

**Курсовая работа**  
**по дисциплине "Сопротивление материалов"**  
**на тему:**  
**"РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОЙ**  
**БАЛКИ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ"**

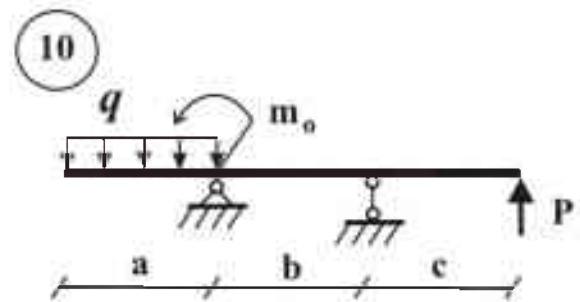
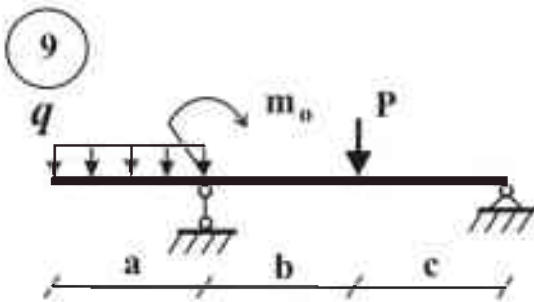
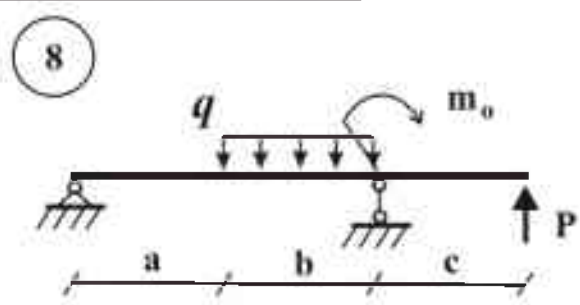
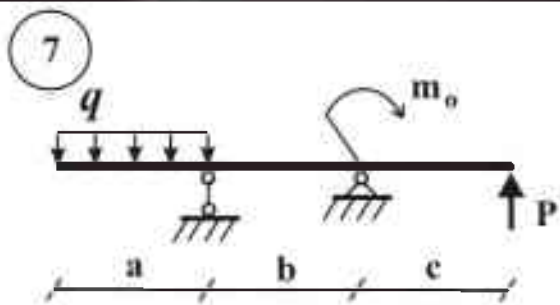
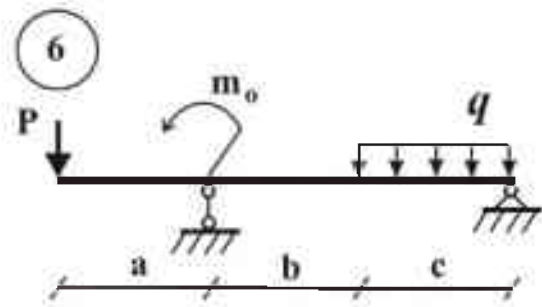
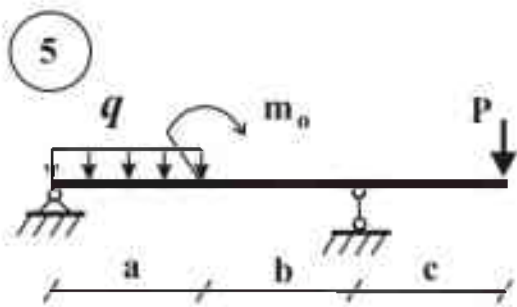
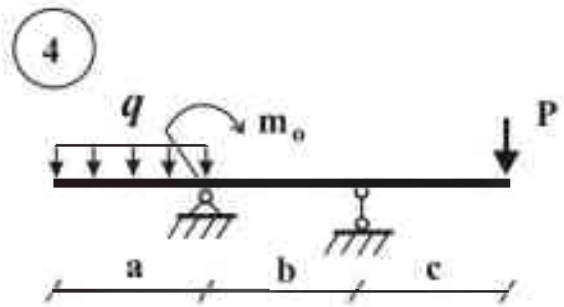
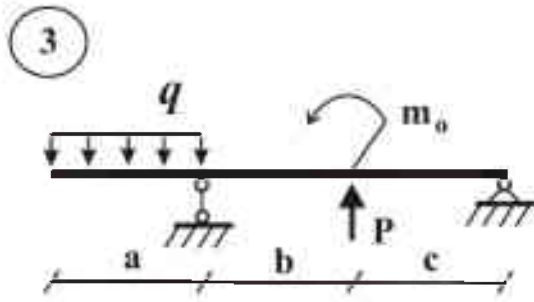
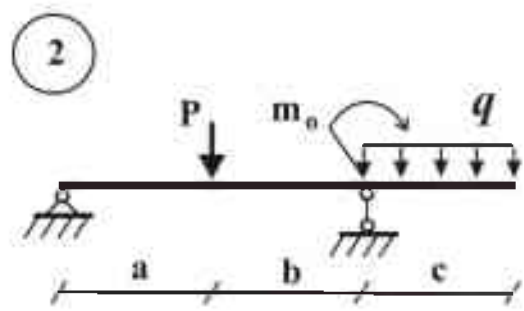
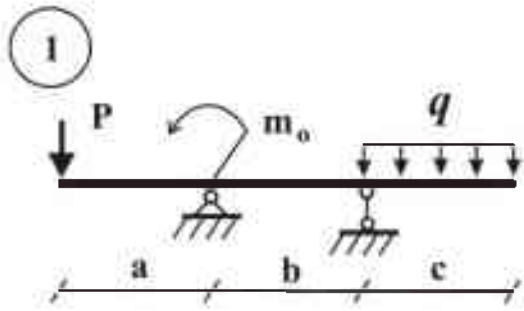
**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

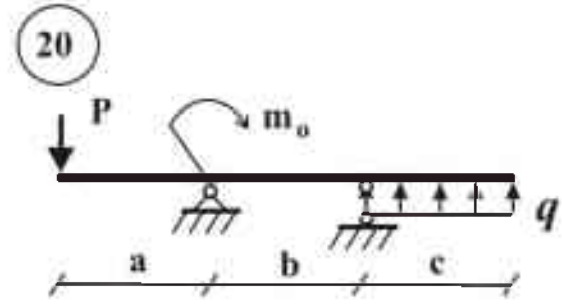
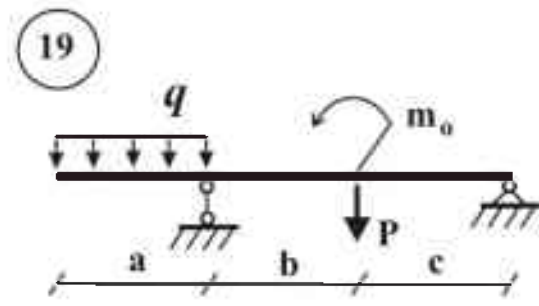
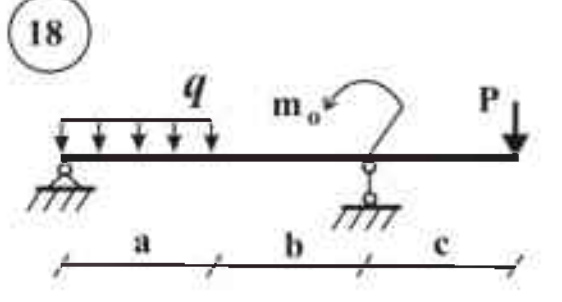
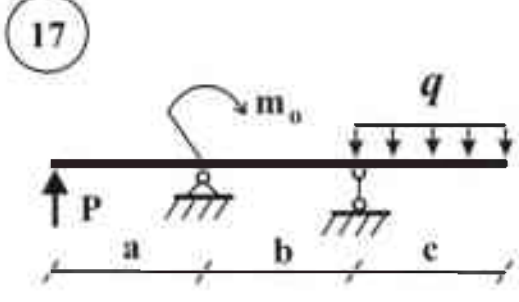
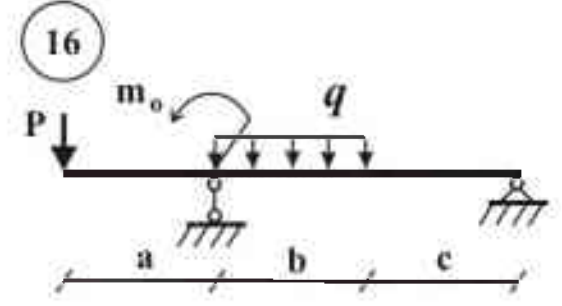
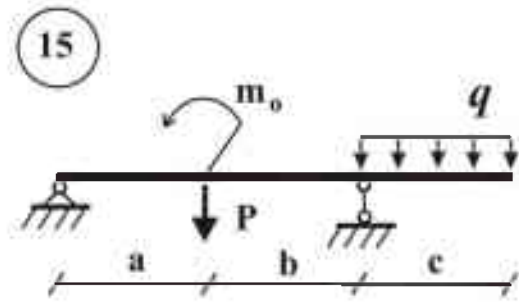
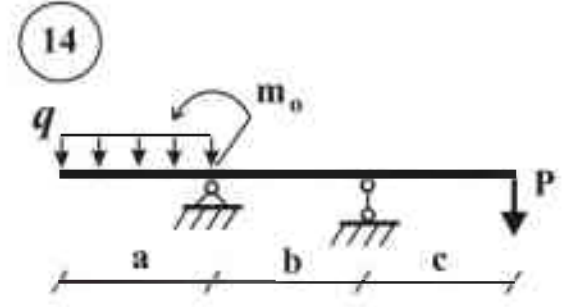
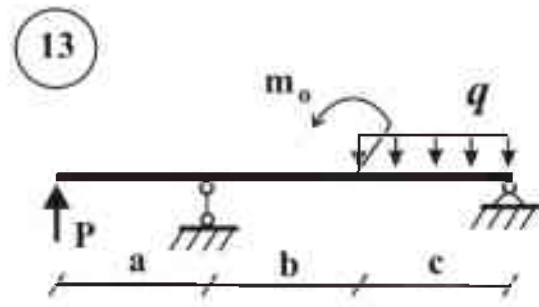
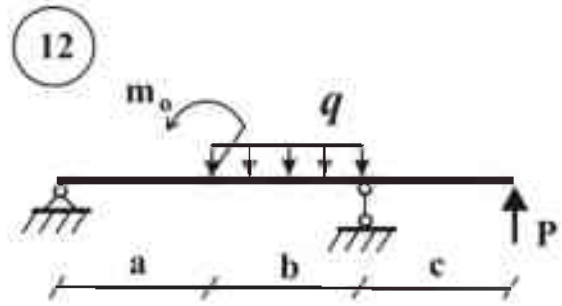
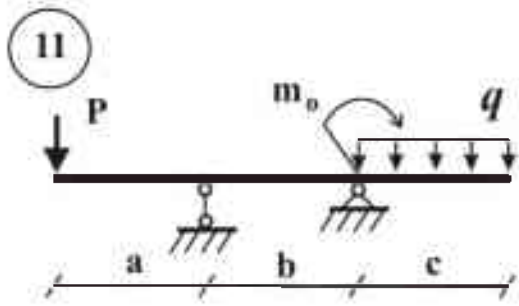
1. Изучение методов расчета внутренних усилий, напряжений и перемещений в статически определимой балке.
2. Приобретение навыков в определении внутренних усилий и построения эпюр, а также проверки на прочность и жесткость.

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ:** для заданных схем, построить эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил. Подобрать размер сечения балки из условия прочности и проверить ее на жесткость.

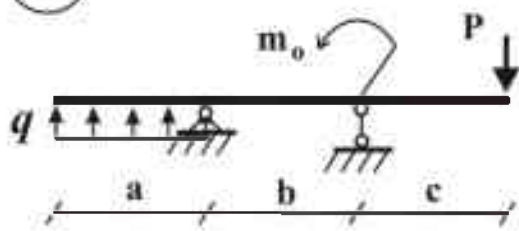
**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ:**

1. Определить опорные реакции.
2. Построить эпюры внутренних усилий  $M$ ,  $Q$ .
3. Проверить правильность построения эпюр  $M$ ,  $Q$ .
4. Выявить опасное сечение и расчетные значения внутренних усилий. Из условия прочности подобрать номер двутавра по таблице сортаментов (таблица 1).
5. Для двутавра построить эпюры нормальных и касательных напряжений в опасных сечениях. Проверить подобранное сечение по касательным и, если требуется, по главным напряжениям.
6. Подобрать размер прямоугольного сечения  $h/b=2; 5$  и круглого сечения. Проанализировать экономичность подобранных сечений. Представить площади подобранных сечений, отнесенных к площади двутавра, в табличном виде.
7. Выполнить поверку консоли на жесткость, приняв допустимое значение прогиба  $[U] = L_{\text{конс}}/150$ .
8. Сделать выводы о выполнении условия прочности и условия жесткости в конце консоли.

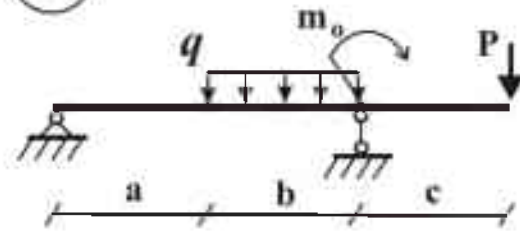




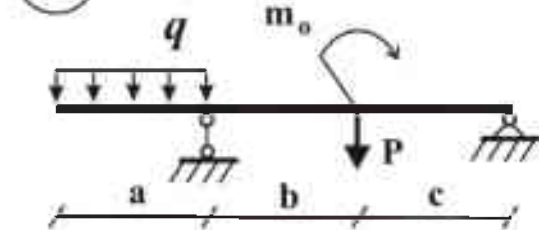
21



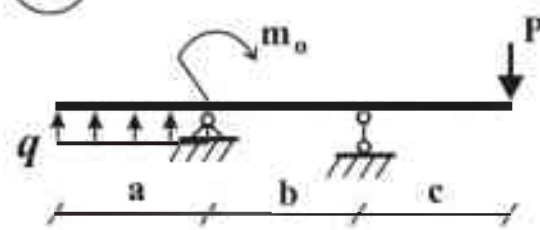
22



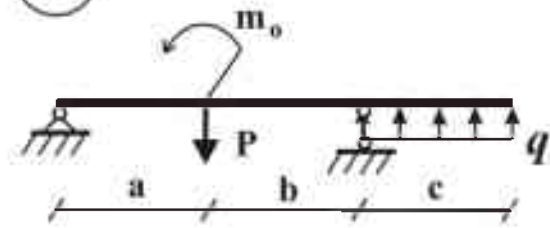
23



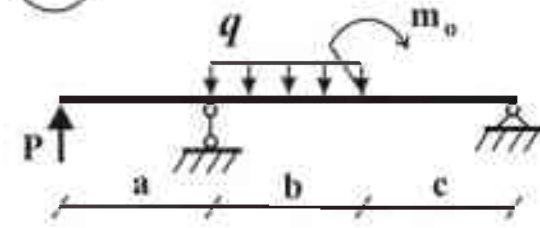
24



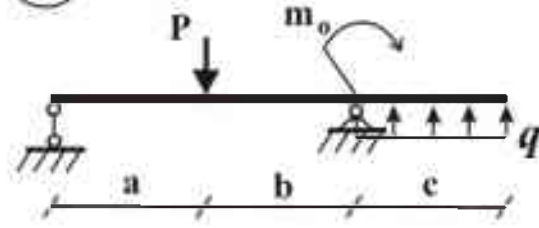
25



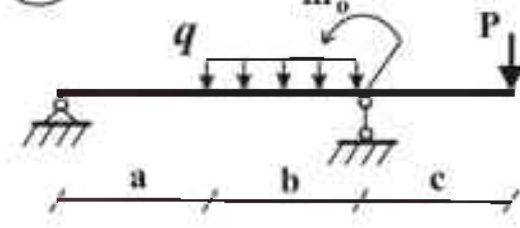
26



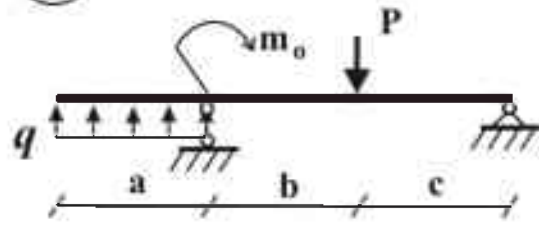
27



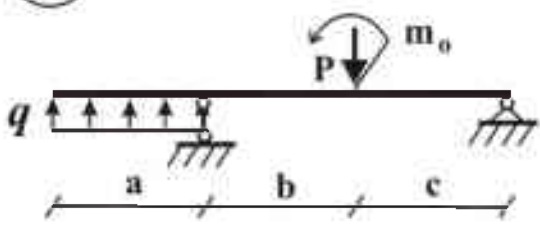
28



29



30



### Исходные данные для курсовой по сопромату

№ варианта	a, м	b, м	c, м	P, кН	q, кН/м	m <sub>0</sub> , кН*м
1	4	3	5	5	3	2
2	3	4	3	6	2	3
3	5	3	4	4	3	6
4	2	1	4	10	16	34
5	2	3	2	24	12	16
6	2	4	3	10	22	20
7	4	3	2	20	20	26
8	2	3	2	22	18	20
9	4	2	3	24	10	20
10	2	3	4	18	20	10
11	4	3	3	16	18	22
12	3	2	4	28	18	10
13	3	4	2	12	14	16

## **Курсовая работа должна содержать:**

1. Титульный лист
2. Содержание
3. Цель работы, задачи
4. Исходные данные
5. Основную часть
6. Выводы
7. Литературу

## Методические указания для выполнения курсовой работы

### 1. Определение опорных реакций

Сооружение действует на фундамент через *опорные связи*. Согласно третьему закону Ньютона, существуют *опорные реакции* – силы, с которыми опорные связи действуют на сооружение.

Для определения величин опорных реакций необходимо воспользоваться аксиомой статики, называемой «принцип освобождения от связей»: для того, чтобы тело было свободным, надо связи заменить их реакциями. На рис.1 представлены изображения и названия основных видов связей и их реакции.

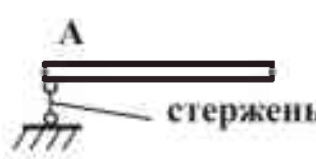




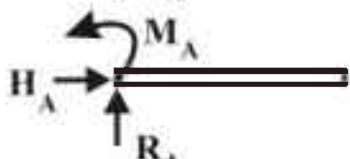
Виды связей	Реакции	Количество неизвестных реакций
		1
		2
		3

Рис. 1

После замены связей их реакциями, записываются уравнения равновесия (1):

$$\begin{cases} \sum F_x = 0; & \text{- сумма проекций всех сил на ось } x, \\ \sum F_y = 0; & \text{- сумма проекций всех сил на ось } y, \\ \sum M_A = 0; & \text{- сумма моментов всех сил относительно точки } A. \end{cases} \quad (1)$$

Опорные реакции определяются из этих уравнений. Каждое слагаемое уравнения моментов определяется по формуле

$$M = \pm F \cdot h, \quad (2)$$

где  $F$  – сила,  $h$  – плечо. Чтобы найти плечо, надо (рис. 2,а): 1) пунктиром провести линию действия силы; 2) опустить перпендикуляр из точки  $A$  на линию действия силы; 3) силой  $F$  мысленно покрутить плечо вокруг точки  $A$ . Если сила вращает плечо относительно точки  $A$  против часовой стрелки, то

знак момента «+»: Момент равен нулю, если точка А лежит на линии действия силы, так как плечо  $h = 0$  (рис. 2,б).

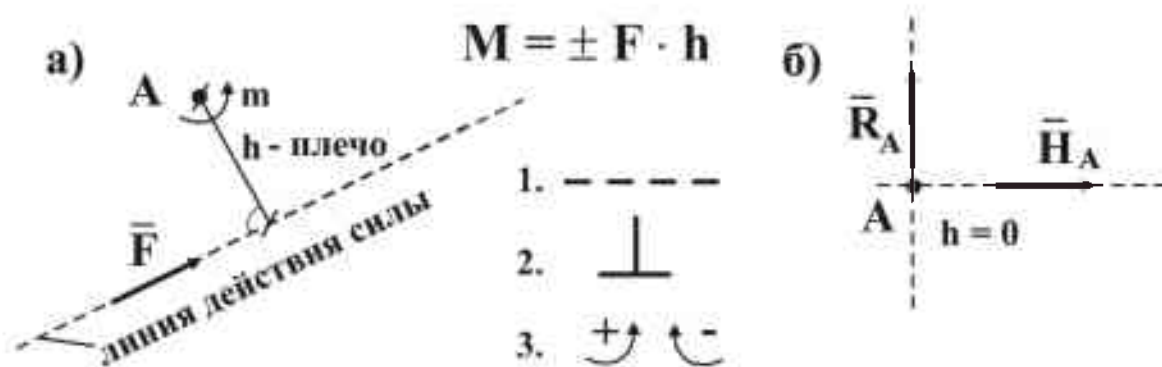


Рис. 2

Каждое слагаемое уравнения проекций на ось определяется по формуле

$$\text{Пр } \vec{F} = F \cdot \cos \alpha \quad (3)$$

где  $\alpha$  – угол между силой и положительным направлением оси (рис. 3,а). Проекция равна нулю, если вектор перпендикулярен оси (рис. 3,б).

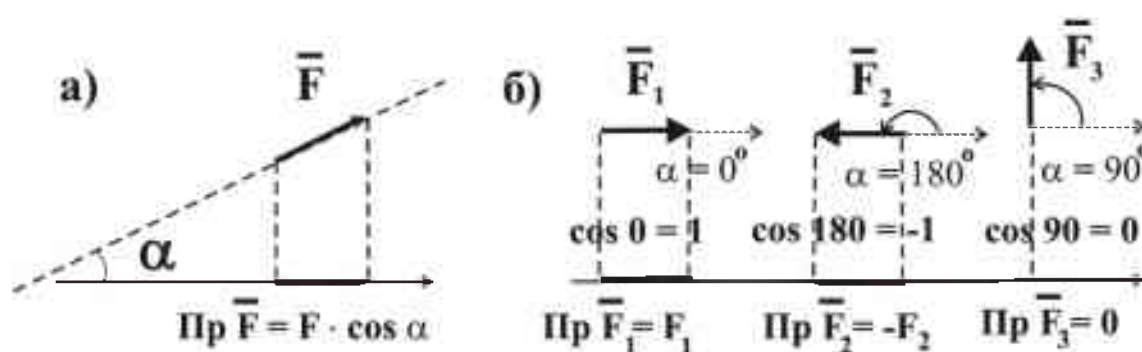


Рис. 3

Если на сооружение действует *распределенная нагрузка*, то она заменяется *равнодействующей* – силой, эквивалентной заданной системе сил (рис. 4).

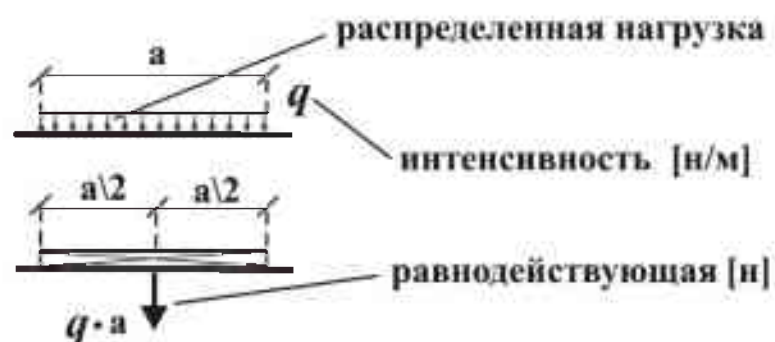


Рис. 4

В заданиях приложена система вертикальных сил, поэтому одно из уравнений равновесия - уравнение проекций на ось  $x$  имеет вид:  $N_A=0$ . Оставшиеся два уравнения выгодно записать как уравнения моментов относительно **моментной** точки – точки, где пересекаются линии действия двух неизвестных реакций. В этом случае эти две неизвестные не войдут в уравнение моментов (рис. 2б) и каждое уравнение будет содержать оставшуюся третью неизвестную реакцию.

При построении эпюр моментов в единичных состояниях и в примере 2 не требуется предварительное отыскание значения реакций, поскольку при построении эпюр отсеченная консольная часть балки их не содержит.

## 2. Построение эпюр внутренних усилий

Эпюры внутренних усилий строятся **методом сечения**. Метод включает в себя последовательность действий, состоящих из четырех пунктов, аббревиатура которых «**РОЗУ**» означает: 1) «**разрезать**» - в интересующем нас сечении конструкция мысленно делится на две части; 2) «**отбросить**» - мысленно отбросить любую из частей конструкции, для простоты вычислений оставляя часть с меньшим количеством внешних нагрузок; 3) «**заменить**» - действие отброшенной части конструкции заменяется внутренними усилиями  $N$ ,  $Q$ ,  $M$  (положительными направлениями усилий (рис. 5а) принято считать: для продольной силы  $N > 0$  – в сторону от сечения (продольная сила растягивает элемент); для поперечной силы  $Q > 0$  – направлена так, чтобы она вращала отсеченную часть по часовой стрелке (по часовой на  $90^\circ$  от  $N$ ), для изгибающего момента в балках  $M > 0$  – так, чтобы он растягивал нижнее волокно (рис. 5б). Нижним волокном назовем нижнюю сторону мысленно вырезанного из балки параллелепипеда с основанием  $dA$ );

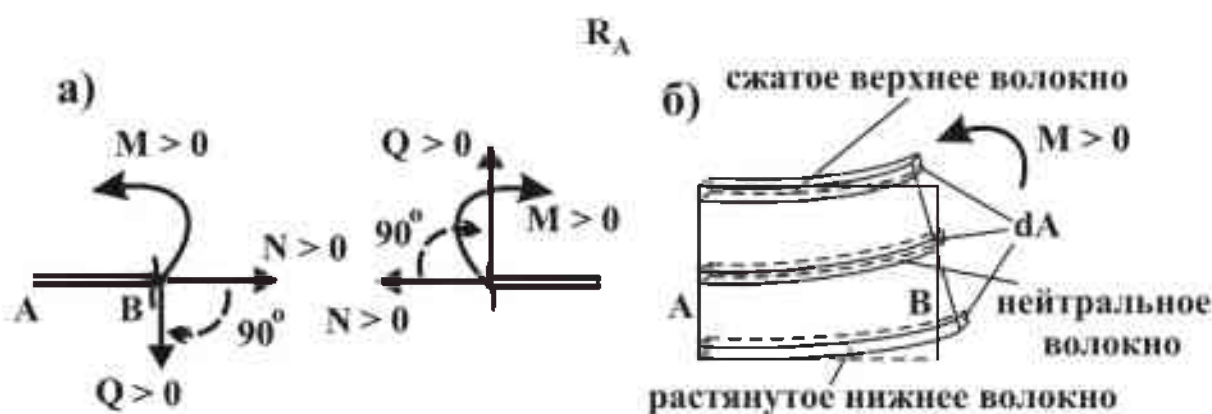


Рис. 5

4) «**уравновесить**» - для отсеченной части записываются уравнения равновесия. Из них определяются значения внутренних усилий, которые откладываются в месте сечения на **эпюре** – графике. Таким образом, каждое

число на эпюре получается методом сечения «*РОЗУ*». Такой дискретный («разрывный», по точкам) подход применяется при построении эпюры моментов в примере 2.

Континуальный («непрерывный») подход реализуется в первом примере – мысленно проводится сечение в произвольном месте на участке и вводится текущая координата  $s$ , которая традиционно начинается от торца балки. Из уравнения равновесия отыскиваются функции  $Q(s)$ ,  $M(s)$ , которые строятся на эпюрах по точкам. Количество участков зависит от состава сил. На каждом участке функции внутренних усилий изменяются.

Если эпюры построены правильно, то:

1. Эпюра моментов должна быть на стороне растянутого волокна балки.
2. Поперечная сила  $Q > 0$ , если касательная к эпюре моментов совмещается с осью балки при повороте против часовой стрелки. Для линейных участков эпюры моментов справедлива формула Журавского:

$$Q = \frac{|M_{\text{пр}} - M_{\text{лев}}|}{l}, \quad (4)$$

где  $l$  – длина участка, в числителе отражено изменение момента на данном участке. Если на балку приложена распределенная нагрузка, то эпюру  $Q$  можно построить по эпюре моментов по формуле

$$Q = Q_{\text{бал}} + \frac{|M_{\text{пр}} - M_{\text{лев}}|}{l}, \quad (5)$$

где  $Q_{\text{бал}}$  – балочное решение (рис.6, схема №4, смотри п.3 в примерах).

3. Если в сечении приложена сила, то в эпюре  $Q$  должен быть скачок на величину этой силы, если приложен момент, то в эпюре  $M$  должен быть скачок на величину этого момента.

4. Если на участке балки приложена распределенная нагрузка, то эпюра  $Q$  представляет собой наклонную прямую, а эпюра  $M$  – параболу, выпуклость которой направлена в сторону действия нагрузки.

5. Если в сечении балки  $Q = 0$ , то в эпюре  $M$  – экстремум.

### 3. Проверка правильности построения эпюр

Часто встречающиеся в задачах участки эпюр назовем стандартными решениями. Например, консоль и однопролетная балка под действием сосредоточенной силы и распределенной нагрузки (рис. 6). Решение схемы №4 называют «балочным решением».

Для построения эпюры  $M$  в единичном состоянии в примере 1 (рис. 8) для правой консоли можно применить стандартное решение №1. В сечении точки  $B$  растянутые волокна под действием единичной безразмерной силы – верхние, плечо равно длине консоли, поэтому изгибающий момент ( $M_B = F \cdot h = 1 \cdot 3 = 3$ )

согласно первой проверке надо отложить сверху. На левой консоли нагрузок нет ( $M=0$ ), в точках  $A$  и  $B$  момент не приложен, следовательно, в точках  $A$  и  $B$  эпюры моментов скачков нет, поэтому нулевое значение момента в точке  $A$  можно соединить со значением момента в точке  $B$ . В примере 2 в единичном состоянии стандартное решение №1 откладывается снизу от оси консоли, поскольку единичная безразмерная сила растягивает нижние волокна ( $M_D = F \cdot h = 1 \cdot 4 = 4$ ).

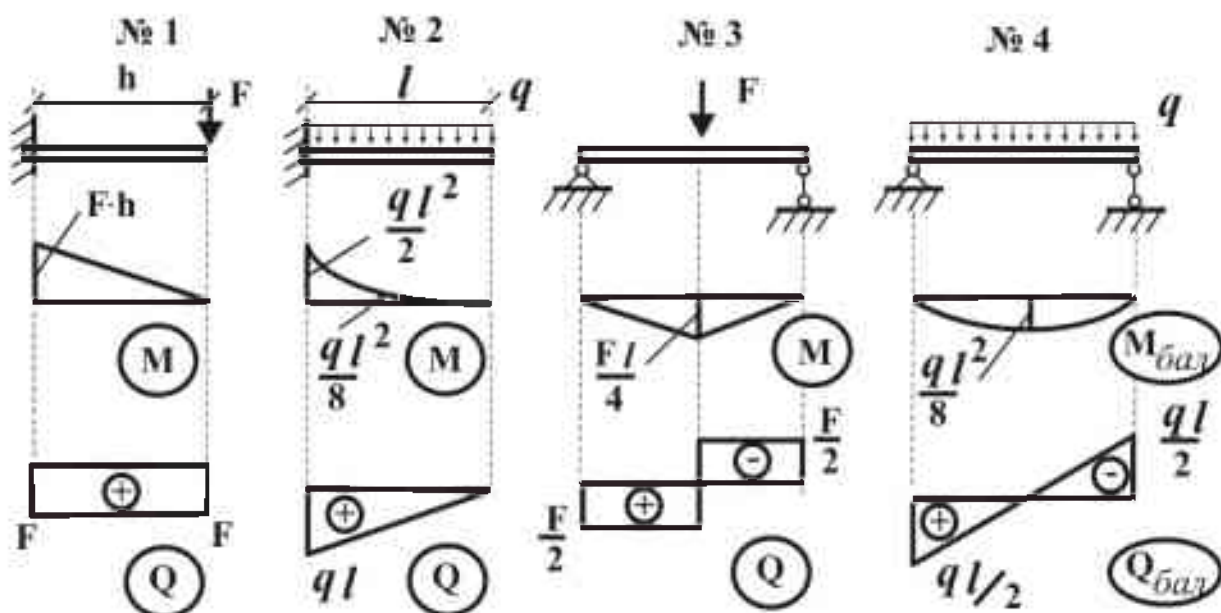


Рис. 6

В построенных эпюрах в первую очередь необходимо обращать внимание на первую и третью проверки. Эпюра  $M$  должна быть построена со стороны растянутых волокон. Значения приложенных сил, моментов и опорных реакций можно проследить по скачкам на построенных эпюрах.

#### 4. Подбор сечения из условия прочности

Понятие прочности конструкции связано с напряжением. Напряжение — это внутреннее давление в материале. Конструкция считается прочной, если напряжение в любой точке конструкции не превышает допустимых значений напряжений и зависит от материала, из которого изготовлена конструкция. Условие прочности балки при изгибе имеет вид:

$$\sigma_{max} \leq [\sigma] , \quad (6)$$

$$\tau_{max} \leq [\tau] , \quad (7)$$

где  $\sigma$  - нормальное напряжение, направленное по нормали к сечению;  $[\sigma]$  - допустимое напряжение;  $\tau$  - касательное напряжение, действующее в плоскости сечения по направлению поперечной силы  $Q$  (рис. 7).

Подбор сечения производится из условия прочности (6). Опасное сечение находится в месте максимального по модулю значения изгибающего момента в эпюре  $M_p$ , который является расчетным значением. Максимальные нормальные напряжения  $\sigma_{max}$  растягивают или сжимают наиболее удаленные от нейтральной оси волокна (рис 5) и не должны превышать допустимых напряжений:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{I_x} y_{max} = \frac{M_p}{W_x} \leq [\sigma], \quad W_x = \frac{I_x}{y_{max}}, \quad (8)$$

где  $W_x$  - момент сопротивления изгибу,  $I_x$  - момент инерции сечения,  $y_{max}$  - максимальное расстояние от нейтральной оси балки до крайнего волокна. Из (7) по значению момента сопротивления  $W$  имеем

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}, \quad (9)$$

а из таблицы 1 сортамента подбирается номер двутавра. Затем, если  $Q_{max}$  и  $M_{max}$  действуют в разных сечениях балки, то подобранное сечение проверяется по касательным напряжениям (4). Если  $Q_{max}$  и  $M_{max}$  действуют в одном сечении, то сечение проверяется по главным напряжениям в точке 2 стыка полки и стенки двутавра (пример 1), где возникают одновременно большие нормальные и касательные напряжения. Эквивалентные напряжения учитывают одновременное действие нормальных и касательных напряжений и вычисляются согласно различных теорий прочности [2,3], например, по 4-ой энергетической теории:

$$\sigma_{Экв,4} = \sqrt{(\sigma_2)^2 + 3 \cdot (\tau_2)^2} \leq [\sigma], \quad (10)$$

где  $\sigma_2$ ,  $\tau_2$  - напряжения в точке 2 стыка полки и стенки двутавра, которые вычисляются по формулам (6),(7). Для задач, где максимальные моменты и поперечные силы действуют в разных сечениях, проверку (7) выполнять не надо.

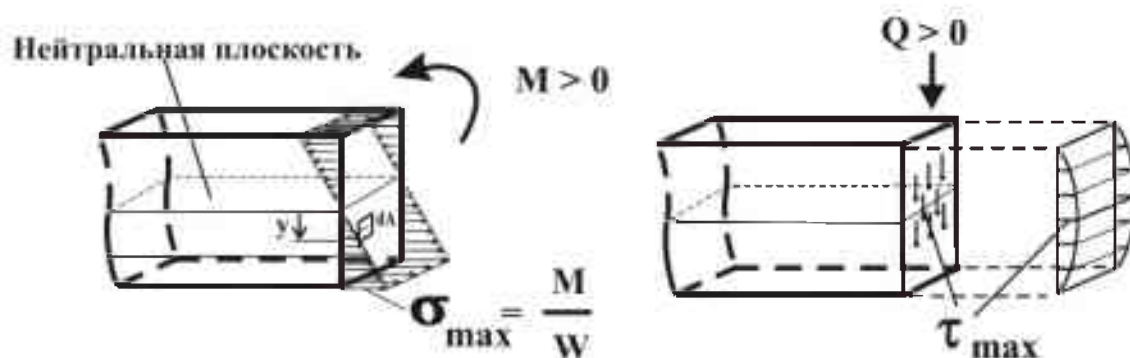


Рис. 7

## 5. Построение эпюр напряжений в опасных сечениях

Напряжения  $\sigma, \tau$  вычисляются по формулам Навье и Журавского

$$\sigma(y) = \frac{M}{I_x} y, \quad (11)$$


$$\tau(y) = \frac{Q \cdot S_x(y)}{I_x \cdot b(y)}, \quad (12)$$

где  $y$  – текущая координата, которая показывает расстояние от нейтральной плоскости сечения до малой площадочки  $dA$ , где вычисляются напряжения,  $I_x$  – момент инерции сечения,  $S_x$  – статический момент отсеченной площади сечения,  $b$  – ширина сечения.

Эпюра нормальных напряжений в плоскости изгиба является прямой и строится по двум точкам: на нейтральных волокнах в центре тяжести сечения напряжения равны нулю, на крайних волокнах вычисляются по формуле (8). Эпюра касательных напряжений для двутавра строится по трем точкам, значения которых вычисляются по формуле (12). Скачок в эпюре  $\tau$  между точками 1 и 2 обусловлен скачкообразным изменением ширины сечения двутавра (пример 1). В т.1 ширина равна ширине полки  $b$ , в т.2 – ширине стенки  $s$ . Статический момент  $S_x$  в этих точках одинаков и равен произведению площади полки  $A=b \cdot t$  на расстояние  $y_2$  от центра тяжести сечения до центра тяжести полки  $(h-t)/2$ . Максимальные касательные напряжения  $\tau = \tau_{\max}$  находятся на площадках в центре тяжести сечения, для которых  $S_x$  приведен в сортаменте (табл.1).

## 6. Подбор сечений прямоугольной и круглой формы


Для того чтобы подобрать прямоугольное сечение, необходимо знать соотношение высоты  $h$  к основанию  $b$ . Пусть  $h/b=k$ , тогда из (9)



$$W = \frac{b h^2}{6} = \frac{b (k b)^2}{6} = \frac{k^2 b^3}{6} \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}, \quad b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot M_{\max}}{k^2 [\sigma]}}$$

$$A = h \cdot b = k \cdot b^2$$

Для круглого сечения



$$W = \frac{\pi R^3}{4} \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}, \quad R \geq \sqrt[3]{\frac{4 \cdot M_{\max}}{\pi [\sigma]}}, \quad A = \pi R^2$$

## 7. Проверка жесткости балки в конце консоли

Все точки сечения балки, как и центр тяжести сечения, перемещаются вертикально. *Нейтральная ось* балки проходит через центры тяжести всех сечений. Балка считается жесткой, если максимальный *прогиб* (максимальное перемещение точек нейтральной оси балки в пролете и на консоли) не превышает допустимого значения. Условие жесткости имеет вид

$$y_{\max} \leq [y] = \frac{l_{\text{прол}}}{300}, \quad y_{\max, \text{конс}} \leq [y] = \frac{l_{\text{конс}}}{150}$$

(для пролета) (для консоли)

Перемещения определяются с помощью интеграла Мора, который вычисляется по формуле Симпсона:

$$y_c = \sum_1^n \int_0^l \frac{M_p \bar{M}_1}{EI_x} dx = \sum \frac{l}{6EI_x} [M_p^l \bar{M}_1^l + 4 M_p^c \bar{M}_1^c + M_p^n \bar{M}_1^n]$$

где  $n, l$  – количество и длины участков на эпюре моментов, нижние индексы «р» и «1» соответствуют значению моментов в грузовом и единичном состояниях, верхние индексы «л», «с», «п» обозначают левые, средние и правые ординаты моментов перемножаемых эпюр каждого участка. Произведение моментов положительно, если значения перемножаемых моментов находятся с одной стороны от оси эпюры.

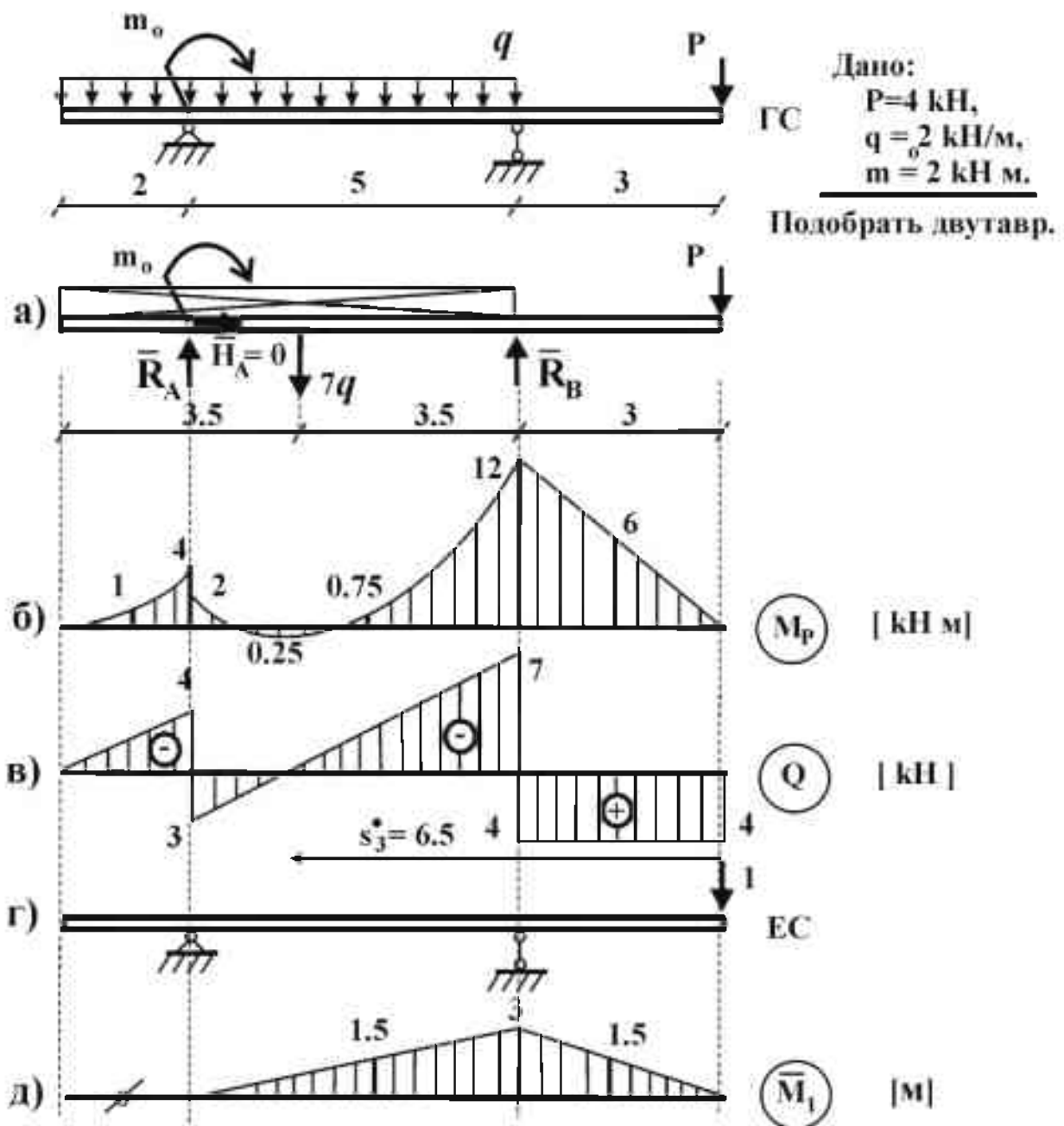
Единичное состояние получается из грузового путем отбрасывания всех нагрузок и приложения безразмерной единичной нагрузки в направлении искомого перемещения.

Если требуется найти линейное перемещение точки конструкции, то к этой точке прикладывается безразмерная единичная сила, если угол поворота сечения – то безразмерный единичный момент.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики: Учебник. 9-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2004. – 768 с.
2. Варданян Г.С., Атаров Н.М., Горшков А.А. Сопротивление материалов с основами строительной механики. – М.: Инфа-М, 2011. – 348 с.
3. Мартышев В.П. Сопротивление материалов (курс лекций). Учебное пособие. – Казань: КГАСУ. – 2010. – 200 с.
4. Немов В.Г., Сучков В.Н. Руководство по решению задач строительной механики: Учебное пособие. – Казань: КГАСУ, 2007. – 118 с.

Пример 1. Расчет балки на прочность и жесткость.



3. Проверка эйлер:

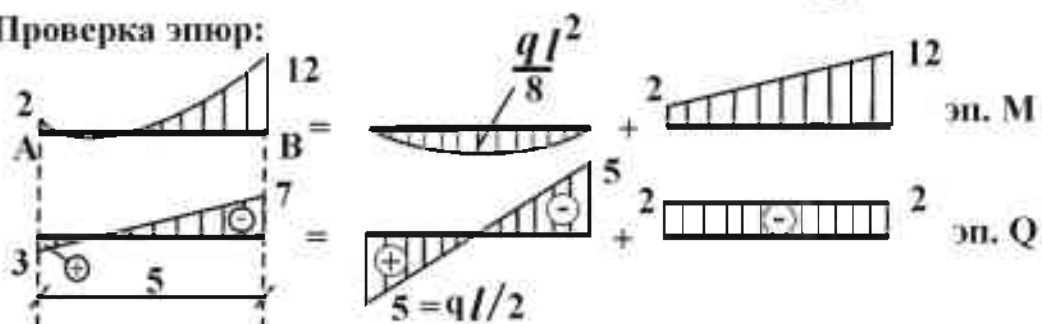


Рис. 8

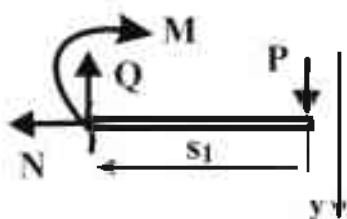
### 1. Определение опорных реакций

$$\begin{cases} \sum M_A = 0; & -P \cdot 8 + R_B \cdot 5 - m_0 - 7q \cdot 1.5 = 0; & R_B = 11 \text{ кН}, \\ \sum M_B = 0; & -P \cdot 3 - R_A \cdot 5 - m_0 + 7q \cdot 3.5 = 0; & R_A = 7 \text{ кН}. \end{cases}$$

Проверка:  $\sum F_y = R_A + R_B - 7q - P = 0; \quad 7 + 11 - 7 \cdot 2 - 4 = 0.$

### 2. Построение эпюр внутренних усилий M, Q

1 участок:

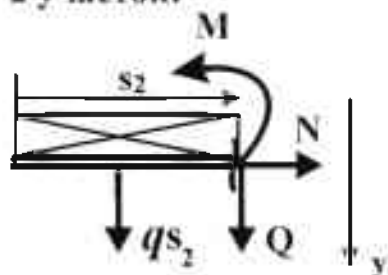


$$\begin{cases} \sum F_y = 0; & -Q + P = 0; \\ \sum M_{\text{центр}} = 0; & -M - P s_1 = 0; \end{cases}$$

$$0 \leq s_1 \leq 3 \text{ м},$$

$$\begin{cases} Q = P = 4 \text{ кН}; \\ M = -P s_1; \end{cases} \quad \begin{cases} s_1 = 0 \text{ м}, \\ M = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} s_1 = 3 \text{ м}, \\ M = -12 \text{ кНм}. \end{cases}$$

2 участок:



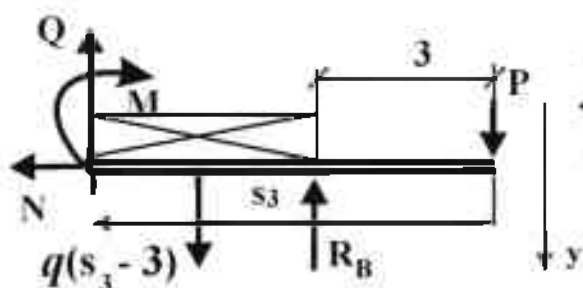
$$\begin{cases} \sum F_y = 0; & Q + q s_2 = 0; \\ \sum M_{\text{центр}} = 0; & M + q s_2 (s_2 / 2) = 0; \end{cases}$$

$$0 \leq s_2 \leq 2 \text{ м},$$

$$\begin{cases} Q = -q s_2; \\ M = -q s_2^2 / 2; \end{cases}$$

$$\begin{matrix} s_2 = 0 \text{ м}, & & s_2 = 2 \text{ м}, \\ \begin{cases} Q = 0; \\ M = 0; \end{cases} & \begin{cases} s_2 = 1 \text{ м}, \\ M = -1 \text{ кНм}; \end{cases} & \begin{cases} Q = -4 \text{ кН}; \\ M = -4 \text{ кНм}. \end{cases} \end{matrix}$$

3 участок:



$$\begin{cases} \sum F_y = 0; & -Q + P + q(s_3 - 3) - R_B = 0; \\ \sum M_{\text{центр}} = 0; & -M - q(s_3 - 3)(s_3 - 3) / 2 - P s_3 - R_B(s_3 - 3) = 0; \end{cases}$$

$$3 \leq s_3 \leq 8 \text{ м},$$

$$\begin{cases} Q = P + q(s_3 - 3) - R_B; \\ M = -q(s_3 - 3)^2 / 2 - P s_3 + R_B(s_3 - 3); \end{cases}$$

$$s_3 = 3 \text{ м}, \quad s_3 = 8 \text{ м},$$

$$\begin{cases} Q = -7 \text{ кН}; \\ M = 12 \text{ кНм}; \end{cases} \quad \begin{cases} Q = 3 \text{ кН}; \\ M = -2 \text{ кНм}; \end{cases} \quad \begin{cases} Q = 0, \text{ при } s_3^* = (R_B - P)/q + 3 = 6.5 \text{ м}. \\ \text{Экстремум } M(s_3^*) = 0.25 \text{ кНм}; \end{cases}$$

Значение момента в середине участка:  $M_p^c(5.5) = -0.75 \text{ кНм}$ .

3. Проверка правильности эпюр  $M$  и  $Q$  (рис. 9.б, 9.в).

На правой консоли встретилось стандартное решение № 1, на левой - № 2. Эп.  $M$  построена со стороны растянутых волокон. В эп.  $Q$  скачки в сечениях А, В, С на величины  $R_A$ ,  $R_B$  и  $P$ . В эп.  $M$  скачок в т. А на величину  $m_0$ . При  $s_3^* = 6.5 \text{ м}$  в эп.  $Q = 0$ , в эп.  $M$  - экстремум.

4. Подбор двутавра.

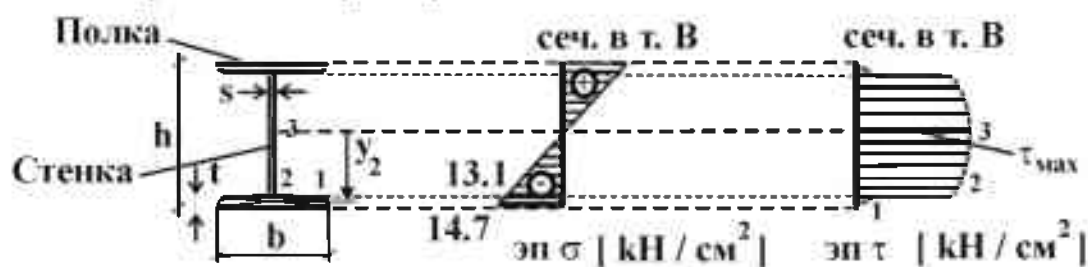
Опасное сечение в точке В. Расчетное значение  $M_p = 12 \text{ кНм}$ .

Условие прочности:  $\sigma_{\max} = \frac{M_p}{W} \leq [\sigma], \quad W \geq \frac{M}{[\sigma]} = \frac{1200 \text{ кН см}}{16 \text{ кН/см}^2} = 75 \text{ см}^3$ .

Дв № 14,  $W_x = 81.7 \text{ см}^3$ ,  $I_x = 512 \text{ см}^4$ ,  $S_x = 46.8 \text{ см}^3$ ,  $A = 17.4 \text{ см}^2$ ,

$h = 14 \text{ см}$ ,  $b = 7.3 \text{ см}$ ,  $s = 0.49 \text{ см}$ ,  $t = 0.75 \text{ см}$ .

5. Построение эпюр напряжений.



Условие прочности:  $\sigma_{\max} = \frac{12 \text{ кН} \cdot 100 \text{ см}}{81.7 \text{ см}^3} = 14.7 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \leq [\sigma] = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ .

Проверка по касательным напряжениям:  $Q_{\max} = 7 \text{ кН}$  в сеч. т. В;

Условие прочности:  $\tau_{\max} = \frac{Q S_x}{I_x s} = \frac{7 \cdot 46.8}{512 \cdot 0.49} = 1.17 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \leq [\tau] = 8 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ .

Проверка по главным напряжениям (в точке 2 сечения т. В):

$\sigma_2 = \frac{M_p}{I_x} (h/b - t) = 13.1 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}, \quad S_2 = A \cdot y_2 = bt \cdot (h - t)/2 = 36.3 \text{ см}^2,$

$\tau_2 = \frac{7 \cdot 36.3}{512 \cdot 0.49} = 0.906 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}, \quad \sigma_{\text{экв.д}} = \sqrt{\sigma_2^2 + 3\tau_2^2} = 13.2 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \leq 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ .

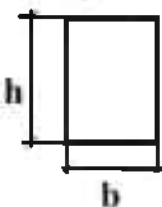
Вывод: условия прочности для Дв № 14 по касательным и главным напряжениям выполняются.

6. Подбор прямоугольного и круглого сечений.



$$k = \frac{h}{b} = 5, \quad b^3 \geq \frac{6 \cdot W}{k^2}, \quad b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot W}{k^2}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 75}{25}} = 2.62 \text{ см},$$

$$A = k^2 b = 34.3 \text{ см}^2$$



$$k = \frac{h}{b} = 2, \quad b^3 \geq \frac{6 \cdot W}{k^2}, \quad b \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot W}{k^2}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 75}{4}} = 4.83 \text{ см},$$

$$A = k^2 b = 46.7 \text{ см}^2$$



$$R \geq \sqrt[3]{\frac{4 \cdot W}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 75}{3.14}} = 4.37 \text{ см},$$

$$A = \pi R^2 = 65.6 \text{ см}^2$$

	Двутавр	$h/b = 2$	$h/b = 5$	Круг
$A/A_{дв}$	1	1.97	2.68	3.77

Вывод: сечение двутавра самое экономичное.

7. Проверим сечение двутавра на жесткость на консоли.

Рассмотрим единичное состояние (рис. 8,г) и построим его эпюру  $\bar{M}_1$  (рис. 8д). Определим перемещение конца консоли с помощью интеграла Мора, который вычислим по формуле Симпсона:

$$y_c = \sum_1^n \int_0^l \frac{M_p \bar{M}_1}{EI_x} dx = \sum \frac{l}{6EI_x} [M_p^a \bar{M}_1^a + 4 M_p^c \bar{M}_1^c + M_p^n \bar{M}_1^n] =$$

$$= \frac{5}{6EI_x} (4 \cdot 0.75 \cdot 1.5 + 12 \cdot 3) + \frac{3}{6EI_x} (12 \cdot 3 + 4 \cdot 6 \cdot 1.5) = \frac{69.75 \text{ кНм}^3}{EI}$$

$$= \frac{69.75 \text{ кН} \cdot 10^6 \text{ см}^3}{2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 \cdot 512 \text{ см}^4} = 6.81 \text{ см} \geq [y] = \frac{l_{\text{конс}}}{150} = 2 \text{ см}.$$

Условие жесткости на консоли для двутавра № 14 не выполняется. Подберем новый двутавр:

$$I_{x_{\text{нов}}} = I_{x14} y_c / [y] = 1582 \text{ см}^4, \quad \text{принимает двутавр № 20а, } I_x = 2030 \text{ см}^4.$$

8. Вывод: Двутавр №20а удовлетворяет условиям прочности и жесткости.

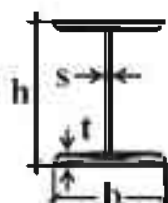


Таблица 1. Сталь горячекатаная. Балки двутавровые. Сортамент (ГОСТ 8239-72).

$h$  – высота двутавра,  $b$  – ширина полки,  $s$  – толщина стенки,  $t$  – средняя толщина полки,  $I_x$  – момент инерции,  $W_x$  – момент сопротивления изгибу,  $S_x$  – статический момент полусечения,  $i = \sqrt{I/F}$  – радиус инерции.

Номер профиля	h	b	s	t	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Масса l пог.м, кг/м	Справочные величины для осей						
									x - x				y - y		
									I <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	S <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> , см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	19,90	1430	159,0	7,51	89,8	114,0	22,80	2,12
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	22,70	2030	203,0	8,37	114,0	155,0	28,20	2,32
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	25,80	2790	254,0	9,22	143,0	206,0	34,30	2,50
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	29,40	3800	317,0	10,10	178,0	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	33,90	5500	407,0	11,30	229,0	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	39,20	7780	518,0	12,50	292,0	436,0	60,10	2,95
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54