**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации,**
**Министерство высшего образования и инноваций Кыргызской Республики**

**Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина.**

# Фонд оценочных средств

по дисциплине

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

*Направление 11.03.02 - РФ, 690300 – КР*

Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Квалификация

*Бакалавр*

Бишкек 2024 г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» по дисциплине

«Теория вероятностей и математическая статистика»

*наименование*

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры

Высшая математика

*наименование кафедры*

протокол № 4 от « 4 » ноября 2024 г.

Заведующая кафедрой

Высшая математика Гончарова И. В.

*наименование* *подпись* *расшифровка подписи*

*Исполнители:*

*к.ф.-м.н., доцент* *Гончарова И. В*

*должность* *подпись* *расшифровка подписи*

*к.ф.-м.н, доцент* *Комарцова Е. А.*

*должность* *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета *Комарцов Н. М.*

*личная подпись* *расшифровка подписи*

## 1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

| **Формируемые компетенции** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций** | **Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе** |
|---|---|---|
| **ОПК-1: Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности** | **Знать:**<br>Знает фундаментальные законы природы и основные физические математические законы и методы накопления, передачи и обработки информации | Контрольные вопросы |
| | **Уметь:**<br>Умеет применять физические законы и математически методы для решения задач теоретического и прикладного характера | Задания для проверки уровня обученности *Уметь* (Приложение№1) |
| | **Владеть:**<br>Владеет навыками использования знаний физики и математики при решении практических задач | Задания для проверки уровня обученности *Владеть* (Приложение№2) |

## 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ Я КАРТЫ ДИСЦИПЛИНЫ «Математический анализ»

Семестр/курс: **3 / 2**
Количество зачетных единиц: **2**
Отчетность: **Зачет с оценкой**

| **Название модулей дисциплины согласно РПД** | **Контроль** | **Форма контроля** | **зачетный минимум** | **зачетный максимум** | **график контроля** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Модуль 1** | | | | | |
| **Модуль 1 . Теория вероятностей** | Текущий контроль | Типовой расчет №1, КОПТ «Случайные события» | 14 | 24 | 11 |
| | Рубежный контроль | Контрольная работа №1 «Случайные величины» | 6 | 10 | |
| **Модуль 2** | | | | | |
| **Модуль 2. Математическая статистика** | Текущий контроль | Типовой расчет №2, посещаемость | 13 | 24 | |
| | Рубежный контроль | Контрольная работа №2 | 7 | 12 | |
| **ВСЕГО за семестр** | | | | | |
| Промежуточный контроль (Зачет с оценкой) | | | **20** | **30** | |
| Семестровый рейтинг по дисциплине | | | **60** | **100** | |

| ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ |
|---|
| **1. Контрольные вопросы и задания** |
| Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ<br>В результате освоения дисциплины студент должен Знать<br><br>1. События. Типы событий.<br>2. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна.<br>3. Понятие о вероятности. Свойства вероятности.<br>4. Классическое определение вероятности.<br>5. Геометрический подход к определению вероятности.<br>6. Аксиоматическое определение вероятности.<br>7. Зависимые и независимые события.<br>8. Теоремы сложения вероятностей.<br>9. Теоремы умножения вероятностей.<br>10. Формула полной вероятности и формула Байеса.<br>11. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.<br>12. Наивероятнейшее число наступления события.<br>13. Формула Пуассона.<br>14. Интегральная формула Муавра – Лапласа.<br>15. Локальная формула Муавра – Лапласа.<br>16. Понятие о случайной величине. Типы случайных величин.<br>17. Дискретная случайная величина и ее закон распределения.<br>18. Операции над дискретными случайными величинами.<br>19. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин.<br>20. Биномиальный закон распределения.<br>21. Закон распределения Пуассона.<br>22. Геометрический закон распределения.<br>23. Понятие о непрерывной случайной величине.<br>24. Функция распределения и ее свойства.<br>25. Плотность вероятности распределения непрерывной случайной величины.<br>Свойства плотности вероятности<br>распределения.<br>26. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.<br>27. Показательный закон распределения.<br>28. Равномерный закон распределения.<br>29. Нормальный закон распределения и его свойства.<br>30. Основные задачи математической статистики.<br>31. Понятие о выборочном методе.<br>32. Статистическое распределение выборки.<br>33. Вариационный ряд и его графики.<br>34. Основные числовые характеристики выборки. Выборочная средняя и ее свойства.<br>35. Выборочная дисперсия и ее свойства.<br>36. Мода и медиана.<br>37. Статистическая гипотеза. Основная и конкурирующая гипотезы. Простая и сложная гипотезы.<br>38. Ошибки первого и второго рода.<br>39. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.<br>40. Основы статистического оценивания. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам.<br>41. Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.<br>42. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. |

43. Линейная парная регрессия для несгруппированных данных.
44. Коэффициент корреляции и его свойства.
Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в ПРИЛОЖЕНИЯХ1 и 2.



| **2. Темы курсовых работ (проектов)** |
| --- |
| Курсовые работы учебным планом не предусмотрены |
| **3. Фонд оценочных средств** |
| Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам: типовые расчеты №1, №2 в количестве 20 вариантов, компьютерное контрольно-обучающее тестирование и контрольные работы №1, №2 .<br>Образцы типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3,<br>Образцы контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4,<br>Образец компьютерного контрольно-обучающего тестирования – ПРИЛОЖЕНИЕ №5<br><br>Билеты для проведения итогового контроля (зачет с оценкой) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6 |
| **4. Перечень видов оценочных средств** |
| 1. Типовые расчеты<br>2. Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТы)<br>3. Контрольные работы. |

# ПРИЛОЖЕНИЕ №1
# ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ *УМЕТЬ*

1. Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.
2. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.
3. В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
4. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8 , а разность – 4?
5. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти (под фигурой понимают даму, валета, короля).
6. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимается наудачу одна пуговица. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?
8. Найти вероятность того, что подброшенная кость упадет, показав на верхней грани четное или кратное трем число очков.
9. Вероятность попадания стрелком в мишень, равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.
10. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
11. Вероятность правильного оформления счета на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?
12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.
13. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
14. В урне находятся 15 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают наугад один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.
15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элемента $K_1$ или одновременного выхода двух элементов $K_2$ и $K_3$, которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
16. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что получится слово «число».
17. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6; 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?
18. В первом ящике 20 деталей из них 16 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.
19. В тире 5 ружей. Вероятности попадания из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.
20. Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил первый оператор?
21. В каждом из восьми независимых испытаний событие $A$ происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наивероятнейшее число наступлений события $A$ в каждом испытании.

22.Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

23.Если 30% студентов имеют слабое зрение, то какова вероятность того, что 5 из 10 студентов имеют слабое зрение?

24.Вероятность того, что Вы выиграете в шахматы, равна 0,33. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии из 6.

25.Какова вероятность выиграть у равносильного противника в бильярд не менее 4 партий из 5?

26.Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найти наивероятнейшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.

27.Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?

28.Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?

29.На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.

30.Завод отправил на базу 5 000 изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути равна 0, 0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут ровно 3 негодных изделия.

31.Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят 150 студентов.

32.Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят не менее 100 студентов.

33.На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить, закон распределения случайной величины $X$ – числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.

34.Дискретная случайная величина может принимать только два значения $x_1$ и $x_2$, причем $x_1 >$ $x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1 = 0,3)$, $M(X) = 3,7$ и $D(X) = 0,21$. Найти закон распределения этой величины.

35.Случайная величина $X$ задана законом распределения

| $X$ | 2 | 3 | ? | 11 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | ? | 0,3 | 0,2 |

Известно, что математическое ожидание $X$ равно 5,7. Найти а) Найти $P(X = 3)$, б) значение $X$, которое она принимает с вероятностью 0,3.

36.Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X + 3Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

37.Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = X + 6Y$, если известны: $M(X) = 4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.

38.Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

39.В итоге четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти выборочную среднюю результатов и дисперсию ошибок прибора.

40.Найти: а) значение $p_3$, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина $X$ задана законом распределения

| $x_i$ | -2 | -1 | 3 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,5 | 0,1 | $p_3$ |

41.Найти: а) значение $p_2$, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина $X$ задана законом распределения

| $x_i$ | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,2 | $p_2$ | 0,2 |

42.Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Найти параметр $a$.

43.Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1,\\ \dfrac{C}{x^7}, & x\ge 1.\end{cases}$$

Найти параметр $C$. Вычислить $M(X)$.

44.Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}a\cos x, & -\dfrac{\pi}{2}\le x\le \dfrac{\pi}{2},\\ 0, & |x|>\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить $M(X)$.

45.Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить вероятность события $1<X<2$.

46.Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Вычислить $M(X)$ и $D(X)$. Найти вероятность события $1<X<2$.

47.Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$$

Найти вероятность события $X>1$.

48.Сообщение содержит 1000 символов. Вероятность искажения одного символа равна 0,004. Найти среднее число искаженных символов.

49.Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения ровно 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут

50.20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины $X$ – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

51.Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что рост наудачу выбранного мужчины будет от 170 до 180 см.

52.При весе некоторого изделия в 10 кг найдено, что отклонение по абсолютной величине превосходящее 50 г. встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считается, что вес изделий распределен нормально, найти его $\sigma(X)$.

53.Среднее значение скорости ветра у поверхности земли в некоторой местности равно 16 км/час. Оценить вероятность того, что при однократном наблюдении скорость ветра не превысит 80 км/час.

54.Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Оценить вероятность того что из 200 студентов, сидящих в аудитории окажется не менее 19% носящих очки.

55.Электростанция обслуживает сеть с 18 000 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимний вечер равна 0,9. Какова вероятность того, что число ламп, включенных в сеть отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200?

56.За пять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.

57.За пять месяцев работы малое предприятие «Интеграл» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и исправленную дисперсию, моду и медиану.

58.Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.

59.Следующие данные показывают годовой прирост на 15 различных акций: 12.2, 13, 14.8, 11, 16.7, 9, 8.3, -1.2, 3.9, 15.5, 16.2, 18, 11.6, 10, 9.5. Найдите выборочную среднюю и медиану.

60.Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины *X* на основании данного распределения выборки:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 1 | 5 | 6 | 8 |
| $n_i$ | 6 | 4 | 7 | 3 |

61.Изучалась качество продукции. Были получены данные.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Оценка качество продукции, балл | 1-2 | 3-4 | 5-6 | 7-8 | 9-10 |
| Число случаев | 3 | 8 | 36 | 89 | 45 |

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.

62.В таблицу приведены данные.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 | 10-12 |
| $n_i$ | 15 | 25 | 30 | 20 | 10 |

Определить исправленную выборочную дисперсию.

63.Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| варианта | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 |
| частота | 3 | 5 | 15 | 25 | 20 | 7 | 5 |

64.По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.

65.Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания *a* нормально распределенного признака *X* генеральной совокупности, если: $\sigma=4$, $\bar{x}_в=10,2$, $n=16$.

66.По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.

67.Имеются выборочные данные о стаже работы (*X*, лет) и выработке одного рабочего за смену (*Y*, шт):

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *X* | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| *Y* | 14 | 15 | 18 | 20 | 22 | 25 |

Построить уравнение линейной регрессии.

68.В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней *X* и подушек *У*:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *X* | 10 | 20 | 25 | 28 | 30 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| *У* | 5 | 8 | 7 | 12 | 14 |

Найти выборочное уравнение линейной регрессии *У* на *X*.

*69.*Рассчитать коэффициент корреляции между количеством пропущенных студентом пар *X* и его успеваемостью *Y*, оцениваемой по 100 бальной шкале, пользуясь данными таблицы.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *X* | 6 | 2 | 15 | 9 | 12 | 5 | 8 |
| *Y* | 82 | 86 | 43 | 74 | 58 | 90 | 78 |

70.Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения ( $X$ , г.) и весе его семян ( $Y$ , г.). Данные приведены в таблице:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| $Y$ | 20 | 25 | 28 | 30 | 35 | 40 | 45 |

Предполагая, что зависимость линейная, рассчитать выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о степени и направлении тесноты связи.

# ПРИЛОЖЕНИЕ №2
# ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ *ВЛАДЕТЬ*

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не менее 3 попаданий при четырех выстрелах.
2. По данным переписи населения (1891 г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья ($AB$) составили 5 % обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ( $A\overline{B}$ ) – 7,9 %, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ( $\overline{A}B$) – 8,9 %, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ( $\overline{A}\overline{B}$ ) – 78,2 %. Найти связь между цветом глаз отца и сына.
3. Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появилось «три единицы»?
4. Какова должна быть вероятность изготовления изделия, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 изготовленных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.
5. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9948 будет заключено число попаданий в цель.
6. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9948 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле по модулю будет меньше величины 0,05.
7. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклоняется от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.
8. В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынуто бракованное. Составить закон распределения случайной величины $X$ – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.
9. Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины $X$ - числа точных приборов среди отобранных.
10. На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется составить закон распределения случайной величины $X$ - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.
11. Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).

12. Случайная величина задана законом распределения $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X>1$.

13. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & если\ x<-1,\\ a+b\arcsin x, & если\ -1\le x\le 1,\\ 1, & если\ x>1.\end{cases}$$

Найти параметры $a$ и $b$. Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считая, что время разговора является случайной величиной, распределенной по показательному закону найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут,

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, среднеквадратической ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали из пяти будут годными.

17. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{\sqrt{8\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}$.Найти дисперсию случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\sim N(a,\sigma)$.

19. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}$. Найти *M(Y)* случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\sim N(a,\sigma)$.

20. На автомате изготовляются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a=2$ мм и $\sigma^2=0{,}01$ мм$^2$. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95?

21. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=10$:

| Варианта $x_i$ | -2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Частота $n_i$ | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Среднее время сборки изделия составляло 90 минут. Инженер изобрел новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий новым способом составила 79; 74; 112; 95; 83; 96; 77; 84; 70; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения.

25. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений.

26. Случайная величина *X* (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ. Приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 199 | 169 | 87 | 31 | 9 | 3 | 1 | 1 |

27. Случайная величина *X* (время безотказной работы элемента) распределена по показательному закону. Приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 1000 элементов:

| $x_i$ | 5 | 15 | 25 | 35 | 45 | 55 | 65 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 365 | 245 | 150 | 100 | 70 | 45 | 25 |

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. Случайная величина *X* задана функцией распределения $F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x \geq 0)$. Произведена выборка

| $x_i$ | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 3 | 5 | 10 | 10 |

Найти статистическую оценку параметра λ методом моментов.

29. Используя критерий $\chi^2$ на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности *X* с эмпирическим распределением выборки:

| Эмпирическая частота $n_i$ | 8 | 16 | 40 | 72 | 36 | 18 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Теоретическая частота $n_i'$ | 6 | 18 | 36 | 76 | 39 | 18 | 7 |

30. При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

| Эмпирические частоты | 6 | 12 | 16 | 40 | 13 | 8 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Теоретические частоты | 4 | 11 | 15 | 43 | 15 | 6 | 6 |

31. Установить, пользуясь критерием Пирсона, при $\alpha = 0{,}05$ случайно или значимо расхождение между эмпирическими $n_i$, и теоретическими частотами $n'_i$, которые вычислены из предположения, что совокупность распределена нормально.

| $n_i$ | 5 | 7 | 15 | 14 | 21 | 16 | 9 | 7 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i'$ | 6 | 6 | 14 | 15 | 22 | 15 | 8 | 8 | 6 |

32. В таблице представлены данные о средних размерах пенсий в Кыргызстане за 2011-2015гг.

| Год | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|---|---|---|---|---|---|
| Выплаты, сом | 3853 | 4274 | 4508 | 4710 | 4896 |

Необходимо сделать прогноз о среднем размере пенсии на 2018г

**Приложение № 3. Образцы типовых расчетов**

## Типовой расчет №1

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?

2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?

3) Две одинаковые монеты радиуса $r$ размещены внутри круга $R$, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.

4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.

5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.

6) Разрыв электрической цепи может произойти только в результате выхода из строя элемента $k_1$ или одновременного выхода двух элементов $k_2$ и $k_3$, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2, 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.

7) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.

8) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.

9) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?

10) Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 4 телевизора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины $X$ – числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

11) Дана функция распределения НСВ *X* $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ Ax^3, & 0\le x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$

Найти коэффициент *A*, плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание *M(X),* дисперсию *D(X)* и вероятность попадания СВ *X* на отрезок $[0,1]$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

12) При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонение, по абсолютной величине превосходящее 50 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

## Типовой расчет №2

**1.** Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт.-ч.)

| Интервалы мощности | 5-10 | 10-15 | 15-20 | 20-25 | 25-30 | 30-35 | 35-40 | 40-45 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Число вероятность | 3 | 13 | 70 | 190 | 290 | 230 | 130 | 62 |

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95, 8) Проверить, используя критерий $\chi^2$- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

**2.** Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

| Расстояние, км | 0,1 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,7 | 0,8 | 0,8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Наполняемость, % | 92 | 95 | 96 | 90 | 89 | 86 | 90 | 83 | 85 | 80 | 78 | 76 |

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между $Y$ и $X$ имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии.
Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

# ПРИЛОЖЕНИЕ №4. ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

## Контрольная работа №1

1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны: $M(X) = 3,\quad M(Y) = 6,\quad D(X) = 3,\quad D(Y) = 4$.
2. Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.
3. Стрелок ведет огонь по мишени до первого попадания, либо до полного израсходования патронов, число которых равно 4. Найти закон распределения числа израсходованных патронов, если вероятность попадания в мишень равна 0,2.
4. Дискретная случайная величина $X$ задана законом распределения

| $x_i$ | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,2 | $p_2$ | 0,2 |

Найти $p_2, M(X), D(X)$.

5. Случайная величина задана законом распределения: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2, \\ \dfrac{x^2 - 4}{a}, & 2 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр $a$; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2{,}5;3)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

## Контрольная работа №2

***Задание 1.*** Выборочное исследование длительности горения ламп дало следующие результаты:

| Интервалы | 0-400 | 400-800 | 800 - 1200 | 1200 - 1600 | 1600 – 2000 | 2000 – 2400 | 2400 - 2800 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Частота | 121 | 95 | 76 | 56 | 45 | 36 | 21 |

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

***Задание 2.*** В итоге 5 измерений получены следующие отклонения от номинального размера у партии деталей (в мм): 17, 8, 23, 9, 23. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

***Задание 3.*** Телефонная компания желает оценить среднее время междугородных переговоров в течении выходных, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 50 звонков дала среднюю $\bar{x} = 14.5$ мин со средним квадратическим отклонением $s = 5.6$ мин. Постройте 95% доверительный интервал для средней продолжительности переговоров в выходные дни.

***Задание 4.*** Используя критерий $\chi^2$, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности $X$ с эмпирическим распределением выборки:

| Эмпирическая частота $n_i$ | 58 | 96 | 239 | 328 | 147 | 132 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Теоретическая частота $n_i'$ | 43 | 120 | 245 | 290 | 200 | 102 |

***Задание 5.*** Найти выборочное уравнение линейной регрессии $Y$ на $X$ и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 3,2 | 4,2 | 2,7 | 0,7 | 1,2 |

## Приложение №5. Образец компьютерного контрольно-обучающего теста

### Тест: "Случайные события".

Тестируемый: ________________________________ Дата: ______________________

**Задание №1**

***Вступление к заданию:***
Основные правила комбинаторики

***Вопрос:***
Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?

***Подсказка:***
Комбинаторика располагает двумя основными правилами.

***Правило сложения***. Если некоторый элемент *x* можно выбрать $n_1$ способами, а элемент *y* $n_2$ способами, то любой из указанных элементов (*x* или *y*) можно выбрать $n_1 + n_2$ способами.

***Правило умножения***. Если первый элемент *x* можно выбрать $n_1$ способами и после каждого такого выбора второй элемент *y* можно выбрать $n_2$ способами, то оба элемента в указанном порядке можно выбрать $n_1 \cdot n_2$ способами.
Эти правила распространяются на любое конечное число элементов.

Запишите число:

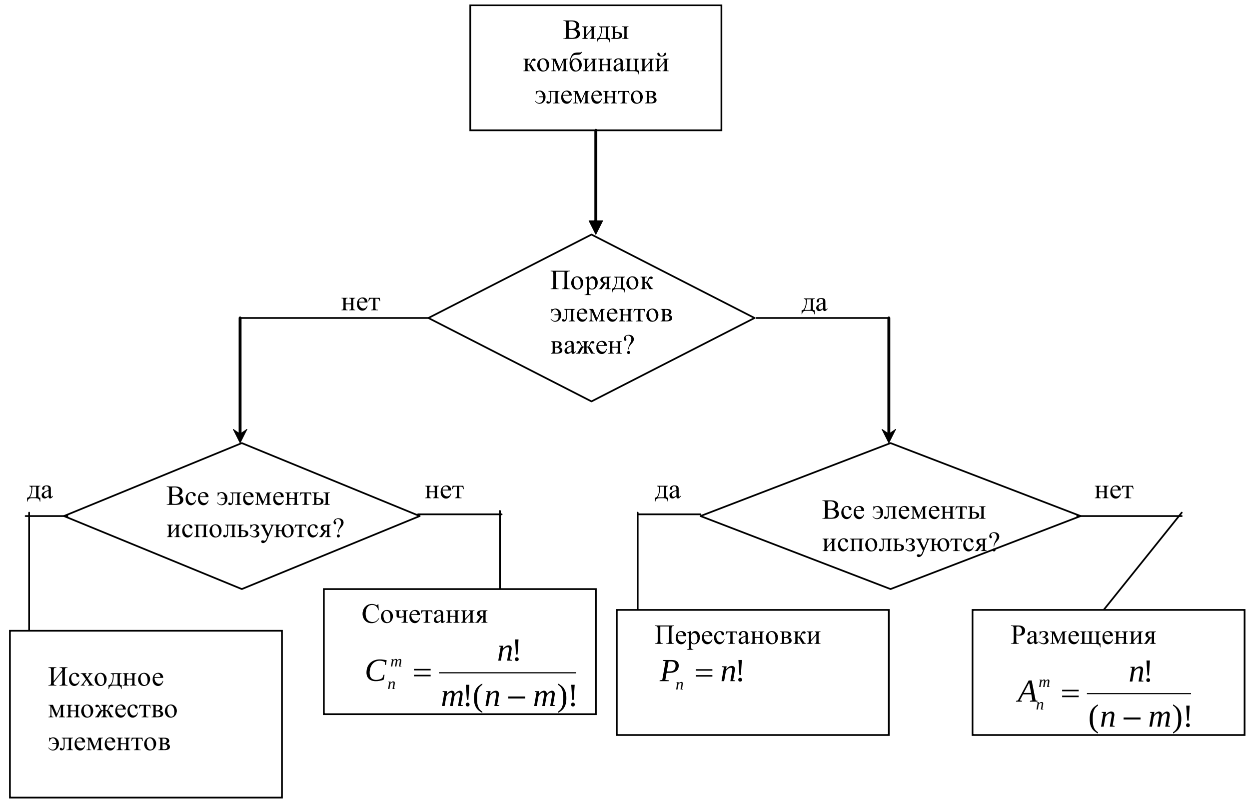
| | | |
|---|---|---|
| 1) | Ответ: | |

**Задание №2**

***Вступление к заданию:***
Основные формулы комбинаторики

***Вопрос:***
Студенты второго курса изучают 12 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по три предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день?

***Подсказка:***




Запишите число:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | Ответ: | |

## Задание №3

***Вступление к заданию:***
Классическая формула для вычисления вероятности
***Вопрос:***
Уставший пассажир набирает четырехзначный код камеры хранения на вокзале. Какова вероятность того, что пассажир откроет камеру, если он помнит лишь, что его код не содержит цифр 1, 2, 3?
***Подсказка:***
Вероятность элементарного события *A* определяется формулой

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где $m$ - число благоприятствующих исходов,
$n$ - общее число исходов.
Для расчета $m$ и $n$ используют основные формулы комбинаторного анализа:

$P_n = n!$ - *число перестановок;* $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ - *число размещений;* $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ - *число сочетаний.*

***Задача.*** Пять клиентов банка готовы вложить деньги по срочному депозитному договору на срок 1, 2 или 3 года с равными вероятностями. Определить вероятность того, что все клиенты банка вложат деньги по срочному депозитному договору на два года?
***Решение.*** Обозначим событие *A*, состоящее в том, что все пять клиентов банка заключат депозитный договор на 2 года.

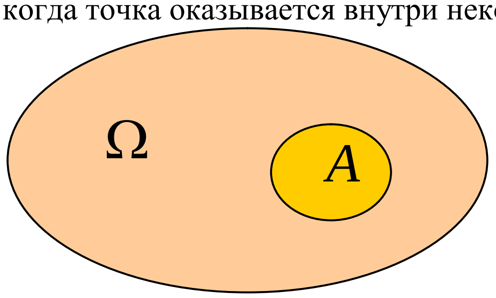
Каждый клиент банка имеет три варианта заключить депозитный договор соответственно на 1, 2 или 3 года. Общее число возможных вариантов заключения договоров для пяти клиентов банка равно $n = 3^5 = 243$. Число вариантов, благоприятствующих событию *A*, равно $m = 1$. Таким образом, вероятность события *A* будет равна $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{243} \approx 0.0041$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | | 0,3 |
| 2) | | $\frac{1}{7^4}$ |
| 3) | | $\frac{1}{A_7^3}$ |
| 4) | | $\frac{4}{3!}$ |

**Задание №4**

***Вступление к заданию:***
Геометрическое определение вероятности
***Вопрос:***
На прямолинейном участке газопровода длиной 80 км произошел разрыв. Какова вероятность того, что разрыв удален от обоих концов участка на расстояние, большее 30 км?
***Подсказка:***
Пусть пространство возможных исходов опыта $\Omega$ определяется множеством точек конечной меры (длины, площади, объема). Предположим, что событие *A* наступает тогда, когда точка оказывается внутри некоторой области *A* (рис).




Если вероятность попадания точки в область *A* пропорциональна мере этой области, то вероятность события *A* определяется формулой

$$P(A) = \frac{mesA}{mes\Omega},$$

где $mesA$ - мера (длина, площадь, объем) области *A;* $mes\Omega$ - мера пространства возможных исходов $\Omega$.

***Пример.*** Точка брошена наудачу на отрезок $[0;\, 2]$. Какова вероятность попадания этой точки на интервал $[0{,}5; 1{,}4]$?

***Решение.*** Здесь пространство элементарных исходов весь отрезок $\Omega = [0;\, 2]$, а множество благоприятствующих исходов $A = [0{,}5; 1{,}4]$, при этом длины этих интервалов равны $L(\Omega) = 2$, $l(A) = 0{,}9$. Поэтому вероятность попадания брошенной точки в указанный интервал равна $P(A)=\dfrac{l(A)}{L(\Omega)}=\dfrac{0{,}9}{2}=0{,}45$

Запишите число:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | Ответ: | |

**Задание №5**

***Вступление к заданию:***
Теоремы сложения вероятностей
***Вопрос:***
Автомобиль снабжен двумя противоугонными приспособлениями - механическим и электрическим. Механическое срабатывает с вероятностью 0,9, а электрическое с вероятностью 0,8. Какова вероятность, что автомобиль не угонят?
***Подсказка:***
**Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.** *Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий.*

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

**Теорема сложения вероятностей совместных событий.** *Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.*

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | | 0,98 |
| 2) | | 0,72 |
| 3) | | 1,6 |
| 4) | | 0,85 |

**Задание №6**

***Вступление к заданию:***
Теоремы умножения

***Вопрос:***
Вероятность того, что Ибрагим сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,3. Вероятность, что Бектур сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,6. Вероятность, что оба студента станут отличниками, равна
***Подсказка:***

**Теорема умножения вероятностей зависимых событий.** *Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:*

$$P(AB)=P(A)\cdot P_A(B)$$

**Теорема умножения вероятностей для независимых событий.** *Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:*

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$

| Выберите один из 4 вариантов ответа: | | |
|---|---|---|
| 1) | | 0,18 |
| 2) | | 0,018 |
| 3) | | 0,9 |
| 4) | | 0,09 |

**Задание №7**

***Вступление к заданию:***
Вероятность наступления только одного события

***Вопрос:***
Два снайпера делают по одному выстрелу по мишени. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает шесть раз, второй - девять. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним из выстрелов.

***Подсказка:***
***Пример*** Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому их них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответят:
а) только первый студент;
б) только один из них.
***Решение.*** Пусть событие *A = {первый студент правильно ответил на вопрос},* событие *B = {второй студент правильно ответил на вопрос}*.
а) Событие *C = {только первый студент правильно ответил на вопрос}* можно представить в виде $C = A\overline{B}$, так как события $A$ и $\overline{B}$ независимы, то

$$P(C) = P\left(A\overline{B}\right) = P(A)P\left(\overline{B}\right) = \frac{20}{25}\frac{10}{25} = 0{,}32$$.

б) Событие *Д = {только один студент правильно ответил на вопрос}* можно представить в виде $Д = A\overline{B} + \overline{A}B$, так как события $A$ и $B$ независимы, то

$$P(Д) = P\left(A\overline{B} + \overline{\mathrm{A}}B\right) = P(A)P\left(\overline{B}\right) + P\left(\overline{A}\right)P(B) = \frac{20}{25}\frac{10}{25} + \frac{5}{25}\frac{15}{25} = 0{,}32 + 0{,}12 = 0{,}44$$.

Запишите число:

**Задание №8**

***Вступление к заданию:***
Вероятность наступления хотя бы одного события

***Вопрос:***
Вероятность того, что будет продано изобретение мастера, равна 0,8, что изобретение его ученика - 0,6. Какова вероятность того, что к концу дня будет продано хотя бы одно изобретение.

***Подсказка:***

Пусть события $A_1, A_2, ..., A_n$ независимы в совокупности, причем $P(A_1) = p_1$, $P(A_2) = p_2$, …. $P(A_n) = p_n$; пусть в результате испытания могут наступить все события, либо часть из них, либо ни одно из них.

Вероятность наступления события $A$, состоящего в появлении ***хотя бы одного*** из событий $A_1, A_2, ..., A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятности противоположных событий $\overline{A_1}, \overline{A_2}, ..., \overline{A_n}$ :

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 ... q_n.$$

***Пример.*** Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому их них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответит хотя бы один студент.

***Решение.***

Пусть событие $A$ = *{первый студент правильно ответил на вопрос},* событие $B$ = *{второй студент правильно ответил на вопрос}*.

Событие $C$ = *{ правильно ответил на вопрос хотя бы один студент }*. Найдем вероятность события $\overline{C}$ противоположного событию $C$. Очевидно, что $\overline{C} = \overline{A+B} = \overline{A}\overline{B} = \{\text{оба студента не верно ответили на вопрос}\}$. Так как события $\overline{A}$ и $\overline{B}$ независимы, то $P(\overline{C}) = P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = \frac{5}{25}\frac{10}{25} = 0{,}08$. Следовательно, $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$.

| Запишите число: | | |
|---|---|---|
| 1) | Ответ: | |

| Задание №9 |
|---|

***Вступление к заданию:***

Формула полной вероятности и формула Байеса

***Вопрос:***

Медвежонок Вини - Пух каждое утро ходит в гости к одному из своих друзей: поросенку Пятачку, ослику Иа или Кролику, которые угощают его медом с вероятностью 0,8, 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность того, что в ближайшую пятницу Вини - Пух попробует мед, если решение о том, к кому пойти в гости, медвежонок принимает случайным образом?

***Подсказка:***

Если событие А в некотором испытании может произойти лишь с одной из гипотез $H_i$, $i = 1,2,..,n$, то безусловная вероятность наступления события $A$ в этом испытании определяется ***по формуле полной вероятности*** $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)$.

Если известно, что событие $A$ уже произошло, то вероятность того, что оно произошло совместно с гипотезой $H_i$, определяется ***по формуле Байеса*** $P_A(H_i) = \dfrac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)P_{H_i}(A)}$

***Пример.*** Для подготовки к установленному сроку бухгалтерской отчетности предприятия к выполнению этой работы могут быть привлечены один, два или три работника. Вероятности этих событий соответственно равны 0,5, 0,3 и 0,2. Вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок при привлечении одного работника равна 0,3, при привлечении двух работников - 0,6, при привлечении трех работников - 0,95.

1) Определить вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок.
2) Известно, что бухгалтерская отчетность была подготовлена к установленному сроку. Какое предположение о количестве привлеченных работников наиболее вероятно?

***Решение.*** Обозначим через событие *A* событие, состоящее в подготовке бухгалтерской отчетности в установленный срок. Выдвинем гипотезы:

$H_1$ = *{Привлечен один работник},*
$H_1$ = *{Привлечено два работника},*
$H_3$ = *{Привлечено три работника}.*

*По условию* $P(H_1)=0{,}5$; $P(H_2)=0{,}3$, $P(H_3)=0{,}2$ .

Видно, что гипотезы образуют полную группу событий:

$$\sum_{i=1}^{3} P(H_i) = 0{,}5 + 0{,}3 + 0{,}2 = 1$$ .

Событие *A* зависит от гипотез $H_i$, и по условию задачи условные вероятности наступления события *A* при соответствующих гипотезах равны:

$P_{H_1}(A) = 0{,}3$, $P_{H_1}(A) = 0{,}6$, $P_{H_1}(A) = 0{,}95$ .

1) В соответствии с формулой полной вероятности $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)$ для безусловной вероятности наступления события *A* получим:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) P_{H_i}(A) = 0{,}5*0{,}3 + 0{,}3*0{,}6 + 0{,}2*0{,}95 = 0{,}52$$

2) Так как отчетность была подготовлена к сроку, по условию задачи понятно, что для ее решения необходимо использовать формулу Байеса $P_A(H_i) = \dfrac{P(H_i) P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)}$ .

Для ответа на сформулированный в задаче вопрос определим условные вероятности $P_A(H_i)$:

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1) P_{H_1}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)} = \frac{0{,}5*0{,}3}{0{,}52} \approx 0{,}288$$ ;

$$P_A(H_2) = \frac{P(H_2) P_{H_2}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)} = \frac{0{,}3*0{,}6}{0{,}52} \approx 0{,}346$$ ;

$$P_A(H_3) = \frac{P(H_3) P_{H_2}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)} = \frac{0{,}2*0{,}95}{0{,}52} \approx 0{,}365$$ .

| | | |
|---|---|---|
| Из сравнения полученных значений условных вероятностей делаем вывод, что наиболее вероятным числом привлеченных работников, является число 3. | | |
| Запишите число: | | |
| 1) | Ответ: | |

**Задание №10**

***Вступление к заданию:***
Схема повторных опытов. Формула Бернулли.

***Вопрос:***
Вероятность того, что расход электроэнергии в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна p=0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 4 суток расход электроэнергии в течение 2 суток не превысит нормы.

***Подсказка:***
Вероятность того, что в *n* независимых повторных испытаниях с постоянной вероятностью *p* «успеха» в каждом испытании, событие *A* наступит ровно *k* раз вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Вероятность того, что в *n* испытаниях событие *A* наступит: а) менее *s* раз; б) более *s* раз; в) не менее *s* раз; г) не более *s* раз, находят соответственно по формулам:

*а)* $P_n(k<s) = P_n(0) + P_n(1) + \ldots + P_n(s-1)$;

*б)* $P_n(k>s) = P_n(s+1) + P_n(s+2) + \ldots + P_n(n)$;

*в)* $P_n(k \ge s) = P_n(s) + P_n(s+1) + P_n(s+2) + \ldots + P_n(n)$;

*г)* $P_n(k \le s) = P_n(0) + P_n(1) + \ldots + P_n(s)$.

Число появлений события *A* в *n* независимых повторных испытаниях, имеющих самую наибольшую вероятность, называется наивероятнейшим числом и обозначается $k_0$. Наивероятнейшее число $k_0$ определяют из двойного неравенства
$np - q \le k_0 \le np + p$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

| | | |
|---|---|---|
| 1) | | 27/128 |
| 2) | | 128/27 |
| 3) | | 9/256 |
| 4) | | 27/256 |

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**
*Курс 2 Семестр 4*
*Дисциплина* ***Теория вероятностей и математическая статистика***

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № ____1____**

1. Классическое определение вероятности.
2. Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.
3. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.
4. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность, что получится слово «число».
5. Случайная величина $X$ задана законом распределения

| $X$ | 2 | 3 | ? | 11 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0,1 | ? | 0,3 | 0,2 |

Известно, что математическое ожидание $X$ равно 5,7.
Найти а) Найти $P(X = 3)$,

б) значение $X$, которое она принимает с вероятностью 0,3.

6. Используя критерий $\chi^2$ на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности $X$ с эмпирическим распределением выборки:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Эмпирическая частота $n_i$ | 8 | 16 | 40 | 72 | 36 | 18 | 10 |
| Теоретическая частота $n_i'$ | 6 | 18 | 36 | 76 | 39 | 18 | 7 |

## ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

**Оценка промежуточной аттестации:**
- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

### Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

| баллы | Критерии |
|---|---|
| **8-10** | глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы математического анализа проведения исследований и анализа их результатов |
| **5-7** | понимает содержание основных методов математического анализа, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем |
| **1-3** | допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом |
| **0** | не знает основных понятий и методов математического анализа |

### Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

| баллы | Критерии |
|---|---|
| **20-16** | владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий) |
| **15-11** | умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий) |
| **10-6** | испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий) |
| **5-0** | не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий) |

***Шкала оценивания типовых расчетов***

| Критерии оценивания | баллы |
|---|---|
| Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы. | **0-0,35*max балл** |
| Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы. | **0,36*max балл -0,59*max балл** |
| Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки Ответы на вопросы полные или частично полные | **0,59*max балл -0,84*max балл** |
| Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений. | **0,85*max балл-max балл** |

-

***Шкала оценивания контрольных работ и контрольно-обучающих программ тестирования***

| Критерии оценивания | баллы |
|---|---|
| Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. | **0-0,35*max балл** |
| Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. | **0,36*max балл -0,59*max балл** |
| Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. | **0,59*max балл -0,84*max балл** |
| Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. | **0,85*max балл-max балл** |

**Здесь max балл – максимальные баллы, предусмотренные по данному виду работ (см. технологическую карту дисциплины)**

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

## МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных
контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

## ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.

Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.

При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы. Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.

За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятия студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях.

## ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты. Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

## ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине проводится в виде контрольной работы. Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4.

До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.

Контрольные работы проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.

В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.

Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

## ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

На промежуточном контроле студент должен ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.

Оценка промежуточного контроля:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 5.

ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

| Оценка по 100-бальной шкале | Оценка по традиционной системе |
|---|---|
| 85 – 100 | Зачтено (отлично) |
| 70 – 84 | Зачтено (хорошо) |
| 60 – 69 | Зачтено (удовлетворительно) |
| 0 – 59 | Незачтено (неудовлетворительно) |