

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ**

**МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

дисциплины (модуля)

Математика

Закреплена за	Высшей математики
Учебный план	40050350 Направление 40.05.03 - РФ, 530002 - КР Судебная экспертиза
Квалификация	бакалавр
Форма обучения	очная
Общая	2 ЗЕТ

Виды контроля в семестрах:
зачеты с оценкой 2

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Второй семестр - зачет

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Матрицы и действия с ними. Свойства операций над матрицами.
 2. Определители 2-го и 3-го порядков и их свойства.
 3. Обратная матрица и способы ее нахождения.
 4. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы.
 5. Ранг матрицы.
 6. Метод Гаусса.
 7. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
 8. Расстояние от точки до прямой.
 9. Угол между прямыми.
 10. Окружность, эллипс и основные свойства.
 11. Гипербола и основные свойства.
 12. Парабола и основные свойства.
 13. Понятие функции. Способы задания функций. Примеры. Элементарные функции.
 14. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Примеры.
 15. Предел функции (два определения). Основные теоремы о пределах.
 16. Первый и второй замечательные пределы.
 17. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Примеры.
 18. Производная функции, её геометрический смысл. Дифференцируемость и непрерывность функции.
 19. Производные элементарных функций.
 20. Основные правила дифференцирования.
 21. Дифференциал функции и его использование в приближенных вычислениях.
 22. Производные и дифференциалы высших порядков.
 23. Первообразная. Понятие неопределенного интеграла. 24. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы.
 25. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям. 26. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
 27. Замена переменной в определенном интеграле.
 28. Приложения определенного интеграла.
 29. Приложение дифференциала.
 30. Интегрирование по частям.
- Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИЕ 1
Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ см. в ПРИЛОЖЕНИЕ 2

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Эссе, рефераты, курсовые работы и др. программой не предусмотрены.

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам. Типовые расчеты №1, №2 в количестве 15 вариантов (ПРИЛОЖЕНИЕ 3), Контрольная работа №1 (ПРИЛОЖЕНИЕ 4) в количестве 15 вариантов.

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ

1. Найти линейную комбинацию матриц

$$1. \quad 3A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \quad 5A - 4B + E, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 7 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad 3B + 4A, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 4 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad 7A + B - 3E, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 7 & 1 & 7 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A - 11B, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 9 & 1 & 7 \\ 5 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 5 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найти произведения матрицы АВ и ВА

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad B = (3 \quad 6 \quad 2)$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 3 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Транспонировать матрицу

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 2 & -7 \end{pmatrix},$$

$$5. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Вычислить определителей второго порядка

$$1. \quad \begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2. \quad \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 7 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$3. \quad \begin{vmatrix} 11 & 9 \\ 3 & 32 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

5. Вычислить определителей 3-го порядка

$$1. \quad \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -7 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2. \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 6 & 2 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 3 & 8 & -7 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$3. \quad \begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ -2 & 1 & -7 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -3 & -4 \\ 6 & 1 & -7 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

6. Найти расстояние между двумя точками

1. $M_1(5;6)$, $M_2(2;2)$.
 2. $M_1(5;6)$, $M_2(3;2)$.
 3. $M_1(4;3)$, $M_2(2;2)$.
 4. $M_1(1;5)$, $M_2(4;2)$.
 5. $M_1(5;2)$, $M_2(2;2)$.
- . Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 пополам.
1. $M_1(5;2)$, $M_3(2;2)$.
 2. $M_1(5;2)$, $M_3(1;2)$.
 3. $M_1(3;2)$, $M_3(1;6)$.

Приложение №1. Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ | 3

4. $M_1(6;2)$, $M_3(4;4)$. 5. $M_1(2;6)$, $M_3(2;2)$

2. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(5;2)$, $M_3(2;2)$ пополам.

3. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(5;2)$, $M_3(1;2)$ пополам.

4. Найти площадь треугольника с вершинами $A(3;-2)$, $\hat{A}(-5;-4)$, $\tilde{N}(-1;6)$.

5. Найти площадь треугольника с вершинами $A(2;5)$, $\hat{A}(-3;4)$, $\tilde{N}(-4;-2)$.

7. Прямая в плоскости

1. Определит взаимное расположение следующих пар прямых:

$$3x + 5y - 9 = 0, \quad 10x - 6y + 4 = 0.$$

2. Определит взаимное расположение следующих пар прямых:

$$x - 2y - 1 = 0, \quad -2x + 4y + 2 = 0.$$

3. Определит взаимное расположение следующих пар прямых:

$$x + 8 = 0, \quad 2x - 3 = 0.$$

4. Дано общее уравнение прямой $12x - 4y - 60 = 0$. Написать уравнение с угловым коэффициентом.

5. Дано общее уравнение прямой $12x - 4y - 60 = 0$. Написать уравнение в отрезках.

6. Найти угол, образуемый прямой $5x + 5y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .

8. Эллипс

1. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) координаты фокусов.

2. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) эксцентриситет эллипса.

3. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$. Найти: 1) координаты фокусов; 2) уравнения директрис и расстояние между ними.

4. Дано уравнение эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) фокальные радиусы точки $M(5;0)$.

9. Гипербола

1. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) координаты фокусов.

2. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) эксцентриситет гиперболы.
3. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$. Найти: 1) координаты фокусов; 2) уравнения директрис.
4. Дано уравнение гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$. Найти: 1) длины его полуосей; 2) фокальные радиусы точки $M(5,0)$ правой ветви гиперболы.

10. Парабола

1. На параболе $y^2 = 4x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 4.
2. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти координаты ее фокуса.
3. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти длину фокального радиуса точки $M(4; 4)$.

11. Область определения функции

1. Найти области определения функции $f(x) = x^3 - x$.
2. Найти области определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+1}$.
3. Найти области определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x+1}$.
4. Найти области определения функции $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$.
5. Найти области определения функции $f(x) = 5 \sin x$.
6. Найти области определения функции $f(x) = 1 - 3 \ln x$.

12. Четность и нечетность функции

1. Установить четность и нечетность функций $f(x) = \cos 2x + x \sin x$.
2. Установить четность и нечетность функций $f(x) = x^2 \sin 3x$.
3. Установить четность и нечетность функций $f(x) = \cos 2x$.
4. Установить четность и нечетность функций $f(x) = |x+1| + 2$.
5. Установить четность и нечетность функций $f(x) = \cos 2x + x \sin x$.
6. Установить четность и нечетность функций $f(x) = x \sin x$.

7. Установить четность и нечетность функций $f(x) = x^2 - x$.

13. Пределы

1. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.
2. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$.
3. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$.
4. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5}{x^2 - 6x + 5}$.
5. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$.
6. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$.
7. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{4}{x^2 - 4} \right)$.
8. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$.
9. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^3}$.
10. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{3 - x} - \frac{4}{x^2 - 9} \right)$.

14. Производная

Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim_{x \rightarrow \pi/8} \frac{\pi/4 - 2x}{\sin(2x + 3\pi/4)}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(3x - 14)}{4^{2x-10} - 1}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 6) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7^{2x-3} - 7^3}{e^{6-2x} - 1}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 + \cos(x/2)}{(x - 2\pi)^2}$.
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(13 - 3x^2)}{3^{x-2} - 1}$.

Найти производные следующих функций:

1. $y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$
2. $y = \frac{8x^4 - 7 \log_8 x}{e^x + 2 \arcsin x}$

3. $y = \ln tg(4x-1)$

4. $y = (\sin x)^{x^3}$

5. $y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$

Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \arctg 7t, \\ y = 7t^4 - 21t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \ln(8-7t), \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \operatorname{arcctg} 7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \ln(4+3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$$

15 Интегралы

Вычислить неопределенный интеграл

1. $\int \frac{x^2}{x^3+8} dx$.

2. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$

3. $\int e^{\cos x} \sin x dx$

4. $\int (4-5x)3^x dx$

5. $\int \frac{x^3+9x^2+11x-20}{x^2(x+5)} dx$

6. $\int (x-1)(x^2+x+1) dx$

7. $\int e^{2\sin x} \cos x dx$.

8. $\int \frac{1}{1-\sqrt{x}} dx$

9. $\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x+3\sin^2 x}$

10. $\int \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$

Вычислить определенный интеграл

1. $\int_2^3 y \ln(y-1) dy$

2. $\int_{-2}^0 x e^{-x/2} dx$.

3. $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$.

4. $\int_0^{\pi} x \sin x dx$.

5. $\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx$.

6. $\int_1^2 (y-1) \ln y dy$.

7. $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$.

8. $\int_{-1/3}^{-2/3} x e^{-3x} dx$.

9. $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.

10. $\int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x dx$.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

1. Привести к ступенчатому виду матрицы

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 7 \\ 2 & 3 & 3 & -2 \\ 7 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определители разложением по какой-нибудь строке или столбцу

$$1. \begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$2. \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -7 \\ 8 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -6 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$3. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & 8 \\ 3 & 2 & 1 & 9 \\ 2 & 6 & 2 & 7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 8 & 1 & -5 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 5 & 8 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 8 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 0 & 7 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 8 \\ 4 & 8 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу методом элементарных преобразований

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Исследовать системы линейных уравнений, для совместных систем, найти решение

$$1. \begin{cases} x + 2y = 3, \\ -2x + 3y = 0, \\ -2x - 4y = 1. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -x + y - 3z = 5, \\ 3x - y - z = 2, \\ 2x + y - 9z = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - y - z = 0, \\ 3x + 4y - 2z = 0, \\ 3x - 2y + 4z = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11, \\ 3x + 4y - z = -5. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -2; \\ -5x_1 + 8x_2 - 4x_3 + 12x_4 = -4; \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 12x_4 = -1; \\ -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

5. Метод координат

1. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(3;2)$, $M_3(1;6)$ пополам.
2. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(6;2)$, $M_3(4;4)$ пополам.
3. Найти координаты точки M_2 делящей отрезок M_1M_3 , где $M_1(2;6)$, $M_3(2;2)$ пополам.
4. Найти площадь треугольника с вершинами $A(3;4)$, $\hat{A}(2;-1)$, $\tilde{N}(1;-7)$.
5. Найти площадь треугольника с вершинами $A(-4;-5)$, $\hat{A}(3;3)$, $\tilde{N}(5;-2)$.
6. Найти площадь треугольника с вершинами $A(-3;5)$, $\hat{A}(4;-3)$, $\tilde{N}(-2;-4)$.

6. Прямая

1. Найти угол, образуемый прямой $6x - 6y - 17 = 0$ с положительным направлением оси Ox .

2. Найти угол, образуемый прямой $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$ с положительным направлением оси Ox
3. Дано общее уравнение прямой $3x - 2y - 60 = 0$. Написать уравнение с угловым коэффициентом.
Дано общее уравнение прямой $15x + 12y - 60 = 0$. Написать уравнение в отрезках.
4. Дано общее уравнение прямой $x - 4y - 60 = 0$. Написать уравнение с угловым коэффициентом.
5. Дано общее уравнение прямой $10x + 5y - 50 = 0$. Написать уравнение в отрезках.
6. Написать уравнение биссектрисы второго и четвертого координатных углов.
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2;3;1)$ параллельно плоскости Oxy .
8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(5;-4;6)$ перпендикулярно оси Ox .
9. Написать уравнение плоскости $3x + 4y + 6z - 12 = 0$ в отрезках.
10. Написать уравнение плоскости $4x + 6y + 3z - 12 = 0$ в отрезках

7. Эллипс

1. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая ось равна 12 и фокусы суть $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.
2. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 6 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{6}$.
4. Составить уравнение эллипса, если эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{7}{25}$ и заданы фокусы $(\pm 7,0)$.
5. Составить уравнение эллипса, если расстояние между фокусами равна 24 и большая ось равна 26.
6. Составить уравнение эллипса, если эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{6}$ и заданы фокусы $(\pm 5,0)$.

8. Гипербола

1. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-6;0)$, $F_2(6;0)$.

Приложение №2. Вопросы для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ | 4

2. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его малая ось равна 4 и фокусы суть $F_1(-10;0)$, $F_2(10;0)$.
3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его большая полуось равна 10 и эксцентриситет гиперболы равен $\varepsilon = \frac{6}{5}$.
4. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{25}{7}$ и заданы фокусы $(\pm 25,0)$.
5. Составить уравнение гиперболы, если $c = 10$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.
6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.

9. Парабола

1. Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(2; -4)$.
2. Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4$ с осью Ox .

10. Область определения функции

1. Найти области определения функции $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.
2. Найти области определения функции $f(x) = \frac{1}{x-1}$.
3. Найти области определения функции $f(x) = \sin 3x$.
4. Найти области определения функции $f(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{5-x}$.
5. Найти области определения функции $f(x) = \log_2(x-2)$.
6. Найти области определения функции $f(x) = 5^{\frac{1}{x+2}}$.
7. Найти области определения функции $f(x) = \sqrt{x^2 + 10x + 25}$.
8. Найти области определения функции $f(x) = \frac{x^2 - 4}{5x + 3}$.
9. Найти области определения функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$.

11. Точки разрыва функция

1. Найти точку разрыва функции $f(x) = \frac{3}{x-4}$.
2. Найти точку разрыва функции $f(x) = \frac{3}{x}$.
3. Найти точку разрыва функции $f(x) = \operatorname{tg} x$.

4. Найти точку разрыва функции $f(x) = 3^{\frac{1}{x-3}}$.

5. Найти точку разрыва функции $f(x) = 3^{\frac{1}{x-3}}$.

6. Найти точку разрыва функции $f(x) = x - |x|$.

7. Найти точку разрыва функции $f(x) = 1 - 3^{\frac{1}{x}}$.

8. Найти точку разрыва функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$.

12. Предел

1. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{5-x} - \frac{4}{x^2-25} \right)$.

2. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$.

3. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$.

4. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$.

5. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{x}}$.

6. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x}{x}$.

7. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$.

8. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$.

9. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$.

10. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x^3}$.

13. Производные

Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin x}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x-1)}$.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1}.$

6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x+9) - \ln 3}.$

Найти производные следующих функций:

1. $y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$

2. $y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$

3. $y = \ln \sin(2x+5)$

4. $y = x^{\ln x}$

5. $y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$

Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

1. $\begin{cases} x = \ln(1+2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x = \ln(1-4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$

14. Интегралы

1. $\int x \sqrt{5-x^2} dx.$

2. $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int x^3 e^{x^4} dx$

4. $\int (3x-2) \cos 2x dx$

5. $\int \frac{x^3 - 8x - 14}{(x+2)(x-4)} dx$

6. $\int \frac{3x^2 - x^5 e^x - 14}{x^5} dx$

7. $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx.$

8. $\int \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}-1} dx$

9. $\int \frac{dx}{3+2 \cos x}$

10. $\int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt[3]{1+x^2} dx.$

11. $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5}{\sqrt{x^6+1}} dx.$

12. $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx.$

13. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx.$

14. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx.$

15. $\int_{3/4}^{4/3} \frac{4x}{x^2+1} dx.$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 1 + \frac{3}{4}x^2$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 1 - x^2$ $x = 0$, $x = 1$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ $y = 0$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{1 + x^2}$, $y = \frac{x^2}{2}$.
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$, $y = -x$.
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2(x - 1)$, $x = 3$.

ОБРАЗЦЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

Типовой расчет №1

Вариант 1

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы 1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$, 2. $\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 4; \\ 2x + y - 6z = 1; \\ 2x + 3y + 2z = 2. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых

$$2x - y - 1 = 0 \text{ и } 3x - y + 4 = 0 \text{ параллельно прямой } 4x + 2y - 13 = 0.$$

5. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 6 и

$$\text{эксцентриситет эллипса равен } e = \frac{5}{6}.$$

6. Найти угол, образуемый прямой $5x + 5y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .

7. Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4 = 0$ с осью Ox .

Вариант 2

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 4A^T - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы 1. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 5 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}$, 2. $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -7 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - 2y + 2z = 3; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

- Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы AE и высоты AD .
- Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.
- Найти угол, образуемый прямой $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$ с положительным направлением оси Ox
- Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(2; -4)$.

Вариант 3

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 6A^T - 9, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 9 & -7 & -5 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 & 3 \\ 3 & 4 & 7 & 9 \\ 1 & 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

Вариант 4

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 8A + 3A^T - 3, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 2; \\ x - 3y + z = 3. \end{cases}$$

- Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(-2;1)$ на расстоянии 1 от начала координат.
- Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $F(1;1)$, $K(-2;3)$.

6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.
7. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти координаты ее фокуса.

Вариант 5

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7A - 9A^T + 1, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 12 \\ 4 & -1 & 4 & 3 \\ 9 & -8 & -6 & 8 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -7 \\ 3 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2; \\ x + y - z = 3; \\ x + y + 2z = 6. \end{cases}$$

4. Найти геометрическое место точек, расстояние от которых до прямой $5x - 12y + 26 = 0$ равно 3.
5. Дан треугольник с вершинами $A(-2;0), B(2;4), C(4;0)$. Найти уравнения сторон треугольника.
6. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-6;0), F_2(6;0)$.
7. На параболе $y^2 = 4x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 4.

Вариант 6

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A + 4A^T - 2, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 4 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ 4x - y + z = 2. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x + 3y - 1 = 0$ и $x - 2y + 4 = 0$ параллельно прямой $6x + 2y - 13 = 0$.

- Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 7 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{8}{7}$.
- Найти угол, образуемый прямой $5x + y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .
- Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $4x - 3y - 4 = 0$ с осью Oy .

Вариант 7

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 4 & 4 & -1 & 4 \\ 3 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 4 & 2 & 1 \\ 8 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

- Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения сторон и высоты AD .
- Написать уравнение биссектрисы второго и четвертого координатных углов.
- Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 7 и фокусы суть $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.
- Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(3; -5)$.

Вариант 8

- Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 4, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}.$$

- Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 8 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

- Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

- Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,3)$, параллельно прямой $6x + 5y + 6 = 0$

5. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках $A(1;3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если $c = 15$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.
7. Дана парабола $x^2 = 7y$. Найти длину фокального радиуса точки $M(3; 4)$.

Вариант 9

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = 3A^2 + 2(3E + A)A^T - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} -10 & -3 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 8 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 8 \\ 2 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

4. Найти геометрическое место точек, расстояние от которых до прямой $5x - 2y + 6 = 0$ равно 5.
5. Дан треугольник с вершинами $A(-2;3), B(2;4), C(4;2)$. Найти уравнения сторон треугольника.
6. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 4 и фокусы суть $F_1(-11;0), F_2(11;0)$.
7. На параболе $y^2 = 5x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 7.

Вариант 10

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 3A^T, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 2 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 4 & 5 & 7 \\ 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(-6; 2)$ на расстоянии 2 от начала координат.

5. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $A(7;1)$, $B(-5;3)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{7}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{9}{3}$.
7. Дана парабола $x^2 = 9y$. Найти координаты ее фокуса.

Вариант 11

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 3A + 2, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 8 & 2 \\ 4 & 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x - y - 1 = 0$ и $7x - y + 4 = 0$ параллельно прямой $5x + 2y - 13 = 0$.
5. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 3 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{7}$.
6. Найти угол, образуемый прямой $5x + 3y - 7 = 0$ с положительным направлением оси Ox .
7. Составить уравнение параболы, если ее фокус находится в точке пересечения прямой $5x - 3y - 4$ с осью Ox .

Вариант 12

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 3A^T + 2, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы $1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}, 2. B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 5 \\ 4 & 3 & 8 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$
4. Дан треугольника с вершинами $A(-2;7)$, $B(2;4)$, $C(4;6)$. Найти уравнения медианы AE и высоты AD .
5. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 7 и фокусы суть $F_1(-8;0)$, $F_2(8;0)$.
6. Найти угол, образуемый прямой $\sqrt{3}x - y - 8 = 0$ с положительным направлением оси Ox
7. Составить уравнение параболы, вершина которой лежит в начале координат и которая проходит через точку $F(5; -4)$.

Вариант 13

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2A^2 - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -4 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -9 & -3 \\ 5 & 13 & -7 & 1 \\ 3 & -3 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 2; \\ x - y + z = 1. \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,3)$, параллельно прямой $3x + 2y + 6 = 0$
5. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках $A(1,3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если $c = 10$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.
7. Дана парабола $x^2 = 4y$. Найти длину фокального радиуса точки $M(4; 4)$.

Вариант 14

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ -6 & -8 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 6 \\ 9 & -8 & -6 & 4 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 4 \\ 5 & 6 & -1 \\ -2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(-2; 5)$ на расстоянии 3 от начала координат.
5. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $A(4; 1)$, $B(-2; 3)$.
6. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.
7. Дана парабола $x^2 = 5(y - 5)$. Найти координаты ее фокуса.

Вариант 15

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7AA^T + 5, \quad 1. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ -11 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Найти ранг матрицы 1. $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 8 & -8 & -6 \end{pmatrix}$, 2. $B = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 & 11 \\ 2 & 0 & 6 & -9 \\ 8 & -3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

3. Решить систему с помощью формулы Крамера и матричным методом

$$\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$$

4. Найти геометрическое место точек, расстояние от которых до прямой $5x - 13y + 26 = 0$ равно 5.
5. Дан треугольник с вершинами $A(-2; 7)$, $B(2; 4)$, $C(4; 8)$. Найти уравнения сторон треугольника.
6. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 8 и фокусы суть $F_1(-16; 0)$, $F_2(16; 0)$.
7. На параболе $y^2 = 49x$ найти точку, фокальный радиус которой равен 5.

Типовой расчет №2

Вариант 1

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} (x - \sqrt{x^2 + 8})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$$

$$2. y = \ln \sin(2x + 5)$$

$$3. y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int x \sqrt{5 - x^2} dx.$$

$$2. \int x^3 e^{x^4} dx$$

$$3. \int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx.$$

Вариант 2

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x + 6}{2^x - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$$

$$2. y = \frac{1}{2} \sin^4(\cos x)$$

$$3. y = (2^x + 4 \sin x)(3 \ln x - 2)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \sin^3 x \cos x dx .$$

$$2. \int 3x \sqrt{5 - x^3} dx$$

$$3. \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$$

Вариант 3

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} [\ln(x + 3) - x^2 + 5]$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{2x^2 - 12x + 18}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 - 4x}$$

Найти производные следующих функций

$$1. y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^2}$$

$$2. y = \arccos(\operatorname{ctg} 4x)$$

3.

$$y = (5\operatorname{tg} x - e^x)(4\log_7 x + 3)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x} dx. \quad 2.$$

$$\int (2x+1)e^{5x} dx$$

$$3. \int \frac{x^2}{x^6 + 4} dx.$$

Вариант 4

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{2x^2 - 9} - 2x) \quad 4.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 8}}{2x - 2}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3$$

$$2. y = \operatorname{arctg} e^{2x}$$

$$3. y = (8\operatorname{ctg} x + 3^x)(2\ln x - 5)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{x^2}{x^3 + 8} dx.$$

$$2. \int e^{\cos x} \sin x dx$$

$$3. \int (x-1)(x^2+x+1)dx$$

Вариант 5

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 2}{3x^2 + 5x - 6}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{5 - \sqrt{x + 23}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[7]{x^4}$$

$$2. y = \ln(\arcsin 3x)$$

$$3. y = (e^x - 4\operatorname{tg} x)(3 + 7 \log_3 x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int e^{\sin x} \cos x dx.$$

$$2. \int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx$$

$$3. \int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$$

Вариант 6

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+1}{5x-7} \right)^{x^2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - x - 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{(10x-4)}{\sqrt{5x^2-2x+1}} dx.$$

$$2. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$$

$$3. \int (5x^2 - 16x^4 - 2) \ln x \, dx$$

Вариант 7

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-3} - 1}{2^{x-2} - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^5 - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$$

$$2. y = \ln(e^{2x} + 3)$$

$$3. y = (e^x + 6\operatorname{ctgx})(9 + 7\log_6 x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{x}{(3+x^3)^2} dx$$

$$2. \int \frac{2x^2 - 5x + 2}{(x-3)(x+2)} dx$$

$$3. \int (3-5x) \cos 3x \, dx.$$

Вариант 8

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -3} (\sqrt{x^2 + 16} - x + 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{15 - 5x}{3 - \sqrt{4x - 3}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[3]{x^7} - 4x^6 + \frac{4}{x^5}$$

$$2. y = 3^{-\arcsin(6x)}$$

$$3. y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{x}{(2+x^2)^2} dx.$$

$$2. \int 3^{-x^4} \cdot x^3 dx$$

$$3. \int (6x + 2) \sin 6x \, dx$$

Вариант 9

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\ln(2x+9)}{x^2-1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-8x+16}{2x^2-5x-12}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3}$$

$$2. y = e^{tg(3x-2)}$$

$$3. y = (5^x + 2 \cos x)(10 - 3 \ln x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int 5^{-x^3} \cdot x^2 dx$$

$$2. \int \frac{4x^2-9x-4}{(x-2)(x+1)} dx$$

$$3. \int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln x}} dx.$$

Вариант 10

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+3}{x+4} \right)^{x-5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{7x^2-5x-2}{-x^2+3x-2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$$

$$2. y = (1 + \sin 2x)^{10}$$

$$3. y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int (x^5 - 4x^3 + 3) \ln x \, dx$$

$$5. \int \frac{3x^3 + 12x - 4}{x(x^2 + 4)} \, dx$$

$$3. \int \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1} \, dx$$

Вариант 11

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x - 1}{2x^2 - 4x + 3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 5x - 25}{x^2 - 25}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{6x - 2}}{9 - 3x}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$$

$$2. y = 2^{\arcsin 5x}$$

$$3.$$

$$y = (10 \ln x + 6^x)(2 \sin x - \sqrt{3})$$

Вычислить интеграл

$$1. \int (e^x + 4)^3 e^x dx.$$

$$2. \int (3x + 18) 2^x dx$$

$$3. \int \frac{(x+1)^3}{x^2} dx$$

Вариант 12

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 5}{\ln(x + 3)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 - x - 6}{3x^3 + 4x^2 + x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^3 + 3x^2}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2\sqrt{x^3} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$$

$$2. y = (1 + \cos 3x)^6$$

$$3. y = (e^x - 7 \log_3 x)(\sqrt{2} - 3 \operatorname{tg} x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{1}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}} dx.$$

$$2. \int \frac{1}{(1 + \sqrt{x})^2} dx$$

$$3. \int \frac{\arccos x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

Вариант 13

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 6x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 12x + 18}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3x+10} - 1}{2x+6}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$$

$$2. y = \ln \operatorname{tg}(4x - 1)$$

$$3. y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int (e^x + 4)^3 e^x dx.$$

$$2. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$$

$$3. \int \frac{1}{x \sqrt{\ln^3 x}} dx$$

Вариант 14

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} [\ln(x^2 + 3) - \ln(3x^2 + 1)]$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{2x^2 - 11x - 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{7 - \sqrt{19-10x}}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x}$$

$$2. y = \sin(e^{4x+3})$$

$$3. y = (e^x - 5 \log_8 x)(6 \operatorname{ctg} x - 1)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx.$$

$$2. \int \frac{x dx}{\sqrt{4x+5}}$$

$$3. \int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$$

Вариант 15

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x^2 + 12} - \sqrt{3x^2 - 3})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2 + 3x + 27}{2x^2 - 5x - 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$$

Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4$$

$$2. y = \arcsin(\ln(2x))$$

$$3. y = (2^x + 3 \ln x)(4 \cos x + 11)$$

Вычислить интеграл

$$1. \int \sin^3 x \cos x dx.$$

$$2. \int \frac{1}{\sqrt{x}-1} dx$$

$$3. \int 3x\sqrt{5-x^3} dx$$

ПРИЛОЖЕНИЕ №4

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Вариант 1

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - y - 1 = 0$ и $3x - y + 4 = 0$ параллельно прямой $4x + 2y - 13 = 0$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 6 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{5}{6}$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 4; \\ 2x + y - 6z = 1; \\ 2x + 3y + 2z = 2. \end{cases}$

Вариант 2

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 4A^T - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы AE и высоты AD .
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 5 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 2; \\ 3x + 4y - z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 3

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 6A^T - 9, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках A(1;3), B(4;1), C(-1;1).

3. Составить уравнение гиперболы, если $c = 10$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{4}{3}x$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 9 & -7 & -5 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} x - y + 2z = 5; \\ 2x + 3y + z = 4; \\ x - y + z = 3. \end{cases}$

Вариант 4

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 8A + 3A^T - 3, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки F(1;1), K(-2;3).

3. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{3}$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + y - z = 8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 5

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7A - 9A^T + 1, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольник с вершинами A(-2;0), B(2;4), C(4;0). Найти уравнения сторон треугольника.

3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 6 и фокусы суть $F_1(-6;0)$, $F_2(6;0)$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 12 \\ 4 & -1 & 4 & 3 \\ 9 & -8 & -6 & 8 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} x + 2y + z = 2; \\ x + y - z = 3; \\ x + y + 2z = 6. \end{cases}$

Вариант 6

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A + 4A^T - 2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ 5 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x - y - 1 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$ параллельно прямой $x + 2y - 13 = 0$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 8 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{7}{6}$.

4.

5. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 4 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

6. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 1; \\ 3x + y - 5z = -8; \\ y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 7

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

2. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 3y - 1 = 0$ и $3x - 2y + 4 = 0$ параллельно прямой $4x + y - 13 = 0$.
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его большая полуось равна 5 и эксцентриситет эллипса равен $\varepsilon = \frac{3}{2}$.

4.

5. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 4 & 4 & -1 & 4 \\ 3 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

6. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

Вариант 8

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 4, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы BE и высоты BD .
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 5 и фокусы суть $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.

4. Найти ранг матрицы
$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ x + 4y - 5z = 4; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

Вариант 9

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = 3A^2 + 2(3E + A)A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угол между высотой BD и медианой BE в треугольнике с вершинами в точках $A(1,3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.

3. Составить уравнение гиперболы, если $c = 7$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{5}{2}x$.

4. Найти ранг матрицы
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 5 \\ 8 & 4 & -1 & 4 \\ 5 & 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

Вариант 10

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2AA^T - 3A^T, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;0)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$. Найти уравнения медианы CE и высоты CD .
3. Составить уравнение эллипса, зная, что: его малая ось равна 8 и фокусы суть $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 2 \\ 9 & -8 & -6 & 3 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 4; \\ 3x + 4y - 5z = -2; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 11

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 - 3A + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угол между высотой CD и медианой CE в треугольнике с вершинами в точках $A(1;3)$, $B(4;1)$, $C(-1;1)$.

3. Составить уравнение гиперболы, если $c = 13$ и уравнения асимптот $y = \pm \frac{2}{3}x$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} x - y - z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 12

1. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 5A - 3A^T + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Дан треугольника с вершинами $A(-2;2)$, $B(3;4)$, $C(4;2)$. Найти уравнения сторон треугольника.

3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 4 и фокусы суть $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.
4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 13

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^3 + 2A^2 - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$
2. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $F(7;1)$, $B(-2;3)$.
3. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{5}{3}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{8}{5}$.
4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ 4 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -4 \end{pmatrix}$
5. Решить систему с помощью формулы Крамера $\begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ x + 4y - z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$

Вариант 14

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 2A - 3A^T - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 7 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$
2. Дан треугольник с вершинами $A(-4;0)$, $B(1;4)$, $C(4;1)$. Найти уравнения сторон треугольника.
3. Составить уравнение гиперболы, зная, что: его действительная ось равна 7 и фокусы суть $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$.
4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 1 \\ 4 & -1 & 4 & 6 \\ 9 & -8 & -6 & 4 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 3; \\ -x + 2y - z = 3; \\ x + 2y + z = 1. \end{cases}$$

Вариант 15

1. Найти знамение матричного многочлена $f(A)$:

$$f(A) = A^2 + 7AA^T + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найти угловой коэффициент к прямой и ординату точки ее пересечения с осью ординат, зная, что прямая проходит через точки $A(2;1)$, $K(-4;3)$.

3. Составить уравнение гиперболы, если эксцентриситет равен $\varepsilon = \frac{5}{2}$ и расстояние между директрисами равно $\frac{7}{3}$.

4. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 8 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

5. Решить систему с помощью формулы Крамера
$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ x - 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вариант 1

1. Найти предел функции: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$

2. Найти производной функций

$$y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

3. Найти интеграл

$$\int x \sqrt{5 - x^2} dx$$

Вариант 2

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}.$$

2. Найти производной функций

$$y = \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$$

3. Найти интеграл

$$\int \sin^3 x \cos x dx$$

Вариант 3

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-3x+2}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (5 \operatorname{tg} x - e^x)(4 \log_7 x + 3)$$

3. Найти интеграл

$$\int (2x+1)e^{5x} dx$$

Вариант 4

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x^2-6x+5}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (8 \operatorname{ctg} x + 3^x)(2 \ln x - 5)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x^2}{x^3+8} dx$$

Вариант 5

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x}.$$

2. Найти производной функций

$$y = \ln(\arcsin 3x)$$

3. Найти интеграл

$$\int e^{\sin x} \cos x dx$$

Вариант 6

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2+5x-2}{3x-1}.$$

2. Найти производной функций

$$\int (5x^2-16x^4-2) \ln x dx$$

3. Найти интеграл

$$\int (3-5x) \cos 3x dx$$

Вариант 7

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1}.$$

4. Найти производной функций

$$\int (5x^2 - 16x^4 - 2) \cos x \, dx$$

5. Найти интеграл

$$\int (2 - x) \cos 4x \, dx$$

Вариант 8

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 - 3x^3 + x^2}{x^4 + 2x}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x}{(2 + x^2)^2} \, dx$$

Вариант 9

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{4}{x^2 - 4} \right).$$

2. Найти производной функций

$$y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3}$$

3. Найти интеграл

$$\int 5^{-x^3} \cdot x^2 \, dx$$

Вариант 10

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x - 5}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

2. Найти производной функции

$$y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1} \, dx$$

Вариант 11

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}.$$

2. Найти производной функций

$$y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{(x+1)^3}{x^2} dx$$

Вариант 12

1. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (e^x - 7 \log_3 x)(\sqrt{2} - 3 \operatorname{tg} x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{1}{(1 + \sqrt{x})^2} dx$$

Вариант 13

1. Найти предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$$

2. Найти производной функций

$$y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}$$

Вариант 14

1. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{3-x} - \frac{4}{x^2-9} \right).$$

2. Найти производной функций

$$y = (e^x - 5 \log_8 x)(6 \operatorname{ctg} x - 1)$$

3. Найти интеграл

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{4x+5}}$$

Вариант 15

1. Найти предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{1}{5-x} - \frac{4}{x^2-25} \right).$$

2. Найти производной функций

$$y = (2^x + 3 \ln x)(4 \cos x + 11)$$

3. Найти интеграл $\int 3x\sqrt{5-x^3} dx$