

УДК 539.215

ДЕФОРМАЦИЯ МРАМОРА

Б.А. Рычков, Н.М. Комарцов, М.А. Кулагина

КРСУ, г. Бишкек, Кыргызская Республика

Дается анализ экспериментальных данных для мрамора. Цилиндрические образцы были испытаны по схеме Т. Кармана. Реализовано сложное нагружение. Сначала создавалось гидростатическое давление. Затем увеличивалась осевая нагрузка. Представлены графически значения осевой деформации. Эти экспериментальные данные использованы для определения механических характеристик мрамора.

Ключевые слова: деформация, напряжение, модуль упругости, закон Гука, мрамор, упрочнение

МРАМОРДУН МАЙЫШУУСУ

Б.А. Рычков, Н.М. Комарцов, М.А. Кулагина

КРСУ, Бишкек шаары, Кыргыз Республикасы,

Эксперименталдык маалыматтарды анализдөө мрамор тоо-теги үчүн берилген. Цилиндрдик үлгүлөр Карман схемасы боюнча тажырыйбалык сыноодон өткөрүлдү. Татаал түрдөгү жүктөө ишке ашырылды. Эң алгач гидростатикалык басым түзүлгөн. Андан кийин бир багыттуу жүктөө көбөйтүлгөн. Багыттуу майышуунун маанилери график түрүндө көрсөтүлдү. Бул тажырыйбалык маалыматтар мрамордун механикалык көрсөткүчтөрүн аныктоо үчүн пайдаланылды.

Өзөктүк сөздөр: майышуу, чыңалуу, серпилгичтик модулу, Гуктун мыйзамы, мрамор, бекемделүү

DEFORMATION OF MARBLE

B.A. Rychkov, N.M. Komartsov, M.A. Kulagina

KRSU, Bishkek, Kyrgyz Republic

The analysis of experimental data for marble is given. Cylindrical samples were tested according to the T. Karman scheme. Complex loading is realized. First, hydrostatic pressure was created. Then the axial load increased. The values of axial deformation are graphically represented.

These experimental data were used to determine the mechanical characteristics of marble.

Key words: deformation, stress, modulus of elasticity, Hooke's law, marble, strengthening.

Введение

Поведение горных пород в массиве моделируется в лабораторных условиях неравномерным трехосным сжатием стандартных образцов по схеме Т. Кармана. В результате таких испытаний для разнообразных пород определяются их механические свойства [1, 2, 3, 4], которые затем используются при решении прикладных задач разработки полезных ископаемых.

В данной работе рассмотрены экспериментальные данные для мрамора [1], полученные при испытании цилиндрических образцов путем предварительного гидростатического давления (1-ый этап нагружения) с последующим приращением осевого давления при достигнутом постоянном боковом давлении (2-ой этап нагружения). Как и в других подобных испытаниях [5, 6] обычно фиксируется только приращение осевой деформации, вызванное приращением осевой нагрузки (соответствующей второму этапу нагружения). Это обстоятельство приводит к затруднению при определении упругих свойств материала. В данном сообщении исследована применимость обобщенного закона Гука, что позволило достоверно выделить из экспериментально наблюдаемой деформации неупругую ее составляющую при напряжениях, превышающих пределы упругости. Возникающее при этом деформационное упрочнение отображается концепцией скольжения в трактовке М.Я. Леонова и учетом дилатансии в соответствии с гипотезой В.В. Новожилова о всестороннем характере разрыхления.

1. Исходные данные [1] и определение упругих констант горной породы. При предварительном гидростатическом давлении образцов мрамора до некоторого уровня (обозначаемого в оригинале P_H) фиксировались значения главных напряжений (σ_i , $i=1,2,3$). Затем увеличивалось осевое напряжение σ_1 при достигнутых главных напряжениях $\sigma_2 = \sigma_3 = const$ и регистрировалось только приращение осевой деформации (обозначаемого в оригинале ε), что представлено на рис. 1. В отличие от полухрупких горных пород, таких как диорит и перидотит (поведение которых представлено в предыдущем сообщении [7]), мрамор при нагружениях за пределы упругости обладает значительной составляющей неупругой деформации, сопоставимой с наблюдаемой у пластичных материалов.

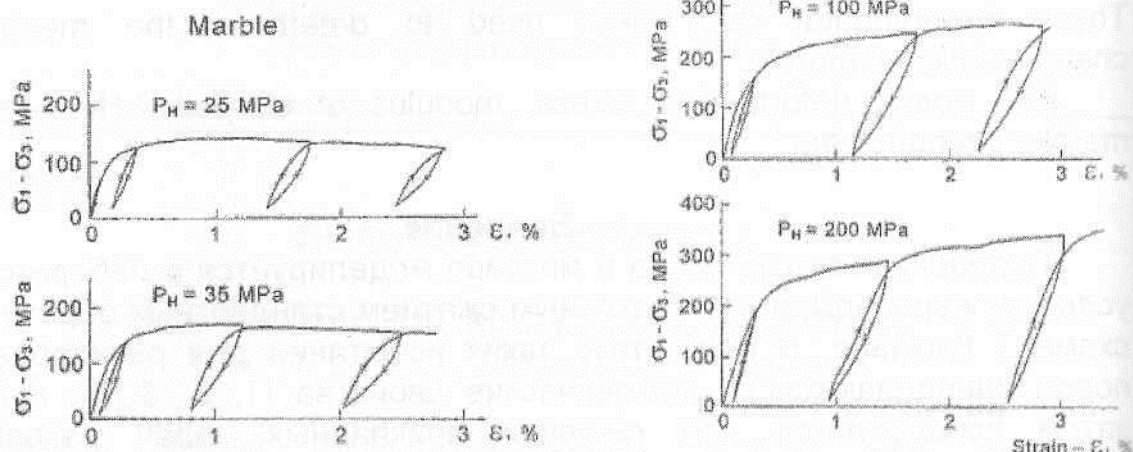


Рис. 1. Экспериментальные зависимости приращения осевой деформации от приращения осевого напряжения при различных боковых давлениях

Выявление этой неупругой составляющей из общей деформации требует предварительного, адекватного опыту, определения упругой деформации до соответствующего условного предела упругости. Такая процедура разделения общей деформации на упругую и неупругую составляющие подробно изложена в [7]. Представлены доказательства того, что для начально изотропного материала в рассматриваемых случаях нагружения можно использовать обобщенный закон Гука в виде:

$$\Delta e_1 = \frac{\Delta \sigma_1}{E} [1 - 2c\nu], \quad (1)$$

$$\Delta e_2 = \frac{\Delta \sigma_1}{E} [c - \nu(1 + c)].$$

где $\Delta \sigma_1$ — приращение осевого напряжения; $\Delta e_1, \Delta e_2$ — приращения осевой и поперечной упругих деформаций соответственно; E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона; $c = \sigma_2 / \sigma_1$ — параметр, характеризующий вид напряженного состояния.

Экспериментальные диаграммы $\Delta e_1(\Delta \sigma_1)$ при фиксированном боковом давлении являются нелинейными, поскольку с изменением уровня напряжений изменяется вид напряженного состояния. Поэтому, для определения упругих констант достаточно выбрать на такой диаграмме две точки, близкие к пределу упругости и к началу координат, что согласно (1) доставляет два уравнения относительно E и ν . После использования всех исходных диаграмм, в результате усреднения вычисляемых величин получены следующие значения констант: $E = 51563 \text{ МПа}$, $\nu = 0,273$.

На рис. 2 в качестве примера для диаграммы $\Delta \varepsilon_1(\Delta \sigma_1)$ при боковом давлении $\sigma_2 = \sigma_3 = 200 \text{ МПа}$ указана расчетная упругая деформация (линия 1) и полная экспериментальная диаграмма (линия 2) за пределом упругости. Условный предел упругости устанавливался по методу экстраполяции Лоде [8]: величина предела текучести (отождествляемого с пределом упругости) определяется из условия сопряжения задаваемой аналитической зависимости между упруго-пластическими деформациями и напряжениями с гукской зависимостью. В рассматриваемом случае такая аналитическая зависимость (аппроксимирующая экспериментальную диаграмму) принималась заданием линии тренда (линия 3 (пунктир), рис. 2) в виде полинома шестой степени. Значения устанавливаемых таким методом условных пределов упругости при всех боковых давлениях приведены в таблице 1.

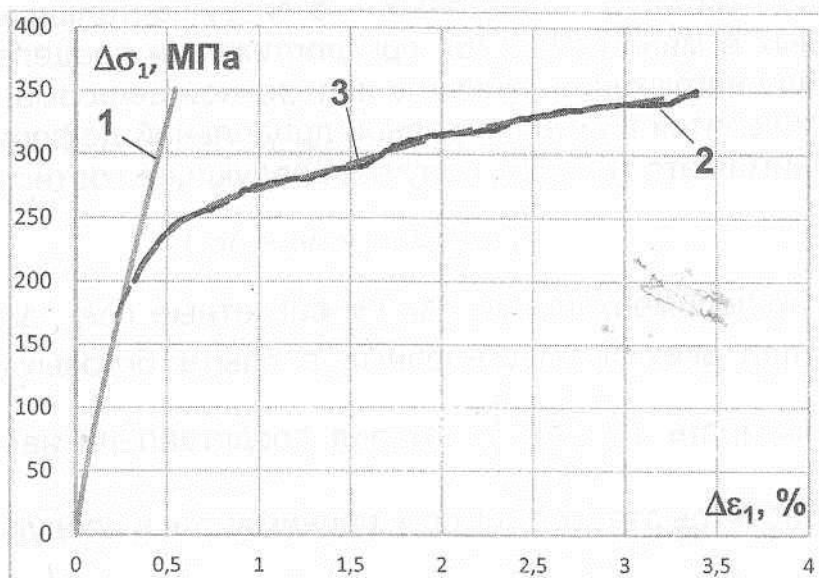


Рис 2. Определение условного предела упругости по методу экстраполяции Лоде для диаграммы $\Delta \varepsilon_1(\Delta \sigma_1)$ при боковом давлении $\sigma_2 = \sigma_3 = 200 \text{ МПа}$

Таблица 1. Пределы упругости $\Delta \sigma_{1y}$ при различных боковых давлениях

$\sigma_2, \text{ МПа}$	25	35	100	200
$\Delta \sigma_{1y}, \text{ МПа}$	95	110	140	175

2. Определение параметров деформационного упрочнения. Общая деформация (ε_i) разделяется на упругую (e_i) и неупругую (Γ_i) ($i=1,2,3$) составляющие.

Неупругую деформацию будем искать (как предложено в [9]) в виде:

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \varepsilon_1 - e_1 = (1 - \lambda)\Gamma_1^0, \\ \Gamma_2 &= \varepsilon_2 - e_2 = -\left(\frac{1}{2} + \lambda\right)\Gamma_1^0,\end{aligned}\quad (2)$$

где Γ_1 , Γ_2 – главные неупругие деформации, λ – коэффициент разрыхления, Γ_1^0 – чисто пластическая составляющая неупругой деформации.

В формуле (2) учтено, что полная неупругая деформация составляется из чисто пластической Γ_1^0 (не вызывающей изменение объема тела) и деформации разрыхления Γ^0 , которая, согласно гипотезе Новожилова В.В. [10] о всестороннем распространении разрыхления, принимается (как и ранее [9]) в виде:

$$\Gamma_1^0 = \Gamma_2^0 = \Gamma_3^0 = -\lambda\Gamma_1^0. \quad (3)$$

Как вытекает из подобных экспериментальных данных, представленных в монографии [5], при достижении предела прочности на втором этапе нагружения величина поперечной деформации образца по модулю становится примерно равной продольной деформации этого образца. Принимая это условие, получим следующее соотношение

$$\Gamma_1^0 = \frac{2}{3}(2\Delta\varepsilon_1 - \Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2). \quad (4)$$

Задавая экспериментальные $(\Delta\varepsilon_1)$ и расчетные $(\Delta\varepsilon_1, \Delta\varepsilon_2)$ значения деформаций при всех осуществленных в опыте боковых давлениях, получим зависимость $\Gamma_1^0 \left(\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_{1y}} \right)$, которая представлена на рис. 3. Для дальнейших расчетов эта зависимость принимается в следующем виде:

$$\Gamma_1^0 = 4,15 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_{1y}} - 1 \right)^2. \quad (5)$$

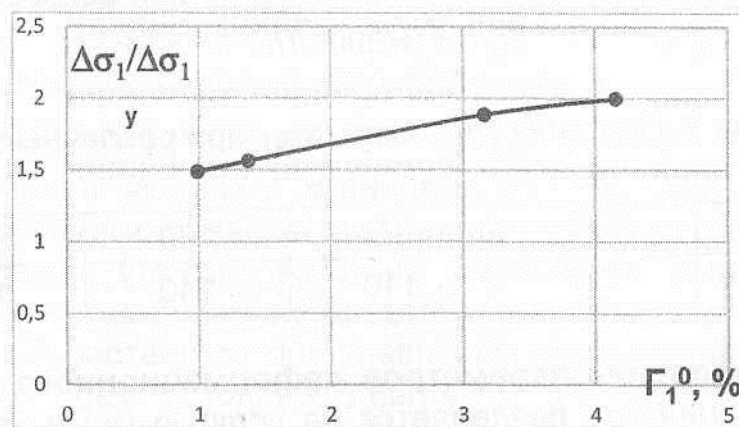


Рис. 3. Зависимость $\Gamma_1^0 \left(\frac{\Delta\sigma_1}{\Delta\sigma_{1y}} \right)$

Из предыдущих зависимостей получим выражение для коэффициента разрыхления

$$\lambda = \frac{\Delta e_1 + \Delta e_2 + 0,5 \cdot \Gamma_1^0}{2 \cdot \Gamma_1^0} \quad (6)$$

Соответствие теории эксперименту достигается в данном случае при $\lambda = 0,33$. Это значение коэффициента разрыхления для мрамора примерно в два раза меньше чем для диорита и перидотита, что еще раз подчеркивает большую пластичность мрамора.

Итоговое сопоставление расчетных и экспериментальных диаграмм деформации мрамора при сложном нагружении представлено на рис. 4.

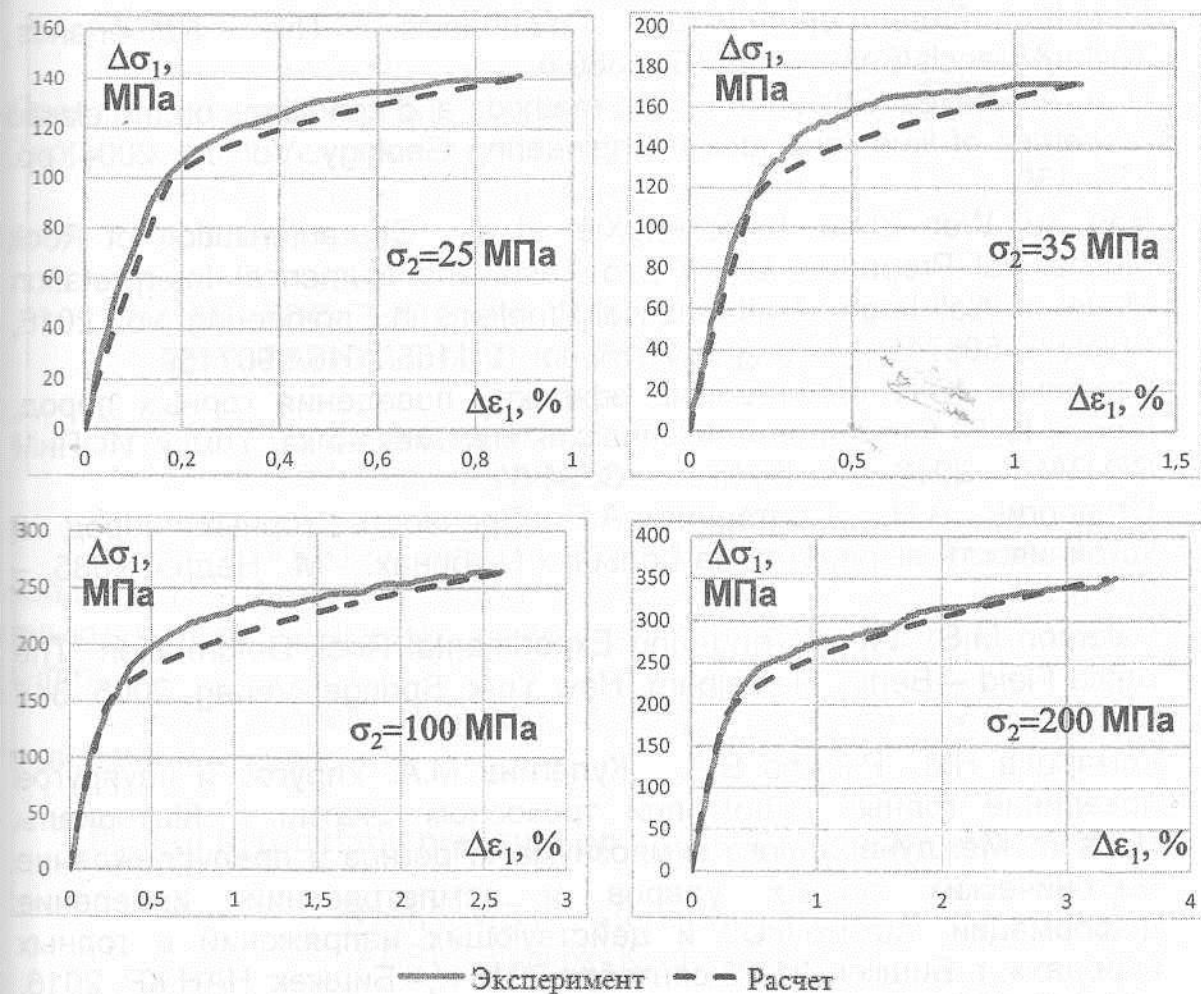


Рис. 4. Экспериментальная и расчетная зависимости $\Delta\epsilon_1$ ($\Delta\sigma_1$) для мрамора при различных боковых давлениях

Заключение

Таким образом, как при пропорциональном нагружении, так и при сложном нагружении упругая деформация горных пород (начально изотропных в исходном состоянии) характеризуется модулем Юнга и коэффициентом Пуассона как действительными константами материала. С достаточным приближением к эксперименту деформационное упрочнение мрамора отображается концепцией скольжения в трактовке М.Я. Леонова и учетом дилатансии материала в соответствии с гипотезой В.В. Новожилова о всестороннем разрыхлении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mogi K. Experimental rock mechanics. The Netherlands. Taylor&Francis/Balkema, 2007 – 380 p.
2. N. A. Al-Shayea. Effects of testing methods and conditions on the elastic properties of limestone rock // Engineering Geology. Vol. 74. 2004. pp. 139–156.
3. Hao Xu, Wen Zhou, RunchengXie, et al., "Characterization of Rock Mechanical Properties Using Lab Tests and Numerical Interpretation Model of Well Logs," Mathematical Problems in Engineering, vol. 2016, Article ID 5967159, 13 pages, 2016. doi:10.1155/2016/5967159.
4. Стефанов Ю.П. Нелинейные эффекты поведения горных пород. [Текст] Ю.П. Стефанов // Физическая мезомеханика. Томск: ИФПМ СО РАН. – 2016. – Т. 19, № 6. – С. 54-61.
5. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. - М.: Недра, 1985. – 271 с.
6. Paterson M.S., Wong Teng-fong Experimental Rock Deformation- The Brittle Field – Berlin, Heidelberg, New York. Springer-Verlag. 2005. 348 p.
7. Комарцов НМ., Рычков Б.А., Кулагина М.А. Упругое и неупругое поведение горных пород при трехосном сжатии // Материалы Первого Международного симпозиума «Прогноз и предупреждение тектонических горных ударов и землетрясений: измерение деформаций, остаточных и действующих напряжений в горных породах», г. Бишкек, 21-23 сентября 2016 г. – Бишкек: НАН КР, 2016. – С. 148-155.
8. Поль Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения. Гл. 4 в кн.: Разрушение. Т. 2. Математические основы разрушения. – М., 1975. – С. 336-380.
9. Рычков Б.А. О деформационном упрочнении горных пород // Известия РАН. Механика твердого тела. №2. 1999. С. 115-124.
10. Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении // ПММ, Т. 29. № 4, 1965. - С. 75 – 83.