

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ  
РЕСПУБЛИКИ**

**МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет  
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

дисциплины (модуля)

**Математика**

|                |   |
|----------------|---|
| Закреплена за  | <b>Высшей математики</b>  |
| Учебный план   | <b>В23030330</b><br>Направление 23.03.03 - РФ, 670200 - КР Эксплуатация<br>транспортно-технологических машин и комплексов |
| Квалификация   | <b>бакалавр</b>   |
| Форма обучения | <b>очная</b>  |
| Общая          | <b>6 ЗЕТ</b>  |

Виды контроля в семестрах:  
экзамены 2  
зачеты 1

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Контрольные вопросы и задания

#### I-СЕМЕСТР ЗАЧЕТ

1. Матрицы. Основные понятия. Типы матриц
2. Действия над матрицами и их свойства
3. Определители. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя
4. Определители высших порядков. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Теорема аннулирования
5. Свойства определителей
6. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы
7. Базисный минор матрицы. Ранг матрицы
8. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса
9. Совместность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
10. Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
11. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
12. Матричный метод решения линейных алгебраических уравнений.
13. Системы однородных линейных уравнений.
14. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами
15. Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов
16. Скалярное произведение векторов и его свойства
17. Прямоугольная система координат в пространстве. Разложение вектора по ортам координатных осей
18. Длина вектора. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов. Направляющие косинусы вектора
19. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов
20. Условие линейной независимости трех векторов, заданных своими координатами. Понятие базиса
21. Правоориентированные и левоориентированные тройки векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Приложения
22. Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения.
23. Система координат на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении
24. Общее уравнение прямой линии на плоскости. Частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
25. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых
26. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой
27. Пучок прямых. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пересечение прямых
28. Кривые второго порядка на плоскости, важнейшие частные случаи
29. Окружность. Эллипс. Их параметры и свойства
30. Гипербола. Ее параметры и основные свойства
31. Парабола. Параметр параболы, основные свойства параболы
32. Поворот и параллельный перенос координатных осей. Упрощение кривых второго порядка и их классификация
33. Уравнения поверхности и линии в пространстве
34. Общее уравнение плоскости. Частные случаи
35. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
36. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей
37. Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве
38. Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей
39. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности
40. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве
41. Цилиндрические поверхности
42. Поверхности вращения. Конические поверхности
43. Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды
44. Параболический и гиперболический параболоиды
45. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

#### II-СЕМЕСТР - ЭКЗАМЕН

1. Функция и ее график. Полярные и параметрические способы задания функции.
2. Числовая последовательность. Основные виды последовательности.
3. Предел последовательности. Виды неопределенности.
4. Пределы функций. Свойства пределов.
5. Замечательные пределы.
6. Непрерывность функции. Основные свойства непрерывных функций.
7. Классификация точек разрывов.
8. Производные функций. Методы дифференцирования сложных функций.
9. Дифференциал функции. Основные свойства.
10. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
11. Производные и дифференциалы высших порядков.

12. Исследование функции на асимптоты.
13. Исследование функции на экстремумы.
14. Исследование функции на точки перегиба.
15. Схема исследования функции и построение ее графика.
16. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
17. Различные методы вычисления неопределенного интеграла. Интегрирование методом замены переменной. Интегрирование по частям
18. Интегрирование дробно-рациональных функций.
19. Интегрирование иррациональных функций.
20. Интегрирование тригонометрических функций.
21. Определенный интеграл. Задачи, приводящие к определенному интегралу.
22. Методы вычисления определенного интеграла.
23. Замена переменной в определенном интеграле
24. Несобственные интегралы I рода. Основные свойства.
25. Несобственные интегралы II рода. Основные свойства.
26. Приложения определенного интеграла. Вычисление площади криволинейной трапеции.
27. Вычисление длины дуги плоской линии. Вычисление объема тела вращения.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

### 5.2 Темы курсовых работ (проектов)

Эссе, рефераты, курсовые работы и др. программой не предусмотрены.

### 5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемому результату.

В 1 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Линейная алгебра", «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия».

Во 2 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3 по разделам "Пределы последовательностей и функций непрерывного аргумента", «Дифференцирование функций одной переменной», «Неопределенный и определенный интегралы».

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, компьютерных контрольно-обучающих программ тестирования (КОПТов) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 5

Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (зачет), во 2 семестре (экзамен) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

ПРИЛОЖЕНИЕ №1.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -2 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти

$P = (2A - 3B)C$ .

2. Выполнить действия:  $2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 7 \\ -6 & 3 & 1 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 5 & 6 & -7 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ .

3. Найти матрицу  $C = A^T - 3B$ , если  $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ .

5. Найти произведение матрицы  $A(4 \ 7 \ -2)$  на матрицу  $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 3 & 5 & 0 \\ -9 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

6. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & -3 \\ -6 & 0 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ .

7. Найти произведение матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$  на матрицу  $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ .

8. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$ .

9. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 6 \\ 7 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ .

10. Вычислить определитель третьего порядка разложением по третьей строке

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 6 \\ 5 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

11. Вычислить определитель третьего порядка разложением по второму столбцу:

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & 6 \\ 5 & 8 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

12. Решить уравнение: 
$$\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$$

13. Вычислить алгебраическое дополнение  $A_{12}$  определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

14. Вычислить алгебраическое дополнение  $A_{24}$  определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса или матричным способом

15. 
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$$

16. 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

17. 
$$\begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

18. 
$$\begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$$

19. 
$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases}$$

20. 
$$\begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$$

21. 
$$\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$$

22. 
$$\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$$

25. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

26. Даны координаты точек  $A(1; 3; 5)$  и  $B(2; 5; 6)$ . Найти координаты вектора  $\overline{AB}$ ; длину вектора.

27. Найти направляющие косинусы вектора  $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{1; 2; 1\}$

28. Найти угол между векторами  $\vec{a} = \{1; 2; -2\}$  и  $\vec{b} = \{-2; 6; 3\}$ .

29. Даны векторы  $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ . Найти скалярное произведение векторов.

30. Даны точки  $A(3; -4; -2)$ ,  $B(2; 5; -2)$ . Найти проекцию вектора  $\overline{AB}$  на ось, составляющую с координатными осями  $Ox$ ,  $Oy$  углы  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$  соответственно, а с осью  $Oz$  - тупой угол  $\gamma$ .

31. Вычислить угол, образованный векторами  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ .

32. Вычислить  $np_{\vec{a}}\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ .

33. Даны векторы  $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ . Найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на ось вектора  $2\vec{b} - \vec{c}$ .

34. При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны?

35. Найти координаты вектора  $\vec{a} \times (2\vec{a} + \vec{b})$ , если  $\vec{a} = (3; -1; -2)$ ,  $\vec{b} = (1; 2; -1)$ .

36. Найти значение  $\alpha$ , при котором векторы  $\vec{a} = \{\alpha + 1; 3 - 2\alpha; \alpha - 1\}$  и  $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$  перпендикулярны.

37. Найти абсциссу вектора  $\vec{a}$ , если известно, что векторы  $\vec{a} = (x; 3; -1)$ ,  $\vec{b} = (1; -1; 3)$ ,  $\vec{c} = (1; 9; -11)$  компланарны.

38. Вычислить синус угла, образованного векторами  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ .

39. Линейный оператор  $\tilde{A}$  в базисе  $\vec{i}, \vec{j}$  задан матрицей  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ . Найти образ  $\vec{y} = \tilde{A}(\vec{x})$ , где вектор  $\vec{x} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ .

40. Составить общее уравнение прямой  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$  и указать координаты нормального вектора.

41. Даны вершины треугольника:  $A(4, 6)$ ,  $B(-4, 0)$ ,  $C(-1, -4)$ . Составить уравнение высоты, опущенной из вершины  $A$  на сторону  $BC$ .

42. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки  $P(2, -8)$ ,  $Q(-1, 7)$ .

43. Даны вершины треугольника:  $A(1, 2)$ ;  $B(3, 7)$ ;  $C(5, -13)$ . Вычислить длину высоты, опущенной из вершины  $C$  на сторону  $AB$ .

44. Две стороны квадрата лежат на прямых  $2x + 3y + 11 = 0$ ,  $2x + 3y - 13 = 0$ . Вычислить его площадь.

45. Найти точку рыночного равновесия для следующих функций спроса и предложения:  $p = -2x/3 + 6$ ,  $p = 2x/3 + 2$ .

46. Установить, какая линия определяется уравнением  $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$ .

47. Определить, при каких значениях  $m$  и  $n$  прямая  $(m + 2n - 7)x + (2m - n + 4)y + 2m - 1 = 0$  параллельна оси абсцисс и отсекает на оси ординат отрезок, равный 5 (считая от начала координат). Напишите уравнение этой прямой.

48. Составить уравнение окружности с центром в точке  $M(2, 2)$ , касающейся прямой  $3x + y - 18 = 0$ .

49. Установить, какая линия определяется уравнением  $y = -3\sqrt{x^2 + 1}$ .

50. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, \quad x + 4y + 13z - 23 = 0.$$

51. Найти величину угла между прямой  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$  и плоскостью  $4x - 2y - 2z - 3 = 0$ .

52. Составить уравнение плоскости проходящей через ось  $Oz$  и точку  $A(2; -3; 4)$ .

53. Найти расстояние от точки  $M_0(1, -6, -5)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(-1, 2, -3)$ ,  $M_2(4, -1, 0)$ ,  $M_3(2, 1, -2)$ .

54. Найти точку пересечения прямой  $\begin{cases} x = 2t - 1; \\ y = t + 2; \\ z = 1 - t. \end{cases}$  с плоскостью  $3x - 2y + z = 0$ .

55. При каком значении  $m$  прямая  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$  параллельна плоскости  $x-3y+6z+7=0$ ?

56. Найти величину угла между прямой  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$  и плоскостью  $4x-2y-2z-3=0$ .

57. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(2; -3; -5)$  перпендикулярно к плоскости  $6x-3y-5z+2=0$ .

58. При каких значениях  $A$  и  $B$  плоскости  $2x+Ay+3z-5=0$  и  $Bx-6y-6z+2=0$  параллельны.

59. При каком значении  $\alpha$  и  $\beta$  уравнения  $2x + \alpha y + 3z - 8 = 0$  и  $\beta x - 6y - 6z + 4 = 0$  будут определять параллельные плоскости.

60. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью  $x+3y-5z-15=0$  и координатными плоскостями.

Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + x + 11}{2x^4 + 5x^2 + 1},$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{4x^2 + 5x + 1},$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2 + 4x^2 + 1}{x^3 + 5x^2 + 10},$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$$

$$12) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6},$$

$$13) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{2 + 3x + x^2},$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x^2 - 4x + 3},$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x},$$

$$16) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x^2 + x - 6},$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1},$$

$$18) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 16},$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 2}{x^2 - 3x + 2},$$

$$20) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x+7}}{6 - 3x},$$

$$21) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 4}{4x - 12},$$

$$22) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{x + 8},$$

$$23) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x+3} - 2},$$

II семстр

**Найти производные функций**

$$1) y = \left( x - \sqrt[3]{x} \right) \left( \operatorname{arctg} x - 2 \log_3 x \right) \sqrt{2}$$

$$2) y = \frac{e^x - 2}{\arcsin x + 2 \ln x} + \sin 1$$

$$3) y = \frac{\log_2 x + \operatorname{tg} 2}{\arccos x - 2x^2} - \ln 10$$

$$4) y = \left( 2 \cos x - \frac{3}{x} \right) \left( \operatorname{arccot} x + 4^x \right)$$

$$8) y = \left( \cos x - 4 \ln x \right) \left( \frac{2}{x^2} + e^3 \right)$$

$$9) y = 5 \operatorname{ctg} x + 7^x \sqrt[3]{x^3} + 3 \sin x$$

$$10) y = 5 \arcsin x + 2^x \sqrt[3]{x^3} - 3 \operatorname{tg} x$$

$$11) y = \frac{3 \ln x + 5 \sqrt[3]{x^3}}{2 \operatorname{arctg} x + 4} + \ln 7$$

$$12) y = \frac{3e^x + 5}{2 \operatorname{tg} x + 4 \sqrt[3]{x^3}}$$

$$5) y = \left( 2 \operatorname{ctg} x - \frac{5}{x^2} \right) \cos x - \ln x$$

$$6) y = \frac{2^x - x^2 + e^2}{2 \log_2 x - 3}$$

$$7) y = \frac{5e^x + 3x^2}{2 \arcsin x + 4 \sin x} + \operatorname{tg} 5$$

$$13) y = \left( e^x - 4 \cos x \right) \left( \log_3 x + 5 \operatorname{tg} x \right) \sqrt{7}$$

$$14) y = 3 \operatorname{tg} x + 5 \sqrt[3]{x^3} \operatorname{arccot} x - 4^x$$

$$15) y = \left( \operatorname{arctg} x + 4^x \right) \left( \ln x - x^3 + 1 \right)$$

$$16) y = 2 \operatorname{ctg} x + 3 \ln x - 4 \arcsin x - \sqrt[3]{x^3}$$

$$17) y = \sin x^2 + 2 \ln x + \sqrt{2}$$

**Найти производные сложных функций**

$$1. y = \sin x^3 + 2 \ln x + \sqrt{2}$$

$$2. y = x + 4 \sin x^3$$

$$3. y = \operatorname{arctg} \sin 3x + 4$$

$$4. y = \ln 3x^2 + 2 \operatorname{tg} x + 1$$

$$5. y = 5^{\arcsin x - 3\sqrt{x}} + 2$$

$$6. y = \arccos 5x^2 + 5$$

$$7. y = \sin \sqrt[3]{x} + 4x - 3$$

$$8. y = \log_3 \sin 2x + 4 + \sqrt{3}$$

$$9. y = \operatorname{tg} \log_2 x + 3$$

$$10. y = 3^{\sqrt{x} + 2x}$$

$$11. y = \cos \left( 3x - \frac{5}{x^2} \right)$$

$$12. y = \log_3 3x - \cos x$$

$$13. y = \arcsin 2x^3 + \cos x$$

$$14. y = \operatorname{ctg} \left( \frac{6}{x^3} + \ln x \right)$$

$$15. y = \left( \frac{3}{x^3} + 4x \right)^3$$

$$16. y = \arccos \ln x + 4 \operatorname{tg} x$$

$$17. y = \arccos \cos 2x - \ln x$$

$$18. y = \operatorname{arctg} 4e^x - 5$$

**Вычислить неопределенные интегралы**

- 1)  $\int \frac{x^{7^x} - 8 + 4x \cos x}{x} dx.$
- 2)  $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx.$
- 3)  $\int \frac{(6x - 3)^2}{x} dx.$
- 4)  $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx.$
- 5)  $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx.$
- 6)  $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx.$
- 7)  $\int \frac{3xe^x - x \sin x + 5x}{x} dx.$
- 8)  $\int \frac{(2x + 3)^2}{x^3} dx.$
- 9)  $\int \frac{2x + 1}{x - 1} dx.$
- 10)  $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx.$
- 11)  $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx.$
- 12)  $\int \frac{3x + \sqrt[4]{x}}{x^2} dx.$
- 13)  $\int \frac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx.$
- 14)  $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx.$
- 15)  $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx.$
- 16)  $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx.$
- 17)  $\int \frac{(x + 2)^2}{x^2} dx.$
- 18)  $\int \frac{(x + 1)^2}{x^3} dx.$
- 19)  $\int \frac{x^2 - 6}{x - 5} dx.$
- 20)  $\int \frac{4x^3 + 15x^2 e^x + 14x^4}{x^2} dx.$
- 21)  $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx.$

$$22) \int (3x - 2) \cos 2x \, dx.$$

$$23) \int (3x - 2)e^{2x} \, dx.$$

$$24) \int (3 + 9x) \cos 8x \, dx.$$

$$25) \int (x^2 - 3x) \ln x \, dx.$$

$$26) \int (5x + 23) \cos 8x \, dx.$$

$$27) \int (10x - 4) \sin 5x \, dx.$$

$$28) \int (x^2 - 16x^4 - 2) \ln x \, dx.$$

$$29) \int x^4 \ln x \, dx.$$

$$30) \int (2x + 1)e^x \, dx.$$

$$31) \int (x + 2) \sin 6x \, dx.$$

$$32) \int (3 \cos x + 5 \sin x) \, dx.$$

$$33) \int (x - 1) \sin 3x \, dx.$$

$$34) \int (x + 5) x^3 \, dx.$$

$$35) \int (x^2 + 2x) \ln x \, dx.$$

### Вычислить определенные интегралы

$$1. \int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x \, dx.$$

$$2. \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \, dx.$$

$$3. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx.$$

$$4. \int_0^1 (x^2 + x^3 e^{x^2}) \, dx.$$

$$5. \int_{\frac{\pi^2}{16}}^{\frac{\pi^2}{9}} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx.$$

$$6. \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6 + 1} \, dx.$$

$$7. \int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} \, dx.$$

$$8. \int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}} \, dx.$$

$$9. \int_0^1 \frac{z^3}{z^6 + 1} \, dz.$$

$$10. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^3 x \, dx.$$

$$11. \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} \, dx.$$

$$12. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \, dx.$$

$$13. \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} \, dx.$$

$$14. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x}{\cos^2 x} \, dx.$$

$$15. \int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$$

$$16. \int_0^{1/2} \operatorname{arctg} 2x dx.$$

$$17. \int_0^{\pi/2} (-3) \sin x dx.$$

$$18. \int_1^e x^3 \ln x dx.$$

$$19. \int_{-3}^0 (-2) e^{-x/3} dx.$$

$$20. \int_{-1}^0 x \ln(-x) dx.$$

$$21. \int_1^2 \ln(x+2) dx.$$

$$22. \int_{-1}^0 (-1) e^{-2x} dx.$$

$$23. \int_0^1 2x \operatorname{arctg} x dx.$$

24.

$$25. \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx.$$

$$26. \int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx.$$

$$27. \int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$28. \int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$$

$$29. \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$30. \int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx.$$

$$31. \int_0^{\sqrt{75}} x^3 \sqrt{7+x^2} dx.$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

1 СЕМЕСТР

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений

1. 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$
2. 
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$
3. 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$
4. 
$$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$
5. 
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$
6. 
$$\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$
7. 
$$\begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$
8. 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

11. Найти длину вектора  $\vec{a} = 2\vec{x} - 3\vec{y}$ , если  $|\vec{x}| = 2$ ,  $|\vec{y}| = 1$ ,  $\angle(\vec{x}, \vec{y}) = 60^\circ$ .

12. Найти вектор  $\vec{b}$ , коллинеарный вектору  $\vec{a} = (2; 1; -1)$  и удовлетворяющий условию  $\vec{a} * \vec{b} = 3$ .

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .

14. Даны вершины треугольника  $A(2; 0)$ ,  $B(-4; 3)$ ,  $C(1; 5)$ . Найти внутренний угол треугольника при вершине  $A$ .

15. Даны векторы  $\vec{x} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{y} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{z} = \vec{j} + 5\vec{k}$ . Найти координаты вектора  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  в базисе  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{z}$ .

16. В базисе  $\vec{i}, \vec{j}$  линейный оператор  $\vec{A}$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\vec{A}$  в базисе  $\vec{x} = 2\vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{y} = -\vec{i} - 2\vec{j}$ .

17. Определить, являются ли векторы  $\vec{a} = (2; 1; 0)$ ,  $\vec{b} = (3; 1; -1)$ ,  $\vec{c} = (1; 0; 1)$  линейно зависимыми.

18. В базисе  $\vec{i}, \vec{j}$  линейный оператор  $\vec{A}$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\vec{A}$  в новом базисе  $\vec{x} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{y} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

19. В базисе  $\vec{i}, \vec{j}$  линейный оператор  $\vec{A}$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 17 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\vec{A}$  в новом базисе  $\vec{x} = \vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{y} = 2\vec{i} + \vec{j}$ .

20. В базисе  $\vec{i}, \vec{j}$  линейный оператор  $\tilde{A}$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\tilde{A}$  в новом базисе  $\vec{x} = -2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{y} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ .
21. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора  $\tilde{A}$  заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ .
22. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
23. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора  $\tilde{A}$  заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ .
24. Даны три последовательные вершины параллелограмма  $A(3; 0; -1)$ ,  $B(1; 2; -4)$  и  $C(0; 7; -2)$ . Найти уравнения линий  $AD$  и  $CD$ .
25. Зная, что изменение объема производства  $y$  с изменением производительности труда  $x$  происходит по прямой линии, составить ее уравнение, если при  $x=3$   $y=185$ , а при  $x=5$   $y=305$ . Определить объем производства при  $x=20$ .
26. Прибыль от продажи некоторого товара в двух магазинах выражается функциями  $y=-2+3x$  и  $y=-3+16x/5$ , где  $x$ -количество товара в сотнях штук, а  $y$ -прибыль в тысячах рублей. Определить, начиная с какого количества товара более выгодной становится продажа во втором магазине.
27. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-1, 4)$  параллельно прямой  $2x + 3y - 7 = 0$ .
28. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $x + 2y + 4 = 0$  и  $3x - y - 9 = 0$  перпендикулярно прямой  $x + y - 7 = 0$ .
29. Какую линию определяет уравнение  $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$  и построить данную кривую.
31. Какую линию определяет уравнение  $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x + 5}$  и построить данную кривую.
32. Какую линию определяет уравнение  $x = -\sqrt{y^2 - 4y}$  и построить данную кривую.
33. Установить, какая линия определяется уравнением  $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$
34. Установить, какая линия определяется уравнением

$4x^2 - 3y^2 - 24x + 6y - 3 = 0$  и построить ее.

35. Определить тип кривой  $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$  и построить ее.

36. Определить тип кривой  $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$  и построить ее.

37. Установить, какая линия определяется уравнением  $y = 1 - \sqrt{4x + 8}$ .

38. Установить, какая линия определяется уравнением  $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$ .

39. Установить, какая линия определяется уравнением  $9x^2 + 4y^2 + 54x - 8y + 49 = 0$ .

40. Установить, какая линия определяется уравнением  $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 9 = 0$ .

41. Установить, какая линия определяется уравнением  $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$ .

42. Установить, какая линия определяется уравнением

$$x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}.$$

**Вычислить пределы:**

1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+5} \right)^{3x-4}$

2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2-x}{x^2+1} \right)^{x-3}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg}^3 x}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(6x^2)}$

6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 12x}{\ln(1+6x)}$

7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2x)}{e^{10x} - 1}$

8)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sin^2(10x)}$

9)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\arcsin(6x)}$

10)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x - 1}{\operatorname{arctg}^2(5x)}$

11)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{e^{2x^2} - 1}$

12)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+14x)}{\arcsin 7x}$

13)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$

14)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{\sin(4x^2)}$

15)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{e^{3x^2} - 1}$

16)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2(3x)}{e^{6x^2} - 1}$

17)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^3)}{\operatorname{arctg}^3 x}$

18)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(4x)}{\ln(1+3x)}$

**Найти производные степенно-показательных функций**

1)  $y = (\cos x)^{5x}$

3)  $y = (\operatorname{tg} x)^{4x}$

5)  $y = (\sin x)^{3x}$

7)  $y = (\sin x)^{\sin x}$

9)  $y = x^{\sin x}$

2)  $y = (x^3 + 4)^{9x}$

4)  $y = x^{\sin x}$

6)  $y = x^{\sin x}$

8)  $y = (x^3 - 1)^x$

10)  $y = (\sin x)^x$

**Найти производные  $y'$  от неявной функций**

1)  $e^x + e^y - 2^y - 1 = 0$

3)  $x^2 + yx + e^y = 0$

5)  $2x^2 + y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$

7)  $5x^2 + 3xy - 2y^2 + 3 = 0$

9)  $x^2y^3 + x - \sin y = 0$

2)  $x^3 + \ln y - x^2e^y = 0$

4)  $x^2y + x^2y^2 + xy^3 = 0$

6)  $e^x - e^y = y - x$

8)  $2x^2 + 3^y + x \ln y = 0$

10)  $3y^2 + \sin y - x2^y = 0$

**Найти производные  $y'_x$  функций**

1)  $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$

3)  $\begin{cases} x = 4t^2 + 5 \\ y = 3t^4 + 11 \end{cases}$

5)  $\begin{cases} x = \ln(5 + t) \\ y = \operatorname{arctg} t \end{cases}$

7)  $\begin{cases} x = \ln(t + 1) \\ y = t^2 \end{cases}$

9)  $\begin{cases} x = t^2 + 3t \\ y = t^3 - 27t \end{cases}$

2)  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$

6)  $\begin{cases} x = e^t \\ y = (t^2 - t) \cdot e^t \end{cases}$

8)  $\begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = 3t^2 - 5t \end{cases}$

10)  $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$

**Найти неопределенный интеграл**

1)  $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2 + 3x^3} dx$

3)  $\int \frac{x}{\cos^2 x^2} dx$

5)  $\int \frac{e^x}{e^x - 3} dx$

7)  $\int (\sin x + 5)^2 \cos x dx$

9)  $\int e^x \cdot x^3 dx$

2)  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

4)  $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

6)  $\int e^x \sqrt{e^x + 3} dx$

8)  $\int \sqrt[3]{x^4 - 11} \cdot x^3 dx$

10)  $\int \frac{\operatorname{ctg}^3 x}{\sin^2 x} dx$

11)  $\int (e^x + 5)^4 e^x dx$

12)  $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{2+3x^3} dx$

13)  $\int \frac{(\arctg x)^2}{1+x^2} dx$

14)  $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$

15)  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+6}} dx$

16)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$

17)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{3x+4}}$

18)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{4x-1}}$

19)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{3x-4}}$

20)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$

21)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x+5}}$

22)  $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

1)  $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

2)  $y = 2x^2 - 8x + 2$

3)  $y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$

4)  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$

5)  $y = 3x - x^3$

6)  $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$

7)  $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$

8)  $y = x^4 - 2x^2 - 5$

9)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

10)  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$

11)  $y = x^3 - 3x^2$

12)  $y = x^4 - 2x^2 + 5$

13)  $y = 2x^3 - 3x^2$

14)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$

15)  $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$

16)  $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 3x$ ,  $x^2 = 3y$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 4$ ,  $y = x + 8$ .
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $x = 2$ ,  $x + 2y - 5 = 0$ .
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $4y = x^2$ ,  $x = \pm 2$ .
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 4 - x^2$ .

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид  $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 7 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}, \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $r^2 = 4 \cos 2\phi, r = \sqrt{2} (r \geq \sqrt{2})$
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $r = 2 \cos \phi, r = 3 \cos \phi$
10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $r = 3 \sin \phi, r = 5 \sin \phi$
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $r = 3(1 + \cos \phi), r = 3,5 (r \geq 3,5)$ .
12. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^2, y = 2$ . Ось вращения  $Oy$ .
13. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^3, y = x$ . Ось вращения  $Ox$ .
14. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^3, y = x^2$ . В вариантах 1-13 ось вращения  $Ox$ , в вариантах 14-25 ось вращения  $Oy$ .
15. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^2, y = x$ . Ось вращения  $Oy$ .
16. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением  $y = \ln \cos x + 2, 0 \leq x \leq \pi/6$
17. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением  $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi.$
18. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением  $\rho = 6 \sin \phi, 0 \leq \phi \leq \pi/3.$

Типовой расчет «Линейная и векторная алгебра»

Вариант 1

Задание 1. Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 6 \\ 7 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x - 6y + 4z = 0, \\ 3x - 3y + z = 0, \\ 2x - 3y + 3z = 0. \end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$ . Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;

б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} - 3\vec{c}$ .

Задание 6. Найти длину вектора  $b = p - 2q$ , если  $|p| = 4$ ,  $|q| = 1$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \pi/4$ .

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-7, -5, 6)$ ,  $B(-2, 5, -3)$ ,  $C(3, -2, 4)$ ,  $D(1, 2, 2)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

Задание 8. Сила  $\vec{F}$  приложена к точке А. Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку В; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки В.

$$\vec{F} = (-3, 1, -9), \quad A(6, -3, 5), \quad B(9, 5, -7)$$

Вариант 2

Задание 1. Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 7 \\ 4 & -3 \end{pmatrix};$$

Задание 2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$$

Задание 4. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 0, \\ 2x - 4y + z = 0, \\ 3x - 2y - 4z = 0. \end{cases}$$

Задание 5. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 7\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ . Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;

с) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

Задание 6. Найти длину вектора  $a = p - 3q$ , если  $|p| = \frac{1}{5}$ ,  $|q| = 1$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \frac{\pi}{2}$ .

Задание 7. Вершины пирамиды находятся в точках  $A(1,3,1)$ ,  $B(-1,4,6)$ ,  $C(-2,-3,4)$ ,  $D(3,4,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

Задание 8. Сила  $\vec{F}$  приложена к точке А. Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку В; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки В.

$$\vec{F} = (2, 19, -49), \quad A(5, 3, 4), \quad B(6, -4, -1)$$

**Вариант 3**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

**Задание 2.** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

**Задание 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - 3y + 4z = 0, \\ 3x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ . Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $b = 2p + q$ , если  $|p| = 2$ ,  $|q| = 3$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \frac{3\pi}{4}$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(2,4,1)$ ,  $B(-3,-2,4)$ ,  $C(3,5,-2)$ ,  $D(4,2,-3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке  $A$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

$$\vec{F} = (-4, 5, -7), \quad A(4, -2, 3), \quad B(7, 0, -3)$$

**Вариант 4**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 1 & -5 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 7 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix};$$

**Задание 2** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

**Задание 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 0, \\ 5x + y + 2z = 0, \\ 4x - y - 2z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$ . Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;
- б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $a = 3p - 2q$ , если  $|p| = 4$ ,  $|q| = \frac{1}{2}$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \frac{5\pi}{6}$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5, -3, -4)$ ,  $B(1, 4, 6)$ ,  $C(3, 2, -2)$ ,  $D(8, -2, 4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке А. Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку В; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки В.

$$\vec{F} = (4, 11, -6), \quad A(3, 5, 1), \quad B(4, -2, -3)$$

**Вариант 5**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & -7 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 8 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix};$$

**Задание 2** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

**Задание 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 3x - y + z = 0, \\ 2x + 3y - 4z = 0, \\ 5x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ . Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $\vec{a} = p + 3q$ , если  $|p| = 2$ ,  $|q| = 3$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \pi/3$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,2)$ ,  $B(-2,3,-5)$ ,  $C(4,-3,6)$ ,  $D(6,-5,3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке  $A$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

$$\vec{F} = (3, -5, 7), \quad A(2, 3, -5), \quad B(0, 4, 3)$$

**Вариант 6**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

**Задание 2** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

**Задание 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0, \\ 3x + 3y + 5z = 0, \\ 4x + y + 6z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 7\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ . Необходимо:

а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;

б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $b = p + 3q$ , если  $|p| = 3$ ,  $|q| = 2$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \pi/2$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-4,6,3)$ ,  $B(3,-5,1)$ ,  $C(2,6,-4)$ ,  $D(2,4,-5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке А. Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку В; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки В.

$$\vec{F} = (5, 4, 11), \quad A(6, 1, -5), \quad B(4, 2, -6)$$

**Вариант 7**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Задание 2** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

**Задание 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 33, \\ 7x - 5y = 24, \\ 4x + 11z = 39. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0, \\ x + 2y - 4z = 0, \\ x - y + z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = -12\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$ . Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $\vec{b} = \vec{p} - \vec{q}$ , если  $|\vec{p}| = 7$ ,  $|\vec{q}| = 2$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \pi/4$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(7,5,8)$ ,  $B(-4,-5,3)$ ,  $C(2,-3,5)$ ,  $D(5,1,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке  $A$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

$$\vec{F} = (-9, 5, 7), \quad A(1, 6, -3), \quad B(4, -3, 5)$$

**Вариант 8**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -3 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ -4 & 2 & -9 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

**Задание 2** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

**Задание 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12, \\ 7x - 5y + z = -33, \\ 4x + z = -7. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 5z = 0, \\ 2x + 2y + 3z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ . Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $b = 3p + q$ , если  $|p| = 1$ ,  $|q| = 2$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \pi/6$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3, -2, 6)$ ,  $B(-6, -2, 3)$ ,  $C(1, 1, -4)$ ,  $D(4, 6, -7)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке А. Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку В; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки В.

$$\vec{F} = (6, 5, -7), A(7, -6, 4), B(4, 9, -6)$$

**Вариант 9**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -9 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & -4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Задание 2** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

**Задание 3.** Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x + 4y - z = 6, \\ 5y + 4z = -20, \\ 3x - 2y + 5z = -22. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 4x + y + 4z = 0, \\ 3x - 2y - z = 0, \\ 7x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 9\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 8\vec{k}$ . Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;
- б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $a = p + 4q$ , если  $|p| = 7$ ,  $|q| = 2$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \frac{\pi}{3}$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5, -4, -3)$ ,  $B(7, 3, -1)$ ,  $C(6, -2, 0)$ ,  $D(3, 2, -7)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке А. Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку В; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки В.

$$\vec{F} = (-5, 4, 4), A(3, 7, -5), B(2, -4, 1)$$

**Вариант 10**

**Задание 1.** Найти  $P=(2A-3B)C$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 9 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix};$$

**Задание 2** Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix}$$

**Задание 3**

Проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21, \\ 3x + 4y - 2z = 9, \\ 2x - y - z = 10. \end{cases}$$

**Задание 4.** Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0, \\ 2x + 3y - 5z = 0, \\ 5x + y - 4z = 0. \end{cases}$$

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .  
Необходимо:

- а) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- б) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 6.** Найти длину вектора  $b = p - q$ , если  $|p| = 10$ ,  $|q| = 1$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \pi/2$ .

**Задание 7.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3, -5, -2)$ ,  $B(-4, 2, 3)$ ,  $C(1, 5, 7)$ ,  $D(-2, -4, 5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 8.** Сила  $\vec{F}$  приложена к точке А. Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку В; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки В.

$$\vec{F} = (2, 2, 9), \quad A(4, 2, -3), \quad B(2, 4, 0)$$

*Типовой расчет «Аналитическая геометрия»*

**ВАРИАНТ 1.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(3;4)$ ,  $B(2;-1)$ ,  $C(1,-7)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - 1)  $x = -\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$ .
  - 2)  $y = 1 - 3\sqrt{x}$ .
  - 3)  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 4 = 0$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(-12,7,-1)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(-3,4,-7)$ ,  $M_2(1,5,-4)$ ,  $M_3(-5,-2,0)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $x - 3y + 5 = 0$ ,  $2x - y + 5z - 16 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$ ,  $3x - 2y + 5z - 3 = 0$ .
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $x = 4$ ,  $y = 0$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $z = 0$ ,  $z = 2$ .
  - Б)  $z = 6 - x^2 - y^2$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

**ВАРИАНТ 2.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-4; -5)$ ,  $B(3; 3)$ ,  $C(5; -2)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - 1)  $x = \frac{5}{4}\sqrt{16 + y^2}$ ,
  - 2)  $y = -1 + \sqrt{7x}$ .
  - 3)  $25x^2 + 9y^2 - 50x + 18y - 191 = 0$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(1, -6, -5)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(-1, 2, -3)$ ,  $M_2(4, -1, 0)$ ,  $M_3(2, 1, -2)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $x - 3y + z - 1 = 0$ ,  $x + z - 1 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 
$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, \quad x + 4y + 13z - 23 = 0.$$
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $z = y^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$ ,  $z = 4$ .
  - Б)  $z = x^2 + y^2$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 6$ .

**ВАРИАНТ 3.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-3;5)$ ,  $B(4;-3)$ ,  $C(-2,-4)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - 1)  $x = -\frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$ .
  - 2)  $16x^2 - 25y^2 - 32x - 100y - 484 = 0$ .
  - 3)  $x = 2 - \sqrt{5y - 5}$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(-7,0,-1)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(-3,-1,1)$ ,  $M_2(-9,1,-2)$ ,  $M_3(3,-5,4)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $4x - 5y + 3z - 1 = 0$ ,  $2x - 4y - z + 9 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 
$$\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}, \quad 5x + 9y + 4z - 25 = 0.$$
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $y = x^2 - 1$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $z = 2$ .
  - Б)  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 5$ .

**ВАРИАНТ 4.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(3;-2)$ ,  $B(-5;-4)$ ,  $C(-1,6)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертёж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - $x = 1 + \frac{6}{5}\sqrt{25 - y^2}$ .
  - $25x^2 - 64y^2 + 100x + 12y - 1564 = 0$ .
  - $y = 1 - 4\sqrt{x+1}$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(-2,4,21)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(1,-1,1)$ ,  $M_2(-2,0,3)$ ,  $M_3(2,1,-1)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $3x - y + 2z + 15 = 0$ ,  $5x + 9y - 3z - 1 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$ ,  $4x + y - 6z - 5 = 0$ .
6. Построить тело ограниченное поверхностями:
  - А)  $x = y^2 - 4$ ,  $x = 0$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1$ .
  - Б)  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 9$ ,  $z = 0$ ,  $z = 5$ .

**ВАРИАНТ 5.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(2;5)$ ,  $B(-3;4)$ ,  $C(-4,-2)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - 1)  $y = 1 + \frac{5}{7}\sqrt{49 - x^2}$ .
  - 2)  $y = -3 + \sqrt{3x - 3}$ .
  - 3)  $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 36}$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(2,-1,4)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(1,2,0)$ ,  $M_2(1,-1,2)$ ,  $M_3(0,1,-1)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $6x + 2y - 4z + 17 = 0$ ,  $9x + 3y - 6z - 4 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$ ,  $3x + 7y - 5z - 11 = 0$ .
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $z = y^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$ ,  $z = 4$ .
  - Б)  $z = 6 - x^2 - y^2$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

**ВАРИАНТ 6.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-3;2)$ ,  $B(-2;-5)$ ,  $C(6,-1)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертёж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - 1)  $y = -\frac{1}{4}\sqrt{16-x^2}$ .
  - 2)  $x = 2 + \sqrt{y-4}$ .
  - 3)  $4x^2 - 9y^2 + 16x + 36y - 56 = 0$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(-5,-9,1)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(1,0,2)$ ,  $M_2(1,2,-1)$ ,  $M_3(2,-2,1)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0$ ,  $2x + y\sqrt{2} - z + 36 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
 
$$\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}, \quad x + 7y + 3z + 11 = 0.$$
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $z = 2x^2$ ,  $z = 2$ ,  $y = 1$ ,  $y = 2$ .
  - Б)  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 0$ ,  $y + z = 4$

**ВАРИАНТ 7.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-6;-4)$ ,  $B(3;-7)$ ,  $C(1,2)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - $4x^2 - 9y^2 + 24x + 18y - 9 = 0$ .
  - $y = 1 - 2\sqrt{x+4}$ .
  - $y = -\sqrt{16+x^2}$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(3,-2,-9)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(1,2,-3)$ ,  $M_2(1,0,1)$ ,  $M_3(-2,-1,6)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $3y - z = 0$ ,  $2y - z = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$ ,  $x - 2y - 3z + 18 = 0$ .
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $z = 5 - y^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $z = 1$ .
  - Б)  $z = x^2 + y^2$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 6$

**ВАРИАНТ 8.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(2;1)$ ,  $B(-7;3)$ ,  $C(-4,-3)$ . Требуется:
- составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- 1)  $x = 1 - 2\sqrt{5 - y^2 + 4y}$
  - 2)  $9x^2 - 25y^2 - 72x - 90 = 0$ .
  - 3)  $x = 2 + \sqrt{y}$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(-6,7,-10)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(3,10,-1)$ ,  $M_2(-2,3,-5)$ ,  $M_3(-6,7,-10)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $6x + 3y - 2z = 0$ ,  $x + 2y + 6z - 12 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
- $$\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, \quad 2x - 5y + 4z + 24 = 0.$$
6. Построить тело ограниченное поверхностями
- А)  $z = 10 - x^2$ ,  $y = -1$ ,  $y = 1$ ,  $z = 1$ .
  - Б)  $z = 8 - x^2 - y^2$ ,  $z = x^2 + y^2$

**ВАРИАНТ 9.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(-3; -4)$ ,  $B(-6; 7)$ ,  $C(-1, 1)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - $x^2 + y^2 + 8x - 8y - 23 = 0$ .
  - $y = -\frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 36}$ .
  - $y = 2 - \sqrt{x+1}$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(-2, 3, 5)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(-1, 2, 4)$ ,  $M_2(-1, -2, -4)$ ,  $M_3(3, 0, -1)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $x + 2y + 2z - 3 = 0$ ,  $16x + 12y - 15z - 1 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$ ,  $3x + 4y + 7z - 16 = 0$ .
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $x + y + z = 5$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$
  - Б)  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 0$

**ВАРИАНТ 10.**

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :  $A(4;-5)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(7,4)$ . Требуется:
  - составить уравнение стороны  $AB$ ;
  - найти длину стороны  $AB$ ;
  - составить уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ;
  - вычислить длину высоты, проведенной из вершины  $B$ ;
  - вычислить угол  $A$  треугольника  $ABC$ ;
  - составить уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ;
  - составить уравнение прямой, проходящей через вершину  $A$  параллельно стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ ;
  - найти площадь треугольника  $ABC$ .
  - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
  - $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16} + 1$ .
  - $x = 4 - \sqrt{y + 1}$ .
  - $9x^2 - 49y^2 + 36x - 409 = 0$ .
3. Найти расстояние от точки  $M_0(-3,4,-5)$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1(0,-3,1)$ ,  $M_2(-4,1,2)$ ,  $M_3(2,-1,5)$ .
4. Найти угол между плоскостями  $2x - y + 5z + 16 = 0$ ,  $x + 2y + 3z + 8 = 0$ .
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$ ,  $2x + 3y + 7z - 52 = 0$ .
6. Построить тело ограниченное поверхностями
  - А)  $x - y + z = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ .
  - Б)  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z^2 = x^2 + y^2$ ,  $z = 2$ ,  $z = 6$

Типовой расчет «Пределы»

**Вариант 1**

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 3n + 1})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 8} (x - \sqrt{x^2 + 8})$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{tg}(x-5)}{\sqrt{x+4} - 3}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 8}{5n^2 + 3n - 9}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{x^2 \cdot \operatorname{arctg}(3x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x} - 1}$$

II Исследовать функцию на непрерывность  $y = e^{\frac{1}{x+1}}$

**Вариант 2**

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 5n - 4} - n)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x + 6}{2^x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 + 3x^2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{e^{x-4} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 2n^2 + 8}{5n^2 + 3n^3 + 19}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-2}{n+5} \right)^{3n}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}(2x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{6x} - 1}{\ln(1+8x)}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

**Вариант 3**

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 5n + 1} - 2n)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+5}{3n-2} \right)^{n+5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} [\ln(x+3) - x^2 + 5]$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{2x^2 - 12x + 18}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x^2 - 4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{tg}(5x)}{\arcsin^3(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 5}{\sin(x-4)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{e^{3x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n^4 + 8}{5n^2 - 3n^3 - 9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = 2 - \frac{1}{x}$

#### Вариант 4

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - \sqrt{n^4 + 3n^3 - 2n})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n+6}{5n+5} \right)^{2n-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{2x^2 - 9} - 2x)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 8}}{2x - 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^3(2x)}{x \cdot \sin(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{2x-4} - 1}{x^2 - 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1-2x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^3 - 2n^4 + 1}{n^2 - 3n^3 - 8}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ x-2, & x > \pi \end{cases}$

#### Вариант 5

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 - 5n + 5})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-4}{2n+3} \right)^{5-n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 4x + 2}{3x^2 + 5x - 6}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-6}{5-\sqrt{x+23}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\operatorname{tg}^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arctg(2x-6)}{4-\sqrt{x+13}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{7^{3x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^3 + 2n^2 + 8n}{5n^2 - 3n^3 - 9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \frac{3}{1+2^{\sqrt{x}}}$

**Вариант 6**

I. Вычислить пределы:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 - 2n + 4} - 3n)$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{10n-3}{10n+4} \right)^{5n-2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{5x+1}{5x-7} \right)^{x^2}$

4.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 2x - 3}{4x^2 - x - 5}$

5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13} - 3}{3x+6}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin^2(4x)}{\operatorname{arctg}^4(2x)}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{e^{3x-3} - 1}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{4x} - 1}{\ln(1+9x)}$

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^3 + 8}{3n^2 + 3n^4 - 9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \frac{2}{x^2 - 4}$

**Вариант 7**

I. Вычислить пределы:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 - \sqrt{4n^4 + 2n - 1})$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+3}{n+7} \right)^{3n^2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-3} - 1}{2^{x-2} - 1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2 - 5x + 6}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(4x)}{x \cdot \operatorname{tg}^2(3x)}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{-6x} - 1}$

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^5 + 2n + 8}{6n^3 + 3n^5 - 9n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = 9^{\frac{1}{x+3}}$

**Вариант 8**

I. Вычислить пределы:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 4n + 10} - n)$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{4n-1}{4n+5} \right)^{6-2n}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^2 + 16} - x + 1)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 15}{x^2 - 9}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{15 - 5x}{3 - \sqrt{4x-3}}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(6x)}{\operatorname{arctg}^2(3x)}$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7^{3x+3} - 1}{6x^2 + 7x + 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{\ln(1+5x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n^2 + 6n + 2}{5n^2 - 3n^3 - 9n + 4}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2 + 2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$

### Вариант 9

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16n^2 - 2n + 7} - 4n)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n-4}{6n+5} \right)^{-2n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2x+9)}{x^2 - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 8x + 16}{2x^2 - 5x - 12}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(5x)}{1 - \cos(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 8x - 4}{\operatorname{arctg}(8-4x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{8^{4x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 - 5n^2 + 6n^3 + 2}{3n^2 + n^3 - 9n + 1}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \frac{1}{1+5^{\frac{1}{x}}}$

### Вариант 10

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 - \sqrt{n^4 - 3n^2 + 11})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7n+2}{7n-4} \right)^{3n+2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{2x+3}{x+4} \right)^{x-5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 - 5x - 2}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x+24} - 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^3(2x)}{x \cdot \sin^2(5x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} - 1}{\sqrt{2x+7} - 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{7x} - 1}{\ln(1+10x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^6 + 2n^2 + 2}{n^6 - 3n^3 - 9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \frac{2}{1+4^{\frac{1}{x-1}}}$

**Вариант 11**

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 - 2n + 5})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^x - 1}{2x^2 - 4x + 3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4 - \sqrt{6x - 2}}{9 - 3x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sin(4x - 4)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 + 9n + 2}{3n^3 + 9n^2 + 4}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{8n - 3}{8n + 1} \right)^{5-6n}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 5x - 25}{x^2 - 25}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \arcsin^2(3x)}{\operatorname{tg}^3(3x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-9x} - 1}{\ln(1 - 6x)}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \begin{cases} -(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x, & x > 0 \end{cases}$

**Вариант 12**

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 5n^2 + 4} - n^2)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 5}{\ln(x + 3)}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^3 + 3x^2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 - 4 - 1}{2x^2 + 3x - 2}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n^2 + 6n}{9n^2 + 3n^3 - 9n + 4}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{9n + 2}{9n - 5} \right)^{3n+4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 - x - 6}{3x^3 + 4x^2 + x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(5x)}{\operatorname{arctg}^3(4x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 12x)}{e^{4x} - 1}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0, \\ 3, & 0 < x \leq 1, \\ x + 2, & x > 1 \end{cases}$

**Вариант 13**

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (5n - \sqrt{25n^2 + 4n + 4})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^2 - 6x + 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3x + 10} - 1}{2x + 6}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{10n + 51}{10n - 64} \right)^{20n+4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{2x^2 + 12x + 18}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(6x)}{x \cdot \operatorname{arctg}(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(3x-6)}{2-\sqrt{x+2}}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{2^{-10x}-1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3-2n^2+6}{4n^3+4n+5}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = 8^{\frac{1}{5-x}}$

#### Вариант 14

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4+2n^2-6}-n^2)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{11n-2}{11n+3} \right)^{4-5n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} [\ln(x^2+3)-\ln(3x^2+1)]$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2-36}{2x^2-11x-6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+6}{7-\sqrt{19-10x}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^4(2x)}{\operatorname{tg}^4(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2-7x-15}{e^{x^2-25}-1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{-8x}-1}{\ln(1-16x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^6-2n^4+6n^2}{9n^6-3n^5-n}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1 \end{cases}$

#### Вариант 15

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4-3n+2}-n^2)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-4}{2n+5} \right)^{5n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} (\sqrt{x^2+12}-\sqrt{3x^2-3})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2+3x+27}{2x^2-5x-3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg}^2(7x)}{\arcsin^3(2x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3-\sqrt{4x+21}}{\operatorname{tg}(5x+15)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{20x}-1}{\ln(1+5x)}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4+2n^3+n}{7n^5+3n^2+4}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность  $y = \frac{x^2}{x-2}$

**Вариант 1**

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталья:

1.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x}$

2.  $y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$

3.  $y = \ln \sin(2x + 5)$

4.  $y = x^{\ln x}$

5.  $y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(1 + 2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

5. Найти производную от неявной функции  $\ln(x + y) - \arctg x = 0$ .

**Вариант 2**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

1.  $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin x}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{x-1} - 1}{\ln(2x - 1)}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = \sqrt[3]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$

2.  $y = \frac{4 \arccos x - e^x}{3 \log_2 x + 5x^3}$

3.  $y = \frac{1}{2} \sin^4(\cos x)$

4.  $y = x^{\cos x}$

5.  $y = (2^x + 4 \sin x)(3 \ln x - 2)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \arctg 2t, \\ y = t^2 + 2t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .

5. Найти производную от неявной функции  $\cos(xy) = \frac{y}{x}$ .

**Вариант 3**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x^2 - 1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(2x + 9) - \ln 3}$ .

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{4}{x^2}$$

$$2. y = \frac{2 \ln x - 8x^4}{4^x - 2 \operatorname{arctg} x}$$

$$3. y = \arccos(\operatorname{ctg} 4x)$$

$$4. y = x^{\sqrt{x+3}}$$

$$5. y = (5 \operatorname{tg} x - e^x)(4 \log_3 x + 3)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(1-4t), \\ y = 2t^2 + 4t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $\operatorname{arctg}(x+y) = x$ .

#### Вариант 4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(\pi x)}{\sin(3\pi x)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{4^{x+2} - 1}$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^2} - 3x^3$$

$$2. y = \frac{e^x + 6 \arcsin x}{5x^2 - 2 \log_4 x}$$

$$3. y = \operatorname{arctg} e^{2x}$$

$$4. y = (\operatorname{tg} x)^{x^2}$$

$$5. y = (8 \operatorname{ctg} x + 3^x)(2 \ln x - 5)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 3t, \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{4x^2}{3+x^2}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $y \sin x + \cos(x-y) = 0$ .

#### Вариант 5

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{x^2 - 4\pi^2}{\operatorname{tg}(x)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9-4x)}{e^{3x-6} - 1}$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[3]{x^4}$$

$$2. y = \frac{7^x - 3 \arccos x}{4x^3 + 3 \ln x}$$

$$3. y = \ln(\arcsin 3x)$$

$$4. y = (\sin x)^{\cos x}$$

$$5. y = (e^x - 4 \operatorname{tg} x)(3 + 7 \log_3 x)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(1+6t), \\ y = 3t^2 - 12t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{12x}{9+x^2}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $y \sin x + \cos y = 0$ .

**Вариант 6**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

1.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin(3x + \pi/4)}{\pi/4 - x}$                       2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{5^{2x-3} - 5^5}{e^{x-4} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^5} + \frac{4}{x^3}$                       2.  $y = \frac{7x^2 + 4 \log_3 x}{2e^x - 5 \operatorname{arctg} x}$   
 3.  $y = e^{\operatorname{arctg}(3x-2)}$                       4.  $y = (\operatorname{arcsin} x)^{x+4}$   
 5.  $y = (5^x + 2 \cos x)(10 - 3 \ln x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 4t, \\ y = t^4 + 4t^3. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $\operatorname{arctg}(x+y) - x - 2y = 0$ .

**Вариант 7**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sin(2\pi x)}$                       2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{5x+10} - 1}{\ln(4x+9)}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 3x^5 - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^3}$                       2.  $y = \frac{3 \operatorname{arctg} x - 5^x}{4 \ln x - 5x^6}$   
 3.  $y = \ln(e^{2x} + 3)$                       4.  $y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$   
 5.  $y = (e^x + 6 \operatorname{ctg} x)(9 + 7 \log_6 x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(1-5t), \\ y = t^3 - 10t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{4-x^3}{x^2}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $e^{xy} = \sin xy$ .

**Вариант 8**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} (2-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}$                       2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3^{x-4} - 1}{\ln(33-2x^2)}$ .

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \sqrt[3]{x^7} - 4x^6 + \frac{4}{x^3}$$

$$2. y = \frac{2 \arccos x + e^x}{3 \log_2 x - 7x^3}$$

$$3. y = 3^{-\arcsin(6x)}$$

$$4. y = (x^3 - 1)^x$$

$$5. y = (7^x - 4 \sin x)(4 + 3 \ln x)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 5t, \\ y = 5t^2 - 20t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $\operatorname{arccctg}(2x - 3y) = 5^y$ .

#### Вариант 9

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{tg}(2\pi x)}{2x^2 - 6x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(4x - 6) - \ln 2}{2^{3x-6} - 1}$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$$

$$2. y = \frac{5 \ln x + 3x^4}{6 \arcsin x - 2^x}$$

$$3. y = (1 + \sin 2x)^{10}$$

$$4. y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x}$$

$$5. y = (4 \log_5 x - e^x)(6 - 5 \operatorname{tg} x)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(2 + 3t), \\ y = t^6 - 3t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $\cos(x - y) - 2x + 4y = 0$ .

#### Вариант 10

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{\pi - x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2x^2 - 1)}{3^{x-1} - 1}$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 4x^6 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$$

$$2. y = \frac{5 \arccos x - e^x}{4 \log_4 x - 6x^3}$$

$$3. y = 2^{\operatorname{arctg} 5x}$$

$$4. y = (\ln x)^x$$

$$5. y = (10 \ln x + 6^x)(2 \sin x - \sqrt{3})$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 6t, \\ y = 3t^4 + 2t^3. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $e^{xy} = \ln x + \operatorname{arctg} y$ .

**Вариант 11**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

1.  $\lim_{x \rightarrow 3\pi} \frac{x^2 - 9\pi^2}{\sin(x/3)}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{e^{x-5} - e^2}{4^{10-2x} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 2\sqrt{x^3} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$

2.  $y = \frac{6^x - 3\operatorname{arctg} x}{5x^2 - 9 \ln x}$

3.  $y = (1 + \cos 3x)^6$

4.  $y = (\arccos x)^{x^2}$

5.  $y = (e^x - 7 \log_3 x)(\sqrt{2} - 3 \operatorname{tg} x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(5 - 4t), \\ y = t^8 + 2t^4. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $\cos y = \sin x + 2y$ .

**Вариант 12**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

1.  $\lim_{x \rightarrow \pi/8} \frac{\pi/4 - 2x}{\sin(2x + 3\pi/4)}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(3x-14)}{4^{2x-10} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 4x^3 - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$

2.  $y = \frac{8x^4 - 7 \log_8 x}{e^x + 2 \arcsin x}$

3.  $y = \ln \operatorname{tg}(4x-1)$

4.  $y = (\sin x)^{x^2}$

5.  $y = (4^x + 6 \ln x)(8 + 3 \cos x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 7t, \\ y = 7t^4 - 2t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $xy + \ln y - 2 \ln x = 0$ .

**Вариант 13**

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталю:

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} (2x-6) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{7^{2x-3} - 7^3}{e^{6-2x} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x} \qquad 2. y = \frac{9^x - 3 \arccos x}{5x^3 + 8 \ln x}$$

$$3. y = \sin(e^{4x+3}) \qquad 4. y = (x^2 + 2)^{3x}$$

$$5. y = (e^x - 5 \log_4 x)(6 \operatorname{ctg} x - 1)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(8 - 7t), \\ y = t^3 - 7t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{-8x}{x^2 + 4}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $\operatorname{tg} y = xy^2 + e^x$ .

#### Вариант 14

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{1 + \cos(x/2)}{(x - 2\pi)^2} \qquad 2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(13 - 3x^2)}{3^{x-2} - 1}$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} + 5x^4 \qquad 2. y = \frac{5 \arccos x - e^x}{2 \log_4 x - 6x^2}$$

$$3. y = \arcsin(\ln(2x)) \qquad 4. y = x^{\operatorname{arctg} x}$$

$$5. y = (2^x + 3 \ln x)(4 \cos x + 11)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 7t, \\ y = t^3 - 7t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $x \ln y = 3x^3 + y^2$ .

#### Вариант 15

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{\sin(x - 2)} \qquad 2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{e^{3x+12} - 1}{\ln(3x + 13)}$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{4}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} - 7x^3 \qquad 2. y = \frac{4 \ln x - 3x^6}{7 \operatorname{arctg} x + 8^x}$$

$$3. y = \ln(1 + \operatorname{arctg} 2x) \qquad 4. y = (\cos x)^{\operatorname{ar} x}$$

$$5. y = (e^x - 5 \log_4 x)(9 \sin x - 12)$$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(4 + 3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$ .

5. Найти производную  $y'$  от неявной функции  $e^y - (x+3y) = 0$ .

Типовой расчет «Неопределенные интегралы»

**Вариант №1**

- |  |  |  |
|--|--|--|
| 1) $\int x\sqrt{5-x^2} dx$             | 2) $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$             | 3) $\int x^3 e^{x^2} dx$                 |
| 4) $\int (3x-2)\cos 2x dx$             | 5) $\int \frac{x^2-8x-14}{(x+2)(x-4)} dx$      | 6) $\int \frac{3x^2-x^2 e^x-14}{x^2} dx$ |
| 7) $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx$ | 8) $\int \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}-1} dx$ | 9) $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$           |
| 10) $\int \sqrt{256+x^2} dx$           |  |  |

**Вариант №2**

- |                              |  |                                  |
|------------------------------|--|----------------------------------|
| 1) $\int \sin^3 x \cos x dx$ | 2) $\int \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$        | 3) $\int 3x\sqrt{5-x^2} dx$      |
| 4) $\int (5-4x)\sin 3x dx$   | 5) $\int \frac{5x^2+11x+2}{x(x+1)^2} dx$ | 6) $\int \frac{(x+1)^2}{x^3} dx$ |
| 7) $\int x\sqrt{15-x^2} dx$  | 8) $\int \frac{x dx}{\sqrt{3+4x}}$       | 9) $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$  |
| 10) $\int \sqrt{256-x^2} dx$ |  |                                  |

**Вариант №3**

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1) $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx$ | 2) $\int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx$  | 3) $\int \frac{(\operatorname{arctg} x)^4}{1+x^2} dx$ |
| 4) $\int (2x+1)e^{2x} dx$              | 5) $\int \frac{x^3+2x^2-18x+17}{(x-3)(x+5)} dx$ | 6) $\int \frac{x^2-x^2 \sin x+2x}{x^2} dx$            |
| 7) $\int \frac{x^2}{x^5+4} dx$         | 8) $\int \frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}} dx$          | 9) $\int \frac{dx}{1+\cos x+\sin x}$                  |
| 10) $\int x^2\sqrt{1-x^2} dx$          |   |   |

**Вариант №4**

- |                                |   |                                |
|--------------------------------|---|--------------------------------|
| 1) $\int \frac{x^2}{x^3+8} dx$ | 2) $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$       | 3) $\int e^{\sin x} \sin x dx$ |
| 4) $\int (4-5x)3^x dx$         | 5) $\int \frac{x^3+9x^2+11x-20}{x^2(x+5)} dx$ | 6) $\int (x-1)(x^2+x+1) dx$    |

7)  $\int e^{2\sin x} \cos x dx$       8)  $\int \frac{1}{1-\sqrt{x}} dx$       9)  $\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x+3\sin^2 x}$

10)  $\int \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}$

1)  $\int e^{\sin x} \cos x dx$       2)  $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$       3)  $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx$

4)  $\int (x^3-4x+1) \ln x dx$       5)  $\int \frac{3x^2-5x+8}{(x-1)(x^2+1)} dx$       6)  $\int \frac{(x^2+3)^2}{x^5} dx$

7)  $\int \frac{x^2}{x^3+3} dx$       8)  $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x-1}} dx$       9)  $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^5 x}$

10)  $\int \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}$

1)  $\int \frac{(\arctg x)^3}{1+x^2} dx$       2)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$       3)  $\int \frac{(2x-2)}{\sqrt{x^2-2x+1}} dx$

4)  $\int 4x \arctg x dx$       5)  $\int \frac{-3x^2+4x-4}{(x+4)(x^2+1)} dx$       6)  $\int \frac{(2x+3)^2}{x} dx$

7)  $\int \frac{(6x-2)}{\sqrt{3x^2-2x+1}} dx$       8)  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$       9)  $\int \frac{dx}{2+\sin x}$

10)  $\int \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$

1)  $\int \frac{(10x-2)}{\sqrt{5x^2-2x+1}} dx$       2)  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} dx$       3)  $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$

4)  $\int (5x^2-16x^4-2) \ln x dx$       5)  $\int \frac{5x^2-29}{(x+2)(x-1)(x+3)} dx$       6)  $\int \frac{e^x x^5-4x^4 \sin x+2x^4}{x^5} dx$

7)  $\int e^{-x^2} \cdot 4x^3 dx$       8)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-2}}$       9)  $\int \frac{dx}{5+5\cos x+\sin x}$

10)  $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx$

1)  $\int e^{-x^2} \cdot x^3 dx$       2)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$       3)  $\int \cos^3 x \sin x dx$

4)  $\int 6x \arcsin x dx$       5)  $\int \frac{x^3+x^2+3x+7}{(x-1)(x+2)} dx$       6)  $\int \frac{12x^3-x^2 \sin x+2x}{x^2} dx$

7)  $\int \frac{\sin x}{\cos^4 x} dx$       8)  $\int x\sqrt{3+x} dx$       9)  $\int \frac{dx}{2+4\cos x+3\sin x}$

10)  $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$

1)  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$

4)  $\int (3-5x) \cos 3x dx$

7)  $\int \frac{x}{(3+x^2)^5} dx$

10)  $\int \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$

1)  $\int \frac{x}{(2+x^2)^2} dx$

4)  $\int (6x+2) \sin 6x dx$

7)  $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$

10)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$

1)  $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$

4)  $\int (3-2x) e^{2x} dx$

7)  $\int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln x}} dx$

10)  $\int \sqrt{4-x^2} dx$

1)  $\int \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$

4)  $\int (x^5 - 4x^3 + 3) \ln x dx$

7)  $\int (e^x + 5)^3 e^x dx$

**Вариант №9**

2)  $\int x\sqrt{1+x} dx$

5)  $\int \frac{2x^2 - 5x + 2}{(x-3)(x+2)} dx$

8)  $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

3)  $\int \frac{x}{(3+x^3)^2} dx$

6)  $\int \frac{(4x+3)^2}{x^3} dx$

9)  $\int \frac{dx}{1+3\cos x+2\sin x}$

**Вариант №10**

2)  $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

5)  $\int \frac{-x^2 + 6x - 3}{(x+3)(x^2+1)} dx$

8)  $\int \frac{\sqrt[3]{(x+2)^2}}{\sqrt[3]{(x+2)^2+3}} dx$

3)  $\int 3^{-x^4} \cdot x^3 dx$

6)  $\int \left(\frac{x+3}{x^3}\right)^2 dx$

9)  $\int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}$

**Вариант №11**

2)  $\int \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2+3}} dx$

5)  $\int \frac{4x^2 - 9x - 4}{(x-2)(x+1)} dx$

8)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+5}}$

3)  $\int 5^{-x^2} \cdot x^2 dx$

6)  $\int \frac{4x^3 - 5x^2 e^x + 2x^4}{x^2} dx$

9)  $\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x+2\sin^2 x}$

**Вариант №12**

2)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{4x+5}}$

5)  $\int \frac{3x^3 + 12x - 4}{x(x^2+4)} dx$

8)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x-1}}$

3)  $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$

6)  $\int \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx$

9)  $\int \frac{dx}{1+4\sin^2 x}$

10)  $\int x^2 \sqrt{16-x^2} dx.$

1)  $\int (e^x + 4)^3 e^x dx$

4)  $\int (3x+18)2^x dx$

7)  $\int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$

10)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}$

1)  $\int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$

4)  $\int (7x-3)5^x dx$

7)  $\int \frac{(\arcsin x)^4}{\sqrt{1-x^2}} dx$

10)  $\int x^2 \sqrt{25-x^2} dx.$

1)  $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

4)  $\int 3x \arccos x dx$

7)  $\int \cos^8 x \sin x dx$

10)  $\int \sqrt{16-x^2} dx.$

**Вариант №13**

2)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$

5)  $\int \frac{-13x-32}{(x+2)(x-1)(x+4)} dx$

8)  $\int \frac{1}{(1+\sqrt{x})^2} dx$

3)  $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln^3 x}} dx$

6)  $\int \frac{(x+1)^3}{x^2} dx$

9)  $\int \frac{dx}{5+5\cos^2 x + \sin^2 x}$

**Вариант №14**

2)  $\int \frac{1}{(1+\sqrt{x})^2} dx$

5)  $\int \frac{2x^2+3x-19}{(x-3)(x+5)} dx$

8)  $\int \frac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-1}} dx$

3)  $\int \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

6)  $\int \frac{x^3+5x^2e^x+x}{x^2} dx$

9)  $\int \frac{dx}{2+\cos^2 x}$

**Вариант №15**

2)  $\int \frac{1}{\sqrt{2x-1}-\sqrt{2x-1}} dx$

5)  $\int \frac{-6x^2-11x+8}{x(x+2)(x-1)} dx$

8)  $\int \frac{1}{6+\sqrt{x}} dx$

3)  $\int \frac{x^2}{x^5+4} dx$

6)  $\int (x-2)(x^2+2x+4) dx$

9)  $\int \frac{dx}{2-\cos x}$

**Типовой расчет «Определенные интегралы и их приложения»**

Вычислить следующие определенные интегралы:

**Задание 1**

1.  $\int_0^{\sqrt{5}} x \sqrt[3]{1+x^2} dx.$

2.  $\int_0^{12\sqrt{5}} \frac{12x^3}{\sqrt{x^6+1}} dx.$

$$3. \int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx.$$

$$5. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos x} dx.$$

$$7. \int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{3x+25}} dx.$$

$$9. \int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx.$$

$$4. \int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx.$$

$$6. \int_{\sqrt{4}}^{4\sqrt{4}} \frac{4x}{x^2+1} dx.$$

$$8. \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+4}} dx.$$

$$10. \int_2^{10} \sqrt{2x+5} dx.$$

**Задание 2**

$$1. \int_{\frac{1}{2}}^1 y \ln(y-1) dy.$$

$$3. \int_0^{\pi/2} x \cos x dx.$$

$$5. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \arccos 2x dx.$$

$$7. \int_{-\pi/2}^0 x e^{-2x} dx.$$

$$9. \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

$$2. \int_{-2}^0 x e^{-x^2} dx.$$

$$4. \int_0^{\pi} x \sin x dx.$$

$$6. \int_1^2 (y-1) \ln y dy.$$

$$8. \int_{-\pi/3}^{-\pi/3} x e^{-5x} dx.$$

$$10. \int_1^2 \sqrt{x} \ln x dx.$$

**Задание 3**

$$1. \int_0^{16} \sqrt{256-x^2} dx.$$

$$3. \int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}.$$

$$5. \int_0^{\sqrt{5/2}} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}.$$

$$7. \int_0^{\sqrt{E/2}} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}.$$

$$9. \int_0^1 \frac{x^4 dx}{(2-x^2)^{3/2}}.$$

$$2. \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$4. \int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}.$$

$$6. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx.$$

$$8. \int_0^{\sqrt{E}} \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}.$$

$$10. \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}.$$

**Задание 4.**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 2 - x^2$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$ .
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 1 + \frac{3}{4}x^2$ .
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 3 - 2x - x^2$ ,  $y = 0$ .
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 1 - x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 2 - x$ ,  $y = 0$ .
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $y = \frac{x^2}{2}$ .
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x - x^2$ ,  $y = -x$ .
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2(x-1)$ ,  $x = 3$ .
10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $x = 0$  ( $x \geq 0$ ).

**Задание № 5**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ .
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 5 \sin^3 t \end{cases}$ .
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$ .
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$ ,  
 $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$ .
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$ .
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}$ .
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$ .

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид  $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$ .

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$$

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$ .

10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x = 4 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}$ .

**Задание № 6.** Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями в полярных координатах.

1.  $r = 4 \cos \phi, r = 2 (r \geq 2)$ .
2.  $r = \cos 2\phi$ .
3.  $r^2 = 4 \cos 2\phi, r = 2$ .
4.  $r = 4 \sin 3\phi, r = 2 (r \geq 2)$ .
5.  $r = 1 + \cos \phi, r = \cos \phi$ .
6.  $r = \sin 3\phi$ .
7.  $r = 6 \sin 3\phi, r = 3 (r \geq 3)$ .
8.  $r = \cos 3\phi$ .
9.  $r = 6 \cos 3\phi, r = 3 (r \geq 3)$ .
10.  $r = 2(1 + \cos \phi), r = 2 (r \geq 2)$ .

**Задание № 7.** Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

1.  $y = \ln(x^2 - 1), 2 \leq x \leq 3$ .
2.  $y = 1 - \ln \cos x, 0 \leq x \leq \pi/6$ .
3.  $y = 2 - e^x, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$ .
4.  $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{8}{9}$ .
5.  $y = -\arccos x + \sqrt{1 - x^2} + 1, 0 \leq x \leq \frac{9}{16}$ .
6.  $y = e^x + e, \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$ .
7.  $y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$ .
8.  $y = 1 - \ln \sin x, \pi/3 \leq x \leq \pi/2$ .
9.  $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq \frac{15}{16}$ .
10.  $y = 1 - \ln(x^2 - 1), 3 \leq x \leq 4$ .

**Задание № 8.** Вычислить длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями.

1. 
$$\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 6 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$
2. 
$$\begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$
3. 
$$\begin{cases} x = 3,5(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3,5(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$
4. 
$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$$
5. 
$$\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ x = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$$
6. 
$$\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$
7. 
$$\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t), \\ y = 6(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$
8. 
$$\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$$
9. 
$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$
10. 
$$\begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/6.$$

**Задание № 9**

Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в полярных координатах.

1.  $\rho = 6e^{12\phi/5}, \quad -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2.$
2.  $\rho = 1 - \sin \phi, \quad -\pi/2 \leq \phi \leq -\pi/6.$
3.  $\rho = 5e^{5\phi/12}, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/3.$
4.  $\rho = 4(1 - \sin \phi), \quad 0 \leq \phi \leq \pi/6.$
5.  $\rho = 2(1 - \cos \phi), \quad -\pi \leq \phi \leq -\pi/2.$
6.  $\rho = 3e^{3\phi/4}, \quad -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2.$
7.  $\rho = 2 \cos \phi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/6.$
8.  $\rho = 5(1 - \cos \phi), \quad -\pi/3 \leq \phi \leq 0.$
9.  $\rho = 5e^{5\phi/12}, \quad -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2.$
10.  $\rho = 8(1 - \cos \phi), \quad -2\pi/3 \leq \phi \leq 0.$

**Задание № 10.** Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций. В вариантах 1-5 ось вращения  $Ox$ , в вариантах 6-10 ось вращения  $Oy$ .

1.  $y = 3 \sin x, y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi.$

2.  $y = xe^x, y = 0, x = 1.$

3.  $y = x^2, y^2 - x = 0.$

4.  $y = -1 - x^2, x = 0.$

5.  $y = -2x - x^2, y = -x + 2, x = 0.$

6.  $y = x^3, y = \sqrt{x}.$

7.  $y = x^2, y = 1, x = 2.$

8.  $y = e^{1-x}, y = 0, x = 0, x = 1.$

9.  $x = \sqrt[3]{y-2}, x = 1, y = 1.$

10.  $y = 5 \cos x, y = \cos x, x = 0, x \leq 0.$

Образцы контрольных работ

Контрольная работа 1

**ВАРИАНТ № 1**

1. Вычислить  $(AB)C+2A(BC)$ , где  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера: 
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 5x - 10y + z = 16 \end{cases}$$

3. Исследовать систему уравнений: 
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 6x - 7y - z = 7 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

**ВАРИАНТ № 2**

1. Вычислить  $(AB)C-5A(BC)$ , где  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}^T$ ;  $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

2. Найти ранг матрицы: 
$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$
.

3. Решить систему уравнений матричным способом: 
$$\begin{cases} 3x - y + z = 2 \\ -4x + 3y + 2z = -1 \\ 5x - 2y - 4z = 8 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

**ВАРИАНТ № 3**

1. Вычислить  $(AB)^T - 2B^T A^T$ , где  $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ .

2. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ .

3. Исследовать систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ -2x + y + 5z = -5 \\ -5x - y + 7z = -12 \end{cases}$$

4. Найти ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & -5 & -4 \end{pmatrix}$ .

**ВАРИАНТ № 4**

1. Вычислить определитель матрицы  $(2A^2 - A)^{-1}$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ .

2. Исследовать систему уравнений:  $\begin{cases} x - 2y + 2z - t - s = -1 \\ x - 2y + 2z - 3t + 2s = 0 \end{cases}$

3. Решить систему уравнений по формулам Крамера:  $\begin{cases} 7x + 7y + z = 5 \\ 3x - 2y + 2z = 4 \\ x + 5y - z = -1 \end{cases}$

4. Найти ранг матрицы:  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ .

**ВАРИАНТ № 5**

1. Вычислить определитель матрицы  $(A^2 - B^2)^{-1}$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ .

2. Исследовать систему уравнений: 
$$\begin{cases} 2x - 3y + 2z - t = 0 \\ 2x - 3y - z + 2t = 0 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений по правилу Крамера: 
$$\begin{cases} 5x - y - z = 1 \\ -3x + 5y + 2z = 20 \\ 7x - 5y - 2z = -16 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений матричным способом: 
$$\begin{cases} 5x - y - z = 1 \\ -3x + 5y + 2z = 20 \\ 2x + 4y + z = 21 \end{cases}$$

**ВАРИАНТ № 6**

1. Вычислить ранг матрицы  $AB^2 - 5A$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Найти определитель матрицы: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$
.

3. Решить систему уравнений матричным способом: 
$$\begin{cases} 7x - y + 5z = 15 \\ -2x + y - z = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

4. Исследовать систему уравнений: 
$$\begin{cases} -x - 5y + 2z - t = 0 \\ -x - 5y - z + 2t = 0 \end{cases}$$

**ВАРИАНТ № 7**

1. Вычислить ранг матрицы  $(B^2 - A^2)^{-1}$ , где  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = 2A$ .

2. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему уравнений методом Гаусса: 
$$\begin{cases} -4x - y + 2z = -9 \\ x + 5y + 7z = -10 \\ 5x + y - 3z = 12 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений по правилу Крамера: 
$$\begin{cases} -4x - y + 2z = -9 \\ x + 5y + 7z = -8 \\ -x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

**ВАРИАНТ № 8**

1. Вычислить  $\det(((AB)^2)^{-1})$ , где  $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T$ ;  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Решить систему уравнений методом Гаусса: 
$$\begin{cases} -x + 5y - z = 3 \\ 2x + 2y + z = 5 \\ 3x - 3y + 2z = 2 \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений матричным методом: 
$$\begin{cases} 5x + y - 2z = 15 \\ 4x - 2y - 3z = 5 \\ 3x + 5y + 2z = 19 \end{cases}$$

4. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

**ВАРИАНТ № 9**

1. Вычислить ранг матрицы:  $(2(AB)C - A(BC))^2$ , где  $A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = (3 \ -4 \ 1)^T$ ,  $C = (0 \ -8)$ .

2. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$
.

3. Решить систему уравнений матричным методом: 
$$\begin{cases} -5x + 5y - z = -3 \\ 3x - 4y + 7z = 22 \\ -x + 2y - z = -4 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса: 
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 6x - 7y - z = 7 \end{cases}$$

**ВАРИАНТ № 10**

1. Вычислить ранг матрицы  $2(AB)^T - B^T A^T$ , где  $A^T = B = (-4 \ -2 \ -5 \ 0)$ .

2. Вычислить определитель: 
$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 5 \\ 2 & -2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$
.

3. Решить систему уравнений матричным способом: 
$$\begin{cases} 3x - 5y - z = 4 \\ -2x + 2y + z = 1 \\ -5x - y + 2z = 5 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ -2x + y + 5z = -5 \\ -5x - y + 7z = -12 \end{cases}$$

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. В треугольнике  $ABC$  дано:  $\overline{AB} = \bar{a}$ ,  $\overline{AC} = \bar{b}$ , точка  $K$  – середина стороны  $BC$ . Выразить вектор  $\overline{AK}$  через векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .
2. Даны три последовательные вершины параллелограмма:  $A(1; -2; 3)$ ,  $B(3; 2; 1)$ ,  $C(6; 4; 4)$ . Найти его четвертую вершину  $D$ .
3. Найти координаты вектора  $\bar{a} \times (2\bar{a} + \bar{b})$ , если  $\bar{a} = (3; -1; -2)$ ,  $\bar{b} = (1; 2; -1)$ .
4. Найти расстояние между центрами окружностей  $x^2 + y^2 = 9$  и  $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ .
5. Найти объем пирамиды, ограниченной плоскостью  $x + 3y - 5z - 15 = 0$  и координатными плоскостями.

Вариант 2

1. В треугольнике  $ABC$ :  $K$  – точка пересечения медиан треугольника,  $\overline{AK} = \bar{a}$ ,  $\overline{AC} = \bar{b}$ . Разложить  $\overline{AB}$  и  $\overline{BC}$  по векторам  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ .
2. Даны векторы  $\bar{a} = (2; 3)$ ,  $\bar{b}(1; -3)$ ,  $\bar{c}(-1; 3)$ . При каком значении коэффициента  $\alpha$  векторы  $\bar{p} = \bar{a} + \alpha\bar{b}$  и  $\bar{q} = \bar{a} + 2\bar{c}$  коллинеарны?
3. Даны векторы  $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} - 3\bar{k}$ ,  $\bar{b} = -2\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ . Найти:  $\bar{c} = (\bar{a} - \bar{b}) \times (2\bar{b})$ ;  $|\bar{c}|$ .
4. Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет и уравнения директрис эллипса  $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$ .
5. Найти длину перпендикуляра, опущенного из начала координат на плоскость  $20x - 5y + 4z - 210 = 0$  и угол, образованный этим перпендикуляром с осью  $Oz$ .

Вариант 3

1. В параллелограмме  $ABCD$ :  $E$  и  $F$  – середины сторон  $BC$  и  $CD$ ,  
 $\overline{AE} = \vec{a}$ ,  $\overline{AF} = \vec{b}$ . Выразить векторы  $\overline{BD}$  и  $\overline{AD}$  через векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .
2. Даны вершины треугольника  $A(3; -1; 5)$ ,  $B(4; 2; -5)$ ,  $C(-4; 0; 3)$ .  
 Найти длину медианы, проведенной из вершины  $A$ .
3. Дано:  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{3}\pi$ . Найти:  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ;  $|(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (-\vec{a} + 3\vec{b})|$ .
4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.  

$$3x^2 - y^2 + 12x - 4y - 4 = 0.$$
5. Построить плоскости, заданные уравнениями:  
 1)  $2y - 5 = 0$ ;  
 2)  $x + z - 1 = 0$ ; 3)  $3x + 4y + 6z - 12 = 0$ .

Вариант 4

1. Радиус-вектор точки  $M$  составляет с осью  $Oy$  угол  $60^\circ$ , а с осью  $Oz$  угол  $45^\circ$ ; его длина  $|\vec{r}| = 8$ . Найти координаты точки  $M$ , если ее абсцисса отрицательна.
2. Найти координаты вектора  $\vec{a}$ , если  $|\vec{a}| = 3$  и углы между вектором и координатными осями равны:  $\alpha = \beta = \gamma$ .
3. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $45^\circ$ . Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $3\vec{a} + 2\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5$ .
4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.  

$$9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0.$$
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через:  
 1) точку  $M(-2; 3; 1)$  параллельно плоскости  $Oxy$ ;  
 2) точку  $M$  и ось  $Oy$ .  
 Построить эти плоскости.

Вариант 5

1. В параллелограмме  $ABCD$  обозначены:  $\overline{AB} = \bar{a}$ ,  $\overline{AD} = \bar{b}$ .  $K$  – точка пересечения диагоналей параллелограмма. Выразить через  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  векторы  $\overline{KA}$ ,  $\overline{KB}$ ,  $\overline{KC}$  и  $\overline{KD}$ .
2. Найти площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой  $2x - 5y + 10 = 0$ .
3. Упростить выражение  $2\bar{i}(\bar{j} \times \bar{k}) + 3\bar{j}(\bar{i} \times \bar{k}) + 4\bar{k}(\bar{i} \times \bar{j})$ .
4. Найти координаты центра и радиус окружности:  

$$3x^2 + 3y^2 + 6x - 4y - 2 = 0.$$
5. Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки  $(-3; 5; 4)$ ,  $(2; 4; 6)$ ,  $(2; 14; 6)$ .

Вариант 6

1. В треугольнике  $ABC$ :  $\overline{BC} = \bar{a}$ ,  $\overline{CA} = \bar{b}$ . Выразить через  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  векторы, совпадающие с медианами треугольника.
2. Показать, что четырехугольник с вершинами  $A(-5; 3; 4)$ ,  $B(-1; -7; 5)$ ,  $C(6; -5; -3)$  и  $D(2; 5; -4)$  есть квадрат.
3. Упростить выражение  $(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{c} + (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}) \times \bar{b} + (\bar{b} - \bar{c}) \times \bar{a}$ ;
4. Найти уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку  $(4; -2)$ .
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через:
  - 1) точку  $A(5; -4; 6)$  перпендикулярно оси  $Ox$ ;
  - 2) точку  $A$  и отсекающей равные отрезки на положительных координатных полуосях.
 Построить эти плоскости.

Вариант 7

1. В ромбе  $ABCD$  даны диагонали  $\overline{AC} = \bar{a}$ ,  $\overline{BD} = \bar{b}$ . Разложить по этим двум векторам все векторы, совпадающие со сторонами ромба.
2. На оси  $Oy$  найти точку  $M$ , равноудаленную от точек  $A(1; -4; 7)$  и  $B(5; 6; -5)$ .
3. Упростить выражение  $(3\bar{i} - 4\bar{j} - 5\bar{k}) \times (2\bar{i} + 6\bar{j} - \bar{k})$ .
4. Показать, что уравнение  $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$  определяет эллипс, найти его оси, координаты центра и эксцентриситет.
5. Найти расстояние от начала координат до плоскости, которая пересекает оси  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  в точках с координатами  $a = -6$ ,  $b = 3$ ,  $c = 3$ .

Вариант 8

1. Сторона  $BC$  треугольника  $ABC$  разделена на пять равных частей и все точки деления  $D_1, D_2, D_3, D_4$  соединены с противоположащей вершиной  $A$ . Обозначены:  $\overline{AB} = \bar{a}$ ,  $\overline{BC} = \bar{b}$ . Выразить через  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  векторы  $\overline{D_1A}$ ,  $\overline{D_2A}$ ,  $\overline{D_3A}$  и  $\overline{D_4A}$ .
2. Луч образует с двумя осями координат углы в  $60^\circ$ . Под каким углом наклонен он к третьей оси?
3. Дано:  $|\bar{a}| = 3$ ,  $|\bar{b}| = 20$ ,  $\bar{a}\bar{b} = 30$ . Найти  $|\bar{a} \times \bar{b}|$ .
4. Составить уравнение эллипса, проходящего через точки  $M_1(2; -4\sqrt{3})$  и  $M_2(-1; 2\sqrt{15})$ .
5. Привести к каноническому виду уравнение прямой

$$\begin{cases} x - y + 2z + 1 = 0, \\ x + y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 9

1. В равнобоковой трапеции  $ABCD$  известно нижнее основание  $\overline{AB} = \vec{a}$ , боковая сторона  $\overline{AD} = \vec{b}$  и угол между ними  $\angle A = \pi / 3$ . Выразить через  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  векторы, составляющие остальные стороны и диагонали трапеции. Разложить вектор  $\vec{c} = (9; 4)$  по векторам  $\vec{a} = (1; 2)$  и  $\vec{b} = (2; -3)$ .
- 2.
3. Дано:  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 26$ ,  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$ . Найти  $\vec{a}\vec{b}$ .
4. Построить линию:  $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y - 124 = 0$ ;
5. Найти направляющий вектор прямой  $\begin{cases} x = 2, \\ z = 4. \end{cases}$

Вариант 10

1. В правильном шестиугольнике  $ABCDEF$  даны:  $\overline{AB} = \vec{a}$ ,  $\overline{AE} = \vec{b}$ . Разложить по этим двум векторам  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{AF}$  и  $\overline{EF}$ .
2. Даны векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Коллинеарны ли векторы  $\vec{c} = \vec{a} - 2\sqrt{3} \cdot \vec{b}$  и  $\vec{d} = -\sqrt{3} \cdot \vec{a} + 6 \cdot \vec{b}$ ?
3. Найти единичный вектор  $\vec{c}$ , перпендикулярный каждому из векторов  $\vec{a} = (3; -1; 2)$  и  $\vec{b} = (-1; 3; -1)$ .
4. Привести к каноническому виду. Сделать чертеж.  
 $x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 8 = 0$ .
5. Привести к каноническому виду прямую  $\begin{cases} x + 3y + z - 6 = 0, \\ 2x - y - 4z + 1 = 0. \end{cases}$

Контрольная работа 3

Вариант 1

Вычислить пределы

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 9}{5n^3 - 7n + 5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x+1}{5x-2} \right)^{3x-1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{6 - \sqrt{x^2 + 20}}{3x + 12}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}(15 - 5x)}{2x^2 + 3x - 27}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n-5}{3n+5} \right)^{-n^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 12x + 4}{3x^2 + x - 14}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(8x)}{x \cdot \sin^2(5x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+15x)}{e^{-3x} - 1}$$

**Вариант 2**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^3 + 7n^2 + 6}{3n^3 - 5n + 4}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{7n-3}{7n+1} \right)^{2-6n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} [\ln(3x^2 - 6) - \ln(x^2 + 2)]$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{2x^2 + 16x + 32}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16-3x} - 4}{x^2 + 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin^2(3x)}{1 - \cos(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{8^{2x+2} - 1}{\sqrt{x^2 + 15} - 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{7x} - 1}{\ln(1 + 21x)}$$

**Вариант 3**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - 12}{3n^2 + 6n - 4}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-7}{2n+5} \right)^{3n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x - 10}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{3x^2 + 10x - 25}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{\sqrt{5x + 11} - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^4(2x)}{x \cdot \arcsin^3(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 + 7x - 6}{e^{2x+6} - 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 16x)}{6^{8x} - 1}$$

**Вариант 4**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{15n^3 + 2n^2 - n + 2}{7n^3 + 3n^2 - 7n + 8}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n-4}{3n+1} \right)^{n-2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(2x-7)}{x-3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 7x + 3}{3x^2 - 5x - 8}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5x-5}{6 - \sqrt{39-3x}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(3x)}{\operatorname{tg}^4(4x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 5}{\arcsin(2x-6)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-18x)}{e^{9x} - 1}$$

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 + 3n^3 - 6n}{n^3 + n^2 - 9n + 8}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{3x+7} - \sqrt{2x+3})$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - 3}{4x - 20}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4^{20-4x} - 1}{x^2 - 25}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+5}{2n+6} \right)^{4n^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 13x + 6}{-x^2 + 4x + 12}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(3x)}{x \cdot \sin(9x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1+21x)}$$

**Вариант 5**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9n^5 - 2n^3 + 6n^2}{9n^3 + 3n^2 - 9n + 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x+3}{3x-1} \right)^{4x-2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x^2 + 25} - 5}{-x^3 + 4x^2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2x-12)}{3 - \sqrt{x+3}}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5n+1}{5n-2} \right)^{10n+3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{5x^2 - 3x - 26}{x^3 + 4x^2 + 4x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{\operatorname{tg}^3(5x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{4^{-10x} - 1}$$

**Вариант 6**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n^2 - 11}{n^3 - 9n + 14}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{3x^2 - 5x + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{\sqrt{17 - 4x} - 3}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{e^{12-3x} - 1}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n+4}{6n+5} \right)^{-3n}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + 3x - 27}{x^2 - 9}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^4(2x)}{x^2 \cdot \operatorname{tg}^2(6x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{4x} - 1}{\ln(1-24x)}$$

**Вариант 7**

**Вариант 8**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 5n^2 + 6}{n^2 + 2n^3 - 9n + 14}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5^x - 4}{x^2 - 3x + 9}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{7x - 3}}{1 - x^2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6 - \sqrt{5x + 31}}{\sin(x^2 - 1)}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n - 11}{2n + 15} \right)^{-4n}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 20x + 50}{-x^2 + 3x + 10}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \operatorname{arctg}^2(6x)}{\operatorname{tg}^3(2x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{\ln(1 + 25x)}$$

**Вариант 9**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^7 - 2n^5 + 6n}{9n^7 + 3n^3 - 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 7}{\ln(3x^2 - 2)}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{15 - 3x}{3 - \sqrt{4x - 11}}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{12^{5x+4} - 1}{3x^2 + 5x + 2}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n - 2}{n + 1} \right)^{5n^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 5x - 1}{3x^2 - 4x - 7}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(4x)}{\operatorname{tg}^2(5x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 17x)}{e^{-5x} - 1}$$

**Вариант 10**

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - 2n^2 + 6n - 5}{n^4 + 13n^3 - 9n + 14}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 - 3x + 1)}{e^{2x+1} - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - 7x} - 3}{x^2 - 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arcsin(x + 2)}{\sqrt{x^2 + 12} - 4}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n + 10}{n - 2} \right)^{-n^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{7x^2 + 8x - 12}{3x^2 - 4x - 20}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^4(x)}{1 - \cos(8x)}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 6x)}{11^{4x} - 1}$$

СЕМЕСТР 2

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Вычислить предел по правилу Лопиталья:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8^{x+6} - 8^3}{e^{2x+6} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = \frac{8}{x^3} - 4\sqrt{x^3} + 2x^7$

2.  $y = \frac{3 \arcsin x - e^x}{5 \log_3 x + 6x^2}$

3.  $y = \ln \cos(2x+5)$

4.  $y = (x^3 + 1)^{\sin x}$

5.  $y = (6 \ln x - 5^x)(15 + 7 \sin x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arccctg} 6t, \\ y = 2t^3 - 9t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции:  $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$

Вариант 2

1. Вычислить предел по правилу Лопиталья:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x+3} - 1}{\ln(4x^2 - 3)}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^7} - \frac{2}{x^6}$

2.  $y = \frac{2 \operatorname{arctg} x + 4^x}{3 \ln x - 4x^5}$

3.  $y = \arccos(\log_4 7x)$

4.  $y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$

5.  $y = (3 \log_9 x + e^x)(21 - 2 \cos x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(2 - 5t), \\ y = t^5 + 5t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции:

$y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$

Вариант 3

1. Вычислить предел по правилу Лопиталья:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x+1} - 1}{3^{2x+3} - 3}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 10x^2 + 3\sqrt{x^3} - \frac{5}{x^4}$

2.  $y = \frac{7x^4 - 5 \log_9 x}{e^x - 3 \arcsin x}$

3.  $y = \operatorname{arctg}(\cos 3x)$

4.  $y = (\cos x)^{\sin x}$

5.  $y = (4 \ln x - 6^x)(1 + 5 \operatorname{ctg} x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arccctg} 5t, \\ y = 3t^5 + 5t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности экстремум функции:  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$

**Вариант 4**

1. Вычислить предел по правилу Лопиталю:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{5-3x} - 1}{\ln(5x-4)}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = \sqrt{x^3} + \frac{4}{x^3} - 3x^3$

2.  $y = \frac{5^x - 3\operatorname{arctg}x}{4x^3 + 2\ln x}$

3.  $y = e^{\sin(6x-5)}$

4.  $y = (x^4 + 1)^{\sqrt{x}}$

5.  $y = (2\log_3 x - 6\cos x)(9 + e^x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(3 + 4t), \\ y = 2t^4 - 6t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции:  $y = 3x - x^3$

**Вариант 5**

1. Вычислить предел по правилу Лопиталю:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x-5)}{e^{3x-9} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 9x^3 - \frac{7}{x^4} + \sqrt[3]{x^3}$

2.  $y = \frac{e^x + 2\arcsin x}{5x^2 - 4\log_7 x}$

3.  $y = \sin(\operatorname{arctg} 2x)$

4.  $y = (2x+1)^{e^x}$

5.  $y = (5\ln x + 8\operatorname{tg}x)(5^x - 8)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arccotg} 4t, \\ y = 3t^4 - 8t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции:  $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$

**Вариант 6**

1. Вычислить предел по правилу Лопиталю:  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(2x^2 - 31)}{e^{x-4} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 3\sqrt{x} + \frac{4}{x^5} - 7x$

2.  $y = \frac{4x^5 + 7\ln x}{8^x - 5\operatorname{arctg}x}$

3.  $y = e^{-\arccos(2x)}$

4.  $y = (\sin x)^{x^2-3}$

5.  $y = (4\operatorname{ctg}x - 7\log_2 x)(e^x + \sqrt{5})$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(6 - 5t), \\ y = 5t^3 - 10t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба функции:  $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$

**Вариант 7**

1. Вычислить предел по правилу Лопиталю:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x-4) - \ln 2}{e^{5x-15} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = \sqrt{x^3} - \frac{4}{x^5} - 5x^3$

2.  $y = \frac{e^x + 3 \arccos x}{2x^7 - 5 \log_6 x}$

3.  $y = (2 - \operatorname{tg} 5x)^{10}$

4.  $y = (\operatorname{arctg} x)^{x^2}$

5.  $y = (3 \sin x + 4 \ln x)(2^x - \sqrt{7})$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arccotg} 3t, \\ y = 2t^6 + 3t^2. \end{cases}$

6. Найти интервалы монотонности, экстремум функции:  $y = x^4 - 2x^2 - 5$

**Вариант 8**

1. Вычислить предел по правилу Лопиталю:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{2x-3} - 1}{\ln(28 - 3x^2)}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 7x^2 - \sqrt[3]{x^5} + \frac{8}{x^3}$

2.  $y = \frac{2 \arcsin x - 6^x}{3 \ln x - 5x^4}$

3.  $y = \cos(\log_3 6x)$

4.  $y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x}$

5.  $y = (2 \operatorname{ctg} x - 3 \log_6 x)(e^x + 1)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(7 + 4t), \\ y = 6t^2 + 12t. \end{cases}$

4. Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба функции:  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

**Вариант 9**

1. Вычислить предел по правилу Лопиталю:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3^{5x-20} - 3^5}{e^{15-3x} - 1}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 8x^3 - \frac{7}{x^4} + \sqrt[3]{x^2}$

2.  $y = \frac{4 \log_3 x + 6x^6}{3 \arccos x - e^x}$

3.  $y = \operatorname{tg}(4^{5x-6})$

4.  $y = (2x + 5)^{\frac{1}{x^2}}$

5.  $y = (9 \ln x - 4 \sin x)(3 - 4^x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \operatorname{arccotg} 2t, \\ y = 5t^4 - 8t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$$

**Вариант 10**

1. Вычислить предел по правилу Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{5^{x-7} - 1}{\ln(x^2 - 48)}$ .

2. Найти производные следующих функций:

1.  $y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[4]{x^4}$

2.  $y = \frac{7 \operatorname{arctg} x + 9^x}{3 \ln x - 7x^3}$

3.  $y = (\sin(3x) - 4)^5$

4.  $y = (x + x^2)^x$

5.  $y = (5 \log_8 x + 3 \operatorname{tg} x)(9 - e^x)$

3. Найти производную  $y'_x$  от параметрически заданной функции  $\begin{cases} x = \ln(3 - 8t), \\ y = 4t^4 + 24t. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:  $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$ .

Контрольная работа 2

**Вариант 1**

1.  $\int x\sqrt{5-x^2} dx.$

2.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$

3.  $\int \frac{3x^2 + x^3 e^x - 4}{x^3} dx$

4.  $\int (3x-2)\cos 2x dx$

5.  $\int \frac{x^3 - 8x - 14}{(x+2)(x-4)} dx$

6.  $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$

**Вариант 2**

1.  $\int \sin^5 x \cos x dx.$

2.  $\int \frac{1}{\sqrt{x+5}} dx$

3.  $\int (5+4x)\sin 7x dx$

4.  $\int \frac{5x^2 + 11x + 2}{x(x+1)^2} dx$

5.  $\int \frac{(x+5)^2}{x^5} dx$

6.  $\int \sqrt{256-x^2} dx.$

**Вариант 3**

1.  $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x} dx.$

2.  $\int \frac{\sqrt{x+9}+1}{\sqrt{x+9}-1} dx$

3.  $\int (2x-21)e^{7x} dx$

4.  $\int \frac{x^3 + 2x^2 - 18x + 17}{(x-3)(x+5)} dx$

5.  $\int \frac{6x^2 - x^5 \sin x + 22x}{x^5} dx$

6.  $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$

1.  $\int \frac{x^2}{x^3-9} dx.$

3.  $\int (4+x)^7 dx$

5.  $\int (x-2)(x^2+2x+4) dx$

1.  $\int e^{-2\sin x} \cos x dx.$

3.  $\int (x^3+5x+1) \ln x dx$

5.  $\int \frac{(x^3+3)^2}{x^5} dx$

1.  $\int \frac{(\arctg x)^5}{1+x^2} dx.$

3.  $\int 4x \arctg x dx$

5.  $\int \frac{(6x-3)^2}{x} dx$

1.  $\int \frac{(10x-4)}{\sqrt{5x^2-2x+1}} dx.$

3.  $\int (5x^2-16x^4-2) \ln x dx$

5.  $\int \frac{e^x x^6 + 4x^8 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$

1.  $\int e^x \cdot x^5 dx.$

3.  $\int 6 \arcsin x dx$

5.  $\int \frac{2x^3 + x^2 \sin 6x + x}{x^2} dx$

**Вариант 4**

2.  $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{4x+1}} dx$

4.  $\int \frac{x^3+9x^2+11x-20}{x^2(x+5)} dx$

6.  $\int \frac{dx}{1+\cos x + \sin x}$

**Вариант 5**

2.  $\int \frac{1}{2+\sqrt{x}} dx$

4.  $\int \frac{3x^2-5x+8}{(x-1)(x^2+1)} dx$

6.  $\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x + 3\sin^2 x}$

**Вариант 6**

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+5} + \sqrt{(x+5)^3}}$

4.  $\int \frac{-3x^2+4x-4}{(x+4)(x^2+1)} dx$

6.  $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^3 x}$

**Вариант 7**

2.  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+6}} dx$

4.  $\int \frac{5x^2-29}{(x+2)(x-1)(x+3)} dx$

6.  $\int \frac{dx}{2+\sin x}$

**Вариант 8**

2.  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$

4.  $\int \frac{x^2+x^2+3x+7}{(x-1)(x+2)} dx$

6.  $\int \frac{dx}{5+5\cos x + \sin x}$

**Вариант 9**

1.  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx.$

3.  $\int (3+9x) \cos 8x dx$

5.  $\int \frac{(2x-3)^2}{x^3} dx$

2.  $\int x\sqrt{6-x} dx$

4.  $\int \frac{2x^2 - 5x + 2}{(x-3)(x+2)} dx$

6.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}$

**Вариант 10**

1.  $\int \frac{x}{(6+x^2)^2} dx.$

3.  $\int (6x+2) \sin 6x dx$

5.  $\int \left(\frac{x+3}{x^2}\right)^2 dx$

2.  $\int \frac{dx}{(4+x)\sqrt{x}}$

4.  $\int \frac{-x^2 + 6x - 3}{(x+3)(x^2+1)} dx$

6.  $\int \sqrt{4-x^2} dx.$

**Контрольная работа №3**

**Вариант №1**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 2 - x^2$ .

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 4 \cos \phi$ .

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = 1 - \ln(x^2 - 1)$ ,  $3 \leq x \leq 4$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi/2.$

6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 2 \cos \phi$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi/6$ .

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2$ ,  $y = x$ .

**Вариант №2**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$ .

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 4 \cos 3\phi$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = \ln \sin x$ ,  $\pi/3 \leq x \leq \pi/2$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi.$

6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 5e^{5\phi/2}, -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2, x = 2, y = 0.$

**Вариант №3**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2, y = 1 + \frac{3}{4}x^2.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 1 + \cos \phi$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = e^x + 6, \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 10 \cos^3 t, \\ y = 10 \sin^3 t, \end{cases} 0 \leq t \leq \pi/2.$

6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = \sqrt{2}e^\phi, 0 \leq \phi \leq \pi/3.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2, y = 1, x = 2.$

**Вариант №4**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 3 - 2x - x^2, y = 0.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = \sin 3\phi.$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = \ln \cos x + 2, 0 \leq x \leq \pi/6$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 2,5(t - \sin t), \\ y = 2,5(1 - \cos t), \end{cases} \pi/2 \leq t \leq \pi.$

6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 2e^{4\phi/3}, -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^3, y = x.$

**Вариант №5**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 2, y = 1 - x^2, x = 0, x = 1.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = \cos 3\phi.$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq \frac{7}{9}$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$

6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 8 \cos \phi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/4.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^3, y = x.$

**Вариант №6**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}, y = 2 - x, y = 0.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 2(1 + \cos \phi).$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = \ln(1 - x^2), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 2(\cos t + t \sin t), \\ y = 2(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$

6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 4e^{4\phi/3}, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/3.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2, x = 2, y = 0.$

**Вариант №7**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}, y = x^2.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды  $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 4 \cos 4\phi.$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = -\ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(t - \cos t), \end{cases} \quad \pi \leq t \leq 2\pi.$

6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 6 \cos \phi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/3.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций  $y = -x^2 + 9, y = 0.$

**Вариант №8**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x - x^2, y = -x.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды  $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = \cos 3\phi.$

4. Вычислить длину дуги кривой  $y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{4}$

5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t \sin t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$
6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = \sqrt{2}e^\phi, \quad -\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2.$
7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций  $y = 2x - x^2, y = 0.$

**Вариант №9**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2(x-1), x = 3.$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 2(t^2 - 1) \\ y = 4(4t - t^2) \end{cases}, y = 0, t \in [0; 4].$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 2 \cos \phi.$
4. Вычислить длину дуги кривой  $y = 2 + \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, \quad \frac{1}{4} \leq x \leq 1$
5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$
6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 2 \sin \phi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/6.$
7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2, y = 1.$

**Вариант №10**

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x, y = \cos x, x = 0 (x \geq 0).$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} x = 5(t^2 + 1) \\ y = 2(t^2 - 3t) \end{cases}, y = 0, 0 \leq t \leq 3$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $r = 2(1 + \cos \phi).$
4. Вычислить длину дуги кривой  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + 3, \quad 0 \leq x \leq 2$
5. Вычислить длину дуги кривой  $\begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$
6. Вычислить длину дуги кривой  $\rho = 12e^{12\phi/5}, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/3.$
7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oх фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2, y^2 - x = 0.$

ОБРАЗЦЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕСТОВ

КОПТ №1 «Векторная алгебра»

Вариант: №1.

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                    |
|----|--------------------|
| 1) | 0                  |
| 2) | нет верного ответа |
| 3) | 40                 |
| 4) | -40                |

**Задание №2**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (3; -4; 12)$

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №3**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$  на ось  $Oy$

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №4**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}, \vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №5**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                                   |
|----|-----------------------------------|
| 1) | $5\vec{i} - 10\vec{j} + 5\vec{k}$ |
| 2) | $5\vec{i} + 10\vec{j} + 5\vec{k}$ |
| 3) | 5                                 |
| 4) | $2\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k}$  |

**Задание №6**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)

Ответ:

**Задание №7**

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках  $A(2;3;1)$ ,  $B(4;1;-2)$ ,  $C(6;3;7)$ ,  $D(-4;-3;7)$ .

Запишите число:

1)

Ответ:

**Задание №8**

Даны точки  $A(-4;-5;-3)$  и  $C(5;7;-6)$ . Найти координаты вектора  $\overline{AC}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)

(-2; 12; 8)

2)

(9; 12; -3)

3)

(1; 2; -9)

4)

(-20; -35; 18)

**Задание №9**

Даны векторы  $\vec{a} = (0,1,0)$ ,  $\vec{b} = (2,0,1)$ ,  $\vec{c} = (3,1,-5)$ . Вычислить  $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .

Запишите число:

Не задан ответ!

**Задание №10**

Даны векторы  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ .

Найти координаты вектора  $2\vec{b} - \vec{c}$ .

Запишите ответ:

Вариант: №2.

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (-7; -6; 6)$

Запишите число:

1) Ответ: \_\_\_\_\_

**Задание №2**

Даны векторы  $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Найти координаты вектора  $\vec{b} + \vec{c}$

Запишите ответ:

Не задан ответ!

**Задание №3**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$  на ось  $Oy$

Запишите число:

1) Ответ: \_\_\_\_\_

**Задание №4**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)  $9\vec{i} - 11\vec{j} - 6\vec{k}$

2) 10

3)  $5\vec{i} - 11\vec{j} - 7\vec{k}$

4)  $9\vec{i} + 11\vec{j} - 6\vec{k}$

**Задание №5**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1) 0

2) 40

3) -40

4) нет верного ответа

| Задание №6  |        |             |
|---|--------|-------------|
| Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(3;1;1)$ , $B(1;4;1)$ , $C(1;1;6)$ , $D(3;4;9)$ .                        |        |             |
| Запишите число:   |        |             |
| 1)  | Ответ: |             |
| Задание №7  |        |             |
| Даны векторы $\vec{a} = (2,0,1)$ , $\vec{b} = (3,-2,0)$ , $\vec{c} = (4,2,4)$ . Вычислить $\vec{b} \times \vec{c} +  \vec{a} \times \vec{b} $ . |        |             |
| Запишите число:   |        |             |
| Не задан ответ!   |        |             |
| Задание №8  |        |             |
| При каком значении $m$ векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ , $\vec{b} = \vec{i} + m\vec{j} + 4\vec{k}$ взаимно перпендикулярны   |        |             |
| Запишите число:   |        |             |
| 1)  | Ответ: |             |
| Задание №9  |        |             |
| Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ , $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$                 |        |             |
| Запишите число:   |        |             |
| 1)  | Ответ: |             |
| Задание №10   |        |             |
| Даны точки $A(1;3;5)$ и $B(2;4;5)$ . Найти координаты вектора $\overline{AB}$ .   |        |             |
| Выберите один из 4 вариантов ответа:  |        |             |
| 1)  |        | (2; 12; 25) |
| 2)  |        | (3; 7; 10)  |
| 3)  |        | (1; 1; 0)   |
| 4)  |        | (-1; -1; 0) |

Вариант: №3.

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ , Если  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                                   |
|----|-----------------------------------|
| 1) | 3                                 |
| 2) | $11\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$  |
| 3) | $11\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$ |
| 4) | $11\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$ |

**Задание №2**

Даны точки  $A(-4; -5; -3)$  и  $B(3; 1; 2)$ . Найти координаты вектора  $\overline{AB}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |               |
|----|---------------|
| 1) | (6; 6; 6)     |
| 2) | (-7; -6; -5)  |
| 3) | (7; 6; 5)     |
| 4) | (-12; -5; -6) |

**Задание №3**

Даны векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,

Найти координаты вектора  $\vec{a} - 2\vec{b}$

Запишите ответ:

Не задан ответ!

**Задание №4**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Запишите число:

|    |        |  |
|----|--------|--|
| 1) | Ответ: |  |
|----|--------|--|

| Задание №5  |        |                    |
|---|--------|--------------------|
| Найти проекцию вектора $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ на ось $Oz$   |        |                    |
| Запишите число:   |        |                    |
| 1)  | Ответ: |                    |
| Задание №6  |        |                    |
| При каком значении $m$ векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ , $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + m\vec{k}$ взаимно перпендикулярны                                       |        |                    |
| Запишите число:   |        |                    |
| 1)  | Ответ: |                    |
| Задание №7  |        |                    |
| Вычислить модуль вектора $\vec{a} = (4; 4; -2)$   |        |                    |
| Запишите число:   |        |                    |
| 1)  | Ответ: |                    |
| Задание №8  |        |                    |
| Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках $A(4; 3; 0)$ , $B(-1; 2; 1)$ , $C(3; 4; 1)$ , $D(5; 6; 2)$ .   |        |                    |
| Запишите число:   |        |                    |
| 1)  | Ответ: |                    |
| Задание №9  |        |                    |
| Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, 4)$ , $\vec{b} = (3, 0, 3)$ , $\vec{c} = (3, 1, 0)$ . Вычислить $\vec{b} \times \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .                                   |        |                    |
| Запишите число:   |        |                    |
|   |        |                    |
| Задание №10   |        |                    |
| Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что $ \vec{a}  = 3,  \vec{b}  = 4,  \vec{c}  = 3$ , вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ . |        |                    |
| Выберите один из 4 вариантов ответа:  |        |                    |
| 1)  |        | -36                |
| 2)  |        | 36                 |
| 3)  |        | 0                  |
| 4)  |        | нет верного ответа |

**Вариант: №4.**

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №2**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (2; -3; 6)$

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №3**

Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ .  
Найти координаты вектора  $\vec{a} - \vec{c}$ .

Запишите ответ:

**Задание №4**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ , Если  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

- |    |                          |                                     |
|----|--------------------------|-------------------------------------|
| 1) | <input type="checkbox"/> | 10                                  |
| 2) | <input type="checkbox"/> | $-7\vec{i} - 9\vec{j} + 2\vec{k}$   |
| 3) | <input type="checkbox"/> | $-5\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}$ |
| 4) | <input type="checkbox"/> | $-5\vec{i} - 15\vec{j} + 10\vec{k}$ |

**Задание №5**

Даны точки  $A(1; 3; 5)$  и  $C(-1; 2; -8)$ . Найти координаты вектора  $\overline{AC}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

- |    |                          |            |
|----|--------------------------|------------|
| 1) | <input type="checkbox"/> | (2; 1; 13) |
|----|--------------------------|------------|

|    |               |
|----|---------------|
| 2) | (-2; -1; -13) |
| 3) | (-1; 6; -40)  |
| 4) | (0; 5; -3)    |

**Задание №6**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 3$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                    |
|----|--------------------|
| 1) | нет верного ответа |
| 2) | 0                  |
| 3) | 36                 |
| 4) | -36                |

**Задание №7**

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках  $A(-4;-4;-3), B(-2;-1;1), C(2;-2;-1), D(-1;3;-2)$ .

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №8**

Даны векторы  $\vec{a} = (-1, 0, -1), \vec{b} = (2, 2, 0), \vec{c} = (1, -1, 2)$ . Вычислить  $\vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ .

Запишите число:

Не задан ответ!

**Задание №9**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$  на ось  $Oz$ .

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №10**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

Вариант: №5.

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Запишите число:

1)

Ответ:

**Задание №2**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (-7; -6; 6)$

Запишите число:

1)

Ответ:

**Задание №3**

Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Найти координаты вектора  $\vec{a} - \vec{c}$ .

Запишите ответ:

Не задан ответ!

**Задание №4**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$  на ось  $Ox$

Запишите число:

1)

Ответ:

**Задание №5**

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках  $A(3;1;1)$ ,  $B(1;4;1)$ ,  $C(1;1;6)$ ,  $D(3;4;9)$ .

Запишите число:

1)

Ответ:

**Задание №6**

Даны точки  $B(3;1;2)$  и  $C(5;7;-6)$ . Найти координаты вектора  $\overline{BC}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)

**(-2; -6; 8)**

|    |            |
|----|------------|
| 2) | (8; 8; -4) |
| 3) | (2; 6; -8) |
| 4) | (-9; 8; 3) |

**Задание №7**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                                    |
|----|------------------------------------|
| 1) | $-6\vec{i} - 8\vec{j} + 7\vec{k}$  |
| 2) | $8\vec{i} + 8\vec{j} + 12\vec{k}$  |
| 3) | 1                                  |
| 4) | $-8\vec{i} - 8\vec{j} + 12\vec{k}$ |

**Задание №8**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                    |
|----|--------------------|
| 1) | 40                 |
| 2) | 0                  |
| 3) | -40                |
| 4) | нет верного ответа |

**Задание №9**

Даны векторы  $\vec{a} = (2, 2, 2)$ ,  $\vec{b} = (3, 2, -1)$ ,  $\vec{c} = (4, 2, 0)$ . Вычислить  $|\vec{b} \times \vec{a}| - \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ .

Запишите число:

**Задание №10**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + m\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Вариант: №6.**

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (2; -3; 6)$

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №2**

Даны векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .

Найти координаты вектора  $\vec{a} - 2\vec{b}$

Запишите ответ:

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

**Задание №3**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$  на ось  $Ox$

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №4**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                                    |
|----|------------------------------------|
| 1) | 1                                  |
| 2) | $-8\vec{i} - 8\vec{j} + 12\vec{k}$ |
| 3) | $8\vec{i} + 8\vec{j} + 12\vec{k}$  |
| 4) | $-6\vec{i} - 8\vec{j} + 7\vec{k}$  |

**Задание №5**

Даны точки  $B(2; 4; 5)$  и  $C(-1; 2; -8)$ . Найти координаты вектора  $\overline{BC}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                 |
|----|-----------------|
| 1) | $(-3; -2; -13)$ |
|----|-----------------|

|    |               |
|----|---------------|
| 2) | (-10; -2; -6) |
| 3) | (1; 6; -3)    |
| 4) | (-2; 8; -40)  |

**Задание №6**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                    |
|----|--------------------|
| 1) | 0                  |
| 2) | 40                 |
| 3) | -40                |
| 4) | нет верного ответа |

**Задание №7**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + m\vec{j} + 4\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

|    |        |  |
|----|--------|--|
| 1) | Ответ: |  |
|----|--------|--|

**Задание №8**

Даны векторы  $\vec{a} = (2, 0, 1), \vec{b} = (3, -2, 0), \vec{c} = (4, 2, 4)$ . Вычислить  $\vec{b} \times \vec{c} + |\vec{a} \times \vec{b}|$ .

Запишите число:

Не задан ответ!

**Задание №9**

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках  $A(-4; -4; -3), B(-2; -1; 1), C(2; -2; -1), D(-1; 3; -2)$ .

Запишите число:

|    |        |  |
|----|--------|--|
| 1) | Ответ: |  |
|----|--------|--|

**Задание №10**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Запишите число:

|    |        |  |
|----|--------|--|
| 1) | Ответ: |  |
|----|--------|--|

**Вариант: №7.**

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №2**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 3$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

- |    |                      |                    |
|----|----------------------|--------------------|
| 1) | <input type="text"/> | 36                 |
| 2) | <input type="text"/> | 0                  |
| 3) | <input type="text"/> | нет верного ответа |
| 4) | <input type="text"/> | -36                |

**Задание №3**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №4**

Даны векторы  $\vec{a} = (0, 1, 0)$ ,  $\vec{b} = (2, 0, 1)$ ,  $\vec{c} = (3, 1, -5)$ . Вычислить  $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .

Запишите число:

**Задание №5**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (3; -4; 12)$

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №6**

Даны точки  $A(-4; -5; -3)$  и  $C(5; 7; -6)$ . Найти координаты вектора  $\overline{AC}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                |
|----|----------------|
| 1) | (-20; -35; 18) |
| 2) | (9; 12; -3)    |
| 3) | (1; 2; -9)     |
| 4) | (-2; 12; 8)    |

**Задание №7**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$  на ось  $Oz$

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №8**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                                   |
|----|-----------------------------------|
| 1) | 5                                 |
| 2) | $5\vec{i} - 10\vec{j} + 5\vec{k}$ |
| 3) | $2\vec{i} - 9\vec{j} + 5\vec{k}$  |
| 4) | $5\vec{i} + 10\vec{j} + 5\vec{k}$ |

**Задание №9**

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках  $A(-4; -4; -3)$ ,  $B(-2; -1; 1)$ ,  $C(2; -2; -1)$ ,  $D(-1; 3; -2)$ .

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №10**

Даны векторы  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ .

Найти координаты вектора  $2\vec{b} - \vec{c}$ .

Запишите ответ:

**Вариант: №8.**

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (4; 4; -2)$

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №2**

Даны точки  $A(-4; -5; -3)$  и  $B(3; 1; 2)$ . Найти координаты вектора  $\overline{AB}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                 |
|----|-----------------|
| 1) | $(-7; -6; -5)$  |
| 2) | $(6; 6; 6)$     |
| 3) | $(7; 6; 5)$     |
| 4) | $(-12; -5; -6)$ |

**Задание №3**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$  на ось  $Ox$

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №4**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$

Запишите число:

1)  Ответ:

**Задание №5**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)   $5\vec{i} - 11\vec{j} - 7\vec{k}$

|    |                                   |
|----|-----------------------------------|
| 2) | $9\vec{i} + 11\vec{j} - 6\vec{k}$ |
| 3) | $9\vec{i} - 11\vec{j} - 6\vec{k}$ |
| 4) | 10                                |

**Задание №6**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие правую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{c}|=3$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                    |
|----|--------------------|
| 1) | 0                  |
| 2) | нет верного ответа |
| 3) | 36                 |
| 4) | -36                |

**Задание №7**

Даны векторы  $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Найти координаты вектора  $\vec{b} + \vec{c}$

Запишите ответ:

**Задание №8**

Даны векторы  $\vec{a} = (2, 1, 4), \vec{b} = (3, 0, 3), \vec{c} = (3, 1, 0)$ . Вычислить  $\vec{b} \times \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .

Запишите число:

**Задание №9**

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках  $A(3;1;1), B(1;4;1), C(1;1;6), D(3;4;9)$ .

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №10**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}, \vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Вариант: №9.**

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках  $A(3;1;1)$ ,  $B(1;4;1)$ ,  $C(1;1;6)$ ,  $D(3;4;9)$ .

Запишите число:

1) Ответ: \_\_\_\_\_

**Задание №2**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (3; -4; 12)$

Запишите число:

1) Ответ: \_\_\_\_\_

**Задание №3**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$  на ось  $Oy$

Запишите число:

1) Ответ: \_\_\_\_\_

**Задание №4**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + m\vec{j} + 4\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

1) Ответ: \_\_\_\_\_

**Задание №5**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$

Запишите число:

1) Ответ: \_\_\_\_\_

**Задание №6**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{j} + 3\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)  $11\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$

2)  $11\vec{i} + 6\vec{j} + 4\vec{k}$

3)  $11\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$

4) 3

**Задание №7**

Даны векторы  $\vec{b} = \vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Найти координаты вектора  $\vec{b} + \vec{c}$

Запишите ответ:

**Задание №8**

Даны векторы  $\vec{a} = (-1, 0, -1)$ ,  $\vec{b} = (2, 2, 0)$ ,  $\vec{c} = (1, -1, 2)$ . Вычислить  $\vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ .

Запишите число:

**Задание №9**

Даны точки  $A(1; 3; 5)$  и  $C(-1; 2; -8)$ . Найти координаты вектора  $\overline{AC}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                 |
|----|-----------------|
| 1) | $(-1; 6; -40)$  |
| 2) | $(2; 1; 13)$    |
| 3) | $(0; 5; -3)$    |
| 4) | $(-2; -1; -13)$ |

**Задание №10**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 4$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                    |
|----|--------------------|
| 1) | нет верного ответа |
| 2) | -40                |
| 3) | 40                 |
| 4) | 0                  |

**Вариант: №10.**

Тестируемый: \_\_\_\_\_ Дата: \_\_\_\_\_

**Задание №1**

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = (-7; -6; 6)$

Запишите число:

|    |        |  |
|----|--------|--|
| 1) | Ответ: |  |
|----|--------|--|

**Задание №2**

Даны векторы  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ .

Найти координаты вектора  $2\vec{b} - \vec{c}$ .

Запишите ответ:

Не задан ответ!

**Задание №3**

Вычислить объем параллелепипеда, вершины которого находятся в точках  $A(4;3;0)$ ,  $B(-1;2;1)$ ,  $C(3;4;1)$ ,  $D(5;6;2)$ .

Запишите число:

|    |        |  |
|----|--------|--|
| 1) | Ответ: |  |
|----|--------|--|

**Задание №4**

Найти проекцию вектора  $\vec{a} = -3\vec{i} + 8\vec{j}$  на ось  $Ox$

Запишите число:

|    |        |  |
|----|--------|--|
| 1) | Ответ: |  |
|----|--------|--|

**Задание №5**

Найти  $\vec{a} \times \vec{b}$ . Если  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k}$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                                     |
|----|-------------------------------------|
| 1) | $-7\vec{i} - 9\vec{j} + 2\vec{k}$   |
| 2) | 10                                  |
| 3) | $-5\vec{i} + 15\vec{j} + 10\vec{k}$ |
| 4) | $-5\vec{i} - 15\vec{j} + 10\vec{k}$ |

**Задание №6**

Векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образующие левую тройку взаимно перпендикулярны. Зная, что

$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 3$ , вычислить  $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |                    |
|----|--------------------|
| 1) | 0                  |
| 2) | 36                 |
| 3) | -36                |
| 4) | нет верного ответа |

**Задание №7**

Даны точки  $B(3;1;2)$  и  $C(5;7;-6)$ . Найти координаты вектора  $\overline{BC}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

|    |             |
|----|-------------|
| 1) | (-2; -6; 8) |
| 2) | (2; 6; -8)  |
| 3) | (-9; 8; 3)  |
| 4) | (8; 8; -4)  |

**Задание №8**

При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + m\vec{k}$  взаимно перпендикулярны

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

**Задание №9**

Даны векторы  $\vec{a} = (2,2,2)$ ,  $\vec{b} = (3,2,-1)$ ,  $\vec{c} = (4,2,0)$ . Вычислить  $|\vec{b} \times \vec{a}| - \vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c})$ .

Запишите число:

Не задан ответ!

**Задание №10**

Вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

Запишите число:

|    |        |
|----|--------|
| 1) | Ответ: |
|----|--------|

КОПТ №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

Вариант 1

1) Составить общее уравнение прямой  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$  и указать координаты нормального вектора.

Ответы:

- 1)  $2x - 2y - 15 = 0$ ;  $n = (2; -2)$       2)  $5x - y + 5 = 0$ ;  $n = (5; -1)$   
 3)  $2x + 3y - 6 = 0$ ;  $n = (2; 3)$       4)  $-x + 2y - 3 = 0$ ,  $n = (-1; 2)$

2) Определить, при каком значении  $a$  прямая

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

- 1)  $a = -2$ ,  $5y - 33 = 0$ ;      2)  $a = -3$ ,  $x - 21 = 0$ ;  
 3)  $a = 3$ ,  $5x + 8 = 0$ ;      4)  $a = \frac{5}{3}$ ,  $3x - 6y = 0$ .

3) Определить взаимное расположение прямых

$$12x + 15y - 8 = 0, \quad 4x + 5y - 7 = 0.$$

Ответы:

- 1) пересекаются;      2) параллельны;  
 3) перпендикулярны;      4) совпадают.

4) Установить, какая линия определяется уравнением  $y = +\sqrt{9 - x^2}$ .

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;  
 2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;  
 3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;  
 4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

**Вариант 2**

1) Написать параметрическое уравнение прямой  $2x - 3y - 6 = 0$ .

*Ответы:*

1)  $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 0 \end{cases};$

2)  $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ x = -3t \end{cases};$

3)  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2t \end{cases};$

4)  $\begin{cases} x = 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases};$

2) Определить, при каких значениях  $m$  и  $n$  данные прямые перпендикулярны  
 $mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0$ .

*Ответы:*

1)  $m = 2, n = 1;$

2)  $m = -1, n = 5;$

3)  $m = 0, n$  – любое;

4)  $m = 6, n$  – любое.

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой  $x + y - 5 = 0$ .

а)  $\frac{x}{5} - \frac{y}{5} = 1;$

б)  $\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1;$

в)  $\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 1;$

г)  $-\frac{x}{1} + \frac{y}{3} = 1.$

*Ответы:*

1) г;

2) а;

3) б;

4) в.

4) Установить, какая линия определяется уравнением  $y = 15 - \sqrt{64 - x^2}$ .

*Ответы:*

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости над прямой  
 $y - 15 = 0;$

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости под прямой  
 $y - 15 = 0;$

3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости.

**Вариант 3**

1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через  $M = (3; -2)$  параллельно вектору  $a = (1; 3)$ .

*Ответы:*

$$1) \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 2t \end{cases};$$

$$2) \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases};$$

$$3) \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \end{cases};$$

$$4) \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t. \end{cases}$$

2) Определить, при каком значении  $a$  прямая

$$(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$$

проходит через начало координат. Напишите уравнение этой прямой.

*Ответы:*

$$1) a = 2, 4y + 3 = 0;$$

$$2) a_1 = -3, x - 2 = 0; a_2 = 3, 5x + 6 = 0;$$

$$3) a = 1, 2y + 7 = 0;$$

$$4) a_1 = 1, 3x - 8y = 0; a_2 = \frac{5}{3}, 33x - 56y = 0.$$

3) Установить, какая линия определяется уравнением  $y = -\sqrt{25 - x^2}$ .

*Ответы:*

1) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;

2) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости;

3) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

**Вариант 4**

1) Дана прямая  $2x + 5y + 1 = 0$ . Определить угловой коэффициент  $k$  прямой, параллельной данной прямой.

Ответы:

- 1)  $k = 0$ ;                      2)  $k = 3$ ;                      3)  $k = -\frac{2}{5}$ ;                      4)  $k = -\frac{5}{2}$ .

2) Определить, при каких значениях  $m$  и  $n$  две прямые совпадают

$$mx + 8y + n = 0, \quad 2x + my - 1 = 0.$$

Ответы:

- 1)  $m = 2, n = 2$ ;                      2)  $m = -4, n = 2$  или  $m = 4, n = -2$ ;  
 3)  $m = -3, n = 4$ ;                      4)  $m = 3, n = 1$  или  $m = 4, n = 2$ .

3) Определить, какое из следующих уравнений является уравнением в отрезках на осях для прямой  $2x - 3y - 6 = 0$ :

- а)  $\frac{\delta}{6} - \frac{\delta}{6} = 1$ ;                      б)  $\frac{\delta}{5} + \frac{\delta}{5} = 1$ ;  
 в)  $\frac{\delta}{3} - \frac{\delta}{2} = 1$ ;                      г)  $-\frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{3} = 1$ .

Ответы:

- 1) а;                      2) г;                      3) б;                      4) в.

4) Установить, какая линия определяется уравнением  $\delta = -2 - \sqrt{9 - \delta^2}$ .

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная влево от прямой  $x + 2 = 0$ ;  
 2) полуокружность, расположенная вправо от прямой  $x + 2 = 0$ ;  
 3) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;  
 4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

**Вариант 5**

1) Составить уравнение прямой, зная её угловой коэффициент  $k = -2$  и отрезок  $b = -5$ , отсекаемый ею на оси  $Oy$ .

Ответы:

- 1)  $3x + 2y + 1 = 0$ ;                      2)  $2x + y + 5 = 0$ ;  
 3)  $3x + 8 = 0$ ;                              4)  $y + 2 = 0$ .

2) Определить, при каких значениях  $m$  и  $n$  прямая

$$(3m + n + 3)x + (m - 2n + 2)y + 6m + 9 = 0$$

параллельна оси абсцисс и отсекает на оси ординат отрезок, равный  $-3$  (считая от начала координат). Напишите уравнение этой прямой.

Ответы:

- 1)  $m = 7, n = 2, y + 3 = 0$ ;              2)  $m = -2, n = 3, -6y - 3 = 0$ ;  
 3)  $m = -7, n = 4, y - 5 = 0$ ;              4)  $m = 3, n = 1, y + 3 = 0$ .

3) Определить, какое из следующих уравнений прямых является нормальным:

- а)  $\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0$ ;                      б)  $y - 5 = 0$ ;  
 в)  $\frac{5}{13}x - \frac{12}{13}y + 1 = 0$ ;                      г)  $3x + 4 = 0$ .

Ответы:

- 1) в;                      2) б;                      3) а;                      4) г.

4) Установить, какая линия определяется уравнением  $\delta = -\sqrt{4 - \delta^2}$ .

Ответы:

- 1) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;  
 2) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;  
 3) половина эллипса, расположенная в правой полуплоскости;  
 4) половина эллипса, расположенная в левой полуплоскости.

5) Определить взаимное расположение плоскостей

$$3x - 2y - 7 = 0, \quad 6x - 4y - 3 = 0.$$

Ответы:

- 1) пересекаются;                              2) параллельны;  
 3) перпендикулярны;                              4) совпадают.

**Вариант 6**

1) Составить общее уравнение прямой  $-\frac{1}{5}(x+10)+3\left(y-\frac{2}{3}\right)=0$  и указать координаты нормального вектора.

*Ответы:*

- 1)  $x - 5y - 15 = 0$ ,  $n = (1; -5)$ ;      2)  $2x - y + 2 = 0$ ,  $n = (2; -1)$ ;  
 3)  $4x + 2y + 1 = 0$ ,  $n = (4; 2)$ ;      4)  $x - 15y + 20 = 0$ ,  $n = (1; -15)$ .

2) Определить взаимное расположение прямых

$$3x + 5y - 4 = 0, \quad 6x + 10y + 7 = 0.$$

*Ответы:*

- 1) пересекаются;                                      2) параллельны;  
 3) перпендикулярны;                                4) совпадают.

3) Дана прямая  $2x + 3y - 6 = 0$ . Составить для нее уравнение «в отрезках».

*Ответы:*

- 1)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$ ;                                      2)  $\frac{x}{3} + \frac{z}{2} = 1$ ;  
 3)  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ;                                        4)  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ .

4) Установить, какая линия определяется уравнением  $\delta = -2 + \sqrt{9 - \delta^2}$ .

*Ответы:*

- 1) половина эллипса, расположенная вправо от прямой  $x + 2 = 0$ ;  
 2) полуокружность, расположенная влево от прямой  $x + 2 = 0$ ;  
 3) полуокружность, расположенная вправо от прямой  $x + 2 = 0$ ;  
 4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

**Вариант 7**

1) Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $M = (\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$  параллельно вектору  $a = (-3; -2)$ .

*Ответы:*

$$1) \frac{x - \frac{3}{2}}{3} = \frac{y - \frac{1}{2}}{-2};$$

$$2) \frac{x+3}{4} = \frac{y-4}{1};$$

$$3) \frac{x - \frac{1}{2}}{-2} = \frac{y-3}{3};$$

$$4) \frac{x - \frac{1}{2}}{-3} = \frac{y - \frac{3}{2}}{-2};$$

2) Определить, при каком значении  $a$  прямая  $(a + 1)x + (a^2 - 5)y + 3a^2 - 8a + 5 = 0$  параллельна оси абсцисс. Напишите уравнение этой прямой.

*Ответы:*

$$1) a = -2, 5y - 8 = 0;$$

$$2) a = -1, -y + 4 = 0;$$

$$3) a = -3, x - 6 = 0;$$

$$4) a = \frac{5}{3}, 3x - 5y = 0.$$

3) Привести общее уравнение прямой  $12x - 5y + 13 = 0$  к нормальному виду.

*Ответы:*

$$1) \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 5 = 0;$$

$$2) \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 = 0;$$

$$3) -\frac{12}{13}x + \frac{5}{13}y - 1 = 0;$$

$$4) x + 3 = 0.$$

4) Установить, какая линия определяется уравнением  $\delta = +\sqrt{16 - \delta^2}$ .

*Ответы:*

1) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

2) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.

3) полуокружность, расположенная в левой полуплоскости;

4) полуокружность, расположенная в правой полуплоскости;



**Вариант 9**

1) Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через  $M(2; 0)$  параллельно вектору  $a = (0; -3)$ .

*Ответы:*

1)  $\begin{cases} x = -2t \\ y = 3 \end{cases};$

2)  $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases};$

3)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3t \end{cases};$

4)  $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2t \end{cases};$

2) Определить, при каком значении  $a$  прямая

$$(a^2 + 2)x + (a - 3)y - a + 5 = 0$$

параллельна оси ординат. Напишите уравнение этой прямой.

*Ответы:*

1)  $a = 3, 11x + 2 = 0;$

2)  $a = -3, x - 56 = 0;$

3)  $a = 0, 5x - 4 = 0;$

4)  $a = \frac{5}{3}, 3x - 6y = 0.$

3) Определить взаимное расположение прямых  $y + 3 = 0, 5x - 7 = 0.$

*Ответы:*

1) перпендикулярны;

2) параллельны;

3) пересекаются;

4) совпадают.

4) Установить, какая линия определяется уравнением  $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}.$

*Ответы:*

1) половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости;

2) полуокружность, расположенная в нижней полуплоскости;

3) полуокружность, расположенная в верхней полуплоскости;

4) половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости.



1. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$$

Ответы:

- 1) -4;      2) 4;      3)  $\frac{1}{4}$ ;      4)  $-\frac{1}{4}$ .

2. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$$

Ответы:

- 1)  $\infty$ ;      2) 1;      3)  $e^{\frac{1}{3}}$ ;      4)  $e^3$ .

3. Найдите предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + n - 1}{5n^2 - 7n + 2} \right)^2$$

Ответы:

- 1)  $-\frac{1}{7}$ ;      2)  $-\frac{1}{2}$ ;      3)  $\frac{2}{5}$ ;      4)  $\frac{4}{25}$ .

4. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$$

Ответы:

- 1) 0;      2) -1;      3)  $a$ ;      4) 1.

5. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 9x + 9}$$

Ответы:

- 1)  $\frac{1}{2}$ ;      2) 2;      3)  $-\frac{4}{3}$ ;      4)  $\frac{7}{3}$ .

6. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

Ответы:

- 1)  $1/2$ ;      2)  $\sqrt{2}$ ;      3)  $\infty$ ;      4)  $4/3$

**Вариант 1**

Найти производные:

1)  $y = \frac{3x + \sin x}{\cos x - 10}$ .

Ответы:

а)  $y' = -\frac{3 + \cos x}{\sin x}$ ;

в)  $y' = \frac{3x \sin x - 7 \cos x - 29}{(\cos x - 10)^2}$ ;

Найти  $y'$ :

б)  $y' = \frac{3 - \cos x}{\sin^3 x}$ ;

г)  $y' = \frac{\cos 2x - 3x \sin x - 7 \cos x - 30}{(\cos x - 10)^2}$ .

2)  $y = \ln^4(2x+1)$ .

Ответы:

а)  $y' = 8 \ln^3(2x+1)$ ;

в)  $y' = \frac{8}{(2x+1)^2}$ ;

Найти  $y'$ :

б)  $y' = \frac{8 \ln^3(2x+1)}{2x+1}$ ;

г)  $y' = 8 \ln(2x+1) \cdot 2$ .

3)  $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$ .

Ответы:

а)  $y' = (2xye^y - 3x^2)y \frac{1}{x^2 ye^y}$ ;

в)  $y' = (2xye^y - 3x^2)y \cdot \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$ ;

Найти  $y'$ :

б)  $y' = (2xye^y - 3x^2)y \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$ ;

г)  $y' = \frac{2xye^y - 3x^2}{1 - xye^y} \cdot y$ .

4)  $y = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x}$ .

Ответы:

а)  $y' = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x} \cos 3x$ ;

б)  $y' = [3 \cos 3x \ln(2 \operatorname{tg} 3x + 1) + \frac{6 \sin 3x \sec^2 3x}{2 \operatorname{tg} 3x + 1}] \cdot (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x}$ ;

в)  $y' = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x} \cdot \ln(2 \operatorname{tg} 3x + 1)$ ;

г)  $y' = (2 \operatorname{tg} 3x + 1)^{\sin 3x - 1} \cdot \cos 3x \cdot 3$ .

Найти  $y'$ :

5)  $y = 2x^4 - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1$ .

Ответы:

а)  $y' = 8x^3 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$ ;

в)  $y' = 8x^3 + \frac{1}{x^2 \sqrt[3]{x}}$ ;

Найти  $y'$ :

б)  $y' = 8x^3 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}$ ;

г)  $y' = 8x^3 - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + 1$ .

6)  $y = (x + x^3) \cdot \operatorname{arctg} x$ .

Ответы:

Найти  $y'$ :

а)  $y' = (1 + 3x^2) \operatorname{arctg} x + x$  ;

б)  $y' = \frac{1 + 3x^2}{1 + x^2}$  ;

в)  $y' = 3x^2 \operatorname{arctg} x + x$  ;

г)  $y' = (1 + 3x^2) \cdot (1 + x^2)$  .

7)  $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 3t^5 + 5t^3 + 1 \end{cases}$  .

Найти  $y''_x$  .

Ответы:

а)  $y''_x = \frac{10t}{3t^2 - 1}$  ;

б)  $y''_x = \frac{10t}{3t^2 + t}$  ;

в)  $y''_x = \frac{10t}{3t^2 + 3}$  ;

г)  $y''_x = -\frac{10t}{3t^2 - 3}$  .

8)  $y = 7^{2x} + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}}$  .

Найти  $y'$ .

Ответы:

а)  $y' = 7^x \ln 7 \cdot 2 + \frac{2}{5} x^{-\frac{1}{5}}$  ;

б)  $y' = x \cdot 7^{2x-1} + \frac{2}{5} x^{-\frac{1}{5}}$  ;

в)  $y' = 7^{2x} \ln 7 \cdot 2 - \frac{8}{5x^{\frac{4}{5}} \sqrt{x^2}}$  ;

г)  $y' = 7^x \ln 7 + x \cdot 7^{2x-1} + \frac{4}{x^{\frac{1}{3}} \sqrt{x^2}}$  .

**КОПТ №5 «Неопределенные интегралы»**

**Вариант № 1**

1. Найти интеграл  $\int \left( \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + 3x^2 - \sqrt[4]{x^3} \right) dx$  .

Ответы:

1.  $2\sqrt[3]{x^2} + \frac{x^3}{3} - \frac{4}{7}\sqrt[4]{x^7} + C$  ;

2.  $3\sqrt[3]{x^2} + x^3 - \frac{4}{7}\sqrt[4]{x^7} + C$  ;

3.  $3\sqrt[3]{x^2} - x^3 - 4\sqrt[4]{x^7} + C$  ;

4.  $3\sqrt[3]{x^2} - x^3 - \sqrt[4]{x^7} + C$  .

2. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{x(3 - 2 \ln x)}$  .

Ответы:

1.  $-\frac{1}{2} \ln |3 - 2 \ln x| + C$  ;

2.  $\frac{1}{2} \ln |3 - 2 \ln x| + C$  ;

3.  $\ln |x(3 - 2 \ln x)| + C$  ;

4.  $\frac{2}{(\ln |3 - 2 \ln x|)^2} + C$  ;

3. Найти интеграл  $\int \frac{x dx}{\cos^2 x^2}$ .

Ответы:

1.  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} x + C$ ;    2.  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} x^2 + C$ ;    3.  $\operatorname{tg}^2 x + C$ ;    4.  $-\frac{1}{2 \cos x^2} + C$ ;

4. Найти интеграл  $\int \frac{x^2 dx}{x+1}$ .

Ответы:

1.  $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{x+1} + C$ ;    2.  $\frac{x-1}{2} + \ln|x+1| + C$ ;  
 3.  $\frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| + C$ ;    4.  $\frac{(x-1)^2}{2} + 4 \ln|x+1| + C$ .

5. Найти интеграл  $\int 2^{\sin 3x} \cos 3x dx$ .

Ответы:

1.  $\frac{1}{\sin 3x + 1} 2^{\sin 3x + 1} + C$ ;    2.  $\frac{1}{2} 2^{\sin 3x} + C$ ;  
 3.  $\frac{1}{3 \ln 2} 2^{\sin 3x} + C$ ;    4.  $\frac{1}{\ln 2} 2^{\sin 3x} + C$ .

6. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ .

Ответы:

1.  $2\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x}) + C$ ;    2.  $2(\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x})) + C$ ;  
 3.  $\frac{1}{2}\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x}) + C$ ;    4.  $\frac{1}{2}(\sqrt{x} - \ln(1+\sqrt{x})) + C$ .

7. Найти интеграл  $\int \operatorname{arctg} x dx$ .

Ответы:

1.  $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$ ;    2.  $x \operatorname{arctg} x - 2 \ln(1+x^2) + C$ ;  
 3.  $2x \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$ ;    4.  $\frac{1}{2} x \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$ .

8. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{2x^2+x+1}$ .

Ответы:

1.  $\frac{2}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + C;$

2.  $\frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{2} + C;$

3.  $\frac{1}{2\sqrt{7}} \ln \left| \frac{4x+1}{4x-1} \right| + C;$

4.  $\frac{1}{\sqrt{7}} \ln \left| \frac{4x-1}{4x+1} \right| + C.$

9. Найти интеграл  $\int \sin^3 2x dx$ .

Ответы:

1.  $\cos 2x - \frac{\cos^3 2x}{3} + C;$

2.  $-\frac{1}{2} \left( \cos 2x - \frac{\cos^3 2x}{3} \right) + C;$

3.  $\frac{\cos 2x}{2} - \frac{\cos^3 2x}{3} + C;$

4.  $2 \left( \cos 2x + \frac{\cos^3 2x}{3} \right) + C.$

10. Найти интеграл  $\int \frac{3x+4}{(x-2)(x+1)} dx$ .

Ответы:

1.  $\frac{1}{3} \ln|x-2| - \frac{10}{3} \ln|x+1| + C;$

2.  $\frac{10}{3} \ln|x-2| - \frac{1}{3} \ln|x+1| + C;$

3.  $\frac{3}{10} \ln|x-2| - \frac{1}{3} \ln|x+1| + C;$

4.  $\frac{1}{3} \ln|x-2| + \frac{3}{10} \ln|x+1| + C.$

**КОПТ №6 «Определенные интегралы»**

**Вариант №1**

1. Вычислить определенный интеграл  $\int_a^{\sqrt{3}} \frac{dx}{a^2+x^2}$ .

Ответы: а)  $\frac{\pi}{a}$ ; б)  $\frac{3\pi}{2a}$ ; в)  $\frac{\pi}{12a}$ ; г)  $\frac{\pi}{12}$ .

2. Вычислить  $\int_0^1 \ln(x+1) dx$ .

Ответы: а)  $2 \ln 2 - 1$ ; б)  $2 \ln 2$ ; в)  $1 - 2 \ln 2$ ; г) 1.

3. Вычислить  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^5 x dx$ .

Ответы: а) 1;      б)  $\frac{\ln 2}{2}$ ;      в)  $\frac{1}{2}$ ;      г)  $\frac{1 - \ln 2}{2}$ .

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 2 - x^2$ .

Ответы: а)  $\frac{5}{2}$ ;      б)  $\frac{2}{3}$ ;      в)  $\frac{3}{2}$ ;      г)  $\frac{8}{3}$ .

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}, y = 0, 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Ответы: а)  $3\pi a^2$ ; б)  $\pi a^2$ ; в)  $\pi a^4$ ; г)  $\frac{\pi}{2} a^2$ .

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой  $r = a(1 - \cos \phi)$ .

Ответы: а)  $2\pi a^2$ ; б)  $\frac{5}{2}\pi a^2$ ; в)  $3\pi a^2$ ; г)  $\frac{3}{2}\pi a^2$ .

7. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = (x+4)^2$ ,  $x = 0$

Ответы: а)  $32\pi$ ; б)  $64\pi$ ; в)  $\frac{15}{2}\pi$ ; г)  $4\pi$ .

8. Вычислить длину дуги линии  $y = \ln \sin x$  от точки с абсциссой  $x = \frac{\pi}{3}$  до  $x = \frac{2\pi}{3}$ .

Ответы: а)  $\ln 3$ ; б)  $\ln 2$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; г) 1.

9. Вычислить длину дуги линии  $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t) \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$  от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = \frac{\pi}{4}$ .

Ответы: а)  $\frac{\pi^2 a}{8}$ ; б)  $\frac{\pi a}{8}$ ; в)  $\frac{\pi a^2}{32}$ ; г)  $\frac{a\pi^2}{32}$ .

10. Вычислить длину дуги линии  $r = a \sin^3 \frac{\phi}{3}$ .

Ответы: а)  $3\pi a$ ; б)  $\frac{\pi a}{2}$ ; в)  $\pi a$ ; г)  $\frac{3\pi a}{2}$ .

**ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ**

I семестр

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Курс 1

Семестр 1

Дисциплина Математика

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Исследование систем линейных алгебраических уравнений.
2. Поверхности 2 порядка. Гиперboloиды.
3. Вычислить  $(AB)C+2A(BC)$ , где  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ .
4. Решить систему уравнений по формулам Крамера: 
$$\begin{cases} 7x - 5y - 2z = 1 \\ x + 2y - z = -6 \\ 5x - 10y + z = 16 \end{cases}$$
5. Даны 3 вершины параллелограмма:  $A(-3;-2)$ ,  $B(-1;3)$ ,  $C(5;1)$ . Найти координаты вершины  $D$ .
6. Найти уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2;1)$  под углом  $45^\circ$  к прямой  $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -\frac{2}{3}t - 2 \end{cases}$
7. Привести к каноническому виду и построить график:  $x^2 - 4y^2 - 2x - 16y - 19 = 0$ .
8. Вычислить пределы:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x - 3x}{x + \operatorname{tg} x^2}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-3} \right)^{2x}$ .

II семестр

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Курс 1

Семестр 1

Дисциплина Математика

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Исследование графика функции на точки перегиба.
2. Неопределенный интеграл и его свойства.
3. Вычислить пределы используя правило Лопиталья:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^{5-5x} - 1}{\ln(5x - 4)}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x - 3x}{x + \operatorname{tg} x^2}$ .
4. Найти производную функции  $y = \operatorname{arctg}^3 x \cdot \operatorname{tg}^3 2x$ .
5. Исследовать на экстремумы:  $y(x) = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 16}}$ .
6. Найти интегралы:  $\int \left( \frac{2}{\sqrt[3]{x}} - \sqrt{5x} + \frac{1}{8x} \right) dx$ ,  $\int \frac{x^2}{2x^3 - 1} dx$ .
7. Вычислить площадь фигуры:  $y=1/x^2$ ;  $y=0$ ;  $x=0,5$ ;  $x=2,5$ .