: 1. ДУ содержащие только старшую производную и независимую переменную; 2. ДУ, не содержащие явно искомой функции; 3. ДУ, не содержащие явно независимую переменную и искомую функцию 4. ДУ, не содержащие явно независимую переменную /Пр/	3	4	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
2.3	Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Линейная зависимость и независимость решений. Основные теоремы приводящие к построению общего решения /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
2.4	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристические уравнения. Различные виды корней характеристического уравнения и соответствующие им решения. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
2.5	Однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			

2.6	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Общий вид решения неоднородного уравнения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа) для нахождения частного решения неоднородного уравнения /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
2.7	Неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
2.8	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида. Различные виды решения в зависимости от правой части. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
2.9	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с правой частью специального вида. /Пр/	3	4	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
2.10	Уравнения Эйлера. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
2.11	Уравнения Эйлера. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
2.12	Применение дифференциальных уравнений высших порядков в задачах физики, механики. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
2.13	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Дифференциальные уравнения высших порядков ". Подготовка к защите типового расчета. /Ср/	3	14	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4			Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, а образцы выполнения в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.
	Раздел 3. Раздел 3. Системы дифференциальных уравнений.							
3.1	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Сведение системы к уравнению высшего порядка(метод исключения) /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
3.2	Решение систем дифференциальных уравнений методом исключения. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			

3.3	Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и их решение с помощью характеристических уравнений. Различные виды решений в зависимости от корней характеристического уравнения. /Лек/	3	4	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
3.4	Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами /Пр/	3	4	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
3.5	Применение систем дифференциальных уравнений в задачах физики, механики. /Лек/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.2 Л2.4			
3.6	Применение систем дифференциальных уравнений в задачах физики, механики. /Пр/	3	2	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.5			
3.7	Выполнение домашних заданий и типового расчета по разделу "Системы дифференциальных уравнений ". Подготовка к защите типового расчета. /Ср/	3	7,8	ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4			Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, а образцы выполнения в ПРИЛОЖЕНИИ № 8.
3.8	Подготовка к зачету /ЗачётСОц/	3		ОПК-4	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4			Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ приведены в ФОС (п. 5.1), задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в ПРИЛОЖЕНИЯХ № 2, 3.Образцы билетов - в ПРИЛОЖЕНИИ № 5
3.9	/КрТО/	3	0,2					

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

1.Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
2.Дифференциальные уравнение первого порядка.
3.Уравнение с разделяющимися переменными и методы их решения.
4.Однородные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним, методы их решения.
5.Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли, методы их решения.
6.Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним, методы их решения.
7.Особые решения дифференциальных уравнений.
8.Уравнения Клеро, Лагранжа.
9.Численное решение дифференциальных уравнений. МетодЭйлера.
10.Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
11.Дифференциальные уравнения высших порядков допускающие понижение порядка.

12.Линейные однородные уравнения высшего порядка. Основные понятия.
13.Линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков.
14.Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и методы их решения.
15.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных.
16.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида и методы их решения.
17.Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Сведение к одному дифференциальному уравнению высшего порядка.
18.Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод характеристически уравнений. Проверка знаний на (УМЕТЬ) - приложение 1

Проверка знаний на (ВЛАДЕТЬ) - ПРИЛОЖЕНИЕ 2

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

эссе, рефераты, курсовые работы и др. программой не предусмотрены.

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дифференциальные уравнения» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

В 3 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 20 вариантов, компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Дифференциальные уравнения первого порядка", «Дифференциальные уравнения высших порядков», «Системы диффернциальных уравнений».

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3,
компьютерных контрольно-обучающих программ тестирования (КОПТов) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 4

Билеты для проведения итогового контроля в 3 семестре (зачет с оценкой), составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 5

5.4. Перечень видов оценочных средств

1.Типовые расчеты №1,2,3
2. Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТы) №1,2,3
Шкалы оценивания по всем видам в ПРИЛОЖЕНИИ №6

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Лелевкина Л.Г., Курманбаева А.К.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник	Бишкек: Изд-во КРСУ 2016
Л1.2	Баврин И.И.	Высшая математика: Учебник. 3-е изд., стереотипа	М.: Издательский центр «Академия», 2010

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Лунгу К.Н., Макаров Е.В.	Высшая математика. Ч. 2: руководство к решению задач	М.: ФИЗМАТЛИТ 2007
Л2.2	Письменный Д.Т.	Конспект лекций по высшей математике: полный курс	М.: Айрис-пресс 2009
Л2.3	Каплан И.А., Пустынников В.И.	Практикум по высшей математике Т.2: Учебное пособие	2008
Л2.4	Н.С. Пискунов	Дифференциальное и интегральное исчисление, В 2 т.	Интеграл-Пресс 2009
Л2.5	Берман Г.Н.	Сборник задач по курсу математического анализа	СПб.: Лань 2008

6.3. Перечень информационных и образовательных технологий

6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии

6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.
6.3.1.2	
6.3.1.3	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).
6.3.1.4	
6.3.1.5	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам математического анализа.
	6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения
6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека. Данные материалы размещены на сайте кафедры www.matem.krsu.edu.kg. Электронные учебно-методические пособия (ЭУМП):
6.3.2.2	
6.3.2.3	1. Л.Г. Лелёвкина, А.К. Курманбаева Обыкновенные дифференциальные уравнения, Бишкек 2016 http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/107.pdf
6.3.2.4	2. Лелёвкина Л.Г., Шемякина Т.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения, Бишкек 2001 http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/6ode.pdf
6.3.2.5	

	7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест(3/315);
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест(3/315);
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видео-материалов;
7.4	Интерактивная доска;
7.5	Проектор;
7.6	Презентации лекций по основным темам;
7.7	Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования по различным разделам дифференциальных уравнений

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Дифференциальные уравнения» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 7

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ
Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.
Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.
Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.
Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.
При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы.
Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.
Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.
За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.
Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятия студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить три типовых расчета. (Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях, приведенные в рабочей программе образцы выполнения типовых расчетов (ПРИЛОЖЕНИЕ № 8). В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.
Шкалы оценивания типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Дифференциальные уравнения» проводится с применением компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования (КОПТ). Образцы КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4.
До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.
Компьютерное тестирование проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.
В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.
Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте. Шкалы оценивания КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ

Перед прохождением КОПТ студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.
КОПТ №1 содержит 5 заданий с 5 вариантами ответов, КОПТ № 2 – 5 заданий с 4 вариантами ответов, а КОПТ № 3 – 2 задания с 4 вариантами ответов. Среди вариантов ответов только один правильный. В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту количество верно решенных заданий

и полученные баллы. Студент обязательно должен предоставить преподавателю письменное решение заданий теста, иначе его результат будет аннулирован.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

Промежуточная аттестация проводится в строго установленное время, согласно расписанию экзаменационной сессии.
При явке на промежуточную аттестацию (диф.зачет) студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют преподавателю в начале аттестации. В случае, если студент пропустил промежуточную аттестацию без уважительной причины, он должен пройти ее в установленные деканатом сроки, с получением минимального количества баллов.
Промежуточная аттестация проводится в форме тестирования. Тест состоит из 15 заданий, включающих как задания для проверки обученности ЗНАТЬ (берутся из ФОС п. 5.1), так и задания для проверки обученности УМЕТЬ (приложение № 1) и ВЛАДЕТЬ (приложение № 2).

Образец теста для промежуточной аттестации приведен в ПРИЛОЖЕНИИ № 5

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 10.

После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту количество верно решенных заданий и полученные баллы. Студент обязательно должен предоставить преподавателю письменное решение заданий теста, иначе его результат будет аннулирован.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)

ПРИЛОЖЕНИЕ№1.

УМЕТЬ:

1. Определить тип дифференциального уравнения $(1-x^2)y' + xy - 3 = 0$
2. Определить тип дифференциального уравнения $y'(x^2-4) = 5$
3. Определить тип дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \left(\frac{x}{y}\right)^2$
4. Определить тип дифференциального уравнения $(x+y-1)dx + (x+e^y)dy = 0$
5. Определить тип дифференциального уравнения $x(y'-y) = e^x$
6. Определить тип дифференциального уравнения $xy' - 3y + x^4y^2 = 0$
7. Определить тип дифференциального уравнения $y' - 2\sqrt{y}\ln x = 0$
8. Определить тип дифференциального уравнения $3y' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$
9. Определить тип дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x}\ln\frac{y}{x}$
10. Определить тип дифференциального уравнения $(x^2+2xy+1)dx + (x^2+y^2-1)dy = 0$
11. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2+1} + \frac{dy}{2x-1} = 0$
12. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = (y^2+1)e^x$
13. Найти общее решение дифференциального уравнения $y^2dx + \frac{dy}{4x^3-1} = 0$
14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{\sin x}{2-3y^2}$
15. Найти общее решение дифференциального уравнения $xydx - \frac{1+y}{3x+2}dy = 0$
16. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{e^x+1}{tgy}$
17. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{2x-1}{y^2}dx + (4y-3)xdy = 0$
18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{2\cos^2 y}{x^2-1}$
19. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{x}{3y+2}dx - \frac{y}{6x}dy = 0$

20. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{1}{(e^y + 1)\sqrt{1 - x^2}}$
21. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \dfrac{y}{x} = \cos^2\left(\dfrac{y}{x}\right)$
22. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \dfrac{y}{x} = \left(\dfrac{y}{x}\right)^2$
23. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{1}{ctg\left(\dfrac{y}{x}\right)} + \dfrac{y}{x}$
24. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = 2e^{-\frac{y}{x}} + \dfrac{y}{x}$
25. Найти общее решение дифференциального уравнения $(2xy^2 + 1)dx + (2x^2 y - 3)dy = 0$
26. Найти общее решение дифференциального уравнения $(12x^3 y - 4)dx + (3x^4 + 10y)dy = 0$
27. Найти общее решение дифференциального уравнения $(5 - 4xy^2)dx + (e^y - 4x^2 y)dy = 0$
28. Найти общее решение дифференциального уравнения $(4x^3 y^2 + 2x)dx + (2x^4 y - 2y)dy = 0$
29. Найти общее решение дифференциального уравнения $(e^y - 4x^3)dx + (xe^y + 3y^2)dy = 0$
30. Найти общее решение дифференциального уравнения $(6xy^2 - 4)dx + (6x^2 y + 8y^3)dy = 0$
31. Общее решение однородного уравнения $y'' + 6y' + 9y = 0$ имеет вид
32. Общее решение однородного уравнения $y'' + 3y' - 4y = 0$ имеет вид
33. Общее решение однородного уравнения $y'' - 8y' + 16y = 0$ имеет вид
34. Общее решение однородного уравнения $y'' - 10y' + 25y = 0$ имеет вид
35. Общее решение однородного уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ имеет вид
36. Общее решение однородного уравнения $y'' + 2y' + y = 0$ имеет вид
37. Общее решение однородного уравнения $y'' + 4y' + 5y = 0$ имеет вид
38. Общее решение однородного уравнения $y'' - 6y' + 13y = 0$ имеет вид
39. Общее решение однородного уравнения $y'' - 4y' - 5y = 0$ имеет вид
40. Общее решение однородного уравнения $y'' - 2y' + 10y = 0$ имеет вид

ПРИЛОЖЕНИЕ №2.

ВЛАДЕТЬ:

1. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 2xy = 2xe^{x^2}$, если $y(0) = 2$
2. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + \frac{y}{x} = 4x^2$, если $y(1) = 0$
3. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 3x^2 y = 2(x+1)e^{x^3}$, если $y(0) = 5$
4. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + 4xy = 4x^3 e^{-2x^2}$, если $y(0) = -3$
5. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{3y}{x} = 2x^4 - 3x^5$, если $y(1) = 2$
6. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + \frac{4y}{x} = \frac{3}{x^2}$, если $y(2) = 0$
7. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 6x^2 y = 9x^2 e^{2x^3}$, если $y(0) = 2$
8. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + 8x^3 y = (2x+1)e^{-2x^4}$, если $y(0) = -3$
9. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{5y}{x} = 3x^7$, если $y(1) = 1$
10. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{x} = 2x^2 - x$, если $y(2) = 4$
11. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^x(-3\sin x + 4\cos x)$ имеет вид
12. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$ имеет вид
13. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}\sin 5x$ имеет вид
14. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$ имеет вид
15. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = -17\sin 2x$ имеет вид

16. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos x$ имеет вид
17. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(3\sin x + 5\cos x)$ имеет вид
18. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 6e^{x}(\sin x + \cos x)$ имеет вид
19. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}\sin 4x$ имеет вид
20. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos 5x$ имеет вид
21. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$ ищется в виде:
22. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^{x}$ ищется в виде
23. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^{x}$ ищется в виде
24. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$ ищется в виде
25. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^{x}$ ищется в виде
26. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 6y'' + 9y' = 4xe^{x}$ ищется в виде
27. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$ ищется в виде
28. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^{x}$ ищется в виде
29. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^{x}$ ищется в виде
30. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$ ищется в виде
31. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y \end{cases}$
32. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$
33. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$
34. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$

35. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$

36. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = x + y \end{cases}$

37. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$

38. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$

39. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y \end{cases}$

40. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y \end{cases}$

ПРИЛОЖЕНИЕ №3

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №1

Задача 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде (φ(*x*,*y*)=*C*)).

1.1. $4xdx - 3ydy = 3yx^2dy - 2xy^2dx$.

1.2. $x(5 + y^2)^{1/2} + y'y(1 + x^2)^{1/2} = 0$.

1.3. $(4 + y^2)^{1/2}dx - ydy = x^2ydy$.

1.4. $(3 + y^2)^{1/2}dx - ydy = x^2ydy$.

1.5. $6xdx - 6ydy = 2yx^2dy - 3xy^2dx$.

1.6. $x(3 + y^2)^{1/2} + y(2 + x^2)^{1/2}dy = 0$.

1.7. $(5 + e^{2x})dy + ye^{2x}dx = 0$.

1.8. $yy'\sqrt{\dfrac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0$.

1.9. $6xdx - 6ydy = 3yx^2dy - 2xy^2dx$.

1.10. $x(5 + y^2)^{1/2}dx + y(4 + x^2)^{1/2}dy = 0$.

1.11. $y(4 + e^x)dy - e^xdx = 0$.

1.12. $(4 - x^2)^{1/2}y' + xy^2 + x = 0$.

1.13. $2xdx - 2ydy = yx^2dy - 2xy^2dx$.

1.14. $x(4 + y^2)^{1/2}dx + y(1 + x^2)^{1/2}dy = 0$.

1.15. $(8 + e^x)dy - ye^xdx = 0$.

1.16. $(5+y^2)^{1/2}+y'y(1-x^2)^{1/2}=0.$

1.17. $6xdx-ydy=yx^2dy-3xy^2dx.$

1.18. $y\ \ln y+xy'=0.$

1.19. $(1+e^x)y'=ye^x.$

1.20. $(1-x^2)^{1/2}y'+xy^2+x=0.$

1.21.$6xdx-2ydy=2yx^2dy-3xy^2dx.$

1.22. $y(1+\ln y)+xy'=0.$

1.23. $(3+e^x)yy'=e^x.$

1.24. $(3+y^2)^{1/2}+(1-x^2)^{1/2}yy'=0.$

1.25. $xdx-ydy=yx^2dy-xy^2dx.$

1.26. $(5+y^2)^{1/2}dx+4(x^2y+y)dy=0.$

1.27. $(1+e^x)yy'=e^x.$

1.28. $3(x^2y+y)dy+(2+y^2)^{1/2}dx=0.$

1.29. $2xdx-ydy=x^2ydy-xy^2dx.$

1.30. $2x+2xy^2+(2-x^2)^{1/2}y'=0.$

Задача 2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

2.1. $y'=\frac{y^2}{x^2}+4\frac{y}{x}+2.$

2.2. $xy'=\frac{3y^3+2yx^2}{2y^2+x^2}.$

2.3. $y'=\frac{y+x}{x-y}.$

2.4. $xy'=(x^2+y^2)^{1/2}+y.$

2.5. $2y'=\frac{y^2}{x^2}+6\frac{y}{x}+3.$

2.6. $xy'=\frac{3y^3+4yx^2}{2y^2+2x^2}.$

2.7. $y' = \dfrac{2y+x}{2x-y}.$

2.8. $xy' = 2(x^2+y^2)^{1/2} + y.$

2.9. $3y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 4.$

2.10. $xy' = \dfrac{3y^3+6yx^2}{2y^2+3x^2}.$

2.11. $y' = \dfrac{x^2+xy-y^2}{x^2-2xy}.$

2.12. $xy' = (2x^2+y^2)^{1/2} + y.$

2.13. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 6.$

2.14. $xy' = \dfrac{3y^3+8yx^2}{2y^2+4x^2}.$

2.15. $y' = \dfrac{x^2+2xy-y^2}{2x^2-2xy}.$

2.16. $xy' = 3(x^2+y^2)^{1/2} + y.$

2.17. $2y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 8.$

2.18. $xy' = \dfrac{3y^3+10yx^2}{2y^2+5x^2}.$

2.19. $y' = \dfrac{x^2+3xy-y^2}{3x^2-2xy}.$

2.20. $xy' = 3(2x^2+y^2)^{1/2} + y.$

2.21. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 12.$

2.22. $xy' = \dfrac{3y^3+12yx^2}{2y^2+6x^2}.$

2.23. $y' = \dfrac{x^2+xy-3y^2}{x^2-4xy}.$

2.24. $xy' = 2(3x^2+y^2)^{1/2} + y.$

2.25. $4y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 10\dfrac{y}{x} + 5.$

2.26. $xy' = \dfrac{3y^3+14yx^2}{2y^2+7x^2}.$

2.27. $y' = \dfrac{x^2+xy-5y^2}{x^2-6xy}.$

2.28. $xy' = 4(x^2+y^2)^{1/2} + y.$

2.29. $3y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 10\dfrac{y}{x} + 10.$

2.30. $xy' = 4(2x^2+y^2)^{1/2} + y.$

Задача 3. Найти решение задачи Коши.

3.1. $y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0.$

3.2. $y' - y\,ctg x = 2x\sin x, \quad y(\pi/2) = 0.$

3.3. $y' + y\cos x = (\sin 2x)/2, \quad y(0) = 0.$

3.4. $y' + y\,tg\,x = \cos^2 x, \quad y(\pi/4) = 1/2.$

3.5. $y' - \dfrac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = 3/2.$

3.6. $y' - \dfrac{1}{x+1} y = e^x (x+1), \quad y(0) = 1.$

3.7. $y' - y/x = x\sin x, \quad y(\pi/2) = 1.$

3.8. $y' + y/x = \sin x, \quad y(\pi) = 1/\pi.$

3.9. $y' + \dfrac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$

3.10. $y' + \dfrac{2x}{x^2+1} y = \dfrac{2x^2}{x^2+1}, \quad y(0) = 2/3.$

3.11. $y' - \dfrac{2x-5}{x^2} y = 5, \quad y(2) = 4.$

3.12. $y' + \dfrac{y}{x} = \dfrac{x+1}{x} e^x, \quad y(1) = e.$

3.13. $y' - \dfrac{y}{x} = -2\dfrac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$

3.14. $y' - \dfrac{y}{x} = -\dfrac{12}{x^3}, \quad y(1) = 4.$

3.15. $y' + \dfrac{2}{x} y = x^3, \quad y(1) = -5/6.$

3.16. $y' + \frac{y}{x} = 3x, \; y(1) = 1.$

3.17. $y' - \dfrac{2xy}{x^2+1} = x^2 + 1, \quad y(1) = 3.$

3.18. $y' + \dfrac{1-2x}{x^2} y = 1, \quad y(1) = 1.$

3.19. $y' + \dfrac{3}{x} y = \dfrac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1.$

3.20. $y' + 2xy = -2x^3, \; y(1) = e^{-1}.$

3.21. $y' + \dfrac{xy}{2(1-x^2)} = \dfrac{x}{2}, \quad y(0) = 2/3.$

3.22. $y' + xy = -x^3,\ y(0) = 3.$

3.23. $y' - \dfrac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, \quad y(0) = 1.$

3.24. $y' + 2xy = xe^{-x^2}\sin x\,,\ y(0) = 1.$

3.25. $y' - \dfrac{2}{x+1}y = (x+1)^3, \quad y(0) = 1/2.$

3.26. $y' - y\cos x = -\sin 2x\,,\ y(0) = 3.$

3.27. $y' - 4xy = -4x^3,\ y(0) = -1/2.$

3.28. $y' - \dfrac{y}{x} = -\dfrac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$

3.29. $y' - 3x^2y = x^2(1 + x^3)/3,\ y(0) = 0.$

3.30. $y' - y\cos x = \sin 2x\,,\ y(0) = -1.$

3.31. $y' - \dfrac{y}{x} = -\dfrac{2}{x^2}, \quad y(1) = 1.$

Задача 4. Решить задачу Коши.

4.1. $y^2dx + \left(e^{2/y} + x\right)dy = 0,\ y(e) = 2.$

4.2. $(y^4e^y + 2x)y' = y, \quad y(0) = 1.$

4.3. $y^2dx + (xy - 1)dy = 0,\ y(1) = e.$

4.4. $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1,\ y(0) = 0.$

4.5. $(cos\,^2ycos2y - x)y' = \sin ycosy\,,\ y(1/4) = \pi/3.$

4.6. $(xcos\,^2y - y^2)y' = ycos^2y,\ y(\pi) = \pi/4.$

4.7. $e^{y^2}(dx - 2xydy) = ydy, \quad y(0) = 0.$

4.8. $(104y^3 - x)y' = 4y, \quad y(8) = 1.$

4.9. $(xy - y^3)dy + dx = 0,\ y(-1) = 0.$

4.10. $(3y\cos 2y - 2y^2\sin 2y - 2x)y' = y,\ y(16) = \pi/4.$

4.11. $8(4y^3 + xy - y)y' = 1,\ y(0) = 0.$

4.12. $(2\ln y - \ln^2 y)dy = ydx - xdy,\ y(4) = e^2.$

4.13. $2(y^4 + x)y' = y,\ y(-2) = -1.$

4.14. $y^3(y-1)dx + 3xy^2(y-1)dy = (y+2)dy,\ y(1/4) = 2.$

4.15. $2y^2dx + \left(e^{1/y} + x\right)dy = 0,\ y(e) = 1.$

4.16. $\left(xy + y^{1/2}\right)dy + y^2dx = 0,\ y\left(-\frac{1}{2}\right) = 4.$

4.17. $\sin 2ydx = (\sin^2 2y - 2\sin^2 y + 2x)dy,\ y\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4}.$

4.18. $(y^2 + 2y - x)y' = 1,\ y(2) = 0.$

4.19. $2yy^{1/2}dx - \left(6xy^{1/2} + 7\right)dy = 0,\ y(-4) = 1.$

4.20. $dx = (\sin y + 3\cos y + 3x)dy,\ y\left(e^{\frac{\pi}{2}}\right) = \frac{\pi}{2}.$

4.21. $2(\cos^2 y\cos 2y - x)y' = \sin 2y,\ y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{5\pi}{4}.$

4.22. $\mathrm{ch}\,ydx = (1 + x\,\mathrm{sh}\,y)dy,\ y(1) = \ln 2.$

4.23. $(13y^3 - x)y' = 4y,\ y(5) = 1.$

4.24. $y^2(4 + y^2)dx + 2xy(4 + y^2)dy = 2dy,\ y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2.$

4.25. $(x + \ln^2 y - \ln y)y' = y/2,\ y(2) = 1.$

4.26. $\left(2xy + y^{1/2}\right)dy + 2y^2dx = 0,\ y\left(-\frac{1}{2}\right) = 1.$

4.27. $ydx + (2x - 2\sin^2 y - y\sin 2y)dy = 0,\quad y\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{4}.$

4.28. $2(y^3 - y + xy)dy = dx,\ y(-2) = 0.$

4.29. $(2y + xtgy - y^2 tgy)dy = dx,\ y(0) = \pi.$

4.30. $4y^2dx + (e^{2y} + x)dy = 0,\ y(e) = \frac{1}{2}.$

Задача 5. Найти решение задачи Коши.

5.1.$y' + xy = (x+1)e^{-x}y^2,\ \ y(0) = 1.$

5.2.$xy' + y = 2y^2 \ln x\,,\ y(1) = 1/2.$

5.3. $2(xy' + y) = xy^2,\ y(1) = 2.$

5.4.$y' + 4x^3y = 4(x^3+1)e^{-4x}y^2,\ y(0) = 1.$

5.5. $xy' - y = -y^2(lnx + 2)lnx,\ y(1) = 1.$

5.6. $2(y' + xy) = (x+1)e^{-x}y^2,\ \ y(0) = 2.$

5.7. $3(\ xy' + y) = y^2 \ln x\,,\ y(1) =3.$

5.8. $2y' + y\cos x = cosx(1 + sinx)y^{-1},\ y(0) = 1.$

5.9.$y' + 4x^3y = 4y^2e^{4x}(1 - x^3),\ y(0) = -1.$

5.10. $3y' + 2xy = 2xe^{-2x^2}y^{-2},\ y(0) = -1.$

5.11. $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3,\ y(1) = (1/2)^{1/2}.$

5.12. $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4,\ \ y(1) = 1.$

5.13. $2y' + 3ycosx = e^{2x}(2 + 3cosx)y^{-1},\ \ y(0) = 1/2.$

5.14. $3(xy' + y) = xy^2,\ \ y(1) = 3.$

5.15. $y' - y\ = 2xy^2,\ \ y(0) = 1/2.$

5.16. $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3,\ y(1) = 2^{1/2}/2.$

5.17. $y' + 2xy = 2x^3y^3,\ y(0) = 2^{1/2}.$

5.18. $xy' + y = y^2 \ln x\,,\ y(1) = 1.$

5.19. $2y' + 3y\cos x = (8 + 12\cos x)e^{2x}y^{-1},\ y(0) = 2.$

5.20. $4y' + x^3y = (x^3 + 8)e^{-2x}y^2,\ y(0) = 2.$

5.21. $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3,\ y(1) = 2^{1/2}.$

5.22. $2(y' + y) = xy^2,\ y(0) = 2.$

5.23. $y' + xy = e^x(x - 1)y^2,\ y(0) = 1.$

5.24. $2y' - 3y\cos x = -e^{-2x}(2 + 3\cos x)y^{-1},\ y(0) = 1.$

5.25. $y' - y = xy^2,\ \ y(0) = 1.$

5.26. $2(xy' + y) = y^2 \ln x\,,\ y(1) = 2.$

5.27. $y' + y = xy^2,\ \ y(0) = 1.$

5.28. $y' + 2ycthx = y^2chx,\ \ y(1) = 1/sh1.$

5.29. $2(y' + xy) = (x - 1)e^xy^2,\ \ y(0) = 2.$

5.30. $y' - ytgx = -\left(\frac{2}{3}\right)y^4 \sin x\,,\ \ y(0) = 1.$

Задача 6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

6.1. $3x^2e^ydx + (x^3\,e^y - 1)dy = 0.$

6.2. $\left(3x^2 + \dfrac{2}{y}\cos\dfrac{2x}{y}\right)dx - \dfrac{2x}{y^2}\cos\dfrac{2x}{y}\,dy = 0.$

6.3. $3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0.$

6.4.$(2x - 1 - y/x^2)dx - (2y - 1/x)dy = 0.$

6.5. $y^2+y\sec^2 x)dx+(2xy+tgx)dy=0.$

6.6.$(3yx^2+2y+3)dx+(x^3+2x+3y^2)dy=0.$

6.7.$\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)dx+\left(\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{x}{y^2}\right)dy=0.$

6.8. $(sin2x-2(\cos(x+y))dx-2\cos(x+y)\,dy=0.$

6.9. $\left(xy^2+\dfrac{x}{y^2}\right)dx+\left(x^2y-\dfrac{x^2}{y^3}\right)dy=0.$

6.10.$\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{3y^2}{x^4}\right)dx-\dfrac{2y}{x^3}dy=0.$

6.11. $\left(\dfrac{y}{x^2}\cos\dfrac{y}{x}\right)dx-\left(\dfrac{1}{x}\cos\dfrac{y}{x}+2y\right)dy=0.$

6.12.$\left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}+y\right)dx+\left(x+\dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)dy=0.$

6.13.$\dfrac{1+xy}{x^2y}dx+\dfrac{1-xy}{xy^2}dy=0.$

6.14.$\dfrac{1}{y}dx-\dfrac{x+y^2}{y^2}dy=0.$

6.15.$\dfrac{y}{x^2}dx-\dfrac{xy+1}{x}dy=0.$

6.16. $(xe^x+y/x^2)dx-(1/x)dy=0.$

6.17. $\left(10xy-\frac{1}{siny}\right)dx+(5x^2+\frac{x\cos y}{sin^2y}-y^2\sin y^3)dy=0.$

6.18. $\left(\frac{y}{x^2+y^2}+e^x\right)dx-\frac{x}{x^2+y^2}dy=0.$

6.19. $e^x dx+(\cos y+xe^y)dy=0.$

6.20. $(y^3+\cos x)dx+(3xy^2+e^y)dy=0.$

6.21. $xe^{y^2}dx+\left(x^2ye^{y^2}+tg^2y\right)dy=0.$

6.22. $(5xy^2-x^3)dx+(5yx^2-y)dy=0.$

6.23. $(\cos(x+y^2)+\sin x)dx+2y\cos(x+y^2)dy=0.$

6.24. $(x^2-4xy-2y^2)dx+(y^2-4xy-2x^2)dy=0.$

6.25. $\left(\sin y+\mathrm{y}\sin x+\frac{1}{x}\right)dx+\left(x\cos y-\cos x+\frac{1}{y}\right)dy=0.$

6.26. $\left(1+\frac{1}{y}e^{x/y}\right)dx+\left(1-\frac{x}{y^2}e^{x/y}\right)dy=0.$

6.27. $\dfrac{(x-y)dx+(x+y)dy}{x^2+y^2}=0.$

6.28. $2(3xy^2+2x^3)dx+3(2x^2y+y^2)dy=0.$

6.29. $(3x^3+6x^2y+3xy^2)dx+(2x^3+3x^2y)dy=0.$

6.30. $xy^2dx+y(x^2+y^2)dy=0.$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №2

Задача 1. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1.1. $x^4y'' + x^3y' = 1.$

1.2. $xy''' + 2y'' = 0.$

1.3. $y''(1 + x^2) + 2xy' = x^3.$

1.4. $x^5y''' + x^4y'' = 1.$

1.5. $xy''' - y'' + 1/x = 0.$

1.6. $xy''' + y'' + x = 0.$

1.7. $y^{(4)}\mathrm{th}x = y'''.$

1.8. $xy''' + y'' = x^{1/2}.$

1.9. $y'''\mathrm{tg}x = y'' + 1.$

1.10. $y'''\,\mathrm{tg}\,5x = 5y''.$

1.11. $y'''\mathrm{th}7x = 7y''.$

1.12. $x^3y''' + x^2y'' = x^{1/2}.$

1.13. $y''x^4 + y'x^3 = 4.$

1.14. $(x + 1)y''' + y'' = x + 1.$

1.15. $y'''(1 + \sin x) = y'' \cos x.$

1.16. $xy''' + y'' = \frac{1}{x^{1/2}}.$

1.17. $-xy''' + 2y'' = \frac{2}{x^2}.$

1.18. $\mathrm{cth}xy'' + y' = \mathrm{ch}x.$

1.19. $y''\mathrm{cth}x - y' + \dfrac{1}{\mathrm{ch}x} = 0.$

1.20. $y'' + \dfrac{2x}{x^2 + 1}y' = 2x.$

Задача 2. Найти решение задачи Коши.

2.1. $y''y^3 + 36 = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 2.$

2.2. $y'' = 18\sin^3 y\cos y, \quad y(1) = \pi/2, \quad y'(1) = 3.$

2.3. $4y^3y'' = y^4 - 16, \quad y(0) = \sqrt{8}, \quad y'(0) = 1/\sqrt{2}.$

2.4. $y'' = 50y^3, \quad y(3) = 1, \quad y'(3) = 5.$

2.5. $y''y^3 + 25 = 0, \quad y(2) = -5, \quad y'(2) = -1.$

2.6. $y'' + 18\sin y\cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$

2.7. $y'' = 8\sin^3 y\cos y, \quad y(1) = \pi/2, \quad y'(1) = 2.$

2.8. $y'' = 32y^3, \quad y(4) = 1, \quad y'(4) = 4.$

2.9. $y''y^3 + 16 = 0, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 2.$

2.10. $y'' + 32\sin y\cos^3 y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 4.$

2.11. $y''=50\sin^3 y\cos y, \quad y(1)=\pi/2, \quad y'(1)=5.$

2.12. $y''=18y^3, \quad y(1)=1, \quad y'(1)=3.$

2.13. $y''y^3+9=0, \quad y(1)=1, \quad y'(1)=3.$

2.14. $y^3y''=4(y^4-1), \quad y(0)=\sqrt{2}, \quad y'(0)=\sqrt{2}.$

2.15. $y''+50\sin y\cos^3 y=0, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=5.$

2.16. $y''=8y^3, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=2.$

2.17. $y''y^3+4=0, \quad y(0)=-1, \quad y'(0)=-2.$

2.18. $y''=2\sin y\cos^3 y, \quad y(1)=\pi/2, \; y'(0)=1.$

2.19. $y^3y''=y^4-16, \quad y(0)=\sqrt{8}, \quad y'(0)=\sqrt{2}.$

2.20. $y''=2y^3, \quad y(-1)=1, \quad y'(-1)=1.$

Задача 3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

3.1. $y'''+y''=5x^2-1.$

3.2. $y^{(4)}+4y'''+4y''=x-x^2.$

3.3. $7y'''-y''=12x.$

3.4. $y'''+3y''+2y'=3x^2+2x.$

3.5. $y'''-y'=3x^2-2x+1.$

3.6. $y'''-y''=4x^2-3x+2.$

3.7. $y^{(4)}-3y'''+3y''-y'=x-3.$

3.8. $y^{(4)}+2y'''+y''=12x^2-6x.$

3.9. $y'''-4y''=32-384x^2.$

3.10. $y^{(4)}+2y'''+y''=2-3x^2.$

3.11. $y'''+y''=49-24x^2.$

3.12. $y'''-2y''=3x^2+x-4.$

3.13. $y'''-13y''+12y'=x-1.$

3.14. $y^{(4)}+y'''=x.$

3.15. $y'''-y''=6x+5.$

3.16. $y'''+3y''+2y'=x^2+2x+3.$

3.17. $y'''-5y''+6y'=(x-1)^2.$

3.18. $y^{(4)}-6y'''+9y''=3x-1.$

3.19. $y'''-13y''+12y'=18x^2-39.$

3.20. $y^{(4)}+y'''=12x+6.$

Задача 4. Найти решение дифференциального уравнения.

4.1. $y''' - 3y' - 2y = (4x + 9)e^{2x}$.

4.2. $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^{x}$.

4.3. $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$.

4.4. $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^{x}$.

4.5. $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^{x}$.

4.6. $y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x)e^{x}$.

4.7. $y''' - y'' - 4y' + 4y = (7 - 6x)e^{x}$.

4.8. $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$.

4.9. $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20 - 16x)e^{-x}$.

4.10. $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^{x}$.

4.11. $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x - 32)e^{x}$.

4.12. $y''' - 6y'' + 9y' = 4xe^{x}$.

4.13. $y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12)e^{x}$.

4.14. $y''' - y'' - 5y' - 3y = -(8x + 4)e^{x}$.

4.15. $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^{x}$.

4.16. $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$.

4.17. $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^{x}$.

4.18. $y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^{x}$.

4.19. $y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^{x}$.

4.20. $y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$.

Задача 5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

5.1. $y'' + 2y' + 5y = -2\,sin\,x$.

5.2. $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(-3\,sin\,x + 4\,cos\,x)$.

5.3. $y'' + 2y' = 10e^{x}(sin\,x + cos\,x)$.

5.4. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}sin5x$.

5.5. $y'' + y = 3\,sin\,5x + 2cos5x$.

5.6. $y'' + 2y' + 5y = -17sin2x$.

5.7. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x$.

5.8. $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(3 \sin x + 5 \cos x)$.

5.9. $y'' + 2y' = 6e^{x}(\sin x + \cos x)$.

5.10. $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x$.

5.11. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 5x$.

5.12. $y'' + y = 2\cos 7x - 3 \sin 7x$.

5.13. $y'' + 2y' + 5y = -\cos x$.

5.14. $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(2 \sin x - \cos x)$.

5.15. $y'' + 2y' = 3e^{x}(\sin x + \cos x)$.

5.16. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 4x$.

5.17. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 8x$.

5.18. $y'' + 2y' + 5y = 10 \cos x$.

5.19. $y'' + y = 3\sin 4x + 2\cos 4x$.

5.20. $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(-\sin x + 2 \cos x)$.

Задача 6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

6.1. $y'' + 16y = 16 \cos 4x - 16e^{4x}$.

6.2. $y''' - 9y' = 18 \sin 3x - 9 \cos 3x - 9e^{3x}$.

6.3 $y'' - y' = 2\operatorname{ch} x$.

6.4. $y'' + 25y = -10 \sin 5x + 20 \cos 5x + 50e^{5x}$.

6.5. $y''' - 16y' = 48e^{4x} + 64 \cos 4x - 64 \sin 4x$.

6.6. $y'' + 2y' = 2\operatorname{sh} 2x$.

6.7. $y'' + 36y = 24 \sin 6x - 12 \cos 6x + 36e^{6x}$.

6.8. $y''' - 25y' = 25(\sin 5x + \cos 5x) - 50e^{5x}$.

6.9. $y'' + 3y' = 2\operatorname{sh} 3x$.

6.10. $y'' + 49y = 14 \sin 7x + 7 \cos 7x - 98e^{7x}$.

6.11. $y''' - 36y' = 36e^{6x} - 72(\cos 6x + \sin 6x)$.

6.12. $y'' + 4y' = 16\operatorname{sh} 4x$.

6.13. $y'' + 64y = 16 \sin 8x - 16 \cos 8x - 64e^{8x}$.

6.14. $y''' - 49y' = -49(\sin 7x + \cos 7x) + 14e^{7x}$.

6.15. $y'' + 5y' = 50sh5x$.

6.16. $y'' + 81y = 9\sin 9x + 3\cos 9x + 162e^{9x}$.

6.17. $y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x}$.

6.18. $y'' + y = 2shx$.

6.19. $y'' + 100y = 20\sin 10x - 30\cos 10x - 200e^{10x}$.

6.20. $y''' - 81y' = 81\sin 9x + 162e^{9x}$.

Задача 7. Найти решение задачи Коши.

7.1. $y'' + 6y' + 8y = 4e^{-2x}/(2 + e^{2x})$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

7.2. $y'' + 9y = 9/\sin 3x$, $y(\pi/6) = 4$, $y'(\pi/6) = 3\pi/2$.

7.3. $y'' + 9y = 9/\cos 3x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

7.4. $y'' - y' = e^{-x}/(2 + e^{-x})$, $y(0) = \ln 27$, $y'(0) = \ln 9 - 1$.

7.5. $y'' + 4y = 4ctg2x$, $y(\pi/4) = 3$, $y'(\pi/4) = 2$.

7.6. $y'' - 3y' + 2y = 1/(3 + e^{-x})$, $y(0) = 1 + 8\ln 2$, $y'(0) = 14\ln 2$.

7.7. $y'' - 6y' + 8y = 4e^{2x}/(1 + e^{-2x})$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

7.8. $y'' + 16y = 16/\sin 4x$, $y(\pi/8) = 3$, $y'(\pi/8) = 2\pi$.

7.9. $y'' + 16y = 16/\cos 4x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$.

7.10. $y'' - 2y' = 4e^{-2x}/(1 + e^{-2x})$, $y(0) = \ln 4$, $y'(0) = \ln 4 - 2$.

7.11. $y'' + y/4 = ctg(x/2)/4$, $y(\pi) = 2$. $y'(\pi) = 1/2$.

7.12. $y'' - 3y' + 2y = 1/(2 + e^{-x})$, $y(0) = 1 + 3\ln 3$, $y'(0) = 5\ln 3$.

7.13. $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}/(2 + e^{x})$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

7.14. $y'' + 4y = 4/\sin 2x, y(\pi/4) = 2$, $y'(\pi/4) = \pi$.

7.15. $y'' + 4y = 4/\cos 2x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$.

7.16. $y'' + y' = e^{x}/(2 + e^{x})$, $y(0) = \ln 27$, $y'(0) = 1 - \ln 9$.

7.17. $y'' + y = 2ctgx$, $y(\pi/2) = 1$, $y'(\pi/2) = 2$.

7.18. $y'' - 3y' + 2y = 1/(1 + e^{-x})$, $y(0) = 1 + 2\ln 2$, $y'(0) = 3\ln 2$.

7.19. $y'' - 3y' + 2y = e^{x}/(1 + e^{-x})$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

7.20. $y'' + y = 1/\sin x$, $y(\pi/2) = 1$, $y'(\pi/2) = \pi/2$.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №3

Задача 1. **Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих начальным условиям.**

1.1 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y - 1, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 4y + e^t, & y(0) = 0. \end{cases}$

1.2. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y - e^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 3y, & y(0) = 1. \end{cases}$

1.3 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y + e^{2t}, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x - y, & y(0) = 2. \end{cases}$

1.4. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + 2y + e^{-2t}, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + y, & y(0) = 1. \end{cases}$

1.5. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y + t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + y, & y(0) = 2. \end{cases}$

1.6. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + y + e^{-2t}, & y(0) = 0. \end{cases}$

1.7. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y + t, & x(0) = 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

1.8. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - y + \sin t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

1.9. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + y + \cos t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

1.10 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y + te^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

1.11. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y + e^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 3y, & y(0) = 3. \end{cases}$

1.12. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 3y + 2e^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + y, & y(0) = 2. \end{cases}$

1.13. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y - 2t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + 2y, & y(0) = 2. \end{cases}$

1.14. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + 3y + 2t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - 3y + 2t, & y(0) = 1. \end{cases}$

1.15. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y + \sin t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

1.16. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 2y + 2, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 2y, & y(0) = -1. \end{cases}$

1.17. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + y, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + y + 1, & y(0) = 2. \end{cases}$

1.18. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 4y + e^{t}, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + y, & y(0) = 1. \end{cases}$

1.19. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + 4y + 1, & x(0) = 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 3y, & y(0) = 3. \end{cases}$

1.20. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x - 5y + e^{2t}, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + y, & y(0) = 2. \end{cases}$

1.21. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 7y + e^{2t}, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 8y, & y(0) = 1. \end{cases}$

1.22. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - 4y + e^{-t}, & x(0) = -1, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 2y + e^{-t}, & y(0) = 1. \end{cases}$

1.23. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x - y + e^{t}, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 2y + 3e^{t}, & y(0) = 1. \end{cases}$

1.24. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y + t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - y + 2, & y(0) = 0. \end{cases}$

Задача 2. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений.

2.1. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x - 2y - 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 10x + 4y + 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 2x + y + 3z. \end{cases}$

2.2. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + 2y - 4z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -8x - 3y + 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -2x - 4y + 6z. \end{cases}$

2.3. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x + 6y - 4z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 9x - 5y + 6z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 15x - 18y + 15z. \end{cases}$

2.4. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x + 2y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -6x + 2y - 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -6x - 2y - z. \end{cases}$

2.5. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x + y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 3y + z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 7x + 3y + z. \end{cases}$

2.6. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 2y + z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 4x + 2y + 3z. \end{cases}$

2.7. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x + 2y + 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 6y + 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -5x - 7y - 3z. \end{cases}$

2.8. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + 2y - 3z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 4y - z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 4x - 2y + 6z. \end{cases}$

2.9. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -x - y + 2z. \end{cases}$

2.10 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 2y + 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -y - 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = y + z. \end{cases}$

2.11. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x - 4y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - y + z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 3y - z. \end{cases}$$

2.12. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -y + z, \\ \dfrac{dz}{dt} = x - z. \end{cases}$$

2.13. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -3y + 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 3x - 2y - 3z. \end{cases}$$

2.14. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x - 4y + 9z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 10x + 9y - 10z, \\ \dfrac{dz}{dt} = x + y + 3z. \end{cases}$$

2.15. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - y + 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = x - y + z. \end{cases}$$

2.16. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x - 7y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - 3y - z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -2x + 2y + 3z. \end{cases}$$

2.17. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x - 2y - 3z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 4x + 2y + 3z. \end{cases}$$

2.18. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x - y + 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -5x - y + 2z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -7x - 3y + 6z. \end{cases}$$

2.19. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 5y - 2z, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 2y - z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 3x + 9y - 4z. \end{cases}$$

2.20. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y - 4z, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 2y + 12z, \\ \dfrac{dz}{dt} = x - y - 5z. \end{cases}$$

2.21 $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + 5y + z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 8x + 3y + 4z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -14x - 18y - 7z. \end{cases}$$

2.22. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + 2y - z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 8x + 4y + 4z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 6x - 6y + 2z. \end{cases}$$

2.23. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y + z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x - 6y + 3z, \\ \dfrac{dz}{dt} = 4x - 16y + 5z. \end{cases}$$

2.24. $$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + 4y - 4z, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x - 6y + 12z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -8x - 8y + 6z. \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ№4

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ №1.

Вариант 1

1. Найти общий интеграл ДУ $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Ответы: а) $y = 2\sqrt{1-x^2}$; б) $y = arctgx + C$; в) $y = \ln(\sqrt{1-x^2}) \cdot C$;

г) $y = \arcsin x + C$; д) $y = \arccos x + C$.

2. Найти общий интеграл ДУ $y' = 2 - \frac{x}{y}$.

Ответы: а) $\frac{y^2}{2} = 2xy - \frac{x^2}{2} + C$; б) $\ln\left|\frac{x}{y-x}\right| + \frac{x}{y-x} = \ln Cx$;

в) $\ln\left|\frac{y}{x} - 1\right| - \frac{x}{y-x} = \ln Cx$; г) $\ln\left|\frac{y-x}{x}\right| - \frac{y-x}{x} = \ln Cx$; д) $\frac{x}{y-x} = \ln Cx$.

3. Найти общее решение ДУ $y' + \frac{2}{x}y = x$.

Ответы: а) $y = \ln|x| - \frac{x^2}{2} + C$; б) $y = \frac{4}{x^2} + Cx^2$; в) $y = \frac{x^2}{4} + \frac{C}{x^2}$;

г) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{C}{x^2}$; д) $y = \frac{x^2}{2} - \frac{2}{x^2} + C$.

4. Решите ДУ $y' + \frac{y}{x} = xy^2$.

Ответы: а) $y = Cx - x^2$; б) $\frac{1}{y} = \frac{C}{x} - x^2$; в) $y = \frac{1}{Cx - x^2}$;

г) $y = \frac{1}{x^2 + Cx}$; д) $y = \frac{C}{x} - x^2$.

5. Решите ДУ $\left(y^2 - e^x \cos y\right)dx + \left(2xy + e^x \sin y\right)dy = 0$.

Ответы: а) $xy^2 + e^x \sin y = C$; г) $2xy^2 - e^x \cos y + e^x \sin y = C$;

б) $x^2 y - e^x \cos y = C$; д) $xy^2 - e^x \cos y = C$.

в) $x\frac{y^2}{2} - e^x \cos y = C$;

Вариант 2

1. **Найти общий интеграл ДУ $y' = \sin x$.**

Ответы:

а) $y = \dfrac{\sin^2 x}{2} + C;$

б) $y = \ln|\sin x| + C;$

в) $y = -\cos x + C;$

г) $y = \ln\left|tg\dfrac{x}{2}\right| + C;$

д) $y = \arcsin x + C.$

2. **Решите ДУ $x^2 \cdot y' = (x - y)y$.**

Ответы:

а) $y = \dfrac{x}{\ln|Cx|};$

б) $\dfrac{x}{y} = -\ln Cx;$

в) $\dfrac{x^2 y}{2} = y^2 + C;$

г) $\dfrac{x}{y} = \ln\dfrac{1}{Cx};$

д) $\dfrac{y}{x} = \ln Cx.$

3. **Найти общее решение ДУ $y' + 2y = e^{3x}$.**

Ответы:

а) $y = \dfrac{e^{3x}}{5} + \dfrac{C}{e^{3x}};$

б) $y = \dfrac{e^{3x}}{5} + \dfrac{C}{e^{2x}};$

в) $y = \dfrac{e^{3x}}{5} - \dfrac{C}{e^{2x}};$

г) $y = \dfrac{e^{3x}}{3} + \dfrac{C}{e^{2x}};$

д) $y = \dfrac{e^{3x}}{3} + \dfrac{C}{2e^{2x}}.$

4. **Решите ДУ $x^3 y' - x^2 y = -\cos x \cdot y^4$.**

Ответы:

а) $y = \dfrac{x^2}{2\sin x + C};$

б) $y = \dfrac{x}{\sin x + C};$

в) $y = y\ln x - y \cdot 4\sin x + C;$

г) $y^3 = \dfrac{x^3}{3\sin x + C};$

д) $y^3 = x^3(3\sin x + C).$

5. **Решите ДУ $(x\cos 2y + 1)dx - x^2 \cdot \sin 2y dy = 0$.**

Ответы:

а) $-\dfrac{x}{2}\sin 2y + y + \dfrac{x^3}{3}\sin 2y = C;$

г) $\dfrac{x^2}{2}\cos 2y + x + x^2 y\cos 2y = C;$

б) $\frac{x^2}{2}\cos 2y + C = 0;$ д) $\frac{x^2}{2}\cos 2y + x = C.$

в) $x^2\cos 2y + x = C;$

Вариант 3

1. Найти общий интеграл ДУ $xy' - y = 0$.

Ответы: а) $y = e^x + C;$ б) $y = Cx;$ в) $y = \ln|Cx|;$

г) $y = \frac{1}{Cx}$ д) $y = \frac{1}{e^x} + C;$

2. Решите ДУ $y' = \frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}$.

Ответы: а) $y = 2x\,arctg\,Cx;$ г) $y = 2x\,arcctg\,Cx;$

б) $y = 2x\,arctg\frac{1}{Cx};$ д) $y = 2x\,arcctg\frac{1}{Cx}.$

в) $\frac{y}{x} = \left(\frac{y}{x}\right)^2 - \cos\frac{y}{x} + C;$

3. Найти общее решение ДУ $y'e^x + ye^x = 1$.

Ответы: а) $y = 1 + Ce^{-x};$ г) $y = xe^{-x} + Ce^{-x};$

б) $y = e^x + Cx;$ д) $y = 1 - Ce^x.$

в) $y = e^{-x} + Ce^x;$

4. Найти общее решение ДУ $3y' - 2y = e^{-3x}\cdot y^4$.

Ответы: а) $y^3 = \frac{2xy}{3} + \frac{e^{-3x}}{3};$ в) $y^3 = \frac{2xy}{3} - \frac{e^{-3x}}{3};$ д) $y = \frac{e^{2x}}{e^{-x} + C}.$

б) $y = \frac{e^{-2x}}{e^{-x} + C};$ г) $y = \frac{e^{-2x}}{e^x + C};$

5. Решите ДУ $(x^2 + y^2 + 2x)dx + 2xydy = 0$.

Ответы: а) $\frac{x^3}{3} + y^2x + x^2 = C;$ г) $\frac{x^3}{3} + 2y^2 + x^2 = C;$

б) $y^2x + x^2y + 2xy = C;$ д) $x^2y = C.$

в) $\dfrac{x^3}{3} + 2y^2x + x^2 = C;$

Вариант 4

1. Найти общий интеграл ДУ $xy' + y = 0$.

Ответы: а) $y = Cx;$ б) $y = \ln|Cx|;$ в) $yx = C;$

г) $y = \dfrac{1}{e^x} + C;$ д) $y = \dfrac{1}{Cx}.$

2. Решите ДУ $y' = \left(\dfrac{y}{x}\right)^2 + \dfrac{y}{x} + 1.$

Ответы: а) $y = \ln|Cx| + 1;$ г) $y = Cx^3 + 2\ln x;$

б) $y = x + \dfrac{x}{\ln|Cx|};$ д) $y = x - \dfrac{x}{\ln|Cx|}.$

в) $y = xtg \ln Cx;$

3. Найти частное решение ДУ $y' + \dfrac{2}{x}y = x^3$, $y(1) = 5/6$.

Ответы: а) $y = \dfrac{x^4}{6} - \dfrac{1}{x^2};$ г) $y = \dfrac{x^4}{6} + \dfrac{1}{x^2};$

б) $y = -\dfrac{x^4}{6} - \dfrac{1}{x^2};$ д) $y = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{1}{x^2}.$

в) $y = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{1}{x^2};$

4. Найти общее решение ДУ $3xy' - 2y = \dfrac{x^3}{y^2}$.

Ответы: а) $y = \sqrt[3]{Cx^2 + x^3};$ г) $y = \sqrt[3]{Cx^2 - x^3};$

б) $y = \sqrt[3]{Cx^3 + x^2};$ д) $y = \sqrt[3]{Cx + x^3}.$

в) $y = \sqrt{Cx^2 + x^3};$

5. Решите ДУ $\left(x^3 - 3xy^2 + 2\right)dx - (3x^2y - y^2)dy = 0.$

Ответы:
а) $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}y^2x^2+2x=C;$
б) $x^3y-xy^3+2y=C;$
в) $\frac{3}{2}y^2x^2-\frac{y^3}{3}=C;$
г) $\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}y^2x^2+2x+\frac{y^3}{3}=C;$
д) $x^3y-y^2x=C.$

Вариант 5

1. Найти общий интеграл ДУ $y'=\frac{2x}{y+1}$.

Ответы:
а) $y+1=2x+C;$
б) $\frac{y^2}{2}+y=x^2+C;$
в) $\frac{(y+1)^2}{2}=x^2+C;$
г) $y+1=e^{2x}+C;$
д) $\frac{y^2}{2}=x^2+C.$

2. Решите ДУ $y'=\frac{x+3y}{2x}$.

Ответы:
а) $y=C\sqrt{x^3}-x;$
б) $y=C\sqrt{x}-x;$
в) $(x+y)^2=\frac{C}{x^3};$
г) $y=C\sqrt{x^3}+x;$
д) $(x+y)^2=Cx^3.$

3. Найти общее решение ДУ $y'-ytgx=\frac{1}{\cos x}$.

Ответы:
а) $y=\frac{C}{\cos x};$
б) $y=\frac{\sin x}{x+C};$
в) $y=\frac{x+C}{\sin x};$
г) $y=\cos(x+C);$
д) $y=\frac{x+C}{\cos x}.$

4. Найти общее решение ДУ $y'+2xy=2x^3y^3$.

Ответы:
а) $y^2=\frac{1}{2(x^2+1)-2Ce^{2x^2}};$
б) $y^2=\frac{1}{(x^2+1)-2Ce^{2x^2}};$
в) $y^2=\frac{1}{2(x^2+1)-2Ce^{x^2}};$
г) $y^2=\frac{1}{2(x^2+1)e^{x^2}-2Ce^{2x^2}};$
д) $y=\frac{1}{2(x^2+1)-2Ce^{2x^2}}.$

5. Решите ДУ $\frac{2x}{y^3}dx+\frac{y^2-3x^2}{y^4}dy=0.$

Ответы:
а) $\dfrac{x^2}{y^3}+\dfrac{y^3-3x^2y}{y^4}=C;$ г) $\dfrac{3x}{2y^4}+\dfrac{x^3}{y^4}=C;$

б) $\dfrac{x^2}{y^3}-\dfrac{1}{3y}=C;$ д) $\dfrac{x^2}{y^3}-\dfrac{1}{y}=C.$

в) $\dfrac{1}{3y^3}-\dfrac{3x^2}{5y^5}=C;$

Вариант 6

1. **Найти частное решение ДУ $xy'-y=0$ при условии y(-2)=4.**

Ответы: а) $y=2x;$ б) $y=-x+2;$ в) $y=-2x;$

г) $y=\dfrac{x}{2};$ д) $y=-\dfrac{x}{2}.$

2. **Решите ДУ $y'=\dfrac{x^2+y^2}{xy}$.**

Ответы:
а) $y=\dfrac{\ln x+C}{x};$ г) $y^2=\dfrac{2x}{\ln x+C};$

б) $y=\dfrac{x^2}{2y}+\ln\dfrac{y}{x}C;$ д) $x\dfrac{y^2}{2}=\dfrac{x^3}{3}+y^2x+C.$

в) $y^2=2x^2(\ln x+C);$

3. **Найти общее решение ДУ $y'+5y=e^{2x}$.**

Ответы:
а) $y=\dfrac{e^{2x}}{5}+\dfrac{C}{e^{5x}};$ г) $y=\dfrac{e^{2x}}{4}+\dfrac{C}{e^{5x}};$

б) $y=\dfrac{e^{2x}}{7}+\dfrac{C}{e^{5x}};$ д) $y=\dfrac{e^{2x}}{3}+\dfrac{C}{e^{5x}}.$

в) $y=\dfrac{e^{2x}}{6}+Ce^{-5x};$

4. **Найти частное решение ДУ $2(xy'+y)=y^2\ln x$, удовлетворяющее начальному условию $y(1)=2$.**

Ответы:
а) $y=\dfrac{2}{\ln x+1};$ г) $y=\sqrt{\dfrac{2}{\ln x+1}};$

б) $y=\dfrac{2}{\ln x-1};$ д) $y=\sqrt{\dfrac{2}{\ln x-1}}.$

в) $y=\dfrac{3}{\ln x+1};$

5. **Решите ДУ $\ln(\cos y)dx-xtgydy=0.$**

Ответы: а) $-2xtgy = C$; г) $x\ln|\cos y| = C$;

б) $x\ln(\cos y) - \frac{x^2}{2}tgy = C$; д) $y\ln(\cos y) - \frac{x^2}{2}tgy = C$.

в) $x\ln|\cos y| - x\ln|\sin y| = C$;

Вариант 7

1. Найти общий интеграл ДУ $y' = (1+x)(1+y)$.

Ответы: а) $arctgy = x + \frac{x^2}{2} + C$; г) $y = \frac{(x+1)^2}{2} + C$;

б) $\frac{1}{(1+y)^2} = \frac{(x+1)^2}{2} + C$; д) $\ln|1+y| = x + \frac{x^2}{2} + C$.

в) $y = \ln|x+1| + C$;

2. Решите ДУ $xy' = x\sin\frac{y}{x} + y$.

Ответы: а) $y = 2x + arctgCx$; г) $y = \ln|x| + 2arctgCx$;

б) $arctgCx = 2x - y$; д) $arctgy = 2x + Cy$.

в) $y = 2xarctgCx$;

3. Найти общее решение ДУ $y' - y = x$.

Ответы: а) $y = Ce^{-x} - x + 1$; г) $y = Ce^{x} - x + 1$;

б) $y = Ce^{x} + x - 1$; д) $y = Ce^{x} - x - 1$.

в) $y = Ce^{x} + x + 1$;

4. Найти общее решение ДУ $2xy' + 2y = x^2y^2$.

Ответы: а) $\frac{1}{y} = Cx - \frac{1}{2}x^3$; г) $\frac{1}{y} = Cx - \frac{1}{2}x^2$;

б) $\frac{1}{y} = Cx + \frac{1}{2}x^2$; д) $\frac{1}{y} = Cx - \frac{1}{3}x^2$.

в) $\frac{1}{y^2} = Cx - \frac{1}{2}x^2$;

5. Решите ДУ $(3x^2y + \sin x)dx + (x^3 - \cos y)dy = 0$.

Ответы: а) $x^3y - \cos x - \sin y = C$; г) $x^3y - \cos x = C$;

б) $\frac{3}{2}x^2y^2 + y\sin x = C;$ д) $\frac{x^4}{4} - x\cos y = C.$

в) $x^3y - \sin y = C;$

Вариант 8

1. Найти общий интеграл ДУ $\cos^2 xy' = 3 + y$.

Ответы: а) $\frac{1}{(y+3)^2} = -\frac{1}{ctgx}x + C;$ г) $\ln|3+y| = -\frac{1}{\cos^3 x} + C;$

б) $\ln|y+3| = tgx + C;$ д) $y + 3 = tgx + C.$

в) $\ln|3+y| = -\frac{1}{\cos x} + C;$

2. Решите ДУ $xy' - y = xtg\frac{y}{x}$.

Ответы: а) $y = x \cdot arctgCx;$ г) $y = Cx \cdot \arcsin x;$

б) $y = x \cdot arcctgCx;$ д) $y = x \cdot \arcsin(Cx).$

в) $y = x \cdot \arccos(Cx);$

3. Найти общее решение ДУ $xy' + y = x^3$.

Ответы: а) $y = \frac{x^3}{4} + \frac{C}{x};$ г) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{C}{x};$

б) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{C}{x};$ д) $y = \frac{x}{3} + \frac{C}{x^3}.$

в) $y = \frac{x^3}{4} - \frac{C}{x};$

4. Найти общее решение ДУ $y' = xy^2 + \frac{y}{x}$.

Ответы: а) $\frac{1}{y} = \frac{C}{x} - \frac{1}{3}x^2;$ г) $\frac{1}{y^2} = \frac{C}{x} - \frac{1}{3}x^2;$

б) $\frac{1}{y} = \frac{C}{x} + \frac{1}{3}x^2;$ д) $y = \frac{C}{x} - \frac{1}{3}x^2.$

в) $\frac{1}{y} = \frac{C}{x^2} - \frac{1}{3}x;$

5. Решите ДУ $\cos x\cdot\sin y dx+\sin x\cdot\cos y dy=0$.

Ответы: а) $-\cos x\cdot\sin y+\sin x\cdot\cos y=C$;
б) $\sin x\cdot\sin y=C$;
в) $\sin x\cdot\sin y-\cos x\cdot\cos y=C$;
г) $\cos x\cdot\cos y-\sin x\cdot\sin y=C$;
д) $\sin x\cdot\cos y-\cos x\cdot\sin y=C$.

Вариант 9

1. Найти общий интеграл ДУ $\dfrac{\sin x}{1+y}y'=\cos x$.

Ответы: а) $(y+1)^2=tgx+C$;
б) $\ln|y+1|=C\sin x$;
в) $-\dfrac{1}{(y+1)^2}=\ln|C\sin x|$;
г) $\ln|y+1|=tgx+C$;
д) $1+y=C\cdot\sin x$.

2. Решите ДУ $y'=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$.

Ответы: а) $y^2=x^2\cdot(2\ln|Cx|)$;
б) $y=x\cdot 2\ln|Cx|$;
в) $y^2=\dfrac{x^2}{2\ln|Cx|}$;
г) $y=x^2+2\ln|Cx|$;
д) $y=2\ln|Cx|-x^2$.

3. Найти общее решение ДУ $2xy'+y=2x^3$.

Ответы: а) $y=\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{C}{\sqrt{x}}$;
б) $y=3x^3-C\sqrt{x}$;
в) $y=\dfrac{2}{7}x^3+\dfrac{C}{\sqrt{x}}$;
г) $y=\dfrac{\sqrt{x}}{3}+\dfrac{C}{x^2}$;
д) $y=3x\sqrt{x}+Cx^2$.

4. Найти общее решение ДУ $2xy'=3y-4xy^3$.

Ответы: а) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x^3}+x$;
б) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x^2}+x$;
г) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x^3}+x$;
д) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x}+x$.

в) $\frac{1}{y^2}=\frac{C}{x^3}-x;$

5. Решите ДУ $\left(x^2+y^2+y\right)dx+(2xy+x)dy=0.$

Ответы: а) $x^2y+y^2x+2xy=C.$ г) $x^2+y^2+y+2xy+x=C;$

б) $2x^2y+\frac{y^3}{3}+\frac{y^2}{2}+\frac{x^2}{2}=C;$ д) $\frac{x^3}{3}+2xy+3x\frac{y^2}{2}=C.$

в) $\frac{x^3}{3}+y^2x+xy=C;$

Вариант 10

1. **РешитеДУ $y'=x\cdot\frac{\sqrt{y^2+1}}{y}$ при начальном условии $y(0)=1$.**

Ответы: а) $y=\sqrt{\left(\frac{x^2}{2}+\sqrt{2}\right)^2-1};$ г) $y=\sqrt{\frac{x^2}{2}-1};$

б) $\sqrt{y^2+1}=\frac{x^2}{2};$ д) $\sqrt{y^2+1}=\frac{x^2}{2}+\sqrt{2}.$

в) $2\sqrt{y^2+1}=\ln x;$

2. **Решите ДУ $xy'\cos\frac{y}{x}=y\cos\frac{y}{x}-x.$**

Ответы: а) $y=-x\cdot\arcsin(\ln|Cx|);$ г) $y=x\cdot\arcsin x+C;$

б) $y=x\cdot\ln\left|\frac{C}{x}\right|;$ д) $y=x\cdot\arcsin\frac{C}{x}.$

в) $y=-x\cdot\arcsin\left(\ln\left|\frac{C}{x}\right|\right);$

3. **Найти общее решение ДУ $xy'+y=x\cdot\sin x.$**

Ответы: а) $y=\frac{\sin x}{x}-\cos x+\frac{C}{x};$ г) $y=\sin 2x-\cos x+\frac{C}{x};$

б) $y=\frac{\sin x-\cos x}{x}+C;$ д) $y=\sin x+\frac{\cos x}{x}+\frac{C}{x}.$

в) $y=\sin x-\cos x+Cx;$

4. **Найти общее решение ДУ $2x^2y'+xy=2y^3.$**

Ответы: а) $\frac{1}{y^2}=Cx+\frac{1}{x};$ г) $\frac{1}{y^2}=Cx-\frac{1}{x};$

б) $\frac{1}{y^2}=Cx^2+\frac{1}{x}$;
в) $\frac{1}{y^2}=\frac{1}{x^3}-\frac{C}{x}$;
д) $\frac{1}{y^2}=Cx+\frac{1}{x^2}$.

5. **Решите ДУ** $\left(xy^2+y\right)dx+(x^2y+x)dy=0.$

Ответы:
а) $x^2y^2+2xy=C$;
б) $x^2y^2+xy=C$;
в) $\frac{x^2}{2}+xy=C$;
г) $x^2y^2+\ln|y|+\ln|x|=C$;
д) $\ln|xy\cdot C|=x^2y^2$.

Вариант 11

1. **Найти общий интеграл ДУ** $(8+e^x)dy-ye^xdx=0$

Ответы:
а) $y=C(8+e^x)$;
б) $y=C(8-e^x)$;
в) $y=C(8+e^{-x})$;
г) $y=C(8-e^{-x})$;
д) $y=C(e^{-x}-8)$.

2. **РешитеДУ** $y'=\frac{x^2+2xy-y^2}{2x^2-2xy}$.

Ответы:
а) $Cx=(x^2+y^2)e^{2arctg\frac{y}{x}}$;
б) $Cx=(x^2-y^2)e^{2arctg\frac{y}{x}}$;
в) $Cx=(x^2+y^2)e^{-2arctg\frac{y}{x}}$;
г) $Cx=(x^2+y^2)e^{arctg\frac{y}{x}}$;
д) $Cx=(x^2+y^2)e^{arcctg\frac{y}{x}}$.

3. **Найти общее решение ДУ** $xy'+y=x^2\cdot\sin x$.

Ответы:
а) $y=-x\sin x+2\cos x+\frac{2\cos x}{x}+\frac{C}{x}$;
б) $y=x\cos x+2\sin x+\frac{2\cos x}{x}+\frac{C}{x}$;
в) $y=-x\cos x+2\sin x+\frac{2\cos x}{x}+\frac{C}{x}$;
г) $y=x^2(C-\sin x)$;
д) $y=x(C-tgx)$.

4. **Найти общее решение ДУ** $xy'+4y=3xy^2$.

Ответы:
а) $\frac{1}{y}=Cx^4+x$;
г) $\frac{1}{y}=Cx+x^4$;

б) $\frac{1}{y} = Cx^4 - x$;

в) $\frac{1}{y^2} = Cx^4 + x$;

д) $\frac{1}{y^2} = x - Cx^4$.

5. **Решите ДУ $\left(5x^4 - 2xy^2\right)dx + (e^y - 2x^2y)dy = 0$.**

Ответы:

а) $20x^3 - x^2y^2 + e^y = C$;

б) $x^5 - x^4 + e^y = C$;

в) $x^5 - \frac{x^2 \cdot y^3}{3} + e^y = C$;

г) $x^5 - x^2y^2 + e^y = C$;

д) $x^5 + x^2y^2 + e^y = C$.

Вариант 12

1. **Найти общий интеграл ДУ $(1 + x^2)dy + (1 + y^2)dx = 0$.**

Ответы:

а) $\arcsin y = \arcsin x + C$;

б) $arctgy = -arctgx + C$;

в) $y = C - x$;

г) $\ln\left(C(1 + y^2)\right) = 0$;

д) $y = tgx| + C$.

2. **Решите ДУ $y' = \frac{y}{x} + \sqrt{\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1}$.**

Ответы:

а) $\arcsin\left(\frac{y}{x}\right) = \ln|x| + C$;

б) $\frac{y}{x} + \sqrt{\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1} = Cx$;

в) $y - \sqrt{y^2 + x^2} = Cx$;

г) $arctg\left(\frac{y}{x}\right) = \ln|x| + C$;

д) $\frac{y}{x} + \sqrt{\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 1} = x + C$.

3. **Найти общее решение ДУ $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.**

Ответы:

а) $y = e^{x^2}\left(\frac{x}{2} + C\right)$;

б) $y = \ln x\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$;

в) $y = e^x(x^2 + C)$;

г) $y = e^{-x^2}\left(\frac{x^3}{3} + C\right)$;

д) $y = e^{-x^2}\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$.

4. **Найти общее решение ДУ $y' - \frac{y}{x} = y^2$.**

Ответы: а) $\frac{1}{y}=\frac{C}{x}-\frac{x}{2}$; б) $\frac{1}{y}=\frac{C}{x}+\frac{x}{2}$; в) $\frac{1}{y}=\frac{C}{x}-\frac{x}{3}$;

г) $\frac{1}{y}=\frac{C}{x^2}-\frac{x}{2}$; д) $\frac{1}{y}=-\frac{x}{2}-\frac{C}{x}$.

5. **Решите ДУ** $\left(y+\cos x+2xy^2\right)dx+(2^y\ln 2+x+2x^2y)dy=0.$

Ответы: а) $-\sin x-x^2y^2+xy+2^y=C$; г) $-\sin x+x^2y^2+xy+\ln^2 2\cdot 2^y=C$;

б) $\sin x+x^2y^2+xy+2^y=C$; д) $\sin x-x^2y^2+xy-\ln^2 2\cdot 2^y=C$.

в) $\sin x+x^2y^2+\frac{y^2}{2}+2^y=C$;

Вариант 13

1. **Найти общий интеграл ДУ** $y'=e^{2x+2y}$.

Ответы: а) $2y=e^{2x}+C$; г) $\frac{1}{2}e^{-2y}=\frac{1}{2}e^{2x}+C$;

б) $y=\frac{1}{2}e^{2x}+C$; д) $y=\frac{1}{2}e^{2x+2y}+C$.

в) $e^{2y}=-e^{2x}+C$;

2. **Решите ДУ** $y'=\frac{y}{x}+e^{-\frac{y}{x}}$.

Ответы:

а) $e^{\frac{y}{x}}=-\ln|x|+C$; г) $e^{-\frac{y}{x}}=\ln|x|+C$;

б) $y=x\ln\left|\ln|xC|\right|$; д) $y=-x\ln\left|\ln|xC|\right|$.

в) $\frac{y}{x}=\ln\left|\ln\left|\frac{C}{x}\right|\right|$;

3. **Найти общее решение ДУ** $y'-5y=e^{2x}$.

Ответы: а) $y=-\frac{e^{2x}}{5}+\frac{C}{e^{5x}}$; г) $y=\frac{e^{2x}}{4}+\frac{C}{e^{5x}}$;

б) $y=-\frac{e^{2x}}{3}+Ce^{5x}$; д) $y=\frac{e^{2x}}{3}+\frac{C}{e^{5x}}$.

в) $y=\frac{e^{2x}}{7}+Ce^{-5x}$;

4. **Найти общее решение ДУ** $xy'=2y-4x^2y^2$.

Ответы:

а) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x^2}+x^2;$

б) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x^2}-x^2;$

в) $\dfrac{1}{y}=x^2-\dfrac{C}{x^2};$

г) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x}+x^2;$

д) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x^2}+x.$

5. Решите ДУ $\left(\dfrac{1}{y}+e^x-y\right)dx+(\cos y-x-\dfrac{x}{y^2})dy=0.$

Ответы:

а) $e^x-y+\dfrac{x}{y}+\sin y=C;$

б) $e^x-y+\dfrac{x}{y}-\sin y=C;$

в) $e^x-xy+\ln|y|+\sin y=C;$

г) $e^x-xy+\dfrac{x}{y}+\sin y=C;$

д) $e^{-x}+xy-\dfrac{x}{y}+\sin y=C.$

Вариант 14

1. Найти общий интеграл ДУ $y'\sqrt{1-x^2}=1+y^2.$

Ответы:

а) $\arcsin y=\arcsin x+C;$

б) $arctgy=2\sqrt{1-x^2}+C;$

в) $arctgy=\arcsin x+C;$

г) $\arcsin x=\ln(1+y^2)\cdot C;$

д) $y=tg\sqrt{1-x^2}+C.$

2. Решите ДУ $y'=\dfrac{y}{x}+\sqrt{4-\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}.$

Ответы:

а) $y=4x\cdot\ln|x|+Cx;$

б) $\sqrt{4-\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}=\ln|x|+C;$

в) $\arcsin\dfrac{y}{2x}=\ln|x|+C;$

г) $y=2x\cdot\ln|x|+Cx;$

д) $\dfrac{y}{x}+\sqrt{4-\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}=Cx.$

3. Найти общее решение ДУ $xy'-y=xe^{2x}.$

Ответы:

а) $y=\dfrac{xe^{2x}}{2}+Cx;$

б) $y=-\dfrac{e^{2x}}{3}+Ce^{5x};$

в) $y=\dfrac{xe^{-2x}}{2}+Cx;$

г) $y=\dfrac{xe^{2x}}{2}-Cx;$

д) $y=\dfrac{e^{2x}}{3}+\dfrac{C}{e^{5x}}.$

4. Найти общее решение ДУ $y'-y+2xy^3=0.$

Ответы:

а) $\frac{1}{y^2}=Ce^{-2x}+2x+C;$ г) $\frac{1}{y^2}=Ce^{-2x}+x+C;$

б) $\frac{1}{y^2}=Ce^{-2x}-2x+C;$ д) $\frac{1}{y^2}=2xe^{3x}-e^{3x}-Ce^{x}.$

в) $\frac{1}{y^2}=Ce^{2x}+2x+C;$

5. **Решите ДУ** $\left(\cos x-y+xe^{y}\right)dx+(1-x+0{,}5x^2e^{y})dy=0.$

Ответы: а) $\sin x-xy+0{,}5x^2e^{y}+y=C;$ г) $\cos x-xy+0{,}5x^2e^{y}+1=C;$

б) $-\sin x-xy+0{,}5x^2e^{y}+y=C;$ д) $\sin x+xy-0{,}5x^2e^{y}+x=C.$

в) $\cos x-xy+0{,}5x^2e^{y}+y=C;$

Вариант 15

1. **Найти общий интеграл ДУ** $y\cdot y'+x=0.$

Ответы: а) $\frac{y^2}{2}=-\frac{x^2}{2}+C;$ б) $y=-\frac{x^2}{2}+C;$ в) $y=\sqrt{\frac{x^2}{2}+C};$

г) $y^2=x^2+C;$ д) $y^2=-x^2+C.$

2. **Решите ДУ** $xy'=y-xctg^2\frac{y}{x}.$

Ответы: а) $-\frac{y}{x}+tg\frac{y}{x}=\ln|x|+C;$ г) $-\frac{y}{x}+ctg\frac{y}{x}=\ln|x|+C;$

б) $\frac{y}{x}-tg\frac{y}{x}=\ln|x|+C;$ д) $\frac{y}{x}+tg\frac{y}{x}=\ln|x|+C.$

в) $tg\frac{y}{x}-\frac{y}{x}=C-\ln|x|;$

3. **Найти общее решение ДУ** $y'+\frac{3}{x}y=x.$

Ответы: а) $y=\ln|x|-\frac{x^2}{2}+C;$ г) $y=\frac{5}{x^2}+Cx^3;$

б) $y=\frac{x^2}{5}-\frac{C}{x^3};$ д) $y=\frac{x^2}{5}-\frac{5}{x^2}+C.$

в) $y=\frac{x^2}{5}+\frac{C}{x^3};$

4. Найти общее решение ДУ $xy' - y + 4y^3 = 0$.

Ответы: а) $\frac{1}{y^2} = \frac{C}{x^2} + 4$; б) $\frac{1}{y^2} = \frac{C}{x^2} - 4$; в) $\frac{1}{y^2} = \frac{C}{x} - 4$;

г) $\frac{1}{y} = \frac{C}{x^2} - 4$; д) $\frac{1}{y^2} = 4 - \frac{C}{x^2}$.

5. Решите ДУ $\left(4x^3 + x\ln y\right)dx + \left(\frac{x^2}{2y} - 3y^2\right)dy = 0$.

Ответы: а) $x^4 + 0{,}5x^2 \ln y - y^3 x = C$; г) $12x^2 + 0{,}5x^2 \ln y + y^3 = C$;

б) $x^4 + 0{,}5x^2 \ln y - y^3 = C$; д) $x^4 + 0{,}5x^2 \ln y + y^3 = C$.

в) $12x^2 + 0{,}5x^2 \ln y - y^3 = C$;

Вариант 16

1. Найти общий интеграл ДУ $y \cdot \ln y dx + x dy = 0$.

Ответы: а) $\ln y = x + C$; б) $y = e^{C/x}$; в) $y = Ce^{-x}$;

г) $xy(\ln y + 1) = C$; д) $y = Ce^{x}$.

2. Решите ДУ $xy' = y\left(1 + \ln \frac{y}{x}\right)$.

Ответы: а) $y = xe^{Cx}$; б) $y = Cx + e^{x}$; в) $y = -xe^{Cx}$;

г) $y = xe^{-Cx}$; д) $y = x^2 \cdot e^{Cx^2} + Cx$.

3. Найти общее решение ДУ $xy' + y = x \cdot \cos x$.

Ответы: а) $y = \frac{\sin x}{x} - \cos x + \frac{C}{x}$; г) $y = \sin 2x - \cos x + \frac{C}{x}$;

б) $y = \frac{\sin x - \cos x}{x} + C$; д) $y = \sin x + \frac{\cos x}{x} + \frac{C}{x}$.

в) $y = \sin x - \cos x + Cx$;

4. Найти общее решение ДУ $xy' + 2xy^2 = 3y$.

Ответы: а) $\frac{1}{y}=\frac{C}{x^3}+\frac{x}{2}$; б) $\frac{1}{y}=\frac{C}{x^3}-\frac{x}{2}$; в) $\frac{1}{y^2}=\frac{C}{x^3}-\frac{x}{2}$;
г) $\frac{1}{y}=\frac{C}{x}-\frac{x}{2}$; д) $\frac{1}{y}=\frac{x}{2}-\frac{C}{x^3}$.

5. **Найти общий интеграл ДУ $\frac{y}{x^2}dx-\frac{xy+1}{x}dy=0$.**

Ответы: а) $-\frac{y}{x}-\frac{y^2}{2}=C$; б) $\frac{y}{x}-\frac{y^2}{2}=C$; в) $-\frac{y}{x}+\frac{y^2}{2}=C$;
г) $\frac{y}{x}+\frac{y^2}{2}=C$; д) $\frac{y}{x}+\frac{y^2}{4}=C$.

Вариант 17

1. **Найти общий интеграл ДУ $y'\,x^3=2y$.**

Ответы: а) $y=C/e^{x^2}$; б) $\frac{1}{y^2}=\frac{C}{x^2}$; в) $y=Ce^{-x^2}$;
г) $\ln y=C-\frac{1}{x^2}$; д) $\ln\sqrt{y}=C-\frac{1}{x^2}$.

2. **Решите ДУ $y'=\frac{xy-y^2}{x^2-2xy}$.**

Ответы: а) $\frac{y}{x}-2\ln\frac{y}{x}=\ln|Cx|$; г) $\frac{y}{x}+2\ln\frac{y}{x}=\ln|Cx|$;
б) $-\frac{x}{y}-2\ln\frac{y}{x}=\ln|Cx|$; д) $\frac{x}{y}-2\ln\frac{y}{x}=\ln\left|\frac{1}{Cx}\right|$.
в) $\frac{x}{y}+2\ln\frac{y^2}{x}=\ln\left|\frac{1}{Cx}\right|$;

3. **Найти общее решение ДУ $xy'-y=x^2\cdot\sin x$.**

Ответы: а) $y=Cx-x\cos x$; г) $y=Cx+x\cos x$;
б) $y=Cx^2+x\cos x$; д) $y=Cx-\sin x$.
в) $y=\sin x-\cos x+Cx$;

4. **Найти общее решение ДУ $xy'+3y=4x^2y^2$.**

Ответы: а) $\frac{1}{y}=Cx^3+4x^2$; б) $\frac{1}{y}=Cx^3-4x^2$; в) $\frac{1}{y}=Cx^3+2x^2$;

г) $\frac{1}{y}=Cx^3+4x$; д) $\frac{1}{y}=4x^2-Cx^3$.

5. **Решите ДУ $\left(xy+5^x+0{,}5y^2\right)dx+\left(0{,}5x^2+\frac{1}{y^2+1}+xy\right)dy=0$.**

Ответы: а) $x^2y+2\cdot5^x\ln5+y^2x+2arctgy=C$;

б) $x^2y+y^2x+\frac{2\cdot5^x}{\ln5}+2arctgy=C$;

в) $0{,}5x^2y+0{,}5y^2x+\frac{5^x}{\ln5}+arctgy=C$;

г) $x^2y+y^2x+2\cdot5^x+2arctgy=C$;

д) $x^2y+y^2x-\frac{2\cdot5^x}{\ln5}+2arctgy=C$.

Вариант 18

1. **Найти общий интеграл ДУ $y'\sin^2x=y\cdot\ln y$.**

Ответы: а) $\ln y=C\cdot e^{-tgx}$; г) $\ln y=C\cdot e^{ctgx}$;

б) $\ln y=e^{-1/\sin x}+C$; д) $\ln|\ln y|=-ctgx+C$.

в) $\ln y=e^{\frac{1}{\sin^2x}}+C$.

2. **Решите ДУ $y'=\frac{xy+y^2}{x^2-2xy}$.**

Ответы: а) $\frac{y}{x}-\frac{2}{3}\ln\frac{y}{x}=\ln|Cx|$; г) $\frac{y}{x}+2\ln\frac{y}{3x}=\ln|Cx|$;

б) $-\frac{x}{3y}-\frac{2}{3}\ln\frac{y}{x}=\ln|Cx|$; д) $\frac{x}{y}-2\ln\frac{y}{3x}=\ln\left|\frac{1}{Cx}\right|$.

в) $\frac{x}{y}+\frac{2}{3}\ln\frac{y^2}{x}=\ln\left|\frac{1}{Cx}\right|$;

3. **Найти общее решение ДУ $xy'+y=x\cdot e^{2x}$.**

Ответы: а) $y=\frac{\ln x}{x}-e^{2x}+\frac{C}{x}$; г) $y=\frac{xe^{2x}}{2}+\frac{1}{4}e^{2x}+Cx$;

б) $y=\frac{\ln x-e^{2x}}{2x}+C$; д) $y=\frac{e^{2x}}{2}-\frac{e^{2x}}{4x}+\frac{C}{x}$.

в) $y=\dfrac{xe^{2x}}{2}-e^{2x}+Cx;$

4. Найти общее решение ДУ $xy'+3xy^2=2y$.

Ответы: а) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x^2}+x;$ б) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x^2}-x;$ в) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x^2}+2x;$

г) $\dfrac{1}{y}=\dfrac{C}{x}+x;$ д) $\dfrac{1}{y}=x-\dfrac{C}{x^2}.$

5. Решите ДУ $\left(\dfrac{y^2}{2x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-xy\right)dx+\left(y\ln x-0{,}5x^2-\dfrac{1}{\sin^2 y}\right)dy=0.$

Ответы: а) $y^2\ln|x|+4\sqrt{x}-x^2y+y-x+ctgy=C;$

б) $y^2\ln|x|+4\sqrt{x}-x^2y+y-x+2ctgy=C;$

в) $y^2\ln|x|+2\sqrt{x}-x^2y+y-x-ctgy=C;$

г) $y^2\ln|x|+2\sqrt{x}-x^2y+y-x+2ctgy=C;$

д) $0{,}5y^2\ln|x|+2\sqrt{x}-0{,}5x^2y+ctgy=C.$

Вариант 19

1. Найти общий интеграл ДУ $y'\,tgx=y$.

Ответы: а) $y=C\cdot e^{ctgx};$ б) $y=C\cdot e^{tgx};$ в) $y=C\cdot\sin x;$

г) $y=C\cdot\cos x;$ д) $y=-1/\sin^2 x.$

2. Решите ДУ $y'=\dfrac{y}{x}+\sqrt{1-\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}$.

Ответы: а) $\arcsin\left(\dfrac{y}{x}\right)=\ln|x|+C;$ г) $arctg\left(\dfrac{y}{x}\right)=\ln|x|+C;$

б) $\dfrac{y}{x}+\sqrt{1-\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}=Cx;$ д) $\arccos\left(\dfrac{y}{x}\right)=\ln|x|+C.$

в) $\dfrac{y}{x}+\sqrt{\left(\dfrac{y}{x}\right)^2+1}=x+C;$

3. Найти общее решение ДУ $y'-\dfrac{y}{x}=(x+1)^2$.

Ответы: а) $y=\dfrac{x^3}{2}+2x^2+x\ln x+Cx;$ г) $y=\dfrac{x^3}{2}+2x^2+\ln x+C;$

б) $y=\dfrac{x^3}{2}-2x^2-x\ln x+Cx;$ д) $y=\dfrac{x^3}{2}-2x^2+x\ln x+Cx.$

в) $y=\dfrac{x^3}{3}+x^2+x\ln x+Cx;$

4. Найти общее решение ДУ $2xy'+2xy^3=y$.

Ответы: а) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x}+x;$ б) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x}+2x;$ в) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x}-x;$

г) $\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{C}{x}-2x;$ д) $\dfrac{1}{y^2}=x-\dfrac{C}{x}.$

5. Решите ДУ $\left(\sqrt{x}+y\sin x\right)dx+\left(\dfrac{1}{y^2-4}-\cos x\right)dy=0.$

Ответы: а) $18x\sqrt{x}-12y\cos x+3\ln\left|\dfrac{y-2}{y+2}\right|=C;$

б) $\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}-y\cos x+\dfrac{1}{4}\ln\left|\dfrac{y-2}{y+2}\right|=C;$ в) $18x\sqrt{x}+12y\cos x+3\ln\left|\dfrac{y-2}{y+2}\right|=C;$

г) $18x\sqrt{x}-12y\cos x+3\ln\left|\dfrac{y-2}{y+2}\right|=C;$ д) $\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}-y\cos x+\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{y-2}{y+2}\right|=C.$

Вариант 20

1. Найти общий интеграл ДУ $xydx+\sqrt{1-x^2}dy=0.$

Ответы: а) $y=C\cdot e^{2\sqrt{x^2-1}};$ б) $y=C\cdot e^{2\sqrt{1-x^2}};$ в) $y=C\cdot e^{\sqrt{1-x^2}}.$

г) $y=C\cdot e^{\arcsin x};$ д) $yx^2+y\sqrt{1-x^2}=C.$

2. Решите ДУ $xy'=y-xtg^2\dfrac{y}{x}.$

Ответы: а) $-\dfrac{y}{x}+ctg\dfrac{y}{x}=\ln|x|+C;$ г) $-\dfrac{y}{x}+ctg\dfrac{y}{x}=\ln|x|+C;$

б) $\dfrac{y}{x}-tg\dfrac{y}{x}=\ln|x|+C;$ д) $-\dfrac{y}{x}-ctg\dfrac{y}{x}=\ln|x|+C.$

в) $\dfrac{y}{x}+ctg\dfrac{y}{x}=\ln|x|+C;$

3. Найти общее решение ДУ $y'+\dfrac{3}{x}y=x^3.$

Ответы: а) $y=\ln|x|-\dfrac{x^2}{2}+C;$ б) $y=\dfrac{x^4}{7}-\dfrac{C}{x^3};$ в) $y=\dfrac{x^4}{7}+\dfrac{C}{x^3};$

г) $y=\dfrac{5}{x^2}+Cx^3;$ д) $y=\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{5}{x^2}+C.$

4. Найти общее решение ДУ $y' + ytgx + 4y^2 \sin x = 0$.

Ответы: а) $\frac{1}{y} = \frac{C}{\cos x} - 2\cos x$; б) $\frac{1}{y} = \frac{C}{\cos x} - 2\sin x$; в) $\frac{1}{y} = \frac{C}{\sin x} - 2\cos x$;

г) $\frac{1}{y} = \frac{C}{\cos x} - \cos x$; д) $\frac{1}{y} = -\frac{\cos 2x + C}{\cos x}$.

5. Решите ДУ $\left(tgx + \frac{y}{x^2+1}\right)dx + \left(arctgx + \sqrt[3]{y}\right)dy = 0$.

Ответы: а) $yarctgx - \ln|\cos x| + 0{,}75y\sqrt[3]{y} = C$;

б) $yarctgx + \ln|\cos x| + 0{,}75y\sqrt[3]{y} = C$;

в) $yarctgx + \ln|\sin x| + 0{,}75y\sqrt[3]{y} = C$;

г) $arctgx + \ln|\sin x| + 0{,}75y\sqrt[3]{y} = C$;

д) $yarccarc - \ln|\cos x| + 0{,}75y\sqrt[3]{y} = C$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ №2.

Вариант 1

1. **Найти общее решение ДУ $y''' x \ln x = y''$.**

Ответы: а) $y = C_1 x^2\left(\frac{\ln x - 1}{2} - \frac{1}{4}\right) + C_2 x + C_3$; б) $y = C_1 x^2\left(\frac{\ln x - 1}{2} + \frac{1}{4}\right) + C_2 x + C_3$;

в) $y = C_1 x\left(\frac{\ln x - 1}{2} - \frac{1}{4}\right) + C_2 x + C_3$; г) $y = C_1 x^2\left(\frac{\ln x - 1}{2} - \frac{1}{2}\right) + C_2 x + C_3$.

2. **Найти решение задачи Коши $4y^3 y'' = y^4 - 1$, $y(0) = 2^{1/2}$, $y'(0) = 1/(2^{3/2})$**

Ответы: а) $y = \pm\sqrt{e^x + 1}$; б) $y = \sqrt{e^{-x} + 1}$; в) $y = \pm\sqrt{e^x - 1}$; г) $y = \sqrt{e^{2x} + 1}$.

3. **Найти общее решение ДУ $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$.**

Ответы: а) $y = C_1 e^x + C_2 x e^x + C_3 e^{2x} + x e^{-x}$;

б) $y = C_1 e^x + C_2 x e^x + C_3 e^{2x} + (x - 4/3)e^{-x}$;

в) $y = C_1 e^x + C_2 x e^{2x} + C_3 e^{2x} + x e^{-x}$;

г) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + C_3 x e^{2x} + (x - 4/3)e^{-x}$.

4. **Найти общее решение ДУ $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$.**

Ответы: а) $y = C_1 + C_2 e^{-2x} + \left(\frac{6}{5}\sin x - \frac{2}{5}\cos x\right)e^x$;

б) $y = C_1 + C_2 e^{2x} + \left(\frac{6}{5}\sin x + \frac{2}{5}\cos x\right)e^x$;

в) $y = C_1 + C_2 e^{-2x} + \left(\frac{6}{5}\cos x - \frac{2}{5}\sin x\right)e^x$;

г) $y = C_1 + C_2 e^{2x} + \left(\frac{1}{5}\sin x - \frac{2}{5}\cos x\right)e^x$.

5. **Найти решение задачи Коши $y'' + \pi^2 y = \pi^2 / \cos \pi x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$.**

Ответы: а) $y = (\ln|\cos \pi x| + 3)\cos \pi x + \pi x \sin \pi x$;

б) $y = (\ln|\sin \pi x| + 3)\cos \pi x + \pi x \sin \pi x$;

в) $y = (\ln|\cos \pi x| - 3)\cos \pi x + \pi x \sin \pi x$;

г) $y=\left(3-\ln\left|\sin \pi x\right|\right)\cos \pi x+\pi x\sin \pi x.$

Вариант 2

1. **Найти общее решение ДУ** $\boldsymbol{xy''' + y'' = 1}$.

Ответы: а) $y=C_1x(1-\ln x)+C_2\dfrac{x^2}{2}+C_3;$ б) $y=C_1(1-\ln x)+C_2\dfrac{x^2}{2}+C_3;$

в) $y=C_1x(1+\ln x)+C_2\dfrac{x^3}{3}+C_3;$ г) $y=C_1x(1-\ln x)+C_2+C_3x.$

2. **Найти решение задачи Коши** $\boldsymbol{y''=128y^3, y(0)=1, y'(0)=8}$

Ответы: а) $y=-\dfrac{1}{8x-1};$ б) $y=\dfrac{1}{4x-1};$ в) $y=-\dfrac{1}{8x+1};$ г) $y=-\dfrac{1}{4x-1}.$

3. **Найти общее решение ДУ** $\boldsymbol{y''' - 3y'' + 2y' = (1-2x)e^x}$.

Ответы: а) $y=C_1+C_2e^x+C_3e^{2x}+(x^2-x)e^x;$

б) $y=C_1+C_2e^x+C_3e^{-2x}+(x^2+x)e^x;$

в) $y=C_1+C_2xe^{2x}+C_3e^{2x}+(x^2-x)e^x;$

г) $y=C_1+C_2xe^{2x}+C_3e^{2x}+(x^3-x)e^x.$

4. **Найти общее решение ДУ** $\boldsymbol{y''+2y'=4e^x(\sin x+\cos x)}$.

Ответы: а) $y=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}+\dfrac{1}{36}e^{2x}\sin 6x;$

б) $y=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}-\dfrac{1}{36}e^{2x}\sin 6x;$

в) $y=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}+\dfrac{1}{36}e^{2x}\cos 6x;$

г) $y=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}+\dfrac{1}{36}x^2e^{2x}\sin 6x$.

5. **Найти решение задачи Коши**

$\boldsymbol{y''+3y'=9e^x/(1+e3x), y(0)=\ln 4, y'(0)=3(1-\ln 2).}$

Ответы: а) $y=(1+e^{-3x})\ln(1+e^{3x});$

б) $y=(1+e^{3x})\ln(1+e^{-3x});$

в) $y=\ln(1+e^{3x})+2+e^{-3x}\ln(1+e^{3x})+\dfrac{1}{3}e^{-3x};$

г) $y=\ln(1+e^{3x})-2+e^{-3x}\ln(1+e^{3x})+\dfrac{1}{3}e^{-3x}.$

Вариант 3

1. **Найти общее решение ДУ** $2xy''' = y''$.

Ответы: а) $y = \frac{4}{15}\sqrt{x^5}C_1 + C_2x + C_3$; б) $y = \frac{4}{15}\sqrt{x^3}C_1 + C_2x + C_3$;

в) $y = \frac{4}{15}\sqrt{x^5}C_1 - C_2x + C_3$; г) $y = \frac{4}{3}\sqrt{x}C_1 + C_2x + C_3$.

2. **Найти решение задачи Коши** $y''y^3 + 64 = 0,\ y(0) = 4,\ y'(0) = 2$.

Ответы: а) $y = \pm 4\sqrt{x+1}$; б) $y = \sqrt{8(x+1)}$; в) $y = 4\sqrt{x-1}$; г) $y = 4\sqrt{x+4}$.

3. **Найти общее решение ДУ** $y''' - y'' - y' + y = (3x+7)e^{2x}$.

Ответы: а) $y = C_1e^x + C_2xe^x + C_3e^{-x} + xe^{2x}$;

б) $y = C_1e^x + C_2xe^x + C_3e^{-x} + (x + 1/7)e^{2x}$;

в) $y = C_1e^x + C_2xe^x + C_3e^{-x} - xe^{2x}$;

г) $y = C_1e^x + C_2xe^x + C_3e^{-x} + (x - 1/7)e^{2x}$.

4. **Найти общее решение ДУ** $y'' + 2y' = 2e^x(\sin x + \cos x)$.

Ответы: а) $y = C_1 + C_2e^{-2x} + \left(\frac{1}{5}\cos x - \frac{3}{5}\sin x\right)e^x$;

б) $y = C_1 + C_2e^{-2x} + \left(\frac{1}{5}\cos x + \frac{3}{5}\sin x\right)e^x$;

в) $y = C_1 + C_2e^{-2x} + \frac{1}{5}\cos xe^x$;

г) $y = C_1 + C_2e^{2x} - \frac{1}{5}\cos xe^x$.

5. **Найти решение задачи Коши** $y'' + 4y = 8ctg2x,\quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3,\quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4$.

Ответы: а) $y = -2\cos 2x + 2\sin 2x \cdot \ln|tgx| + 3\sin 2x$;

б) $y = -2\cos 2x - 2\sin 2x \cdot \ln|ctgx| + 3\sin 2x$;

в) $y = 2\cos 2x + 2\sin 2x \cdot \ln|tgx| + \frac{1}{3}\sin 2x$;

г) $y = 3\cos 2x + 2\sin 2x \cdot \ln|tgx| + 2\sin 2x$.

Вариант 4

1. **Найти общее решение ДУ $y''x^4 + y'x^3 = 1$.**

Ответы: а) $y = \dfrac{1}{4x^2} + C_1 \ln x + C_2$; б) $y = \dfrac{1}{x^2} + C_1 \ln x + C_2$;

в) $y = \dfrac{1}{4x} + C_1 \dfrac{\ln x}{2} + C_2$; г) $y = -\dfrac{1}{4x^2} - C_1 \ln x + C_2$.

2. **Найти решение задачи Коши $y''+2\sin y\cos^3 y = 0$ $y(0)=0,\ y'(0)=1$.**

Ответы: а) $y = arctgx$; б) $y = arcctgx$; в) $tgy = x+1$; г) $y = arctg2x$

3. **Найти общее решение ДУ $y'''-2y''+y' = (2x+5)e^{2x}$.**

Ответы: а) $y = C_1 + C_2e^x + C_3xe^x + xe^{2x}$;

б) $y = C_1 + C_2e^x + C_3xe^x - xe^{2x}$;

в) $y = C_1 + C_2e^x + C_3xe^x + (x+1/5)e^{2x}$;

г) $y = C_1 + C_2e^x + C_3xe^x + (x-1/5)e^{2x}$.

4. **Найти общее решение ДУ $y''+y' = 3\sin 7x + 2\cos 7x$.**

Ответы: а) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \dfrac{1}{16}\sin 7x - \dfrac{1}{24}\cos 7x$;

б) $y = C_1\cos x + C_2\sin x + \dfrac{1}{16}\sin 7x - \dfrac{1}{24}\cos 7x$;

в) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \dfrac{1}{16}\sin 7x + \dfrac{1}{24}\cos 7x$;

г) $y = C_1\cos x + C_2\sin x + \dfrac{1}{16}\sin 7x + \dfrac{1}{24}\cos 7x$.

5. **Найти решение задачи Коши**

$$y''+\pi^2 y = \pi^2/\sin\pi x,\quad y\left(\frac{1}{2}\right)=1,\quad y'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\pi}{2}.$$

Ответы: а) $y = (\ln|\sin\pi x| + 1)\sin\pi x - \pi x\cos\pi x$;

б) $y = (\ln|\sin\pi x| - 1)\sin\pi x + \pi x\cos\pi x$;

в) $y = (\ln|\cos\pi x| - 1)\cos\pi x + \pi x\sin\pi x$;

г) $y = (1 - \ln|\sin\pi x|)\cos\pi x + \pi x\sin\pi x$

Вариант 5

1. Найти общее решение ДУ $xy''' + 2y'' = 0$.

Ответы: а) $y = -C_1 \ln x + C_2 x + C_3$; б) $y = C_1 \ln x - C_2 x + C_3$;

в) $y = -C_1 \ln x + C_2 x^2 + C_3$; г) $y = C_1 \ln x + C_2 \dfrac{x^2}{2} + C_3$.

2. Найти решение задачи Коши $y'' = 32\sin^3 y\cos y,\quad y(1) = \pi/2,\ y'(1) = 4$.

Ответы: а) $ctgy = 4(1-x)$; б) $ctgy = 4(1+x)$; в) $ctgy = 2(1-x)$; г) $ctgy = 2(1+x)$.

3. Найти общее решение ДУ $y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}$.

Ответы: а) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + C_3 x e^{2x} + (x^2 - x)e^{-x}$;

б) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + C_3 x e^{2x} + (x^2 + x)e^{-x}$;

в) $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + C_3 e^{2x} + (x^3 + x)e^{-x}$;

г) $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + C_3 e^{2x} + (x^3 - x)e^{-x}$.

4. Найти общее решение ДУ $y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$.

Ответы: а) $y = (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)e^{-x} - \dfrac{1}{17}\sin 2x + \dfrac{4}{17}\cos 2x$;

б) $y = (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)e^{x} - \dfrac{1}{17}\sin 2x + \dfrac{4}{17}\cos 2x$;

в) $y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x)e^{-x} - \dfrac{1}{17}\sin 2x + \dfrac{4}{17}\cos 2x$;

г) $y = (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)e^{-x} + \dfrac{1}{17}\sin 2x + \dfrac{4}{17}\cos 2x$.

5. Найти решение задачи Коши

$$y'' + \frac{1}{\pi^2} y = 1/(\pi^2 \cos(x/\pi)),\quad y(0) = 2,\quad y'(0) = 0.$$

Ответы: а) $y = \left(\ln\left|\cos\dfrac{x}{\pi}\right| + 2\right)\cos\dfrac{x}{\pi} + \dfrac{x}{\pi}\sin\dfrac{x}{\pi}$;

б). $y = \left(\ln\left|\cos\dfrac{x}{\pi}\right| - 2\right)\cos\dfrac{x}{\pi} + \dfrac{x}{\pi}\sin\dfrac{x}{\pi}$;

в) $y=\left(\ln\left|\cos\frac{x}{\pi}\right|+2\right)\cos\frac{x}{\pi}+\left(\frac{x}{\pi}+\pi\right)\sin\frac{x}{\pi}$;

г) $y=\left(\ln\left|\cos\frac{x}{\pi}\right|-2\right)\cos\frac{x}{\pi}+\left(\frac{x}{\pi}-\pi\right)\sin\frac{x}{\pi}$.

Вариант 6

1. Найти общее решение ДУ $x^2y''+xy'=1$.

Ответы: а) $y=\frac{\ln^2 x}{2}+C_1\frac{x^2}{2}+C_2$; б) $y=\frac{\ln^2 x}{2}-C_1\frac{x^2}{2}+C_2$;

в) $y=\frac{\ln x}{2}+C_1\frac{x^2}{2}+C_2$; г) $y=\frac{\ln^2 x}{2}+C_1x+C_2$.

2. Найти решение задачи Коши $y''=98y^3$, $y(1)=1, y'(1)=7$.

Ответы: а) $y=-\frac{1}{7x-8}$; б) $y=\frac{1}{7x-8}$; в) $y=\frac{1}{7x+8}$; г) $y=-\frac{1}{7x+8}$.

3. Найти общее решение ДУ $y'''-5y''+8y'-4y=(2x-5)e^x$.

Ответы: а) $y=C_1e^x+C_2e^{2x}+C_3xe^{2x}+(x^2-x)e^x$;

б) $y=C_1e^x+C_2e^{2x}+C_3xe^{2x}+(x^2+x)e^x$;

в) $y=C_1e^x+C_2xe^x+C_3e^{2x}+(x^3+x)e^x$;

г) $y=C_1e^x+C_2xe^x+C_3e^{2x}+(x^3-x)e^x$.

4. Найти общее решение ДУ $y''-4y'+8y=e^x(5\sin x-3\cos x)$.

Ответы: а) $y=(C_1\cos 2x+C_2\sin 2x)e^{2x}+\left(\frac{13}{10}\sin x-\frac{1}{5}\cos x\right)e^x$;

б) $y=(C_1\cos 2x+C_2\sin 2x)e^{-2x}+\left(\frac{13}{10}\sin x-\frac{1}{5}\cos x\right)e^x$;

в) $y=(C_1\cos 2x+C_2\sin 2x)e^{2x}+\left(\frac{13}{10}\sin x+\frac{1}{5}\cos x\right)e^x$;

г) $y=(C_1\cos x+C_2\sin x)e^{2x}-\left(\frac{13}{10}\sin x-\frac{1}{5}\cos x\right)e^x$.

5. Найти решение Коши
$y''-3y=9e^{-3x}/(3+e^{-3x})$, $y(0)=4\ln 4$, $y'(0)=3(3\ln 4-1)$.

Ответы: а) $y=(1+3e^{3x})\ln(3+e^{-3x})$;

б) $y=(1-3e^{3x})\ln(3+e^{-3x})$;

в) $y=\ln(3+e^{-3x})+2+e^{-3x}\ln(3+e^{-3x})+\frac{1}{3}e^{3x}$;

г) $y=\ln(3+e^{-3x})-2+e^{-3x}\ln(3+e^{-3x})+e^{3x}$.

Вариант 7

1. Найти общее решение ДУ $y'''ctg2x+2y''=0$.

Ответы: а) $y=-\frac{1}{4}C_1\cos 2x+C_2x+C_3$; б) $y=\frac{1}{4}C_1\cos 2x+C_2x+C_3$;

в) $y=-\frac{1}{4}C_1\sin 2x+C_2x+C_3$; г) $y=\frac{1}{4}C_1\sin 2x+C_2x+C_3$.

2. Найти решение задачи Коши $y''y^3+49=0,\quad y(3)=-7,\ y'(3)=-1$.

Ответы: а) $y=\pm\sqrt{7(2x+1)}$; б) $y=-\sqrt{7(2x+1)}$; в) $y=\sqrt{7(2x-1)}$; г) $y=\sqrt{7(x+1)}$.

3. Найти общее решение ДУ $y'''-4y''+4y'=(x-1)e^x$.

Ответы: :а) $y=C_1+C_2e^{2x}+C_3xe^{2x}+xe^x$;

б) $y=C_1+C_2e^{2x}+C_3xe^{2x}-xe^x$;

в) $y=C_1+C_2e^{2x}+C_3xe^{2x}+(x+2)e^x$;

г) $y=C_1+C_2e^{2x}+C_3xe^{2x}+(x-2)e^x$.

4. Найти общее решение ДУ $y''+2y'=e^x(\sin x+\cos x)$.

Ответы: а) $y=C_1+C_2e^{-2x}+\left(\frac{3}{10}\sin x-\frac{1}{10}\cos x\right)e^x$;

б) $y=C_1+C_2e^{2x}+\left(\frac{3}{10}\sin x+\frac{1}{10}\cos x\right)e^x$;

в) $y=C_1+C_2e^{-2x}+\left(\frac{3}{10}\sin x-\frac{22}{10}\cos x\right)e^x$;

г) $y=C_1+C_2e^{-2x}+\left(\frac{3}{10}\sin x+\frac{22}{10}\cos x\right)e^x$.

5. Найти решение Коши $y''+y=4ctgx,\quad y\left(\frac{\pi}{2}\right)=3,\quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=4$.

Ответы: а) $y=3\sin x+4\sin x\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|$; б) $y=4\sin x\ln\left|tg\frac{x}{2}\right|+3\cos x$;

в) $y=-3\cos x+4\sin x\ln\left|tg\,\dfrac{x}{2}\right|+3\sin x$; г) $y=3\cos x+4\sin x\ln\left|tg\,\dfrac{x}{2}\right|-3\sin x$.

Вариант 8

1. Найти общее решение ДУ $x^3y'''+x^2y''=1$.

Ответы: а) $y=C_1x(\ln x-1)+\ln x+C_2x+C_3$;

б) $y=C_1x(\ln x-1)+\dfrac{x}{2}\ln^2 x-x\ln x+x+C_2x+C_3$;

в) $y=C_1x(\ln x+1)+\ln x+C_2x+C_3$;

г) $y=C_1x(\ln x-1)+\dfrac{x}{2}\ln^2 x+x\ln x+C_2x+C_3$.

2. Найти решение задачи Коши
$4y''y^3=16y^4-1,\quad y(0)=2^{-1/2},\ y'(0)=2^{-1/2}$.

Ответы: а) $y=\pm\dfrac{1}{2}\sqrt{e^{4x}+1}$; б) $y=\dfrac{1}{2}\sqrt{e^{4x}-1}$; в) $y=\pm\sqrt{e^{4x}+1}$; г) $y=\dfrac{1}{2}\sqrt{e^{2x}+1}$.

3. Найти общее решение ДУ $y'''+2y''+y'=(18x+21)e^{2x}$.

Ответы: а) $y=C_1+C_2e^{-x}+C_3xe^{-x}+xe^{2x}$;

б) $y=C_1+C_2e^{-x}+C_3xe^{-x}-xe^{2x}$;

в) $y=C_1+C_2e^{-x}+C_3xe^{-x}+(x+1)e^{2x}$;

г) $y=C_1+C_2e^{-x}+C_3xe^{-x}+(x-1)e^{2x}$.

4. Найти общее решение ДУ $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 3x$.

Ответы:а) $y=\left(C_1+C_2x-\dfrac{1}{9}\sin 3x\right)e^{2x}$; б) $y=\left(C_1+C_2x+\dfrac{1}{9}\sin 3x\right)e^{2x}$;

в) $y=Ce^{2x}{}_1+C_2e^{x}-\dfrac{1}{9}e^{2x}\sin 3x$; г) $y=\left(C_1+C_2x-\dfrac{1}{9}\cos 3x\right)e^{2x}$.

5. Найти решение Коши $y''+9y=9/\sin 3x,\quad y\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=4,\quad y'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{3\pi}{2}$.

Ответы: а) $y=(1-3x)\cos 3x+\left(4+\ln|\sin 3x|\right)\sin 3x$;

б) $y=-3x\cos 3x+\left(4+\ln|\sin 3x|\right)\sin 3x$;

в) $y=(1+3x)\cos 3x+\left(3+\ln|\sin 3x|\right)\sin 3x$;

г) $y=3x\cos 3x-\left(4+\ln|\sin 3x|\right)\sin 3x$.

Вариант 9

1. Найти общее решение ДУ $y'''tgx = 2y''$.

Ответы: а) $y = C_1\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{1}{8}C_1\cos 2x + C_2x + C_3$; б) $y = C_1\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{1}{4}C_1\cos 2x + C_2x + C_3$;

в) $y = C_1\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{1}{4}C_1\sin 2x + C_2x + C_3$; г) $y = C_1\dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{8}C_1\cos 2x + C_2x + C_3$.

2. Найти решение задачи Коши $y'' + 8\sin y\cos^3 y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

Ответы: а) $y = arctg2x$; б) $y = arcctg2x$; в) $y = arctg(2x+1)$; г) $y = arctg(2x-1)$.

3. Найти общее решение ДУ $y''' + y'' - y' - y = (8x+4)e^x$.

Ответы: а) $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x} + C_3e^x + (x^2 - x)e^x$;

б) $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-x} + C_3e^x + (x^2 + x)e^x$;

в) $y = C_1e^{x} + C_2xe^{x} + C_3e^{-x} + (x^3 + x)e^x$;

г) $y = C_1e^{x} + C_2xe^{x} + C_3e^{-x} + (x^3 - x)e^x$.

4. Найти общее решение ДУ $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos 4x$.

Ответы: а) $y = e^{-3x}(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x - \dfrac{1}{12}\cos 4x)$;

б) $y = e^{-3x}(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x + \dfrac{1}{12}\cos 4x)$;

в) $y = e^{-3x}(C_1\cos x + C_2\sin x - \dfrac{1}{12}\cos 4x)$;

г) $y = e^{-3x}(C_1\cos 2x + C_2\sin 2x - \dfrac{1}{6}\cos 4x)$.

5. Найти решение задачи Коши $y'' + 9y = 9/\cos 3x$, $y(1) = 0$, $y'(0) = 0$.

Ответы: а) $y = (\ln|\cos 3x| + 1)\cos 3x + 3x\sin 3x$;

б) $y = (\ln|\sin 3x| + 1)\cos 3x + 3x\sin 3x$;

в) $y = (\ln|\cos 3x| - 1)\cos 3x + 3x\sin 3x$;

г) $y = \left(1 - \ln\left|\sin 3x\right|\right)\cos 3x + 3x\sin 3x$.

Вариант 10

1. **Найти общее решение ДУ** $y'''cthx = 2y''$**..**

Ответы: а) $y = 4C_1ch2x + C_2x + C_3$; б) $y = 4C_1sh2x + C_2x + C_3$;
в) $y = C_1ch2x + C_2x + C_3$; г) $y = -4C_1ch2x + C_2x + C_3$.

2. **Найти решение задачи Коши** $y'' = 72y^3$, $y(2) = 1$, $y'(2) = 6$.

Ответы: а) $y = -\dfrac{1}{6x-13}$; б) $y = \dfrac{1}{6x-13}$; в) $y = -\dfrac{1}{6x+13}$; г) $y = -\dfrac{1}{6x+11}$.

3. **Найти общее решение ДУ** $y''' - 3y'' - 2y' = -4xe^x$.

Ответы: а) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-x} + C_3xe^{-x} + xe^x$; б) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-x} + C_3xe^{-x} - xe^x$;
в) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-x} + C_3xe^{-x} + (x+1)e^x$; г) $y = C_1e^{2x} + C_2e^{-x} + C_3xe^{-x} + (x-1)e^x$.

4. **Найти общее решение ДУ** $y'' + y = 2\cos 3x - 3\sin 3x$.

Ответы: а) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \dfrac{1}{4}\cos 3x + \dfrac{3}{8}\sin 3x$;

б) $y = C_1\cos x + C_2\sin x + \dfrac{1}{4}\cos 3x + \dfrac{3}{8}\sin 3x$;

в) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \dfrac{1}{4}\cos 3x - \dfrac{3}{8}\sin 3x$;

г) $y = C_1\cos x + C_2\sin x - \dfrac{1}{4}\sin 3x + \dfrac{3}{8}\cos 3x$.

5. **Найти решение задачи Коши** $y'' + 4y = 4ctg2x$, $y(\pi/4) = 3$, $y'(\pi/4) = 2$.

Ответы: а) $y = 3\sin 2x + \sin 2x\ln\left|tg\dfrac{x}{4}\right|$;

б) $y = \sin 2x\ln\left|tg\dfrac{x}{4}\right| + 3\cos 2x$;

в) $y = -3\cos 2x + \sin 2x\ln\left|tg\dfrac{x}{4}\right| + 3\sin 2x$;

г) $y = 3\cos 2x + \sin 2x\ln\left|tg\dfrac{x}{4}\right| - 3\sin 2x$.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ № 3

Вариант 1

1. **Решить линейную однородную систему**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x - 4y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + 2y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = C_1(\cos 2t + \sin 2t) + C_2(\cos 2t - \sin 2t), \\ y(t) = -C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x(t) = C_1(\cos 2t + \sin 2t) - C_2(\cos 2t - \sin 2t), \\ y(t) = C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = -C_1(\cos 2t + \sin 2t) + 3C_2(\cos 2t - \sin 2t), \\ y(t) = -C_1 \cos 2t + C_2 \sin 2t. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x(t) = C_1(\cos 2t + \sin 2t) + C_2(\cos 2t - \sin 2t), \\ y(t) = C_1 \cos 2t - C_2 \sin 2t. \end{cases}$

2. **Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + 2y + e^t, \quad x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 2y, \qquad y(0) = 2. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{14}{9}e^{4t} - \dfrac{11}{9}e^t + \dfrac{1}{3}e^t + \dfrac{1}{3}te^t, \\ y(t) = \dfrac{7}{9}e^{4t} + \dfrac{11}{9}e^t - \dfrac{1}{3}te^t. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{14}{9}e^{4t} + \dfrac{11}{9}e^t - \dfrac{1}{3}e^t + \dfrac{1}{3}te^t, \\ y(t) = \dfrac{7}{9}e^{4t} + \dfrac{11}{9}e^t - \dfrac{1}{3}te^t. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{11}{9}e^{4t} - \dfrac{14}{9}e^{t} + \dfrac{1}{3}e^{t} + \dfrac{1}{3}te^{t}, \\ y(t) = -\dfrac{7}{9}e^{4t} + \dfrac{11}{9}e^{t} - \dfrac{1}{3}te^{t}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{14}{9}e^{4t} - \dfrac{11}{9}e^{t} + \dfrac{1}{3}e^{t} + \dfrac{1}{3}te^{t}, \\ y(t) = \dfrac{29}{9}e^{4t} - \dfrac{11}{9}e^{t} - \dfrac{1}{3}e^{t}. \end{cases}$

Вариант 2

1. Решить линейную однородную систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x - 10y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 5x + 5y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = C_1(\cos 5t + \sin 5t) + C_2(\cos 5t - \sin 5t), \\ y(t) = -C_1 \cos 5t + C_2 \sin 5t. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x(t) = -C_1(\cos 5t + \sin 5t) + C_2(\cos 5t - \sin 5t), \\ y(t) = -C_1 \cos 5t + 2C_2 \sin 5t. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = C_1(\cos 5t - \sin 5t) + 2C_2(\cos 5t + \sin 5t), \\ y(t) = C_1 \cos 5t + C_2 \sin 5t. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x(t) = C_1(\cos 5t + \sin 5t) - C_2(\cos 5t - \sin 5t), \\ y(t) = C_1 \cos 5t - C_2 \sin 5t. \end{cases}$

2. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x + y, \quad x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + y + t, \quad y(0) = 0. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{19}{9}e^{3t} - \dfrac{5}{4}e^{2t} + \dfrac{5}{36} + \dfrac{1}{6}t, \\ y(t) = -\dfrac{19}{9}e^{3t} + \dfrac{5}{2}e^{2t} - \dfrac{7}{18} - \dfrac{2}{3}t. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{19}{9}e^{3t} + \dfrac{5}{4}e^{2t} + \dfrac{5}{36} - \dfrac{1}{6}t, \\ y(t) = -\dfrac{19}{9}e^{3t} + \dfrac{5}{2}e^{2t} + \dfrac{7}{18} - \dfrac{2}{3}t. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{3}e^{3t} + \frac{1}{4}e^{2t} + \frac{5}{36} + \frac{1}{6}t, \\ y(t) = -\frac{1}{3}e^{3t} - \frac{1}{2}e^{2t} - \frac{7}{18} - \frac{2}{3}t. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{3}e^{-3t} + \frac{1}{4}e^{2t} - \frac{5}{36} + \frac{1}{6}t, \\ y(t) = -\frac{1}{3}e^{3t} - \frac{1}{2}e^{2t} + \frac{7}{18} - \frac{2}{3}t. \end{cases}$

Вариант 3

1. Решить линейную однородную систем

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -12x - 8y, \\ \frac{dy}{dt} = 20x + 12y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = -C_1(\cos 4t + \sin 4t) - C_2(\cos 4t - \sin 4t), \\ y(t) = C_1(2\cos 4t + \sin 4t) + C_2(\cos 4t - 2\sin 4t). \end{cases}$

б) $\begin{cases} x(t) = -C_1(\cos 4t - \sin 4t) - C_2(\cos 4t + \sin 4t), \\ y(t) = C_1(2\cos 4t + \sin 4t) + C_2(\cos 4t - 2\sin 4t). \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = C_1(\cos 4t + \sin 4t) + C_2(\cos 4t - \sin 4t), \\ y(t) = -C_1(2\cos 4t + \sin 4t) + C_2(\cos 4t - 2\sin 4t). \end{cases}$

г) $\begin{cases} x(t) = -C_1(\cos 4t + \sin 4t) + C_2(\cos 4t + \sin 4t), \\ y(t) = -C_1(2\cos 4t + \sin 4t) + C_2(\cos 4t - 2\sin 4t). \end{cases}$

2. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y + e^{-t}, \quad x(0) = 1, \\ \frac{dy}{dt} = -x + 2y, \qquad y(0) = 2. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{3}{4}e^{-t} - \dfrac{11}{12}e^{3t} + \dfrac{8}{3}, \\ y(t) = -\dfrac{1}{4}e^{-t} + \dfrac{11}{12}e^{3t} + \dfrac{4}{3}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{3}{4}e^{-t} - \dfrac{11}{108}e^{3t} + \dfrac{8}{3}, \\ y(t) = -\dfrac{1}{144}e^{-t} + \dfrac{11}{108}e^{3t} + \dfrac{4}{3}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{3}{4}e^{-t} + \dfrac{11}{12}e^{3t} + \dfrac{8}{3}, \\ y(t) = \dfrac{1}{4}e^{-t} - \dfrac{11}{12}e^{3t} + \dfrac{4}{3}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{3}{4}e^{-t} + \dfrac{11}{108}e^{3t} + \dfrac{8}{3}, \\ y(t) = \dfrac{1}{144}e^{-t} - \dfrac{11}{108}e^{3t} - \dfrac{4}{3}. \end{cases}$

Вариант 4

1. **Решить линейную однородную систему**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x + 4y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -9x - 7y. \end{cases}$$

Ответы:

а) $\begin{cases} x(t) = -2C_1e^{-t} - C_2e^{-t}(2t+1), \\ y(t) = 3C_1e^{-t} + C_2e^{-t}(3t+1). \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = -2C_1e^{t} - C_2e^{t}(2t+1), \\ y(t) = 3C_1e^{t} + C_2e^{t}(3t+1). \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = 2C_1e^{-t} + C_2e^{-t}(2t+1), \\ y(t) = -3C_1e^{-t} + C_2e^{-t}(3t+1). \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = -2C_1e^{-t} - C_2e^{-t}(2t-1), \\ y(t) = 3C_1e^{-t} - C_2e^{-t}(3t+1). \end{cases}$

2. **Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 2y - 1, \quad x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + y + e^t, \quad y(0) = 0. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = \frac{5}{4}e^{-t} + \frac{7}{12}e^{3t} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}e^{t}, \\ y(t) = -\frac{5}{12}e^{-t} + \frac{7}{12}e^{3t} + \frac{2}{3}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = -\frac{5}{4}e^{-t} + \frac{7}{12}e^{3t} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}e^{t}, \\ y(t) = \frac{5}{12}e^{-t} + \frac{7}{12}e^{3t} - \frac{2}{3}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = \frac{5}{4}e^{-t} - \frac{7}{12}e^{3t} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}e^{t}, \\ y(t) = -\frac{5}{12}e^{-t} - \frac{7}{12}e^{3t} + \frac{2}{3}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = \frac{5}{4}e^{-t} - \frac{7}{12}e^{3t} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}e^{t}, \\ y(t) = \frac{5}{12}e^{-t} - \frac{7}{12}e^{3t} + \frac{2}{3}. \end{cases}$

Вариант 5

1. **Решить линейную однородную систему**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 5x - 6y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x - y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = -C_1e^{2t}(\cos 3t + \sin 3t) + C_2e^{2t}(\cos 3t - \sin 3t), \\ y(t) = C_1e^{2t}\sin 3t + C_2e^{2t}\cos 3t. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x(t) = C_1e^{2t}(\cos 3t + \sin 3t) + C_2e^{2t}(\cos 3t + \sin 3t), \\ y(t) = -C_1e^{2t}\sin 3t + C_2e^{2t}\cos 3t. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = -C_1e^{-2t}(\cos 3t + \sin 3t) + C_2e^{-2t}(\cos 3t - \sin 3t), \\ y(t) = C_1e^{-2t}\sin 3t + C_2e^{-2t}\cos 3t. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x(t) = -C_1e^{2t}(\cos 3t + \sin 3t) + 2C_2e^{2t}(\cos 3t + \sin 3t), \\ y(t) = C_1e^{2t}\sin 3t + C_2e^{2t}\cos 3t. \end{cases}$

2. **Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - 4y - 2t, \quad x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -3x + 6y, \qquad y(0) = 2. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{129}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{4}t^2 + \dfrac{1}{16}t + \dfrac{129}{128}, \\ y(t) = \dfrac{387}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{8}t^2 - \dfrac{3}{32}t + \dfrac{125}{256}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{129}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{4}t^2 + \dfrac{1}{16}t - \dfrac{129}{128}, \\ y(t) = \dfrac{387}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{8}t^2 + \dfrac{3}{32}t + \dfrac{125}{256}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{129}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{4}t^2 + \dfrac{1}{16}t - \dfrac{129}{64}, \\ y(t) = \dfrac{387}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{8}t^2 - \dfrac{3}{32}t - \dfrac{131}{128}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{129}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{4}t^2 + \dfrac{1}{16}t + \dfrac{129}{64}, \\ y(t) = \dfrac{387}{128}e^{8t} - \dfrac{3}{8}t^2 - \dfrac{3}{32}t + \dfrac{131}{128}. \end{cases}$

Вариант 6

1. **Решить линейную однородную систему**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x - 4y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 10x + 7y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = -C_1e^t(\cos 2t + \sin 2t) - C_2e^t(\cos 2t - \sin 2t), \\ y(t) = C_1e^t(2\cos 2t + \sin 2t) + C_2e^t(\cos 2t - 2\sin 2t). \end{cases}$

б) $\begin{cases} x(t) = C_1e^{-t}(\cos 2t + \sin 2t) - C_2e^t(\cos 2t - \sin 2t), \\ y(t) = C_1e^{-t}(2\cos 2t + \sin 2t) + C_2e^t(\cos 2t - 2\sin 2t). \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = -C_1e^t(\cos 2t - \sin 2t) - C_2e^t(\cos 2t + \sin 2t), \\ y(t) = C_1e^t(2\cos 2t + \sin 2t) - C_2e^t(\cos 2t - 2\sin 2t). \end{cases}$

г) $\begin{cases} x(t) = C_1e^t(\cos 2t + \sin 2t) - C_2e^t(\cos 2t - \sin 2t), \\ y(t) = -C_1e^t(2\cos 2t + \sin 2t) - C_2e^t(\cos 2t + 2\sin 2t). \end{cases}$

2. **Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y + 1, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 5x - y, & y(0) = 0. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{3}{4}\cos 2t + \sin 2t + \dfrac{1}{4}, \\ y(t) = \dfrac{5}{2}\sin 2t - \dfrac{5}{4}\cos 2t + \dfrac{5}{4}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{3}{4}\cos 2t + \sin 2t + \dfrac{1}{4}, \\ y(t) = \dfrac{5}{2}\sin 2t + \dfrac{5}{4}\cos 2t + \dfrac{5}{4}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{3}{4}\cos 2t + \sin 2t - \dfrac{1}{4}, \\ y(t) = -\dfrac{5}{2}\sin 2t - \dfrac{5}{4}\cos 2t - \dfrac{5}{4}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{3}{4}\cos 2t + \sin 2t + \dfrac{1}{4}, \\ y(t) = -\dfrac{5}{2}\sin 2t + \dfrac{5}{4}\cos 2t - \dfrac{5}{4}. \end{cases}$

Вариант 7

1. Решить линейную однородную систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x - 3y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 6x + 7y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = -C_1 e^{4t} - C_2 e^{t}, \\ y(t) = 2C_1 e^{4t} + C_2 e^{t}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = -C_1 e^{-4t} - C_2 e^{-t}, \\ y(t) = 2C_1 e^{-4t} + C_2 e^{-t}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = C_1 e^{4t} - C_2 e^{t}, \\ y(t) = 2C_1 e^{4t} - C_2 e^{t}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = -C_1 e^{4t} + C_2 e^{t}, \\ y(t) = -2C_1 e^{4t} + C_2 e^{t}. \end{cases}$

2. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x + y - e^{t}, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 2y, & y(0) = 1. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{4}e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-3t} - \frac{1}{2}te^{-t}, \\ y(t) = \frac{3}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{-3t} - \frac{1}{2}te^{-t}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{4}e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-3t} + \frac{1}{2}te^{-t}, \\ y(t) = -\frac{3}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{-3t} - \frac{1}{2}te^{-t}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = -\frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{-3t} - \frac{1}{2}te^{-t}, \\ y(t) = \frac{3}{4}e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-3t} - \frac{1}{2}te^{-t}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = \frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{-3t} + \frac{1}{2}te^{-t}, \\ y(t) = \frac{3}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{-3t} + \frac{1}{2}te^{-t}. \end{cases}$

Вариант 8

1. Решить линейную однородную систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -6x + 8y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 6y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) == 2C_1e^{-2t} + C_2e^{2t}, \\ y(t) = C_1e^{-2t} + C_2e^{2t}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) == 2C_1e^{2t} + C_2e^{-2t}, \\ y(t) = C_1e^{-2t} - C_2e^{2t}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) == C_1e^{-2t} + 2C_2e^{2t}, \\ y(t) = -C_1e^{-2t} + C_2e^{2t}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) == 2C_1e^{2t} + C_2te^{2t}, \\ y(t) = C_1e^{2t} + 2C_2te^{2t}. \end{cases}$

2. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y + 1, \quad x(0) = 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = 5x + 4y, \quad y(0) = 0. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t)=\dfrac{5}{6}e^{-t}+\dfrac{11}{30}e^{5t}+\dfrac{4}{5}, \\ y(t)=-\dfrac{5}{6}e^{-t}+\dfrac{11}{6}e^{5t}-1. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t)=-\dfrac{5}{6}e^{-t}+\dfrac{11}{30}e^{-5t}+\dfrac{4}{5}, \\ y(t)=\dfrac{5}{6}e^{-t}+\dfrac{11}{6}e^{-5t}-1. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t)=\dfrac{5}{6}e^{t}-\dfrac{11}{30}e^{5t}+\dfrac{4}{5}, \\ y(t)=\dfrac{5}{6}e^{t}+\dfrac{11}{6}e^{5t}+1. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t)=-\dfrac{5}{6}e^{-t}-\dfrac{11}{30}e^{5t}-\dfrac{4}{5}, \\ y(t)=\dfrac{5}{6}e^{-t}+\dfrac{11}{6}e^{5t}-1. \end{cases}$

Вариант 9

1. **Решить линейную однородную систему**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=10x-6y, \\ \dfrac{dy}{dt}=18x-11y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t)==2C_1e^{t}+C_2e^{-2t}, \\ y(t)=3C_1e^{t}+2C_2e^{-2t}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t)=-2C_1e^{t}-C_2e^{-2t}, \\ y(t)=3C_1e^{t}+2C_2e^{-2t}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t)==2C_1e^{t}+C_2e^{-2t}, \\ y(t)=-3C_1e^{t}-2C_2e^{-2t}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t)==2C_1e^{-t}+C_2e^{-2t}, \\ y(t)=3C_1e^{-t}+2C_2e^{-2t}. \end{cases}$

2. **Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:**

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=2x-3y+e^{t}, \quad x(0)=1, \\ \dfrac{dy}{dt}=x-2y, \quad y(0)=0. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t)=\dfrac{5}{4}e^{t}-\dfrac{1}{4}e^{-t}+\dfrac{3}{2}te^{t}, \\ y(t)=\dfrac{1}{4}e^{t}-\dfrac{1}{4}e^{-t}+\dfrac{1}{2}te^{t}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t)=\dfrac{5}{4}e^{t}-\dfrac{1}{4}e^{-t}+\dfrac{1}{2}e^{t}+\dfrac{3}{2}te^{t}, \\ y(t)=\dfrac{1}{4}e^{t}-\dfrac{1}{4}e^{-t}+\dfrac{1}{2}te^{t}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = -\dfrac{5}{4}e^{t} + \dfrac{1}{4}e^{-t} + \dfrac{3}{2}te^{t}, \\ y(t) = -\dfrac{1}{4}e^{t} - \dfrac{1}{4}e^{-t} + \dfrac{1}{2}te^{t}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{5}{4}e^{t} - \dfrac{1}{4}e^{-t} - \dfrac{1}{2}e^{t} - \dfrac{3}{2}te^{t}, \\ y(t) = \dfrac{1}{4}e^{t} + \dfrac{1}{4}e^{-t} + \dfrac{1}{2}te^{t}. \end{cases}$

Вариант 10

1. Решить линейную однородную систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x - 6y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 8x + 9y. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) == -3C_1e^{3t} - C_2e^{t}, \\ y(t) = 4C_1e^{3t} + C_2e^{t}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) == 3C_1e^{3t} - C_2e^{t}, \\ y(t) = 4C_1e^{3t} + C_2e^{t}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) == -3C_1e^{3t} - C_2e^{t}, \\ y(t) = -4C_1e^{3t} - C_2e^{t}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) == -3C_1e^{-3t} - C_2e^{t}, \\ y(t) = 4C_1e^{-3t} + C_2e^{t}. \end{cases}$

2. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 6x - 3y, \quad x(0) = 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - y + 1, \quad y(0) = 0. \end{cases}$$

Ответы: а) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{57}{25}e^{5t} + \dfrac{3}{5}t - \dfrac{7}{25}, \\ y(t) = \dfrac{19}{25}e^{5t} + \dfrac{6}{5}t - \dfrac{19}{25}. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{57}{5}e^{5t} + \dfrac{3}{5}t - \dfrac{7}{25}, \\ y(t) = \dfrac{57}{75}e^{5t} + \dfrac{6}{5}t - \dfrac{19}{25}. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{57}{25}e^{-5t} - \dfrac{3}{5}t - \dfrac{7}{25}, \\ y(t) = \dfrac{19}{25}e^{-5t} + \dfrac{6}{5}t + \dfrac{19}{25}. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x(t) = \dfrac{57}{5}e^{5t} + \dfrac{3}{5}t + \dfrac{7}{25}, \\ y(t) = \dfrac{57}{75}e^{5t} - \dfrac{6}{5}t - \dfrac{19}{25}. \end{cases}$

ПРИЛОЖЕНИЕ№5

ОБРАЗЕЦ ИТОГОВОГО ТЕСТА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Вариант 1

Задание #1

Дифференциальное уравнение $y''' - e^x y'' = \ln x$ допускает понижение порядка с помощью подстановки

1) $y' = p(y)$ 2) $y = p(x)$ 3) $y'' = p(x)$ 4) $y''' = p(x)$

Задание #2

Частное решение дифференциального уравнения $y''' + y'' - 2y' = (6x+5)e^x$ ищем в виде:

1) $y_{ч.н.} = Ax \cdot e^x$ 2) $y_{ч.н.} = (Ax+B) \cdot e^x x$ 3) $y_{ч.н.} = (Ax+B) \cdot e^x$ 4) $y_{ч.н.} = Ax+B$

Задание #3

Общее решение дифференциального уравнения $F(x, y, y', y'', y''') = 0$ содержит

1) четыре произвольные постоянные 2) одну произвольную постоянную
3) три произвольные постоянные 4) две произвольные постоянные

Задание #4

Если дифференциальное уравнение $y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$ имеет какое-либо частное решение $y_{ч.н.}$, а соответствующее однородное уравнение имеет общее решение $y_{о.о.}$, то общее решение неоднородного уравнения будет:

1) $y_{ч.н.} \cdot y_{о.о.}$ 2) $y_{ч.н.} + y_{о.о.}$ 3) $y_{ч.н.} + C_2 y_{о.о.}$ 4) $C_1 y_{ч.н.} + C_2 y_{о.о.}$

Задание #5

Общее решение однородного уравнения $y'' - 4y' - 5y = 0$ имеет вид

1) $y = (C_1 + C_2 x)e^{4x}$ 2) $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^x$ 3) $y = C_1 \cos x + C_2 \sin 5x$ 4) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{5x}$

Задание #6

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\left(5-4xy^2\right)dx+\left(e^y-4x^2y\right)dy=0$$

1) $5x+e^y-2x^2y^2=C$ 2) $5x+e^y+x^2y^2=C$ 3) $5x+e^y-x^2y^2=C$ 4) $5x-e^y+2x^2y^2=C$

Задание #7

Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y'-2xy=2xe^{x^2}$, если $y(0)=2$

1) 0 2) -2 3) 2 4) 1

Задание #8

Характеристическое уравнение для линейного однородного уравнения $y''+a_1y'+a_2y=0$ имеет вид:

1) $\lambda^2+a_1\lambda=a_2$ 2) $\lambda^2+\lambda+(a_1+a_2)=0$ 3) $\lambda^2+a_1\lambda+a_2=0$ 4) $a_1\lambda^2+a_2\lambda+1=0$

Задание #9

Какая из функций является решением дифференциального уравнения $\frac{1}{y'}+\frac{y}{8x^3}=\frac{1}{x}$

1) $y=2x^2+1$ 2) $y=2x^2$ 3) $y=-2x^2$ 4) $y=x^2$

Задание #10

Определить тип дифференциального уравнения $y'-2\sqrt{y}\ln x=0$

1) Однородное 2) В полных дифференциалах
3) С разделяющимися переменными 4) Линейное

Задание #11

Система дифференциальных уравнений $\begin{cases} x'=x+2y, \\ y'=4x+3y \end{cases}$ сводится к дифференциальному уравнению второго порядка вида $x''+Bx'+Cx=0$, где B и C равны:

B= ______________________________ C= __________________________

Задание #12

Общее решение однородного уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$ имеет вид

1) $y = (C_1 + C_2 x)e^{2x}$ 2) $y = (C_1 + C_2)e^{2x}$ 3) $y = (C_1 + C_2)e^{-2x}$ 4) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$

Задание #13

Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}\sin 5x$ имеет вид:

1) $y_{ч.н.} = e^{2x}(A\sin 5x + B\cos 5x)$ 2) $y_{ч.н.} = e^{2x}(A\sin 5x + B\cos 5x)x$

3) $y_{ч.н.} = e^{2x}(A\sin x + B\cos x)$ 4) $y_{ч.н.} = Ae^{2x}\sin 5x$

Задание #14

Общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{\sin x}{2 - 3y^2}$ имеет вид

1) $2y - y^3 - \cos x = C$ 2) $\cos x + 2y - 3y^3 = C$ 3) $\cos x + 2y - y^3 = C$ 4) $\cos x - 2y + y^3 = C$

Задание #15

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$ имеет комплексные корни $k_1 = \alpha + i\beta$ и $k_2 = \alpha - i\beta$. Тогда общее решение дифференциального уравнения будет:

1) $C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{\beta x}$ 2) $e^{\beta x}(C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x)$

3) $C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \alpha x$ 4) $e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 6

ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ, КОМПЬЮТЕРНЫХ КОНТРОЛЬНО-ОБУЧАЮЩИХ ТЕСТОВ (КОПТ)

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	Типовой расчет № 1 (мах 6 б)	Типовой расчет № 2 (мах 12 б)	Типовой расчет № 3 (мах 5 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	**0 – 1,5**	**0 – 3**	**0 – 1**
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	**1,5 – 3**	**3 – 6**	**1 – 2,5**
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки Ответы на вопросы полные или частично полные	**3 – 4,5**	**6 – 9**	**2,5 – 4**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	**7,5 – 9**	**9 – 12**	**4 – 5**

Шкала оценивания КОПТ

КОПТ "Дифференциальные уравнения первого порядка": всего заданий в тесте 5. Каждое задание оценивается в 2 балла.

КОПТ "Дифференциальные уравнения высших порядков": всего заданий в тесте 5, из них 3 задания на проверку уровня обученности Уметь, 2 задания на проверку уровня обученности Владеть. Каждое задание с уровнем Уметь оценивается в 1 балл, задания с уровнем Владеть - в 3,5 балла.

КОПТ "Системы дифференциальных уравнений": всего заданий в тесте 2, одно на проверку уровня обученности Уметь и одно на проверку уровня обученности Владеть. Задание с уровнем Уметь оценивается в 3 балла, задания с уровнем Владеть - в 5 баллов.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 7

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Дисциплина:	Дифференциальные уравнения
Группа:	ИТС-1-16
Курс/семестр:	2/3
Количество кредитов (ЗЕ):	5
Отчетность:	**Зачет с оценкой**
Преподаватель:	Курманбаева Айнура Кудайбергеновна

Название модулей дисциплины согласно РПД	**Контроль**	**Форма контроля**	**зачетный минимум**	**зачетный максимум**	**график контроля**
Модуль 1					
Модуль 1 Дифференциальные уравнения первого порядка	Текущий контроль	Текущий контроль (ТР№1, активность, посещаемость)	8	15	7
	Рубежный контроль	Рубежный контроль КОПТ №1	6	10	
Модуль 2					
Модуль 2. Дифференциальные уравнения высших порядков	Текущий контроль	Текущий контроль (ТР№2, активность, посещаемость	8	15	15
	Рубежный контроль	Рубежный контроль КОПТ №2	6	10	
Модуль 3					
Модуль 3 . Системы дифференциальных уравнений	Текущий контроль	Текущий контроль (ТР№3, активность, посещаемость	6	12	17
	Рубежный контроль	Рубежный контроль КОПТ №3	6	8	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ПРИЛОЖЕНИЕ №8

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА №1

Задание 1. Решить уравнение $yy' = \dfrac{1-2x}{y}.$

Решение. Заменим $y' = \dfrac{dy}{dx}$ и запишем уравнение в виде

$$y^2 dy = (1-2x)dx.$$

Интегрируя, получим общее решение уравнения

$$\int y^2 dy = \int (1-2x)dx \text{ или } \frac{y^3}{3} = x - x^2 + C,$$

$$y = \left(-3x^2 + 3x + C\right)^{1/3}.$$

Задание 2. Найти общее решение уравнения $y' = \dfrac{x+y}{x-y}$.

Решение. Это однородное дифференциальное уравнение, т.к. правая часть его является однородной функцией нулевой степени относительно x и y.

Действительно,

$$f(tx,ty) = \frac{tx+ty}{tx-ty} = \frac{t(x+y)}{t(x-y)} = \frac{x+y}{x-y} = t^0 f(x,y).$$

Преобразуем правую часть уравнения, разделив числитель и знаменатель дроби на x. Тогда

$$y' = \frac{1+\frac{y}{x}}{1-\frac{y}{x}}.$$

Сделаем замену $\dfrac{y}{x} = t$ или $y = xt.$ Тогда $\dfrac{dy}{dx} = t + x\cdot\dfrac{dt}{dx}$ и уравнение запишется в виде

$$t + x \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{1+t}{1-t}.$$

Разделяем в нем переменные:

$$x \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{1+t}{1-t} - t \Rightarrow x \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{1+t-t+t^2}{1-t}$$

или

$$x \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{1+t^2}{1-t} \Rightarrow \frac{1-t}{1+t^2} dt = \frac{dx}{x}.$$

Проинтегрируем обе части последнего уравнения. Получаем:

$$\int \frac{dt}{1+t^2} - \int \frac{tdt}{1+t^2} = \int \frac{dx}{x},$$

откуда следует $arctgt = \frac{1}{2}\ln\left(1+t^2\right) + \ln C|x|$, где постоянную C берем в виде $\ln C$, чтобы упростить вид общего решения.

Возвращаясь к старым переменным, находим общее решение

$$arctg\frac{y}{x} = \ln C\sqrt{x^2+y^2}$$, $C > 0$.

Задание 3. Проинтегрировать уравнение

$$y' + 2xy = 2xe^{-x^2}. \qquad (1)$$

Решение. Найдем общее решение однородного уравнения

$y' + 2xy = 0$ или $\frac{dy}{dx} = -2xy$.

Разделяя переменные, имеем $\frac{dy}{y} = -2xdx.$ Интегрируя это уравнение, получим его общее решение $\ln|y| = -x^2 + \ln C \Rightarrow y = Ce^{-x^2}$.

Общее решение исходного уравнения ищем в виде

$$y = C(x)e^{-x^2}, \qquad (2)$$

где $C(x)$ - неизвестная функция. Найдем производную y':

$y' = C'(x)e^{-x^2} + C(x)e^{-x2} \cdot (-2x).$

Подставим y и y' в (1):

$$C'(x)e^{-x^2} - 2xC(x)e^{-x^2} + 2xC(x)e^{-x^2} = 2xe^{-x^2},$$

которое после преобразований имеет вид:

$C'(x) = 2x$, откуда $C(x) = x^2 + C$.

В итоге, общее решение неоднородного уравнения (1) будет

$$y = (x^2 + C)e^{-x^2}.$$

Задание 4. Решить дифференциальное уравнение $y^2dx + (xy-1)dy = 0.$

Решение. Преобразуем данное уравнение. Разделим его на y^2dy:

$$\frac{dx}{dy} + \frac{x}{y} - \frac{1}{y^2} = 0$$

или, учитывая, что $\frac{dx}{dy} = x'(y),$ получаем уравнение

$$x' + \frac{x}{y} = \frac{1}{y^2}. \qquad (3)$$

Уравнение (3) является линейным относительно функции $x(y)$ и её первой производной $x'(y)$.

Данное уравнение решим методом *вариации произвольной постоянной*. Сначала решаем соответствующее однородное уравнение

$$x' + \frac{x}{y} = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dy} = -\frac{x}{y}.$$

Разделим переменные $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{y}.$ Интегрируя, получаем общее решение $x = \frac{C}{y}.$

Решение уравнения (11) ищем в виде, указанном в замечании, т.е. в виде

$$x = \frac{C(y)}{y}, \qquad (4)$$

где $C(y)$ - неизвестная функция. Найдем производную $x'(y)$:

$$x' = \frac{C'(y)\cdot y - C(y)}{y^2} = \frac{C'(y)}{y} - \frac{C(y)}{y^2}.$$

Подставляя $x(y)$ и $x'(y)$ в (3), получаем

$$\frac{C'(y)}{y} - \frac{C(y)}{y^2} + \frac{C(y)}{y^2} = \frac{1}{y^2},$$

откуда $C'(y) = \dfrac{1}{y}$.

Интегрируя, в итоге получим

$$C(y) = \ln|y| + C. \qquad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получаем общее решение исходного дифференциального уравнения : $x = \dfrac{1}{y}(\ln|y| + C).$

Задание 5. Решить уравнение $x^2y^2y' + xy^3 = 1$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = -1$.

Решение. Разделим обе части уравнения на x^2y^2:

$$y' + \frac{1}{x}y = y^{-2}\frac{1}{x^2}.$$

Это уравнение Бернулли, где $P(x) = \dfrac{1}{x}$, $Q(x) = \dfrac{1}{x^2}$, $n = -2$. Заменяя функцию y по формуле $y=uv$, получим $y' = \dfrac{dy}{dx} = u\dfrac{dv}{dx} + \dfrac{du}{dx}v$ и исходное уравнение перепишется в виде:

$$u\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx}v + \frac{1}{x}uv = \frac{1}{u^2v^2x^2} \text{ или } u\frac{dv}{dx} + v\left(\frac{du}{dx} + \frac{1}{x}u\right) = \frac{1}{u^2v^2x^2}.$$

Для определения u и v получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dx} + \dfrac{1}{x}u = 0, \\ u\dfrac{dv}{dx} = \dfrac{1}{u^2v^2x^2}. \end{cases} \qquad (6)$$

Функцию u находим из первого уравнения системы (6):

$$\frac{du}{dx}+\frac{u}{x}=0.$$

Оно является уравнением с разделяющимися переменными. Разделяя в нем переменные, получаем

$$\frac{du}{u}=-\frac{dx}{x}.$$

Отсюда, интегрируя, имеем $\ln|u|=-\ln|x|$ или $u=\frac{1}{x}.$

Подставляя найденное u во второе уравнение системы (6), получаем

$$\frac{1}{x}\frac{dv}{dx}=\frac{x^2}{v^2x^2} \quad \text{или} \quad \frac{1}{x}\frac{dv}{dx}=\frac{1}{v^2}.$$

Разделив переменные, имеем $v^2dv=xdx,$ откуда $\frac{v^3}{3}=\frac{x^2}{2}+C_1$ или, положив $C=3C_1,$ получим $v^3=\frac{3}{2}x^2+C.$

Следовательно, искомый общий интеграл данного уравнения:

$$y^3=u^3v^3=\frac{1}{x^3}\left(\frac{3}{2}x^2+C\right).$$

Найдем C:

$$(-1)^3=\frac{1}{1^3}\left(\frac{3}{2}\cdot 1^2+C\right)\Rightarrow -1=\frac{3}{2}+C\Rightarrow C=-\frac{5}{2}.$$

Итак, частное решение имеет вид $y^3=\frac{1}{x^3}\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{5}{2}\right).$

Задание 6. Решить уравнение $(2y-3)dx+(2x+3y^2)dy=0.$

Решение.

Условие $\frac{\partial M(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial N(x,y)}{\partial x}$ является необходимым и достаточным условием, чтобы левая часть уравнения была полным дифференциалом $dU(x,y)=0,$ откуда $U(x,y)=C-$общий интеграл.

Проверим, что данное уравнение является уравнением в полных дифференциалах:

$$M(x,y)=2y-3, \quad N(x,y)=2x+3y^2,$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}(2y-3)=2; \quad \frac{\partial N}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}(2x+3y^2)=2;$$

так что $\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x},$ т.е. это условие выполнено. Таким образом, данное уравнение есть уравнение в полных дифференциалах.

Поэтому:

1) из условия $\frac{\partial U}{\partial x} = M(x,y)$ находим

$$U(x,y) = \int (2y-3)dx = 2xy - 3x + \varphi(y), \qquad (7)$$

где $\varphi(y)$ берем вместо постоянной C;

2) дифференцируем найденное $U(x,y)$ по переменной y:

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}(2xy - 3x + \varphi(y)) = 2x + \varphi'(y);$$

3) приравняем найденную производную к функции $N(x,y)$, так как она является производной искомой функции $U(x,y)$ по переменной y:

$$2x + \varphi'(y) = 2x + 3y^2,$$

откуда $\varphi'(y) = 3y^2$. Интегрируя последнее равенство, находим $\varphi(y)$:

$$\varphi(y) = \int 3y^2 dy = y^3 + C_1;$$

4) подставляя найденное значение $\varphi(y)$ в (7), получим искомую функцию

$$U(x,y) = 2xy - 3x + y^3 + C;$$

5) Приравняем $U(x,y) = C.$ Тогда получим общий интеграл:

$$U(x,y) = 2xy - 3x + y^3 = C.$$

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА №2

Задание 1. Решить уравнение $(1+x^2)y'' - 2xy' = 0$

Решение. Уравнение не содержит искомую функцию y. Сделаем замену переменной $y' = p(x)$. Тогда $y'' = p'(x)$ и уравнение запишется в виде:

$$(1+x^2)p' - 2xp = 0.$$

Это уравнение есть уравнение с разделяющимися переменными. Разделим переменные и проинтегрируем уравнение:

$$(1+x^2)\frac{dp}{dx} = 2xp \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{p} = \frac{2xdx}{1+x^2},$$

отсюда

$$\int \frac{dp}{p} = \int \frac{2xdx}{1+x^2}.$$

Следовательно,

$$\ln|p| = \ln(1+x^2) + \ln C_1 \text{ или } p = C_1(1+x^2).$$

Используя замену $y' = p(x)$, возвращаемся к старой переменной y. Тогда

$$\frac{dy}{dx} = C_1(x^2+1) \text{ и } dy = C_1(x^2+1)dx,$$

проинтегрировав это уравнение, окончательно получим:

$y = C_1\left(\dfrac{x^3}{3} + x\right) + C_2$ - общее решение.

Задание 2. Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2yy' = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y\big|_{x=0} = 1$, $y'\big|_{x=0} = -1$.

Решение. Сделаем замену $y' = p(y)$. Тогда $y'' = p\dfrac{dp}{dy}$. Подставляя y' и y'' в уравнение, получим уравнение первого порядка:

$p\dfrac{dp}{dy} + 2yp = 0$ или $p\left(\dfrac{dp}{dy} + 2y\right) = 0$.

При $p \neq 0$ получаем $\dfrac{dp}{dy} + 2y = 0$ и тогда

$dp = -2ydy$.

Отсюда

$\int dp = -2\int ydy$ и $p = -y^2 + C_1$.

Следовательно,

$\dfrac{dy}{dx} = -y^2 + C_1$.

Используя начальные условия $y\big|_{x=0} = 1$, $y'\big|_{x=0} = -1$, найдем постоянную C_1. Имеем $-1 = -1 + C_1 \Rightarrow C_1 = 0$. Тогда

$y' = -y^2$

или

$$\int \frac{dy}{y^2} = -\int dx \Rightarrow -\frac{1}{y} = -x - C_2 \quad \text{или} \quad y = \frac{1}{x + C_2}.$$

Используя начальное условие $y\big|_{x=0} = 1$, находим C_2:

$1 = \dfrac{1}{0 + C_2} \Rightarrow C_2 = 1$.

Итак, $y = \dfrac{1}{x+1}$ -частное решение.

Задание 3. Найти общее решение уравнения $y'' + 3y' + 2y = x^2$.

Решение. Находим общее решение соответствующего однородного уравнения $y'' + 3y' + 2y = 0$. Для этого составим характеристическое уравнение $k^2 + 3k + 2 = 0$ и найдем его корни:

$D = 3^2 - 4\cdot 2 = 1$, $\quad k_1 = \dfrac{-3-1}{2} = -2$, $\quad k_2 = \dfrac{-3+1}{2} = -1$.

Корни характеристического уравнения *действительные и различные*, следовательно, общее решение однородного уравнения имеет вид $y_{oo} = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$.

Находим $y_{чн}(x)$. Правая часть уравнения имеет вид $P_2(x) = x^2$, $\alpha = 0$ и *не совпадает с корнями* $\boldsymbol{k}_1$ *и* $\boldsymbol{k}_2$ *характеристического уравнения.* Следовательно, частное решение $y_{чн}(x)$ ищем в виде $y_{чн} = Q_2(x)$ или $y_{чн}(x) = Ax^2 + Bx + C$.

Для определения A, B, C найдем $y'_{чн}$ и $y''_{чн}$:

$y'_{чн} = 2Ax + B$; $y''_{чн} = 2A$.

Подставим в уравнение $y'' + 3y' + 2y = x^2$ выражения для $y_{чн}$, $y'_{чн}$ и $y''_{чн}$:

$$2A + 6Ax + 3B + 2Ax^2 + 2Bx + 2C = x^2$$

или

$$2Ax^2 + (6A + 2B)x + (2A + 3B + 2C) = x^2.$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях x в левой и правой частях последнего уравнения, найдем A, B, C:

$$\begin{array}{l|} x^2: \\ x^1: \\ x^0: \end{array} \begin{cases} 2A = 1 \\ 6A + 2B = 0 \\ 2A + 3B + 2C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 1/2 \\ B = -3/2 \\ C = 7/4. \end{cases}$$

Таким образом, $y_{чн}(x) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{3}{2}x + \dfrac{7}{4}$ и общее решение имеет вид

$$y_{он} = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x} + \frac{x^2}{2} - \frac{3}{2}x + \frac{7}{4}.$$

Задание 4. Найти общее решение уравнения

$$y'' + 4y = (x^2 + 1) \cdot e^{2x}. \qquad (24)$$

Решение. Общее решение соответствующего однородного уравнения $\boldsymbol{y}'' + 4\boldsymbol{y} = 0$ найдем легко:

$k^2 + 4 = 0 \Rightarrow k_{1,2} = \pm 2i$ -корни характеристического уравнения и $y_{00} = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$.

Правая часть заданного уравнения имеет вид $P_2(x)e^{2x}$. Так как $\alpha = 2$ ***не совпадает с корнем характеристического уравнения***, то частное решение $y_{чн}(x)$ будем искать в виде:

$$y_{чн} = Q_2(x) \cdot e^{2x} \text{ или } y_{чн}(x) = (Ax^2 + Bx + C) \cdot e^{2x}.$$

Находим производные:

$y'_{чн}(x) = (2Ax+B)\cdot e^{2x} + (Ax^2+Bx+C)\cdot 2e^{2x} = \left(2Ax^2+2Ax+2Bx+B+2C\right)e^{2x}$,

$y''_{чн}(x) = (4Ax+2A+2B)\cdot e^{2x} + (2Ax^2+2Ax+2Bx+B+2C)\cdot 2e^{2x} =$

$= \left(4Ax^2+8Ax+4Bx+2A+4B+4C\right)e^{2x}$.

Подставляя $y_{чн}$ и $y''_{чн}$ в дифференциальное уравнение, и сокращая на e^{2x} , так как $e^{2x} \neq 0$, имеем:

$$4Ax^2+8Ax+4Bx+2A+4B+4C+4(Ax^2+Bx+C) = x^2+1$$

или

$$8Ax^2+8Ax+8Bx+2A+4B+8C = x^2+1.$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x, получим:

$$\begin{array}{l|l} x^2: & \\ x\ : & \\ x^0: & \end{array}\left\{\begin{array}{c} 8A=1, \\ 8A+8B=0, \\ 2A+4B+8C=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A=\dfrac{1}{8}, \\ B=-\dfrac{1}{8}, \\ C=\dfrac{5}{32}. \end{array}\right.$$

Следовательно, частное решение есть

$$y_{чн}(x) = \left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{5}{32}\right)e^{2x}$$

и общее решение имеет вид:

$$y_{он} = y_{оо} + y_{чн} = C_1\cos 2x + C_2\sin 2x + \left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{8}x + \frac{5}{32}\right)e^{2x}.$$

Задание 5. Найти общее решение уравнения

$y'' - 5y' + 6y = 8\sin 3x$.

Решение. Находим общее решение соответствующего однородного уравнения $y''-5y'+6y=0$. Для этого составим характеристическое уравнение $k^2-5k+6=0$ и найдем его корни:

$$D = (-5)^2 - 4\cdot 6 = 1; \quad k_1 = \frac{5-1}{2} = 2, \quad k_2 = \frac{5+1}{2} = 3.$$

Корни характеристического уравнения ***действительные и различные***, следовательно общее решение однородного уравнения имеет вид

$y_{оо} = C_1e^{2x} + C_2e^{3x}$.

Число $\alpha + i\beta = 3i$ – чисто мнимое, не совпадающее с корнями $\boldsymbol{k_1}$ и $\boldsymbol{k_2}$ характеристического уравнения . Поэтому частное решение неоднородного уравнения ищем в виде:

$y_{чн} = A\cos 3x + B\sin 3x$.

Найдем производные $y'_{чн}, y''_{чн}$:

$y'_{чн} = -3A\sin 3x + 3B\cos 3x$,

$y''_{чн} = -9A\cos 3x - 9B\sin 3x$.

Подставив в исходное уравнение $y_{чн}$, $y'_{чн}$ и $y''_{чн}$**,** получаем равенство

$$\left(-9A-15B+6A\right)\cos 3x + \left(-9B+15A+6B\right)\sin 3x = 8\sin 3x.$$

Приравняем коэффициенты при $\cos 3x$ и $\sin 3x$ правой и левой частей уравнения:

$$\begin{matrix}\cos 3x: \\ \sin 3x:\end{matrix}\left|\begin{cases}-9A-15B+6A=0, \\ -9B+15A+6B=8\end{cases}\right. \Rightarrow \begin{cases}-3A-15B=0 \\ 15A-3B=8\end{cases} \Rightarrow A=\frac{20}{39}, \quad B=-\frac{4}{39}.$$

Таким образом, $y_{чн}=\frac{20}{39}\cos 3x-\frac{4}{39}\sin 3x.$

$$y_{он}=C_1e^{3x}+C_2e^{2x}+\frac{20}{39}\cos 3x-\frac{4}{39}\sin 3x.$$

Задание 6. Найти общее решение уравнения

$$y''-2y'+y=\sin x+e^{-x}. \qquad (40)$$

Решение. Находим общее решение соответствующего однородного уравнения $y''-2y'+y=0$. Для этого составим характеристическое уравнение

$$k^2-2k+1=0 \quad \text{или } (k-1)^2=0 \Rightarrow k_1=k_2=1.$$

Корни характеристического уравнения ***действительные и равные***, поэтому общее решение однородного уравнения имеет вид

$$y_{оо}=C_1e^x+C_2xe^x=e^x(C_1+C_2x).$$

Находим $y_{чн}(x)$. Так как правая часть уравнения есть сумма двух функций $f_1(x)=\sin x$ и $f_2(x)=e^{-x}$, то частное решение будем искать в виде $y_{чн}=y_{чн1}+y_{чн2}$, где $y_{чн1}$ - частное решение уравнения

$$y''-2y'+y=\sin x,$$

а $y_{чн2}$ - частное решение уравнения

$$y''-2y'+y=e^{-x}.$$

Найдем частное решение уравнения $y''-2y'+y=\sin x$. Правая часть имеет вид $\boldsymbol{f(x)=M\cos\beta x+N\sin\beta x}$, где $M=0, N=1, \alpha=0, \beta=1$ и тогда $\alpha\pm i\beta=\pm i$ и значит не совпадает с корнями характеристического уравнения $k_1=k_2=1$. Поэтому частное решение $y_{чн1}$ будем искать в виде:

$$y_{чн1}=A\cos x+B\sin x.$$

Далее находим

$$y'_{чн1}=-A\sin x+B\cos x,$$

$$y''_{чн1}=-A\cos x-B\sin x.$$

Подставив $y_{чн1}$, $y'_{чн1}$ и $y''_{чн1}$ в уравнение $y''-2y'+y=\sin x$, получим

$$(-A-2B+A)\cos x+(-B+2A+B)\sin x=\sin x$$

или

$$-2B\cos x+2A\sin x=\sin x.$$

Приравняем коэффициенты при $\cos x$ и $\sin x$ правой и левой частей уравнения:

$$\begin{matrix}\cos x: \\ \sin x:\end{matrix}\left|\begin{cases}-2B=0, \\ 2A=1\end{cases}\right. \Rightarrow \begin{cases}B=0, \\ A=1/2.\end{cases}$$

Таким образом $y_{чн1}=\dfrac{1}{2}\cos x$.

Найдем частное решение уравнения $y''-2y'+y=e^{-x}$. Правая часть $f_2(x)=e^{-x}$ имеет вид $\boldsymbol{f(x)=P_n(x)\cdot e^{\alpha x}}$, где $P_n(x)=1,\quad \alpha=-1$ и значит не совпадает с корнями характеристического уравнения, поэтому частное решение $y_{чн2}$ будем искать в виде

$y_{чн2}=De^{-x}$.

Тогда $y'_{чн2}=-De^{-x}$ и $y''_{чн2}=De^{-x}$. Подставив $y_{чн2}$, $y'_{чн2}$ и $y''_{чн2}$ в уравнение $y''-2y'+y=e^{-x}$ и сокращая на $e^{-x}\neq 0$, получим $D+2D+D=1$ или $4D=1\Rightarrow D=\dfrac{1}{4}$. Поэтому $y_{чн2}=\dfrac{1}{4}e^{-x}$.Таким образом, общее решение данного неоднородного уравнения имеет вид

$$y_{он}=C_1e^x+C_2e^xx+\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{4}e^{-x}.$$

Задание 7. Найти общее решение уравнения

$$y''+4y=\frac{1}{\cos 2x}. \qquad (49)$$

Решение. Соответствующее линейное однородное уравнение - $y''+4y=0$. Его характеристическое уравнение $k^2+4=0$ имеет корни $k_{1,2}=\pm 2i$. Тогда общее решение однородного уравнения имеет вид:

$y_{00}=C_1\sin 2x+C_2\cos 2x$.

Общее решение данного этого неоднородного уравнения ищем в виде:

$y_{он}=C_1(x)\sin 2x+C_2(x)\cos 2x$,

где $C_1(x)$, $C_2(x)$ - неизвестные функции от x. Для их нахождения составляем систему вида $\begin{cases}\boldsymbol{C_1'(x)\cdot y_1(x)+C_2'(x)\cdot y_2(x)=0,}\\ \boldsymbol{C_1'(x)\cdot y_1'(x)+C_2'(x)\cdot y_2'(x)=f(x).}\end{cases}$, которая в этом конкретном случае имеет вид:

$$\begin{cases}C_1'(x)\sin 2x+C_2'(x)\cos 2x=0\\ 2C_1'(x)\cos 2x-2C_2'(x)\sin 2x=\dfrac{1}{\cos 2x}\end{cases}.$$

Решаем эту систему относительно $C_1'(x)$ и $C_2'(x)$ методом Крамера. Находим

$$\Delta=\begin{vmatrix}\sin 2x & \cos 2x\\ 2\cos 2x & -2\sin 2x\end{vmatrix}=-2\sin^2 2x-2\cos^2 2x=-2(\sin^2 2x+\cos^2 2x)=-2\neq 0.$$

Так определитель отличен от нуля, то система имеет единственное решение. Находим частные определители:

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}0 & \cos 2x\\ \dfrac{1}{\cos 2x} & -2\sin 2x\end{vmatrix}=1,\quad \Delta_2=\begin{vmatrix}\sin 2x & \cos 2x\\ 2\cos 2x & \dfrac{1}{\cos 2x}\end{vmatrix}=tg 2x.$$

Тогда по формулам Крамера имеем

$$C_1'(x) = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -1/2,\ C_2'(x) = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -tg\,2x/2.$$

Откуда интегрированием, получаем $C_1(x) = -x/2 + \overline{C}_1$, $C_2(x) = \ln|\cos 2x|/4 + \overline{C}_2$. Следовательно, решение неоднородного уравнения окончательно имеет вид

$$y_{он} = (\overline{C}_1 - \frac{x}{2})\sin 2x + (\ln|\cos 2x|/4 + \overline{C}_2)\cos 2x.$$

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА №3

Задание 1. Найти общее решение системы

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -7x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x - 5y. \end{cases} \qquad (1)$$

Решение. Первое уравнение системы продифференцируем почленно по t и получим уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -7\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}$$

или запишем короче

$$x'' = -7x' + y'. \qquad (2)$$

Выразим из первого уравнения системы (1) y через x и x',т.е.

$$y = x' + 7x, \qquad (3)$$

а из второго уравнения системы y' также через x и x'

$$y' = -2x - 5(x' + 7x) = -5x' - 37x$$

и подставим в уравнение (2):

$$x'' = -7x' + y' = -12x' - 37x.$$

Мы получили линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами

$$x'' + 12x' + 37x = 0.$$

Характеристическое уравнение $k^2 + 12k + 37 = 0$ имеет комплексные корни $k_{1,2} = -6 \pm i.$ Поэтому общее решение имеет вид

$$x = e^{-6t}(C_1\cos t + C_2\sin t).$$

Находим производную

$$x' = -6e^{-6t}(C_1\cos t + C_2\sin t) - e^{-6t}(C_1\sin t - C_2\cos t).$$

Подставляя значения x и x' в (3), получим y:

$$y = C_1e^{-6t}(\cos t - \sin t) + C_2e^{-6t}(\sin t + \cos t).$$

Ответ: $\begin{cases} x = C_1 e^{-6t}\cos t + C_2 e^{-6t}\sin t, \\ y = C_1 e^{-6t}(\cos t - \sin t) + C_2 e^{-6t}(\sin t + \cos t). \end{cases}$

Задание 2. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 3y - z, \\ \dfrac{dz}{dt} = -x + 2y + 3z. \end{cases}$$

Решение. Характеристическое уравнение данной системы имеет вид

$$\begin{vmatrix} 2-k & 1 & 0 \\ 1 & 3-k & -1 \\ -1 & 2 & 3-k \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$k^3 - 8k^2 + 22k - 20 = 0. \qquad (4)$$

Так как целые корни многочлена являются делителями свободного члена, то на основании этого находим, что число $k_1 = 2$ - корень характеристического уравнения. Разделив левую часть уравнения (4) на $(k-2)$, получим уравнение $k^2 - 6k + 10 = 0$, которое имеет комплексные корни $k_2 = 3 + i, \quad k_3 = 3 - i$.

Частное решение, соответствующее корню $k_1 = 2$ будем искать в виде $x_1 = \alpha_1 e^{2t}; \quad y_1 = \beta_1 e^{2t}, \quad z_1 = \gamma_1 e^{2t}$. Числа $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ определяем из системы

$$\begin{cases} \beta_1 = 0, \\ \alpha_1 + \beta_1 - \gamma_1 = 0, \\ -\alpha_1 + 2\beta_1 + \gamma_1 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 = 0, \\ \alpha_1 = \gamma_1. \end{cases}$$

Полагая $\gamma_1 = 1$, находим $\alpha_1 = 1, \beta_1 = 0$. Таким образом, частное решение, соответствующее корню $\lambda_1 = 2$ имеет вид $x_1 = e^{2t}; \quad y_1 = 0, \quad z_1 = e^{2t}$.

Частное решение, соответствующее корню $k_2 = 3 + i$, будем искать в виде $x_2 = \alpha_2 e^{(3+i)t}, \quad y = \beta_2 e^{(3+i)t}, \quad z = \gamma_2 e^{(3+i)t}$. Числа $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$ определим из системы

$$\begin{cases} (-1-i)\alpha_2 + \beta_2 = 0, \\ \alpha_2 - i\beta_2 - \gamma_2 = 0, \\ -\alpha_2 + 2\beta_2 - i\gamma_2 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta_2 = (1+i)\alpha_2, \\ (2-i)\alpha_2 - \gamma_2 = 0, \\ (1+2i)\alpha_2 - i\gamma_2 = 0. \end{cases}$$

Полагая $\alpha_2 = 1$, получаем $\beta_2 = 1 + i, \gamma_2 = 2 - i.$ Следовательно, частное решение, соответствующее корню $k_2 = 3 + i$ имеет вид

$$x_2 = e^{(3+i)t} = e^{3t}(\cos t + i\sin t),$$

$$y_2 = (1+i)e^{(3+i)t} = (1+i)e^{3t}(\cos t + i\sin t) = e^{3t}((\cos t - \sin t) - i(\cos t + \sin t)),$$

$$z_2 = (2-i)e^{(3+i)t} = (2-i)e^{3t}(\cos t + i\sin t) =$$

$$= e^{3t}((2\cos t = \sin t) + i(2\sin t - \cos t)).$$

Поскольку действительная и мнимая части комплексного решения исходной системы в отдельности будут решениями этой системы, а комплексно-сопряженным корням соответствуют одни и те же решения, возьмем частное решение для $k_2 = 3 + i$ и отделим в нем действительную и мнимую части. Тогда действительные части дадут одно частное решение, а мнимые-другое. Следовательно, для чисел $k_2 = 3 + i,\quad k_3 = 3 - i$ получаем два линейно независимых частных решения

$$x_2 = e^{3t}\cos t,\; y_2 = e^{3t}(\cos t - \sin t),\; z_2 = e^{3t}(2\cos t + \sin t),$$

$$x_3 = e^{3t}\sin t,\; y_3 = -e^{3t}(\sin t + \cos t),\; z_3 = e^{3t}(2\sin t - \cos t).$$

Общее решение исходной системы примет вид

$$x = C_1 e^{2t} + e^{3t}(C_2\cos t + C_3\sin t),$$

$$y = C_1 \cdot 0 + e^{3t}(C_2(\cos t - \sin t) + C_3(\sin t + \cos t) =$$

$$= e^{3t}((C_2 - C_3)\cos t - (C_2 + C_3)\sin t),$$

$$z = C_1 e^{2t} + e^{3t}(C_2(2\cos t + \sin t) + C_3(2\sin t - \cos t)) =$$

$$= C_1 e^{2t} + e^{3t}((2C_2 - C_3)\cos t + (C_2 + 2C_3)\sin t).$$

Ответ: $$\begin{cases} x(t) = C_1 e^{2t} + e^{3t}(C_2\cos t + C_3\sin t), \\ y(t) = e^{3t}((C_2 - C_3)\cos t - (C_2 + C_3)\sin t), \\ z(t) = C_1 e^{2t} + e^{3t}((2C_2 - C_3)\cos t + (C_2 + 2C_3)\sin t). \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ № 9

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Вид задания	Кол-во заданий в тесте	Кол-во баллов за одно задание
Задания на проверку уровня обученности ЗНАТЬ	4	**1**
Задания на проверку уровня обученности УМЕТЬ	7	**2**
Задания на проверку уровня обученности ВЛАДЕТЬ	4	**3**