

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ**

**МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина**

Естественно технический факультет

Кафедра «Механики и приборостроения им.Я.И.Рудаева»

**Фонд
оценочных средств**
по дисциплине «Гидромеханика»

специалитет

Направление подготовки

21.05.05 - РФ, 630004 - КР

«Физические процессы горного или нефтегазового производства»

»

Квалификация
Горный инженер

2025

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 21.05.05 - РФ, 630004 - КР «Физические процессы горного или нефтегазового производства»

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры

«Механики и приборостроения им.Я.И.Рудаева»

протокол № 1 от 28 августа 2025 г.

Заведующий кафедрой
«Механики и приборостроения
им.Я.И.Рудаева»



Джаманкулов А.К.

наименование кафедры

подпись

расшифровка подписи

Исполнители:



Герман К.А.

ДОЦЕНТ

должность

подпись

расшифровка подписи

Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

ОПК-1. Способен применять правовые основы в областях недропользования, обеспечения экологической и промышленной безопасности при поисках, разведке и разработке месторождений полезных ископаемых, в том числе при освоении ресурсов шельфа морей и океанов, строительстве и эксплуатации подземных объектов

ОПК-1.1. Знать законодательные основы недропользования; законодательные основы производства горных работ, в том числе при эксплуатационной разведке, при добыче, переработке твердых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов;

ОПК-1.2. Уметь принимать решения в точном соответствии с законодательством; ориентироваться в современных источниках горного права, определять их взаимосвязь

ОПК-1.3. Владеть навыками анализа правоприменительной и правоохранительной информации в сфере экологического законодательства, а также промышленной безопасности при поисках, разведке и разработке месторождений твердых полезных ископаемых, строительстве и эксплуатации подземных объектов

ОПК-11. Способен к разработке проектных инновационных решений по эксплуатационной разведке, добыче, переработке полезных ископаемых, в том числе при освоении ресурсов шельфа морей и океанов, строительству и эксплуатации подземных объектов

ОПК-11.1 Знать методы анализа, теоретические и методологические обобщения научно-технических достижений и передового опыта инновационных решений по эксплуатационной разведке, добыче, переработке полезных ископаемых, в том числе при освоении ресурсов шельфа морей и океанов, строительству и эксплуатации подземных объектов

ОПК-11.2. Уметь определять необходимость привлечения дополнительных знаний из смежных наук с целью разработки инновационных проектных решений по добыче и переработке полезных ископаемых, строительству и эксплуатации подземных сооружений

ОПК-11.3. Владеть навыками, способностями и демонстрацией разрабатывать проектные инновационные решения по эксплуатационной разведке, добыче, переработке полезных ископаемых, в том числе при освоении ресурсов шельфа морей и океанов, строительству и эксплуатации подземных объектов

Раздел 2. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

Раздел первый

ГИДРОСТАТИКА

Глава 1

ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ В ЖИДКОСТИ

1. Понятие гидростатического давления

В результате действия внешних сил (поверхностных и массовых) в жидкости возникают *внутренние нормальные* напряжения, называемые *гидростатическим давлением*. Таким образом, гидростатическое давление – это нормальная сила с точностью до бесконечно малых (dR), равномерно распределённая на бесконечно малой площадке (dA):

$$p = dR/dA.$$

Единица измерения давления соответствует размерности напряжения Н/м².

Примечание. В данном учебном пособии силу давления будем обозначать буквой R , чтобы не путать при написании давление p и силу P , площадь буквой A , как это принято в дисциплинах механического профиля.

1.1. Свойства гидростатического давления

Первое свойство. Давление, как нормальное напряжение, всегда направлено по внутренней нормали к площадке, величина давления является функцией только координат точки и не изменяется во времени:

$$p = f(x, y, z).$$

Второе свойство. Давление в точке жидкости действует по всем направлениям и имеет одинаковую величину.

1.2. Основное уравнение гидростатики. Абсолютное, манометрическое, вакуумметрическое давление

Для определения давления в покоящейся жидкости пользуются основным уравнением гидростатики:

$$p = p_0 + \rho gh. \quad (1.1)$$

Давление в любой точке покоящейся жидкости складывается из давления на поверхности жидкости (p_0) и силы тяжести столба жидкости с основанием, равным единице, и высотой, равной глубине погружения точки в жидкость (ρgh). Величина ρgh может быть названа *весовым* давлением, или *избыточным* давлением жидкости.

Поверхностное давление p_0 может быть обусловлено давлением на поверхности капельной жидкости газа, воздуха или твёрдого тела, например поршня.

Давление на поверхности жидкости p_0 может быть равным атмосферному давлению, больше атмосферного или недостающим до атмосферного.

Давление, рассчитанное от абсолютного нуля, т. е. с учётом атмосферного давления, называется **абсолютным**. Так, если в уравнении (1.1) давление на поверхности жидкости равно атмосферному ($p_0 = p_a$), то у давления p следует поставить индекс "абс" и считать его абсолютным давлением:

$$p_{\text{абс}} = p_a + \rho gh. \quad (1.2)$$

Если абсолютное давление больше атмосферного, то давление, **превышающее** атмосферное, называется **манометрическим**, или **избыточным** (термины равнозначны). В закрытом резервуаре при условии, что $p_{0\text{абс}} > p_a$, величина манометрического давления

$$p_{\text{ман}} = p_{0\text{абс}} - p_a + \rho gh$$

Манометрическое давление в открытом резервуаре на глубине h

$$p_{\text{ман}} = \rho gh. \quad (1.3)$$

Давление, **недостающее** до атмосферного, называется **вакуумметрическим**:

$$p_{\text{вак}} = p_a - p_{\text{абс}}, \quad (1.4)$$

при условии, что $p_{\text{абс}} < p_a$.

При решении задач манометрическое давление учитывается со знаком "+", вакуумметрическое - со знаком "-".

Следует запомнить: чтобы записать абсолютное давление в месте установки **манометра**, нужно к атмосферному давлению **прибавить** манометрическое, т. е.

$$p_{\text{абс}} = p_a + p_{\text{ман}}$$

Чтобы записать абсолютное давление в месте установки **вакуумметра**, нужно к атмосферному давлению **прибавить** $p_{\text{вак}}$ со знаком минус, т. е.

$$p_{\text{абс}} = p_a - p_{\text{вак}}$$

В соответствии с изложенным учётом, как в дальнейших расчётах пользоваться понятиями манометрического, вакуумметрического и абсолютного давлений.

1.3. Плоскость уровня. Понятие пьезометрической высоты.

Эшоры гидростатического давления

При решении задач по определению давления в покоящейся жидкости используют условие равновесия жидкости относительно **плоскости уровня** (плоскости равного давления).

Плоскость уровня – это плоскость с постоянным гидростатическим давлением во всех точках этой плоскости. Вывод уравнения плоскости уровня

и примеры плоскости уровня приводятся в учебниках и учебных пособиях по гидромеханике (см. библиографический список).

Частным случаем плоскости уровня является *горизонтальная* плоскость в однородной покоящейся жидкости, находящейся в поле действия только сил тяжести.

Пьезометрическая высота, или пьезометрический напор, - это такая высота столба жидкости, которая своим весовым давлением (ρgh) соответствует давлению (p) в покоящейся жидкости. Характерные случаи представления пьезометрической высоты приведены в учебной литературе.

Рассмотрим один из случаев. Пусть имеем закрытый резервуар, в котором на свободной поверхности действует абсолютное давление, больше атмосферного ($p_{абс} > p_a$) (рис. 1.1,а). На глубине h выведена открытая стеклянная трубка, называемая *пьезометром*. Если бы резервуар был открыт, уровни жидкости в резервуаре и в пьезометре были бы на одном горизонте (как в сообщающихся сосудах). Поскольку давление на поверхности жидкости в резервуаре больше, чем атмосферное, уровень жидкости в пьезометре будет выше, чем в резервуаре.

Высота, на которую поднимется жидкость в пьезометре, называется *пьезометрической* высотой и обозначается h_p . Докажем, что пьезометрическая высота h_p соответствует избыточному давлению. Проведём горизонтальную *плоскость уровня* 0 - 0 на глубине h и составим условие равенства давления, рассчитанного слева по пьезометру (p_1), и давления (p_2) справа в баке на глубине h :

$$p_1 = p_2.$$

Согласно основному уравнению гидростатики (1.1):

$$p_1 = p_a + \rho gh_p; \quad p_2 = p_{абс} - \rho gh;$$

$$p_a + \rho gh_p = p_{абс} - \rho gh;$$

$$h_p = \frac{p_{абс} - p_a + \rho gh}{\rho g} = \frac{p_{изб}}{\rho g}. \quad (1.5)$$

Условие доказано, таким образом, избыточное давление в любой точке покоящейся жидкости можно заменить давлением столба жидкости в пьезометре. Аналогичные рассуждения можно провести по вакуумметрическому давлению.

Графическое представление величины и направления гидростатического давления, действующего на любую точку поверхности, называется *эпюрой давления*. Согласно основному уравнению гидростатики (1.1), закон распределения давления (p) по глубине (h) линейный.

На рис. 1.1 представлены эпюры абсолютного давления (б) и весового давления жидкости без учёта давления на поверхности жидкости (в).

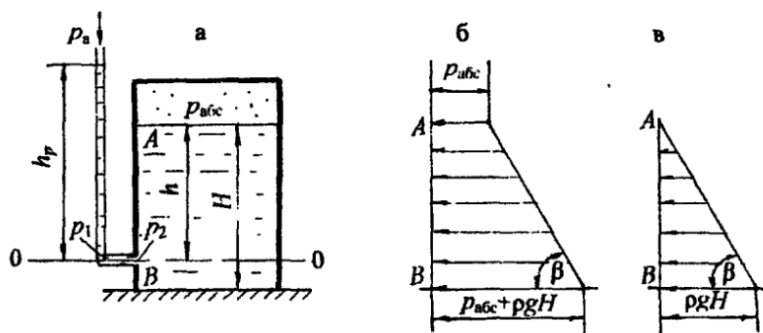


Рис. 1.1

Эпюры давления представляют соответственно равномерно распределённую нагрузку в виде трапеции для абсолютного или полного давления и в виде треугольника для весового давления. Угол наклона эпюры β зависит от величины плотности жидкости ρ . Стрелками показано, что давление в любой точке по глубине действует по внутренней нормали к поверхности AB .

1.4. Единицы измерения давления

Основной системой единиц измерения давления является система СИ. Но наряду с этой системой при технических расчётах и в производственной практике пользуются технической системой (CGS) и внесистемными единицами измерения.

Система СИ: $\text{Н/м}^2 = \text{Па}$; $10^3 \text{ Па} = \text{кПа}$; $10^6 \text{ Па} = \text{МПа}$; $\text{бар} = 10^5 \text{ Па}$.

Техническая система: $1 \text{ кгс/см}^2 = 1 \text{ ат}$; кгс/м^2 .

Внесистемные единицы измерения: мм рт. ст.; м вод. ст.; мм вод. ст.

Покажем перевод единиц измерения давления:

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 10^4 \text{ кгс/м}^2 = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2 = 98 \text{ кПа};$$

$$1 \text{ ат} = 735,6 \text{ мм рт. ст.}$$

$$1 \text{ ат} = 10 \text{ м вод. ст.}$$

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133,3 \text{ Па.}$$

Перевод единиц измерения давления из ат или Па в высоту столба жидкости и наоборот может быть выполнен по формулам:

$$H = p/\rho g \quad \text{и} \quad p = \rho g H.$$

Проверим приведённые выше величины. Переведём 1 ат в м вод.ст., зная, что плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$:

$$H_{\text{вод.ст.}} = (98 \cdot 10^3) / (10^3 \cdot 9,8) = 10 \text{ м.}$$

Теперь переведем 1 ат в мм рт. ст. при плотности ртути $\rho_{\text{рт.}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$:

$$H_{\text{рт.ст.}} = (98 \cdot 10^3) / (13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,8) = 0,7356 \text{ м} = 735,6 \text{ мм.}$$

В приложении (табл. 2) приведено соотношение между единицами давления.

1.5. Примеры решения задач по теме: "Гидростатическое давление в жидкости"

Задача 1.5.1. К резервуару (рис. 1.2), заполненному бензином плотностью $\rho_{\text{бенз.}} = 700 \text{ кг/м}^3$, присоединён U-образный ртутный манометр, показание которого $h_{\text{рт.}} = 0,1 \text{ м}$; уровень масла над ртутью $h_{\text{м.}} = 0,2 \text{ м}$.

Определить абсолютное давление $p_{\text{абс}}$ паров на поверхности бензина и показание пружинного манометра (см. обозначение буквой М), установленного на крышке резервуара, а также возможную высоту уровня бензина в пьезометре h_p при условии, что $h = 0,75 \text{ м}$; $a = 0,15 \text{ м}$; $H = 1,1 \text{ м}$; принять плотность ртути $\rho_{\text{рт.}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; плотность масла $\rho_{\text{мас.}} = 820 \text{ кг/м}^3$.

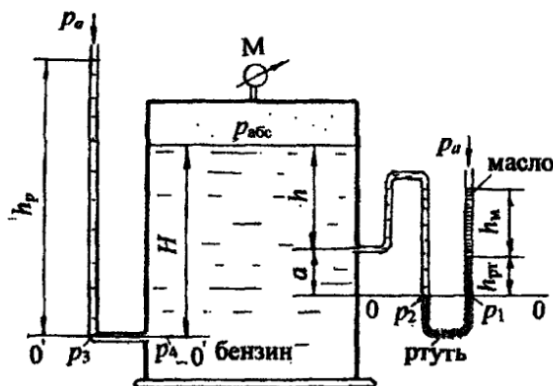


Рис. 1.2

Решение. Решение ведем с учётом атмосферного давления, так как по условию задачи требуется определить абсолютное давление паров бензина.

Для решения задачи воспользуемся понятием *плоскости уровня*. Выберем плоскость уровня 0-0 на разделе жидкостей бензин - ртуть и составим условие равенства давления, приравняв давления в правом (p_1) и левом колена (p_2) U-образного манометра:

$$p_1 = p_2;$$

$$p_1 = p_a + \rho_{\text{мас}} g h_m + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}};$$

$$p_2 = p_{\text{абс}} + \rho_{\text{бенз}} g (h + a).$$

Приравняем давление в правом и левом колене U-образного манометра:

$$p_a + \rho_{\text{мас}} g h_m + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} = p_{\text{абс}} + \rho_{\text{бенз}} g (h + a),$$

отсюда абсолютное давление паров бензина:

$$p_{\text{абс}} = p_a + \rho_{\text{мас}} g h_m + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} - \rho_{\text{бенз}} g (h + a).$$

Принимая атмосферное давление $p_a = 98 \cdot 10^3 \text{ Па} = 98 \text{ кПа}$, получим:

$$p_{\text{абс}} = 98 \cdot 10^3 + 820 \cdot 9,8 \cdot 0,2 + 13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,1 - 700 \cdot 9,8 \cdot 0,9 = 106,76 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Показание манометра, установленного на крышке бака, можно определить так:

$$p_{\text{ман}} = p_{\text{абс}} - p_a = \rho_{\text{мас}} g h_m + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} - \rho_{\text{бенз}} g (h + a) = 8,76 \text{ кПа} = 0,089 \text{ ат}.$$

Для определения возможной высоты бензина в пьезометрической трубке h_p составим условие равновесия жидкости относительно плоскости уровня 0-0, в этом случае расчёты можно вести по избыточному (манометрическому) давлению. Для плоскости уровня 0-0 запишем равенство давлений $p_3 = p_4$:

$$\rho_{\text{бенз}} g h_p = p_{\text{ман}} + \rho_{\text{бенз}} g H,$$

отсюда

$$h_p = \frac{p_{\text{ман}}}{\rho_{\text{бенз}} g} + H = 2,38 \text{ м}.$$

Ответ: $p_{\text{абс}} = 106,76 \cdot 10^3 \text{ Па} = 106,76 \text{ кПа}$; $p_{\text{ман}} = 8,76 \text{ кПа}$; $h_p = 2,38 \text{ м}$.

Задача 1.5.2. Два резервуара, заполненные водой и бензином, лишны центров которых находятся на одном уровне, соединены двухколенным ртутным манометром (рис. 1.3). Пространство между уровнями ртути в манометре заполнено маслом плотностью $\rho_{\text{мас}} = 900 \text{ кг/м}^3$.

Определить, в каком резервуаре давление больше и на какую величину, если высоты уровней жидкостей соответственно: $h_1 = 250 \text{ мм}$; $h_2 = 120 \text{ мм}$; $h_3 = 80 \text{ мм}$; $h_4 = 50 \text{ мм}$. Принять плотность бензина $\rho_{\text{бенз}} = 720 \text{ кг/м}^3$, ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Решение. Резервуары закрыты, поэтому давление будем рассчитывать по избыточному давлению без учёта атмосферного давления. Обозначим давление на уровне центра в левом резервуаре p_A , в правом - p_B .

Покажем положение плоскостей уровня для данной равновесной системы: это плоскости 0-0; 0'-0' и 0''-0''. Эти горизонтальные плоскости проводятся по однородной жидкости: плоскость 0-0 по маслу, две другие по ртути. Для этих плоскостей запишем условие равенства давлений: $p_1 = p_2$;

$p_3 = p_4$; $p_5 = p_6$. Плоскость 0-0 является основной плоскостью равновесного состояния, для которой $p_1 = p_2$.

Согласно основному уравнению гидростатики (1.1), чтобы записать давление p_1 , нужно к давлению в центре резервуара A (p_A) прибавить давление столба воды $\rho g h_1$ - получим давление $p_3 = p_4$, из давления p_4 вычтем (поднимаемся вверх) давление столба ртути $\rho_{рт} g h_2$ и, таким образом, получим давление p_1 :

$$p_1 = p_A + \rho g h_1 - \rho_{рт} g h_2.$$

Аналогично запишем давление p_2 : к давлению в центре резервуара B (p_B) прибавим давление столба бензина $\rho_{бенз} g h_5$ и давление столба ртути $\rho_{рт} g h_4$ - получим давление $p_6 = p_5$. Затем от плоскости $0''-0''$ поднимемся вверх до плоскости 0-0, т. е. вычтем давление столба масла $\rho_{мас} g h_3$ и получим давление p_2 :

$$p_2 = p_B + \rho_{бенз} g h_5 + \rho_{рт} g h_4 - \rho_{мас} g h_3.$$

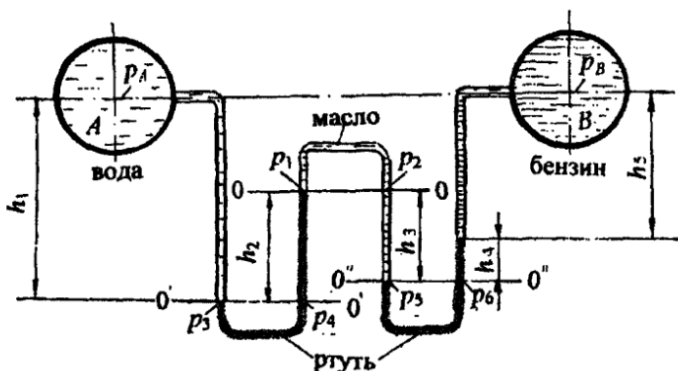


Рис. 1.3

Согласно чертежу, высота столба бензина $h_5 = h_1 - h_2 + h_3 - h_4 = 160$ мм.

По распределению уровня ртути в дифференциальном манометре предполагаем, что давление в резервуаре A больше, чем давление в резервуаре B . Находим эту разность:

$$\Delta p = p_A - p_B = \rho_{бенз} g h_5 + \rho_{рт} g h_4 - \rho_{мас} g h_3 - \rho g h_1 + \rho_{рт} g h_2.$$

При подстановке численных значений следует перевести высоты уровней жидкости в м.

Ответ: $\Delta p = p_A - p_B = 20,63$ кПа.

Ответ получился положительным, значит, предположение, что давление в резервуаре A больше, верно.

Задача 1.5.3. Определить, какое давление - манометрическое или вакуум, показывает мановакуумметр ($p_{\text{ман}}$), установленный по оси резервуара B с керосином, если показание манометра по центру резервуара A с водой $p_{\text{ман}} = 0,12$ ат. Между резервуарами подключён U -образный ртутный манометр, показание которого $h_{\text{рт}} = 200$ мм; расстояние от уровня ртути в левом колене до оси резервуара A $h = 300$ мм. Оси центров резервуаров находятся на одной линии (рис. 1.4).

Принять плотность керосина $\rho_{\text{кер}} = 820$ кг/м³; ртути - $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Примечание. *Мановакуумметр* - это прибор для измерения как манометрического, так и вакуумметрического давления, имеющий шкалу измерения со знаком "+" (манометрическое давление) и со знаком "-" (вакуумметрическое давление).

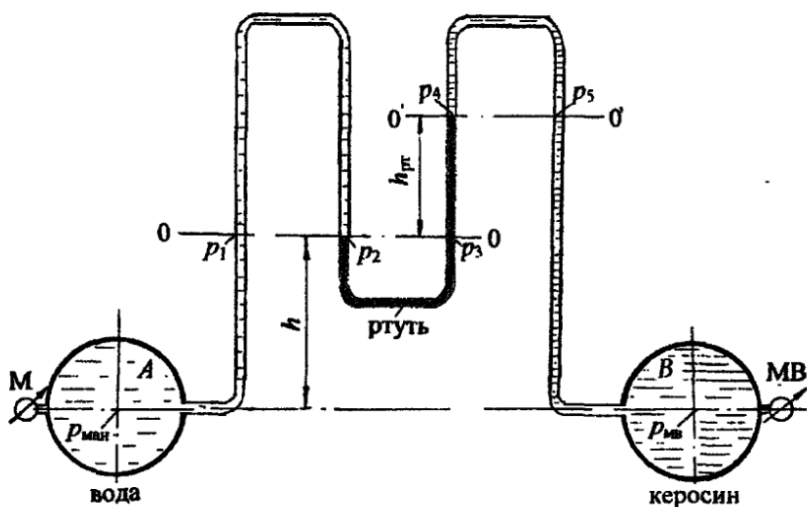


Рис. 1.4

Решение. В задачах 1.5.1 и 1.5.2 подробно изложена методика определения давления путём составления условия равенства давления относительно плоскости уровня. Из этих решений следует сделать *выводы*.

Во-первых, по плоскости уровня можно перейти в любую точку жидкости, и давление останется той же величины.

Во-вторых, при расчёте весового давления жидкости (ρgh) в случае *увеличения глубины* (отсчёты вниз) давление увеличивается и учитывается со знаком "+", в случае *уменьшения глубины* (поднимаемся вверх) давление уменьшается и учитывается со знаком "-".

В данной задаче (см. рис. 1.4) основной плоскостью уровня для всей системы является плоскость 0-0, в левой части она проходит по воде, в правой - по ртути U-образного манометра. Для этой плоскости $p_1 = p_2 = p_3$. В другой плоскости 0'-0', проведённой в керосине, $p_4 = p_5$. Задачу будем решать без учёта атмосферного давления. Значит, если рассчитанное давление на уровне установки мановакуумметра (МВ) получится положительным, прибор работает как манометр, если давление получится отрицательным, т. е. вакуумметрическим, прибор работает как вакуумметр.

А теперь запишем давление на уровне установки мановакуумметра путем следующих рассуждений. Имеем манометрическое давление $p_{\text{ман}}$ по оси резервуара А, *поднимаемся* до плоскости уровня 0-0, значит, *вычитаем* давление столба воды $\rho g h$, получаем давление p_1 , по плоскости уровня переходим в левое колено U-образного манометра, где $p_1 = p_2$. Затем переходим в правое колено манометра, где $p_3 = p_2$; *поднимаемся* к плоскости 0'-0', значит, *вычитаем* давление столба ртути $\rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}}$, получаем давление p_4 ; переходим по плоскости уровня 0'-0' к давлению $p_5 = p_4$. И последний этап: к полученному давлению p_5 *прибавляем* давление столба керосина $\rho_{\text{кер}} g(h+h_{\text{рт}})$, поскольку *опускаемся вниз* до оси резервуара В.

Таким образом, записали давление по оси резервуара с керосином, где установлен *мановакуумметр*.

Представленные рассуждения запишем следующим образом:

$$p_{\text{ман}} - \rho g h - \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} + \rho_{\text{кер}} g(h+h_{\text{рт}}) = p_{\text{мв}}$$

Подставим численные значения:

$$p_{\text{мв}} = 0,12 \cdot 98 \cdot 10^3 - 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,3 - 13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,2 + 820 \cdot 9,8 \cdot 0,5 = 9,8 \cdot 10^3 \cdot (1,2 - 0,3 - 2,72 + 0,41) = -1,41 \cdot 9,8 \cdot 10^3 \text{ Па} = -13,82 \text{ кПа}$$

Знак “-” свидетельствует о том, что *мановакуумметр* работает как *вакуумметр*. Показание вакуумметра $p_{\text{вак}} = 13,82 \text{ кПа} = 0,14 \text{ ат}$ (в такой записи индекс *вак* заменяет знак “-”).

Ответ: мановакуумметр работает как вакуумметр и показывает вакуумметрическое давление $p_{\text{вак}} = 0,14 \text{ ат}$.

В разделе 1.6 приведены задачи для самостоятельной работы по усвоению знаний определения давления в покоящейся жидкости.

1.6. Задачи для самостоятельной работы по теме:
“Гидростатическое давление в жидкости”

Задача 1.6.1

Определить, каким прибором следует измерять давление в баке, заполненном маслом, и показание этого прибора (в ат), установленного на глубине $h = 1,2$ м, если показание U -образного ртутного манометра, установленного на поверхности масла, $h_{рт} = 200$ мм. Принять плотность масла $\rho_{мас} = 900$ кг/м³ (рис. 1.5).

Ответ: следует пользоваться вакуумметром, $p_{приб} = p_{вак} = 0,163$ ат.

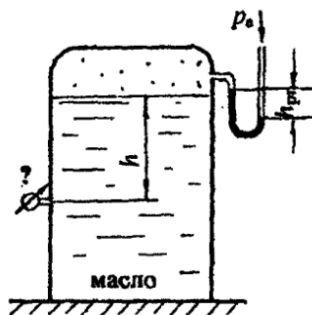


Рис. 1.5

Задача 1.6.2

Определить показание U -образного ртутного манометра ($h_{рт}$), подключённого к резервуару с маслом на глубине $h = 0,8$ м, если показание пружинного манометра, установленного на глубине $h_1 = 1,2$ м, $p_{мвн} = 0,15$ ат. Принять поправку ртутного манометра $a = 0,3$ м, плотность масла $\rho_{мас} = 900$ кг/м³, плотность ртути $\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³ (рис. 1.6).

Ответ: $h_{рт} = 104$ мм.

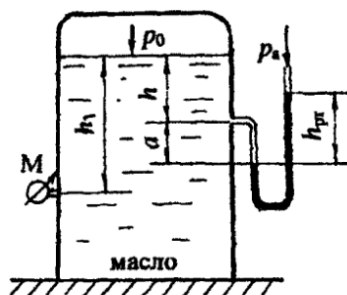


Рис. 1.6

Задача 1.6.3

Определить давление (p_0) на поверхности бензина в закрытом резервуаре и показание мановакуумметра ($p_{\text{мв}}$), установленного на глубине $h = 1,5$ м, если показание U-образного ртутного манометра $h_{\text{рт}} = 400$ мм. Принять глубину $h_1 = 1,0$ м, плотность бензина $\rho_{\text{бенз}} = 720$ кг/м³ (рис. 1.7).

Ответ: $p_0 = p_{\text{вак}} = 60,4$ кПа; $p_{\text{мв}} = p_{\text{вак}} = 49,8$ кПа.

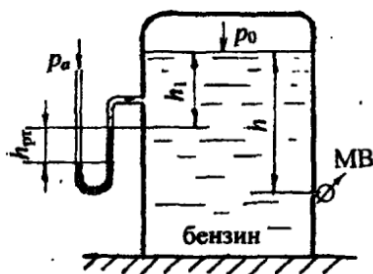


Рис. 1.7

Задача 1.6.4

Определить абсолютное давление на поверхности бензина в закрытом резервуаре ($p_{\text{абс}}$), а также показание мановакуумметра ($p_{\text{мв}}$ в бар), установленного на глубине $h_1 = 1,6$ м при заданных величинах $h = 0,5$ м, $h_{\text{рт}} = 300$ мм, атмосферное давление $p_a = 740$ мм рт. ст. Принять плотность бензина $\rho_{\text{бенз}} = 720$ кг/м³; ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³. Давлением воздуха в U-образном ртутном манометре можно пренебречь (рис. 1.8).

Ответ: $p_{\text{абс}} = 55,13$ кПа; $p_{\text{мв}} = p_{\text{вак}} = 0,32$ бар.

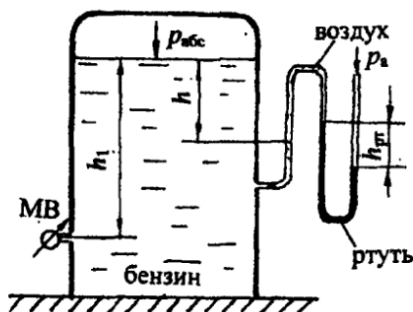


Рис. 1.8

Задача 1.6.5

Определить, каким прибором (манометром или вакуумметром) следует измерить давление газа в баллоне по показанию (h) двухжидкостного чашечного манометра, заполненного водой и ртутью ($\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$), если $H = 0,6 \text{ м}$; $h = 100 \text{ мм}$; $\Delta h = 40 \text{ мм}$. Показание прибора представить в ат (рис. 1.9).

Ответ: следует пользоваться вакуумметром, $p_{\text{приб.}} = p_{\text{вак}} = 0,13 \text{ ат}$.

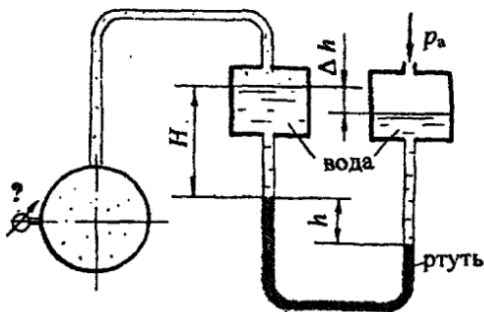


Рис. 1.9

Задача 1.6.6

Определить абсолютное давление воздуха в резервуаре B, если показание манометра, установленного по центру резервуара A, заполненного маслом, $p_{\text{ман}} = 0,12 \text{ ат}$, высоты уровней масла и ртути в U-образном ртутном дифференциальном манометре $h_m = 600 \text{ мм}$; $h_{рт} = 200 \text{ мм}$ (рис. 1.10).

Принять плотность масла $\rho_{\text{мас}} = 900 \text{ кг/м}^3$; ртути $\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $p_{\text{абс}} = 88,4 \text{ кПа}$.

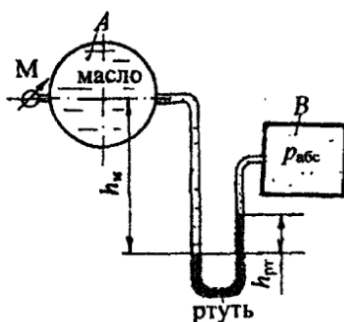


Рис. 1.10

Задача 1.6.7

Определить разность давлений (в ат) в центрах трубопроводов A и B , заполненных водой и маслом, если высоты уровней воды и масла в U -образном ртутном дифференциальном манометре: $h_n = 500$ мм; $h_m = 400$ мм (рис. 1.11).

Принять плотность масла $\rho_{\text{мас}} = 900$ кг/м³; ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Ответ: $\Delta p = p_A - p_B = 0,122$ ат.

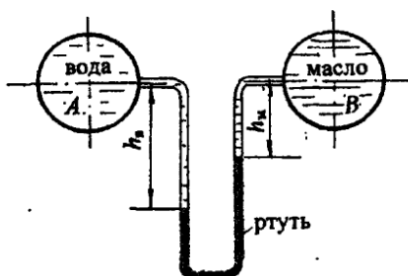


Рис. 1.11

Задача 1.6.8

Два сосуда наполнены разнородными жидкостями: маслом и керосином. На поверхности жидкостей в сосудах действуют давления p_1 и p_2 .

Найти разность этих давлений, если показание U -образного ртутного манометра $h = 100$ мм, высота уровня масла $H = 500$ мм, превышение уровня керосина $\Delta h = 40$ мм. Принять плотности жидкостей: масла $\rho_{\text{мас}} = 900$ кг/м³; керосина $\rho_{\text{кер}} = 800$ кг/м³; ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³ (рис. 1.12).

Ответ: $\Delta p = p_1 - p_2 = 0,126$ ат.

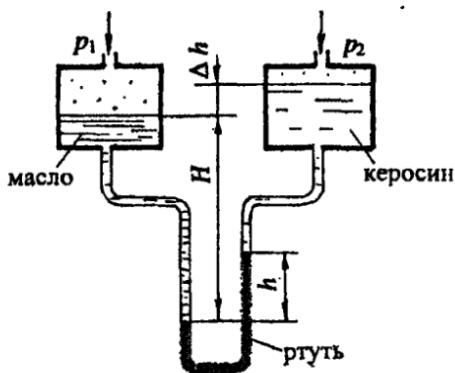


Рис. 1.12

Задача 1.6.9

Из открытого резервуара C через трубу B вода поднята в резервуар A с глубиной заполнения $h = 0,5$ м. Давление воздуха на поверхности воды в резервуаре A измерено U -образным ртутным манометром, показание которого $h_{рт} = 200$ мм (рис. 1.13). Определить высоту воды H в трубе B . Принять плотность ртути $\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Ответ: $H = 2,22$ м.

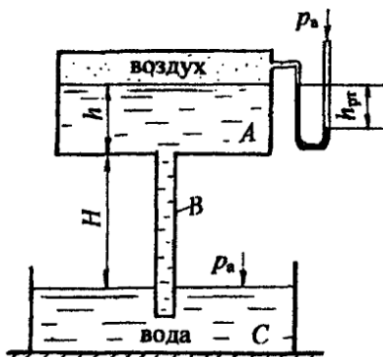


Рис. 1.13

Задача 1.6.10

Определить избыточное давление p_x (в бар) в центре сосуда с бензином, если показание манометра, включённого на уровне центра сосуда с водой $p_{ман} = 0,12$ ат, высоты уровней жидкостей: $h_1 = 400$ мм; $h_2 = 200$ мм.

Центры резервуаров находятся на одном уровне. Принять плотность бензина $\rho_{бенз.} = 720$ кг/м³; ртути $\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³ (рис. 1.14).

Ответ: $p_x = p_{изб} = 0,354$ бар.

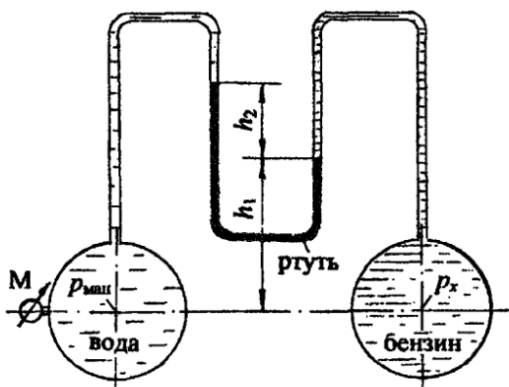


Рис. 1.14

Задача 1.6.11

Определить показание манометра $p_{\text{ман}}$ (в ат), установленного на маслопроводе диаметром $d = 200$ мм, если абсолютное давление в воздушном резервуаре $p_{\text{вбс}} = 0,9$ ат. Между воздушным резервуаром и маслопроводом подключён U-образный ртутный манометр, показание которого $h_{\text{рт}} = 200$ мм. Высота столба масла от оси маслопровода до уровня ртути в U-образном манометре $h_{\text{м}} = 600$ мм. Принять плотность масла $\rho_{\text{мас}} = 900$ кг/м³; ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³ (рис. 1.15).

Ответ: $p_{\text{ман}} = 0,11$ ат.

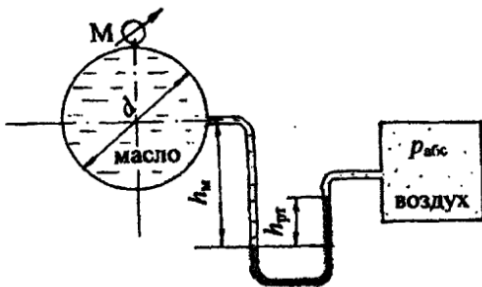


Рис. 1.15

Задача 1.6.12

В закрытом резервуаре A , заполненном маслом, давление на поверхности жидкости p_0 . На глубине $h = 0,6$ м подключён U-образный ртутный манометр, показание которого $h_{\text{рт}} = 40$ мм, понижение уровня ртути в правом колене $a = 0,2$ м. Определить давление p_0 (в бар) на поверхности масла, а также высоту подъёма воды ($h_{\text{в}}$) в стеклянной трубке, опущенной в открытый резервуар B , заполненный водой (рис. 1.16).

Принять плотность масла $\rho_{\text{мас}} = 900$ кг/м³; ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Ответ: $p_0 = p_{\text{вак}} = 0,124$ бар; $h_{\text{в}} = 1,264$ м.

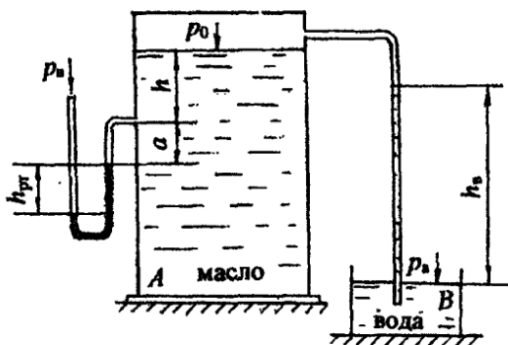


Рис. 1.16

Задача 1.6.13

Определить, на какой высоте Z находится уровень ртути в левом колене U -образного ртутного манометра, если при манометрическом давлении по центру маслопровода $p_{\text{ман}} = 0,24$ бар и показании ртутного манометра $h_{\text{рт}} = 110$ мм система находится в равновесии. Принять плотность масла $\rho_{\text{мас}} = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ (рис. 1.17).

Ответ: $Z = 1,06$ м.

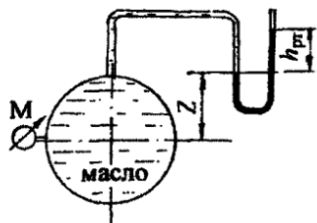


Рис. 1.17

Задача 1.6.14

Два резервуара A и B , линии центров которых совпадают, соединены двухколенным ртутным манометром. Определить, каким прибором следует измерять давление воздуха p_x в резервуаре B , если давление на поверхности воды в резервуаре A $p_{\text{ман}} = 0,18$ ат, а разности уровней ртути в дифференциальном манометре: $h_1 = 100$ мм; $h_2 = 120$ мм. Уровень ртути в левом колене расположен ниже уровня воды в резервуаре A на величину $h = 0,5$ м. Пространство между уровнями ртути в манометре заполнено маслом плотностью $\rho_{\text{мас}} = 880 \text{ кг/м}^3$. Принять плотность ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Плотностью воздуха при расчётах можно пренебречь (рис. 1.18).

Ответ: давление измеряется вакуумметром: $p_x = p_{\text{вак}} = 5,9 \text{ кПа} = 0,06$ ат.

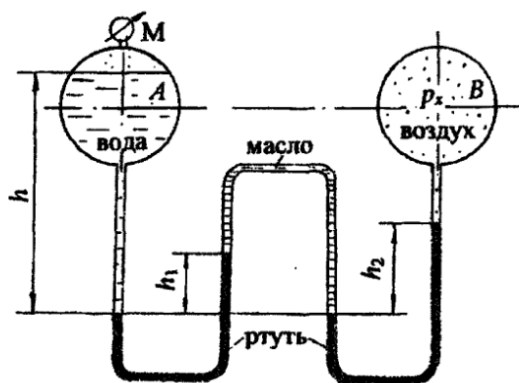


Рис. 1.18

СИЛА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

В практике гидравлических расчётов часто приходится определять величину и точку приложения силы давления жидкости на плоские стенки различной конфигурации. Такими плоскими стенками, воспринимающими давление жидкости, являются стенки резервуаров, плоские затворы, крышки, грани плотин, элементы гидротехнических сооружений и др.

Для определения силы давления жидкости на плоские стенки пользуются двумя методами - *аналитическим и графо-аналитическим*. Аналитический метод применим для плоских стенок любой формы, графо-аналитический - только для прямоугольных стенок.

2.1. Аналитический метод определения силы давления жидкости

Для расчёта силы полного или абсолютного давления жидкости на плоскую поверхность пользуются аналитической расчётной зависимостью:

$$R_{\text{полн}} = p_C A. \quad (2.1)$$

Сила полного давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки (A) на полное давление на глубине погружения центра тяжести стенки в жидкость (p_C).

Согласно *основному уравнению гидростатики* (1.1), давление на глубине погружения центра тяжести стенки (p_C)

$$p_C = p_0 + \rho g h_C, \quad (2.2)$$

где h_C - глубина погружения центра тяжести стенки в жидкость, отсчитанная от *свободной* поверхности;

ρ - плотность жидкости;

g - ускорение свободного падения.

В формуле (2.2) давление на поверхности жидкости (p_0) может быть атмосферным, манометрическим (избыточным), вакуумметрическим. Формулу (2.1) с учётом формулы (2.2) можно записать:

$$R_{\text{полн}} = p_0 A + \rho g h_C A. \quad (2.3)$$

Таким образом, сила полного давления может быть представлена в виде двух составляющих:

сила *внешнего, или поверхностного*, давления

$$R_0 = p_0 A; \quad (2.4)$$

сила *весового* давления жидкости

$$R_{\text{ж}} = \rho g h_C A. \quad (2.5)$$

Сила полного давления $R_{\text{полн}}$ находится как геометрическая сумма двух параллельных сил R_0 и $R_{\text{ж}}$:

$$\vec{R}_{\text{полн}} = \vec{R}_0 + \vec{R}_{\text{ж}}.$$

Давление на поверхности жидкости, согласно закону Паскаля, передаётся внутрь жидкости всем точкам без изменения. Это значит, что эпюра внешнего давления (p_0) представляет равномерно распределённую прямоугольную нагрузку, а равнодействующая такой нагрузки (R_0) **приложена в центре тяжести поверхности стенки**, т. е. на глубине h_C .

Составляющая от весового давления жидкости $R_{\text{ж}}$ приложена в точке, называемой **центром давления**.

Центр давления силы $R_{\text{ж}}$ всегда располагается ниже центра тяжести стенки. Глубина погружения центра давления (h_D) рассчитывается по формуле

$$h_D = h_C + \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_C A}, \quad (2.6)$$

где $\frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_C A} = e$ – эксцентриситет центра давления, его величина

соответствует смещению центра давления относительно центра тяжести;

I_C – центральный момент инерции плоской стенки относительно **горизонтальной** оси;

α – угол наклона плоской стенки к горизонту.

В приложении (табл. 3) для некоторых плоских симметричных фигур приведены формулы **для определения центральных моментов инерции относительно горизонтальной оси, площадей и координат их центров тяжести**.

Для определения точки приложения силы полного давления $R_{\text{полн}}$ нужно воспользоваться **теоремой о моменте равнодействующей**: момент равнодействующей относительно какой-либо оси равен сумме моментов её составляющих относительно той же оси. Применение этой теоремы будет рассмотрено далее при разборе решения задачи 2.3.2.

2.2. Графо-аналитический метод расчёта силы давления и центра давления на прямоугольные поверхности

Графо-аналитический метод расчёта силы давления основан на построении эпюр гидростатического давления. Эпюры давления представляют собой равномерно распределённую нагрузку по ширине (или длине) плоской прямоугольной поверхности. Для поверхностей в виде круга, эллипса, треугольника и им подобных эпюра давления в объёмном представлении является довольно сложной фигурой, так как изменение давления следует учитывать при переменной глубине по всей плоской поверхности. Для таких поверхностей графо-аналитический метод не применяется.

Определим силу давления жидкости на прямоугольную стенку AB высотой H и длиной (l), перпендикулярной плоскости чертежа. Удерживаемый напор равен высоте стенки (рис. 2.1). Совместим прямоугольную стенку с плоскостью чертежа и покажем положение центра тяжести стенки точку - C .

Рассчитаем силу давления жидкости $R_{ж}$ *аналитически и графически*.

Аналитический метод расчёта. Согласно формуле (2.5), сила давления жидкости

$$R_{ж} = \rho g h_C A = \frac{\rho g H^2}{2} l, \quad (2.7)$$

где $h_C = H/2$; $A = Hl$.

Положение центра давления рассчитываем по формуле (2.6)

$$h_D = h_C + \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_C A},$$

где $I_C = \frac{H^3}{12}$ – центральный момент инерции относительно горизонтальной оси для прямоугольника (см. приложение табл. 3); $\alpha = 90^\circ$; $\sin \alpha = 1,0$.

Таким образом,
$$h_D = \frac{H}{2} + \frac{H^3}{12 H^2 l} = \frac{H}{2} + \frac{H}{6} = \frac{2}{3} H. \quad (2.8)$$

А теперь перейдём к *графо-аналитическому* методу расчёта силы давления и центра давления. Построим эпюру гидростатического давления. Давление жидкости в точке A $p_A = 0$, в точке B - $p_B = \rho g H$.

Эпора давления в плоскости чертежа представляет равномерную нагрузку в виде треугольника, в объёмном представлении – это треугольная призма. Равнодействующая такой равномерной нагрузки равна объёму треугольной призмы и проходит через центр тяжести этой призмы, т. е. через центр тяжести эпюры гидростатического давления.

Проверим:

$$R_{ж} = V_{\text{приз.}} = S_{\text{эп}} l = \frac{\rho g H^2}{2} l, \quad (2.9)$$

где $S_{\text{эп}}$ – площадь эпюры давления в виде треугольника.

Центр тяжести эпюры располагается на расстоянии $2/3 H$ (центр тяжести треугольника):

$$h_{\text{ц.т.эп.}} = 2/3 H. \quad (2.10)$$

Сравнивая формулы (2.7) и (2.9), а также (2.8) и (2.10), приходим к выводу: *графо-аналитически сила давления жидкости на прямоугольные поверхности равна произведению площади эпюры гидростатического давления на длину (или ширину) плоской стенки и проходит через центр тяжести эпюры давления:*

$$R_{ж} = S_{эп} l; \quad h_D = h_{ц.т.эп.} \quad (2.11)$$

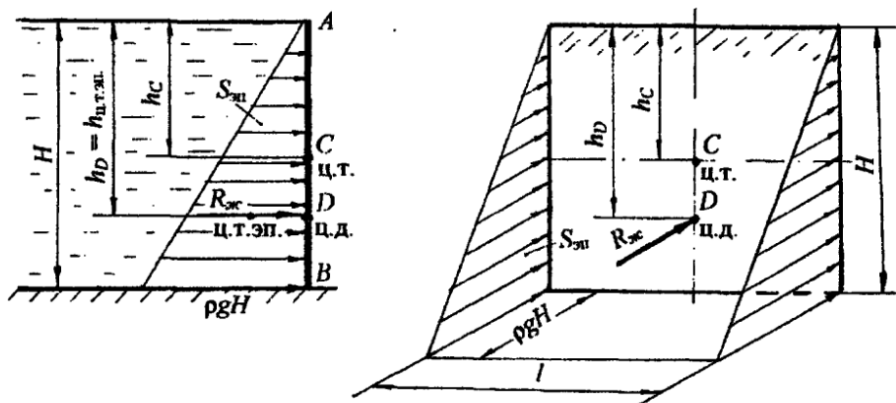


Рис. 2.1

Используя выше изложенные теоретические положения, рассмотрим примеры определения силы давления на плоские поверхности.

2.3. Примеры решения задач по теме:

“Расчёт силы давления жидкости на плоские поверхности”

Задача 2.3.1. Прямоугольная крышка AB (рис. 2.2), расположенная под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, перекрывает патрубок закрытого резервуара с водой. Высота патрубка $h = 600$ мм, ширина $b = 400$ мм. Крышка может поворачиваться вокруг шарнира A . Высота уровня воды над шарниром $a = 200$ мм. Давление на поверхности воды соответствует показанию U -образного ртутного манометра $h_{рт} = 80$ мм.

Определить силу натяжения троса T для удержания крышки AB в закрытом положении. Угол натяжения троса $\beta = 45^\circ$. Принять плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

Решение. Чтобы определить силу натяжения троса T для удержания крышки AB в закрытом положении, нужно определить силу от внешнего давления R_0 и силу давления воды $R_{ж}$.

Рассмотрим *аналитический способ* расчёта силы давления и центра давления.

Методика расчёта силы давления включает следующую последовательность:

- рассчитывается сила давления жидкости и сила от внешнего давления, при этом на чертеже обозначаются центральные оси плоской стенки и глубина погружения центра тяжести стенки от свободной поверхности (h_C);

- определяются точки приложения сил, на чертеже обозначается точка приложения силы давления жидкости, т. е. центр давления, и глубина погружения центра давления h_D ;

- показывается направление действия сил. Следует помнить, что сила давления всегда направлена *по нормали* к поверхности.

1. Определим *силу от внешнего давления* R_0 . Значение давления p_0 по показанию U-образного манометра получим из условия равновесия жидкости относительно плоскости уровня 0-0. Давление p_0 является избыточным:

$$p_0 = \rho_{рт} g h_{рт}; \quad p_0 = 13,6 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,08 = 10,66 \cdot 10^3 \text{ Па} \quad 10,7 \text{ кПа.}$$

Значение p_0 можно получить другим способом, а именно перевести показание манометра 80 мм рт. ст. в Па:

$$p_0 = 80 \cdot 133,3 = 10,66 \cdot 10^3 \text{ Па} = 10,7 \text{ кПа.}$$

Сила от внешнего давления, согласно формуле (2.4), $R_0 = p_0 A$, где A – площадь крышки, м^2 .

Для наглядности крышку совместим с плоскостью чертежа, тогда ширина крышки равна b , а высота $h/\sin \alpha = h/\sin 60^\circ = 0,693 \text{ м}$.

Площадь крышки $A = bh/\sin 60^\circ$.

Сила от внешнего давления

$$R_0 = 10,7 \cdot 0,4 \cdot 0,693 = 2,97 \text{ кН.}$$

Покажем *линию действия и точку приложения* силы R_0 . Согласно пояснениям в разделе 2.1, эпюра давления p_0 представляет равномерно распределённую прямоугольную нагрузку, равнодействующая от такой нагрузки (R_0) *проходит* через центр тяжести эпюры и *приложена* в центре тяжести стенки на глубине h_C (рис. 2.2, б). Сила R_0 направлена *по нормали* из жидкости на стенку, как сила внешнего, *избыточного* давления.

2. Определим *силу давления жидкости* $R_{ж}$ согласно формуле (2.5):

$$R_{ж} = \rho g h_C A,$$

где $h_C = (a + h/2) = 0,5 \text{ м}$; глубину погружения центра тяжести стенки в жидкость h_C отсчитываем от *свободной* поверхности (см. рис. 2.2, а).

Подставим значения:

$$R_{ж} = \rho g (a + h/2) h b/\sin \alpha;$$

$$R_{ж} = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot 0,693 \cdot 0,4 = 1,36 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1,36 \text{ кН.}$$

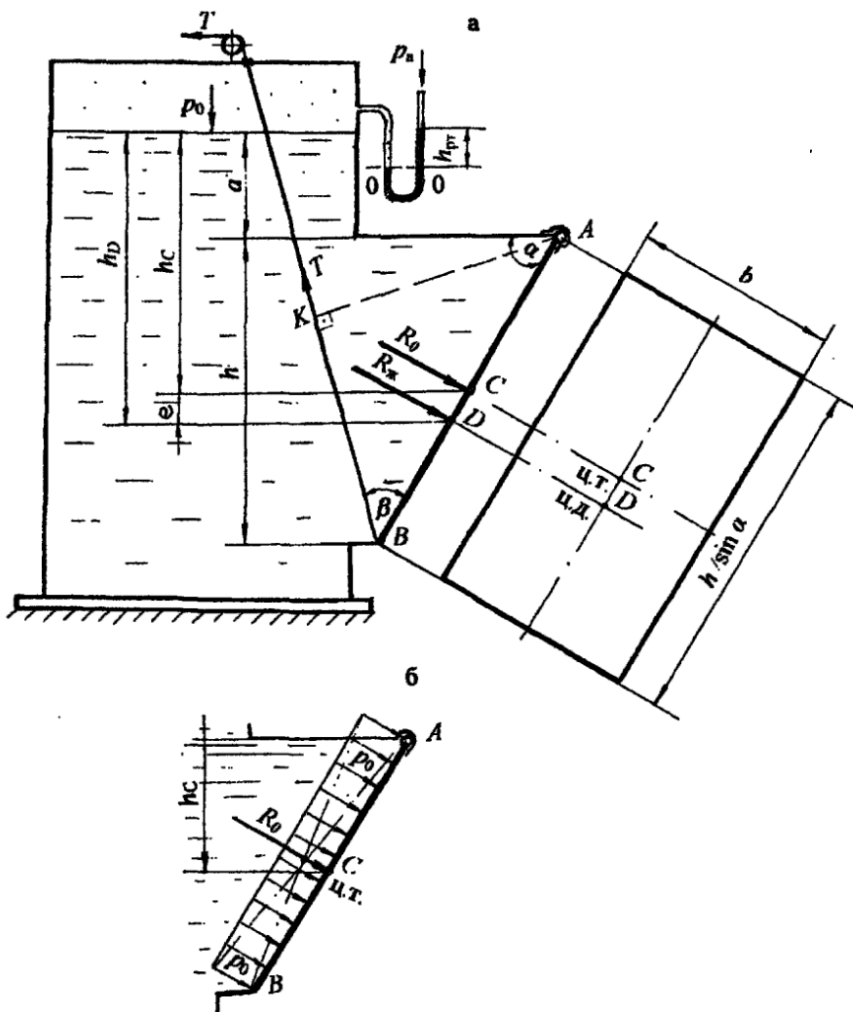


Рис. 2.2

Чтобы показать геометрическое положение силы давления жидкости $R_{ж}$, рассчитаем глубину погружения центра давления h_D , т.е. точки приложения силы $R_{ж}$ по формуле (2.6):

$$h_D = h_C + \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_C A},$$

где $I_C = \frac{bh^3}{12 \sin^3 \alpha}$ – центральный момент инерции прямоугольной крышки относительно горизонтальной оси (т. е. проходящей через центр тяжести крышки).

Подставив все параметры в буквенном выражении, чтобы сделать возможные сокращения, получим глубину погружения центра давления h_D :

$$h_D = h_C + k^2/12h_C = 0,5 + 0,06 = 0,56 \text{ м.}$$

Эксцентриситет $e = k^2/12h_C$, т. е. понижение центра давления относительно центра тяжести $e = 0,06 \text{ м} = 60 \text{ мм}$.

Покажем на чертеже (рис. 2.2,а) h_D и e . Сила давления жидкости $R_{ж}$ приложена в центре давления (точка D) по нормали из жидкости на крышку.

3. Рассчитаем силу натяжения троса T . При решении этой задачи можно не находить равнодействующую сил давления. Составим уравнение механики: сумма моментов сил относительно шарнира A равна нулю: $\Sigma M_A = 0$. От каждой силы R_0 , $R_{ж}$ и T берётся момент относительно точки A :

$$R_0 \cdot AC + R_{ж} \cdot AD - T \cdot AK = 0;$$

$$\frac{R_0 h}{2 \sin 60^\circ} + \frac{R_{ж}(h_D - a)}{\sin 60^\circ} - \frac{T h \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = 0.$$

После сокращения на $\sin 60^\circ$ и преобразований получим $T = 3,25 \text{ кН}$.

Отмет: для удержания крышки AB в закрытом положении необходима сила натяжения троса $T \geq 3,25 \text{ кН}$.

Рассмотрим другой вариант в условии задачи 2.3.1, когда показание U -образного манометра будет представлено так, что уровень ртути в левом колене U -образного манометра будет выше на величину $h_{рт}$ (рис. 2.3).

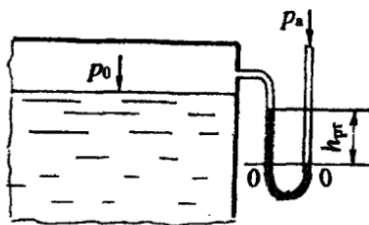


Рис. 2.3

Из условия равенства давления относительно плоскости уровня 0-0 (см. рис. 2.3) запишем:

$$p_{0\text{abc}} + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} = p_a \text{ или } p_a - p_{0\text{abc}} = \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}};$$

$$p_a - p_{0\text{abc}} = p_{\text{вак}}, \text{ значит, } p_{\text{вак}} = \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}}.$$

На поверхности воды действует вакуумметрическое давление. Это значит, что сила от *внешнего вакуумметрического давления* будет приложена в центре тяжести стенки, но направлена по нормали *внутрь* жидкости (рис. 2.4).

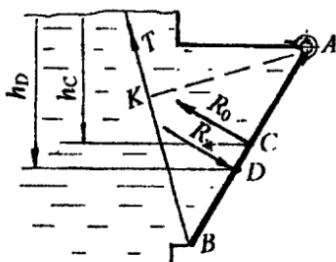


Рис. 2.4

В уравнении моментов сил относительно точки A момент от силы R_0 нужно учитывать со знаком минус, как и момент от силы T:

$$R_{\text{ж}} \cdot AD - R_0 \cdot AC - T \cdot AK = 0.$$

Возможно, получится такой случай, когда не потребуются трос, а момент от силы давления жидкости будет равен или меньше момента от внешней вакуумметрической силы. Под действием вакуумметрического давления на поверхности воды крышка будет в закрытом положении:

$$R_{\text{ж}} \cdot AD = R_0 \cdot AC.$$

Можно рассчитать предельный вакуум для удержания крышки в закрытом положении. Из приведённого равенства следует: $R_0 = 1,632 \text{ кН}$.

Зная, что $R_0 = p_{\text{вак}} A$, определим $p_{\text{вак}}$:

$$p_{\text{вак}} = R_0/A; \quad A = bh/\sin 60^\circ = 0,2772 \text{ м}^2; \quad \text{тогда } p_{\text{вак}} = 5,89 \text{ кПа}.$$

Рассчитаем высоту столба ртути $h_{рт}$ в U-образном манометре (см. рис. 2.3), при котором крышка будет в закрытом положении под действием вакуума на поверхности воды:

$$p_{\text{вак}} = \rho_{рт} g h_{рт}, \text{ отсюда } h_{рт} = 0,044 \text{ м} = 44 \text{ мм.}$$

Задача 2.3.2. В торцевой стенке цистерны, заполненной бензином, предусмотрена плоская круглая крышка диаметром $d = 1,6 \text{ м}$, укрепленная при помощи болтов. Определить силу давления бензина на крышку и точку приложения силы, если высота уровня бензина над нижней кромкой крышки $H = 2,0 \text{ м}$. На поверхности бензина действует вакуумметрическое давление $p_{\text{вак}} = 0,2 \text{ ат}$.

Принять плотность бензина $\rho_{\text{бенз}} = 720 \text{ кг/м}^3$ (рис. 2.5).

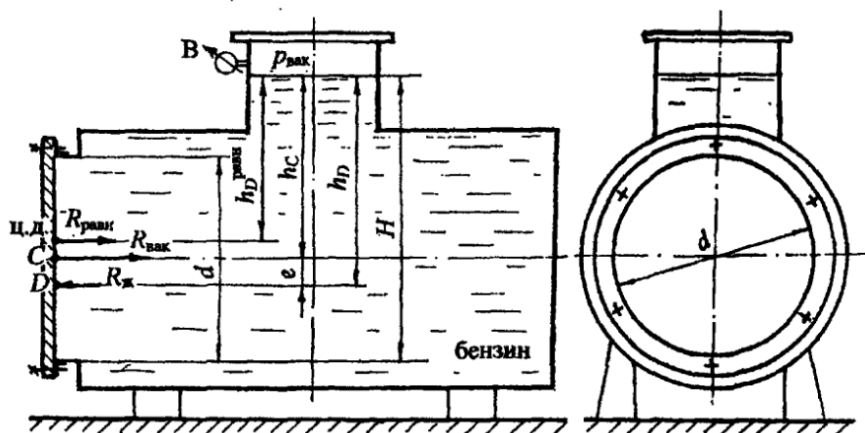


Рис. 2.5

Решение. Для определения *равнодействующей* давления воспользуемся аналитическим методом. Согласно формуле (2.3), равнодействующая, или сила полного давления:

$$R_{\text{равн}} = p_0 A + \rho g h_C A \text{ или } \vec{R}_{\text{равн}} = \vec{R}_0 + \vec{R}_{\text{ж}}.$$

1. Определим силу от внешнего, *вакуумметрического* давления:

$$R_0 = R_{\text{вак}} = p_{\text{вак}} A,$$

где A – площадь крышки; $A = \pi d^2/4 = 3,14 \cdot 1,6^2/4 = 2,0 \text{ м}^2$.

$$R_{\text{вак}} = 0,2 \cdot 98 \cdot 10^3 \cdot 2,0 = 39,4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 39,4 \text{ кН.}$$

Показываем линию действия $R_{\text{вак}}$. Эта сила приложена в центре тяжести крышки (т. С) и направлена *по нормали внутрь* жидкости, как сила отрицательного, вакуумметрического давления.

2. Рассчитаем силу давления *бензина* на круглую крышку по формуле (2.5)

$$R_{\text{ж}} = \rho_{\text{бенз}} g h_{\text{с}} A,$$

где $h_{\text{с}}$ – глубина погружения центра тяжести крышки в жидкость, отсчитанная от свободной поверхности. Определяем $h_{\text{с}}$ по чертежу (см. рис. 2.5): $h_{\text{с}} = H - d/2 = 1,2$ м.

$$R_{\text{ж}} = 720 \cdot 9,8 \cdot 1,2 \cdot 2,0 = 16,9 \cdot 10^3 \text{ Н} = 16,9 \text{ кН.}$$

Показываем линию действия силы давления бензина. Сила давления жидкости ($R_{\text{ж}}$) приложена *в центре давления* на глубине h_{D} и направлена по нормали из жидкости. По формуле (2.6) глубина погружения центра давления

$$h_{\text{D}} = h_{\text{с}} + \frac{I_{\text{с}} \sin^2 \alpha}{h_{\text{с}} A},$$

где $\alpha = 90^\circ$; $\sin \alpha = 1,0$ для вертикальной крышки;

$I_{\text{с}}$ – центральный момент инерции круглой крышки относительно

горизонтальной оси: $I_{\text{с}} = \frac{\pi d^4}{64}$ (см. приложение, табл. 3).

После подстановки данных в буквенное выражение h_{D} получим:

$$h_{\text{D}} = h_{\text{с}} + \frac{d^2}{16h_{\text{с}}}; \quad h_{\text{D}} = 1,2 + 0,13 = 1,33 \text{ м.}$$

Эксцентриситет $e = 0,13$ м.

Покажем на чертеже h_{D} и e .

3. Определим величину и положение *равнодействующей* $R_{\text{равн}}$ (или силы полного давления) путём векторного сложения сил R_0 и $R_{\text{ж}}$:

$$\vec{R}_{\text{равн}} = \vec{R}_0 + \vec{R}_{\text{ж}};$$

$$R_{\text{равн}} = R_0 - R_{\text{ж}} = 22,5 \text{ кН.}$$

Положение равнодействующей можно определить, пользуясь теоремой Вариньона: момент от равнодействующей равен сумме моментов составляющих.

Составим сумму моментов сил относительно оси, проходящей по свободной поверхности бензина. Введём обозначение: пусть $h_{\text{D}}^{\text{равн}}$ глубина погружения центра давления для равнодействующей, тогда

$$M_{R_{\text{равн}}} = M_{R_0} + M_{R_{\text{ж}}};$$

$$R_{\text{равн}} h_D^{\text{равн}} = R_0 h_C - R_{\text{ж}} h_D,$$

отсюда

$$h_D^{\text{равн}} = (R_0 h_C - R_{\text{ж}} h_D) / R_{\text{равн}}.$$

После подстановки численных значений $h_D^{\text{равн}} = 1,1$ м. Покажем на чертеже $h_D^{\text{равн}}$, центр давления для равнодействующей и линию действия равнодействующей $R_{\text{равн}}$, по нормали внутрь жидкости.

Ответ: $R_{\text{равн}} = 22,5$ кН; $h_D^{\text{равн}} = 1,1$ м.

Задача 2.3.3. Квадратный затвор AB со стороной $a = 1,2$ м, перекрывающий выход воды из зумпфа, укреплен шарнирно и может поворачиваться относительно оси, проходящей через центр затвора (рис. 2.6).

Определить силу F , которую нужно приложить на расстоянии $0,1a$ от нижнего края затвора, чтобы удерживать затвор в закрытом положении при глубине воды перед затвором $h = 1,5$ м.

Решение. Слева от затвора имеем открытую свободную поверхность с атмосферным давлением, справа щит также находится под действием атмосферного давления, поэтому при определении силы давления будем учитывать только силу давления жидкости, силу от атмосферного давления в таком случае не учитывают.

Решение задачи проведём *аналитическим и графо-аналитическим* методами.

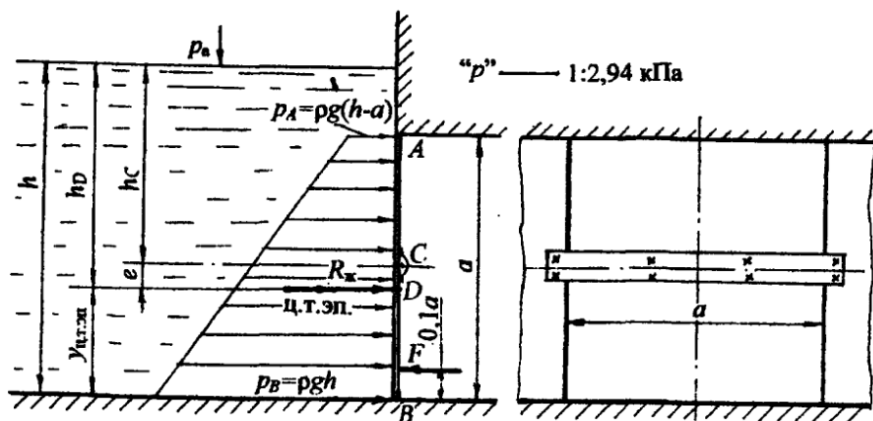


Рис. 2.6

1. Аналитический метод расчёта.

а) Рассчитаем силу давления воды по формуле (2.5)

$$R_{\text{ж}} = \rho g h_{\text{с}} A,$$

где A – площадь затвора: $A = a^2 = 1,44 \text{ м}^2$;

$h_{\text{с}}$ – глубина погружения центра тяжести затвора: $h_{\text{с}} = h - a/2 = 0,9 \text{ м}$;
покажем $h_{\text{с}}$ на чертеже.

$$R_{\text{ж}} = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,9 \cdot 1,44 = 12,7 \cdot 10^3 \text{ Н} = 12,7 \text{ кН}.$$

б) Определим глубину погружения центра давления h_{D} , т. е. точки приложения силы давления $R_{\text{ж}}$ по формуле (2.6)

$$h_{\text{D}} = h_{\text{с}} + \frac{I_{\text{с}} \sin^2 \alpha}{h_{\text{с}} A},$$

где $\alpha = 90^\circ$; $\sin \alpha = 1,0$; центральный момент инерции относительно горизонтальной оси для квадратного затвора $I_{\text{с}} = a^4/12$.

После подстановки всех значений в буквенное выражение h_{D} и соответствующих сокращений получим:

$$h_{\text{D}} = h_{\text{с}} + \frac{a^2}{12h_{\text{с}}}; \quad h_{\text{D}} = 0,9 + 0,13 = 1,03 \text{ м}.$$

Эксцентриситет $e = 0,13 \text{ м}$.

Покажем на чертеже h_{D} , e и силу $R_{\text{ж}}$, приложенную в центре давления (т. D)

в) Определим силу F для удержания затвора в закрытом положении, т. е. в состоянии равновесия, составив уравнение механики: сумма моментов сил относительно шарнира C равна нулю:

$$\Sigma M_{\text{с}} = 0; \quad R_{\text{ж}} e - F \cdot 0,4a = 0, \text{ отсюда } F = 3,44 \text{ кН}.$$

2. Графо-аналитический метод расчёта силы давления воды $R_{\text{ж}}$ и глубины погружения центра давления h_{D} .

а) Определим давление воды в точках A и B :

$$p_{\text{A}} = \rho g (h-a); \quad p_{\text{A}} = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,3 = 2,94 \cdot 10^3 \text{ Па} = 2,94 \text{ кПа};$$

$$p_{\text{B}} = \rho g h; \quad p_{\text{B}} = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 1,5 = 14,7 \text{ кПа}.$$

б) Строим *эпюру гидростатического давления* воды: в *любом* выбранном масштабе по нормали к стенке откладываем величину давления p_{A} и p_{B} , соединяем полученные значения наклонной прямой, так как закон изменения давления по глубине линейный (см. раздел 1.3), и заштриховываем горизонтальными штриховыми линиями, стрелками обозначив направление

давления. Получим эпюру давления воды в виде трапеции в вертикальной плоскости.

в) Рассчитаем силу давления воды $R_{\text{ж}}$. Согласно формуле (2.11):

$$R_{\text{ж}} = S_{\text{эп}} a;$$

$$S_{\text{эп}} = S_{\text{трап}} = \frac{p_A + p_B}{2} a = \frac{\rho g(h-a) + \rho g h}{2} a.$$

После подстановки данных получим: $S_{\text{эп}} = 10,6 \text{ кПа}\cdot\text{м}$; $R_{\text{ж}} = 12,7 \text{ кН}$.

г) Определим положение центра давления. Согласно графо-аналитическому методу сила давления жидкости *проходит через центр тяжести эпюры гидростатического давления*: $h_D = h_{\text{ц.т.эп}}$. Положение центра тяжести эпюры в виде трапеции определяется по табл. 3 (см. приложение):

$$y_{\text{ц.т.эп}} = \frac{a(2p_A + p_B)}{3(p_A + p_B)} = 0,47 \text{ м}.$$

Согласно чертежу, глубина погружения центра давления h_D

$$h_D = h - y_{\text{ц.т.эп}} = 1,5 - 0,47 = 1,03 \text{ м}.$$

Таким образом, *аналитический и графо-аналитический* методы расчёта силы давления $R_{\text{ж}}$ и глубины погружения центра давления h_D дают одинаковые значения.

Ответ: сила $F = 3,44 \text{ кН}$.

Задача 2.3.4. Определить равнодействующую давления воды и положение центра давления на грани напорной грани плотины ABC , удерживающей напоры: $H_1 = 3,0 \text{ м}$; $H_2 = 2,0 \text{ м}$. Угол наклона наклонной грани плотины $\alpha = 60^\circ$. Длина плотины в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа, $l = 10 \text{ м}$ (рис. 2.7). Решение выполнить *графо-аналитическим* методом.

Решение. Графо-аналитический метод решения предусматривает выполнение чертежа в масштабе. Представим в удобном выбранном масштабе сечение плотины и действующие напоры. Равнодействующая давления воды на грани плотины определится путём векторного сложения сил, действующих на наклонную (R_{AB}) и вертикальную (R_{BC}) грани плотины:

$$\vec{R} = \vec{R}_{AB} + \vec{R}_{BC}.$$

Расчёт силы давления на плоские поверхности *графо-аналитическим методом* проводим *по следующей методике*.

1. Определяем давление воды в характерных точках плотины *A, B* и *C* :

$$p_A = 0; \quad p_B = \rho g H_1; \quad p_C = \rho g (H_1 + H_2);$$

$$p_B = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 3,0 = 29,4 \cdot 10^3 \text{ Па} = 29,4 \text{ кПа};$$

$$p_C = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 5,0 = 49,0 \cdot 10^3 \text{ Па} = 49,0 \text{ кПа}.$$

2. Строим эпюры гидростатического давления воды.

В выбранном масштабе откладываем величину давления в точках *A, B* и *C*, помня, что давление действует нормально к плоской поверхности (см. рис. 2.7).

Эпюра давления на наклонную грань плотины представляет равномерную нагрузку в виде треугольника. Основание треугольника соответствует величине давления $p_B = \rho g H_1$, т. е. давлению в точке *B*, отложенному *по нормали к наклонной грани*.

При построении эпюры давления на вертикальную грань то же самое давление в точке *B* откладываем *нормально к вертикальной грани* плотины. В точке *C* откладываем давление $p_C = \rho g (H_1 + H_2)$ также по нормали к вертикальной грани плотины. Для вертикальной грани эпюра давления представляет равномерную нагрузку в виде трапеции (см. рис. 2.7).

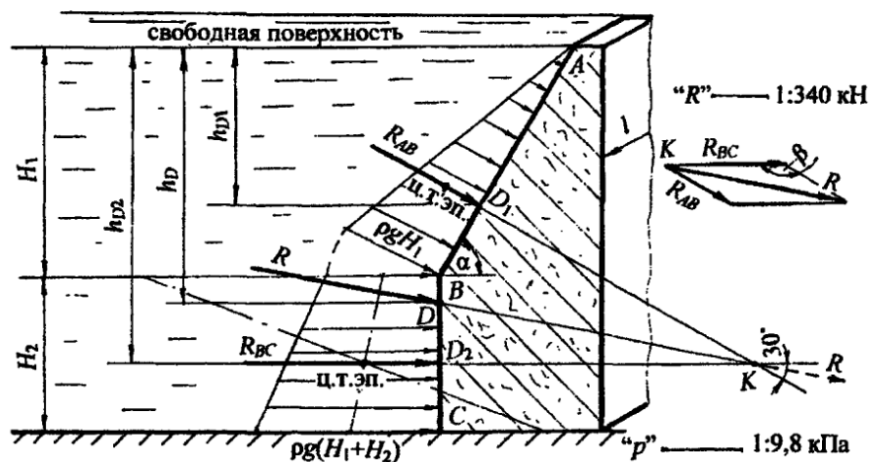


Рис. 2.7

3. Рассчитываем силы давления воды на грани плотины согласно формуле (2.11):

$$R_{AB} = S_{эп1} l = S_{треуг} l = \frac{\rho g H_1^2}{2 \cdot \sin 60^\circ} l; \quad R_{AB} = 509,2 \text{ кН};$$

$$R_{BC} = S_{эп2} l = S_{трап} l = \frac{\rho g H_1 + \rho g (H_1 + H_2)}{2} H_2 l; \quad R_{BC} = 784,0 \text{ кН}.$$

4. Показываем линию действия сил R_{AB} и R_{BC} .

Согласно формуле (2.11), графически сила давления жидкости *проходит* через центр тяжести эпюры гидростатического давления. Центр тяжести эпюры в виде треугольной нагрузки расположен на расстоянии $2/3$ высоты треугольника, т. е. $2/3 \cdot H_1 / \sin 60^\circ$. Находим в масштабе центр тяжести треугольника и показываем линию действия силы R_{AB} . Сила *приложена нормально* к наклонной грани плотины в центре давления (точка D_1). Показываем на чертеже глубину погружения центра давления $h_{D1} = 2/3 H_1$.

Для определения положения центра тяжести эпюры в виде трапеции можно воспользоваться табл. 3 (см. приложение), как было отмечено в задаче 2.3.3. Поскольку метод решения задачи графо-аналитический, рассмотрим *геометрический* способ определения центра тяжести трапеции:

а) к меньшему основанию трапеции на его продолжении в любую сторону прибавляем большее основание трапеции;

б) к большему основанию трапеции в противоположную сторону прибавляем меньшее основание;

в) соединяем полученные две точки прямой линией;

г) через середины оснований трапеции проводим вторую линию;

д) точка пересечения двух линий построения является центром тяжести эпюры давления в виде трапеции.

Показываем центр тяжести трапеции и через эту точку проводим силу R_{BC} по нормали к вертикальной грани. Учитывая масштаб действующих напоров, находим величину $h_{D2} = 4,1$ м.

5. Определяем величину и линию действия *равнодействующей* сил давления R путём *векторного сложения* сил R_{AB} и R_{BC} . Продолжаем силы по линии действия до взаимного пересечения в точке K . По линии действия откладываем величины сил в удобном принятом масштабе и складываем их

“по правилу треугольника” или “по правилу параллелограмма”. Может быть вариант, когда точка пересечения составляющих сил расположена так, что её следует вынести за пределы чертежа, как представлено в данном решении, и произвести сложение векторов сил, затем по линии действия равнодействующую R параллельно перенести в точку пересечения составляющих и определить точку пересечения равнодействующей с плоской поверхностью.

В данной задаче (см. рис. 2.7) силу R , найденную путём векторного сложения, переносим параллельно в точку пересечения составляющих - K , по линии действия силу R продолжаем до пересечения её с гранью плотины в точке D . Точка D является центром давления для равнодействующей R . Глубину погружения центра давления h_D следует определить по масштабу. Величину равнодействующей силы определим по принятому масштабу при сложении сил. По масштабу глубина погружения центра давления $h_D = 3,5$ м.

Проверим значение силы R аналитическим расчётом, пользуясь теоремой косинусов. Угол между силами R_{AB} и R_{BC} при их сложении “по правилу треугольника” $\beta = 150^\circ$ (см. рис. 2.7). Равнодействующая сила давления воды:

$$R = \sqrt{R_{AB}^2 - 2R_{AB} R_{BC} \cos 150^\circ + R_{BC}^2};$$

$$\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -0,866;$$

$$R = \sqrt{509,2^2 + 2 \cdot 509,2 \cdot 784,0 \cdot 0,866 + 784^2} = 1251,2 \text{ кН.}$$

Проверив значение силы R по масштабу, получим с допустимой точностью то же самое значение.

Ответ. Сила давления воды на напорную грань плотины $R = 1251,2$ кН. Глубина погружения центра давления $h_D = 3,5$ м.

Задача 2.3.5. Определить величину, направление и точку приложения силы давления воды на наклонную стенку AB , удерживающую напоры: слева $H = 4,5$ м, справа - $h = 1,5$ м. Длина стенки в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа, $l = 5,0$ м. Угол наклона стенки к горизонту $\alpha = 45^\circ$ (рис. 2.8). Представить графо-аналитический метод решения.

Решение. Методика расчёта силы давления на плоские прямоугольные поверхности графо-аналитическим методом подробно рассмотрена в задаче 2.3.4. Решение данной задачи будет представлено более кратко.

Равнодействующую силу давления воды определим путём построения результирующей эпюры гидростатического давления.

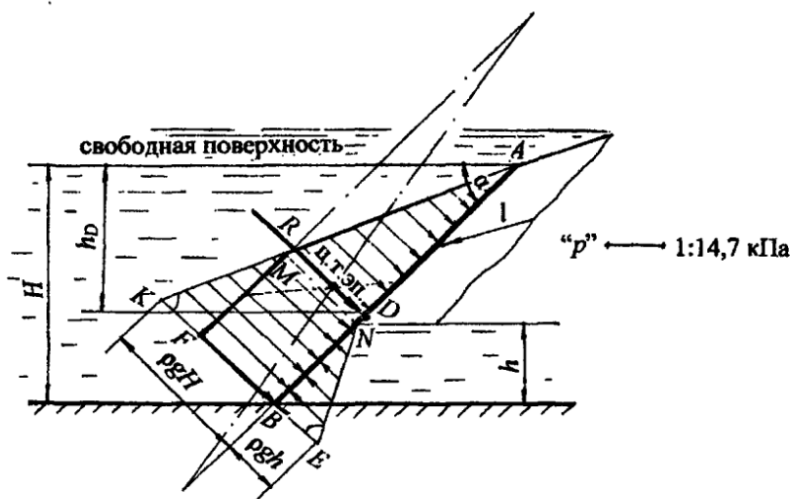


Рис. 2.8

1. Давление воды в характерных точках:

слева $p_A = 0$; $p_B^{сп} = \rho g H = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 4,5 = 44,1 \cdot 10^3 \text{ Па} = 44,1 \text{ кПа}$;

справа $p_N = 0$; $p_B^{спр} = \rho g h = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 1,5 = 14,7 \cdot 10^3 \text{ Па} = 14,7 \text{ кПа}$.

2. Строим эпюры давления воды слева и справа.

Слева эпюра давления представляет равномерную нагрузку в виде прямоугольного треугольника ABK с основанием $KB = p_B^{сп} = \rho g H$. Это давление откладываем в масштабе по нормали к стенке AB , стрелками показываем направление давления из жидкости на стенку. Справа эпюра давления также представляет равномерную нагрузку в виде треугольника NBE с основанием $BE = p_B^{спр} = \rho g h$. Давление справа является *противодавлением*, поэтому направление давления соответственно показано стрелками навстречу давлению слева, по аналогии из жидкости на плоскость. Углы наклона эпюр одинаковые, так как слева и справа жидкости одинаковой плотности - вода (см. раздел 1.3).

Из построения эпюр следует, что из эпюры давления слева (из треугольника ABK) можно вычестть эпюру давления справа (треугольник NBE). Результирующая эпюра давления представляет трапецию $FMAV$ (см. рис. 2.8).

3. Рассчитываем равнодействующую силу давления воды:

$$R = S_{\text{эп}} l = S_{\text{трап}} l = \frac{FM + AB}{2} FB \cdot l.$$

Из построения эпюр (см. рис. 2.8) находим:

$$AB = H/\sin \alpha = H/\sin 45^\circ = 6,36 \text{ м};$$

$$FM = NB = h/\sin \alpha = h/\sin 45^\circ = 2,15 \text{ м};$$

$$FB = p_B^{\text{ст}} - p_B^{\text{ср}} = \rho g (H-h) = 29,4 \text{ кПа.}$$

$$R = \frac{2,15 + 6,36}{2} \cdot 29,4 \cdot 5,0 = 625,5 \text{ кН.}$$

4. Показываем линию действия равнодействующей R .

Сила проходит через центр тяжести эпюры в виде трапеции. В задаче 2.3.4 рассмотрено *геометрическое* определение центра тяжести трапеции. Путём геометрических построений покажем центр тяжести трапеции и через него проведём равнодействующую R по нормали к стенке AB . Точка пересечения линии действия равнодействующей с плоской стенкой является центром давления т. D .

Глубину погружения центра давления $h_D = 2,87$ м можно определить по *масштабу, вычислить* по формуле (см. приложение, табл. 3) или через координаты центров тяжести сложной фигуры, состоящей из прямоугольника и треугольника. Этот метод рассматривается в курсе сопротивления материалов. В данном учебном пособии такой метод будет представлен при определении силы давления на криволинейные поверхности.

Ответ: равнодействующая давления воды $R = 625,5$ кН, глубина погружения центра давления $h_D = 2,87$ м.

При расчёте силы давления жидкости на плоские, а в дальнейшем и на криволинейные поверхности могут быть случаи, когда резервуар закрыт, находится под некоторым напором, отсутствует свободная поверхность жидкости, но известно показание прибора для измерения давления на определённом уровне. Такими приборами могут быть пьезометр, манометр механический или жидкостный, вакуумметр, мановакуумметр.

В этом случае рациональным считается метод расчёта силы давления, при котором производится *перевод давления из ат, бар, мм рт. ст. и т. п. в давление столба жидкости по пьезометру.*

Задача 2.3.6. Определить силу давления масла на плоскую круглую крышку диаметром $d = 600$ мм закрытого резервуара и положение центра давления, если показание манометра, установленного на расстоянии $a = 200$ мм от нижней кромки крышки $p_{\text{ман}} = 0,11$ ат, плотность масла $\rho_{\text{масл}} = 900$ кг/м³ (рис. 2.9).

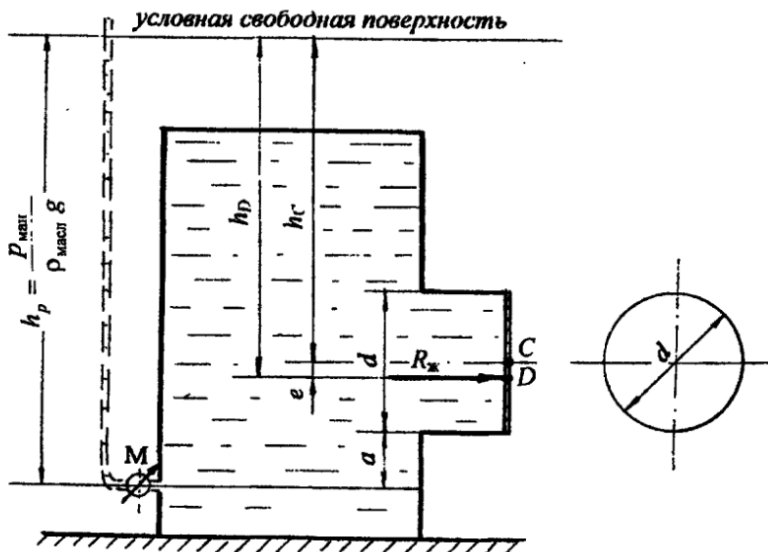


Рис. 2.9

Решение. Силу давления на плоскую круглую крышку следует рассчитывать *аналитическим* методом, графо-аналитический метод не применим.

Рассмотрим два варианта решения.

1. *Первый вариант.* Силу давления жидкости определяем по известной формуле (2.1):

$$R_{\text{ж}} = p_{\text{с}} A,$$

где $p_{\text{с}}$ – давление масла на уровне центра тяжести круглой крышки:

$$p_{\text{с}} = p_{\text{ман}} - \rho_{\text{масл}} g (a + d/2);$$

A – площадь крышки:
$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 0,2826 \text{ м}^2.$$

Значит, сила давления масла

$$R_{\text{ж}} = \left[p_{\text{ман}} - \rho_{\text{масл}} g \left(a + \frac{d}{2} \right) \right] \frac{\pi d^2}{4};$$

$$R = (0,11 \cdot 98 \cdot 10^3 - 900 \cdot 9,8 \cdot 0,5) \cdot 0,2826 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1,8 \text{ кН.}$$

Для определения положения силы $R_{\text{ж}}$ находим эксцентриситет из формулы (2.6)

$$e = \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_C A}; \quad \text{где } \alpha = 90^\circ; \quad \sin \alpha = 1,0; \quad I_C = \frac{\pi d^4}{64}.$$

После подстановки параметров в буквенном выражении получаем:

$$e = \frac{d^2}{16h_C},$$

где h_C – глубина погружения центра тяжести крышки или напор на уровне центра тяжести, который можно рассчитать по формуле

$$h_C = \frac{P_C}{\rho_{\text{масл}} g} = \frac{P_{\text{ман}}}{\rho_{\text{масл}} g} - \left(a + \frac{d}{2} \right);$$

$$h_C = \frac{0,11 \cdot 98 \cdot 10^3}{900 \cdot 9,8} - 0,5 = 0,72 \text{ м};$$

$$e = \frac{0,6^2}{16 \cdot 0,72} = 0,031 \text{ м} = 31 \text{ мм.}$$

Отмечаем на чертеже эксцентриситет $e = 31$ мм. Эту величину откладываем ниже центра тяжести стенки и на этом уровне показываем положение силы давления масла $R_{\text{ж}}$ (см. рис. 2.9). Сила приложена по нормали к крышке в центре давления (т. D).

2. Второй вариант. Давление $p_{\text{ман}}$ на уровне установки манометра можно перевести в давление столба жидкости, условно заменив манометр пьезометром. На рис. 2.9 пьезометр представлен пунктирной линией.

Рассчитываем высоту уровня масла в пьезометре по формуле (1.5)

$$h_p = \frac{p_{\text{ман}}}{\rho_{\text{масл}} g}; \quad h_p = \frac{0,11 \cdot 98 \cdot 10^3}{900 \cdot 9,8} = 1,22 \text{ м.}$$

Так как пьезометр – это *открытая* стеклянная трубка, то таким образом можно показать *условную свободную поверхность, или пьезометрическую плоскость* (П П). От условной свободной поверхности отсчитывается глубина погружения центра тяжести крышки (ц.т.) и глубина погружения центра давления (ц.д.).

Силу давления масла рассчитываем по формуле (2.5)

$$R_{\text{ж}} = \rho_{\text{масл}} g h_C A,$$

где h_C – глубина погружения центра тяжести крышки, отсчитанная от условной свободной поверхности:

$$h_C = h_p - (a + d/2); \quad h_C = 1,22 - 0,5 = 0,72 \text{ м.}$$

Тогда сила давления масла

$$R_{\text{ж}} = 900 \cdot 9,8 \cdot 0,72 \cdot 0,2826 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1,8 \text{ кН.}$$

Глубина погружения центра давления от условной свободной поверхности согласно формуле (2.6):

$$h_D = h_C + \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_C A} = h_C + \frac{d^2}{16h_C};$$

$$h_D = 0,72 + 0,031 = 0,751 \text{ м.}$$

На глубине h_D показываем силу давления масла. Центр давления ниже центра тяжести крышки на величину второго слагаемого, т. е. эксцентриситета $e = 0,031 \text{ м} = 31 \text{ мм}$.

Таким образом, оба варианта расчётов совпадают.

Ответ. Сила давления масла $R_{\text{ж}} = 1,8 \text{ кН}$, глубина погружения центра давления $h_D = 0,751 \text{ м}$, эксцентриситет $e = 31 \text{ мм}$.

Рассмотрим ещё несколько случаев установки измерительных приборов давления, перевод давления по прибору в давление столба жидкости и определения положения свободной поверхности.

Задача 2.3.7. Определить величину силы давления бензина на прямоугольную крышку AB высотой $h = 600 \text{ мм}$ и шириной $b = 400 \text{ мм}$, если показания U -образного ртутного манометра: ртути $h_{\text{рт}} = 40 \text{ мм}$, масла $h_{\text{масл}} = 30 \text{ мм}$; расстояния: $a = 100 \text{ мм}$, $c = 200 \text{ мм}$ (рис. 2.10).

Найти геометрическое положение центра давления.

Принять плотности жидкостей: масла $\rho_{\text{масл}} = 900 \text{ кг/м}^3$, ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, бензина $\rho_{\text{бенз}} = 720 \text{ кг/м}^3$.

Решение представить *аналитическим* и *графо-аналитическим* методами.

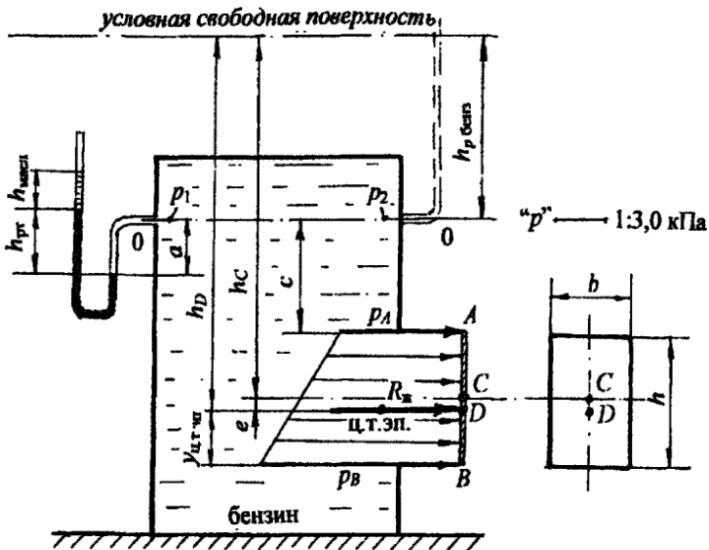


Рис. 2.10

Решение.

1. **Аналитический метод.** Силу давления бензина рассчитаем по формуле (2.5)

$$R_{ж} = \rho_{бенз} g h_c A,$$

где A — площадь крышки, $A = bh$;

$$R_{ж} = \rho_{бенз} g h_c bh.$$

Переведём показание U -образного манометра в давление столба жидкости по пьезометру.

Вспомним условие равенства давления относительно плоскости уровня 0-0 (см. главу 1; параграф 1.5), учитывая только избыточное давление (см. рис. 2.10):

$$p_1 = p_2;$$

$$p_1 = \rho_{масл} g h_{масл} + \rho_{рт} g h_{рт} - \rho_{бенз} g a;$$

$$p_2 = \rho_{бенз} g h_{р\ бенз};$$

$$\rho_{масл} g h_{масл} + \rho_{рт} g h_{рт} - \rho_{бенз} g a = \rho_{бенз} g h_{р\ бенз};$$

Отсюда

$$h_{р\ бенз} = \frac{\rho_{масл} h_{масл} + \rho_{рт} h_{рт}}{\rho_{бенз}} - a;$$

$$h_{p_{\text{бенз}}} = \frac{900 \cdot 0,03 + 13,6 \cdot 10^3 \cdot 0,04}{720} - 0,1 = 0,693 \text{ м.}$$

Рассчитаем глубину погружения центра тяжести крышки от условной свободной поверхности:

$$h_C = h_{p_{\text{бенз}}} + c + h/2; \quad h_C = 1,193 \text{ м} = 1,2 \text{ м.}$$

Определим силу давления бензина:

$$R_{\text{ж}} = 720 \cdot 9,8 \cdot 1,2 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 2,0 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2,0 \text{ кН.}$$

Глубину погружения центра давления от условной свободной поверхности определяем по известной формуле (2.6)

$$h_D = h_C + \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_C A}; \quad \alpha = 90^\circ; \quad \sin \alpha = 1,0.$$

Подставив в формулу h_D значение центрального момента инерции для прямоугольника $I_C = bh^3/12$ (см. табл. 3, приложение), получим:

$$h_D = h_C + h^2/12h_C; \quad h_D = 1,2 + 0,025 \text{ м} = 1,225 \text{ м.}$$

Эксцентриситет соответствует второму слагаемому: $e = 0,025 \text{ м} = 25 \text{ мм.}$

2. **Графо-аналитический метод** определения силы давления бензина:
а) определяем давление в характерных точках A и B :

$$p_A = \rho_{\text{масл}} g h_{\text{масл}} + \rho_{\text{рт}} g h_{\text{рт}} + \rho_{\text{бенз}} g (c-a); \quad p_A = 6,3 \text{ кПа};$$

$$p_B = p_A + \rho_{\text{бенз}} g h; \quad p_B = 10,53 \text{ кПа.}$$

б) строим эпюры гидростатического давления в удобном масштабе. По нормали к стенке AB откладываем величину давления p_A и p_B (см. рис. 2.10).

- в) рассчитываем силу давления бензина $R_{\text{ж}}$ по формуле (2.11)

$$R_{\text{ж}} = S_{\text{эп}} b;$$

$$R_{\text{ж}} = \frac{p_A + p_B}{2} hb; \quad R_{\text{ж}} = 2,0 \text{ кН.}$$

г) определяем положение центра тяжести эпюры, т. е. центра тяжести трапеции по табл. 3 (см. приложение):

$$y_{ц.т.эп.} = \frac{h(p_B + 2p_A)}{3(p_A + p_B)}; \quad y_{ц.т.эп.} = 0,275 \text{ м.}$$

д) через центр тяжести эпюры проводим силу давления бензина $R_{ж}$.
Проверяем величину эксцентриситета e :

$$e = h/2 - y_{ц.т.эп.};$$

$$e = 0,3 - 0,275 = 0,025 \text{ м} = 25 \text{ мм.}$$

Результаты расчёта силы давления бензина и геометрического положения центра давления двумя методами совпадают.

Ответ: $R_{ж} = 2,0 \text{ кН}; \quad h_D = 1,225 \text{ м}; \quad e = 25 \text{ мм.}$

Задача 2.3.8. Определить силу давления воды на наклонную прямоугольную стенку AB , перпендикулярную плоскости чертежа, наклонённую под углом α к горизонту, перекрывающую патрубок шириной b и высотой h . Давление на поверхности воды соответствует $p_{ман}$. Уровень воды над верхней кромкой крышки равен a (рис. 2.11).

Решение представить в буквенном выражении.

Решение. Схема расположения прямоугольной крышки AB аналогична схеме к задаче 2.3.1 (см. рис. 2.2). Покажем более рациональный подход к решению задачи.

Переведём показание манометра в давление столба воды. Покажем на чертеже (см. рис. 2.11) пунктиром пьезометр от свободной поверхности воды, получим высоту (напор) $h_{ман} = \frac{p_{ман}}{\rho g}$.

Условно можно представить, что над свободной поверхностью *взамен манометрического давления действует давление столба воды $h_{ман}$* . Покажем пунктиром эту жидкость и *условную свободную поверхность*.

Теперь от условной свободной поверхности будем отсчитывать глубину погружения центра тяжести плоской стенки (h_C) и глубину погружения центра давления (h_D).

Рассчитываем силу давления жидкости $R_{ж}$ по формуле (2.5)

$$R_{ж} = \rho g h_C A,$$

где h_C – глубина погружения центра тяжести стенки:

$$h_C = h_{ман} + a + h/2;$$

A – площадь стенки: $A = bh/\sin \alpha$.

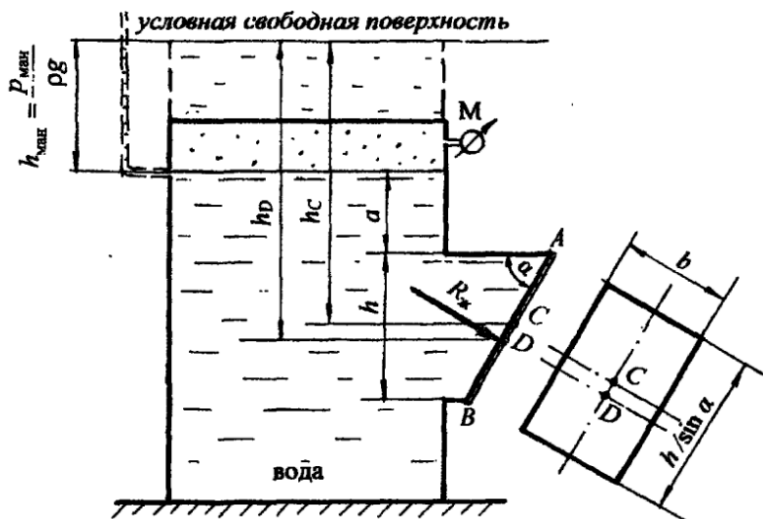


Рис. 2.11

Покажем на рис. 2.11 глубину погружения центра тяжести стенки h_c .
Получим выражение для силы давления воды:

$$R_{\text{ж}} = \rho g (h_{\text{мин}} + a + h/2) bh/\sin \alpha.$$

Покажем линию действия силы давления воды. Сила $R_{\text{ж}}$ приложена по нормали из жидкости на стенку AB на глубине h_D , согласно формуле (2.6)

$$h_D = h_c + \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_c A},$$

где I_C - центральный момент инерции стенки AB относительно горизонтальной оси для прямоугольника (см. табл. 3 в приложении):

$$I_C = \frac{bh^3}{12 \sin^3 \alpha}.$$

После подстановки данных и соответствующих сокращений получим:

$$h_D = h_c + \frac{h^2}{12h_c}.$$

Покажем на рис. 2.11 глубину погружения центра давления h_D и силу давления воды $R_{ж}$: сила приложена в центре давления по нормали к наклонной поверхности.

Таким образом, этот метод решения следует признать более простым и рациональным и применять при расчёте силы давления жидкости как на плоские, так и на криволинейные поверхности.

Рассмотрим случай, когда известно *вакуумметрическое* давление на определённом уровне закрытого резервуара. В этом случае можно не показывать пьезометр и условную свободную поверхность, а представить решение путём *логических рассуждений* (см. задачу 2.3.9).

Задача 2.3.9. Определить силу давления воды на круглую крышку диаметром d закрытого резервуара, если известно показание вакуумметра $p_{\text{вак}}$ на высоте h от центра тяжести крышки (рис. 2.12).

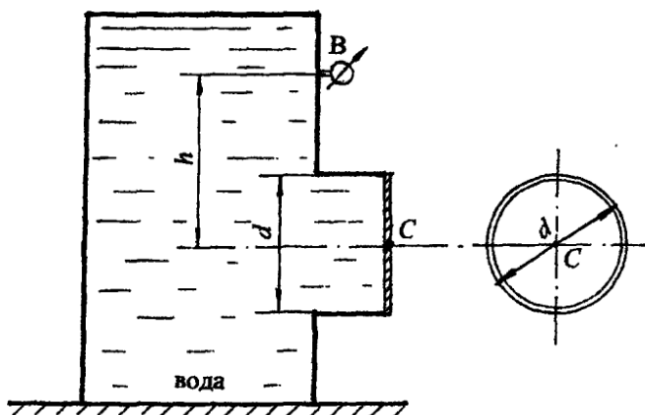


Рис. 2.12

Силу давления воды рассчитаем по известной формуле (2.1)

$$R_{ж} = p_C A,$$

где A = площадь крышки: $A = \pi d^2/4$;

p_C – давление на уровне центра тяжести крышки.

Здесь следует помнить, что при решении задачи *манометрическое* давление учитывается со знаком “+”, а *вакуумметрическое* - со знаком “-“ (см. раздел 1.2):

$$p_C = (-p_{\text{вак}} + \rho gh),$$

тогда

$$R_{ж} = (\rho gh - p_{\text{вак}}) \pi d^2 / 4. \quad (2.12)$$

Пересчитаем пьезометрический напор на уровне центра тяжести крышки AB :

$$h_c = \frac{p_c}{\rho g} = h - \frac{p_{\text{вак}}}{\rho g}.$$

Центр давления находится на расстоянии эксцентриситета e от центра тяжести крышки, из формулы (2.6) имеем:

$$e = \frac{I_C \sin^2 \alpha}{h_c A}, \quad \text{где } \alpha = 90^\circ; \quad \sin \alpha = 1,0; \quad I_C = \frac{\pi d^4}{64}.$$

После подстановки параметров получим:

$$e = \frac{d^2}{16h_c}.$$

Рассмотрим три возможных варианта значения силы давления $R_{ж}$ и положения центра давления (рис. 2.13).

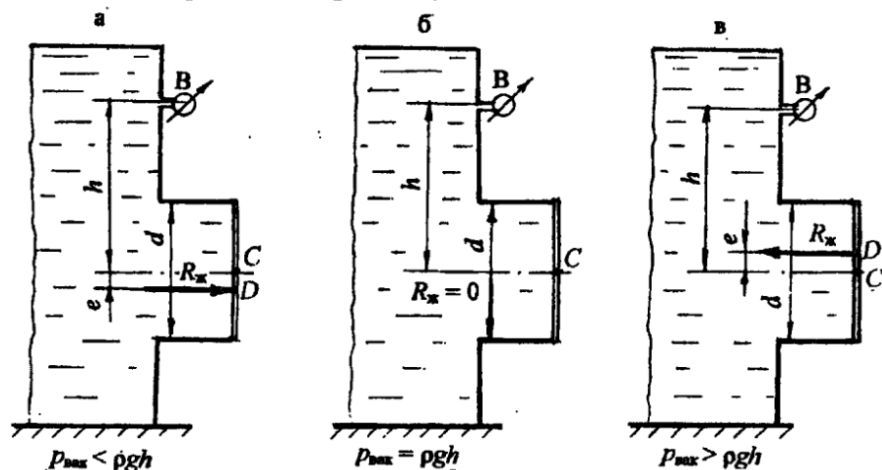


Рис. 2.13

1. Вакуумметрическое давление *меньше* давления воды от уровня установки вакуумметра до центра тяжести крышки, т. е. $\rho gh > p_{\text{вак}}$. Согласно формуле (2.12), получим положительное значение силы давления жидкости $R_{ж}$.

Сила направлена из жидкости на стенку. Значение эксцентриситета e также величина положительная. Сила давления приложена ниже центра тяжести на величину эксцентриситета (e) (см. рис. 2.13, а).

2. Вакуумметрическое давление $p_{\text{вак}} = \rho gh$. Из расчётной формулы (2.12) получим $R_{\text{ж}} = 0$. Это значит, что сила давления воды уравнивается силой вакуумметрического давления (см. рис. 2.13, б).

3. Вакуумметрическое давление *больше* давления воды на уровне центра тяжести крышки: $p_{\text{вак}} > \rho gh$. При подстановке в расчётную формулу (2.12) получим отрицательное значение силы $R_{\text{ж}}$. Это значит, что сила будет направлена *внутрь* жидкости за счёт вакуумметрического давления.

Значение эксцентриситета e также получается *отрицательным*, значит, *центр давления расположен выше центра тяжести крышки* (см. рис. 2.13, в).

Ниже предлагаются задачи для самостоятельной работы с использованием теоретических положений по определению силы давления жидкости на плоские поверхности.

2.4. Задачи для самостоятельной работы по теме: “Сила давления жидкости на плоские поверхности”

Задача 2.4.1

Выход из резервуара, заполненного водой, представляет патрубок, который закрывается круглой крышкой диаметром $D = 600$ мм. Крышка может поворачиваться вокруг шарнира A .

Определить силу T для удержания крышки в закрытом положении, если показание ртутного манометра $h_{\text{рт}} = 120$ мм, высота уровня масла над ртутью $h_{\text{м}} = 50$ мм. Принять $a = 500$ мм, плотность ртути $\rho_{\text{рт}} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³, плотность масла $\rho_{\text{мас}} = 900$ кг/м³ (рис. 2.14).

Ответ: $T \geq 3,53$ кН.

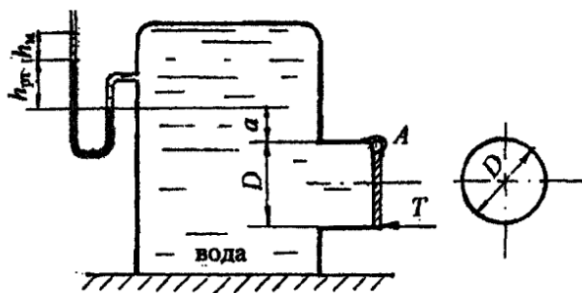


Рис. 2.14

Задача 2.4.2

Патрубок резервуара с маслом перекрывается круглой крышкой, поворачивающейся вокруг шарнира A . Определить, каким должно быть показание U-образной трубки, заполненной ртутью ($h_{рт}$), установленной на поверхности масла, чтобы крышка находилась в закрытом положении за счёт вакуума.

Принять: диаметр крышки $D = 600$ мм, глубину масла до шарнира A равной $h = 200$ мм, плотность масла $\rho_{мас} = 900$ кг/м³, плотность ртути $\rho_{рт} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³ (рис. 2.15). Ответ: $h_{рт} = 38$ мм.

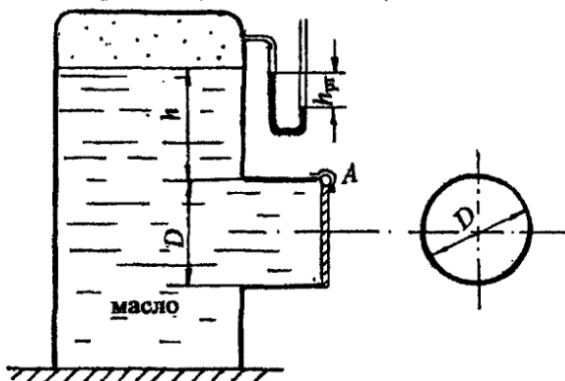


Рис. 2.15

Задача 2.4.3

В вертикальной перегородке отстойника, состоящего из двух резервуаров - A и B , сделано квадратное отверстие со стороной $a = 600$ мм, которое перекрывается крышкой, поворачивающейся вокруг шарнира O .

Определить, какой наименьший вакуум нужно создать на поверхности воды в закрытом резервуаре A , чтобы крышка оставалась в закрытом положении. Резервуар B открыт. Принять $H_1 = 1,5$ м; $H_2 = 0,8$ м (рис. 2.16).

Ответ: $p_{вак} = 6,86$ кПа.

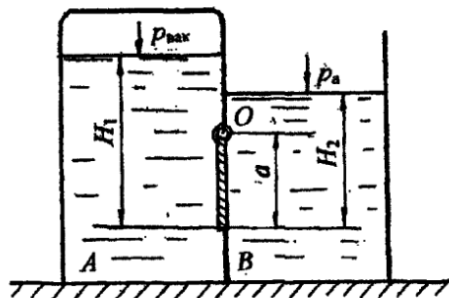


Рис. 2.16

Задача 2.4.4

Отстойник для воды разделён вертикальной перегородкой, в которой сделано круглое отверстие диаметром $D = 0,6$ м с крышкой, поворачивающейся вокруг шарнира O . Закрытое положение крышки обеспечивается избыточным давлением на поверхности воды в закрытом резервуаре B . Резервуар A открыт.

Определить, при каком показании манометра в резервуаре B крышка останется в закрытом положении. Принять $H_1 = 2,3$ м; $H_2 = 0,8$ м (рис. 2.17).

Ответ: $p_{\text{ман}} = 0,15$ ат.

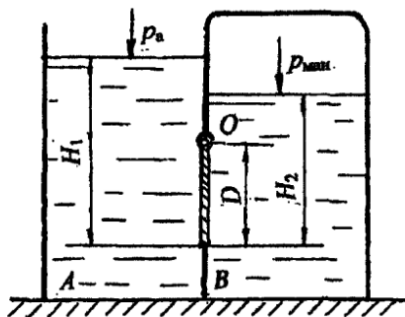


Рис. 2.17

Задача 2.4.5

Определить величину и направление силы N , приложенной к штоку гидроцилиндра для удержания его на месте, если показание мановакуумметра $p_{\text{мв}}$: а) $p_{\text{мв}} = p_{\text{ман}} = 0,12$ ат, б) $p_{\text{мв}} = p_{\text{вак}} = 0,11$ ат. Гидроцилиндр заполнен маслом плотностью $\rho_{\text{мас}} = 900$ кг/м³, диаметр поршня $d = 100$ мм, высота уровня масла на уровне оси поршня $H = 0,8$ м (рис. 2.18).

Ответ: а) $N = 147,7$ Н (направлена влево), б) $N = 29,2$ Н (направлена вправо).

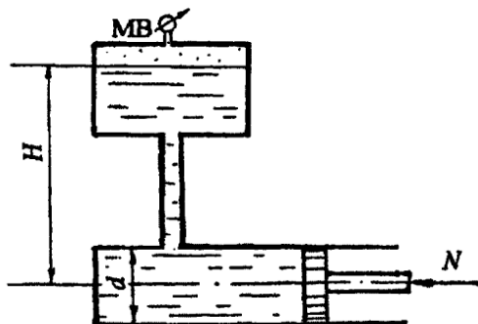


Рис. 2.18

Задача 2.4.6

Определить силу давления бензина на треугольный затвор шириной $b = 600$ мм и высотой $h = 800$ мм, а также положение центра давления, если показание манометра, установленного на расстоянии $a = 300$ мм от верхней кромки затвора $p_{\text{ман}} = 0,11$ ат (рис. 2.19).

Плотность бензина принять $\rho_{\text{бенз}} = 720$ кг/м³.

Ответ: $R_x = 4,0$ кН, эксцентриситет $e = 15,0$ мм.

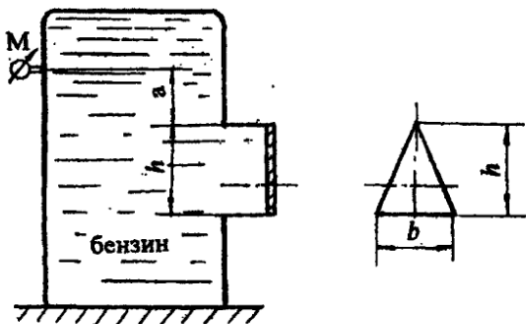


Рис. 2.19

Задача 2.4.7

Определить величину и положение равнодействующей сил давления воды на плоскую ломаную стенку ABC , удерживающую слева напор воды $H = 5,0$ м, справа $h = 2,0$ м. Длина стенки в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа, $L = 6,0$ м. Верхняя часть стенки наклонена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Расчёт выполнить графо-аналитическим методом (рис. 2.20).

Ответ: $R = 636$ кН.

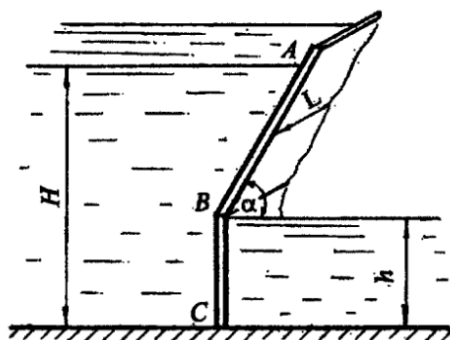


Рис. 2.20

Задача 2.4.8

Определить величину и положение равнодействующей сил давления воды на плоскую ломаную стенку ABC , удерживающую напоры $H_1 = 3,0$ м и $H_2 = 1,5$ м, если длина стенки $L = 5,0$ м, угол наклона нижней части стенки к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Расчёты выполнить графо-аналитическим методом, показать положение центра давления (рис. 2.21).

Ответ: $R = 568$ кН.

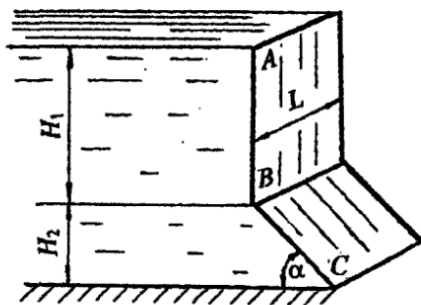


Рис. 2.21

Задача 2.4.9

Определить нормальное усилие F , приложенное к наклонной крышке AB для удержания крышки в закрытом положении. Крышка расположена под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, укреплена с помощью шарнира B и перекрывает патрубок квадратного сечения со стороной $a = 200$ мм. Патрубок заполнен маслом плотностью $\rho_{\text{масл}} = 900$ кг/м³.

К дну патрубка присоединён пьезометр, показание которого $H = 300$ мм. Сила F приложена на расстоянии $b = 50$ мм от стенки патрубка (рис. 2.22).

Ответ: $F_{\text{min}} = 27,9$ Н.

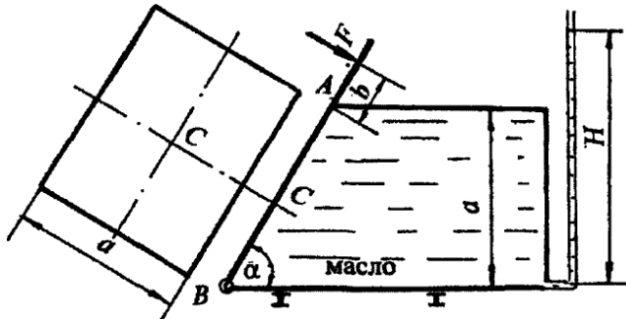


Рис. 2.22

Задача 2.4.10

Патрубок маслобака квадратного сечения со стороной $a = 150$ мм перекрывается крышкой AB , перемещающейся в вертикальных пазах. Определить силу F для открытия крышки, если показание манометра, установленного на верхней стенке патрубка, $p_{\text{ман}} = 0,12$ ат. Принять плотность масла $\rho_{\text{мас}} = 900$ кг/м³, коэффициент трения скольжения в пазах $f = 0,5$. Масса крышки $M = 2,0$ кг (рис. 2.23).

Ответ: $F = 159,0$ Н.

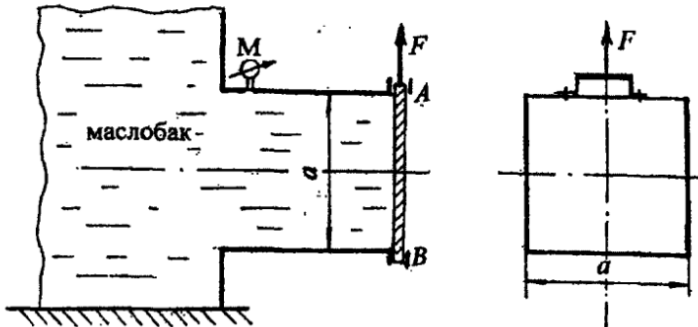


Рис. 2.23

Задача 2.4.11

В закрытом резервуаре с водой круглое донное отверстие закрывается крышкой $D = 300$ мм, шарнирно укрепленной в точке A .

Определить наименьшую силу натяжения троса T для открытия крышки. Трос укреплен под углом $\alpha = 60^\circ$. Принять показание манометра на поверхности воды $p_{\text{ман}} = 0,12$ ат; глубину заполнения резервуара $H = 1,5$ м; массу крышки $M = 2,0$ кг. Трением в шарнире и направляющих троса пренебречь (рис. 2.24).

Ответ: $T_{\text{min}} = 1,09$ кН.

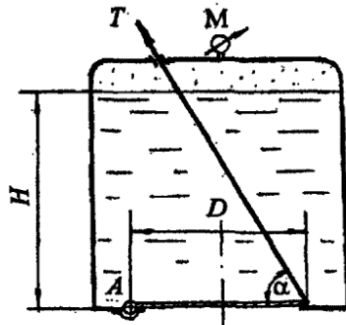


Рис. 2.24

Задача 2.4.12

Закрытый резервуар, заполненный водой, находится под давлением. В резервуаре донное круглое отверстие диаметром $d = 300$ мм закрывается крышкой $D = 380$ мм, закреплённой шарниром в точке A . Определить силу F , удерживающую крышку в закрытом положении, если масса крышки $M = 3,0$ кг. Показание манометра на расстоянии $h = 1,5$ м от дна $p_{\text{ман}} = 0,25$ ат (рис. 2.25).

Ответ: $F = 1,4$ кН.

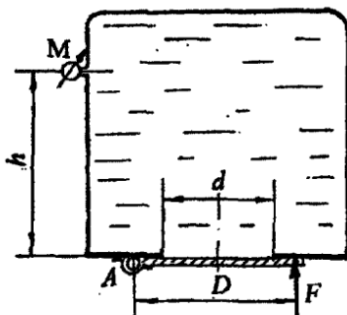


Рис. 2.25

Задача 2.4.13

Определить давление p в правой части гидроцилиндра диаметром $D = 200$ мм, заполненного маслом "Индустриальное 20". Сила, действующая на шток $d = 50$ мм при равновесном состоянии поршня, $F = 2,0$ кН. Принять избыточное давление на поверхности масла $p_0 = 0,8$ ат, напор масла на уровне оси поршня $H = 1,5$ м, плотность масла $\rho_{\text{масл}} = 890$ кг/м³ (рис. 2.26).

Ответ: $p = 29,55$ кПа.

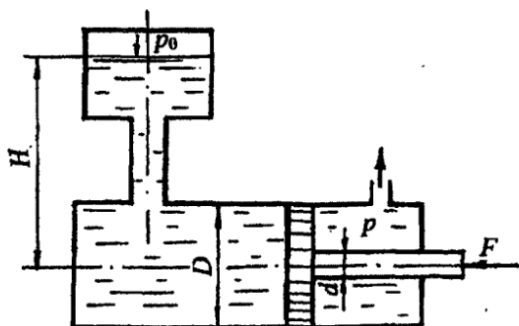


Рис. 2.26

Задача 2.4.14

Прямоугольный плоский щит, перекрывающий канал шириной $B = 2,0$ м, сверху поддерживается двумя крюками, а внизу соединён шарнирно с дном канала. Слева щит удерживает напор воды $h_1 = 2,1$ м, справа - $h_2 = 0,9$ м. Крюки укреплены на расстоянии $a = 0,5$ м от верхнего уровня воды. Определить реакции крюков $R_{кр}$ от действия воды на щит (рис. 2.27).

Ответ: $R_{кр} = 5,36$ кН.

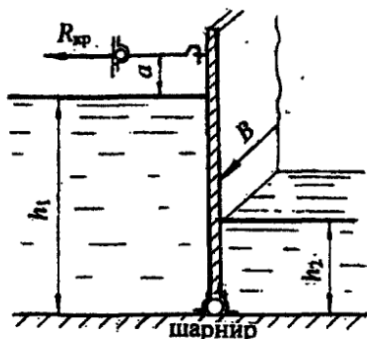


Рис. 2.27

Задача 2.4.15

Определить усилие T , которое нужно приложить к вертикальному тросу для открытия щита, перекрывающего канал прямоугольного сечения. Щит расположен под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту и закреплён шарнирно в т. O к опоре. Ширина щита в плоскости, перпендикулярной плоскости чертежа, $B = 3,0$ м. Глубина воды перед щитом $H_1 = 2,0$ м, за щитом $H_2 = 0,7$ м. Уровень воды над шарниром $h = 0,5$ м. Масса щита $M = 400$ кг (рис. 2.28).

Представить аналитическое и графо-аналитическое решение.

Ответ: $T = 64,4$ кН.

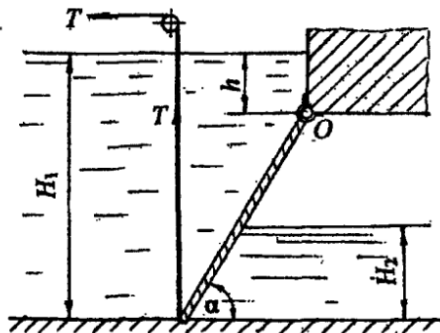


Рис. 2.28

СИЛА ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

3.1. Основные понятия и теоретические положения

Примерами криволинейных поверхностей, испытывающих давление покоящейся жидкости, являются сферические и цилиндрические стенки резервуаров, секторные, сферические и цилиндрические затворы, клапаны насосов, поверхности трубопроводов и т. п.

В практике инженерных расчётов ставятся задачи определения силы давления на криволинейные поверхности, необходимые усилия для открытия клапанов и затворов или удержания их в закрытом положении.

Сложность определения силы давления на криволинейные поверхности заключается в том, что каждое элементарное усилие, действующее на криволинейную поверхность, направлено по нормали к элементарной площадке и имеет угол наклона по отношению к другому элементарному усилию.

Это значит, что при определении силы давления жидкости придётся интегрировать зависимость элементарной силы dR по площади криволинейной поверхности. Для инженерных расчётов это затруднительно.

В связи с этим принят *метод*, согласно которому равнодействующая давления на криволинейную поверхность определяется как геометрическая сумма составляющих по двум или трём выбранным направлениям:

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y + \vec{R}_z. \quad (3.1)$$

Чаще всего криволинейные поверхности, используемые в технике, имеют ось симметрии или ось вращения. Для таких поверхностей при определении силы давления жидкости достаточно двух составляющих горизонтальной и вертикальной:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}. \quad (3.2)$$

Горизонтальная составляющая силы давления на криволинейную поверхность равна силе давления жидкости на плоскую вертикальную проекцию криволинейной поверхности:

$$R_x = \rho g y_c A_y, \quad (3.3)$$

где ρ – плотность жидкости;

A_y – площадь вертикальной проекции криволинейной поверхности;

y_C - координата центра тяжести вертикальной проекции, отсчитанная от свободной поверхности.

Глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции h_C совпадает с координатой центра тяжести y_C , поэтому в дальнейшем y_C можно называть глубиной погружения центра тяжести или напором на уровне центра тяжести вертикальной проекции криволинейной поверхности.

Другими словами, чтобы найти горизонтальную составляющую, нужно криволинейную поверхность спроектировать внутрь жидкости на вертикальную плоскость и найти силу давления на полученную проекцию.

Сравнивая формулу (3.3) с формулой силы давления жидкости на плоскую стенку (2.5), видим аналогию расчётных зависимостей. Значит, координату y_D или глубину погружения точки приложения горизонтальной составляющей, т. е. центра давления, определяем по формуле для *вертикальной плоской* поверхности:

$$y_D = y_C + \frac{I_C}{y_C A_y}, \quad (3.4)$$

где I_C - центральный момент инерции вертикальной проекции относительно горизонтальной оси.

Вертикальная составляющая силы давления на криволинейную поверхность равна силе тяжести жидкости в объёме "тела давления":

$$R_y = \rho g V_{т.д.}, \quad (3.5)$$

где $V_{т.д.}$ - объём тела давления.

Рассмотрим понятие "*тело давления*".

Тело давления - это криволинейный объём, ограниченный:

- самой криволинейной поверхностью;*
- поверхностью, образованной *вертикальными проектирующими линиями*, проведёнными из контура криволинейной поверхности до свободной поверхности или её продолжения;
- горизонтальной проекцией криволинейной поверхности на *свободную поверхность жидкости* или её продолжение.

Различают два вида тела давления.

1. Реальное, действительное или положительное тело давления.

Это случай, когда тело давления построено на *смоченной* части криволинейной поверхности, заполнено жидкостью, т. е. сила тяжести жидкости реально действует на криволинейную поверхность. Вертикальная составляющая силы давления R_y *из центра тяжести* объёма тела давления направлена *вниз* и также считается *положительной*.

Примеры *положительного* тела давления и *вертикальной составляющей* для криволинейной поверхности *AB* представлены на рис. 3.1.



Рис. 3.1

2. Фиктивное, мнимое или отрицательное тело давления.

Это случай, когда жидкость находится вне криволинейной поверхности, тело давления построено на *несмоченной* части криволинейной поверхности. Жидкость в объеме тела давления отсутствует. Вертикальная составляющая R_y из центра тяжести объема тела давления направлена *вверх* и считается *отрицательной*.

Примеры *отрицательного* тела давления и *вертикальной составляющей* для криволинейной поверхности *CD* приведены на рис.3.2.



Рис. 3.2

Из определения понятия тела давления и примеров построения тела давления можно представить *методику* построения тела давления.

Чтобы определить объем тела давления и его вид (положительное или отрицательное), нужно из контура криволинейной поверхности, т. е. из всех точек криволинейной поверхности, провести вертикальные линии до

свободной поверхности жидкости или её продолжения. Если очерченный вертикальными линиями объём *заполнен* жидкостью, тело давления построено на *смоченной* части криволинейной поверхности, оно считается *положительным*. Стрелками, направленными *вниз*, показываем, что жидкость давит на криволинейную поверхность (см. рис. 3.1).

Таким образом, выделенный объём можно назвать *эпюрой тела давления*. Определяем положение центра тяжести тела давления. Из центра тяжести объёма вертикальную составляющую R , направляем *вниз*.

В противном случае, если очерченный вертикальными линиями объём тела давления построен на *несмоченной* поверхности и *не заполнен* жидкостью, тело давления считается *отрицательным*. Стрелками, направленными *вверх*, показываем, что жидкость как бы вытеснена за счёт конфигурации криволинейной поверхности. Из центра тяжести отрицательного тела давления вертикальная составляющая R , направлена также *вверх* (см. рис. 3.2).

Рассмотрим случай, когда при построении может получиться не одно, а два тела давления (рис. 3.3).

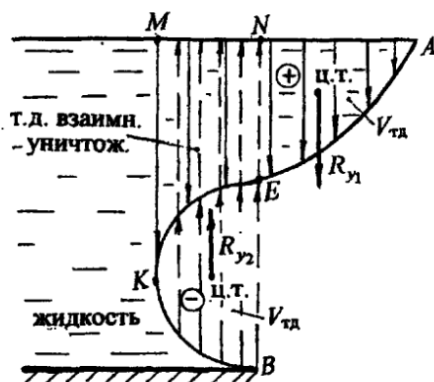


Рис. 3.3

Имеем криволинейную поверхность AKB , удерживающую некоторый пар жидкости. Криволинейную поверхность можно разделить на две части - AK и KB .

Для части AK строим тело давления по приведённой методике. Получаем *положительное* тело давления объёмом AKM , построенным на смоченной поверхности AK .

Для части криволинейной поверхности KB тело давления объёмом $KBNM$, построенное на *несмоченной* поверхности KB , *отрицательное*.

В объёме $KMNE$ происходит наложение отрицательного тела давления на положительное, два тела давления *взаимно уничтожаются* (компенсируются, сокращаются).

После построений имеем два тела давления: *положительное* объёмом ANE , сила R_{y1} из центра тяжести тела давления направлена *вниз*; *отрицательное* объёмом EKB , сила R_{y2} направлена *вверх*.

В приведённых примерах “тела давления” эпюру *положительного* тела давления заштриховываем *сплошными* линиями, *отрицательного* – *пунктирными*. Таковую же штриховку будем показывать в приведённых примерах и задачах.

Предлагается рассмотреть примеры расчёта силы давления жидкости на криволинейные поверхности различной сложности.

3.2. Примеры решения задач по теме:

“Расчёт силы давления жидкости на криволинейные поверхности”

Задача 3.2.1. Цилиндрический затвор диаметром $D = 0,6$ м перекрывает прямоугольное отверстие в вертикальной стенке, удерживающей напор воды. Высота отверстия равна диаметру затвора, длина отверстия $L = 2,0$ м. Уровень воды над верхней кромкой затвора $h = 0,2$ м. Затвор может поворачиваться относительно горизонтальной оси и, перемещаясь, открывать отверстие (рис. 3.4).

Определить величину и угол наклона к горизонту силы давления воды на цилиндрический затвор.

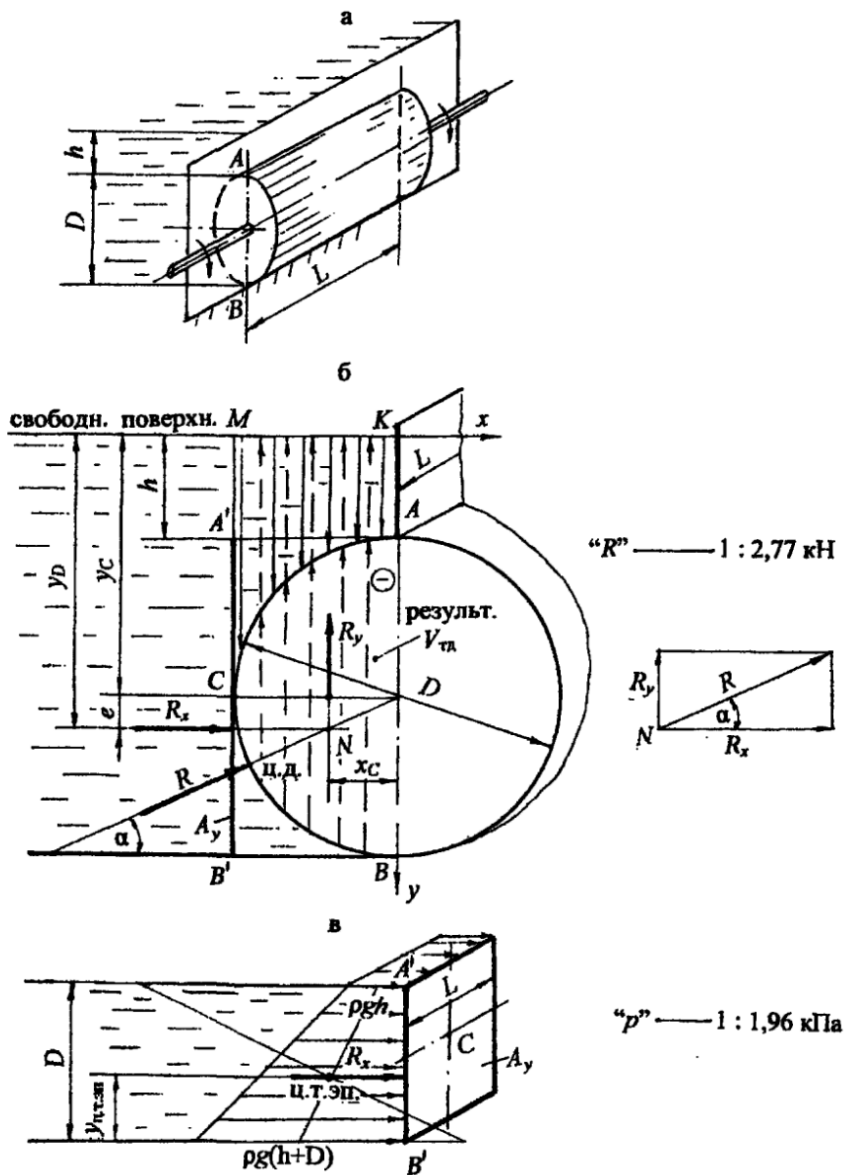
Решение. На рис. 3.4,а показан общий вид затвора. Решение представим в плоском чертеже для вертикального сечения затвора, при этом длина затвора L перпендикулярна плоскости чертежа (рис. 3.4,б). Для наглядности и лучшего понимания чертёж выполнен в *масштабе*.

На примере решения этой задачи представлена *методика* расчёта силы давления жидкости на криволинейные поверхности.

1. Выбираем два направления x и y , по которым определяем составляющие силы давления жидкости. Сила полного давления R :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

Для данной цилиндрической поверхности достаточно двух направлений, так как поверхность имеет ось симметрии.



Начало координат выбираем на свободной поверхности. Ось y направляем вертикально вниз, так как положительное значение глубины

отсчитывается от свободной поверхности вниз. Ось x направляем по свободной поверхности вправо по направлению действия жидкости (см. рис. 3.4, б).

2. Определяем горизонтальную составляющую R_x по формуле (3.3):

$$R_x = \rho g y_C A_y.$$

Криволинейную поверхность AB спроектируем *внутрь* жидкости на вертикальную плоскость. Получим вертикальную проекцию $A'B'$, представляющую прямоугольник высотой D и шириной (длиной) L (см. рис. 3.4, в). Рассчитаем силу давления воды на эту вертикальную проекцию.

Площадь вертикальной проекции $A_y = DL$.

Координата, или глубина погружения центра тяжести C этой проекции

$$y_C = h + D/2 = 0,5 \text{ м.}$$

Покажем на чертеже y_C . Рассчитаем горизонтальную составляющую:

$$R_x = \rho g (h + D/2)DL; \quad (3.6)$$

$$R_x = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 \cdot 2,0 = 5,88 \cdot 10^3 \text{ Н} = 5,88 \text{ кН.}$$

Определяем глубину погружения центра давления y_D для горизонтальной составляющей, т. е. глубину точки приложения силы R_x по формуле (3.4):

$$y_D = y_C + \frac{I_C}{y_C A_y};$$

где I_C - центральный момент инерции относительно горизонтальной оси для вертикальной проекции криволинейной поверхности. Момент инерции для прямоугольника, согласно табл. 3 (см. приложение):

$$I_C = \frac{LD^3}{12}.$$

После подстановки данных получим:

$$y_D = y_C + \frac{LD^3}{12 y_C DL} = y_C + \frac{D^2}{12 y_C}; \text{ эксцентриситет } e = \frac{D^2}{12 y_C};$$

$$y_D = 0,5 + \frac{0,6^2}{12 \cdot 0,5} = 0,5 + 0,06 = 0,56 \text{ м}; \quad e = 0,06 \text{ м} = 6 \text{ см.}$$

Покажем на чертеже y_D , эксцентриситет e и положение силы R_x .

Горизонтальную составляющую R_x можно определить также графо-аналитическим методом, согласно формуле (2.11):

$$R_x = S_{\text{эл}} L.$$

Определим давление воды в точках A' и B' :

$$p_{A'} = \rho g h; \quad p_{A'} = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,2 = 1,96 \cdot 10^3 \text{ Па} = 1,96 \text{ кПа}.$$

$$p_{B'} = \rho g(h + D); \quad p_{B'} = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,8 = 7,84 \cdot 10^3 \text{ Па} = 7,84 \text{ кПа}.$$

Построим эпюру гидростатического давления (см. рис. 3.4, в). Эпюра представляет призму с основанием в виде трапеции и высотой L , тогда

$$R_x = S_{\text{трап}} L = \frac{\rho g h + \rho g(h + D)}{2} DL = \rho g(h + D/2) DL.$$

Получили формулу, соответствующую формуле (3.6).

Находим графически положение центра давления. Можно воспользоваться данными табл. 3 (см. приложение). Глубина погружения центра давления, согласно формуле (2.11), совпадает с положением центра тяжести эпюры в виде трапеции (см. рис. 3.4, в). Находим координату центра тяжести эпюры:

$$y_{\text{ц.т.эл.}} = \frac{D(2p_{A'} + p_{B'})}{3(p_{A'} + p_{B'})} = 0,24 \text{ м}.$$

Центр тяжести трапеции можно определить геометрическим построением (см. задачу 2.3.4).

На рис. 3.4, в покажем $y_{\text{д.т.эл.}}$, получим $y_D = h + D - y_{\text{ц.т.эл.}} = 0,56 \text{ м}$. Расчёты горизонтальной составляющей R_x и глубины погружения центра давления y_D аналитическим и графо-аналитическим методами совпали.

3. Определяем вертикальную составляющую R_y силы давления воды на цилиндрическую поверхность по формуле (3.5):

$$R_y = \rho g V_{\text{т.д.}}$$

Криволинейная поверхность имеет две части - AC и CB .

Строим тело давления для части AC . Из контура криволинейной части AC проводим вертикальные линии до *свободной поверхности* жидкости, получим *реальное* (положительное) тело давления в виде криволинейной призмы с основанием $AKMC$, построенное на смоченной поверхности AC и заполненное водой. В эпюре тела давления стрелки направляем *вниз*.

Для части криволинейной поверхности *СВ* снова проводим вертикальные линии до *свободной поверхности*, получим *отрицательное* тело давления в виде криволинейной призмы с основанием *ВСМК*, так как оно построено на несмоченной поверхности и не заполнено жидкостью. Стрелки в эпюре тела давления покажем пунктиром и направим *вверх*.

Анализ построения двух тел давления показывает, что в объёме *АКМС* два тела давления взаимно уничтожаются (сокращаются, компенсируются).

Результирующее тело давления *отрицательное* в виде полуцилиндра объёмом:

$$V_{\text{т.д.}} = \frac{\pi D^2}{8} L.$$

Вертикальная составляющая R_y :

$$R_y = \rho g \frac{\pi D^2}{8} L; \quad R_y = 10^3 \cdot 9,8 \frac{3,14 \cdot 0,6^2}{8} \cdot 2,0 = 2,77 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2,77 \text{ кН.}$$

Показываем линию действия и точку приложения R_y . Вертикальная составляющая приложена в *центре тяжести* тела давления и направлена *вверх*. Центр тяжести полуцилиндра (см. приложение, табл. 3) находится на расстоянии $x_c = 4r/3\pi = 0,13$ м от оси цилиндра.

Показываем на чертеже (см. рис. 3.4, б) расстояние x_c , центр тяжести полуцилиндра и направление силы R_y .

4. Определяем величину равнодействующей давления воды на цилиндрический затвор:

$$R = \sqrt{5,88^2 + 2,77^2} = 6,5 \text{ кН.}$$

Чтобы найти линию действия, направление и точку приложения равнодействующей R , по линии действия продолжим R_x и R_y до взаимного пересечения, получим точку N . Геометрическое сложение сил проведём вне чертежа. Вынесем точку N и покажем сложение сил в масштабе.

Параллельно по линии действия силу R перенесём в точку N на основном чертеже и продолжим её до пересечения с криволинейной поверхностью. Равнодействующая R должна пройти через точку пересечения составляющих и центр криволинейной поверхности.

Точка пересечения равнодействующей с цилиндрической поверхностью является *центром давления*.

Угол α наклона равнодействующей R найдём через $\text{tg } \alpha$:

$$\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{2,77}{5,88} = 0,47; \quad \alpha = 25^\circ.$$

Ответ: равнодействующая давления воды $R = 6,5$ кН направлена радиально под углом $\alpha = 25^\circ$.

В практике решения задач могут быть случаи определения силы давления на криволинейную поверхность, когда жидкость действует с двух сторон. Такое решение рассмотрим на примере задачи 3.2.2.

Задача 3.2.2. Определить силу давления нефти на цилиндрическую поверхность AB , а также угол наклона силы к горизонту, если слева уровень нефти $H_1 = D = 1,2$ м, справа $H_2 = D/2 = 0,6$ м. Длина цилиндрической поверхности $L = 4,0$ м. Принять плотность нефти $\rho_n = 900$ кг/м³ (рис. 3.5).

Решение. На рис. 3.5,а представлен общий вид цилиндрической поверхности длиной L , воспринимающей давление нефти с двух сторон.

В случае действия жидкости с двух сторон целесообразно определить составляющую R_x , как геометрическую сумму горизонтальных сил слева R_{x_1} и справа R_{x_2} , и вертикальную составляющую R_y через объём результирующего тела давления, затем геометрически сложить R_x и R_y и получить результирующую силу давления R и её положение.

Рассчитать силу давления жидкости на криволинейную поверхность сначала слева, затем справа, геометрически сложить эти составляющие для определения равнодействующей и её положения более трудоёмко, как аналитически, так и геометрически.

1. Покажем два направления - x и y (см. рис. 3.5,б), по которым определим составляющие силы давления с последующим их геометрическим сложением:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

2. Определим величину и положение горизонтальной составляющей R_x .

Расчёт проведём *графо-аналитическим* методом:

а) Определим силу давления нефти слева R_{x_1} .

Криволинейную поверхность AB спроектируем внутрь жидкости на вертикальную плоскость и получим вертикальную проекцию $A'B'$ в виде прямоугольника высотой H_1 и длиной (шириной) L (см. рис. 3.5,б).

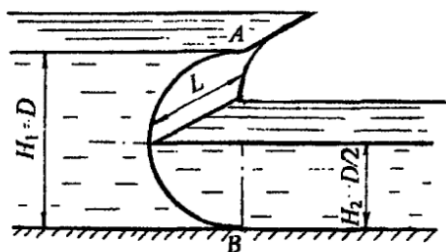
Давление нефти в точках A' и B' :

$$p_{A'} = 0; \quad p_{B'} = \rho_n g H_1. \quad p_{B'} = 900 \cdot 9,8 \cdot 1,2 = 10,6 \cdot 10^3 \text{ Па} = 10,6 \text{ кПа}.$$

Строим эпюру давления. Откладываем по нормали к вертикальной проекции величину давления в характерных точках в удобном масштабе, соединяем полученные точки наклонной прямой. Эпюра давления представляет треугольную призму с основанием в виде треугольника и

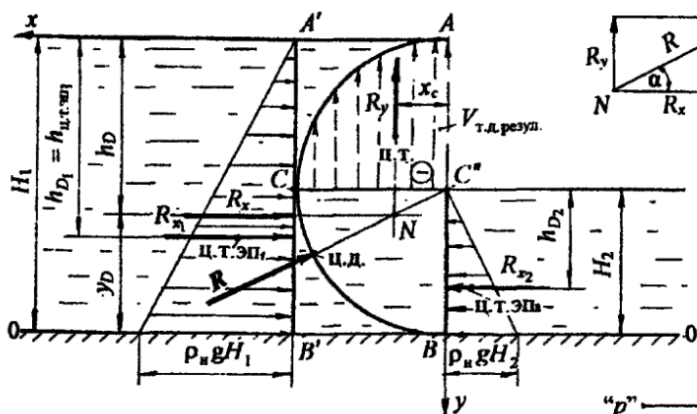
высотой, равной L . Заптриховываем эпору, стрелками показываем направление давления нефти слева направо (см. рис. 3.5,б)

а



б

"R" ————— 1 : 10 кН



"p" ————— 1 : 5,3 кПа

в

т.д. взаимн. уничтож

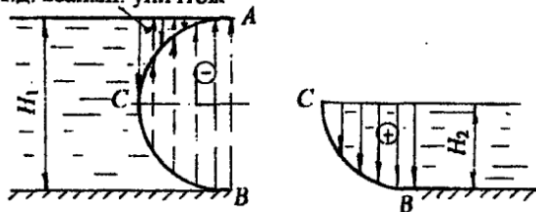


Рис. 3.5

Силу R_{x_1} рассчитаем по формуле (2.11):

$$R_{x_1} = S_{\text{эн}_1} L = \frac{\rho_n g H_1^2}{2} L; \quad R_{x_1} = \frac{900 \cdot 9,8 \cdot 1,2^2}{2} \cdot 4,0 = 25,4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 25,4 \text{ кН.}$$

Покажем линию действия силы R_{x_1} . Сила проходит через центр тяжести эпюры, т. е. через центр тяжести треугольника (см. формулу (2.11)). Глубина погружения центра давления для силы R_{x_1} :

$$h_{D_1} = h_{\text{ц.т.эн}_1} = \frac{2}{3} H_1.$$

На чертеже (см. рис. 3.5,б) покажем h_{D_1} и линию действия силы R_{x_1} .

Сила направлена по нормали к вертикальной проекции $A'B'$ слева направо (из жидкости на вертикальную проекцию).

б) Определим силу давления нефти справа R_{x_2} .

Криволинейную поверхность CB спроектируем внутрь жидкости на вертикальную плоскость, получим вертикальную проекцию $C'B$ в виде прямоугольника высотой H_2 и длиной L .

Рассчитаем силу R_{x_2} . Давление в характерных точках:

$$p_{C'} = 0; \quad p_B = \rho_n g H_2. \quad p_B = 900 \cdot 9,8 \cdot 0,6 = 5,3 \cdot 10^3 \text{ Па} = 5,3 \text{ кПа.}$$

По аналогии строим эпюру давления нефти справа. Эпюра давления в вертикальной плоскости также представляет равномерную нагрузку в виде треугольника. Стрелками покажем направление действия нефти на вертикальную проекцию справа налево. Рассчитаем силу R_{x_2} :

$$R_{x_2} = S_{\text{эн}_2} L = \frac{\rho_n g H_2^2}{2} L; \quad R_{x_2} = \frac{900 \cdot 9,8 \cdot 0,6^2}{2} \cdot 4,0 = 6,35 \cdot 10^3 \text{ Н} = 6,35 \text{ кН.}$$

Покажем линию действия силы R_{x_2} . Сила проходит через центр тяжести второй эпюры на глубине $h_{D_2} = h_{\text{ц.т.эн}_2} = 2/3 H_2$ и направлена по нормали к вертикальной проекции $C'B$ справа налево (см. рис. 3.5, б).

в) Определим горизонтальную составляющую R_x путём геометрического сложения составляющих R_{x_1} и R_{x_2} :

$$\vec{R}_x = \vec{R}_{x_1} + \vec{R}_{x_2};$$

$$R_x = R_{x_1} - R_{x_2}; \quad R_x = 19,05 \text{ кН.}$$

Положение силы R_x определим, пользуясь теоремой Вариньона: момент от равнодействующей R_x равен сумме моментов составляющих сил R_{x_1} и R_{x_2} относительно той же оси, например 0-0, совмещённой с дном. Обозначим через y_D расстояние от оси 0-0, на котором приложена сила R_x :

$$R_x y_D = R_{x_1} \cdot 1/3 H_1 - R_{x_2} \cdot 1/3 H_2; \quad \text{отсюда} \quad y_D = 0,47 \text{ м.}$$

На расстоянии y_D от дна покажем линию действия и точку приложения горизонтальной силы R_x (см. рис. 3.5,6). Глубина погружения центра давления для горизонтальной составляющей $h_D = H_1 - y_D = 1,2 - 0,47 = 0,73$ м. Сила R_x направлена по нормали слева направо на вертикальную проекцию $A'B'$ криволинейной поверхности.

3. Определим *величину, направление и точку приложения* вертикальной составляющей R_y . Согласно формуле (3.5):

$$R_y = \rho g V_{\text{т.д.}}$$

Найдём положение результирующего тела давления. На рис. 3.5,в представлено построение тела давления для левой и правой части криволинейной поверхности согласно принятой методике (см. глава 3; 3.1).

Для левой части получаем *отрицательное* тело давления объёмом в виде полуцилиндра:

$$V_{\text{т.д.1}} = \frac{\pi H_1^2}{8} L.$$

Для правой части тело давления *положительное* объёмом в виде четверти цилиндра:

$$V_{\text{т.д.2}} = \frac{\pi H_2^2}{4} L.$$

При геометрическом сложении объёмов двух тел давления положительного и отрицательного, т. е. при наложении объёмов тела давления, получим *результатирующее тело давления отрицательное* в виде четверти цилиндра (см. рис. 3.5,б). Вертикальная составляющая R_y :

$$R_y = \rho_n g V_{\text{т.д. резул.}} = \rho_n g \frac{\pi H_1^2}{16} L; \quad R_y = 9,97 \text{ кН.}$$

Из центра тяжести результирующего тела давления, т. е. из центра тяжести четверти цилиндра, вертикальная составляющая R_y *направлена*

сверх. Центр тяжести четверти цилиндра так же, как центр тяжести полуцилиндра, находится на расстоянии $x_c = 4r/3\pi$ (см. приложение, табл. 3):

$$x_c = \frac{4H_2}{3\pi}; \quad x_c = \frac{4 \cdot 0,6}{3 \cdot 3,14} = 0,25 \text{ м.}$$

На рис. 3.5,6 покажем x_c и положение вертикальной составляющей R_y .

4. Находим величину равнодействующей R :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}; \quad R = \sqrt{19,05^2 + 9,97^2} = 21,5 \text{ кН.}$$

Чтобы найти положение и точку приложения равнодействующей сил давления нефти R , продолжим составляющие R_x и R_y до взаимного пересечения, получим точку N (см. рис. 3.5,6). Вынесем точку N вне чертежа и проведём геометрическое сложение сил.

По линии действия равнодействующую R параллельно перенесём в точку пересечения составляющих на основном чертеже и найдём точку пересечения силы R с криволинейной поверхностью. Эта точка является центром давления для результирующей сил давления нефти.

Равнодействующая R должна быть направлена радиально к криволинейной поверхности. Проверим, действительно ли сила R проходит через центр цилиндрической поверхности, построение верно.

Угол α наклона равнодействующей найдём через $\text{tg } \alpha$:

$$\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{9,97}{19,05} = 0,523; \quad \alpha = 27^\circ 40'.$$

Ответ: сила давления нефти на цилиндрическую поверхность $R = 21,5$ кН, сила действует радиально под углом $\alpha = 27^\circ 40'$.

В задачах 3.2.1 и 3.2.2 представлены аналитический и графо-аналитический методы определения горизонтальной составляющей силы давления жидкости на криволинейную поверхность, расчёт вертикальной составляющей через объём результирующего тела давления. В этих задачах объём тела давления представлен простыми геометрическими фигурами, положение центра тяжести которых определяется по таблице.

Наряду с простыми геометрическими фигурами тела давления при решении задач могут быть случаи, когда тело давления представляет криволинейную призму с основанием, состоящим из нескольких геометрических фигур.

На примере решения задачи 3.2.3 рассмотрим определение положения центра тяжести тела давления, как сложной геометрической фигуры.

Задача 3.2.3. Определить силу давления воды на четверть цилиндрической поверхности AB открытого резервуара, угол наклона силы к горизонту и глубину погружения центра давления, если глубина заполнения резервуара $H = 1,6$ м, радиус цилиндрической поверхности $r = 0,8$ м, длина резервуара $L = 5,0$ м (рис. 3.6).

Решение. На рис. 3.6,а дан общий вид резервуара с цилиндрической поверхностью в изометрии. На рис. 3.6,б представлено среднее сечение резервуара нормальной плоскостью в соответствующем *масштабе*.

Согласно принятой *методике*, проводим следующие расчёты.

1. Выбираем направления x и y , по которым определяем составляющие силы давления с последующим их геометрическим сложением:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

Начало координат выбираем на свободной поверхности. Ось x направляем вправо по направлению действия жидкости, ось y - вертикально вниз.

2. Определяем горизонтальную составляющую R_x по формуле (3.3):

$$R_x = \rho g y_C A_y.$$

Спроектируем цилиндрическую поверхность AB на вертикальную плоскость. Получаем в проекции прямоугольник высотой $AB' = r$ и шириной, равной длине резервуара L . Площадь вертикальной проекции четверти цилиндра $A_y = rL$.

Находим координату (глубину погружения) центра тяжести вертикальной проекции y_C , которая отсчитывается от *свободной поверхности* жидкости:

$$y_C = H - \frac{r}{2}.$$

Показываем y_C на чертеже (см. рис. 3.6,б).

Рассчитываем горизонтальную составляющую R_x :

$$R_x = \rho g \left(H - \frac{r}{2} \right) rL;$$

$$R_x = 10^3 \cdot 9,8 \cdot 1,2 \cdot 0,8 \cdot 5,0 = 47,0 \cdot 10^3 \text{ Н} = 47,0 \text{ кН}.$$

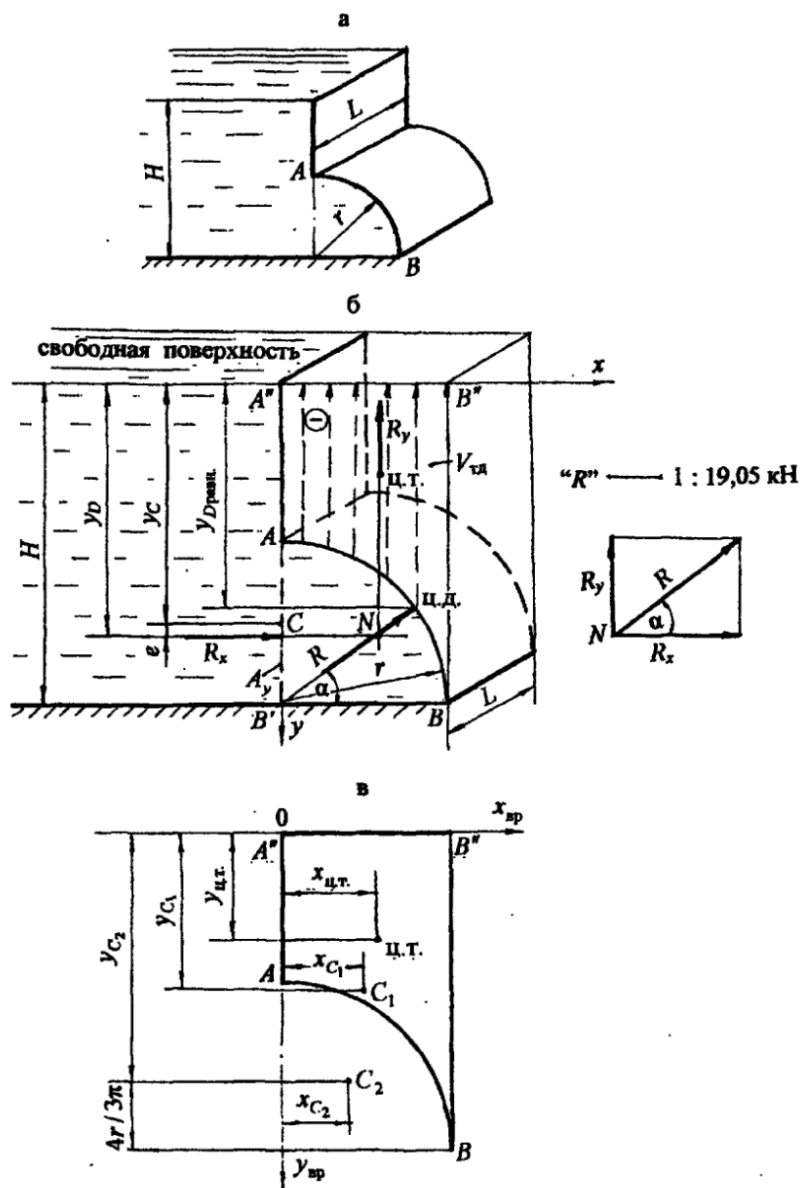


Рис. 3.6

Показываем направление и точку приложения силы R_x . Сила приложена в *центре давления* по нормали к вертикальной проекции AB' на глубине y_D . По формуле (3.4)

$$y_D = y_C + \frac{I_C}{y_C A_y},$$

где I_C – центральный момент инерции вертикальной проекции криволинейной поверхности относительно горизонтальной оси, т. е. момент инерции прямоугольника, согласно табл. 3 (см. приложение):

$$I_C = \frac{Lr^3}{12}.$$

Подставим значения всех параметров:

$$y_D = y_C + \frac{Lr^3}{12 y_C r L} = y_C + \frac{r^2}{12 y_C};$$

$$y_D = 1,2 + \frac{0,64}{12 \cdot 1,2} = 1,2 + 0,044 = 1,244 \text{ м.}$$

Эксцентриситет e , т. е. понижение центра давления относительно центра тяжести вертикальной проекции:

$$e = \frac{r^2}{12 y_C}; \quad e = 0,044 \text{ м} = 44 \text{ мм.}$$

На чертеже (см. рис. 3.6,б) показываем координату центра давления y_D , эксцентриситет e , направление и точку приложения силы R_x .

3. Определяем вертикальную составляющую R_y по формуле (3.5):

$$R_y = \rho g V_{т.д.}$$

Вертикальная составляющая равна силе тяжести жидкости в объёме тела давления. Чтобы найти объём тела давления, построим эпюру тела давления. Из контура цилиндрической поверхности проведём вертикальные линии до *продолжения свободной поверхности*. Тело давления ограничено самой криволинейной поверхностью AB , вертикальными проектирующими плоскостями и горизонтальной проекцией криволинейной поверхности AB на продолжение горизонта свободной поверхности.

Очерченное тело давления построено на несмоченной части криволинейной поверхности AB , не заполнено жидкостью, поэтому оно считается *отрицательным*. Стрелки в эпюре тела давления направлены вверх (сила R_y будет также направлена вверх). Тело давления представляет *криволинейную призму* с основанием $AA''B''B$ и высотой, равной L .

Площадь основания тела давления можно рассматривать как разность площадей двух фигур: прямоугольника $S_1 = S_{\text{прям.}B'A''B''B}$ и четверти круга $S_2 = S_{1/4\text{кр}}$. Тогда объём тела давления:

$$V_{\text{т.д.}} = (S_{\text{прям.}B'A''B''B} - S_{1/4\text{кр}})L = (rH - \frac{\pi r^2}{4})L.$$

Вертикальная составляющая R_y

$$R_y = \rho g (rH - \frac{\pi r^2}{4})L;$$

$$R_y = 10^3 \cdot 9,8 (0,8 \cdot 1,6 - \frac{3,14 \cdot 0,8^2}{4}) \cdot 5,0 = 38,1 \cdot 10^3 \text{ Н} = 38,1 \text{ кН}.$$

Переходим к определению направления и точки приложения вертикальной составляющей R_y . Сила R_y из *центра тяжести тела давления* будет направлена *вверх*, так как тело давления *отрицательное*.

Нужно найти положение *центра тяжести* тела давления, т. е. центра тяжести основания тела давления.

Положение центра тяжести составной фигуры определим, пользуясь понятием статического момента площади. Согласно формулам, изучаемым в курсе сопротивления материалов, в данной задаче координаты центра тяжести сложной фигуры рассчитаем по формулам:

$$x_{\text{ц.т.}} = \frac{S_1 x_{C_1} - S_2 x_{C_2}}{S_1 - S_2}; \quad y_{\text{ц.т.}} = \frac{S_1 y_{C_1} - S_2 y_{C_2}}{S_1 - S_2},$$

где S_1 – площадь прямоугольника $B'A''B''B$;

S_2 – площадь четверти круга;

x_1 и x_2 ; y_1 и y_2 – координаты центров тяжести прямоугольника и четверти круга относительно временных осей $x_{\text{вр.}}$; $y_{\text{вр.}}$.

На рис. 3.6,в представлено основание тела давления $AA''B''B$. Временные оси $x_{\text{вр.}}$ и $y_{\text{вр.}}$ для удобства расчётов совпадают с направлением осей x и y на основном чертеже (см. рис. 3.6,б).

Для расчёта координат центра тяжести $x_{\text{ц.т.}}$ и $y_{\text{ц.т.}}$ фигуры $AA''B''B$ имеем:

$$S_1 = rH = 1,28 \text{ м}^2; \quad x_{C_1} = \frac{r}{2} = 0,4 \text{ м}; \quad y_{C_1} = \frac{H}{2} = 0,8 \text{ м};$$

$$S_2 = \frac{\pi r^2}{4} = 0,50 \text{ м}^2; \quad x_{C_2} = \frac{4r}{3\pi} = 0,34 \text{ м}; \quad y_{C_2} = H - \frac{4r}{3\pi} = 1,26 \text{ м};$$

$$x_{\text{ц.т.}} = \frac{1,28 \cdot 0,4 - 0,50 \cdot 0,34}{1,28 - 0,50} = \frac{0,342}{0,78} = 0,44 \text{ м};$$

$$y_{\text{ц.т.}} = \frac{1,28 \cdot 0,8 - 0,50 \cdot 1,26}{1,28 - 0,50} = 0,51 \text{ м}.$$

Откладываем значения координат центра тяжести тела давления $x_{\text{ц.т.}}$ и $y_{\text{ц.т.}}$ на рис. 3.6,в, показываем положение центра тяжести тела давления. В соответствующем масштабе переносим положение центра тяжести тела давления на основной чертёж и показываем линию действия и точку приложения вертикальной составляющей R_y . Как было указано выше, эта сила приложена в центре тяжести тела давления и направлена вертикально вверх.

4. Определяем величину равнодействующей сил давления воды R на цилиндрическую поверхность AB по формуле (3.2):

$$R = \sqrt{47,0^2 + 38,1^2} = 60,5 \text{ кН}.$$

Находим положение силы R . Геометрически сложим составляющие силы R_x и R_y : продолжим силы по линии действия до взаимного пересечения, получим точку N , через которую пройдёт равнодействующая R .

Для удобства построения точку N вынесем за пределы чертежа и покажем сложение сил. Чтобы найти положение центра давления для равнодействующей R , силу R по линии действия параллельно перенесём в точку N на основной чертеж (см. рис. 3.6,б) и продолжим её до пересечения с криволинейной поверхностью AB . Итак, центр давления – это точка пересечения линии действия силы R с цилиндрической поверхностью AB .

Равнодействующая R должна быть направлена радиально и проходить через точку N пересечения составляющих R_x и R_y , так как сила давления всегда действует по нормали или радиально к поверхности. Проверим построение в масштабе. Построение верно.

Определим угол α наклона равнодействующей к горизонту через $\text{tg } \alpha$:

$$\text{tg } \alpha = \frac{R_y}{R_x} = 0,81; \quad \alpha = 39^\circ.$$

Глубину погружения центра давления для равнодействующей R рассчитаем по формуле:

$$y_{D_{\text{равн}}} = H - r \sin 39^\circ; \quad y_{D_{\text{равн}}} = 1,6 - 0,8 \cdot 0,63 = 1,1 \text{ м.}$$

Показываем глубину погружения центра давления для равнодействующей ($y_{D_{\text{равн}}}$) на основном чертеже (см. рис. 3.6,б).

Ответ: сила давления воды на цилиндрическую поверхность $R = 60,5 \text{ кН}$ радиально направлена под углом $\alpha = 39^\circ$, приложена на глубине $y_{D_{\text{равн}}} = 1,1 \text{ м.}$

При решении задач по определению силы давления жидкости на криволинейную поверхность могут быть случаи расчёта объёма тела давления в виде криволинейной призмы, основанием которой является криволинейный треугольник, сегмент, полусегмент и им подобные. На рис. 3.7 представлены некоторые геометрические фигуры и показано положение их центров тяжести.

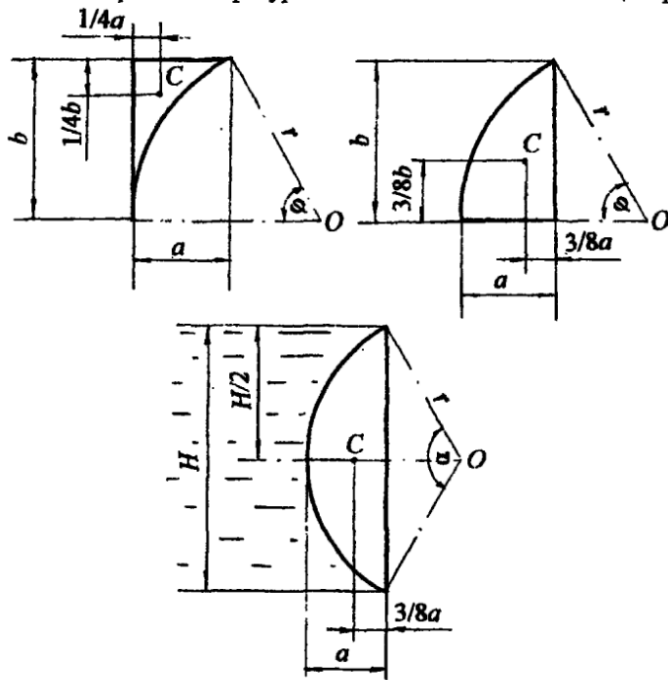


Рис. 3.7

Рассмотрим ещё один типовой случай определения силы давления жидкости на криволинейную поверхность в виде полусферы на примере решения задачи 3.2.4.

Задача 3.2.4. Определить силу давления бензина на полусферическую крышку закрытого резервуара. На поверхности бензина действует избыточное давление паров бензина $p_{\text{мвн}} = 0,03$ ат. Крышка перекрывает круглое донное отверстие радиусом $r = 0,3$ м. Глубина заполнения резервуара $H = 0,9$ м. Принять плотность бензина $\rho_{\text{бенз}} = 750 \text{ кг/м}^3$ (рис. 3.8).

Решение. На рис. 3.8,а представлен общий вид резервуара с бензином в вертикальном разрезе.

Прежде чем приступать к решению задачи, следует определиться с методикой учёта избыточного давления на поверхности при расчёте силы давления на полусферическую поверхность. Здесь могут быть выбраны два варианта.

Во-первых, рассчитывать отдельно составляющую силу от внешнего, манометрического давления, а затем суммировать её с силой давления жидкости и находить равнодействующую сил давления.

Во-вторых, манометрическое давление на поверхности жидкости можно перевести в давление столба бензина, условно заменив манометр пьезометром, найти пьезометрическую высоту и положение *условной свободной поверхности*.

Такая методика расчёта рассмотрена в главе 2, в задачах 2.3.6; 2.3.7; 2.3.8. Эта методика расчёта позволит сразу определить равнодействующую сил давления жидкости и манометрического давления.

Выберем второй вариант решения. Рассчитаем пьезометрический напор по показанию манометра, пользуясь формулой (1.5):

$$h_{p \text{ бенз}} = \frac{p_{\text{мвн}}}{\rho_{\text{бенз}} g}; \quad h_{p \text{ бенз}} = \frac{0,03 \cdot 98 \cdot 10^3}{750 \cdot 9,8} = 0,4 \text{ м.}$$

На уровне свободной поверхности в резервуаре (см. рис. 3.8,б) пунктиром покажем пьезометр, высота столба жидкости в котором соответствует $h_{p \text{ бенз}}$. По уровню жидкости в пьезометре покажем *условную свободную поверхность*, от которой будем отсчитывать координаты центров тяжести фигур и центра давления.

Дальнейший расчёт силы давления бензина на полусферическую поверхность проводим по принятой *методике*:

1. Выберем два направления - x и y (рис. 3.8,б), по которым определим составляющие силы давления с последующим их геометрическим сложением.

2. Определим *горизонтальную* составляющую R_x по формуле (3.3):

$$R_x = \rho_{\text{бенз.}} g y_C A_y.$$

Полусферическая поверхность AKB имеет две части: AK , на которую бензин действует слева, и KB с действием бензина справа.

Чтобы определить горизонтальную силу на левую часть полусферы, спроектируем часть AK *внутрь* жидкости на вертикальную плоскость. В проекции получим полукруг площадью $A'_y = \frac{\pi r^2}{2}$. Проекция показана пунктирными линиями.

Затем спроектируем правую часть полусферы *внутрь* жидкости и получим точно такую же проекцию в виде полукруга площадью $A''_y = \frac{\pi r^2}{2}$.

Находим координаты центров тяжести этих проекций:

$$y'_C = y''_C = y_C = H + h_{p \text{ бенз.}} - \frac{4r}{3\pi}.$$

Покажем координаты центров тяжести проекций на чертеже (см. рис. 3.8,б).

Получим формулы для горизонтальных сил слева и справа:

$$R'_x = \rho_{\text{бенз.}} g y'_C A'_y;$$

$$R''_x = \rho_{\text{бенз.}} g y''_C A''_y.$$

Силы R'_x и R''_x равны по величине, но противоположно направлены. Поскольку равны координаты центров тяжести проекций, то равны и координаты центров давления слева и справа:

$$y'_D = y''_D = y_D.$$

На глубине y_D покажем силы R'_x и R''_x противоположно направленными. Таким образом, при геометрическом сложении сил R'_x и R''_x получим:

$$\bar{R}_x = \bar{R}'_x + \bar{R}''_x; \quad R_x = 0.$$

Горизонтальная составляющая силы давления жидкости на полусферическую поверхность равна нулю.

3. Определим вертикальную составляющую силы давления на полусферическую поверхность R_y по формуле (3.5):

$$R_y = \rho_{\text{бенз}} g V_{\text{т.д.}}$$

Чтобы построить тело давления, из контура полусферы проведём вертикальные линии до *условной свободной поверхности*. Получим эпюру тела давления. Тело давления построено на смоченной части полусферы, заполнено жидкостью, значит, оно действительное, или положительное. Стрелками, направленными вниз, покажем действие бензина на полусферическую крышку (сила R_y также будет направлена вниз).

Горизонтальная проекция полусферы на условную свободную поверхность представляет круг.

Таким образом, объём тела давления – это объём цилиндра высотой $(H + h_{p \text{ бенз.}})$, за вычетом объёма полусферы:

$$V_{\text{т.д.}} = V_{\text{цил.}} - V_{\text{полусф.}}$$

$$V_{\text{т.д.}} = \pi r^2 (H + h_{p \text{ бенз.}}) - \frac{4\pi r^3}{3 \cdot 2} = \pi r^2 (H + h_{p \text{ бенз.}} - \frac{2}{3}r).$$

Вертикальная составляющая R_y :

$$R_y = \rho_{\text{бенз.}} g \pi r^2 (H + h_{p \text{ бенз.}} - \frac{2}{3}r);$$

$$R_y = 750 \cdot 9,8 \cdot 3,14 \cdot 0,09 \cdot 1,1 = 2284,8 \text{ Н} = 2,29 \text{ кН}.$$

Следует показать *линию действия и точку приложения* вертикальной силы R_y . Линия действия силы совпадает с геометрической осью полусферической поверхности и цилиндра. Необязательно находить точку приложения силы R_y , т. е. центр тяжести тела давления, в котором она приложена, так как силу по линии действия можно перемещать. Но по правилам методики расчёта определим положение центра тяжести тела давления. Нужно определить только координату центра тяжести тела давления - $y_{\text{ц.т.}}$ (см. задачу 3.2.3).

Временную ось $y_{\text{вр.}}$ совместим с осью y , тогда

$$y_{\text{ц.т.}} = \frac{S_2 y_{C_2} - S_1 y_{C_1}}{S_2 - S_1},$$

где $S_1 = \frac{\pi r^2}{2}$ - площадь полукруга (вертикальное сечение полусферы);

$S_2 = 2r(H + h_{p \text{ бенз.}})$ - площадь прямоугольника;

$y_{C_1} = (H + h_{p \text{ бенз.}} - \frac{4r}{3\pi})$ - координата центра тяжести C_1 полукруга;

$y_{C_2} = \frac{H + h_{p \text{ бенз.}}}{2}$ - координата центра тяжести C_2 прямоугольника.

Для расчётов: $S_1 = 0,14 \text{ м}^2$; $S_2 = 0,78 \text{ м}^2$; $y_{C_1} = 1,17 \text{ м}$; $y_{C_2} = 0,65 \text{ м}$.

Получим $y_{ц.т.} = 0,54 \text{ м}$. Покажем на чертеже $y_{ц.т.}$ и положение центра тяжести тела давления.

Из центра тяжести тела давления вертикальную силу R_y направим *вниз*. Поскольку горизонтальная сила равна нулю, на полусферическую поверхность действует только вертикальная сила.

Ответ: на полусферическую крышку резервуара по оси полусферы действует сила $R = R_y = 2,29 \text{ кН}$.

В задаче 3.2.4 представлен случай, когда на поверхности жидкости закрытого резервуара действует манометрическое давление. В практике расчётов силы давления на криволинейную поверхность может быть условие, когда на поверхности жидкости или на определённом уровне в закрытом резервуаре известно вакуумметрическое давление ($p_{\text{вак.}}$). В этом случае методика расчёта силы давления не меняется.

При определении горизонтальной составляющей можно воспользоваться принципом расчёта силы давления, изложенным в задаче 2.3.9.

При определении вертикальной силы следует помнить, что вертикальная составляющая от вакуумметрического давления отрицательная и направлена вверх.

По аналогии с манометрическим давлением можно найти вакуумметрический напор $h_{\text{вак}} = \frac{p_{\text{вак.}}}{\rho g}$, который учитывается со знаком *минус*,

поэтому объём тела давления будет отрицательным, значит, и *вертикальная составляющая силы от вакуумметрического давления отрицательная, направленная вверх*.

В представленных примерах решения задач рассмотрены различные случаи действия жидкости на криволинейные поверхности. Предлагается проверить свои знания и умение пользоваться методикой расчёта силы давления на криволинейные поверхности при решении задач для самостоятельной работы.

3.3. Задачи для самостоятельной работы по теме “Сила давления жидкости на криволинейные поверхности”

Задача 3.3.1

Определить величину и угол наклона силы давления бензина на полусферическую крышку закрытого резервуара (рис. 3.9), если радиус полусферы $r = 0,2$ м, показание пьезометра, выведенного на уровне нижней кромки крышки $H = 0,8$ м, плотность бензина $\rho_{\text{бенз}} = 800$ кг/м³.

Ответ: сила давления бензина $R = 605,2$ Н, угол наклона силы к горизонту $\alpha = 12^\circ$; глубина погружения центра давления $y_{D \text{ равн.}} = 0,643$ м.

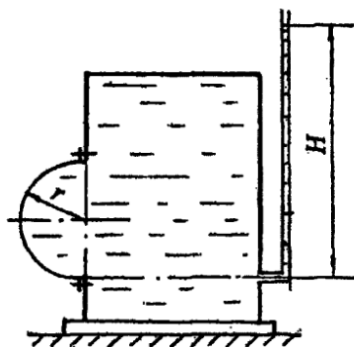


Рис. 3.9

Задача 3.3.2

Определить силу давления масла на цилиндрическую стенку резервуара AB (рис. 3.10), угол наклона силы и глубину погружения центра давления, если глубина заполнения резервуара $H = 0,8$ м; радиус цилиндрической части $r = 0,6$ м; секторный угол равен 90° ; длина образующей цилиндрической поверхности $L = 1,2$ м. Принять плотность масла $\rho_{\text{масл}} = 860$ кг/м³.

Ответ: сила давления масла $R = 3,64$ кН; угол наклона силы к горизонту $\alpha = 33^\circ$; глубина погружения центра давления $y_{D \text{ равн.}} = 0,47$ м.

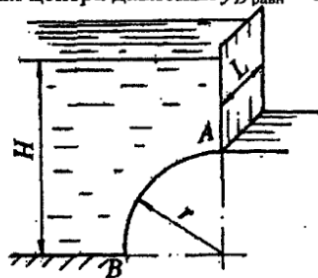


Рис. 3.10

Задача 3.3.3

Определить величину, угол наклона и глубину центра давления для равнодействующей давления воды на криволинейную стенку AB (рис. 3.11) длиной $L = 10$ м. Действующий напор $H = 4,0$ м. Криволинейная стенка представляет часть цилиндрической поверхности с секторным углом $\varphi = 60^\circ$.

Ответ: равнодействующая сила давления воды $R = 1013$ кН; угол наклона силы к горизонту $\alpha = 39^\circ$; глубина центра давления $y_{D \text{ равн.}} = 2,93$ м.

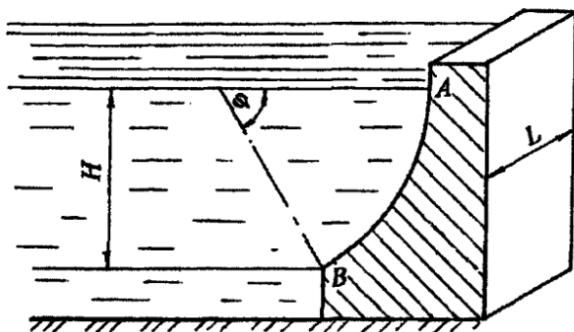


Рис. 3.11

Задача 3.3.4

Определить величину и угол наклона к горизонту равнодействующей давления воды на криволинейную стенку AB резервуара (рис. 3.12), если ширина резервуара $B = 3,0$ м, напоры воды соответственно $H_1 = 2,0$ м, $H_2 = 1,0$ м.

Ответ: равнодействующая давления воды $R = 155,6$ кН; угол наклона силы к горизонту $\alpha = 31^\circ$.

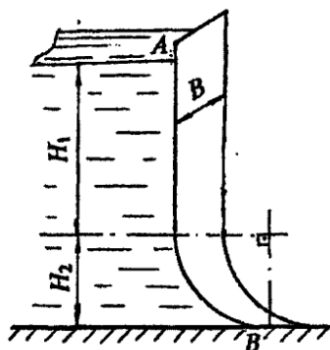


Рис. 3.12

Задача 3.3.5

Определить величину, угол наклона к горизонту и глубину центра давления для силы давления воды на секторный затвор AB (рис. 3.13), удерживающий напор $H = 1,5$ м, если ширина затвора $B = 2,0$ м, секторный угол затвора $\varphi = 60^\circ$.

Ответ: равнодействующая давления воды $R = 28,5$ кН; угол наклона силы к горизонту $\alpha = 39^\circ$; глубина центра давления $y_{D \text{ равн.}} = 1,1$ м.

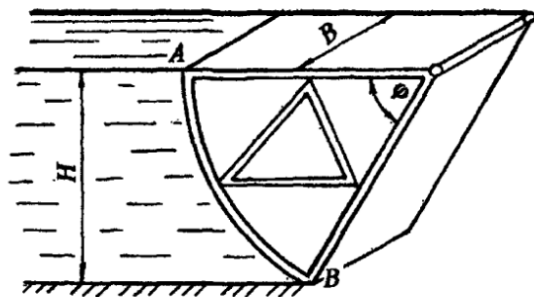


Рис. 3.13

Задача 3.3.6

Определить величину, угол наклона к горизонту и глубину центра давления для силы давления воды на криволинейную стенку AB (рис. 3.14) длиной $L = 3,0$ м, удерживающую напор $H = 1,5$ м. Криволинейная стенка представляет часть цилиндрической поверхности с секторным углом $\varphi = 60^\circ$.

Ответ: равнодействующая сила давления воды $R = 35,0$ кН; угол наклона силы к горизонту $\alpha = 18^\circ$; глубина центра давления $y_{D \text{ равн.}} = 0,95$ м.

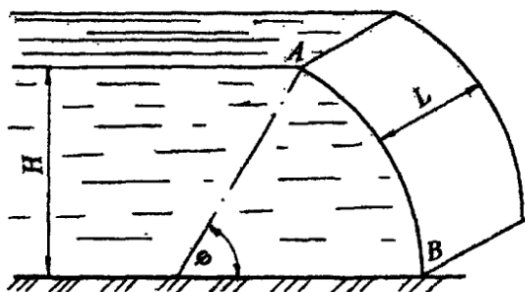


Рис. 3.14

Задача 3.3.7

Определить силу давления бензина на полусферическое дно цилиндрического резервуара (рис. 3.15) радиусом $r = 0,4$ м, если показание манометра, установленного на расстоянии $h = 0,8$ м от дна резервуара, $p_{\text{ман}} = 0,12$ ат. Принять плотность бензина $\rho_{\text{бенз.}} = 720$ кг/м³.

Ответ: сила давления бензина $R = 7,81$ кН.

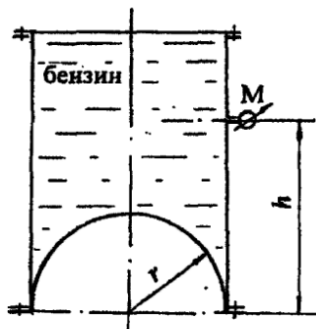


Рис. 3.15

Задача 3.3.8

Определить усилие F , которое нужно приложить к полусферической крышке резервуара с водой (рис. 3.16) для удержания её в закрытом положении, если радиус полусферы $r = 0,2$ м. Крышка поворачивается вокруг шарнира в точке A . Показание пьезометра, установленного на уровне шарнира, $h = 0,6$ м.

Ответ: усилие $F \geq 287$ Н.

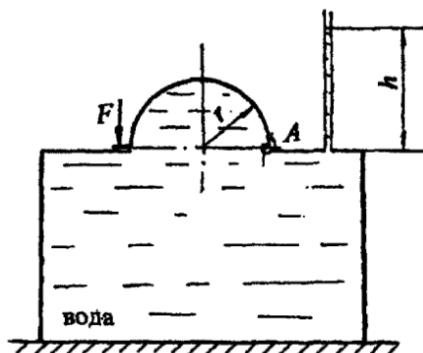


Рис. 3.16

Задача 3.3.9

Определить равнодействующую сил давления воды, угол наклона её к горизонту и глубину погружения центра давления для цилиндрической поверхности AB с секторным углом $\varphi = 120^\circ$. Длина поверхности $L = 3,0$ м. Действующий напор воды слева $H = 1,5$ м, справа $h = H/2 = 0,75$ м (рис. 3.17). При решении представить чертёж в виде вертикального сечения криволинейной поверхности.

Ответ: равнодействующая сил давления воды $R = 25,73$ кН действует под углом $\alpha = 15^\circ$ к горизонту, глубина погружения центра давления $y_{D \text{ равн.}} = 0,98$ м.

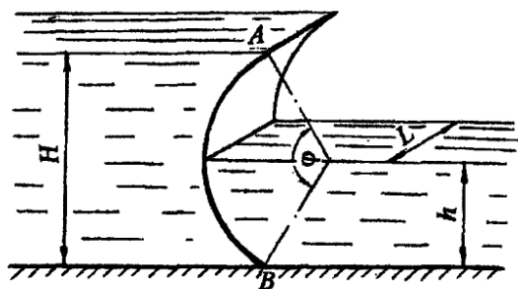


Рис. 3.17

Задача 3.3.10

Определить величину и угол наклона к горизонту равнодействующей сил давления воды на устройство в виде цилиндрического затвора (рис. 3.18), если диаметр цилиндра $D = 0,9$ м, действующий напор слева $H = 1,2$ м, справа $h = D/2$. Длина цилиндрического затвора $L = 4,0$ м.

Ответ: равнодействующая сил давления воды $R = 29,24$ кН действует под углом $\alpha = 39^\circ$ к горизонту.

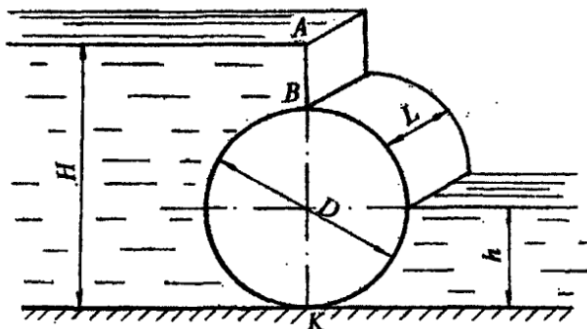


Рис. 3.18

Задача 3.3.11

В закрытом резервуаре, заполненном бензином, в боковой стенке сделано круглое отверстие, которое закрывается полусферической крышкой радиусом $r = 0,6$ м (рис. 3.19). Крышка укреплена с помощью шарнира в точке A . На расстоянии $h = 1,2$ м от шарнира на свободной поверхности бензина действует вакуумметрическое давление $p_{\text{вак}} = 0,05$ ат. Определить усилие F для удержания крышки в закрытом положении. Принять плотность бензина $\rho_{\text{бенз.}} = 710$ кг/м³.

Ответ: усилие для удержания крышки $F \geq 4,25$ кН.

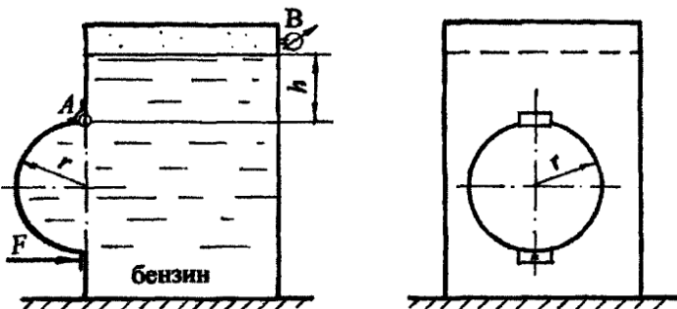


Рис. 3.19

Задача 3.3.12

Закрытый резервуар с полуцилиндрическим дном радиусом $r = 0,6$ м и длиной $L = 1,5$ м заполнен маслом плотностью $\rho_{\text{масл.}} = 900$ кг/м³ (рис. 3.20). Сила давления масла на дно резервуара $R = 15,4$ кН. Определить на какой высоте H от оси цилиндрической части установлен вакуумметр, показание которого $p_{\text{вак}} = 0,063$ ат.

Ответ: высота установки вакуумметра $H = 1,2$ м.

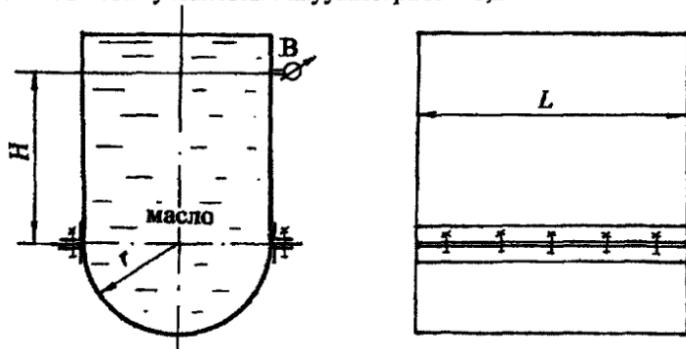


Рис. 3.20

Задача 3.3.13

Определить силу давления воды на верхнюю и нижнюю половины сферического резервуара радиусом $r = 0,3$ м, полностью заполненного водой, а также растягивающее усилие в болтах фланцевого соединения (6 болтов), если показание манометра, установленного под углом $\alpha = 45^\circ$ в нижней части резервуара $p_{\text{ман.}} = 0,1$ ат. (рис. 3.21).

Ответ: $R_{\text{уверх}} = 1,63$ кН; $R_{\text{унизи}} = 2,74$ кН; $R_{\text{болт}} = 0,73$ кН.

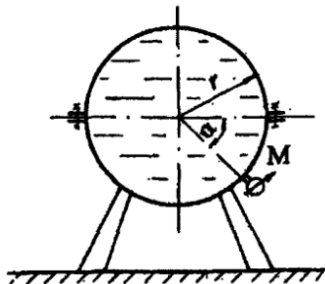


Рис. 3.21

Задача 3.3.14

Определить величину равнодействующей давления воды на полуцилиндрическую крышку AB закрытого резервуара и угол наклона силы к горизонту. Диаметр цилиндрической части $D = 600$ мм, длина образующей цилиндрической поверхности $L = 800$ мм, показание манометра, установленного на расстоянии $h = 100$ мм от дна резервуара, $p_{\text{ман.}} = 0,07$ ат (рис. 3.22). Рассчитать растягивающее и сдвигающее усилие, воспринимаемое болтами крышки.

Ответ: равнодействующая $R = 2,6$ кН, угол наклона силы к горизонту $\alpha = 25^\circ$; $R_{\text{раст.}} = 2,35$ кН; $R_{\text{срез.}} = 1,12$ кН.

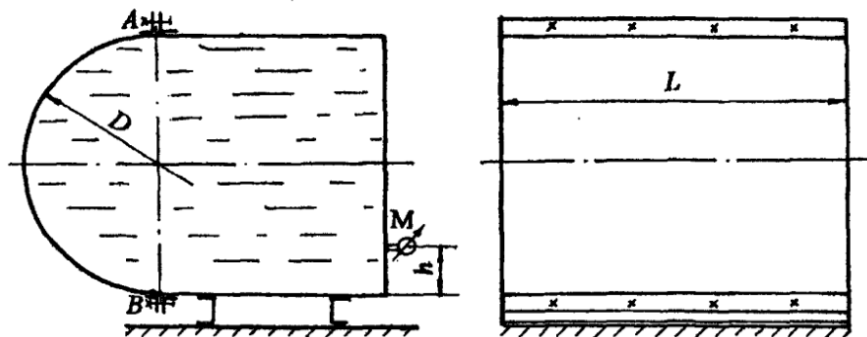


Рис. 3.22

ГИДРОДИНАМИКА

Гидродинамика – раздел гидромеханики, в котором изучаются законы движения жидкости, взаимодействие жидкости с твёрдыми поверхностями и движущимися твёрдыми телами.

Раздел гидродинамики является основой для решения теоретических и инженерных задач по расчёту трубопроводных систем, открытых русел, истечения жидкости через отверстия и насадки.

Глава 4

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

4.1. Основные понятия о параметрах движения жидкости

К гидродинамическим характеристикам потока относятся: *давление, скорость и ускорение*, т. е. изменение скорости во времени.

При установившемся движении жидкости распределение давления по сечению движущегося потока подчиняется гидростатическому закону, т. е. давление не является функцией времени.

Что касается скорости, то она изменяется во времени и в пространстве. Математически такую зависимость трудно записать, поэтому гидродинамические законы имеют достаточно общий характер с некоторыми допущениями.

Скорость в точке потока или скорость в сечении элементарной струйки (понятие струйки будет приведено ниже) обозначается буквой *u*. Средняя скорость потока обозначается -- *v*.

В зависимости от того, являются ли основные параметры движения функцией времени, различают два вида движения жидкости: *неустановившееся и установившееся*.

Неустановившееся – это движение жидкости, при котором скорость является функцией времени. В качестве примера неустановившегося движения можно привести истечение жидкости при переменном напоре (опорожнение резервуара).

Установившееся – это движение жидкости, при котором все параметры движения в одной и той же точке пространства не меняются во времени, т. е. приращения скорости во времени (ускорение) равно нулю.

В зависимости от характера изменения скорости по длине пространства, заполненного жидкостью, установившееся движение может быть:

а) *равномерным*, при котором скорость по длине струйки, потока остаётся постоянной (движение в трубах постоянного диаметра);

б) *неравномерным*, если скорость по длине потока резко изменяется по величине или (и) по направлению (внезапное сужение или расширение потока, резкий поворот и другие);

в) *плавно изменяющимся*, если изменение скорости происходит достаточно плавно (конические переходники сужающиеся и расширяющиеся). В этом случае с достаточной для практики точностью применимы законы равномерного движения.

В программу данного курса входит изучение законов *установившегося* движения и применение этих законов для решения инженерных задач.

4.2. Понятие идеальной жидкости и потока жидкости

В разделе “Общие сведения о жидкостях” рассмотрены физические свойства жидкостей. В разделе “Гидродинамика” при выводе законов движения необходимо учитывать плотность, удельный вес и все физические свойства жидкостей. Учесть влияние всех этих параметров на условия движения жидкости невозможно, поэтому для облегчения решения задач гидродинамики введено понятие *идеальной жидкости*.

Идеальная жидкость – это условно принятая жидкость, не сжимаемая при изменении давления и не расширяющаяся при изменении температуры, обладающая абсолютной подвижностью, т. е. вязкость жидкости равна нулю; не сопротивляющаяся деформации разрыва.

Таким образом, законы и уравнения гидродинамики выводятся для идеальной жидкости, затем в них вносятся дополнительные члены, коэффициенты, поправки с учетом физических свойств и условий движения реальной, вязкой жидкости.

В гидродинамике *поток жидкости* рассматривается как совокупность элементарных струек (рис. 4.1,а).

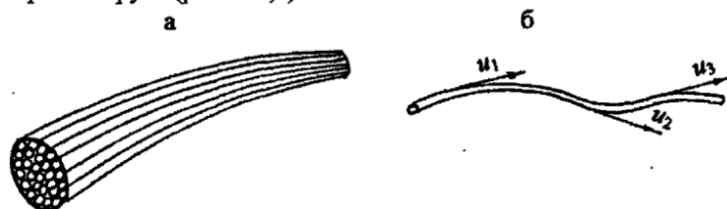


Рис. 4.1

Элементарная струйка – бесконечно малый замкнутый объём жидкости, поверхность которого образована линиями тока (рис. 4.1,а).

Линия тока – линия, в каждой точке которой в данное мгновение вектор скорости жидкости совпадает с касательной к этой линии. При

установившемся движении линия тока совпадает с траекторией движения материальной точки жидкости.

Для элементарной струйки приняты свойства, которые используются в теоретических выводах:

- а) форма струйки не изменяется с течением времени;
- б) поверхность струйки непроницаема со стороны окружающей жидкости, жидкость не входит в струйку и не выходит из неё;
- в) в силу малости нормального сечения струйки скорость в пределах сечения считается постоянной.

Различают два вида потоков.

Напорные потоки – это потоки жидкости, ограниченные со всех сторон твёрдыми стенками. Примерами служат движение воды, масла, нефти в трубопроводах, воздуха в вентиляционных системах и им подобные.

Безнапорные потоки – это потоки жидкости, ограниченные твёрдыми поверхностями не со всех сторон и имеющие по всей длине свободную поверхность. Примерами таких потоков являются движение жидкости в реках, каналах, лотках, желобах и других открытых руслах.

4.3. Гидравлические элементы потока

Живое сечение (ω) – сечение струйки или потока плоскостью, нормальной в каждой своей точке к проходящей через неё линии тока. Для равномерного и плавно изменяющегося движения живое сечение является плоским.

На рис. 4.2 представлено живое сечение для круглой трубы диаметром d , полностью заполненной жидкостью (рис. 4.2,а), и для открытого русла шириной b и глубиной наполнения h (рис. 4.2,б).

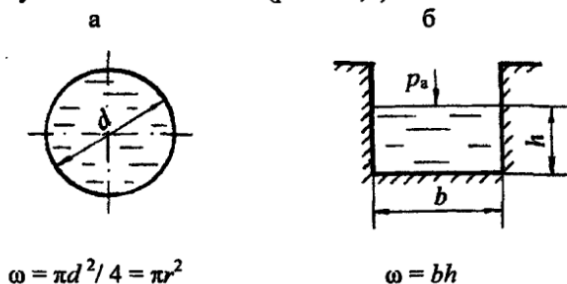


Рис. 4.2

Смоченный периметр (χ) – длина контура живого сечения по твёрдым стенкам русла. На рис. 4.2,а для круглой трубы $\chi = \pi d = 2\pi r$ (длина окружности круглой трубы); для открытого потока (см. рис. 4.2,б) $\chi = 2h + b$.

Гидравлический радиус (R) – отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$R = \frac{\omega}{\chi}. \quad (4.1)$$

Для напорного потока в круглой трубе (см. рис. 4.2,а) гидравлический радиус

$$R = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2}; \quad \text{откуда } d = 4R, \quad (4.2)$$

для открытого потока (см. рис. 4.2,б)

$$R = \frac{bh}{2h + b}.$$

Гидравлический радиус (R) является универсальной геометрической характеристикой потока, которая может быть использована в теоретических выводах для потоков любой формы с различной степенью заполнения жидкостью.

4.4. Расход жидкости. Средняя скорость потока. Уравнение неразрывности потока

Расходом называется количество жидкости, проходящее через живое сечение в единицу времени.

В зависимости от того, в чём выражают количество жидкости, различают:

- объёмный расход (Q);
- массовый расход (M);
- весовой расход (G).

Для вывода расчётной формулы объёмного расхода рассмотрим элементарную струйку в установившемся движении, выделим в ней живое сечение $d\omega$, которое за время dt переместится из положения 1 в положение 2, пройдя путь dl (рис. 4.3).

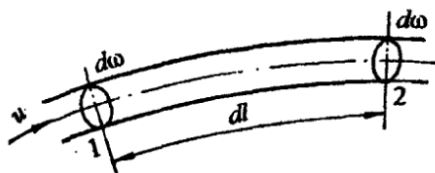


Рис. 4.3

Допустимо считать, что на расстоянии dl площадь живого сечения $d\omega$ остаётся постоянной и скорость u в живом сечении также постоянна согласно свойствам элементарной струйки.

При перемещении живого сечения из положения 1 в положение 2 за время dt жидкость заполнит отсек 1-2 объёмом $dV = d\omega dl$. Согласно определению объёмный расход для элементарной струйки

$$dQ = \frac{dV}{dt} = d\omega \frac{dl}{dt}$$

При установившемся движении $\frac{dl}{dt} = u$, где u – скорость струйки в живом сечении, таким образом, расход для элементарной струйки:

$$dQ = u d\omega.$$

Переходя к целому потоку жидкости, следует учесть, что скорости струек в пределах живого сечения потока изменяются по величине и по направлению. Чтобы найти расход жидкости для целого потока, следует просуммировать расходы струек по всему живому сечению, т.е. проинтегрировать зависимость dQ по площади живого сечения потока ω :

$$Q = \int_{\omega} u d\omega.$$

Для инженерных расчётов вводится понятие средней, условной скорости потока (v).

Средняя скорость – это такая одинаковая для всех струек скорость, при которой расход жидкости равен суммарному расходу элементарных струек с действительными скоростями, тогда

$$v = \frac{\int u d\omega}{\omega} = \frac{Q}{\omega},$$

отсюда

$$Q = v \omega. \quad (4.3)$$

Единица измерения объёмного расхода Q : $\text{м}^3/\text{с}$; $\text{л}/\text{с}$.

Массовый расход $M = \rho Q$, $\text{кг}/\text{с}$.

Весовой расход $G = \rho g Q$, $\text{Н}/\text{с}$.

Экспериментальное определение объёмного расхода (Q) проводится объёмным методом, а именно определяется время наполнения (t) определённого объёма жидкости (W) в мерной ёмкости, тогда

$$Q = \frac{W}{t}. \quad (4.4)$$

Объём протекающей жидкости (W) можно также определить по водомеру, счётчику воды или любому прибору для измерения скорости и расхода (примеры таких приборов будут рассмотрены ниже).

Важным уравнением в гидродинамике является *уравнение неразрывности потока* (приводится без вывода).

В случае, если плотность жидкости - величина постоянная ($\rho = \text{const}$), что имеет место при движении капельных жидкостей, уравнение неразрывности имеет вид:

$$Q_1 = Q_2 = Q = \text{const}$$

или для двух сечений

$$v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2.$$

Как следствие можно записать $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$; (4.5)

для круглой трубы:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

Для сплошного неразрывного потока расход жидкости постоянный, скорости в живых сечениях обратно пропорциональны площадям живых сечений.

4.5. Основное уравнение гидродинамики.

Уравнение Даниила Бернулли

Уравнение Бернулли является основным уравнением гидромеханики, с помощью которого решаются теоретические вопросы и инженерные задачи. Принципы действия многих приборов, в том числе для измерения скорости и расхода жидкости, основаны на уравнении Бернулли.

В уравнении Бернулли установлена связь между основными параметрами движения: давлением, скоростью в живом сечении струйки или потока и геометрическим положением живого сечения струйки или потока жидкости.

В данном разделе рассматривается уравнение Бернулли для *установившегося* движения жидкости, находящейся в поле действия сил тяжести, т. е. действует только ускорение свободного падения g .

Уравнение Бернулли выводится в три этапа:

- 1) для элементарной струйки идеальной жидкости (см. понятие идеальной жидкости и элементарной струйки в разделе 4.2);
- 2) для элементарной струйки реальной, вязкой жидкости;
- 3) для целого потока реальной жидкости.

Каждое из последующих уравнений выводится на основе предыдущего.

Вместе с тем каждое уравнение имеет своё назначение и круг решаемых задач.

Рассмотрим последовательно все уравнения Д. Бернулли.

4.5.1. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Идеальная жидкость – это условная жидкость, в которой отсутствует такое физическое свойство, как вязкость. Идеальная жидкость обладает абсолютной текучестью и движется без возникновения сопротивлений, поэтому энергия струйки остаётся постоянной по ходу движения. Уравнение имеет вид:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{const.} \quad (4.6)$$

Для двух и более сечений по направлению движения струйки уравнение принимает вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} = \dots = \text{const} \quad (4.7)$$

Рассмотрим смысл всех слагаемых, входящих в уравнение (4.7).

4.5.2. Интерпретация уравнения Бернулли

Все члены уравнения имеют линейную размерность, поэтому могут характеризоваться с геометрической точки зрения как высоты или напоры, а с энергетической точки зрения как удельная энергия.

Геометрический смысл уравнения Бернулли:

$z = h_{\text{геом}}$ – геометрическая высота, или геометрический напор, отсчитывается от произвольной горизонтальной плоскости сравнения;

$\frac{p}{\rho g} = h_p$ – пьезометрический напор, или пьезометрическая высота (см.

раздел 1.3). Пьезометрический напор соответствует показанию пьезометра в заданном сечении струйки;

$\frac{u^2}{2g} = h_{\text{ск}}$ – скоростной напор в живом сечении струйки.

Уравнение (4.6) с геометрической точки зрения может быть записано:

$$h_{\text{геом.}} + h_p + h_{\text{ср.}} = H_{\text{полн.}} = \text{const}, \quad (4.8)$$

где $H_{\text{полн.}}$ – *полный напор* в заданном сечении струйки.

Сумма геометрического и пьезометрического напоров называется *статическим напором*, обозначается $H_{\text{ст.}}$:

$$h_{\text{геом.}} + h_p = H_{\text{ст.}} \quad \text{или} \quad z + \frac{p}{\rho g} = H_{\text{ст.}} \quad (4.9)$$

Графическое представление уравнения Бернулли называется диаграммой уравнения.

Для построения диаграммы рассмотрим элементарную струйку идеальной жидкости в установившемся плавно изменяющемся движении, выделим в ней два живых сечения 1-1 и 2-2 с площадями $d\omega_1$ и $d\omega_2$, со скоростями u_1 и u_2 и давлениями в этих сечениях p_1 и p_2 .

Представим графически уравнение (4.7).

Выбираем произвольно ориентированную *горизонтальную плоскость сравнения* 0-0 (рис. 4.4). Отсчёты геометрических высот сечений z_1 и z_2 от плоскости сравнения по вертикали вверх считаются положительными.

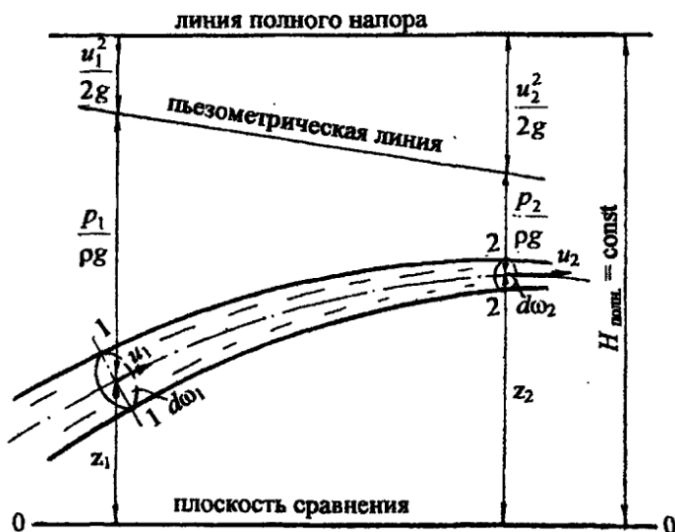


Рис. 4.4

Показываем z_1 и z_2 для выделенных сечений. В каждом сечении по вертикали прибавляем пьезометрические напоры $\frac{p_1}{\rho g}$ и $\frac{p_2}{\rho g}$, затем скоростные напоры $\frac{u_1^2}{2g}$ и $\frac{u_2^2}{2g}$.

При построении диаграммы следует учесть, что для изображённой струйки площадь второго живого сечения $d\omega_2$ меньше площади первого живого сечения $d\omega_1$, значит, согласно уравнению неразрывности (см. формулу 4.5), скорость и скоростной напор во втором сечении больше, чем в первом: $\frac{u_2^2}{2g} > \frac{u_1^2}{2g}$.

Сумма трёх напоров для элементарной струйки идеальной жидкости величина постоянная, равная полному напору H . Показываем на диаграмме $H_{\text{полн.}} = \text{const}$.

Линия, соответствующая полному напору, называется линией полного напора. Для идеальной жидкости линии полного напора располагаются на одной горизонтальной плоскости.

Линия, соответствующая пьезометрическим напорам, называется пьезометрической линией.

Очертание пьезометрической линии соответствует форме элементарной струйки. Для струйки цилиндрической или плавно изменяющейся формы пьезометрическая линия является наклонной прямой. Анализ диаграммы показывает, что при сужении струйки скоростной напор возрастает, а статический напор падает.

Энергетический смысл уравнения Бернулли

Все слагаемые уравнения представляют *удельную энергию*, т. е. отнесённую к единице веса:

$z = e_{\text{полож.}}$ – удельная потенциальная энергия положения;

$\frac{p}{\rho g} = e_{\text{дав.}}$ – удельная потенциальная энергия давления;

$\frac{u^2}{2g} = e_{\text{кин.}}$ – удельная кинетическая энергия.

С энергетической точки зрения уравнение имеет вид:

$$e_{\text{полож.}} + e_{\text{дав.}} + e_{\text{кин.}} = E = \text{const}, \quad (4.10)$$

где E – полная удельная энергия струйки.

Для идеальной жидкости полная удельная энергия струйки остаётся постоянной для всех сечений по длине движущейся струйки. Таким образом, уравнение Бернулли согласуется с *законом сохранения энергии*.

Закон сохранения энергии можно проследить на диаграмме (см. рис.4.4): во втором сечении удельная кинетическая энергия $(\frac{u_2^2}{2g})$ увеличивается, значит, удельная потенциальная энергия $(z_2 + \frac{p_2}{\rho g})$ уменьшается.

4.5.3. Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной, вязкой жидкости

Реальная жидкость считается несжимаемой, обладающей важным физическим свойством - вязкостью (см. раздел "Общие сведения о жидкостях"). Вязкость противодействует относительному перемещению слоёв жидкости, в связи с чем возникают силы трения. На преодоление сил трения затрачивается энергия (напор) движущейся жидкости. Это значит, что полный напор (H) или полная удельная энергия (E) струйки не остаются постоянными по длине движущейся струйки, часть напора (энергии) затрачивается на преодоление сил трения.

В уравнение Бернулли вводится дополнительный член h'_w , называемый потерями напора. Таким образом, если H_1 – полный напор в первом сечении струйки, то ко второму сечению останется полный напор H_2 , а часть напора h'_{w1-2} израсходуется на преодоление гидравлических сопротивлений между первым и вторым сечениями:

$$H_1 = H_2 + h'_{w1-2}. \quad (4.11)$$

Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной, вязкой жидкости принимает вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w1-2}. \quad (4.12)$$

Геометрический и энергетический смысл каждого слагаемого уравнения остаётся таким же, как для идеальной жидкости.

Представим диаграмму уравнения для элементарной струйки реальной жидкости на рис. 4.5.

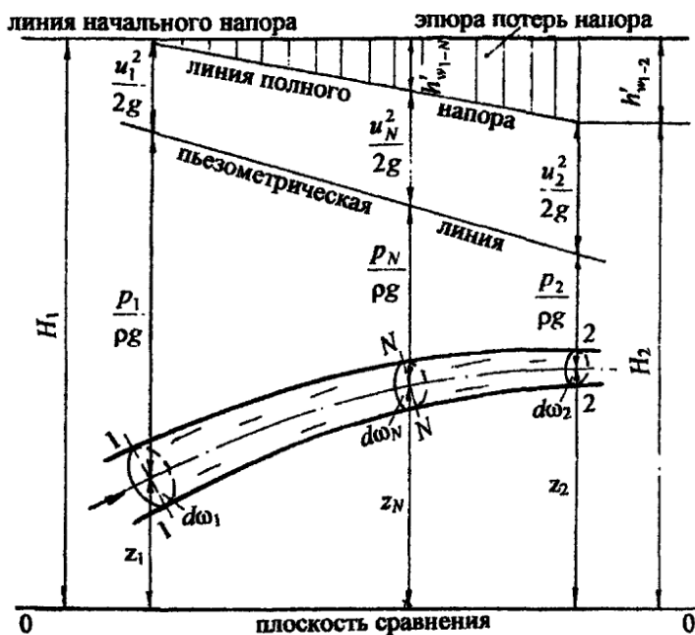


Рис. 4.5

Чтобы проследить подобие построения диаграммы, примем элементарную струйку примерно той же формы, что для идеальной жидкости (см. рис. 4.4). Выделим два живых сечения 1-1 и 2-2 с площадями $d\omega_1$ и $d\omega_2$, покажем три напора (геометрический, пьезометрический, скоростной) в первом сечении и полный напор в первом сечении — H_1 . Для второго сечения аналогично отложим три напора так, чтобы полный напор во втором сечении H_2 был меньше полного напора в первом сечении на величину h'_{w1-2} .

Величина h'_{w1-2} — это потери напора между сечениями 1-1 и 2-2. Обозначим на диаграмме *линию полного напора*, *пьезометрическую линию*, а также *линию начального напора* (см. рис. 4.5).

Если выбрать любое сечение $N-N$ по длине движущейся струйки, то для него можно показать потери напора h'_{w1-N} в виде вертикальной линии между линией начального напора и линией полного напора.

Таким образом, вертикальные штриховые линии между линией начального напора и линией полного напора будут соответствовать потерям напора по длине реальной струйки, а заштрихованная часть называется *этой потерей напора*.

4.5.4. Уравнение Бернулли для целого потока реальной, вязкой жидкости

Переходя к целому потоку, учитываем струйную модель потока. Это значит, чтобы записать уравнение для целого потока, нужно просуммировать энергии струек, составляющих поток, по всему живому сечению потока.

Подробный теоретический вывод уравнения следует изучить по учебнику или курсу лекций. Рассмотрим более упрощённо и кратко теоретические положения по уравнению Бернулли для потока реальной жидкости.

Два слагаемых уравнения $z + \frac{P}{\rho g}$ соответствуют статическому напору $H_{ст.}$ согласно формуле (4.9). В гидродинамике принято считать: *распределение статического напора по живому сечению подчиняется гидростатическому закону:*

$$z + \frac{P}{\rho g} = \text{const.} \quad (4.13)$$

Покажем этот закон графически на рис. 4.6. В заданном живом сечении потока (ω) выделим произвольно элементарные струйки 1, 2, 3, давления в которых p_1, p_2, p_3 соответственно. Проведём плоскость сравнения 0-0 и покажем геометрические высоты (z_1, z_2, z_3) живых сечений струек.

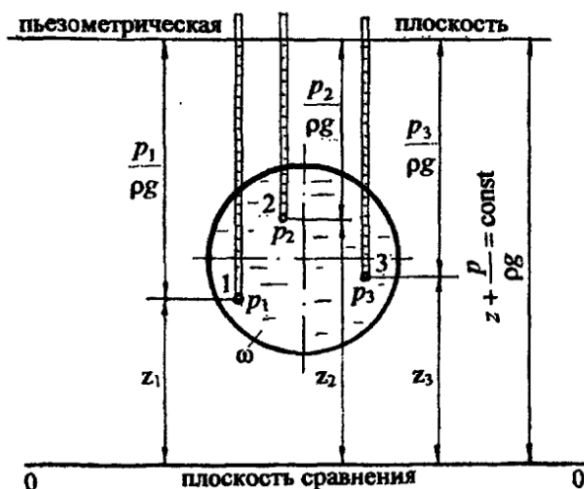


Рис. 4.6

На уровне выбранных струек покажем пьезометры и соответственно пьезометрические напоры $(\frac{P_1}{\rho g}, \frac{P_2}{\rho g}, \frac{P_3}{\rho g})$. Уровни жидкости во всех

пьезометрах будут на одном горизонте, а сумма $z + \frac{P}{\rho g} = \text{const}$. Такая

постоянная величина статического напора будет только в данном живом сечении, в другом сечении она будет также постоянной, но другой величины.

Следующая задача – просуммировать кинетические энергии струек, составляющих поток, по живому сечению потока. Скорости струек (u) в пределах живого сечения потока переменны, поэтому следует учесть неравномерность распределения скорости по живому сечению.

Для практических расчётов вводят *среднюю, или условную*, скорость потока (v) (см. раздел 4.4), одинаковую для всех струек. Теоретически рассчитывают *условную кинетическую энергию* ($E_{\text{усл.}}^{\text{кин.}}$) через среднюю скорость потока v .

Затем теоретически определяют *действительную кинетическую энергию* ($E_{\text{дейст.}}^{\text{кин.}}$) через действительные скорости (u) элементарных струек, составляющих поток.

Неравномерность распределения скорости по живому сечению учитывают коэффициентом корреляции кинетической энергии, или *коэффициентом неравномерности распределения скорости* – α :

$$\alpha = \frac{E_{\text{дейст.}}^{\text{кин.}}}{E_{\text{усл.}}^{\text{кин.}}} \quad (4.14)$$

Коэффициент α называется также *коэффициент Кориолиса*.

Значение коэффициента α зависит от режима движения жидкости. Режимы движения жидкости будут рассмотрены ниже. Пока следует учесть, что для ламинарного режима $\alpha = 2,0$; для турбулентного режима $\alpha = 1,0 \div 1,15$ (для практических расчётов при турбулентном режиме воды принимают $\alpha = 1,0$).

С учётом введённого коэффициента α скоростной напор ($h_{\text{ск.}}$) или удельная кинетическая энергия потока ($e_{\text{кин.}}$) представляется как $\frac{\alpha v^2}{2g}$.

Дополнительный член уравнения Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости h'_w учитывает потери напора в элементарной струйке.

Для целого потока вводится осреднённая величина потерь напора h_w . Аналогично средней скорости считается, что суммарные потери напора элементарных струек с действительными величинами условно равны полным потерям напора для потока h_w .

С учётом выше изложенных положений уравнение Бернулли для **целого потока реальной жидкости** принимает вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}}. \quad (4.15)$$

Уравнение (4.15) является **основным уравнением гидродинамики**, которым пользуются для решения теоретических и инженерных задач.

Диаграмма уравнения для **целого потока реальной жидкости** аналогична диаграмме для элементарной струйки реальной жидкости (см. рис. 4.5). На диаграмме следует обозначить живые сечения ω_1 и ω_2 , а скоростные напоры соответственно - $\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$ и $\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$.

Рассмотрим практическое применение уравнения Бернулли.

4.5.5. Экспериментальное определение статического и полного напоров. Расчёт скорости в точке потока

Рассмотрим наклонную трубу диаметром d , выделим живое сечение ω , в котором следует определить статический и полный напор по оси трубы (рис. 4.7).



Рис. 4.7

Проведём произвольно плоскость сравнения $0-0$ и отложим геометрический напор сечения (z) до оси живого сечения ω . Покажем пьезометр в живом сечении и отметим пьезометрический напор ($\frac{p}{\rho g}$) по уровню жидкости в пьезометре.

Таким образом, *по показанию пьезометра определяем статический напор*:

$$H_{ст.} = z + \frac{P}{\rho g}.$$

Для определения полного напора по оси потока пользуются трубкой Пито. Это трубка очень малого диаметра с загнутым под углом 90° и гладко обработанным концом. Трубка Пито устанавливается по оси трубы или в любой другой точке потока так, чтобы скорость u была направлена на входное отверстие трубки. Если бы не было движения жидкости ($u = 0$), уровни жидкости в пьезометре и трубке Пито были бы на одном горизонте. При действии скорости u на входе в трубку Пито уровень жидкости в трубке поднимется выше уровня в пьезометре на величину, соответствующую скоростному напору, $-\frac{u^2}{2g}$.

Таким образом, *трубкой Пито определяется полный напор* в заданной точке потока, в частности по оси потока.

Трубка Пито в сочетании с пьезометром является прибором для измерения скорости.

Действительно, разность показаний трубки Пито и пьезометра соответствует скоростному напору:

$$\frac{u^2}{2g} = H_{полн.} - H_{ст.},$$

отсюда скорость в точке потока: $u = \sqrt{2g(H_{полн.} - H_{ст.})}$.

Для практических расчётов скорости пользуются формулой

$$u = \varphi \sqrt{2g(H_{полн.} - H_{ст.})}, \quad (4.16)$$

где φ – поправочный коэффициент, который определяется путём тарирования трубки Пито.

Для определения скорости воздушных и газовых потоков пользуются пневмометрической трубкой Пито-Прандтля. В такой трубке совмещены пьезометр и трубка Пито. В корпусе трубки через прорезь в горизонтальной части снимается статический напор, а через открытый носик трубки определяется полный напор. Трубка подключается к U -образному манометру, микроманометру, дифференциальному манометру или подобным приборам для измерения разности давлений (напоров). По показанию прибора рассчитывается скоростной напор. С конструкцией трубки Пито-Прандтля следует ознакомиться в учебной литературе.

4.5.6. Диаграмма уравнения Бернулли для потока жидкости в трубе переменного сечения

Рассмотрим экспериментальное построение диаграммы уравнения Бернулли для потока жидкости в трубе переменного сечения диаметрами d_1 , d_2 , d_3 (рис. 4.8). Пусть $d_2 < d_1 < d_3$. Для построения диаграммы воспользуемся принятой методикой (см. разделы 4.5.2; 4.5.3).

По направлению движения жидкости выделим три живых сечения 1-1; 2-2; 3-3; выберем плоскость сравнения 0-0 и отложим геометрические высоты (напоры) выбранных сечений: z_1 , z_2 , z_3 .

В сечениях покажем пьезометрические трубки. Как было отмечено выше (см. раздел 4.5.2), при сужении трубы пьезометрический напор падает, а скоростной напор возрастает, и, наоборот, при расширении трубы пьезометрический напор повышается, а скоростной напор уменьшается.

Отметим уровни жидкости в пьезометрах ($\frac{P_1}{\rho g}$, $\frac{P_2}{\rho g}$, $\frac{P_3}{\rho g}$). К геометрическим напорам прибавим пьезометрические напоры. Проведём *пьезометрическую линию* по уровням жидкости в пьезометрах (см. рис. 4.8).

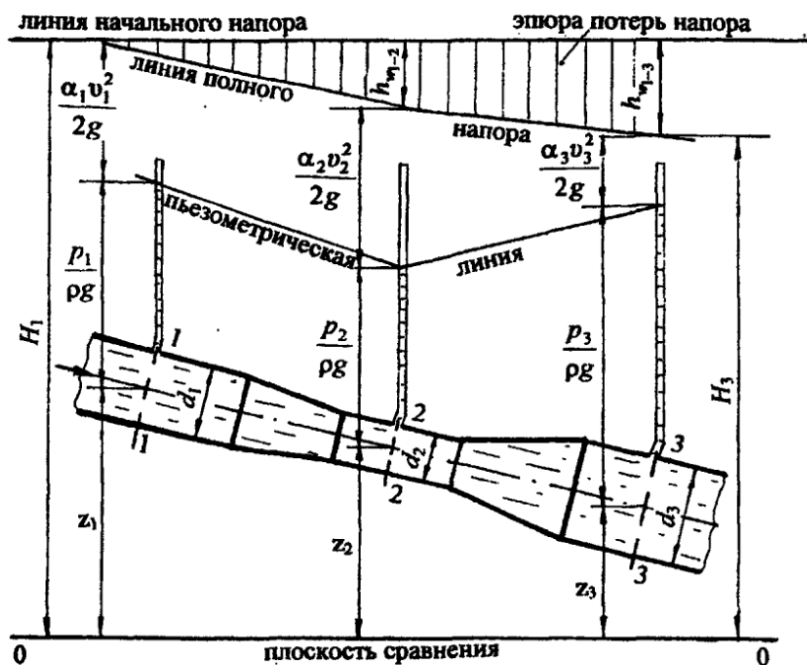


Рис. 4.8

Анализ построения пьезометрической линии показывает, что *пьезометрическая линия* очерчивается ломаной линией, которая *может повышаться* или *понижаться* в зависимости от геометрических размеров трубы.

К сумме геометрического и пьезометрического напоров прибавим скоростные напоры в сечениях: $\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} > \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} > \frac{\alpha_3 v_3^2}{2g}$.

В каждом сечении получаем полные напоры, причём следует учесть, что $H_1 > H_2 > H_3$, соединяем ломаной линией их значения. Это *линия полного напора*, показываем её на диаграмме (см. рис. 4.8).

Линия полного напора по ходу движения жидкости *понижается*. Понижение линии полного напора соответствует величине потерь напора между сечениями по ходу движения жидкости.

Вертикальными линиями заштриховываем эпюру потерь напора.

Методика построения пьезометрической линии, линии полного напора и эпюры потерь напора будет применена при расчёте трубопроводных систем.

Следует запомнить, что на участках трубы с *постоянным диаметром* линия полного напора проходит *параллельно* пьезометрической линии на расстоянии, равном скоростному напору.

4.5.7. Методика составления уравнения Бернулли для решения теоретических и инженерных задач

С помощью уравнения Бернулли решаются многие теоретические и практические задачи. Применение уравнения Бернулли предусмотрено для реальной, вязкой жидкости при установившемся движении для тех сечений, где движение не должно быть резко изменяющимся.

На использовании уравнения Бернулли основано создание приборов для измерения скорости и расхода потока жидкости.

При составлении уравнения Бернулли следует пользоваться следующей *методикой*.

1. *Выбираются два сечения*, в которых известно наибольшее количество параметров, входящих в уравнение, или их нужно определить. Такими сечениями служат свободная поверхность жидкости или места установки измерительных приборов (манометров, вакуумметров, пьезометров и им подобных). Сечения проводятся горизонтально по свободной поверхности (для практических расчётов скорость на свободной поверхности принимается равной нулю, $v = 0$) или нормально к направлению движения жидкости, т. е. по живому сечению.

2. *Сечения нумеруются по направлению движения жидкости.* Это обусловлено тем, что потери напора в гидравлических сопротивлениях увеличиваются по направлению движения жидкости, и дополнительный член уравнения h_w , учитывающий эти потери, должен быть со знаком плюс.

3. В уравнении Бернулли рекомендуется учитывать *абсолютное давление в выбранных сечениях.* Это позволит избежать ошибок при определении давления в сечениях.

4. *Выбирается плоскость сравнения 0-0.* Как правило, она совмещается с одним из сечений или проводится через его ось, тогда геометрическая высота этого сечения равна нулю ($z = 0$). Следует помнить, что плоскость сравнения всегда горизонтальная. Отсчёты геометрической высоты сечения z от плоскости сравнения вверх считаются положительными, вниз – отрицательными.

5. *Уравнение Бернулли записывается в общем виде.* Под уравнением представляются значения параметров. Производится подстановка всех величин в уравнение в буквенном выражении. Уравнение решается относительно неизвестного параметра.

Ниже рассмотрим применение уравнения Бернулли для приборов, служащих для измерения скорости и расхода потока жидкости. В этих приборах можно пренебречь потерями напора.

4.5.8. Приборы для измерения скорости и расхода, основанные на уравнении Бернулли

Расходомер Вентури - это труба с плавным переходом от большего диаметра к меньшему, небольшой цилиндрической вставки меньшего диаметра и плавного перехода от меньшего диаметра к большему. В широкой и узкой части расходомера подключены приборы для измерения давления, например пьезометры, по показаниям которых рассчитывается скорость и расход неразрывного потока. Как правило, соотношение диаметров принимается равным: $d_2 : d_1 = 1/2; 1/3$ и тому подобным.

Схема расходомера представлена на рис. 4.9. Для определения скорости и расхода жидкости воспользуемся уравнением Бернулли. Пусть представленный прибор является водомером. Согласно принятой *методике* (см. раздел 4.5.7), выполним все пункты составления уравнения.

1. Выберем два живых сечения в местах установки пьезометров. Сечения проведём нормально к направлению движения потока воды.

2. Сечения 1-1 и 2-2 пронумеруем по направлению движения воды.

3. В выбранных сечениях покажем пьезометрические напоры:

$\frac{p_1}{\rho g}$ и $\frac{p_2}{\rho g}$, обозначим разность показаний пьезометров через h .

4. Проведём произвольно горизонтальную плоскость сравнения 0-0 и покажем геометрические высоты выбранных сечений z_1 и z_2 (рис. 4.9).

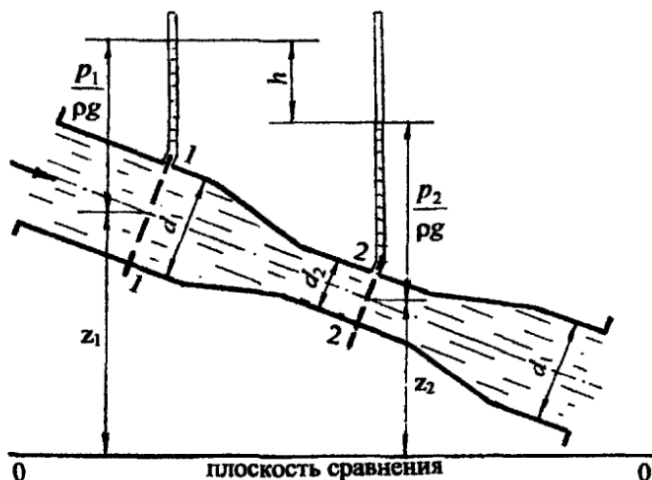


Рис. 4.9

5. Запишем уравнение Бернулли в общем виде:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{m-2}.$$

Пренебрегаем потерями напора в водосре ($h_{m-2} = 0$), считая, что переходы от одного диаметра к другому сделаны плавно и хорошо механически обработаны, как этого требуют приборы.

Принимаем $\alpha_1 = \alpha_2 = 1,0$ для движения воды в круглой трубе при турбулентном движении.

Группируя соответственно члены уравнения со статическим и скоростным напорами, получим:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right) = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Из рис. 4.9 следует:

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho g}\right) = h,$$

значит,

$$h = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

В этом уравнении два неизвестных v_1 и v_2 , но из условия неразрывности потока (см. формулу (4.5)) следует, что $v_1 \omega_1 = v_2 \omega_2$.

Определяем отсюда $v_2 = v_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}$, далее $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$. Для лучшего понимания дальнейшего решения, принимаем $d_2 : d_1 = 1/2$, тогда $v_2 = 4v_1$.

Разность показаний пьезометров h

$$h = \frac{16v_1^2 - v_1^2}{2g} = \frac{15v_1^2}{2g},$$

отсюда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{15}}.$$

Расход воды

$$Q = v_1 \omega_1 = \omega_1 \sqrt{\frac{2gh}{15}} = K_{\text{приб.}} \omega_1 \sqrt{h},$$

где

$$K_{\text{приб.}} = \sqrt{\frac{2g}{15}}.$$

Значение поправочного коэффициента прибора ($K_{\text{приб.}}$) зависит от соотношения диаметров расходомера Вентури в широкой и узкой частях прибора. Как правило, в расчётную формулу расхода (Q) вводится также тарировочный коэффициент φ , который учитывает потери напора в расходомере и определяется опытным путём.

$$\text{Формула расхода принимает вид: } Q = \varphi K_{\text{приб.}} \omega_1 \sqrt{h}. \quad (4.17)$$

Анализируя формулу (4.17), видим, что расход жидкости является функцией разности показаний пьезометров (h) или показания другого прибора для измерения разности напоров. Для удобства практических расчётов можно построить графическую зависимость $Q = f(h)$ или $v_1 = f(h)$; $v_2 = f(h)$. Это будет квадратичная зависимость, графически в виде параболы.

Расходомер Вентури используется не только для капельных жидкостей, но и для газообразных. В этом случае в широкой и узкой частях расходомера выводятся штуцера, к которым подсоединяется жидкостный прибор для измерения разности давлений, например U -образный манометр или микроманометр с наклонной трубкой. Конструкция и принцип действия таких приборов подробно изложены в учебниках и учебных пособиях.

Входной коллектор. Входной коллектор используется для определения скорости и расхода во всасывающих воздушных, газовых, вентиляционных, пневмотранспортных и других системах.

Входной коллектор устанавливается на входе в систему и представляет трубу с плавным входом, выполненным по какому-либо криволинейному закону, например по параболе (рис. 4.10), так, чтобы исключить потери напора на входе в коллектор.

На расстоянии 3-5 диаметров трубы от входа выводится штуцер, к которому подключается жидкостный прибор для измерения давления (U -образный манометр, микроманометр). Рабочей жидкостью в приборе может быть вода, спирт или другая капельная жидкость. По показанию прибора (h) рассчитывается средняя скорость потока газообразной жидкости в трубе и её расход.

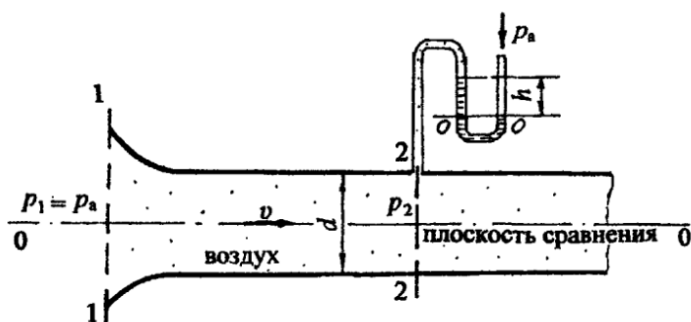


Рис. 4.10

Покажем расчёт скорости и расхода газообразной жидкости во всасывающей системе, пользуясь уравнением Бернулли.

1. **Выберем два сечения** по кромке входного сечения коллектора, где скорость ещё практически отсутствует, и в месте установки измерительного прибора. Сечения проведём нормально к направлению движения жидкости, например воздуха (см. рис. 4.10).

2. **Пронумеруем сечения 1-1 и 2-2 по направлению движения воздуха.**

3. Учтём *абсолютное давление в выбранных сечениях*. Абсолютное давление в первом сечении $p_1 = p_a$. Абсолютное давление во втором сечении будет меньше атмосферного, так как всасывание идёт за счёт создания вакуума. Пользуясь уравнениями гидростатики (см. разделы 1.3; 1.5), составим условие равенства давления относительно плоскости уровня $O - O$ в U -образном манометре, получим абсолютное давление во втором сечении $p_2 = p_a - \rho_{\text{жидк}}gh$.

4. *Плоскость сравнения $0 - 0$ совместим с осью коллектора*, тогда геометрические высоты сечений $z_1 = 0$; $z_2 = 0$ (см. рис. 4.10).

5. Запишем уравнение Бернулли в общем виде, под уравнением представим значения всех параметров и сделаем подстановку данных. При подстановке слагаемых уравнения принимаем $\alpha_2 = 1,0$ (круглая труба), потерями напора на входе в коллектор и на участке в трубе между сечениями 1-1 и 2-2 пренебрегаем:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1-2}.$$

$$\begin{aligned} z_1 &= 0; & z_2 &= 0; \\ p_1 &= p_a; & p_2 &= p_a - \rho_{\text{жидк}}gh; \\ v_1 &= 0; & \alpha_2 &= 1,0; & v_2 &= v; & h_{w1-2} &= 0. \end{aligned}$$

Принимаем движущуюся жидкость – воздух плотностью $\rho_{\text{возд}}$. После подстановки слагаемых в уравнение Бернулли:

$$\frac{p_a}{\rho_{\text{возд}}g} = \frac{p_a}{\rho_{\text{возд}}g} - \frac{\rho_{\text{жидк}}gh}{\rho_{\text{возд}}g} + \frac{v^2}{2g}.$$

После соответствующих сокращений и преобразований получим расчётную формулу для скорости движения воздуха в трубе:

$$v = \sqrt{\frac{2g\rho_{\text{жидк}}h}{\rho_{\text{возд}}}} = K_{\text{колл}} \sqrt{h},$$

где $K_{\text{колл}} = \sqrt{\frac{2g\rho_{\text{жидк}}}{\rho_{\text{возд}}}}$ - коэффициент прибора (коллектора), зависящий от вида транспортируемой жидкости (воздух, газ) и плотности жидкости в измерительном приборе давления.

Как правило, приборы для измерения скорости и расхода тарируются, т. е. проверяются расчёты по поверенным, стандартным приборам и вводится поправочный тарировочный коэффициент φ , тогда

$$v = \varphi K_{\text{колл.}} \sqrt{h}, \text{ соответственно } Q = \varphi K_{\text{колл.}} \omega \sqrt{h}, \quad (4.18)$$

где $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$ - площадь живого сечения трубы.

Формула расхода для коллектора (4.18) аналогична формуле расхода для расходомера Вентури (4.17).

По аналогии с расходомером Вентури для входного коллектора можно построить графическую зависимость $v = f(h)$ и $Q = f(h)$, которой практически удобно пользоваться для определения скорости и расхода без проведения расчётов.

4.6. Режимы движения жидкости

Английский физик Осборн Рейнольдс на основе многочисленных опытов и обработки данных других учёных в 1883 году представил теоретические положения о двух режимах движения жидкости - ламинарном и турбулентном.

Ламинарный режим – это спокойное, прямолинейное, параллельно струйное, послойное движение жидкости.

Турбулентный режим - это неупорядоченное движение струек, с поперечными пульсациями скорости, колебаниями, завихрениями струек, а при больших скоростях с полным перемешиванием жидкости.

Классические опыты Рейнольдса и теоретические положения по изучению режимов движения жидкости подробно изложены во всех учебниках и учебных пособиях, поэтому рассмотрим основные расчётные формулы, необходимые для практических расчётов.

На опытной установке Рейнольдса экспериментально изучено, что при малых скоростях движения жидкости можно наблюдать ламинарный режим.

При дальнейшем увеличении скорости наблюдается разрушение параллельной струйности, колебания, разрыв струек, а при ещё большем увеличении скорости - завихрения струек и перемешивание потока, т. е. устанавливается турбулентный режим.

Скорость, соответствующая переходу одного режима в другой называется **критической**, обозначается $v_{\text{кр}}$. Как правило, учитывают два значения критической скорости: **верхнюю** $v_{\text{кр}}$ (переход от ламинарного режима к турбулентному) и **нижнюю** $v_{\text{кр}}$ (переход от турбулентного режима к ламинарному). Область движения, соответствующая переходу от одного режима к другому, считается **неустойчивым** движением или **переходной областью**.

Согласно теории Рейнольдса, критическая скорость ($v_{кр.}$) зависит от диаметра трубы (d) кинематического коэффициента вязкости жидкости (ν) и параметра $Re_{кр.}$, называемого критическим числом Рейнольдса, или *критерием Рейнольдса*:

$$v_{кр.} = Re_{кр.} \frac{\nu}{d}. \quad (4.19)$$

Критерий Рейнольдса (Re) – величина безразмерная.

Экспериментальные исследования показали, что для труб круглого сечения $Re_{кр.}$ может меняться от 1000 до 2300. Общепринятым для практических расчётов считается $Re_{кр.} = 2300$.

Если скорость движения жидкости будет меньше критической ($v < v_{кр.}$), то режим движения будет ламинарным и $Re < Re_{кр.}$, и, наоборот, при $v > v_{кр.}$ число Рейнольдса должно быть больше критического - $Re > Re_{кр.}$.

Таким образом, критерий Рейнольдса является гидродинамической характеристикой потока, по которому устанавливается режим движения.

В соответствии с формулой (4.19), расчётная формула Re для круглой трубы:

$$Re = \frac{v d}{\nu}, \quad (4.20)$$

для потоков другого профиля $Re = \frac{v l}{\nu}, \quad (4.21)$

где l – характерный геометрический размер, который может быть выражен через гидравлический радиус (R) (см. формулу 4.1), например, для круглой трубы $l = 4R$ (см. формулу 4.2).

Следует запомнить правило:

Если для потока жидкости $Re \leq Re_{кр.} = 2300$ – режим движения жидкости ламинарный.

Если для потока жидкости $Re > Re_{кр.} = 2300$ – режим движения жидкости турбулентный.

Ламинарный режим движения характерен для вязких жидкостей таких, как масла, нефть, а также при движении воды в трубках малого диаметра (капиллярах) и через поры грунта.

В турбулентном режиме движется вода в водопроводных трубах, желобах, каналах, реках.

ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

5.1. Потери напора в гидравлических сопротивлениях

Дополнительный член уравнения Бернулли h_w (см. формулу (4.15)) соответствует потерям напора в гидравлических сопротивлениях, которые складываются из суммарных потерь напора в местных сопротивлениях (Σh_r) и потерь напора по длине (h_l):

$$h_w = \Sigma h_r + h_l. \quad (5.1)$$

В гидродинамике принято считать, что потери напора в любом гидравлическом сопротивлении пропорциональны скоростному напору $\frac{v^2}{2g}$.

Местными сопротивлениями называются различного рода устройства, при прохождении через которые происходит деформация потока, изменение направления движения жидкости или величины скорости, или того и другого.

К местным сопротивлениям относятся краны, задвижки, отводы (колена), внезапное сужение, внезапное расширение, вход в трубу и прочие.

Знак суммы (Σ) в местных сопротивлениях показывает, что на одном трубопроводе может быть установлено несколько местных сопротивлений, потери напора в которых суммируются.

Теоретически потери напора в местном сопротивлении рассчитываются по формуле

$$h_r = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (5.2)$$

где ζ — коэффициент местного сопротивления, значения которого, как правило, устанавливаются экспериментально, для некоторых видов местных сопротивлений коэффициент ζ рассчитан теоретически. На величину коэффициента ζ влияют геометрические размеры, конфигурация местного сопротивления и режим течения жидкости.

Значения коэффициентов местных сопротивлений ζ приводятся в справочниках и таблицах, в данном учебном пособии в табл. 4 (см. приложение).

Потери напора по длине — это потери напора, возникающие при движении жидкости вдоль стенок трубопровода, зависящие от диаметра (d), длины трубы (l), скоростного напора и состояния внутренней поверхности

трубы. Потери напора по длине называются также *линейными потерями* и рассчитываются по формуле

$$h_l = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}, \quad (5.3)$$

где λ – коэффициент гидравлического сопротивления, или *коэффициент Дарси*

Значение коэффициента λ или выбор расчётной зависимости этого коэффициента *зависит от режима движения жидкости и шероховатости трубы* (или другого русла).

В гидродинамике введено *понятие единичных, или удельных, потерь напора по длине, называемых гидравлическим уклоном*. Гидравлический уклон $I = h_l/l$ и рассчитывается по формуле

$$I = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}. \quad (5.4)$$

Расчётные зависимости гидравлического уклона (I) для различных режимов движения выводятся теоретически или эмпирически, затем можно перейти к потерям напора по длине (h_l). Многими учёными проведены исследования движения жидкости при турбулентном режиме, как наиболее сложном, и даны эмпирические зависимости для коэффициента гидравлического сопротивления (λ), который входит в расчётные формулы (5.3) и (5.4).

Иногда при расчётах потери напора в местных сопротивлениях заменяют потерями напора в прямолинейном участке трубы *эквивалентной длины*.

Эквивалентная длина (l_3) – это такая длина прямолинейного участка трубы, потери напора в котором равны (эквивалентны) потерям напора в местном сопротивлении при том же расходе жидкости:

$$\lambda \frac{l_3 v^2}{d 2g} = \zeta \frac{v^2}{2g}, \quad (5.5)$$

значит,

$$l_3 = \frac{\zeta d}{\lambda}. \quad (5.6)$$

Рассмотрим, от каких факторов и параметров зависят потери напора по длине при ламинарном и турбулентном режимах движения жидкости.

5.2. Потери напора по длине при ламинарном режиме движения жидкости

Исследования Рейнольдса и других учёных показали, что при ламинарном режиме потери напора пропорциональны скорости в первой степени и зависят только от числа Рейнольдса (Re).

Аналитически выведена формула для гидравлического уклона (вывод этой зависимости приведён во всех учебниках и учебных пособиях) при ламинарном режиме:

$$I = \frac{64}{Re} \frac{l v^2}{d 2g}. \quad (5.7)$$

Сравнив формулу (5.7) с формулой (5.4), заключаем, что при ламинарном режиме коэффициент гидравлического сопротивления (λ):

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \text{ т.е. } \lambda = f(Re). \quad (5.8)$$

Потери напора по длине при ламинарном режиме соответственно рассчитываются по формуле

$$h_l = \frac{64}{Re} \frac{l v^2}{d 2g}. \quad (5.9)$$

Формула (5.9) носит имя автора доктора медицины *Пуазейля*, который исследовал движение жидкости, в частности крови, в капиллярных трубках, вывел эту формулу эмпирически, в гидродинамике формула доказана аналитически.

5.3. Потери напора по длине при турбулентном режиме

Турбулентное течение жидкости является наиболее распространённым в технике, но представляет в то же время одно из сложных гидравлических процессов. Многочисленные исследования учёных показали, что создать строгую теорию турбулентного режима не представляется возможным, поэтому для теоретических и инженерных расчётов пользуются экспериментальными данными, графическими зависимостями и эмпирическими формулами.

Как отмечено выше, при числах Рейнольдса $Re < Re_{кр}$ имеет место *ламинарный режим* движения. С возрастанием скорости потока и чисел Рейнольдса снижается устойчивость ламинарного режима, начинаются

колебательные движения струек, появляются пульсации скорости, т. е. кроме продольных составляющих скорости возникают поперечные составляющие, при дальнейшем увеличении скорости образуются завихрения, неупорядоченное движение, перемешивание потока, т. е. режим движения становится турбулентным.

Разрушение ламинарного течения начинается с оси потока, постепенно образуется турбулентное ядро потока, а у стенки трубы остаётся *пограничный (пристеночный) слой*, который состоит из *ламинарного (вязкого) подслоя и переходного слоя*.

Ламинарный подслой расположен непосредственно у стенки трубы, скорость в нём меняется от 0 у стенки (частицы жидкости просто прилипают к стенке и не двигаются) до некоторой величины. Изменение скорости в пределах вязкого слоя близко к линейному закону.

Толщина ламинарного подслоя (δ) имеет малую величину (от долей миллиметра до 1-2 мм) и рассчитывается по формуле

$$\delta = \frac{30d}{Re\sqrt{\lambda}}. \quad (5.10)$$

Из формулы (5.10) следует, что с увеличением числа Рейнольдса (Re) толщина вязкого подслоя уменьшается.

5.3.1. Понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах

Рассмотрим, как влияет *шероховатость* труб на потери напора по длине при турбулентном режиме.

На внутренней поверхности трубы имеются неровности, выступы, которые называются *шероховатостью*.

Различают:

а) *абсолютную шероховатость*, которая соответствует высоте выступов, неровностей, обозначается Δ , измеряется в мм;

б) *относительную шероховатость*: $\frac{\Delta}{d}$ или $\frac{\Delta}{r}$;

в) *относительную гладкость* – величина, обратная относительной шероховатости: $\frac{d}{\Delta}$ или $\frac{r}{\Delta}$.

Форма и высота выступов и неровностей вдоль стенки трубы неодинаковы, поэтому измерить и учесть абсолютную шероховатость практически невозможно. С целью упрощения гидравлических расчётов введено понятие *эквивалентной шероховатости* (Δ_s), при которой потери напора в трубе равны (эквивалентны) потерям напора с фактической неоднородной шероховатостью.

В данном учебном пособии, как и во многих учебниках, в расчётных формулах эквивалентная шероховатость Δ_s упрощённо может записываться, как абсолютная шероховатость Δ .

Значение эквивалентной шероховатости Δ_s для некоторых видов труб приведено в табл. 6 (см. приложение).

Согласно данным большинства учёных и авторов учебников, при турбулентном режиме можно выделить *три зоны (области) сопротивления*.

1. *Движение вдоль гладких стенок*. Это случай, когда толщина вязкого слоя больше абсолютной шероховатости ($\delta > \Delta_s$). Турбулентное ядро скользит по ламинарному подслою. Выступы, неровности перекрыты вязким слоем, шероховатость не влияет на потери напора. Такие трубы называются *“гидравлически гладкими”*. Потери напора по длине пропорциональны скорости $v^{1,75}$. Коэффициент гидравлического сопротивления (λ) не зависит от шероховатости и является функцией только числа Рейнольдса (Re).

Для этой зоны сопротивления пользуются *эмпирической формулой Блазиуса*:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}, \quad (5.11)$$

т. е. $\lambda = f(Re)$

2. *Зона доквадратичного сопротивления*. Это область сопротивления, в которой потери напора зависят как от числа Рейнольдса (Re), так и от шероховатости. Потери напора по длине пропорциональны скорости $v^{1,75-2,0}$, т. е. степенной коэффициент скорости до 2,0, отсюда и название – “зона доквадратичного сопротивления”.

В этой области происходит переход от *гидравлически гладкого* к вполне *шероховатому трению*.

А. Д. Альтшуль обобщил экспериментальные данные, графические зависимости и теоретические положения ряда учёных и для зоны доквадратичного сопротивления предложил эмпирическую формулу

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_s}{d} \right)^{0,25}, \quad (5.12)$$

т. е. $\lambda = f\left(Re; \frac{\Delta_s}{d}\right)$.

3. *Зона квадратичного сопротивления*. Это движение, при котором толщина вязкого слоя меньше абсолютной шероховатости ($\delta < \Delta_s$). Вязкий слой при больших числах Рейнольдса (Re) практически разрушен, турбулентное ядро касается неровностей, возникают дополнительные завихрения и связанные с ними потери напора. Потери напора по длине

пропорциональны скорости v^2 , отсюда и название – “зона квадратичного сопротивления”.

Коэффициент гидравлического сопротивления (λ) является функцией шероховатости. Другое название этой области сопротивления – “*движение вдоль шероховатых стенок*”, а трубы называются “*гидравлически шероховатыми*”.

Для этой области в соответствии с гидравлическими особенностями явлений турбулизации применимы эмпирические формулы многих учёных. Для практических расчётов рекомендуется пользоваться формулами:

$$\text{формула Никурадзе: } \lambda = \frac{1}{\left(1,74 + 2 \lg \frac{r}{\Delta}\right)^2}, \quad (5.13)$$

$$\text{т. е. } \lambda = f\left(\frac{r}{\Delta}\right);$$

$$\text{формула Шифринсона: } \lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_3}{d}\right)^{0,25}, \quad (5.14)$$

$$\text{т. е. } \lambda = f\left(\frac{\Delta_3}{d}\right).$$

Для турбулентного режима формула А. Д. Альтшуля (5.12) признана наиболее обобщённой и удобной для практических расчётов, так как вычисления по ней сводятся к элементарным алгебраическим действиям и дают надёжные результаты.

Согласно теории Альтшуля, при $2300 < Re < 20 \frac{d}{\Delta_3}$ второе слагаемое в формуле (5.12) значительно меньше первого, на потери напора влияет только число Рейнольдса (Re), и формула практически совпадает с формулой Блазиуса (5.11):

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re}\right)^{0,25} = \frac{0,316}{Re^{0,25}}; \quad \lambda = f(Re). \quad (5.15)$$

Как правило, эта зона сопротивления соответствует числам Рейнольдса до $Re = 2 \cdot 10^4$.

При числах Рейнольдса $20 \frac{d}{\Delta_3} < Re < 500 \frac{d}{\Delta_3}$ на потери напора оказывают влияние как число Re , так и относительная шероховатость $\frac{\Delta_3}{d}$, имеет место зона докватратичного сопротивления.

Коэффициент гидравлического сопротивления λ следует рассчитывать по формуле (5.12)

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_3}{d} \right)^{0,25}$$

Границы изменения чисел Рейнольдса $Re = 2 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^4$.

При числах Рейнольдса $Re > 500 \frac{d}{\Delta_3}$ имеет место зона квадратичного сопротивления, или движение вдоль шероховатых стенок. В формуле (5.12) первое слагаемое значительно меньше второго, им можно пренебречь. Потери напора по длине зависят только от относительной шероховатости $\frac{\Delta_3}{d}$, и формула (5.12) переходит в формулу Шифринсона (5.14):

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_3}{d} \right)^{0,25}$$

Согласно графической зависимости А. Д. Альтшуля, для этой области сопротивления значения чисел Рейнольдса находятся в пределах $Re = 5 \cdot 10^4 - 10^6$.

Из выше изложенного следует, что понятие “гидравлически гладкие” и “гидравлически шероховатые” трубы относительное. Так, одна и та же труба с определённой шероховатостью может считаться гидравлически гладкой или шероховатой в зависимости от скорости движения (или числа Re), тогда для коэффициента гидравлического сопротивления λ выбирается соответствующая расчётная формула.

В представленной методике выбора расчётной зависимости коэффициента λ следует учитывать, что в трубах с большой шероховатостью при движении воды даже при малых числах Рейнольдса ($Re < 2300$) ламинарный режим движения невозможен.

5.3.2. Потери напора по длине в трубах с описательной шероховатостью

В гидравлических расчётах трубопроводов и других русел часто приходится встречаться с такой внутренней поверхностью трубы (бетонные, асбестовые, загрязнённые, водосточные трубы и им подобные) или иного русла (канала, лотка, жёлоба), для которых невозможно определить абсолютную шероховатость. В этом случае предложено коэффициент гидравлического сопротивления λ рассчитывать по формуле

$$\lambda = \frac{8g}{C^2}, \quad (5.16)$$

где C – коэффициент Шези.

Коэффициент Шези (C) зависит от многих факторов, в том числе от геометрических размеров и состояния внутренней поверхности трубы или другого русла. В практике расчётов коэффициент C можно принимать по таблицам или рассчитывать по специальным формулам. Наиболее простой формулой для определения коэффициента Шези является *формула Маннинга*:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}, \quad (5.17)$$

где n или $1/n$ – коэффициенты шероховатости стенок трубы или русла по описанию, приводятся в таблицах. В данном учебном пособии значения коэффициентов n и $1/n$ приведены в табл. 7 (см. приложение);

R – гидравлический радиус, м. Согласно формуле (4.2), для круглой трубы гидравлический радиус $R = d/4$.

5.3.3. Потери напора по длине, выраженные через обобщённые параметры

В практике расчётов гидравлических систем, в частности трубопроводных систем, часто приходится рассчитывать потери напора по длине не через скорость (v), а через расход (Q), который известен или его нужно определить.

Преобразуем формулу (5.3) потерь по длине:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

а) выразим скорость через расход: $v^2 = \frac{Q^2}{\omega^2}$;

б) введём гидравлический радиус: $d = 4R$;

в) коэффициент гидравлического сопротивления (λ) запишем по формуле (5.16): $\lambda = \frac{8g}{C^2}$.

$$\text{Получаем: } h_l = \frac{8g}{C^2} \frac{l}{4R} \frac{Q^2}{\omega^2 2g} = \frac{Q^2}{C^2 \omega^2 R} l. \quad (5.18)$$

В формуле (5.18) обозначим $C^2 \omega^2 R = K^2$,

**Схема выбора теоретической формулы для расчёта
коэффициента гидравлического сопротивления λ**

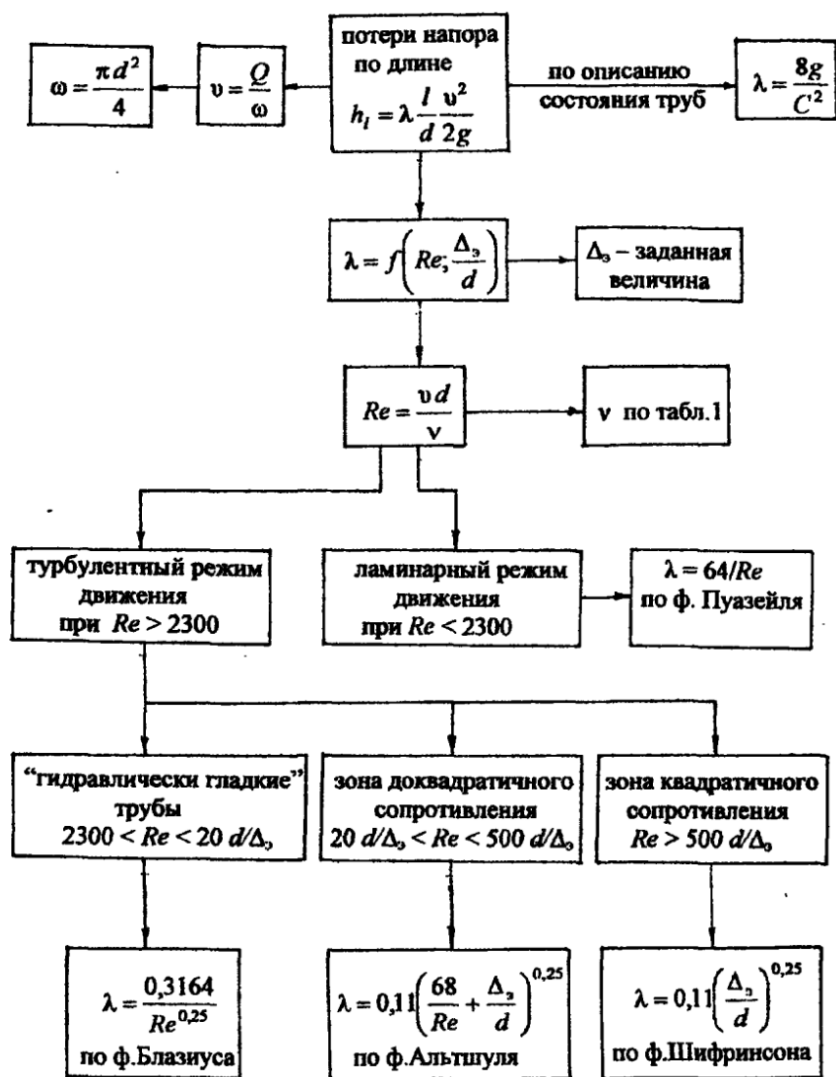


Рис. 5.1

где $K = C\omega\sqrt{R}$ называется модулем расхода, или расходной характеристикой, единица измерения $\text{м}^3/\text{с}$.

Формула (5.18) принимает вид:

$$h_l = \frac{Q^2}{K^2} l. \quad (5.19)$$

Для удобства практических расчётов величина $1/K^2$ обозначается через A :

$$A = \frac{1}{K^2}, \quad (5.20)$$

где A – удельное сопротивление (сопротивление единицы длины), единица измерения $\text{с}^2/\text{м}^6$.

Таким образом, потери напора по длине рассчитываются по формуле

$$h_l = A Q^2 l. \quad (5.21)$$

В приведённых формулах параметры K и A называются *обобщёнными параметрами*, значения которых приводятся в таблицах (см. приложение, табл. 8) для *нормальных водопроводных труб*, другое название – *водопроводные трубы в нормальных условиях*.

В табл. 9 (см. приложение) приведены значения удельного сопротивления A для расчёта трубопроводов при квадратичном законе сопротивления в соответствии с *абсолютной шероховатостью* (Δ) труб.

Обобщив все теоретические положения по расчёту потерь напора по длине (h_l), предлагаем схему для выбора теоретической расчётной формулы коэффициента гидравлического сопротивления λ (рис. 5.1).

ПРИКЛАДНАЯ ГИДРОМЕХАНИКА

Задача прикладной гидромеханики – применение основных законов гидростатики и гидродинамики для практических и инженерных расчётов.

Глава 6

ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ТРУБОПРОВОДНЫХ СИСТЕМ

По методике расчёта трубопроводные системы делятся на две группы – простые и сложные.

Простые системы состоят, как правило, из одной трубы, возможно соединение нескольких труб сравнительно небольшой длины (примерно до 100 м), в которых учитываются все виды гидравлических сопротивлений, но, главное, с *постоянным расходом*.

Сложные системы состоят из труб разной длины и разных диаметров, соединённых по определённой гидравлической схеме, причём *расход жидкости* на каждом участке *различный* в соответствии с расходами потребителей. Эти системы, как правило, большой длины. Главными гидравлическими сопротивлениями являются потери по длине. Потери напора в местных сопротивлениях принимаются равными $(5 + 10) \%$ от потерь напора по длине, т. е. $\Sigma h_r = (0,05 + 0,1) h_l$.

6.1. Расчёт простых трубопроводных систем

При расчёте простых трубопроводов в зависимости от поставленной задачи, известных и определяемых параметров выделяют *три типа расчётов*.

1. Определение *напора (H) или давления (p)* при известных: расходе жидкости (Q), геометрических размерах трубопровода (длине l , диаметре d), местных сопротивлениях на трубопроводе.

2. Определение *расхода (Q)*, или пропускной способности трубопровода, при известных: действующем напоре (H) или давлении (p) в системе; геометрических размерах и установленных местных сопротивлениях.

3. Определение *геометрических размеров* трубопроводов (l ; d), *характеристик местных сопротивлений* при известном расходе (Q), действующем напоре (H) или давлении (p). Наиболее трудоёмкой считается

задача по определению диаметра (d) трубопровода, так как такой расчёт проводится методом подбора и пересчёта нескольких вариантов.

Рассмотрим расчёт простого трубопровода. Здесь возможны *два случая: истечение жидкости в атмосферу и истечение под уровень.*

Расчёты простых трубопроводных систем основаны на использовании основного уравнения гидродинамики - уравнения Бернулли.

6.1.1. Расчёт простой трубопроводной системы с истечением жидкости в атмосферу

На рис. 6.1 представлена схема простого водопровода с водонапорной башней, создающей постоянный напор H . Известны длина трубопровода l , диаметр d , местные сопротивления в виде входа в трубу, вентиля и двух колен (отводов).

Давление на поверхности воды в баке атмосферное (p_a), выход воды в конце трубы также в атмосферу (p_a).



Рис. 6.1

В представленной схеме действующий напор H считается постоянным, уровень жидкости в напорном баке поддерживается на постоянном горизонте за счёт подачи воды (или другой жидкости) в бак, например, из скважины или от насосной установки, так, чтобы автоматически регулировался приток в бак, равным расходу жидкости в системе. Постоянная подача жидкости показана по трубопроводу, обозначенному пунктирной линией.

В дальнейших схемах трубопроводных систем приток жидкости в систему не обозначается, но всегда подразумевается **установившееся движение**, т. е. скорость движения жидкости в трубе не изменяется во времени.

Расчёт простой системы проведём путём применения уравнения Бернулли.

В разделе 4.5.7 представлена методика составления уравнения Бернулли, которая была использована при изучении приборов для измерения скорости и расхода жидкости (см. раздел 4.5.8). При составлении уравнения Бернулли для этих приборов не учитывались потери напора в гидравлических сопротивлениях. В приведённых расчётах трубопроводных систем будут учтены все виды гидравлических сопротивлений.

Итак, при расчёте простой системы с истечением в атмосферу воспользуемся уравнением Бернулли (4.15). Согласно методике составления уравнения, выполним следующие пункты.

1. Выбираем два сечения: **одно сечение проводим по свободной поверхности в напорном баке** (башне), где скорость допустимо считать равной нулю (уровень жидкости постоянный, движения нет), **другое – на выходе жидкости из трубы**, где существует определённая скорость движения.

2. Сечения 1-1 и 2-2 нумеруем по направлению движения жидкости.

3. В выбранных сечениях учитываем **абсолютное давление**, т. е. давление, рассчитанное с учётом атмосферного: $p_1 = p_a$; $p_2 = p_a$.

4. **Плоскость сравнения 0 – 0 совместим с сечением 2 – 2**, тогда $z_1 = H$; $z_2 = 0$. Если бы плоскость сравнения совместили с сечением 1 – 1, тогда $z_1 = 0$; $z_2 = -H$. Помним, что отсчёты от плоскости сравнения вверх считаются положительными, вниз – отрицательными.

5. Записываем уравнение Бернулли (4.15) в общем виде и расписываем значение всех параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{m-2}$$

$$\begin{array}{ll} z_1 = H; & z_2 = 0; \\ p_1 = p_a; & p_2 = p_a; \\ v_1 = 0; & v_2 = v; \quad \alpha_2 = 1,0; \end{array}$$

для коэффициента α_2 предполагаем турбулентный режим в круглой трубе.

Получим:
$$H + \frac{p_a}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h_w.$$

В этом уравнении у потерь напора в гидравлических сопротивлениях (h_w) индекс 1-2 опускаем, поскольку вся расчётная схема системы входит между выбранными сечениями.

После сокращений получим:

$$H = \frac{v^2}{2g} + h_w. \quad (6.1)$$

Вывод: при истечении жидкости в атмосферу действующий напор затрачивается на создание скоростного напора и преодоление гидравлических сопротивлений.

Представим в уравнении (6.1) гидравлические сопротивления согласно формуле (5.1)

$$h_w = \Sigma h_r + h_l.$$

С учётом формул (5.2) и (5.3):

$$\Sigma h_r = \Sigma \zeta \frac{v^2}{2g} \quad \text{и} \quad h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Получим
$$H = \frac{v^2}{2g} + \Sigma \zeta \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

или
$$H = \frac{v^2}{2g} \left(1 + \Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right). \quad (6.2)$$

Таким образом, по формуле (6.2) рассчитывается *действующий напор простой системы при истечении жидкости в атмосферу*.

Из формулы (6.2) можно получить расчётную формулу для расхода.

Скорость движения жидкости в трубе

$$v = \sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH}. \quad (6.3)$$

Расход $Q = v\omega$;

где ω – площадь живого сечения: $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$;

$$Q = \omega \sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH}. \quad (6.4)$$

В формуле (6.4) величина $\sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d}}}$ постоянная для заданной системы, влияет на величину расхода и называется “коэффициент расхода”, обозначается $\mu_{\text{сист.}}$:

$$Q = \mu_{\text{сист.}} \omega \sqrt{2gH}. \quad (6.5)$$

Формула (6.5) является обобщённой формулой для расхода жидкости в простых системах, а значение коэффициента μ рассчитывается для каждой системы.

6.1.2. Расчёт простой трубопроводной системы при истечении жидкости под уровень

Истечением под уровень считается случай, когда жидкость поступает в резервуар, заполненный жидкостью, т. е. под уровень жидкости. Схема трубопровода с истечением под уровень может быть получена из предыдущей схемы (см. рис. 6.1), но выход жидкости покажем в другой открытый резервуар (рис. 6.2).

Для расчёта простой системы с истечением под уровень воспользуемся также уравнением Бернулли (4.15):

1. Выберем *два сечения* по свободным поверхностям жидкости в резервуарах, где скорости жидкости равны нулю.

2. Сечения 1-1 и 2-2 пронумеруем по направлению движения жидкости.

3. Учтём *абсолютные давления* в выбранных сечениях: $p_1 = p_a$; $p_2 = p_a$.

4. *Плоскость сравнения 0-0* совместим с сечением 2-2, тогда $z_1 = H$; $z_2 = 0$.

5. *Запишем уравнение Бернулли* в общем виде и покажем подстановку параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}};$$

$$\begin{array}{l} z_1 = H; \\ p_1 = p_a; \\ v_1 = 0; \end{array} \quad , \quad \begin{array}{l} z_2 = 0; \\ p_2 = p_a; \\ v_2 = 0. \end{array}$$

После подстановки параметров и сокращений получим:

$$H = h_w. \quad (6.6)$$

Вывод: в простой трубопроводной системе при истечении жидкости под уровень действующий напор затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений.

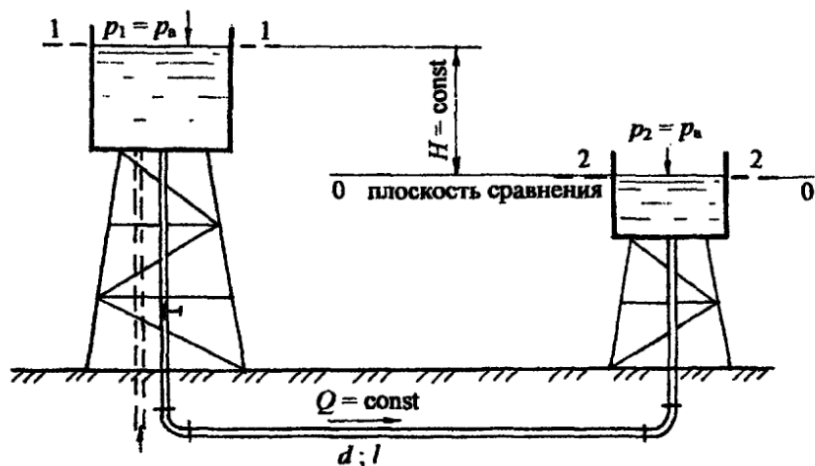


Рис. 6.2

С учётом формул (5.1); (5.2) и (5.3) формула (6.6) принимает вид:

$$H = \frac{v^2}{2g} \left(\Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right). \quad (6.7)$$

Гидравлический расчёт двух рассмотренных систем аналогичен, а формулы (6.2) и (6.7) тождественны. Различие в формулах состоит в том, что при истечении в атмосферу единица в скобках учитывает единичную кинетическую энергию на выходе (или скоростной напор $v^2/2g$).

При истечении под уровень единица в скобках входит в сумму коэффициентов местных сопротивлений, а именно $\zeta_{\text{вых}} = 1,0$.

По аналогии с предыдущим выводом получим формулу для расхода:

$$Q = \omega \sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH}. \quad (6.8)$$

Обозначим:

$$\sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d}}} = \mu_{\text{сист. под ур.}},$$

тогда

$$Q = \mu_{\text{сист. под ур.}} \omega \sqrt{2gH}. \quad (6.9)$$

Формула (6.9) подтверждает обобщённость применения формулы (6.5).

На рис. 6.1 и 6.2 представлены схемы простых систем в самом общем виде. В технике имеют место различные схемы трубопроводных систем в виде водопроводов, нефтепроводов, газопроводов и им подобные. Движение жидкости происходит не только за счёт напорного бака (башни), разности напоров в резервуарах, но и за счёт давления, создаваемого насосом.

6.1.3. Методика расчёта простых трубопроводных систем

Расчёт простых систем *первого типа* по определению *напора (H)* или *давления (p)* включает следующие этапы.

1. Составляется уравнение Бернулли для характерных сечений.
2. Производится подстановка всех параметров *в буквенном выражении для определения неизвестного напора или давления.*
3. Определяется *скорость движения* жидкости в трубе при известном расходе.
4. Рассчитываются потери напора *в местных сопротивлениях* (Σh_r).
5. Определяются потери напора *по длине* (h_l) по схеме, представленной на рис. 5.1.
6. Производится *численный расчёт* напора или давления.

Простые системы *второго типа* по определению *расхода (Q)* рассчитываются в следующей последовательности:

1. Составляется уравнение Бернулли для выбранных сечений.
2. Производится подстановка входящих параметров и уравнение решается *в буквенном выражении относительно скорости движения жидкости.*

3. В расчётную формулу скорости входит коэффициент гидравлического сопротивления (λ), формула для которого выбирается в соответствии со значением числа Рейнольдса (Re). Но в формулу (4.20) для (Re) также входит неизвестная скорость, поэтому при заданной шероховатости трубы (Δ_s) при движении воды предполагается турбулентный режим, зона квадратичного сопротивления, для которой λ не зависит от числа Рейнольдса Re . Коэффициент λ рассчитывается по формуле Шифринсона (5.14), а затем определяется скорость движения жидкости.

4. Проверяется режим движения жидкости и зона сопротивления (см. схему на рис. 5.1). Если подтверждается квадратичная зона сопротивления, рассчитывается расход жидкости (Q).

Если режим движения и зона сопротивления не подтвердится, проводится повторный расчёт коэффициента λ в соответствии с числом Re по схеме (рис. 5.1).

5. После окончательного уточнения режима движения и области сопротивления определяется коэффициент λ и рассчитывается расход Q .

Как правило, при движении воды в шероховатых трубах имеет место турбулентный режим, зона квадратичного сопротивления.

Расчёт простых систем *третьего типа* по определению длины или значений *коэффициентов местных сопротивлений* различных устройств (кранов, задвижек, диафрагм и им подобных) не представляет трудности.

Составляется уравнение Бернулли для характерных сечений, затем оно преобразуется в буквенное выражение для расчёта предельной длины трубопровода или для определения коэффициента местного сопротивления какого-либо устройства. В буквенное выражение подставляется значение заданных или рассчитанных параметров.

Трудной представляется задача по *определению диаметра трубопровода (d)* при заданных расходе, напоре и длине (Q ; H и l).

Наиболее просто такую задачу решить графически. Расчёт проводим путём нескольких приближённых решений.

Как и ранее, предполагаем квадратичную область сопротивления, рассчитывая коэффициент λ по формуле (5.14) при заданной шероховатости Δ_s , задаём ряд значений диаметра (d_1 ; d_2 ; d_n).

Пользуясь формулой для расхода в буквенном выражении, например формулой (6.4):

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{1}{1 + \Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2gH},$$

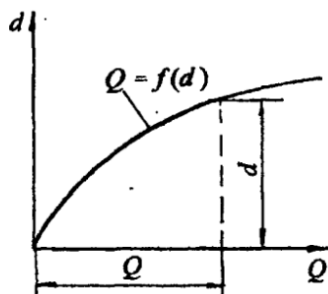


Рис. 6.3

Для ориентировочного определения наиболее выгодного диаметра трубопровода (d) при заданном расходе (Q) можно пользоваться также формулой В. Г. Лобачёва:

$$d = (0,8 - 1,2) Q^{0,42}.$$

На практике для расчёта диаметра трубопровода пользуются **оптимальными** значениями скоростей: при движении в водопроводных системах скорость $v = (0,8 - 1,2)$ м/с, реже до 1,5 м/с; для шахтных водоотливных трубопроводов $v = (2,0 - 2,5)$ м/с.

Следует отметить, что для технико-экономических расчётов по определению оптимальных значений диаметров трубопроводов следует пользоваться специальной литературой и таблицами.

Ниже представлены примеры расчётов различного вида простых систем. Расчёты включают определение основных параметров движения, построения пьезометрической линии и графическое определение потерь напора в системе.

просчитываем несколько вариантов значений расхода ($Q_1; Q_2; \dots; Q_n$) для принятых диаметров и строим графическую зависимость $Q = f(d)$. Эта зависимость квадратичная и в общем виде представлена на рис. 6.3.

По графику для заданного значения расхода Q определяется диаметр трубопровода d .

6.2. Примеры решения задач по теме: “Расчёт простых трубопроводных систем”

Задача 6.2.1 С помощью насоса по трубе диаметром $d = 50$ мм и длиной $l = 70$ м нефть подаётся в закрытый резервуар на высоту $H = 15$ м. Считать $H = \text{const}$.

Определить показание мановакуумметра ($p_{\text{мв}}$), установленного на поверхности нефти в закрытом резервуаре, если показание манометра после насоса $p_{\text{ман}} = 1,3$ ат. Расход нефти $Q = 1,2$ л/с, плотность нефти $\rho_n = 900$ кг/м³, относительная вязкость по Энглеру $E = 4,0$. В системе установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha = 40^\circ$ и два колена с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{кол}} = 0,8$ (рис. 6.4).

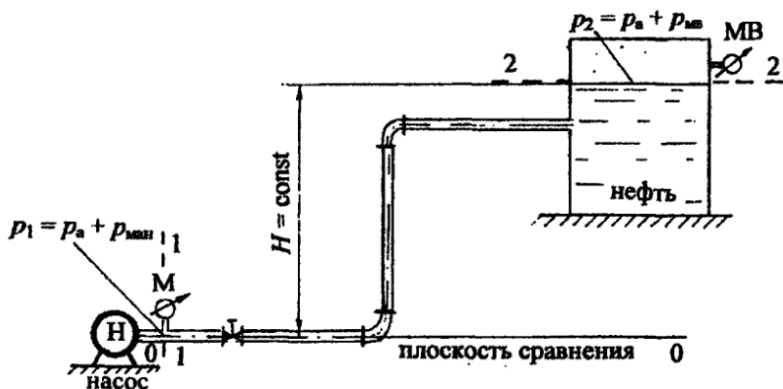


Рис. 6.4

Решение. Представленная трубопроводная система относится к *первому типу* простых систем.

Следует вспомнить из главы 1 (задача 1.5.3), что *мановакуумметр* – это прибор, который может измерять, как манометрическое (избыточное) давление, так и вакуум. При решении задачи давление на поверхности нефти будем обозначать $p_{\text{мв}}$. Если при решении задачи значение давления получится положительным, значит, мановакуумметр работает, как манометр; отрицательное значение давления означает, что мановакуумметр работает, как вакуумметр.

Для определения показания мановакуумметра воспользуемся уравнением Бернулли. Согласно методике составления уравнения (см. раздел 4.5.7):

1. Выбираем *два сечения*: одно - в месте установки манометра, это сечение проводим нормально к направлению движения жидкости, где скорость равна скорости движения нефти в трубе - v ; *другое* - по свободной поверхности в резервуаре, где давление определяется по мановакуумметру, а скорость равна нулю.

2. Сечения 1-1 и 2-2 нумеруем по направлению движения жидкости, чтобы в уравнении потери напора в гидравлических сопротивлениях учитывались со знаком "+".

3. В выбранных сечениях принимаем абсолютное давление, т. е. с учётом атмосферного: $p_1 = p_a + p_{ман}$; $p_2 = p_a + p_{мв}$.

4. Плоскость сравнения 0-0 проводим через ось первого сечения: $z_1 = 0$; $z_2 = H$.

5. Записываем уравнение Бернулли (4.15) в общем виде и производим подстановку всех параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1-2};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= 0; & z_2 &= H; \\ p_1 &= p_a + p_{ман}; & p_2 &= p_a + p_{мв}; \\ v_{1\text{ сеч.}} &= v; \alpha_1 = 2,0; & v_{2\text{ сеч.}} &= 0. \end{aligned}$$

Движущаяся жидкость - нефть относится к вязким жидкостям, поэтому предполагаем ламинарный режим (коэффициент $\alpha_1 = 2,0$). В процессе решения задачи режим движения нефти будет проверен.

Подставляем все параметры в уравнение Бернулли:

$$\frac{p_a}{\rho_n g} + \frac{p_{ман}}{\rho_n g} + \frac{2v^2}{2g} = H + \frac{p_a}{\rho_n g} + \frac{p_{мв}}{\rho_n g} + h_w.$$

После сокращений и преобразования уравнения Бернулли получим:

$$\frac{p_{мв}}{\rho_n g} = \frac{p_{ман}}{\rho_n g} + \frac{2v^2}{2g} - H - h_w. \quad (6.10)$$

Рассчитаем все слагаемые в уравнении (6.10):

$$\frac{p_{ман}}{\rho_n g} = \frac{1,3 \cdot 98 \cdot 10^3}{900 \cdot 9,8} = 14,44 \text{ м.}$$

Скорость движения нефти в трубе (v) рассчитываем через расход (Q):

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2};$$

расход Q и диаметр d переводим: $Q = 1,2 \text{ л/с} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$; $d = 0,05 \text{ м}$;

$$v = \frac{4 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,05^2} = 0,61 \text{ м/с};$$

скоростной напор $\frac{v^2}{2g} = \frac{0,61^2}{2 \cdot 9,8} = 0,019 \text{ м}$ (достаточно малая величина).

Рассчитаем потери напора в гидравлических сопротивлениях по формуле (5.1)

$$h_w = \Sigma h_r + h_l;$$

потери напора в местных сопротивлениях по формуле (5.2)

$$\Sigma h_r = \Sigma \zeta \frac{v^2}{2g},$$

где $\Sigma \zeta$ – сумма коэффициентов местных сопротивлений. Учитываем потери напора в двух коленах и в пробковом кране:

$$\Sigma \zeta = 2 \zeta_{\text{кол.}} + \zeta_{\text{кр.}} + \zeta_{\text{выкл.}};$$

по табл. 4 (см. приложение): $\zeta_{\text{кр.}} = 17,3$ при угле закрытия $\alpha = 40^\circ$, $\zeta_{\text{выкл.}} = 1,0$, тогда:

$$\Sigma \zeta = 2 \cdot 0,8 + 17,3 + 1,0 = 19,9;$$

получим

$$\Sigma h_r = 19,9 \cdot 0,019 = 0,38 \text{ м.}$$

Потери напора по длине определяем согласно формуле (5.3):

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Для выбора расчётной формулы коэффициента гидравлического сопротивления λ (см. схему, рис. 5.1) определим режим движения жидкости по критерию Рейнольдса (см. формулу 4.20):

$$Re = \frac{v d}{\nu}$$

В формулу (4.20) входит коэффициент кинематической вязкости ν . Для расчёта этого коэффициента воспользуемся значением относительной вязкости в градусах Энглера ($^{\circ}E$) (см. физические свойства жидкости). По формуле Уббеллоде:

$$\nu = \left(0,0731^{\circ}E - \frac{0,0631}{^{\circ}E} \right) \cdot 10^{-4};$$

$$\nu = \left(0,0731 \cdot 4,0 - \frac{0,0631}{4,0} \right) \cdot 10^{-4}, \text{ м}^2/\text{с}; \quad \nu = 0,277 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Получим:
$$Re = \frac{0,61 \cdot 0,05}{0,277 \cdot 10^{-4}} = 1101 < Re_{кр} = 2300.$$

Так как число Re меньше критического значения, заключаем, что имеет место *ламинарный режим движения нефти*. Принятое значение коэффициента $\alpha_1 = 2,0$ верно.

Для ламинарного режима коэффициент гидравлического сопротивления λ рассчитывается по формуле (5.8)

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

Рассчитаем потери напора по длине:

$$h_l = \frac{64 l v^2}{Re d 2g}; \quad h_l = \frac{64}{1101} \cdot \frac{70}{0,05} \cdot 0,019 = 1,54 \text{ м}.$$

Потери напора в гидравлических сопротивлениях:

$$h_w = 0,38 + 1,54 = 1,92 \text{ м}.$$

Подставим значение всех слагаемых в преобразованное уравнение Бернулли (6.10):

$$\frac{p_{\text{мв}}}{\rho_{\text{H}} g} = 14,44 + 0,019 \cdot 2 - 15,0 - 1,92 = -2,44 \text{ м.}$$

Получили отрицательное значение, значит, мановакуумметр работает как вакуумметр. Величина вакуума

$$p_{\text{мв}} = p_{\text{вак}} = 2,44 \cdot \rho_{\text{H}} g = 2,44 \cdot 900 \cdot 9,8 = 21521 \text{ Па или } p_{\text{вак}} = 0,22 \text{ ат.}$$

Ответ. Показание мановакуумметра соответствует вакуумметрическому давлению: $p_{\text{мв}} = p_{\text{вак}} = 0,22 \text{ ат.}$

Задача 6.2.2. Вода из закрытого резервуара *A* поступает в открытый резервуар *B* при пропускной способности системы $Q = 15 \text{ л/с}$ по трубам: $d_1 = 75 \text{ мм}$; $l_1 = 8 \text{ м}$ и $l_2 = 12 \text{ м}$; $d_2 = 100 \text{ мм}$ и $l_3 = 15 \text{ м}$. Напоры воды в резервуарах постоянны относительно оси трубы: $H_1 = 1,5 \text{ м}$; $H_2 = 3,5 \text{ м}$ (рис. 6.5).

Определить показание манометра ($p_{\text{ман}}$) на поверхности воды в закрытом резервуаре, а также соответствующий манометрический напор ($H_{\text{ман}}$).

Принять абсолютную шероховатость труб: $\Delta_1 = 0,5 \text{ мм}$; $\Delta_2 = 0,2 \text{ мм}$. Учесть местные сопротивления в системе: на входе в первую трубу; в пробковом кране при угле закрытия $\alpha = 30^\circ$; при внезапном расширении и на выходе из второй трубы.

Движение воды в системе считать установившемся, т.е. $Q = \text{const}$. Построить линию полного напора (напорную линию), пьезометрическую линию, показать эпюру потерь напора.

Решение. Представленная схема (см. рис. 6.5) относится к простым трубопроводным системам *первого типа с истечением под уровень*.

Для определения избыточного (манометрического) давления ($p_{\text{ман}}$) на поверхности воды в резервуаре *A* воспользуемся уравнением Бернулли (см. методику в разделе 4.5.7):

1. Выберем **два сечения** по свободным поверхностям в резервуарах, где скорость допустимо считать равной нулю.

2. Сечения 1-1 и 2-2 пронумеруем по направлению движения воды.

3. В выбранных сечениях учтём абсолютное давление: $p_1 = p_{\text{a}} + p_{\text{ман}}$;

$p_2 = p_{\text{a}}$.

4. Плоскость сравнения совместим с осью трубы, тогда $z_1 = H_1$; $z_2 = H_2$.

5. Запишем уравнение Бернулли (4.15) в общем виде и решим его:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1-2};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= H_1; & z_2 &= H_2; \\ p_1 &= p_a + p_{\text{ман}}; & p_2 &= p_a; \\ v_{1 \text{ сеч.}} &= 0; & v_{2 \text{ сеч.}} &= 0; \end{aligned}$$

после подстановки параметров и сокращений получим:

$$H_1 + \frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = H_2 + h_w, \text{ откуда } \frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = H_2 - H_1 + h_w. \quad (6.11)$$

В формуле (6.11) следует определить величину потерь напора в гидравлических сопротивлениях (h_w). Ввиду того, что по условию задачи необходимо *представить графически* распределение напора по длине системы, запишем потери напора по порядку по направлению движения воды:

$$h_w = h_{\text{вх}} + h_{l_1} + h_{\text{кр.}} + h_{l_2} + h_{\text{в.р.}} + h_{l_3} + h_{\text{вых.}} \quad (6.12)$$

Все потери напора в гидравлических сопротивлениях пропорциональны скоростному напору, поэтому потери напора в трубе диаметром d_1 определим с учётом скоростного напора $\frac{v_1^2}{2g}$, а в трубе диаметром d_2 - $\frac{v_2^2}{2g}$.

Скорости v_1 и v_2 рассчитаем через расход Q по формулам:

$$v_1 = \frac{Q}{\omega_1} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} \text{ и } v_2 = \frac{Q}{\omega_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2};$$

при подстановке данных учитываем: $Q = 15 \text{ л/с} = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$;
 $d_1 = 75 \text{ мм} = 0,075 \text{ м}$; $d_2 = 100 \text{ мм} = 0,1 \text{ м}$.

После вычислений получим скорости: $v_1 = 3,4 \text{ м/с}$; $v_2 = 1,9 \text{ м/с}$;

соответственно скоростные напоры: $\frac{v_1^2}{2g} = 0,6 \text{ м}$; $\frac{v_2^2}{2g} = 0,2 \text{ м}$.

Рассчитаем потери напора *в местных сопротивлениях*.

Потери напора *на входе в трубу* диаметром d_1 :

$$h_{\text{вх}} = \zeta_{\text{вх}} \frac{v_1^2}{2g}, \text{ принимая } \zeta_{\text{вх}} = 0,5 \text{ по табл. 4 (см. приложение),}$$

получим $h_{\text{вх}} = 0,5 \cdot 0,6 = 0,3 \text{ м}$.

Потери напора в пробковом кране:

$$h_{\text{кр.}} = \zeta_{\text{кр.}} \frac{v_1^2}{2g}, \text{ принимая } \zeta_{\text{кр.}} = 5,47 \text{ при } \alpha = 30^\circ \text{ по табл. 4 (см. приложение),}$$

получим $h_{\text{кр.}} = 5,37 \cdot 0,6 = 3,3 \text{ м.}$

Потери напора при внезапном расширении:

$$h_{\text{в.р.}} = \zeta_{\text{в.р.}} \frac{v_2^2}{2g}, \text{ где } \zeta_{\text{в.р.}} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \right)^2 = 0,6 \text{ согласно табл. 4 (см. приложение),}$$

тогда $h_{\text{в.р.}} = 0,6 \cdot 0,2 = 0,12 \text{ м.}$

Потери напора на выходе из трубы в резервуар В:

$$h_{\text{вых}} = \zeta_{\text{вых}} \frac{v_2^2}{2g}, \text{ принимая } \zeta_{\text{вых}} = 1,0 \text{ по табл. 4 (см. приложение),}$$

получим $h_{\text{вых}} = 0,2 \text{ м.}$

Переходим к определению *потерь напора по длине* по формуле (5.3):

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Для труб с диаметрами d_1 и d_2 следует рассчитать коэффициенты гидравлического сопротивления λ_1 и λ_2 .

Выбор расчётной зависимости коэффициента λ зависит от режима движения жидкости и шероховатости труб (см. схему на рис. 5.1).

Рассчитаем числа Рейнольдса для каждой трубы по формуле (4.20):

$$Re_1 = \frac{v_1 d_1}{\nu}; \quad Re_2 = \frac{v_2 d_2}{\nu},$$

значение коэффициента кинематической вязкости воды (ν) принимаем по табл.1 (см. приложение), для воды $\nu = 1,008 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с.}$

Получим $Re_1 = 255000$; $Re_2 = 190000$, следовательно, режим движения воды турбулентный, так как Re_1 и Re_2 больше $Re_{\text{кр.}} = 2300$.

Рассчитаем граничные значения для чисел Re , чтобы установить область сопротивления для обеих труб при турбулентном режиме:

$$20 \frac{d_1}{\Delta_1} = 20 \frac{75}{0,5} = 3000; \quad 20 \frac{d_2}{\Delta_2} = 20 \frac{100}{0,2} = 10000;$$

$$500 \frac{d_1}{\Delta_1} = 500 \frac{75}{0,5} = 75000; \quad 500 \frac{d_2}{\Delta_2} = 500 \frac{100}{0,2} = 250000.$$

Для *первой трубы* $Re_1 = 255000 > 500 \frac{d_1}{\Delta_1}$, значит имеет место зона *квадратичного сопротивления*, коэффициент λ рассчитывается по формуле Шифринсона (5.14):

$$\lambda_1 = 0,11 \left(\frac{\Delta_1}{d_1} \right)^{0,25}; \quad \lambda_1 = 0,11 \left(\frac{0,5}{75} \right)^{0,25} = 0,032.$$

Потери напора по длине на первом и втором участках согласно формуле (5.3):

$$h_{h_1} = 0,032 \frac{8,0}{0,075} 0,6 = 2,0 \text{ м}; \quad h_{h_2} = 0,032 \frac{12,0}{0,075} 0,6 = 3,0 \text{ м}.$$

Для *второй трубы* $20 \frac{d_2}{\Delta_2} < Re = 190000 < 500 \frac{d_2}{\Delta_2}$, имеет место зона *доквадратичного сопротивления*, коэффициент λ рассчитываем по формуле Альтшуля (5.12) (см. схему рис. 5.1):

$$\lambda_2 = 0,11 \left(\frac{68}{Re_2} + \frac{\Delta_2}{d_2} \right)^{0,25}; \quad \lambda_2 = 0,024.$$

Потери напора по длине на третьем участке:

$$h_{h_3} = \lambda_2 \frac{l_3}{d_2} \frac{v_2^2}{2g}; \quad h_{h_3} = 0,024 \frac{15,0}{0,1} 0,2 = 0,7 \text{ м}.$$

Подставим значение всех потерь напора в формулу (6.12):

$$h_w = 0,3 + 2,0 + 3,3 + 3,0 + 0,12 + 0,7 + 0,2 = 9,62 \text{ м}.$$

После подстановки слагаемых в формулу (6.11) получим:

$$\frac{P_{\text{ман}}}{\rho g} = 3,5 - 1,5 + 9,62 = 11,62 \text{ м},$$

значит соответствующий манометрический напор $H_{\text{ман}} = 11,62 \text{ м}$.

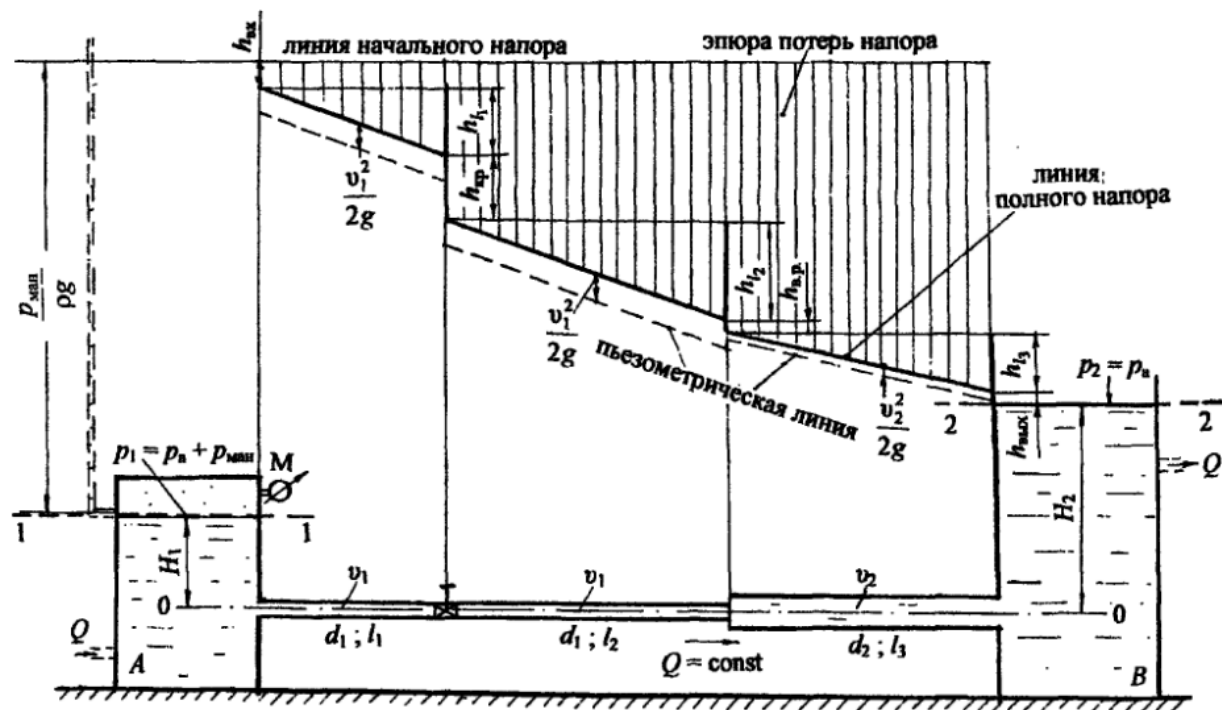


Рис. 6.5

Представим манометрическое давление ($p_{\text{ман.}}$) в кПа:

$$p_{\text{ман.}} = 11,62 \cdot \rho g = 11,62 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 113,9 \cdot 10^3 \text{ Па} = 113,9 \text{ кПа.}$$

Манометрическое давление в атмосферах $p_{\text{ман.}} = 1,16 \text{ ат.}$

Переходим к построению линии полного напора.

От уровня жидкости в резервуаре *A* пунктиром покажем пьезометр, показание которого соответствует величине $p_{\text{ман.}}/(\rho g)$ (см. главу 2, задачи 2.3.6; 2.3.8). По уровню жидкости в пьезометре проведём *горизонтальную линию начального напора*. До линии начального напора проводим *вертикальные линии* по характерным сечениям трубопровода: входа в трубу; крана; внезапного расширения; выхода из трубы (рис. 6.5).

Откладываем по порядку, начиная от линии начального напора, по вертикали потери напора:

- на входе в виде скачка $h_{\text{вх}} = 0,3 \text{ м}$;
- по длине первого участка в виде наклонной прямой $h_1 = 2,0 \text{ м}$;
- в кране в виде скачка $h_{\text{кр.}} = 3,3 \text{ м}$;
- по длине второго участка в виде наклонной прямой $h_2 = 3,0 \text{ м}$;
- при внезапном расширении в виде скачка $h_{\text{в.р.}} = 0,12 \text{ м}$;
- по длине третьего участка $h_3 = 0,7 \text{ м}$;
- на выходе в резервуар *B* также в виде скачка $h_{\text{вых}} = 0,2 \text{ м}$.

Линия полного напора должна закончиться на свободной поверхности в резервуаре *B* (на рис. 6.5 масштаб не выдержан).

Пьезометрическую линию проводим ниже линии полного напора на величину $\frac{v_1^2}{2g} = 0,6 \text{ м}$ для трубы диаметром d_1 и на величину $\frac{v_2^2}{2g} = 0,2 \text{ м}$ для трубы диаметром d_2 . Пьезометрическая линия показана пунктиром.

Следует обратить внимание, что при внезапном расширении полный напор падает, а пьезометрический напор повышается.

Строим эпюру потерь напора. Показываем *вертикальные штриховые линии* от линии начального напора до линии полного напора. Каждая вертикальная штриховая линия соответствует потерям напора от начала трубопровода до выбранного сечения. Графическое представление распределения напоров закончено.

Ответ: показание манометра $p_{\text{ман.}} = 1,16 \text{ ат.}$, манометрический напор, соответствующий показанию манометра $H_{\text{ман.}} = \frac{p_{\text{ман.}}}{\rho g} = 11,6 \text{ м.}$

На примерах задач 6.2.1 и 6.2.2 рассмотрен расчёт простых трубопроводных систем первого типа: в задаче 6.2.1 определялось давление, а в задаче 6.2.2 – действующий напор и построение пьезометрической линии.

Ниже предлагается расчёт простой трубопроводной системы *второго типа* с определением пропускной способности (расхода жидкости) системы с истечением в атмосферу.

Задача 6.2.3. С помощью насоса вода поднимается на высоту $H = 15$ м с истечением в атмосферу. Определить пропускную способность (расход) системы, если показание манометра, установленного после насоса, $p_{\text{ман}} = 1,6$ ат; длина трубы $l = 80$ м; диаметр трубы $d = 100$ мм с абсолютной шероховатостью $\Delta = 0,5$ мм. На трубопроводе установлены: задвижка Лудло со степенью закрытия $a/d = 3/4$ и три колена.

Принять плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³, кинематический коэффициент вязкости $\nu = 1,008 \cdot 10^{-6}$ м²/с. Движение воды считать установившимся, т. е. $Q = \text{const}$ (рис. 6.6).

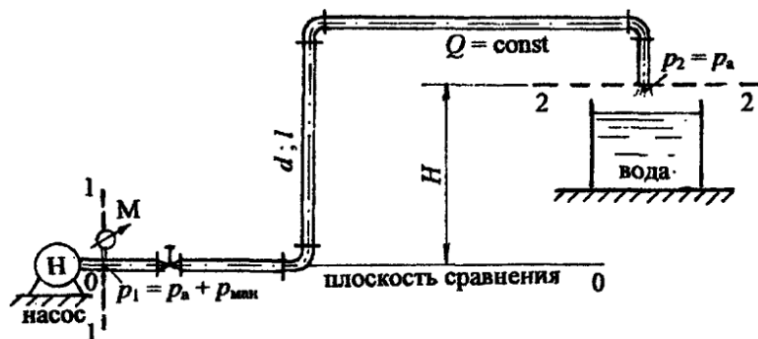


Рис. 6.6

Решение. Для определения расхода (Q) воспользуемся уравнением Бернулли (4.15) по принятой методике (см. раздел 4.5.7):

1. **Выбираем два сечения**, где известны давления, т. е. в месте установки манометра и на выходе воды в атмосферу. В этих сечениях скорости одинаковы ($v = \text{const}$), так как не изменяется диаметр трубопровода и пропускная способность. Сечения проводим нормально к направлению движения жидкости, т. е. трубу рассекаем нормальной плоскостью.

2. **Сечения нумеруем по направлению движения жидкости**: 1-1 - в месте установки манометра, 2-2 - на выходе воды в атмосферу.

3. В выбранных сечениях *учитываем абсолютное давление*, т. е. давление, рассчитанное с учётом атмосферного: $p_1 = p_a + p_{\text{ман}}$; $p_2 = p_a$.

4. *Плоскость сравнения 0-0* проводим через ось первого сечения, тогда $z_1 = 0$; $z_2 = H$.

5. Записываем уравнение Бернулли (4.15) в общем виде и делаем подстановку параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{вп.2}};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= 0; & z_2 &= H; \\ p_1 &= p_a + p_{\text{ман}}; & p_2 &= p_a; \\ v_1 &= v_2 = v = \text{const.} \end{aligned}$$

После преобразований и сокращений получим:

$$\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = H + h_w. \quad (6.13)$$

Прочитаем преобразованное уравнение Бернулли: напор, создаваемый насосом, идёт на подъём воды на высоту H и преодоление гидравлических сопротивлений h_w .

Согласно формулам (5.1), (5.2) и (5.3), представляем гидравлические сопротивления:

$$h_w = \Sigma h_r + h_i;$$

$$\Sigma h_r = \Sigma \zeta \frac{v^2}{2g} \quad \text{и} \quad h_i = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Из формулы (6.13) запишем потери напора в гидравлических сопротивлениях:

$$h_w = \frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} - H$$

или

$$\frac{v^2}{2g} \left(\Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d} \right) = \frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} - H,$$

отсюда скорость движения воды в трубе:

$$v = \sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{l}{d}}} \sqrt{2g \left(\frac{P_{\text{ман}}}{\rho g} - H \right)}. \quad (6.14)$$

Рассчитав скорость по формуле (6.14), определим расход: $Q = v\omega$.

Для расчёта скорости в формуле (6.14) нужно определить сумму коэффициентов местных сопротивлений для задвижки и трёх колен ($\Sigma \zeta$) и коэффициент гидравлического сопротивления (λ).

Сумма коэффициентов местных сопротивлений:

$$\Sigma \zeta = \zeta_{\text{зав.}} + 3\zeta_{\text{кол.}}$$

По табл. 4, 5 (см. приложение): $\zeta_{\text{зав.}} = 17,0$; $\zeta_{\text{кол.}} = 0,39$ при диаметре $d = 100$ мм, получим $\Sigma \zeta = 18,17$.

Для выбора расчётной формулы коэффициента гидравлического сопротивления λ кроме абсолютной шероховатости трубы (Δ) необходимо определить режим движения жидкости по критерию Рейнольдса (Re) (см. формулу (4.20)).

В формулу (4.20) также входит неизвестная скорость (v), поэтому при заданной шероховатости (Δ) предполагаем турбулентный режим, зону квадратичного сопротивления, для которой λ не зависит от Re , и рассчитываем коэффициент λ по формуле Шифринсона (5.14), затем определяем скорость движения воды.

После расчёта скорости нужно проверить режим движения. Если подтвердится квадратичная зона сопротивления, рассчитаем расход. Если режим движения и зона сопротивления не подтвердится, проводим повторный расчёт коэффициента λ в соответствии с числом Re .

Итак, *предполагаем* для трубы диаметром $d = 100$ мм с шероховатостью $\Delta = 0,5$ мм *турбулентный режим, зону квадратичного сопротивления*. Коэффициент λ рассчитаем по формуле (5.14):

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}; \quad \lambda = 0,11 \left(\frac{0,5}{100} \right)^{0,25} = 0,029.$$

Подставляем все данные в формулу (6.14).

Для удобства расчётов:

$$\frac{P_{\text{ман}}}{\rho g} = \frac{1,6 \cdot 98 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,8} = 16 \text{ м.}$$

Рассчитаем скорость движения воды по формуле (6.14):

$$v = \sqrt{\frac{1}{18,17 + 0,029 \frac{80}{0,1}}} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1} = 0,69 \text{ м/с.}$$

Рассчитаем критерий Re по формуле (4.20):

$$Re = \frac{vd}{\nu}; \quad Re = \frac{0,69 \cdot 0,1}{1,008 \cdot 10^{-6}} = 68452.$$

Сравнивая число Рейнольдса (Re) для потока воды с критическим ($Re_{кр.}$), заключаем, что $Re = 68452 > Re_{кр.} = 2300$, значит, режим движения турбулентный.

По схеме (см. рис. 5.1) определим граничные значения чисел Re для установления зоны сопротивления при турбулентном режиме:

$$20 \frac{d}{\Delta} = 20 \frac{100}{0,5} = 4000;$$

$$500 \frac{d}{\Delta} = 500 \frac{100}{0,5} = 100000.$$

Значение числа Рейнольдса (Re) входит в интервал:

$$20 \frac{d}{\Delta} < Re = 68452 < 500 \frac{d}{\Delta},$$

значит, *квадратичная зона сопротивления не подтвердилась*, имеет место турбулентный режим, *зона доквадратичного сопротивления*, для которой коэффициент λ рассчитываем по формуле А. Д. Альтшуля (5.12):

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25};$$

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{68452} + \frac{0,5}{100} \right)^{0,25} = 0,031.$$

Снова рассчитаем скорость (v) при значении $\lambda = 0,031$:

$$v = \sqrt{\frac{1}{18,17 + 0,031 \frac{80}{0,1}}} \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1} = 0,676 \text{ м/с};$$

далее
$$Re = \frac{0,676 \cdot 0,1}{1,008 \cdot 10^{-6}} = 67044;$$

теперь
$$20 \frac{d}{\Delta} < Re = 67044 < 500 \frac{d}{\Delta}.$$

Доквадратичная зона сопротивления подтвердилась.

Рассчитаем расход

$$Q = v \omega = \frac{\pi d^2}{4} v;$$

$$Q = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} \cdot 0,676 = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 5,3 \text{ л/с}.$$

Ответ: пропускная способность системы $Q = 5,3 \text{ л/с}$.

Особыми случаями простого трубопровода являются *расчёт высоты установки насоса и расчёт сифона*.

В задаче 6.2.4 приводится *расчёт высоты установки центробежного насоса* (рис. 6.7). Центробежный насос имеет всасывающий трубопровод, по которому насос засасывает жидкость из водохранилища, бассейна, зумпфа и им подобных ёмкостей, и нагнетательный трубопровод, по которому жидкость под действием избыточного давления, создаваемого насосом, транспортируется по трубопроводу и поднимается на определённую высоту. Примеры расчёта нагнетательных систем приведены в задачах 6.2.1 и 6.2.3.

Движение жидкости во всасывающем трубопроводе происходит под действием вакуума. Наибольшая величина вакуума имеет место непосредственно у входа в насос перед рабочим колесом.

Задача 6.2.4. Определить высоту установки центробежного насоса ($H_{\text{нас.}}$), который отсасывает воду из зумпфа больших размеров, если диаметр всасывающего трубопровода $d = 100$ мм, длина $l = 25$ м; вакуумметрическое давление на входе в насос $p_{\text{вак.}} = 0,6$ ат. Труба водопроводная несколько загрязнённая имеет водозаборную сетку с обратным клапаном и одно колено с углом поворота $\alpha = 90^\circ$. Насос должен обеспечить постоянную подачу воды $Q = 9,0$ л/с (см. рис. 6.7).

Решение. За высоту установки центробежного насоса ($H_{\text{нас.}}$) принимается удаление вала центробежного насоса от свободной поверхности воды в зумпфе.

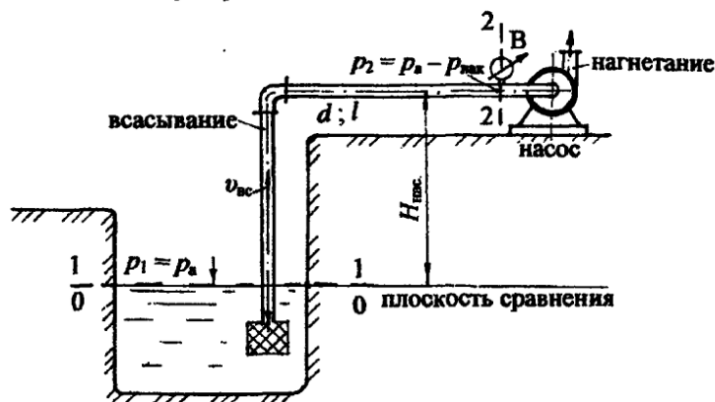


Рис. 6.7

Для определения $H_{\text{нас.}}$ воспользуемся уравнением Бернулли (4.15).

1. Выберем **два сечения**: одно по свободной поверхности в зумпфе, **другое** – на входе в насос, где установлен вакуумметр, причём нормально к направлению движения потока воды.

2. Сечения **пронумеруем по направлению движения жидкости**: 1-1 – по свободной поверхности воды в зумпфе, 2-2 – в месте установки вакуумметра.

3. В выбранных сечениях **учтём абсолютное давление**: $p_1 = p_a$; $p_2 = p_a - p_{\text{вак.}}$.

4. **Плоскость сравнения 0-0** совместим с сечением 1-1, тогда $z_1 = 0$; $z_2 = H_{\text{нас.}}$.

5. Запишем уравнение Бернулли (4.15) и произведём преобразования:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1-2};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= 0; & z_2 &= H_{\text{нас.}}; \\ p_1 &= p_a; & p_2 &= p_a - p_{\text{вак.}}; \\ v_1 &= 0; & v_2 &= v_{\text{вс.}}; \alpha_2 = 1,0 \text{ (турбулентный режим} \\ & & & \text{в круглой трубе).} \end{aligned}$$

После подстановки параметров и сокращений:

$$\frac{p_{\text{вак.}}}{\rho g} = H_{\text{нас.}} + \frac{v_{\text{вс.}}^2}{2g} + h_w. \quad (6.15)$$

Прочитаем преобразованное уравнение Бернулли: вакуумметрический напор на входе в насос должен быть таким, чтобы обеспечить подъём воды на высоту $H_{\text{нас.}}$, создать скоростной напор $\frac{v_{\text{вс.}}^2}{2g}$ и преодолеть гидравлические сопротивления h_w .

Из формулы (6.15) представим высоту установки центробежного насоса:

$$H_{\text{нас.}} = \frac{p_{\text{вак.}}}{\rho g} - \frac{v_{\text{вс.}}^2}{2g} - h_w. \quad (6.16)$$

Определим потери напора в гидравлических сопротивлениях (h_w), пользуясь формулами (5.1), (5.2) и (5.3):

$$h_w = \Sigma h_r + h_i;$$

$$\Sigma h_r = \Sigma \zeta \frac{v^2}{2g} \quad \text{и} \quad h_i = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Рассчитаем скорость всасывания и скоростной напор через расход (Q):

$$Q = v_{\text{вс.}} \omega = \frac{\pi d^2}{4} v_{\text{вс.}}, \text{ откуда } v_{\text{вс.}} = \frac{4Q}{\pi d^2},$$

получим

$$v_{\text{вс.}} = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,1^2} = 1,15 \text{ м/с};$$

скоростной напор: $\frac{v_{вс.}^2}{2g} = \frac{1,15^2}{2 \cdot 9,8} = 0,067 \text{ м}$ (достаточно малая величина).

Потери напора в местных сопротивлениях Σh_r :

$$\Sigma h_r = \Sigma \zeta \frac{v_{вс.}^2}{2g},$$

где

$$\Sigma \zeta = \zeta_{сетк.} + \zeta_{жол.},$$

по табл. 4 и табл. 5 (см. приложение) находим:

$$\zeta_{сетк.} = 10,0; \zeta_{жол.} = 0,39 \text{ (для } d=100 \text{ мм); значит } \Sigma \zeta = 10,37,$$

тогда

$$\Sigma h_r = 10,37 \cdot 0,067 = 0,7 \text{ м.}$$

Чтобы рассчитать потери напора по длине (h_l), необходимо выбрать расчётную формулу коэффициента гидравлического сопротивления (λ). Проанализируем схему выбора расчётной формулы λ (см. рис. 5.1). По условию задачи дано *описание состояния внутренней поверхности трубы: водопроводная труба несколько загрязнённая*, значит, коэффициент λ определяем по формуле (5.16):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2},$$

где коэффициент Шези (C) рассчитываем по формуле Маннинга (5.17):

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6},$$

по табл. 7 (см. приложение) для несколько загрязнённых труб принимаем $n=0,013$ или $1/n=76,9$.

Гидравлический радиус (R) для круглой трубы, согласно формуле (4.2): $R = d/4 = 0,025 \text{ м}$.

$$\text{Получим } C = 76,9 \cdot 0,025^{1/6} = 41,53.$$

Рассчитаем значение коэффициента гидравлического сопротивления λ по формуле (5.16):

$$\lambda = \frac{8 \cdot 9,8}{41,53^2} = 0,045.$$

Потери напора по длине по формуле (5.3):

$$h_l = 0,045 \frac{25}{0,1} 0,067 = 0,75 \text{ м.}$$

Все потери напора в гидравлических сопротивлениях по формуле (5.1):

$$h_w = 0,7 + 0,75 = 1,45 \text{ м.}$$

Рассчитаем вакуумметрический напор, входящий в формулы (6.15) и (6.16):

$$H_{\text{вак}} = \frac{p_{\text{вак}}}{\rho g} = \frac{0,6 \cdot 98 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,8} = 6 \text{ м.}$$

Подставим все данные в формулу (6.16):

$$H_{\text{нас.}} = 6,0 - 0,067 - 1,45 = 4,5 \text{ м.}$$

Анализ проведённого решения показывает, что высота установки центробежного насоса зависит от величины вакуума на входе в насос. Обычно вакуум перед рабочим колесом насоса должен быть в пределах $H_{\text{вак.}} \leq 4,0 \div 7,0$ м вод.ст.

Пример расчёта насосной установки с построением напорной характеристики водоотливного трубопровода хорошо представлен в учебнике “Гидравлика и гидропривод”. Авторы: В. Г. Гейер, В. С. Дулин и др. М.: Недра, 1981.

Ответ: высота установки насоса $H_{\text{нас.}} = 4,5$ м.

Рассмотрим расчёт сифона. Сифоном называется короткий трубопровод, расположенный выше горизонта жидкости в питающем резервуаре, способный перемещать жидкость в другой резервуар, уровень жидкости в котором ниже уровня в питающем резервуаре (см. рис. 6.8), т. е. должна быть *постоянная разность уровней в резервуарах*.

Принцип действия сифона основан на создании вакуума в верхней точке сифона, для этого сифонную трубу каким-либо способом заполняют жидкостью до верхней точки, например, устанавливают подпитывающий трубопровод. На входе в сифонную трубу, как правило, устанавливают сетку с обратным клапаном, который закрывается при заолнении трубы жидкостью, а при работе сифона обратный клапан поднимается (открывается).

Расчёт сифона включает определение двух параметров - пропускной способности (расхода) и высоты сифона.

В задаче 6.2.5 представлен расчёт сифона с истечением жидкости под уровень.

Задача 6.2.5. Рассчитать максимальную пропускную способность и высоту сифона, откачивающего воду из верхнего зумпфа в нижний, при неизменной разности уровней воды в зумпфах $H = 2,0$ м. Труба водопроводная нормальная диаметром $d = 150$ мм длиной $l_1 = 10$ м (до верхней точки сифона) и $l_2 = 20$ м. На входе в трубу установлена водозаборная сетка с обратным клапаном. Система имеет вентиль с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{вент.}} = 7,0$, одно колено с углом поворота $\alpha = 90^\circ$ и два поворота трубы с углами $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\alpha_2 = 60^\circ$. Величина предельного вакуума в верхней точке сифона $p_{\text{вак.}} = 0,55$ ат (рис. 6.8).

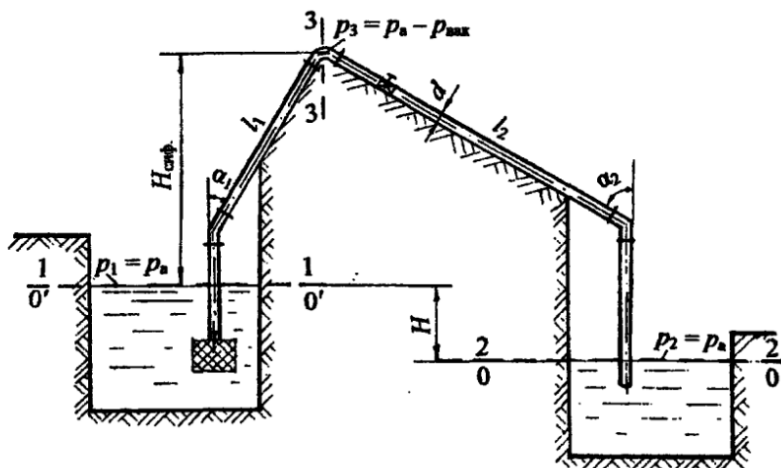


Рис. 6.8

Решение. Как и в предыдущих задачах, при расчёте сифона пользуемся уравнением Бернулли, методика составления которого уже отработана.

1. Определим пропускную способность сифона (Q).

Следует провести расчёт простой трубопроводной системы с истечением под уровень (см. раздел 6.1.2).

Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2, проведённых по свободным поверхностям воды в зумпфах, где скорости можно считать равными нулю ($v_{1 \text{ сеч.}} = v_{2 \text{ сеч.}} = 0$), а абсолютное давление - равным

атмосферному ($p_1 = p_a$; $p_2 = p_a$), так как резервуары открыты. Плоскость сравнения совместим с сечением 2-2, тогда $z_1 = H$; $z_2 = 0$.

Запишем уравнение Бернулли (4.15) и сделаем подстановку параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1-2};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= H; & z_2 &= 0; \\ p_1 &= p_a; & p_2 &= p_a; \\ v_{1 \text{ сеч.}} &= 0; & v_{2 \text{ сеч.}} &= 0. \end{aligned}$$

После подстановки данных и сокращений получим:

$$H = h_{w \text{ сиф.}} \quad (6.17)$$

Прочитаем формулу (6.17): разность уровней жидкости H (напор) в резервуарах должна быть такой, чтобы преодолеть гидравлические сопротивления в трубопроводе — $h_{w \text{ сиф.}}$.

Представим потери напора в гидравлических сопротивлениях с учётом формул (5.1), (5.2) и 5.3):

$$h_{w \text{ сиф.}} = \Sigma h_r + h_f = \Sigma \zeta \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l_1 + l_2}{d} \frac{v^2}{2g}$$

или

$$h_{w \text{ сиф.}} = \frac{v^2}{2g} \left(\Sigma \zeta + \lambda \frac{l_1 + l_2}{d} \right).$$

Формулу (6.17) представим в следующем виде:

$$H = \frac{v^2}{2g} \left(\Sigma \zeta + \lambda \frac{l_1 + l_2}{d} \right). \quad (6.18)$$

Формула (6.18) аналогична формуле (6.7). Найдём скорость движения воды в трубе (v):

$$v = \sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{l_1 + l_2}{d}}} \sqrt{2gH},$$

расход $Q = \omega v$:
$$Q = \omega \sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{l_1 + l_2}{d}}} \sqrt{2gH}. \quad (6.19)$$

Формула (6.19) аналогична формуле (6.8).

Обозначим:
$$\sqrt{\frac{1}{\Sigma \zeta + \lambda \frac{l_1 + l_2}{d}}} = \mu_{\text{сиф}}, \quad (6.20)$$

где $\mu_{\text{сиф}}$ – коэффициент расхода сифона. Рассчитаем этот коэффициент.
Сумма коэффициентов местных сопротивлений:

$$\Sigma \zeta = \zeta_{\text{сетк.}} + \zeta_{\text{хол}_1} + \zeta_{\text{хол}_2} + \zeta_{\text{хол}_3} + \zeta_{\text{вент.}} + \zeta_{\text{вык.}}$$

Пользуясь табл. 4 и табл. 5 (см. приложение), рассчитаем $\Sigma \zeta$:

$$\Sigma \zeta = 10,0 + 0,2 + 0,37 + 0,55 + 7,0 + 1,0 = 19,12.$$

Коэффициент гидравлического сопротивления (коэффициент Дарси) для нормальных водопроводных труб принимаем $\lambda = 0,0286$ для $d = 150$ мм по табл. 8 (см. приложение).

Получим значение коэффициента расхода сифона:

$$\mu_{\text{сиф.}} = \sqrt{\frac{1}{19,12 + 0,0286 \frac{30}{0,15}}} = 0,2.$$

Подставляя все параметры в формулу (6.19), учитываем, что площадь живого сечения трубы $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$, значит:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} \mu_{\text{сиф.}} \sqrt{2gH}. \quad (6.21)$$

После подстановки численных значений:

$$Q = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} \cdot 0,2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 2,0} = 0,022 \text{ м}^3 / \text{с} = 22 \text{ л/с.}$$

2. **Определим высоту сифона.** За высоту сифона ($H_{\text{сиф.}}$) принимается превышение верхней точки сифона над уровнем жидкости в питающем резервуаре (см. рис. 6.8).

Для расчёта высоты сифона воспользуемся уравнением Бернулли (4.15) для сечений 1-1 по свободной поверхности в питающем резервуаре и 3-3 - в верхней точке сифона. Сечение 3-3 проводим нормально к направлению движения потока воды, где скорость равна v , а абсолютное давление $p_3 = p_a - p_{\text{вак.}}$. Плоскость сравнения $0' - 0'$ совместим с сечением 1-1, тогда $z_1 = 0$; $z_3 = H_{\text{сиф.}}$.

Рассуждения по составлению уравнения Бернулли для определения высоты сифона свидетельствуют о том, что расчёт высоты сифона аналогичен расчёту высоты установки центробежного насоса (см. задачу 6.2.4).

Итак, уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 3-3:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{\alpha_3 v_3^2}{2g} + h_{m_{1-3}};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= 0; & z_3 &= H_{\text{сиф.}}; \\ p_1 &= p_a; & p_3 &= p_a - p_{\text{вак.}}; \\ v_1 &= 0; & v_3 &= v; \quad \alpha_3 = 1,0 \text{ (для круглой} \\ & & & \text{водопроводной трубы)}. \end{aligned}$$

Потери напора в гидравлических сопротивлениях учитываются между сечениями 1-1 и 3-3:

$$h_{m_{1-3}} = \Sigma h_{r_{1-3}} + h_{l_{1-3}} = \Sigma \zeta_{1-3} \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l_1}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

После подстановки данных в уравнение Бернулли получим:

$$H_{\text{сиф.}} = \frac{p_{\text{вак.}}}{\rho g} - \frac{v^2}{2g} \left(1 + \Sigma \zeta_{1-3} + \lambda \frac{l_1}{d} \right). \quad (6.22)$$

Скорость движения воды в трубе рассчитаем, зная величину расхода:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2}; \quad v = \frac{4 \cdot 0,022}{3,14 \cdot 0,15^2} = 1,25 \text{ м/с.}$$

Сумму коэффициентов местных сопротивлений учтём между сечениями 1-1 и 3-3:

$$\Sigma \zeta_{1-3} = \zeta_{\text{сстк.}} + \zeta_{\text{кол1}} + \zeta_{\text{кол2}}; \quad \Sigma \zeta_{1-3} = 10,57.$$

$$\text{Вакуумметрический напор } H_{\text{вак}} = \frac{p_{\text{вак.}}}{\rho g} = \frac{0,55 \cdot 98 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 9,8} = 5,5 \text{ м.}$$

Вакуумметрический напор можно также записать путём перевода (т. в м вод. ст. (см. табл. 2, приложение): 1 ат = 10 м вод. ст., значит, $p_{\text{вак.}} = 0,55 \text{ ат} = 5,5 \text{ м вод. ст.}$, т.е. $H_{\text{вак}} = 5,5 \text{ м}$.

Значение коэффициента Дарси (λ) возьмём из предыдущего расчёта: $\lambda = 0,0286$.

После подстановки численных значений параметров в формулу (6.22) получим *высоту сифона*:

$$H_{\text{сиф.}} = 5,5 - \frac{1,25^2}{2 \cdot 9,8} \left(1 + 10,57 + 0,0286 \frac{10}{0,15} \right) = 4,4 \text{ м.}$$

Из формулы (6.22) следует, что максимальная высота сифона определяется максимальным вакуумметрическим напором в верхней точке сифона. Считается, что допустимый вакуум без образования разрыва турбулентности струи $H_{\text{вак. доп.}} = (6 + 7) \text{ м}$. Значит, предельная высота сифона $H_{\text{сиф. макс}} = (5 + 6) \text{ м}$.

Ответ: пропускная способность сифона $Q = 22 \text{ л/с}$; высота сифона $H_{\text{сиф.}} = 4,4 \text{ м}$.

Итак, в разделах 6.1 и 6.2 рассмотрены теория и примеры расчёта простых трубопроводных систем. Методика расчёта таких систем основана на уравнении Бернулли. Важно уметь применить эту методику для расчёта трубопроводных систем различных типов.

В разделе 6.3 предлагаются задачи для самостоятельной работы, которые позволяют студентам проверить знания и умение использовать вышеизложенную теорию и методику расчёта простых систем. К задачам даны ответы, однако они могут несколько отличаться от полученных Вами, в зависимости от того, какими таблицами, из каких учебников и учебных пособий Вы пользуетесь.

6.3. Задачи для самостоятельной работы по теме "Расчёт простых трубопроводных систем"

Задача 6.3.1

При закрытом кране на трубопроводе диаметром $d = 50$ мм и длиной $l = 10$ м показание манометра перед краном $p_{\text{ман}} = 0,18$ ат.

Определить показание манометра при открытом кране, если слив воды происходит в мерную ёмкость. За время $t = 30$ с наполняется объём $W = 70,5$ л. Труба водопроводная с абсолютной шероховатостью $\Delta = 1,0$ мм. Учесть потери напора на входе в трубу с острыми кромками. Принять коэффициент вязкости воды $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ (рис. 6.9).

Ответ: при открытом кране показание манометра $p_{\text{ман. (откр.)}} = 0,116$ ат.

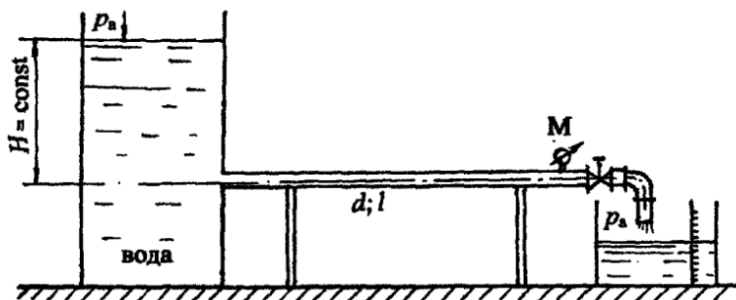


Рис. 6.9

Задача 6.3.2

Из напорного бака с постоянным напором $H = 3,0$ м вода подаётся в зумпф по двум трубам $d_1 = 100$ мм длиной $l_1 = 5,0$ м и $d_2 = 50$ мм длиной $l_2 = 8,0$ м. Определить расход воды в трубопроводе и скорости движения воды в каждой трубе. На трубе диаметром d_1 установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha = 40^\circ$. Учесть потери напора на входе в трубу с острыми кромками, а также при внезапном сужении ($\zeta_{\text{в.с.}} = 0,38$). Трубы водопроводные нормальные (рис. 6.10).

Ответ: расход $Q = 5,1$ л/с.

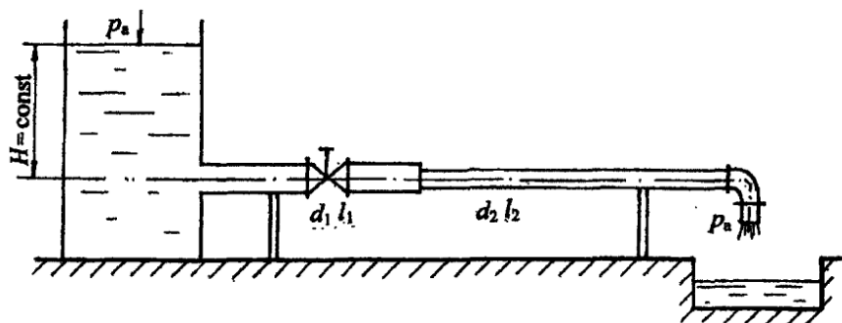


Рис. 6.10

Задача 6.3.3

Из резервуара A в резервуар B вода подаётся по трубопроводу диаметром $d = 50$ мм, состоящему из трёх участков длиной $l_1 = 5,0$ м; $l_2 = 4,0$ м; $l_3 = 6,0$ м. Расход воды в системе $Q = 2,5$ л/с. На входе в трубу установлена решётка без обратного клапана, на первом участке стоит вентиль с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{вент}} = 5,0$ (рис. 6.11).

Напор воды в резервуаре A $H_1 = 1,5$ м, в резервуаре B - $H_2 = 2,5$ м. Определить показание манометра ($p_{\text{ман}2}$) на поверхности воды в резервуаре B , если показание манометра на поверхности воды в резервуаре A $p_{\text{ман}1} = 0,45$ ат. Принять абсолютную шероховатость трубы $\Delta = 0,5$ мм; кинематический коэффициент вязкости воды $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с. Построить напорную и пьезометрическую линии.

Ответ: показание второго манометра $p_{\text{ман}2} = 0,15$ ат.

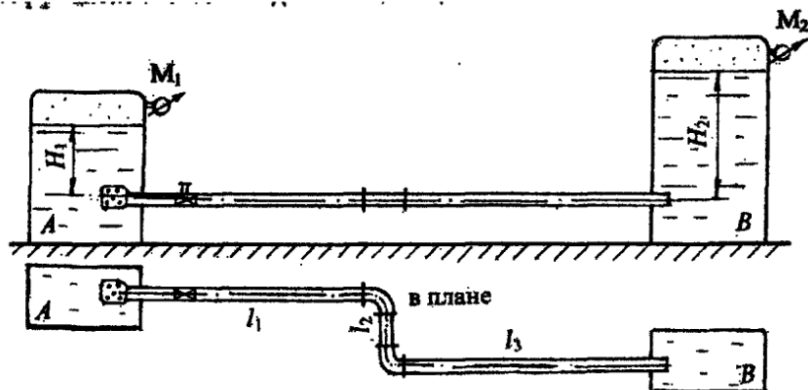


Рис. 6.11

Задача 6.3.4

Определить расход воды из дозаторного резервуара A в резервуар B при постоянном напоре $H = 2,5$ м по трубам $d_1 = 50$ мм; $l_1 = 5,0$ м и $d_2 = 100$ мм; $l_2 = 8,0$ м. Трубы водопроводные нормальные. На трубе $d_2 = 100$ мм установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha = 40^\circ$.

Учесть потери напора на входе и выходе трубопроводной системы, а также при внезапном расширении трубопровода. Построить напорную и пьезометрическую линии, показать эпюру потерь напора (рис. 6.12).

Ответ: расход воды $Q = 5,5$ л/с.

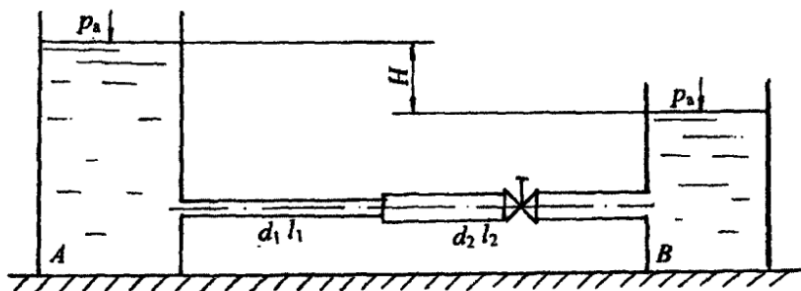


Рис. 6.12

Задача 6.3.5

С помощью насоса вода подается в напорный бак на высоту $H = 6,0$ м, диаметр трубы $d = 100$ мм, длина $l = 80$ м. Показание манометра в начале трубопровода $p_{ман1} = 1,5$ ат, в конце $p_{ман2} = 0,75$ ат. Определить, при каком коэффициенте сопротивления пробкового крана будет обеспечен расход $Q = 6,0$ л/с. Принять абсолютную шероховатость трубы $\Delta = 0,5$ мм, коэффициент кинематической вязкости воды $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с (рис. 6.13).

Ответ: коэффициент сопротивления пробкового крана $\zeta_{кр} = 25,6$.

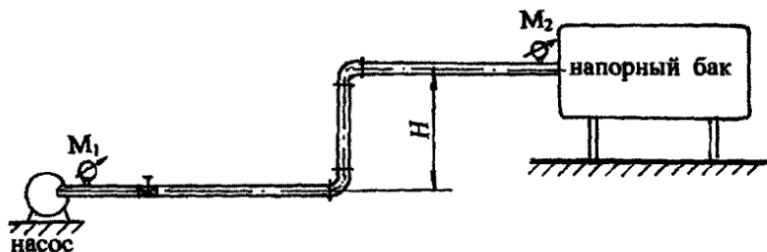


Рис. 6.13

Задача 6.3.6

Бензин из бензохранилища с помощью насоса подаётся в бензобак на высоту $H = 3,0$ м. На поверхности бензина в бензобаке поддерживается вакуум $p_{\text{вак}} = 0,16$ ат. Определить, каким должно быть манометрическое давление ($p_{\text{ман}}$ в ат) на выходе из насоса при подаче $Q = 2,4$ л/с, если транспортирование бензина происходит по новой стальной трубе с абсолютной шероховатостью $\Delta = 0,05$ мм, диаметром $d = 50$ мм, длиной $l = 30$ м, на трубе установлена задвижка Лудло со степенью закрытия $a/d = 5/8$, учесть потери напора в двух коленах и на выходе из трубы в бензобак. Принять плотность бензина $\rho_{\text{бенз.}} = 720$ кг/м³; коэффициент кинематической вязкости бензина $\nu_{\text{бенз.}} = 0,65 \cdot 10^{-6}$ м²/с (рис. 6.14).

Отмет: манометрическое давление $p_{\text{ман}} = 0,3$ ат.

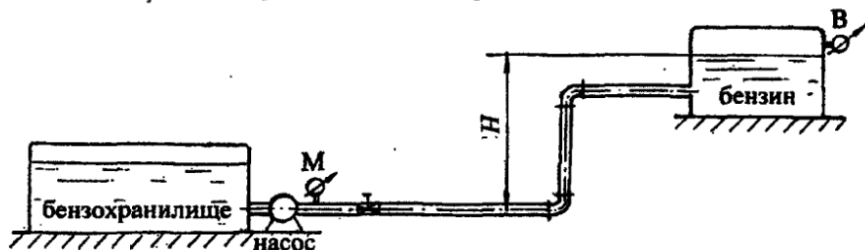


Рис. 6.14

Задача 6.3.7

В пневмотранспортной системе регулирование скорости и расхода воздуха осуществляется с помощью задвижки и контролируется по U-образному спиртовому мановакуумметру, установленному на входном участке коллектора. Определить, каким должно быть показание мановакуумметра ($h_{\text{сп}}$) на трубе диаметром $d = 100$ мм при расходе воздуха $Q = 180$ л/с. Принять коэффициент сопротивления на входе в коллектор $\zeta_{\text{вх}} = 0,2$; плотность воздуха $\rho_{\text{возд}} = 1,22$ кг/м³; плотность спирта $\rho_{\text{сп}} = 880$ кг/м³ (рис. 6.15).

Отмет: показание U-образного мановакуумметра $h_{\text{сп}} = 45$ мм.

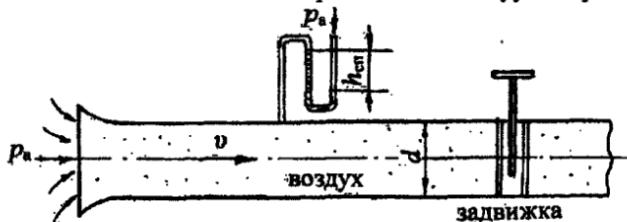


Рис. 6.15

Задача 6.3.8

В плотине сделан водоспуск в виде железобетонной трубы с весьма хорошей бетонировкой диаметром $d = 800$ мм и длиной $l = 5,0$ м. Напор над водоспуском при истечении в атмосферу $H = 4,0$ м. Определить пропускную способность трубы (Q , м³/с), если она имеет водозаборную сетку без обратного клапана.

Как изменится пропускная способность трубы, если за водосливом напор поднимется до $h = 2,5$ м (рис. 6.16).

Ответ: в первом случае $Q_1 = 1,44$ м³/с; во втором – $Q_2 = 1,02$ м³/с.

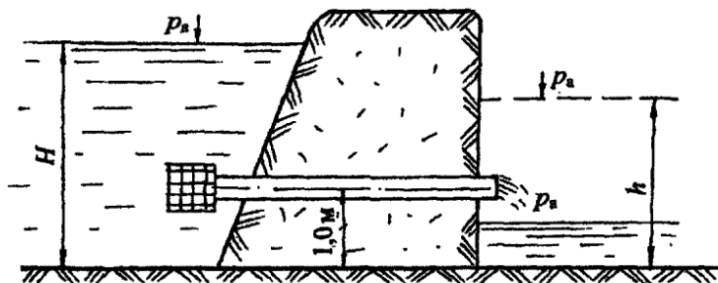


Рис. 6.16

Задача 6.3.9

Определить показание U -образного спиртового манометра, установленного на трубе Вентури в вентиляционном трубопроводе при значении диаметров $d_1 = 100$ мм и $d_2 = 50$ мм, если расход воздуха $Q = 78,5$ л/с. Принять плотность воздуха $\rho_{\text{возд.}} = 1,23$ кг/м³; плотность спирта $\rho_{\text{сп}} = 820$ кг/м³. Коэффициент сопротивления трубы Вентури принять равным $\zeta_{\text{вент.}} = 0,2$ (рис. 6.17).

Ответ: показание U -образного манометра $h_{\text{сп.}} = 140$ мм.

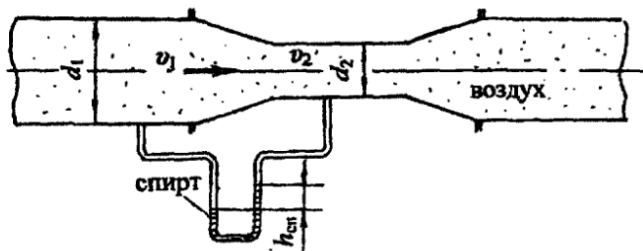


Рис. 6.17

Задача 6.3.10

Для измерения расхода воды в трубопроводе диаметром $d_1 = 100$ мм установлен расходомер Вентури с диаметром цилиндрической части $d_2 = 50$ мм. К широкой и узкой части расходомера подсоединены пьезометры в виде U-образной трубки, расстояние между которыми равно z .

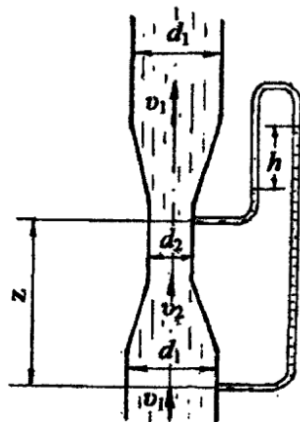


Рис. 6.18

Пренебрегая потерями напора в расходомере, определить скорости в широкой и узкой части трубы Вентури, а также расход воды в трубопроводе, если разность показаний пьезометров $h = 40$ см. При расчёте давлением столба воздуха в пьезометре пренебречь. Коэффициент Кориолиса принять равным единице ($\alpha = 1,0$) (рис. 6.18).

Ответ: скорость $v_1 = 0,72$ м/с;
 $v_2 = 2,9$ м/с; расход воды в трубопроводе
 $Q = 5,7$ л/с.

Задача 6.3.11

Для определения коэффициента кинематической вязкости (ν) масла "Турбинное 30" производится прокачка его через трубку диаметром $d = 12,5$ мм. На расстоянии $l = 1,5$ м подключён U-образный ртутный манометр, показание которого $h_{рт.} = 50$ мм. Расход масла $Q = 0,1$ л/с, плотность масла $\rho_{масл.} = 900$ кг/м³, плотность ртути $\rho_{рт.} = 13,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

Предположить режим движения масла ламинарным. По окончании расчёта проверить режим движения (рис. 6.19).

Ответ: коэффициент кинематической вязкости масла $\nu = 0,3 \cdot 10^{-4}$ м²/с.

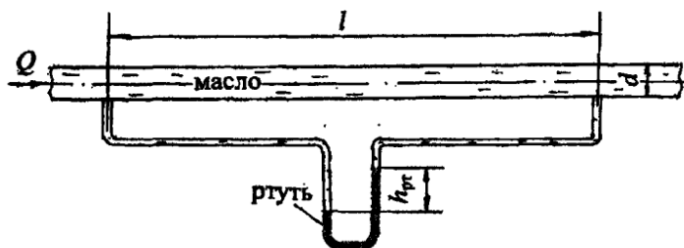


Рис. 6.19

Задача 6.3.12

Определить, на какой высоте (h) следует установить шестерёнчатый насос системы смазки, подающий масло “Турбинное 22” при расходе $Q = 0,6$ л/с по стальной трубе диаметром $d = 35$ мм и длиной $l = 2,0$ м. Показание вакуумметра на входе в насос $p_{\text{вак}} = 0,15$ ат.

В системе установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha = 40^\circ$. Учесть потери напора в двух коленах при $\zeta_{\text{кол.}} = 0,86$ и на входе в трубу из бензобака $\zeta_{\text{вх}} = 0,5$. Принять плотность масла $\rho_{\text{масл.}} = 900$ кг/м³, коэффициент кинематической вязкости масла $\nu_{\text{масл.}} = 22 \cdot 10^{-6}$ м²/с (рис. 6.20).

Ответ: высота установки насоса $h = 1,18$ м.

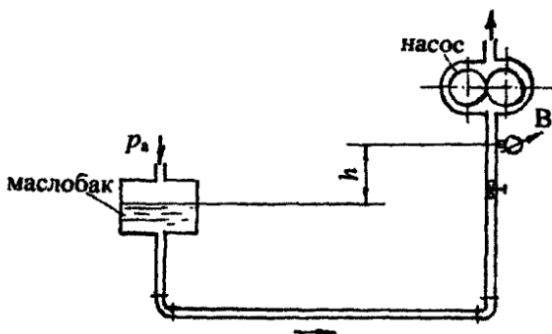


Рис. 6.20

Задача 6.3.13

Сифонный водосброс диаметром $d = 200$ мм и длиной $l = 10$ м сбрасывает воду из водохранилища в водоём, уровень которого на $H = 2,5$ м ниже уровня воды в водохранилище.

Определить пропускную способность сифона (Q , л/с), если труба водопроводная загрязнённая имеет водозаборную сетку с обратным клапаном, два колена: одно с углом закругления $\alpha_1 = 90^\circ$ и отношением $r/R = 0,5$; второе без закругления с углом $\alpha_2 = 60^\circ$; вентиль с коэффициентом сопротивления $\zeta_{\text{вент.}} = 5,0$ и выход из трубы в резервуар больших размеров. Рассчитать, каким должен быть вакуум ($p_{\text{вак}}$, в ат.) в конце горизонтального участка сифона, если длина трубы до этого сечения $l_1 = 4,0$ м, высота сифона $h_{\text{сиф.}} = 1,5$ м (рис. 6.21).

Ответ: пропускная способность сифона $Q = 51,8$ л/с, вакуум в конце горизонтального участка $p_{\text{вак.}} = 0,37$ ат.

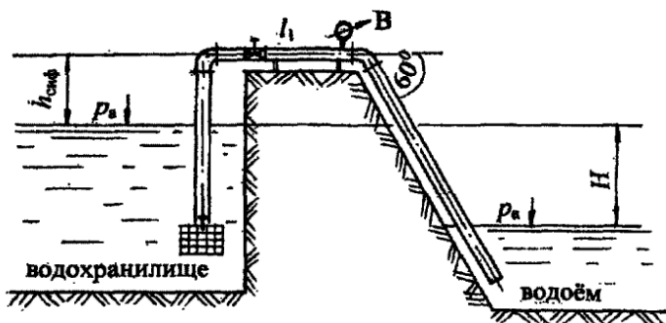


Рис. 6.21

Задача 6.3.14

Определить предельную длину трубопровода диаметром $d = 100$ мм с абсолютной шероховатостью $\Delta = 0,1$ мм, с помощью которого бензин плотностью $\rho_{\text{бенз.}} = 720$ кг/м³ и коэффициентом кинематической вязкости $\nu_{\text{бенз.}} = 0,65 \cdot 10^{-6}$ м²/с может быть поднят на высоту $H = 15,5$ м при пропускной способности $Q = 8,0$ л/с, если показание манометра после насоса $p_{\text{ман}} = 1,2$ ат. Истечение бензина происходит под уровень. Учеть потери напора в пробковом кране при угле закрытия $\alpha = 30^\circ$, трёх коленах и на выходе из трубы в резервуар больших размеров (рис. 6.22).

Ответ: предельная длина трубопровода $l = 70$ м.

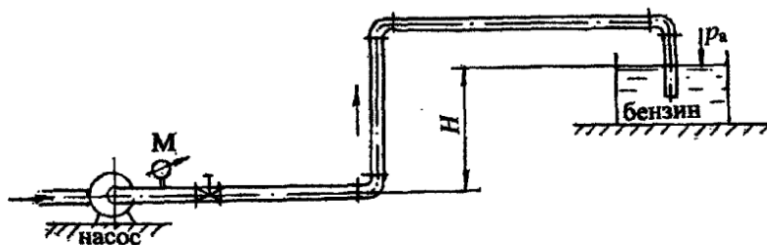


Рис. 6.22

Задача 6.3.15

Из водоёма с помощью центробежного насоса вода подаётся на горное предприятие. Определить высоту расположения оси центробежного насоса над уровнем воды в водоёме ($h_{\text{нас}}$), если расход воды $Q = 30$ л/с, диаметр трубы $d = 200$ мм, длина $l = 25$ м, вакуумметрическое давление на входе в насос $p_{\text{вак}} = 0,5$ ат. На входе в трубу установлена сетка с обратным клапаном. Учесть потери напора в трёх коленах при угле $\alpha = 90^\circ$ и в задвижке Лудло со степенью закрытия $a/d = 5/8$. Считать трубу водопроводной загрязнённой (рис. 6.23).

Ответ: высота установки насоса $h_{\text{нас}} = 3,9$ м.

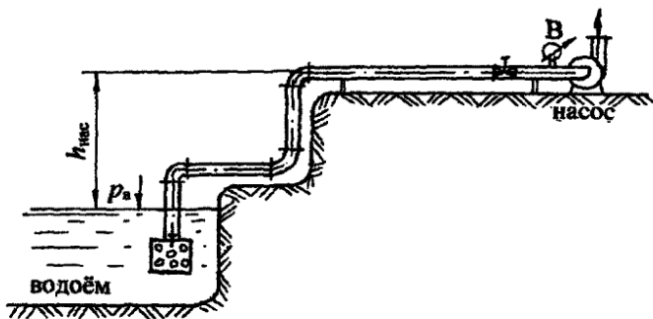


Рис. 6.23

Задача 6.3.16

Поршень диаметром $D = 200$ мм движется равномерно вверх в цилиндре, засасывая воду из открытого водоёма с постоянным уровнем по трубопроводу диаметром $d = 50$ мм и длиной $l = 12$ м. Труба водопроводная нормальная имеет два колена, вход в трубу с острыми кромками и выход воды под уровень. Когда поршень находится выше уровня воды в водоёме на высоте $h = 2$ м, необходимая сила для его перемещения $F = 2,4$ кН.

Определить скорость подъёма поршня (v_n) и найти, до какой высоты h_{max} его можно поднимать с такой скоростью без опасности отрыва от него жидкости, если давление насыщенных паров $p_{\text{н.п.}} = 4,25$ кПа. Давление насыщенных паров учитывать как абсолютное давление под поршнем. Массой поршня, трением его о стенки и потерями напора в цилиндре можно пренебречь (рис. 6.24).

Ответ: скорость движения поршня $v_n = 0,19$ м/с; максимальная высота подъёма поршня $h_{\text{max}} = 3,72$ м.

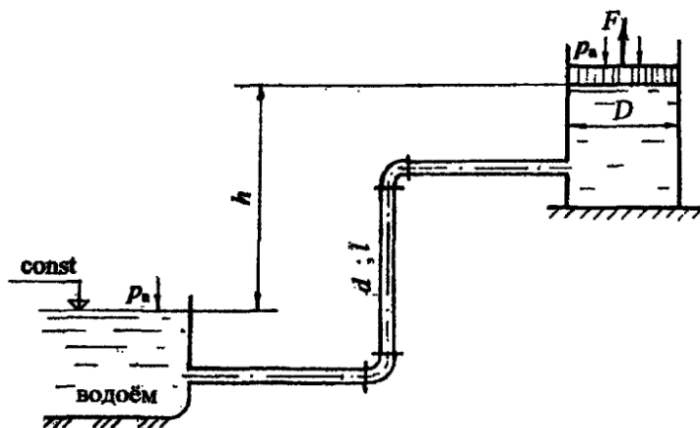


Рис. 6.24

Задача 6.3.17

На водопроводной трубе диаметром $d_1 = 50$ мм установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha_{кр.} = 20^\circ$, разность показаний пьезометров, соответствующая потерям напора в кране, $h_{кр.} = 45$ см.

Определить разность показаний пьезометров (h) при внезапном расширении трубы до диаметра $d_2 = 100$ мм. Потерями напора по длине между краном и внезапным расширением можно пренебречь (рис. 6.25).

Ответ: разность показаний пьезометров $h = 11$ см.

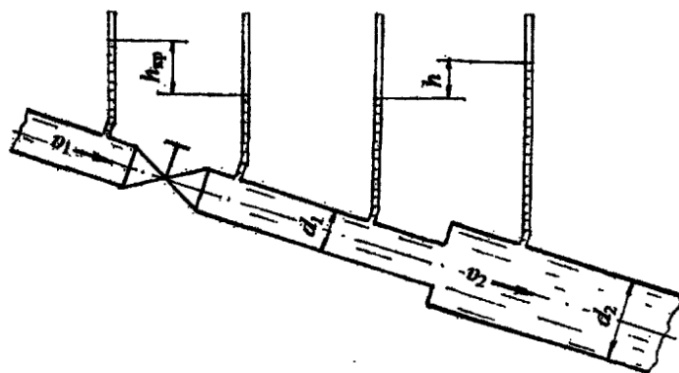


Рис. 6.25

6.4. Расчёт сложных трубопроводных систем

Сложные трубопроводы имеют разветвлённые участки, состоящие из нескольких труб, по которым распределяется жидкость в соответствии с расходами потребителей.

В зависимости от *гидравлической схемы соединения трубопроводов* различают:

1. Системы с *последовательным соединением труб* с одним конечным потребителем или с потребителями по ходу движения жидкости и также с одним конечным потребителем.

2. Системы с *параллельным соединением труб*, или *кольцевые*, также с одним или несколькими потребителями.

3. *Распределительные сети*, или *тупиковые системы*. Это системы с несколькими конечными потребителями.

4. Системы *комбинированного типа*, включающие участки трубопроводных систем первых трёх видов.

5. Системы с *непрерывной раздачей* жидкости, их также называют системами с *путевым расходом*.

Как и при расчёте простых трубопроводных систем (см. раздел 6.1), для сложных систем можно выделить три основных типа расчётов:

- определение *действующего напора (H)*; *давления (p)* в системе; *разности напоров* в питающем резервуаре и у потребителя при известном расходе (Q), длинах и диаметрах трубопроводов отдельных участков;

- определение *расходов* жидкости на отдельных участках и в целом в системе при известных геометрических размерах трубопроводов и напоре (или давлении);

- определение *геометрических размеров* труб по заданным для них расходе и перепадах напора (давления).

Встречаются также расчёты, включающие указанные три типа в определённой комбинации для решения инженерных задач.

При расчёте сложных трубопроводных систем по аналогии с простыми системами следует пользоваться уравнением Бернулли. Так, при истечении жидкости у потребителя в атмосферу (см. рис. 6.26) получаем формулу (6.1)

$$H = \frac{v^2}{2g} + h_w.$$

Как правило, в сложных системах скоростным напором ($v^2/2g$) как малой величиной можно пренебречь. Действительно, эксплуатационная скорость в водопроводных системах $v_{\text{экс.}} = (1 \div 1,5)$ м/с, реже до 2,0 м/с, значит, скоростной напор $v^2/2g \leq 0,12$ м (очень малая величина по сравнению с действующим напором).

Таким образом, *полный напор* в любом расчётном сечении сложной системы практически *равен гидростатическому напору*, который выражается путём построения *пьезометрической линии*.

В сложных трубопроводных системах потери напора в местных сопротивлениях составляют (5 + 10) % от потерь напора по длине:

$$\Sigma h_r = (0,05 + 0,1) h_l.$$

Тогда, согласно формуле (5.1):

$$h_w = \Sigma h_r + h_l = (1,05 + 1,1) h_l.$$

Формула (6.1) для действующего напора принимает вид:

$$H = (1,05 + 1,1) h_{\text{смет.}}, \quad (6.23)$$

где (1,05 + 1,1) – поправочный коэффициент на местные сопротивления;

$h_{\text{смет.}}$ – потери напора по длине в сложной системе, они представляются в соответствии с гидравлической схемой системы.

Потери напора по длине (h_l) на любом участке для сложных систем рассчитываются через расход (Q) (см. раздел 5.3.3) по формулам (5.19) или (5.21):

$$h_l = \frac{Q^2}{K^2} l \quad \text{или} \quad h_l = A Q^2 l,$$

где K , K^2 , A – обобщённые параметры, которые принимаются по табл. 9 (см. приложение) в зависимости от диаметра трубопровода.

При решении задач по расчёту сложных трубопроводных систем рекомендуется пользоваться следующей *методикой*:

1. Рассматривается распределение расхода в системе. На каждом участке обозначается расход (Q_i) с индексом, соответствующим индексу диаметра трубопровода.

2. Представляются потери напора в системе, согласно схеме соединения труб.

3. По условию поставленной задачи определяются действующий напор, давление, разность напоров в питателе и у потребителя и подобные условия.

4. Дополнительно могут рассчитываться диаметр трубы при заданном расходе, свободный (остаточный) напор у потребителя, геодезическая отметка водонапорной башни или потребителя и тому подобное.

Рассмотрим особенности расчёта сложных трубопроводных систем с различными гидравлическими схемами.

Ниже приведены гидравлические схемы сложных систем от более простых к усложнённым и даны примеры решения задач по расчёту систем.

6.4.1. Системы с последовательным соединением труб

Вначале рассмотрим простой случай сложной системы, состоящей из напорной башни с напором H и трёх последовательно соединённых труб разного диаметра и разной длины с истечением жидкости в атмосферу (число участков может быть любым) (рис. 6.26).

Как отмечалось выше в разделе 6.4, расчёт такой системы можно провести, пользуясь уравнением Бернулли для двух сечений: по свободной поверхности жидкости в напорной башне и на выходе жидкости в атмосферу (см. раздел 6.1.1). Путём рассуждений, приведённых в разделе 6.4, получим формулу (6.23) для действующего напора.

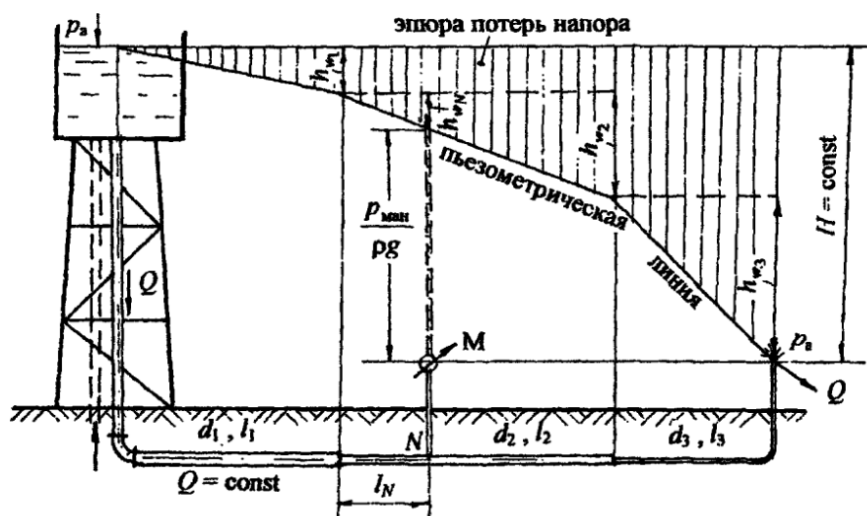


Рис. 6.26

Особенности расчёта системы

Пусть трубопроводная система не имеет путевых потребителей. Пользуемся принятой методикой расчёта сложных систем (см. раздел 6.4).

1. **Распределение расхода.** Ввиду отсутствия потребителей по ходу движения жидкости, расход остаётся величиной постоянной, т. е. какое количество воды поступает из напорной ёмкости, такое же количество истекает в атмосферу у потребителя, следовательно, $Q = \text{const}$.

2. **Потери напора по длине** при последовательном соединении труб рассчитываются, как сумма потерь напора на отдельных участках:

$$h_{l_{\text{сумт.}}} = h_{l_1} + h_{l_2} + h_{l_3}.$$

3. **Действующий напор** определяется по формуле (6.23)

$$H = (1,05 + 1,1)h_{l_{\text{сумт.}}} = (1,05 + 1,1)(h_{l_1} + h_{l_2} + h_{l_3}) \quad (6.24)$$

или с учётом формулы (5.21): $h_l = A Q^2 l$ при постоянном расходе:

$$H = (1,05 + 1,1) Q^2 (A_1 l_1 + A_2 l_2 + A_3 l_3), \quad (6.25)$$

где A_1, A_2, A_3 - удельное сопротивление трубопровода, принимается по табл. 9 (см. приложение) в соответствии с диаметрами d_1, d_2, d_3 ;

l_1, l_2, l_3 - длины участков трубопроводов.

4. **Строится пьезометрическая линия** на основном чертеже (рис. 6.26) аналогично построению пьезометрической и напорной линии для простой системы (см. рис. 6.5). При построении пьезометрической линии нужно учитывать не только потери напора по длине, но и потери в местных сопротивлениях, поэтому на каждом участке покажем $h_{w_i} = (1,05 + 1,1) A_i Q_i^2 l_i$.

Проектируем начало трубопровода на свободную поверхность в башне, из конца каждого участка трубопровода проводим вертикальные линии. Откладываем потери напора на первом участке (h_{w_1}), изменение потерь напора подчиняется линейному закону, так как длина трубы входит в формулу потерь напора (5.21) в первой степени. К потерям напора на первом участке прибавляем потери напора на втором (h_{w_2}) и потери на третьем (h_{w_3}) участках. В сумме потери напора равны действующему напору, т. е. весь действующий напор (H) идет только на преодоление сопротивлений в системе, затратой напора на создание скорости при истечении в атмосферу пренебрегаем (см. раздел 6.4).

Вертикальными штриховыми линиями показываем эпюру потерь напора.

5. Пусть **дополнительно** требуется определить показание манометра ($p_{\text{ман.}}$), установленного на расстоянии l_N от начала второй трубы.

Покажем *геометрическое* определение потерь напора до точки N . Из точки N проводим вертикальную линию. На *эпюре потерь напора* находим потери напора до точки N (h_{wN}). В месте установки манометра можно показать пьезометр (пунктирная линия). Показание пьезометра соответствует $\frac{P_{\text{ман.}}}{\rho g}$. Такая методика перевода манометрического давления в пьезометрический напор была рассмотрена в задачах 2.3.6; 2.3.8; 6.2.2.

Рассмотрим *аналитический расчёт* манометрического давления в точке N :

$$\frac{P_{\text{ман.}}}{\rho g} = H - (1,05 + 1,1)(h_{i_1} + h_{i_N}), \quad (6.26)$$

далее

$$\frac{P_{\text{ман.}}}{\rho g} = H - (1,05 + 1,1)Q^2(A_1l_1 + A_2l_N), \quad (6.27)$$

из формулы (6.27) определяется показание манометра в точке N .

6.4.2. Системы с параллельным соединением труб

Это системы, в которых магистральный трубопровод в некоторой точке разветвляется на несколько труб разных длин и разных диаметров, затем трубы вновь объединяются в магистральный трубопровод того же или другого диаметра. Эти системы называются также *кольцевыми*, т. е. закольцовано несколько труб. Преимущество таких систем состоит в том, что обеспечивается надёжность и бесперебойность работы системы (например, одна из ветвей может быть резервной), а также включение труб меньшего диаметра при той же пропускной способности системы.

Рассмотрим кольцевую систему, представленную в плане. Известно манометрическое давление в начале магистрального участка, длины и диаметры всех участков (рис. 6.27).

Параллельно проложенные трубы разветвляются в точке A и соединяются в точке B , лежат на одном горизонте. Для наглядности параллельное соединение труб показано в изометрии. Пусть отсутствуют путевые потребители, а у конечного потребителя C должен быть остаточный (или свободный) напор $h_{\text{ост.}}$.

Следуя принятой методике расчёта сложных систем (см. раздел 6.4), рассмотрим *особенности расчёта систем с параллельным соединением труб*.

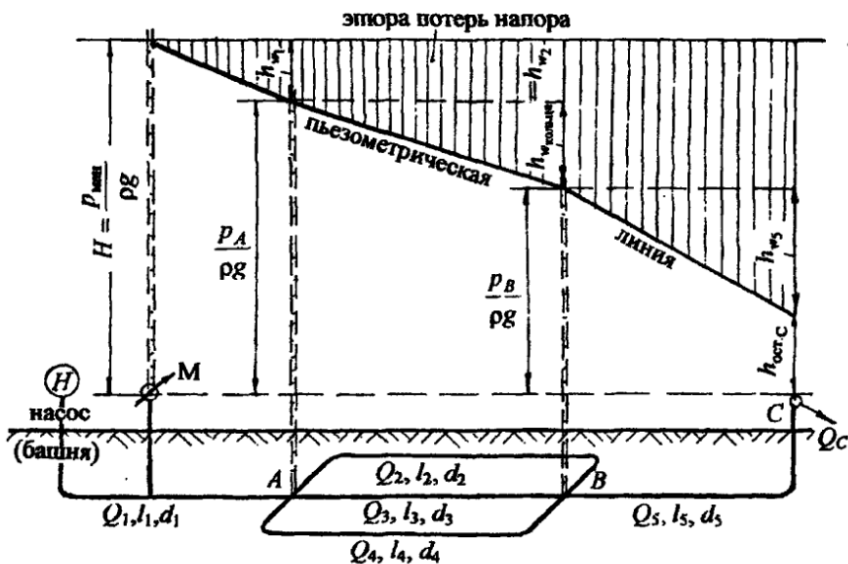


Рис. 6.27

1. **Распределение расхода.** На каждом участке введём обозначение расхода с индексом, соответствующим диаметру: Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 . При отсутствии потребителей по длине системы и наличии только одного конечного потребителя с расходом Q_C расход на магистральном участке равен сумме расходов в параллельных ветвях трубопроводов:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4. \quad (6.28)$$

На пятом магистральном участке $Q_5 = Q_1$, а также $Q_5 = Q_C$.

2. **Потери напора в системе.** При параллельном соединении труб давление, а следовательно, и **пьезометрический напор** в точках разветвления *A* и *B* одинаковы для любого из параллельных участков.

На рис. 6.27 пунктирными линиями показаны пьезометры в точках *A* и *B*, а также пьезометрические напоры $\frac{P_A}{\rho g}$ и $\frac{P_B}{\rho g}$.

В главе 5 отмечалось, что потери напора в гидравлических сопротивлениях определяются, как разность показаний пьезометров в начале и в конце участков сопротивлений, следовательно, **потери напора в кольце равны потерям напора по любому из параллельных участков**:

$$\frac{p_A}{\rho g} - \frac{p_B}{\rho g} = h_{\text{кольца}},$$

$$h_{\text{кольца}} = h_{w_2} = h_{w_3} = h_{w_4}. \quad (6.29)$$

Из равенства потерь напора в параллельных участках трубопроводов можно найти распределение расходов по ветвям в кольце. Приравняем потери по длине, т. е. в формуле (6.29) не учитываем поправочный коэффициент на местные сопротивления:

$$h_{l_2} = h_{l_3} = h_{l_4}, \quad (6.30)$$

$$\text{или с учётом формулы (5.21): } A_2 Q_2^2 l_2 = A_3 Q_3^2 l_3 = A_4 Q_4^2 l_4. \quad (6.31)$$

Имеем *два уравнения* (6.28) и (6.31) *с тремя неизвестными*. Решим их.

В формуле (6.31) выразим Q_3 через Q_2 , затем Q_4 через Q_2 , подставим значения Q_3 и Q_4 в формулу (6.28), получим уравнение с одним неизвестным Q_2 (при условии, что Q_1 задано). Определим Q_2 , затем Q_3 и Q_4 .

$$\text{Итак, приравняем: } A_2 Q_2^2 l_2 = A_3 Q_3^2 l_3,$$

$$\text{выразим } Q_3 \text{ через } Q_2: \quad Q_3 = Q_2 \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_3 l_3}}; \quad (6.32)$$

$$\text{приравняем: } A_2 Q_2^2 l_2 = A_4 Q_4^2 l_4,$$

$$\text{выразим } Q_4 \text{ через } Q_2: \quad Q_4 = Q_2 \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_4 l_4}}. \quad (6.33)$$

Подставим значения Q_3 и Q_4 в формулу (6.28):

$$Q_1 = Q_2 \left(1 + \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_3 l_3}} + \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_4 l_4}} \right), \quad (6.34)$$

получим Q_2 , выраженное через Q_1 :

$$Q_2 = \frac{Q_1}{\left(1 + \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_3 l_3}} + \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_4 l_4}} \right)}, \quad (6.35)$$

затем по формулам (6.32) и (6.33) определим Q_3 и Q_4 .

При расчётах формула (6.35) математически становится очень простой, так как $\sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_3 l_3}}$ и $\sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_4 l_4}}$ представляют собой простые числа: длины участков заданы, значения коэффициентов A в соответствии с диаметром трубы принимаются по табл. 9 (см. приложение).

Таким образом, рассмотрены два самых важных момента при расчёте кольцевых систем: *расход на магистральном участке равен сумме расходов в параллельных ветвях; потери напора в параллельных участках равны.*

3. *Действующий напор* для представленной кольцевой системы (см. рис. 6.27) с учётом формулы (6.23):

$$H = (1,05 + 1,1)h_{\text{снст.}} + h_{\text{ост.с}} = (1,05 + 1,1)(h_1 + h_{\text{кольца}} + h_{i_5}) + h_{\text{ост.с}}. \quad (6.36)$$

Прочитаем формулу (6.36): действующий напор должен быть таким, чтобы преодолеть сопротивление в системе и обеспечить остаточный напор у потребителя C .

Учтём потери напора в кольце, например, по второму участку кольца, введём в формулу (6.36) расходы:

$$H = (1,05 + 1,1)(A_1 Q_1^2 l_1 + A_2 Q_2^2 l_2 + A_3 Q_3^2 l_3) + h_{\text{ост.с}}. \quad (6.37)$$

Следует помнить, что $H = \frac{P_{\text{мин}}}{\rho g}$.

4. На схеме установки (см. рис. 6.27) *строим пьезометрическую линию и эпюру потерь напора* по аналогии с системой последовательно соединённых труб (см. рис. 6.26).

6.4.3. Распределительные сети, или тупиковые системы

Это сложные системы, состоящие из разветвлённой сети трубопроводов, имеющие несколько конечных потребителей. Как правило, известно, какими расходами следует обеспечить потребителей, а также какой должен быть остаточный (свободный) напор у потребителя или на какую отметку следует поднять воду у потребителя. При известном расходе ставится также задача подобрать диаметры трубопроводов.

Тупиковые системы принято представлять в плане. Рассмотрим принцип расчёта тупиковой водопроводной системы на примере системы, представленной на рис. 6.28. Система имеет четыре конечных потребителя (A, B, C, D) и один потребитель в точке N по пути движения воды. Остаточные напоры (или высота подъёма) воды у конечных потребителей различные ($h_{\text{ост.}A}, h_{\text{ост.}B}, h_{\text{ост.}C}, h_{\text{ост.}D}$).

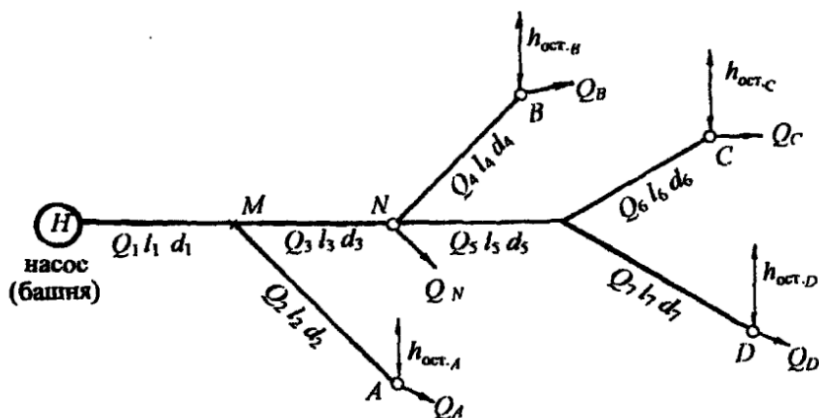


Рис. 6.28

Согласно принятой *методике* расчёта сложных систем (см. раздел 6.4), покажем *особенности расчёта тупиковых систем*.

1. *Распределение расхода*. Расход на каждом участке представим через расходы потребителей. Помним, что на магистральном участке расход равен сумме расходов потребителей. Первый участок является магистральным для всех потребителей:

$$Q_1 = Q_A + Q_N + Q_B + Q_C + Q_D, \text{ а также } Q_1 = Q_2 + Q_3.$$

На третьем участке:

$$Q_3 = Q_N + Q_B + Q_C + Q_D; \text{ а также } Q_3 = Q_4 + Q_5.$$

На пятом участке:

$$Q_5 = Q_C + Q_D; \text{ а также } Q_5 = Q_6 + Q_7.$$

На отдельных участках, ведущих к потребителю, расход равен расходу потребителя:

$$Q_2 = Q_A; \quad Q_4 = Q_B; \quad Q_6 = Q_C; \quad Q_7 = Q_D.$$

2. Потери напора по длине любого из направлений рассчитываются из условия последовательного соединения труб, т. е. суммируются. Для рассматриваемой схемы (см. рис. 6.28) потери напора до потребителя *A*:

$$h_{l_A} = h_{l_{1-2}} = h_{l_1} + h_{l_2},$$

до потребителя *B*:

$$h_B = h_{l_{1-3-4}} = h_{l_1} + h_{l_3} + h_{l_4},$$

до потребителей *C* и *D* соответственно:

$$h_{l_C} = h_{l_{1-3-5-6}} = h_{l_1} + h_{l_3} + h_{l_5} + h_{l_6};$$

$$h_{l_D} = h_{l_{1-3-5-7}} = h_{l_1} + h_{l_3} + h_{l_5} + h_{l_7}.$$

Потери напора с учётом местных сопротивлений по любому направлению

$$h_{w_{\text{напр}}} = (1,05 + 1,1)h_{l_{\text{напр}}}. \quad (6.38)$$

Поправочный коэффициент на местные сопротивления $(1,05 + 1,1)$ принимается согласно поставленному условию в задаче.

3. Потребный действующий напор (*H*), или *высота водонапорной башни*, определяется по максимальной величине суммы потерь напора и остаточного напора по одному из направлений. В частности, для представленной схемы (см. рис. 6.28) действующий напор:

$$H = (h_{w_{\text{напр.}}} + h_{\text{ост.}})_{\text{max}}, \quad (6.39)$$

$$\text{где } \left. \begin{array}{l} h_{w_A} + h_{\text{ост.}_A} \\ h_{w_B} + h_{\text{ост.}_B} \\ h_{w_C} + h_{\text{ост.}_C} \\ h_{w_D} + h_{\text{ост.}_D} \end{array} \right\} \text{сравниваем, из них выбираем максимальную величину:}$$

т. е. $(h_{w_{\text{напр.}}} + h_{\text{ост.}})_{\text{max}}.$

4. Дополнительным условием в задаче может быть расчёт *диаметра трубопровода* по заданному расходу потребителя, при этом рекомендуется эксплуатационная скорость в пределах $v_{\text{экс}} = (1,0 \div 1,5)$ м/с.

Диаметр трубопровода на любом участке рассчитывается через расход:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v_{\text{экс}}}}. \quad (6.40)$$

По окончании расчёта, как правило, строится пьезометрическая линия.

6.4.4. Системы с путевым расходом жидкости

Эти системы включают трубопровод, в котором жидкость раздаётся в ряде пунктов по его длине. При большом количестве таких пунктов с достаточной точностью можно считать, что расход жидкости распределяется равномерно по длине l с интенсивностью $q = Q_{\text{пут.}}/l$. Такие трубопроводы называются также трубопроводами с равномерной раздачей жидкости.

Наиболее характерным является случай, когда в трубопроводе кроме равномерного путевого расхода $Q_{\text{пут.}} = ql$ имеется транзитный расход $Q_{\text{тр.}}$, проходящий по трубе и забираемый в конце трубопровода (рис. 6.29). При этом общий расход жидкости, поступающий в трубопровод:

$$Q = Q_{\text{тр.}} + Q_{\text{пут.}} = Q_{\text{тр.}} + ql.$$



Рис. 6.29

Основным вопросом для систем с путевым расходом является определение величины потеряннго напора. Общие потери по длине трубопровода с учётом путевого и транзитного расходов можно определить по формуле

$$h_l = Al \left(Q_{\text{тр.}}^2 + Q_{\text{тр.}} Q_{\text{пут.}} + \frac{Q_{\text{пут.}}^2}{3} \right), \quad (6.41)$$

где A – удельное сопротивление для заданного диаметра трубы, принимается по табл. 9 (см. приложение).

Основные теоретические положения по расчёту сложных систем рассмотрены. Ниже предлагаются примеры решения задач с построением пьезометрических (напорных) линий.

6.5. Примеры решения задач по теме: “Расчёт сложных трубопроводных систем”

Задача 6.5.1. Сложная система с водонапорной башней включает кольцевое соединение труб и доставляет воду двум потребителям (рис. 6.30).

Определить отметку уровня воды в водонапорной башне, питающей два потребителя: A с расходом $Q_A = 18$ л/с и C с расходом $Q_C = 32$ л/с. Система включает магистральный трубопровод $d_1 = 250$ мм; $l_1 = 600$ м; два параллельно проложенных трубопровода: $d_2 = 150$ мм; $l_2 = 550$ м; $d_3 = 100$ мм; $l_3 = 400$ м и трубопровод $d_4 = 200$ мм; $l_4 = 720$ м, подающий воду потребителю C . Остаточный напор у потребителя C должен быть не менее 10 м ($h_{\text{ост},C} \geq 10$ м).

Трубы водопроводные нормальные. Местные потери напора принять равными 10 % от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию.

Решение. Руководствуемся *методикой* расчёта сложных систем с параллельным соединением труб (см. раздел 6.4.2).

1. **Распределение расхода** (пропускной способности). На каждом участке вводим обозначение расхода с индексом, соответствующим индексу диаметра трубы (см. рис. 6.30).

Расход на первом участке равен сумме расходов потребителей:

$$Q_1 = Q_A + Q_C; \quad Q_1 = 50 \text{ л/с} = 0,05 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Сумма расходов в параллельных трубопроводах равна расходу потребителя C :

$$Q_2 + Q_3 = Q_C; \quad Q_2 + Q_3 = 32 \text{ л/с} = 0,032 \text{ м}^3/\text{с}. \quad (6.42)$$

Пропускная способность четвёртого участка равна расходу потребителя C : $Q_4 = 0,032 \text{ м}^3/\text{с}$.

2. **Приравниваем потери напора по длине в параллельных трубопроводах кольца**, чтобы найти распределение расхода в параллельных участках (см. раздел 6.4.2):

$$h_{l_2} = h_{l_3}, \text{ с учётом формулы (5.21): } A_2 Q_2^2 l_2 = A_3 Q_3^2 l_3.$$

$$\text{Выразим } Q_3 \text{ через } Q_2: Q_3 = Q_2 \sqrt{\frac{A_2 l_2}{A_3 l_3}}.$$

Согласно данным табл. 9 (см. приложение), для $d_2 = 150$ мм удельное сопротивление $A_2 = 31,18 \text{ с}^2/\text{м}^6$; для $d_3 = 100$ мм значение $A_3 = 265 \text{ с}^2/\text{м}^6$, тогда

$$Q_3 = Q_2 \sqrt{\frac{31,18 \cdot 550}{265 \cdot 400}} = 0,4 Q_2.$$

Подставим Q_3 , выраженное через Q_2 , в формулу (6.42):

$$Q_2 + 0,4 Q_2 = 0,032 \text{ м}^3/\text{с}, \text{ откуда } Q_2 = 0,023 \text{ м}^3/\text{с}; \text{ значит } Q_3 = 0,009 \text{ м}^3/\text{с}.$$

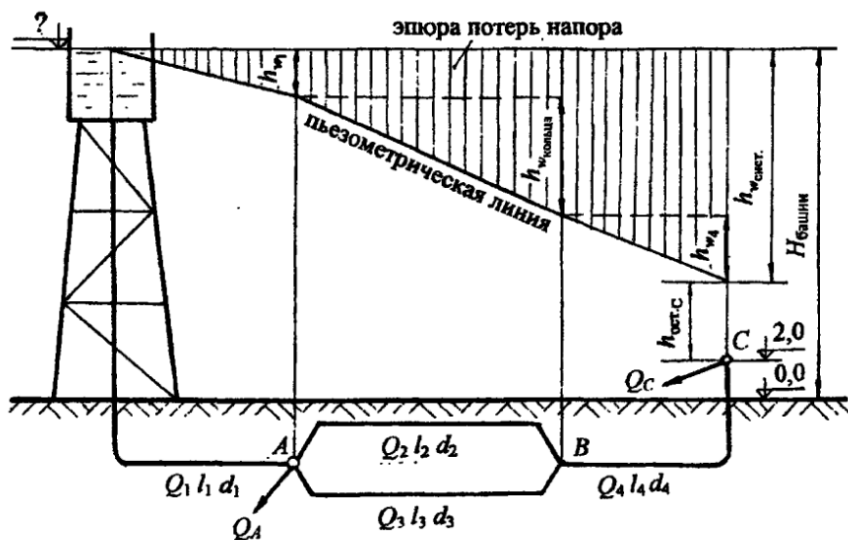


Рис. 6.30

3. Геодезическая высота, или отметка уровня воды в водонапорной башне относительно нулевой отметки (см. рис. 6.30):

$$H_{\text{башни}} = 2,0 + h_{\text{пот.с}} + h_{\text{пот.с}}.$$

Рассчитаем потери напора в системе:

$$h_{\text{всист.}} = 1,1(h_{l_1} + h_{l_{\text{кольца}}} + h_{l_4}),$$

где 1,1 – поправочный коэффициент на местные сопротивления, так как по условию задачи потери напора в местных сопротивлениях составляют 10 % от потерь по длине,

$h_{l_{\text{кольца}}}$ – потери напора по длине в кольце, их учтём по одной из ветвей, например, по второй: $h_{l_{\text{кольца}}} = h_{l_2}$.

Потери напора в системе с учётом формулы (5.21):

$$h_{\text{всист.}} = 1,1(A_1 Q_1^2 l_1 + A_2 Q_2^2 l_2 + A_4 Q_4^2 l_4).$$

Рассчитаем потери напора в системе, принимая $A_1 = 2,11 \text{ с}^2/\text{м}^6$; $A_4 = 6,78 \text{ с}^2/\text{м}^6$ по табл. 9 (см. приложение):

$$\begin{aligned} h_{\text{всист.}} &= 1,1(2,11 \cdot 0,05^2 \cdot 600 + 31,18 \cdot 0,023^2 \cdot 550 + 6,78 \cdot 0,032^2 \cdot 720) = \\ &= 3,5 + 10,0 + 5,5 = 19,0 \text{ м.} \end{aligned}$$

Для построения пьезометрической линии имеем потери напора на каждом участке:

$$h_{w_1} = 3,5 \text{ м}; \quad h_{w_{\text{кольца}}} = h_{w_2} = h_{w_3} = 10,0 \text{ м}; \quad h_{w_4} = 5,5 \text{ м}.$$

На рис. 6.30 откладываем в масштабе потери напора на каждом участке и строим пьезометрическую (напорную) линию, как показано в разделе 6.4.2.

Находим отметку уровня воды в водонапорной башне:

$$H_{\text{башни}} = 2,0 + 19,0 + 10,0 = 31,0 \text{ м}.$$

Ответ: отметка уровня воды в водонапорной башне равна 31,0 м.

Задача 6.5.2. Тупиковая водопроводная система имеет пять участков труб, длины и диаметры которых указаны на рис. 6.31. В системе четыре потребителя с расходами: $Q_A = 10 \text{ л/с}$; $Q_B = 18 \text{ л/с}$; $Q_C = 12 \text{ л/с}$; $Q_D = 8 \text{ л/с}$; на пятом участке равномерная раздача воды с путевым расходом $Q_{\text{пут.}} = 15 \text{ л/с}$.

Определить высоту водонапорной башни (H), рассчитать диаметры труб на первом и третьем участках системы при условии, что эксплуатационная скорость $v_{\text{экс.}} \leq 1,4 \text{ м/с}$.

Принять $l_1 = 500$ м; $l_3 = 450$ м; $d_2 = 150$ мм; $l_2 = 550$ м; $d_4 = 125$ мм; $l_4 = 600$ м; $d_5 = 150$ мм; $l_5 = 700$ м. Потери напора в местных сопротивлениях составляют 5 % от потерь по длине.

Построить пьезометрическую линию.

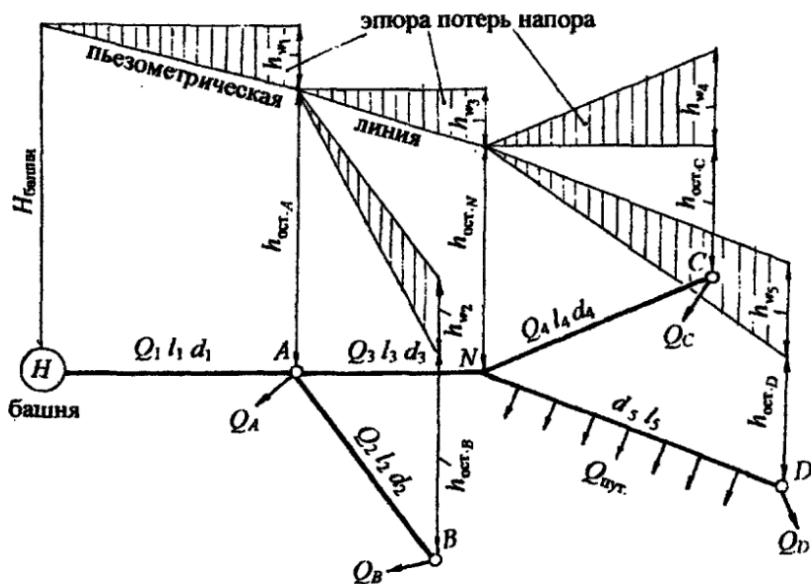


Рис. 6.31

Решение. Воспользуемся *методикой* расчёта тупиковых систем и систем с путевым расходом (см. разделы 6.4.3 и 6.4.4).

1. **Обозначим на схеме** (рис. 6.31) **расходы** на каждом участке с соответствующими индексами и найдём их значение, при этом переводим л/с в м³/с.

Первый участок является магистральным для всех потребителей:

$$Q_1 = Q_A + Q_B + Q_C + Q_D + Q_{\text{пут.}} = 0,063 \text{ м}^3/\text{с.}$$

Третий участок магистральный для потребителей **С** и **Д** и путевого расхода:

$$Q_3 = Q_C + Q_D + Q_{\text{пут.}} = 0,035 \text{ м}^3/\text{с.}$$

Для второго и четвёртого участков:

$$Q_2 = Q_B = 0,018 \text{ м}^3/\text{с}; \quad Q_4 = Q_C = 0,012 \text{ м}^3/\text{с}.$$

2. Рассчитаем *диаметры труб* на первом и третьем участках, пользуясь формулой (6.40):

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v_{\text{экс}}}}.$$

Получим:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,063}{3,14 \cdot 1,4}} = 0,239 \text{ м, принимаем } d_1 = 250 \text{ мм};$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,035}{3,14 \cdot 1,4}} = 0,178 \text{ м, принимаем } d_3 = 200 \text{ мм}.$$

3. Определим *потери напора на участках 1-4* с учётом местных сопротивлений по формуле:

$$h_w = 1,05 h_l = 1,05 A Q^2 l.$$

Для всех диаметров труб выбираем значения коэффициентов удельного сопротивления по табл. 9 (см. приложение): $A_1 = 2,11 \text{ с}^2/\text{м}^6$; $A_2 = 31,18 \text{ с}^2/\text{м}^6$; $A_3 = 6,78 \text{ с}^2/\text{м}^6$; $A_4 = 81,6 \text{ с}^2/\text{м}^6$; $A_5 = 31,18 \text{ с}^2/\text{м}^6$.

$$\text{Получим } h_{w1} = 1,05 \cdot 2,11 \cdot 0,063^2 \cdot 500 = 4,4 \text{ м,}$$

$$\text{по аналогии: } h_{w2} = 5,8 \text{ м; } h_{w3} = 3,9 \text{ м; } h_{w4} = 7,4 \text{ м.}$$

Потери напора на пятом участке с учётом путевого расхода ($Q_{\text{пут.}}$) и транзитного расхода в виде расхода потребителя D (Q_D), согласно формуле (6.41):

$$h_{w5} = 1,05 A_5 l_5 \left(Q_D^2 + Q_D Q_{\text{пут.}} + \frac{Q_{\text{пут.}}^2}{3} \right),$$

после подстановки численных значений: $h_{w5} = 5,9 \text{ м}.$

Рассчитаем потери напора по трём направлениям к потребителям B ; C и D , принимая последовательное соединение труб:

$$h_{wB} = h_{w1-2} = h_{w1} + h_{w2} = 10,2 \text{ м};$$

$$h_{wC} = h_{w1-3-4} = h_{w1} + h_{w3} + h_{w4} = 15,7 \text{ м};$$

$$h_{wD} = h_{w1-3-5} = h_{w1} + h_{w3} + h_{w5} = 14,2 \text{ м}.$$

4. По формуле (6.39) определим **высоту водонапорной башни**:

$$H = (h_{w_{\text{напр.}}} + h_{\text{ост.}})_{\text{max}},$$

в данной задаче остаточный напор у всех конечных потребителей принимаем равным 10 м, поэтому сравниваем потери напора по всем направлениям и выбираем максимальные, такими являются потери напора до потребителя С:

$$h_{wC} = h_{w_{\text{max}}} = 15,7 \text{ м}.$$

Таким образом, высота водонапорной башни

$$H = h_{wC} + h_{\text{ост.С}} = 15,7 + 10,0 = 25,7 \text{ м}.$$

5. Строим **пьезометрическую линию**. Для первого и третьего участков пьезометрическую линию построим в вертикальной плоскости, для других участков пьезометрическую линию представим в изометрии путём параллельного переноса направления трубопровода (см. рис. 6.31).

Построение можно несколько упростить. Чтобы на чертеже не было наложения эпюр потерь напора, можно от остаточного напора в точках А и N откладывать потери напора на участках втором, четвёртом и пятом, как представлено на рис. 6.31.

Из построения пьезометрической линии следует, что остаточные напоры у всех потребителей, кроме потребителя С, больше 10,0 м.

Вертикальной штриховкой показана **эпюра потерь напора**.

В примерах решения задач 6.5.1 и 6.5.2 расчёты сложных систем проведены без составления уравнения Бернулли, т.к. эти расчёты аналогичны расчётам простых систем (см. раздел 6.2). На примере решения задачи 6.5.3 представим расчёт сложной системы путём составления уравнения Бернулли.

Задача 6.5.3. Из водонапорной башни A , на поверхности воды в которой действует избыточное давление ($p_{\text{ман}}$), по трём последовательно соединённым трубам подаётся вода трём потребителям с расходами:

$Q_B = 15$ л/с; $Q_C = 8$ л/с; $Q_D = 12$ л/с. Диаметры и длины участков системы принять: $d_1 = 200$ мм, $l_1 = 700$ м; $d_2 = 150$ мм, $l_2 = 600$ м; $d_3 = 125$ мм, $l_3 = 500$ м. Остаточный (свободный) напор у потребителя D должен быть не менее 10 м ($h_{\text{ост.}D} \geq 10$ м). Действующий напор водонапорной башни $H = 15$ м считать постоянным (рис. 6.32).

Определить, каким должно быть показание манометра ($p_{\text{ман}}$) на поверхности воды в башне для обеспечения водой потребителей при условии, что местные сопротивления составляют 10% от потерь по длине. Трубы водопроводные нормальные. Построить пьезометрическую линию.

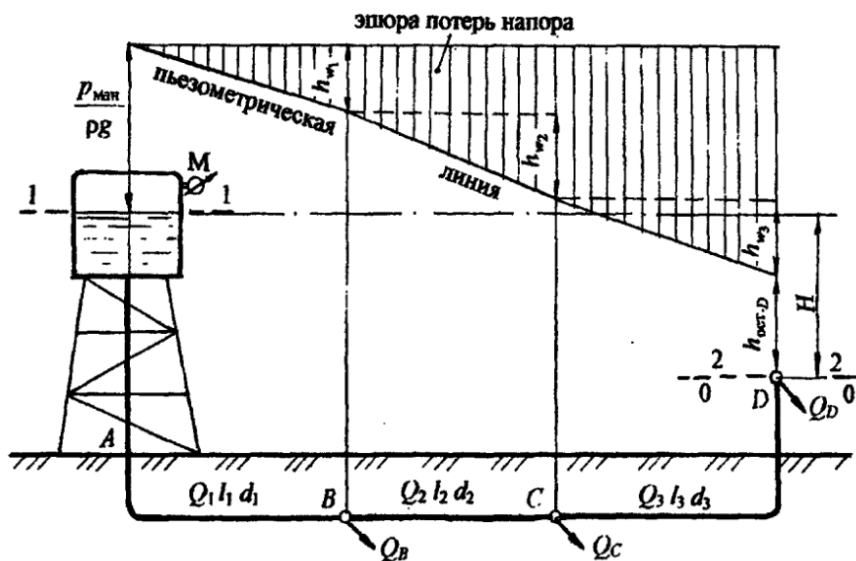


Рис. 6.32

Решение. Для расчёта системы (см. рис. 6.32) воспользуемся уравнением Бернулли по принятой методике (см. раздел 4.5.7).

1. **Выбираем два сечения** по свободной поверхности воды в башне, где скорость воды можно считать равной нулю, и у потребителя D .

2. **Сечения нумеруем по направлению движения воды:** 1-1 по свободной поверхности воды, где установлен манометр, 2-2 по трубопроводу у потребителя D .

3. В выбранных сечениях *учитываем абсолютное давление:*

$$P_1 = P_a + P_{\text{ман}}; \quad P_2 = P_a + \rho g h_{\text{ост } D}.$$

4. *Плоскость сравнения 0-0 совместим с сечением 2-2*, тогда $z_1 = H$; $z_2 = 0$.

5. Записываем уравнение Бернулли в общем виде и производим подстановку параметров:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{вп. 2}};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= H; & z_2 &= 0; \\ P_1 &= P_a + P_{\text{ман}}; & P_2 &= P_a + \rho g h_{\text{ост } D}; \\ v_1 &= 0; & v_2 &= v; \quad \alpha_2 = 1,0; \quad h_{\text{вп. 2}} = h_{\text{всст.}}. \end{aligned}$$

После подстановки параметров получаем:

$$H + \frac{P_a}{\rho g} + \frac{P_{\text{ман}}}{\rho g} = \frac{P_a}{\rho g} + \frac{\rho g h_{\text{ост } D}}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h_{\text{всст.}}$$

Как указано в разделе 6.4, скоростным напором $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$, как малой величиной, можно пренебречь, поэтому после соответствующих сокращений уравнение Бернулли принимает вид:

$$H + \frac{P_{\text{ман}}}{\rho g} = h_{\text{ост } D} + h_{\text{всст.}} \quad (6.43)$$

Прочитаем уравнение (6.43): за счёт избыточного напора $\left(\frac{P_{\text{ман}}}{\rho g}\right)$ на поверхности воды в башне и действующего напора (H) происходит преодоление всех сопротивлений в системе ($h_{\text{всст.}}$) и обеспечение остаточного напора у потребителя D ($h_{\text{ост } D}$).

Чтобы рассчитать показание манометра ($P_{\text{ман}}$) в формуле (6.43), следует определить потери напора в системе ($h_{\text{всст.}}$).

Воспользуемся методикой расчёта сложных систем (см. раздел 6.4).

1. Распределение расхода. На каждом участке вводим обозначение расхода с индексом, соответствующим индексу диаметра трубы: Q_1 ; Q_2 ; Q_3 .

Рассчитаем расход на каждом участке через расходы потребителей:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_B + Q_C + Q_D; & Q_1 &= 35 \text{ л/с} = 0,035 \text{ м}^3/\text{с}; \\ Q_2 &= Q_C + Q_D; & Q_2 &= 20 \text{ л/с} = 0,020 \text{ м}^3/\text{с}; \\ Q_3 &= Q_D; & Q_3 &= 12 \text{ л/с} = 0,012 \text{ м}^3/\text{с}. \end{aligned}$$

2. Определим потери напора в системе - $h_{w_{\text{сист}}}$. При последовательном соединении труб потери напора на всех участках суммируются (см. раздел 6.4.1). С учётом поправочного коэффициента на местные сопротивления получим:

$$h_{w_{\text{сист}}} = 1,1(h_{l_1} + h_{l_2} + h_{l_3}),$$

затем с учётом формулы (5.21):

$$h_{w_{\text{сист}}} = 1,1(A_1 Q_1^2 l_1 + A_2 Q_2^2 l_2 + A_3 Q_3^2 l_3). \quad (6.44)$$

Рассчитаем потери напора в системе, принимая $A_1 = 6,78 \text{ с}^2/\text{м}^6$; $A_2 = 31,18 \text{ с}^2/\text{м}^6$; $A_3 = 81,60 \text{ с}^2/\text{м}^6$ (см. приложение табл. 8).

Для построения пьезометрической (напорной) линии нужно знать потери напора на каждом участке трубопровода, поэтому формулу (6.44) представим в виде трёх слагаемых:

$$h_{w_1} = 1,1 A_1 Q_1^2 l_1; \quad h_{w_1} = 1,1 \cdot 6,78 \cdot 0,035^2 \cdot 700 = 6,4 \text{ м};$$

$$h_{w_2} = 1,1 A_2 Q_2^2 l_2; \quad h_{w_2} = 1,1 \cdot 31,18 \cdot 0,020^2 \cdot 600 = 8,2 \text{ м};$$

$$h_{w_3} = 1,1 A_3 Q_3^2 l_3; \quad h_{w_3} = 1,1 \cdot 81,60 \cdot 0,012^2 \cdot 500 = 6,5 \text{ м}.$$

$$h_{w_{\text{сист.}}} = 6,4 + 8,2 + 6,5 = 21,1 \text{ м}.$$

Обратимся к формуле (6.43) для определения показания манометра ($p_{\text{ман}}$) на поверхности воды в водонапорной башне:

$$\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = h_{w_{\text{сист}}} + h_{\text{ост. D}} - H;$$

$$\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = 21,1 + 10 - 15 = 16,1 \text{ м},$$

отсюда $p_{\text{ман}} = 16,1 \rho g = 16,1 \cdot 10^3 \cdot 9,8 = 157 \cdot 10^3 \text{ Па} = 157 \text{ кПа}$.

Показание манометра можно представить в атмосферах, помня, что $1 \text{ ат} = 10 \text{ м вод. ст.}$, получим: $\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g} = 16,1 \text{ м}$ соответствует манометрическому давлению $p_{\text{ман}} = 1,61 \text{ ат}$.

Ответ: показание манометра $p_{\text{ман}} = 157 \text{ кПа}$ или $p_{\text{ман}} = 1,61 \text{ ат}$.

Ниже в разделе 6.6 предлагаются задачи для самостоятельной работы, чтобы проверить знания по расчёту сложных трубопроводных систем.

**6.6. Задачи для самостоятельной работы по теме:
“Расчёт сложных трубопроводных систем”**

Задача 6.6.1

Водонапорная башня *A* с отметкой 22,0 м питает два потребителя - *B* и *C* - через систему двух последовательно соединённых труб. Пьезометрический напор в конце первого участка $h_p = 15,0$ м. Определить расход воды на первом участке (Q_1) и расход потребителя *C* (Q_C), а также отметку потребителя *C*. Принять расход потребителя *B* $Q_B = 10$ л/с. Диаметры и длины участков водопроводной системы соответственно: $d_1 = 150$ мм, $l_1 = 600$ м; $d_2 = 125$ мм, $l_2 = 500$ м. Трубы водопроводные нормальные. Местные потери напора принять равными 5 % от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию (рис. 6.33).

Ответ: $Q_1 = 19$ л/с; $Q_C = 9$ л/с; отметка потребителя *C* равна 11,5 м.

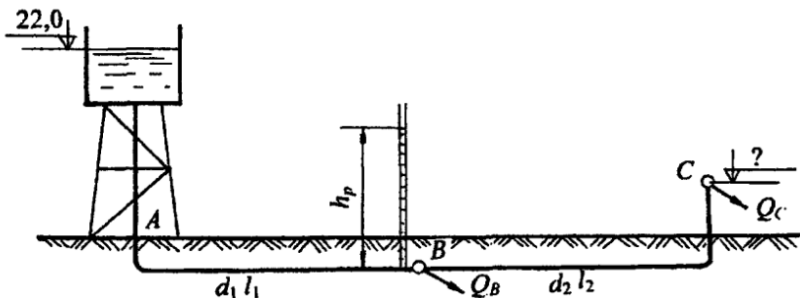


Рис. 6.33

Задача 6.6.2

Из водонапорной башни *A* обеспечиваются водой три потребителя в точках *B*, *C* и *D*. Пропускная способность первого участка $Q_1 = 30$ л/с; расходы потребителей: $Q_B = 12$ л/с; $Q_C = 10$ л/с. Определить расход потребителя *D* (Q_D , л/с), а также отметку свободной поверхности воды в водонапорной башне, если остаточный напор у потребителя *D* ($h_{ост.D}$) должен быть не менее 10 м. Принять диаметры и длины участков труб: $d_1 = 200$ мм, $l_1 = 600$ м; $d_2 = 150$ мм, $l_2 = 500$ м; $d_3 = 125$ мм, $l_3 = 400$ м. Трубы водопроводные нормальные, местные сопротивления составляют 10 % от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию (рис. 6.34).

Ответ: $Q_D = 8$ л/с; отметка свободной поверхности воды в башне 24 м.

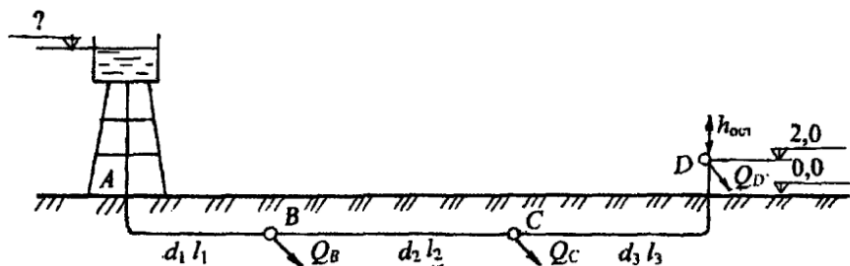


Рис. 6.34

Задача 6.6.3

Из водонапорного бака A с избыточным давлением на поверхности $P_{\text{ман}} = 19,6$ кПа по трём последовательно соединённым трубам вода подаётся потребителям B , C и D с одинаковыми расходами: $Q_B = Q_C = Q_D = Q$. У потребителя D - выход воды в атмосферу. Определить расход воды на каждом участке трубы, диаметры и длины участков соответственно: $d_1 = 200$ мм, $l_1 = 600$ м; $d_2 = 150$ мм, $l_2 = 500$ м; $d_3 = 125$ мм, $l_3 = 400$ м. Действующий напор $H = 15$ м считать постоянным. Трубы водопроводные нормальные. Местные потери принять равными 10 % от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию (рис. 6.35).

Ответ: $Q_1 = 32,4$ л/с; $Q_2 = 21,6$ л/с; $Q_3 = 10,8$ л/с.

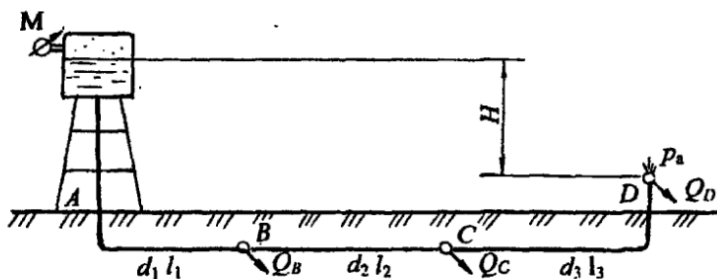


Рис. 6.35

Задача 6.6.4

От насосной установки по трубопроводной системе с параллельным соединением труб вода подаётся двум потребителям - *A* и *B* - с расходами $Q_A = 10$ л/с; $Q_B = 12$ л/с. Длины и диаметры участков системы: $d_1 = 100$ мм, $l_1 = 500$ м; $d_2 = 125$ мм, $l_2 = 700$ м; $d_3 = 125$ мм, $l_3 = 600$ м. Высота подъёма воды у потребителя *B* - $H_B = 8$ м. Определить распределение расходов в параллельных участках труб, а также показание манометра, установленного после насоса ($p_{\text{ман}}$). Местные сопротивления принять равными 5 % от потерь по длине. Считать, что трубы водопроводные нормальные уложены на одном горизонте (рис. 6.36).

Ответ: $q_1 = 0,009$ м³/с; $q_2 = 0,013$ м³/с; $p_{\text{ман}} = 2,55$ ат.

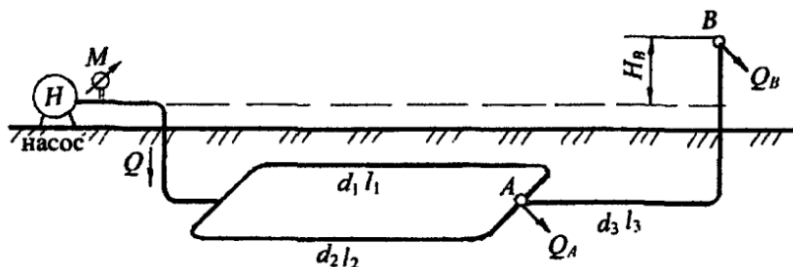


Рис. 6.36

Задача 6.6.5

Тупиковая система, представленная в плане, предназначена для снабжения водой четырёх потребителей - *A*, *B*, *C* и *D*. Расходы потребителей: $Q_A = 16$ л/с; $Q_B = 14$ л/с; $Q_C = 12$ л/с; $Q_D = 8$ л/с.

Рассчитать диаметры труб на каждом участке при условии, что средняя скорость в трубах не должна превышать $v_{\text{ср.}} = 1,2$ м/с. Определить высоту водонапорной башни *H*, если остаточный напор ($h_{\text{ост}}$) у потребителей должен быть не менее 10 м. Длины участков сети: $l_1 = 700$ м; $l_2 = 400$ м; $l_3 = 600$ м; $l_4 = 350$ м. Трубы водопроводные нормальные. Потери напора в местных сопротивлениях принять равными 10 % от потерь по длине. Построить в аксонометрии пьезометрическую линию (рис. 6.37).

Ответ: высота водонапорной башни $H_{\text{башни}} = 28,7$ м.

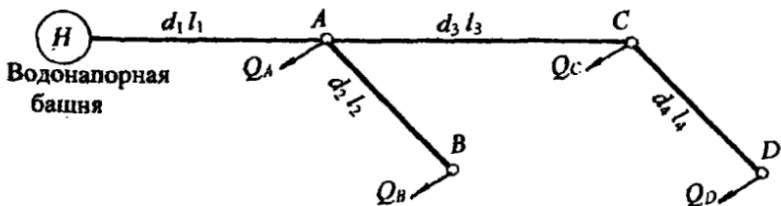


Рис. 6.37

Задача 6.6.6

Два цеха обогатительной фабрики B и C с расходами $Q_B = 20$ л/с и $Q_C = 15$ л/с питаются от насосной установки. Отметки, на которые надо поднять воду у потребителей: $h_B = 12,0$ м; $h_C = 10,0$ м; диаметры и длины трубопроводов: $d_2 = 150$ мм, $l_2 = 500$ м; $d_3 = 125$ мм, $l_3 = 400$ м. Определить расход воды на магистральном участке (Q_1), рассчитать диаметр трубы первого участка (d_1) при условии, что эксплуатационная скорость не должна превышать $v_{\text{экс.}} = 1,2$ м/с, длина первого участка $l_1 = 600$ м. Рассчитать показание манометра ($p_{\text{ман.}}$), установленного после насоса. Трубы водопроводные нормальные. Потери напора в местных сопротивлениях принять равными 10 % от потерь по длине (рис. 6.38).

Ответ: $Q_1 = 35$ л/с; $d_1 = 200$ мм; $p_{\text{ман.}} = 2,44$ ат.

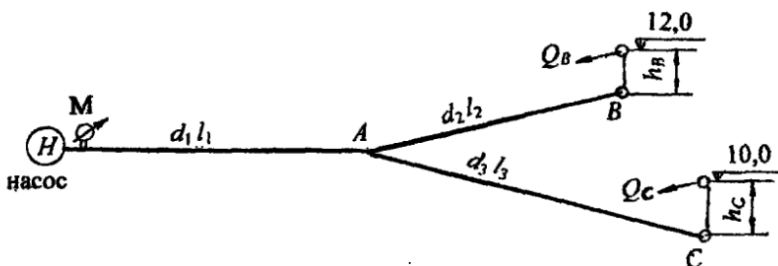


Рис. 6.38

Задача 6.6.7

Система водоснабжения, представленная в плане, имеет три потребителя - A , B и C . Определить расходы воды у потребителей (Q_A , Q_B , Q_C в л/с), если свободные (или остаточные) напоры у потребителей: $h_A = 20$ м; $h_B = 14$ м; $h_C = 15$ м. Показание манометра, установленного после насоса, $p_{ман} = 2,7$ ат. Потребители расположены на одном горизонте. Диаметры и длины участков сети: $d_1 = 200$ мм, $l_1 = 600$ м; $d_2 = 150$ мм, $l_2 = 500$ м; $d_3 = 125$ мм, $l_3 = 400$ м. Трубы водопроводные нормальные. Потери напора в местных сопротивлениях принять равными 10 % от потерь по длине. Построить в аксонометрии пьезометрическую линию (рис. 6.39).

Ответ: расходы потребителей: $Q_A = 9,0$ л/с; $Q_B = 19,0$ л/с; $Q_C = 12$ л/с.

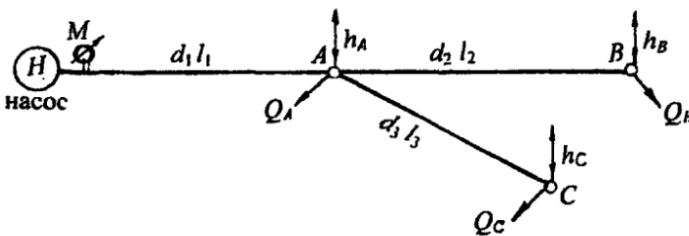


Рис. 6.39

Задача 6.6.8

Определить, каким должно быть давление на поверхности воды в закрытом резервуаре ($p_{ман1}$), из которого по системе труб с кольцевым соединением вода поступает в другой закрытый резервуар с давлением на поверхности $p_{ман2} = 0,2$ ат. Общий расход воды в системе $Q = 45,0$ л/с.

Длины и диаметры водопроводной сети: $d_1 = 250$ мм, $l_1 = 500$ м; $d_2 = 150$ мм, $l_2 = 300$ м; $d_3 = 100$ мм, $l_3 = 250$ м; $d_4 = 200$ мм, $l_4 = 400$ м. Разность уровней воды в резервуарах $H = 4$ м. Трубы водопроводные нормальные. Местные сопротивления принять равными 10 % от потерь по длине.

Построить пьезометрическую линию (рис. 6.40).

Ответ: показание манометра в питающем резервуаре $p_{ман1} = 1,76$ ат.

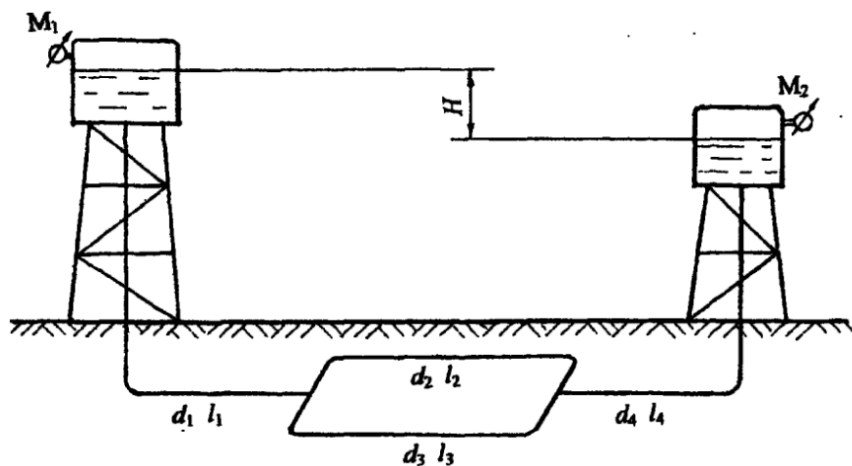


Рис. 6.40

Задача 6.6.9

От насосной установки по двум трубам $d_1 = 250$ мм, $l_1 = 600$ м и $d_2 = 200$ мм, $l_2 = 400$ м вода подается двум потребителям A и B с расходами $Q_A = 30$ л/с; $Q_B = 10$ л/с. На втором участке предусмотрена равномерная раздача воды с путевым расходом $Q_{\text{пут.}} = 20$ л/с (рис. 6.41).

Определить остаточные напоры у потребителей A и B , если показание манометра, установленного после насоса, $p_{\text{ман}} = 2,0$ ат.

Трубы водопроводные нормальные. Местные сопротивления принять равными 10 % от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию.

Ответ: $h_{\text{ост.}A} = 15,0$ м; $h_{\text{ост.}B} = 13,7$ м.

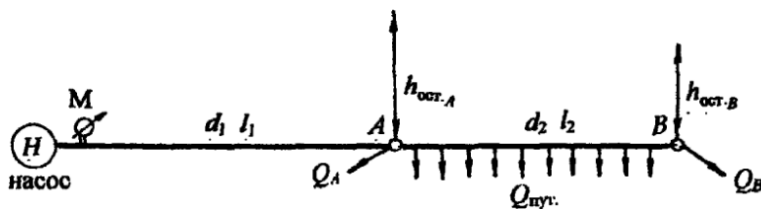


Рис. 6.41

Задача 6.6.10

Из двух напорных резервуаров - *A* и *C* - вода подаётся потребителю *B* с расходом $Q_B = 10$ л/с. Определить расходы воды из резервуаров Q_A и Q_C , построить пьезометрическую линию, если длины и диаметры участков сети: $d_1 = 100$ мм, $l_1 = 400$ м; $d_2 = 125$ мм, $l_2 = 250$ м. Отметка резервуара *A* равна 17,8 м, резервуара *C* - 12,0 м. Трубы водопроводные нормальные. Местные потери принять равными 5 % от потерь по длине (рис. 6. 42).

Ответ: расходы из резервуаров: $Q_A = 7,31$ л/с; $Q_C = 2,69$ л/с.

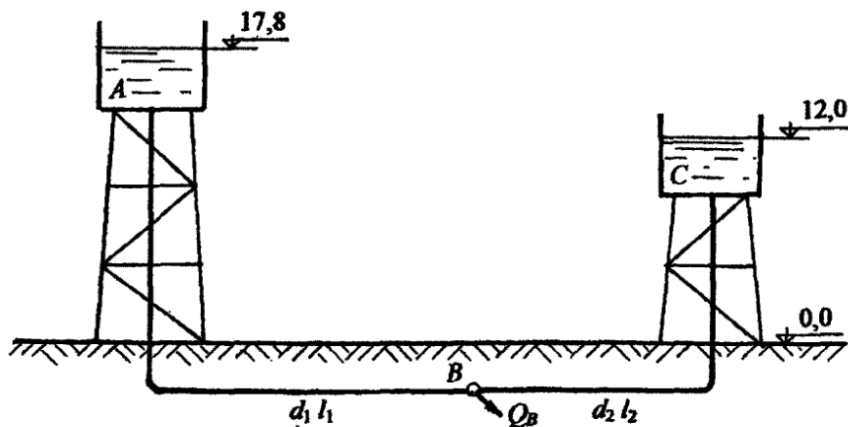


Рис. 6.42

Задача 6.6.11

Насос, дающий подачу $Q = 20$ л/с, перекачивает воду в резервуар по трём параллельным трубам под уровень $H = 3,0$ м. Определить показание манометра ($p_{ман}$), установленного на линии нагнетания, а также расходы воды в каждой трубе. Принять диаметры и длины параллельных участков сети: $d_1 = 150$ мм, $l_1 = 450$ м; $d_2 = 100$ мм, $l_2 = 400$ м; $d_3 = 125$ мм, $l_3 = 450$ м. Трубы водопроводные нормальные. Местные потери составляют 10 % от потерь по длине (рис. 6.43).

Оценить, как изменится показание манометра, если один или два из параллельных трубопроводов будут отключены.

Ответ: $Q_1 = 10$ л/с; $Q_2 = 3,7$ л/с; $Q_3 = 6,3$ л/с; $p_{ман} = 0,46$ ат.

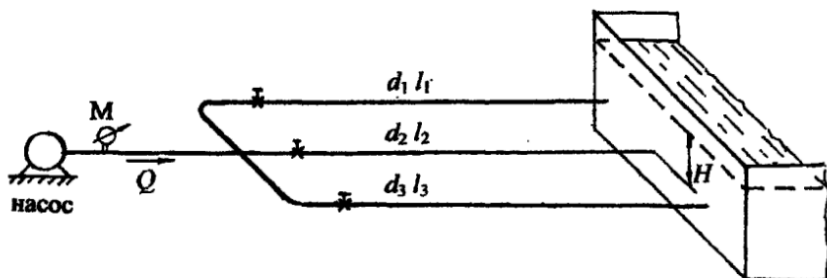


Рис. 6.43

Задача 6.6.12

Из напорного бака *A* вода подаётся двум потребителям - *B* и *C* (рис. 6.44) на отметку 3,0 м при необходимых расходах $Q_B = 10$ л/с; $Q_C = 25$ л/с по трубам: $d_1 = 200$ мм, $l_1 = 500$ м; $d_2 = 200$ мм, $l_2 = 650$ м. На первом трубопроводе предусмотрена непрерывная раздача воды в виде путевого расхода $Q_{\text{пут.}} = 20$ л/с.

Определить отметку уровня воды в напорном баке *A*. Трубы водопроводные нормальные, потери напора в местных сопротивлениях принять равными 10 % от потерь напора по длине.

Ответ: отметка уровня воды в напорном баке равна 6,0 м.

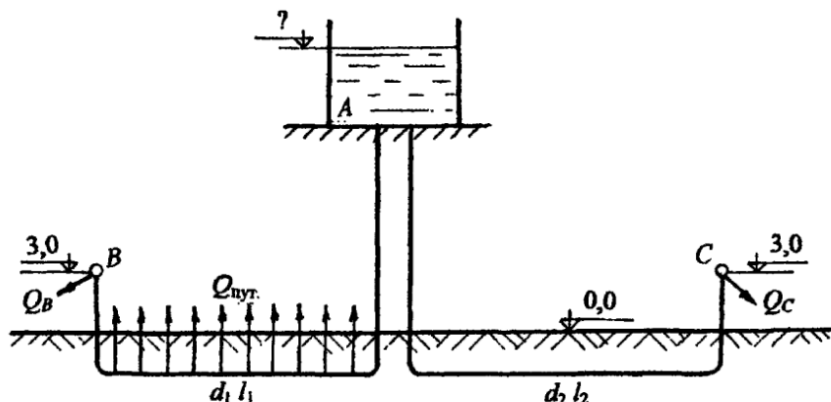


Рис. 6.44

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

В инженерной практике часто встречаются случаи истечения жидкости через отверстия и насадки, представляющие собой короткие патрубки различной конфигурации. Путём расчёта истечения жидкости из отверстий и насадков решаются такие технические задачи, как измерение количества проходящей жидкости, создание сильной дальнобойной и компактной струи, распространение свободной струи, конструирование сопл и форсунок и др.

Истечение может происходить при *постоянном* или *переменном напоре*. В первом случае движение жидкости считается установившимся.

Истечение жидкости может происходить в атмосферу и называется *свободным* истечением, а также в другой резервуар, заполненный жидкостью. Такое истечение называется *истечением под уровень* или *истечением через затопленное отверстие*.

Классификация отверстий

1. Малое отверстие в тонкой стенке (незатопленное и затопленное).
2. Малое отверстие в толстой стенке. Аналогом является короткий патрубок длиной $l = (3 + 5)d_{\text{отв}}$ ($d_{\text{отв}}$ – диаметр отверстия), присоединённый к малому отверстию.
3. Большое отверстие в тонкой стенке.

Малым считается отверстие, если разность напоров над верхней и нижней кромками отверстия не превышает 10 % вертикального размера отверстия. *Действующий напор принимается по оси отверстия*.

В противном случае, если разность напоров над верхней и нижней кромками отверстия превышает 10 %, отверстие считается *большим*. При расчёте такого отверстия учитываются напоры над верхней и нижней кромками отверстия.

Тонкой считается стенка, если толщина её (δ) не превышает трёх линейных размеров отверстия. Например, для круглого отверстия $\delta \leq 3 d_{\text{отв}}$; для квадратного отверстия $\delta \leq 3a$ (a – сторона квадрата).

Толстой считается стенка, толщина которой $\delta = (3 + 5)d_{\text{отв}}$. Если толстую стенку убрать, оставить только ограничение, например, в виде патрубка, то такой патрубок называется *гидравлическим насадком*.

Итак, *гидравлический насадок* – это короткий патрубок длиной $l = (3 + 5)d$, присоединённый к малому отверстию в тонкой стенке.

Если длина патрубка $l > 5d$, то такое движение жидкости следует рассматривать как движение в короткой трубе.

Рассмотрим *теоретические основы* расчёта истечения жидкости через отверстия и насадки.

7.1. Истечение жидкости из малого незатопленного и затопленного отверстий в тонкой стенке

Под расчётом отверстия понимается определение пропускной способности отверстия, или расхода (Q).

Рассмотрим малое отверстие в тонкой стенке закрытого резервуара, на поверхности жидкости в котором действует абсолютное давление p_0 , в общем случае не равное атмосферному (рис. 7.1, а). Площадь живого сечения отверстия ω , действующий напор по оси отверстия H , уровень воды в резервуаре постоянный.

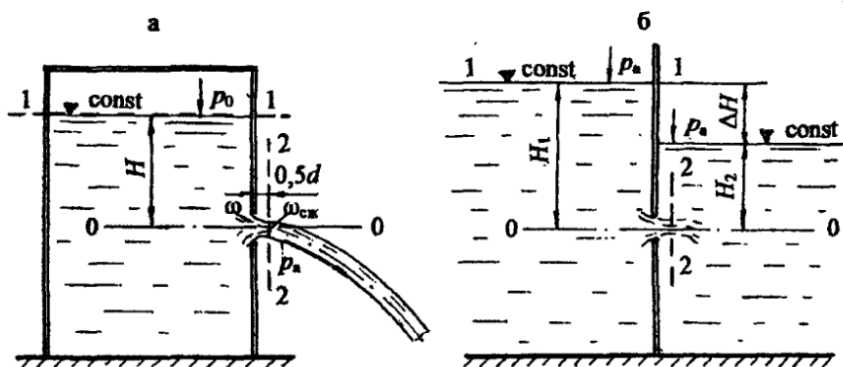


Рис. 7.1

При истечении жидкости через малое отверстие на расстоянии $0,5d$ происходит *сжатие* (инверсия) струи. Это явление объясняется инерцией частиц жидкости, параболической траекторией струек в потоке, которые пересекаются, уменьшая при этом сечение. В сжатом сечении (площадь $\omega_{сж}$) движение жидкости можно считать установившимся и применить для него уравнение Бернулли.

Для определения расхода жидкости через малое незатопленное отверстие, т. е. свободное истечение в атмосферу, используем уравнение Бернулли, согласно принятой методике (см. раздел 4.5.7).

1. **Выберем два сечения:** по свободной поверхности жидкости в резервуаре, проведём его горизонтально, здесь скорость $v = 0$, и на выходе струи в атмосферу по сжатому сечению, это сечение проведём нормально к направлению движения струи.

2. Сечения 1-1 и 2-2 *прономеруем по направлению движения жидкости.*

3. В выбранных сечениях учтём *абсолютное давление*. Подчеркнём, что давление в сжатом сечении равно атмосферному (выход жидкости в атмосферу): $p_1 = p_0$; $p_2 = p_a$.

4. Плоскость сравнения 0-0 проведём через ось отверстия, тогда $z_1 = H$; $z_2 = 0$.

5. Запишем уравнение Бернулли (см. формулу (4.15)) в общем виде и сделаем подстановку параметров:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w1,2};$$

$$\begin{aligned} z_1 &= H; & z_2 &= 0; \\ p_1 &= p_0; & p_2 &= p_a; \\ v_1 &= 0; & v_2 &= v_{\text{сж.}}; \alpha_2 = \alpha_{\text{отв.}} \end{aligned}$$

где $\alpha_{\text{отв.}}$ — коэффициент неравномерности распределения скорости в отверстии.

Потери напора по длине между сечениями 1-1 и 2-2 (расстояние $0,5d$) отсутствуют, значит, потери напора в гидравлических сопротивлениях (h_w) учтём, как потери напора в самом отверстии, как местном сопротивлении:

$$h_w = h_{\text{отв.}} = \zeta_{\text{отв.}} \frac{v_{\text{сж.}}^2}{2g},$$

где $\zeta_{\text{отв.}}$ — коэффициент сопротивления отверстия.

После подстановки параметров получим:

$$H + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{\alpha_{\text{отв.}} v_{\text{сж.}}^2}{2g} + \zeta_{\text{отв.}} \frac{v_{\text{сж.}}^2}{2g},$$

откуда скорость в сжатом сечении:

$$v_{\text{сж.}} = \sqrt{\frac{1}{\alpha_{\text{отв.}} + \zeta_{\text{отв.}}}} \sqrt{2g \left(H + \frac{p_0 - p_a}{\rho g} \right)}. \quad (7.1)$$

В формуле (7.1) обозначим приведённый напор ($H_{\text{прив.}}$):

$$H_{\text{прив.}} = H + \frac{p_0 - p_a}{\rho g}.$$

Если резервуар будет открытым, в сечении 1-1 давление $p_1 = p_2$, то приведённый напор $H_{\text{прив.}} = H$.

Формулу (7.1) представим в виде:

$$v_{\text{сж.}} = \sqrt{\frac{1}{\alpha_{\text{отв.}} + \zeta_{\text{отв.}}} \sqrt{2gH_{\text{прив.}}}} \quad (7.2)$$

Введём коэффициент скорости (φ):

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{\alpha_{\text{отв.}} + \zeta_{\text{отв.}}}} \quad (7.3)$$

Формула (7.2) принимает вид:

$$v_{\text{сж.}} = \varphi \sqrt{2gH_{\text{прив.}}} \quad (7.4)$$

При расчёте расхода Q (или пропускной способности) из отверстия нужно скорость в сжатом сечении умножить на площадь сжатого сечения:

$$Q = v_{\text{сж.}} \omega_{\text{сж.}}$$

Уменьшение площади сжатого сечения учитывается *коэффициентом сжатия* – ε :

$$\varepsilon = \frac{\omega_{\text{сж.}}}{\omega} \quad (7.5)$$

Расчётная формула для расхода с учётом формул (7.4) и (7.5):

$$Q = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH_{\text{прив.}}} \quad (7.6)$$

Произведение коэффициентов $\varepsilon\varphi$ обозначим через $\mu_{\text{отв.}}$, который называется коэффициентом расхода отверстия:

$$\mu_{\text{отв.}} = \varepsilon\varphi$$

Окончательно расход жидкости через малое незатопленное отверстие рассчитывается по формуле

$$Q = \mu_{\text{отв.}} \omega \sqrt{2gH_{\text{прив.}}} \quad (7.7)$$

Рассмотрим малое *затопленное* отверстие в тонкой стенке, или истечение из малого отверстия *под уровень* (рис. 7.1, б).

Расчёт аналогичен расчёту малого отверстия в тонкой стенке с истечением в атмосферу. Также составляется уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2, скорости в которых соответственно: $v_1 = 0$; $v_2 = v_{\text{сж}}$; давления в выбранных сечениях: $p_1 = p_a$; $p_2 = p_a + \rho g H_2$; плоскость сравнения совмещается с осью отверстия: $z_1 = H_1$; $z_2 = 0$.

После преобразования уравнения Бернулли (предлагается сделать самостоятельно)

$$v_{\text{сж}} = \varphi \sqrt{2g(H_1 - H_2)}. \quad (7.8)$$

Можно обозначить $H_1 - H_2 = \Delta H$, таким образом, ΔH – действующий напор для затопленного отверстия. Расход жидкости через затопленное отверстие:

$$Q = \mu_{\text{отв}} \omega \sqrt{2g\Delta H}. \quad (7.9)$$

Формулы (7.7); (7.9), а ранее при расчёте простых трубопроводных систем формула (6.5) имеют общий вид. Таким образом, для всех видов истечений из отверстий и насадков формула расхода может быть представлена обобщённой формулой:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}, \quad (7.10)$$

где H – действующий (или приведённый) напор.

7.2. Истечение жидкости через большое боковое отверстие при постоянном напоре

Представим себе большое боковое отверстие прямоугольной формы, ширина которого b , напор над верхней кромкой отверстия H_1 , над нижней H_2 . Пусть напоры над верхней и нижней кромками отверстия отличаются более, чем на 10 %, тогда в формуле расхода учитываем оба напора:

$$Q = \frac{2}{3} \mu_{\text{отв}} b \sqrt{2g} (H_2^{3/2} - H_1^{3/2}). \quad (7.11)$$

Теоретический вывод формулы (7.11) следует изучить по учебникам и другим учебным пособиям.

7.3. Истечение жидкости из насадков при постоянном напоре

По форме патрубка различают следующие *типы насадков*:

- а) внешний цилиндрический насадок (рис. 7.2, а);
- б) внутренний цилиндрический насадок (рис. 7.2, б);
- в) конический сходящийся насадок (рис. 7.2, в);
- г) конический расходящийся насадок (рис. 7.2, г);
- д) коноидальный насадок (рис. 7.2, д).

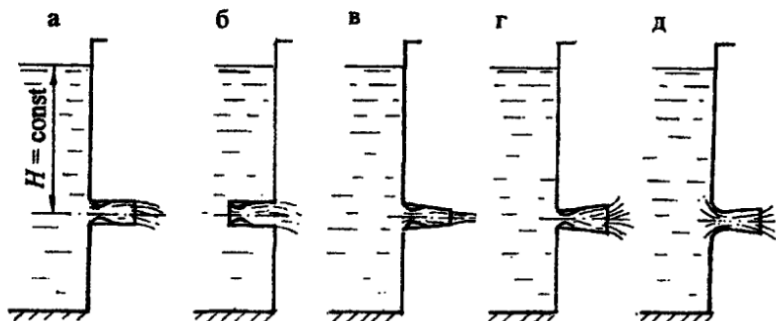


Рис. 7.2

Во всех типах насадков, кроме коноидального, *внутри насадка*, как правило, на расстоянии $0,5d$ образуется *сжатие струи*. В области сжатия возникает вакуум, затем струя расширяется, заполняет весь насадок и выходит полным сечением.

Наличие вакуума внутри насадка доказывается с помощью уравнения Бернулли, такие расчёты приведены в учебниках и курсах лекций.

Вакуум внутри *внешнего цилиндрического* насадка способствует дополнительному подосу жидкости и увеличению пропускной способности насадка. Так, в цилиндрическом внешнем насадке $H_{\text{вак.}} = 0,75 H$, значит, согласно формуле (7.7):

$$Q = \mu_{\text{отв.}} \omega \sqrt{2g(H + H_{\text{вак.}})} = \mu_{\text{отв.}} \omega \sqrt{2g \cdot 1,75H}.$$

Зная, что $\sqrt{1,75} = 1,32$, обозначим $1,32\mu_{\text{отв.}} = \mu_{\text{нас.}}$. Следовательно, пропускная способность внешнего цилиндрического насадка увеличится на 32%, действительно, $\mu_{\text{отв.}} = 0,62$; $\mu_{\text{нас.}} = 1,32 \cdot 0,62 = 0,82$.

Таким образом, *назначение насадков – увеличение пропускной способности.*

Внутренний цилиндрический насадок используется, когда нужно увеличить пропускную способность, но по техническим условиям нельзя вывести внешний насадок.

Конический сходящийся насадок даёт возможность получить компактную струю с большой скоростью, используется в гидромониторах, брандспойтах и им подобных устройствах. Коэффициент расхода насадка зависит от угла конусности. Оптимальное значение угла конусности $13^{\circ}24'$.

Конический расходящийся насадок даёт увеличение пропускной способности на $40 \div 45$ %, малые скорости на выходе. Эти насадки применяются в эжекторных установках, оросительных системах и др.

Оптимальный угол конусности $5^{\circ} + 7^{\circ}$. При увеличении угла конусности происходит срыв вакуума внутри насадка, струя отходит от стенок насадка, насадок не выполняет своего назначения, истечение происходит, как через малое отверстие.

Конoidalный насадок выполнен по форме струи, вытекающей из малого отверстия, имеет малое сопротивление при движении жидкости, обеспечивает повышение пропускной способности на $40 \div 50$ %. Такие насадки применяются в соплах гидравлических турбин, аэродинамических установках.

При теоретических обоснованиях истечения жидкости из отверстий и насадков были введены коэффициенты: α , ζ , φ , ϵ , μ . Значения этих коэффициентов зависят от многих факторов: формы отверстия, степени механической обработки кромок отверстия, полноты и совершенства сжатия струи, а также от числа Рейнольдса (Re). Эти коэффициенты определены экспериментально или рассчитаны аналитически. Значения коэффициентов приведены в справочниках и учебниках. В данном учебном пособии значения коэффициентов φ , ϵ и μ приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Значения коэффициентов скорости (φ), сжатия (ϵ) и расхода (μ) для отверстий и насадков

Вид отверстия, насадка	φ	ϵ	μ
Малое отверстие	0,97	0,64	0,62
Внешний цилиндрический насадок	0,82	1,0	0,82
Внутренний цилиндрический насадок	0,71	1,0	0,71
Конический сходящийся насадок	0,96	0,98	0,94
Конический расходящийся насадок	0,45	1,0	0,45
Конoidalный насадок	0,97	1,0	0,97

7.4. Пример решения задачи по теме: “Истечение жидкости из отверстий и насадков”

Задача 7.4.1. На водонапорной станции установлен трёхкамерный отстойник. В стенках отстойника сделаны отверстия с площадями живых сечений: $\omega_1 = 3 \text{ дм}^2$; $\omega_2 = 2 \text{ дм}^2$; к третьему отверстию присоединён внешний цилиндрический насадок площадью сечения $\omega_3 = 1,2 \text{ дм}^2$. Уровни воды в камерах постоянны. Общий напор $H = 3,0 \text{ м}$.

Определить распределение напоров h_1 , h_2 , h_3 и расход воды (Q), вытекающей из отстойника. Считать стенки отстойника тонкими (рис. 7.3).

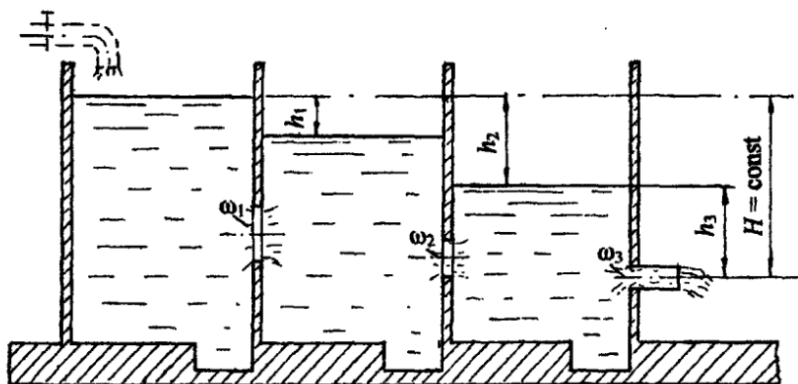


Рис. 7.3

Решение. Из рис. 7.3 следует:

$$H = h_2 + h_3. \quad (7.12)$$

Согласно уравнению неразрывности потока, расходы воды через отверстия и насадок одинаковы:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \text{const}.$$

Расходы воды через каждое отверстие можно вычислить по формуле (7.10), а именно:

$$Q_1 = \mu_{\text{отв}_1} \omega_1 \sqrt{2gh_1};$$

$$Q_2 = \mu_{\text{отв}_2} \omega_2 \sqrt{2g(h_2 - h_1)};$$

$$Q_3 = \mu_{\text{нас.}} \omega_3 \sqrt{2gh_3}.$$

Приравняем расходы и, произведя простые преобразования (сократим на величину $\sqrt{2g}$), получим:

$$\mu_{\text{отв.1}} \omega_1 \sqrt{h_1} = \mu_{\text{отв.2}} \omega_2 \sqrt{h_2 - h_1} = \mu_{\text{нас.}} \omega_3 \sqrt{h_3}. \quad (7.13)$$

Подставим численные значения площадей живых сечений (ω) и коэффициентов расхода (μ) из табл. 7.1:

$$0,62 \cdot 3,0 \sqrt{h_1} = 0,62 \cdot 2,0 \sqrt{h_2 - h_1} = 0,82 \cdot 1,2 \sqrt{h_3}.$$

Приравняем попарно равенства, чтобы найти зависимости между напорами h_1, h_2, h_3 , а затем решить их совместно с уравнением (7.12):

$$9h_1 = 4(h_2 - h_1), \quad \text{отсюда } h_2 = 3,25 h_1;$$

$$3,46 h_1 = 0,97 h_3, \quad \text{отсюда } h_3 = 3,57 h_1.$$

Подставим значения h_2 и h_3 , выраженные через h_1 , в уравнение (7.12):

$$3,25 h_1 + 3,57 h_1 = 3,0 \text{ м, отсюда } h_1 = 0,44 \text{ м, значит, } h_2 = 1,43 \text{ м; } h_3 = 1,57 \text{ м.}$$

Расход воды можно рассчитать через любое отверстие; рассчитаем через первое:

$$Q = Q_1 = 0,62 \cdot 0,03 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 0,44} = 0,0546 \text{ м}^3/\text{с} = 54,6 \text{ л/с.}$$

Ответ: напоры воды в отстойнике: $h_1 = 0,44$ м; $h_2 = 1,43$ м; $h_3 = 1,57$ м; расход воды из отстойника $Q = 54,6$ л/с.