Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Министерство науки, высшего образования и инноваций
Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет

имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

Высшая школа Природопользования, мехатроники и транспорта

Фонд
оценочных средств

по дисциплине «Теория упругости»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки 15.03.03 — РФ, 650500 — КР
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»

Квалификация

бакалавр

2026 г.

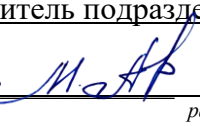
Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 15.03.03 — РФ, 650500 — КР «Прикладная механика», профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг», по программе бакалавриата КРСУ в соответствии с ФГОС 3++ по дисциплине «Теория упругости».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании

Высшей школы Природопользования, мехатроники и транспорта

протокол № 1 от «2 » сентября 2026 г.

Руководитель подразделения



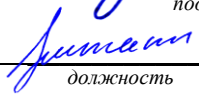
Алсеитов Мирлан Тилегенович

подпись *расшифровка подписи*

Исполнитель:

к.ф.-м.н.  Комарцов Никита Михайлович

должность *подпись* *расшифровка подписи*

к. ф.-м.н.  Герман Константин Анатольевич

должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Заместитель директора по образовательной деятельности
Политехнического института



личная подпись Комарцов Никита Михайлович

расшифровка подписи

Содержание

Сведения о дисциплине
1. Компетенция и этапы формирования
2. Технологические карты 5 и 6 семестров
3. Оценочные материалы: блоки A, B, C, D
4. Процедуры и критерии оценивания
5. Методические указания обучающимся
Приложение 1. Формы фиксации результатов

Сведения о дисциплине

Параметр	Сведения по РПД
Наименование	Теория упругости
Направление, профиль	15.03.03 — РФ, 650500 — КР Прикладная механика; «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»
Квалификация и обучение	Бакалавр; очная; 3 курс; 5 и 6 семестры
Раздел ООП	Б1.В.1. Полный индивидуальный шифр в РПД отсутствует; 40 в имени файла не является кодом учебного плана.
Общая трудоёмкость	7 ЗЕТ, 252 ч; лекции 48, практические 48, СРС 123,9; дополнительная контактная работа 0,4; часы на контроль 31,7. Аудиторные 96, контактные 96,4.
Курсовые и лабораторные	Курсовых работ нет. Лабораторные часы не предусмотрены. Анализ учебных экспериментальных данных выполняется внутри практикума.

Вид	5 семестр	6 семестр	Итого, ч
Лекции	24	24	48
Практические	24	24	48
КрТО / КрЭк	0,1	0,3	0,4
Самостоятельная работа	59,9	64	123,9
Часы на контроль	—	31,7	31,7
Всего	108	144	252
Аттестация	Зачёт	Экзамен	По семестрам

1. Компетенция и этапы формирования

ПК-1: Способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследования, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности.

Группа содержания; результаты	Начальный этап: ТК и письменный РК	Базовый этап: аттестация
Напряжения, деформации и Гук; ПК-1 знать/уметь/владеть, 3.1.1,3.2.1–3,3.3.1	A1.1–9, T1–T5; З1–З3; B1–B6	Зачёт D5.1–9 и З1–З3; экзамен D6.1–9
Краевые и плоские задачи; те же результаты	A1.10–18, T6–T8; З4–З6; B7–B12; К1	Зачёт D5.10–18, З4–З6; экзамен D6.10–18, З5
Кручение и энергетические методы; те же результаты	A1.19–25, T9–T10; З7–З8; B13–B17; К2	Экзамен D6.19–25, З7–З8
Конечные элементы, точность; те же результаты	A1.26–31,36, T12; З10–З12; B18–B20,B24; С1	Экзамен D6.26–31,36, З10–З11; С1 при защите
Термоупругость и ортотропия; те же результаты	A1.32–35, T11; З9; B21–B23	Экзамен D6.32–35, З9
Экспериментальные методы: анализ и интерпретация	С2, B15; A1.36	D6.36 и уточнение по С2 в любом билете

A1 и D обозначают один полный перечень вопросов: A1.1–36 для текущего контроля; D5.1–18 — для зачёта; D6.1–36 — для экзамена. Это локальные шифры ФОС, не официальные индикаторы. Начальный этап — освоение и проверка на текущих заданиях и РК; базовый — самостоятельное решение и обоснование на аттестации.

2. Технологические карты 5 и 6 семестров

Утверждённого распределения рейтинговых баллов в приложениях нет. Предлагается для согласования самостоятельный рейтинг 0–100 в каждом семестре; баллы разных семестров не складываются и не усредняются. Схема выведена из фактического комплекта заданий. Сроки — учебные недели, уточняемые расписанием; минимум по компонентам 0 — граница начисления, а не условие допуска.

5 семестр: раздел; срок	Л / Пр / СРС, ч	Средства и максимумы	Баллы min–max
1; недели 1–4	6 / 6 / 15	ПР1–3 по 3; A1.1–5	0–9
2; недели 5–8	6 / 6 / 15	ПР4–6 по 3; A1.6–9	0–9
3; недели 9–17	12 / 12 / 29,9	ПР7–12 по 3; тест T1–8 (8); К1 (30 первичных →16)	0–42
До зачёта	24 / 24 / 59,9	ПР36 + тест8 + К1 16	0–60
Зачёт	КрТО 0,1	2 вопроса по 10 + задача20	0–40
Всего	108 ч	R5=ПР+Т+К1+D5	0–100

6 семестр: раздел; срок	Л / Пр / СРС, ч	Средства и максимумы	Баллы min–max
4; недели 1–7	10 / 10 / 25	ПР13–17 по 2; К2 (30 первичных →14)	0–24
5; недели 8–16	14 / 14 / 39	ПР18–24 по 2; тест Т1–12 (12); С1 (10)	0–36
До экзамена	24 / 24 / 64	ПР24 + тест12 + К2 14 + С1 10	0–60
Экзамен	КрЭк0,3; контроль31,7	2 вопроса по10 + задача20	0–40
Всего	144 ч	R6=ПР+Т+К2+С1+D6	0–100

Тест 5 семестра — после ПР8, К1 — на ПР12; К2 — на ПР17, тест 6 семестра — на ПР23. Письменные РК по 45 календарных минут обязательны; к ним допускаются все независимо от посещаемости и выполнения других работ (п. 3.3 Положения). Тесты и РК занимают часть существующих 24 практических часов в каждом семестре, новых часов нет; подготовка и расширение исследований — в СРС. СРС разделов точно сохранена: 15+15+29,9=59,9 и 25+39=64.

Для зачёта предлагаются до 30 минут самостоятельной письменной подготовки с задачей в составе СРС раздела 3 и краткая индивидуальная проверка в пределах 0,1 академического часа (4,5 минуты). Для экзамена: до 40 минут письменной подготовки в часах контроля и индивидуальный ответ до 13,5 минуты в пределах 0,3 академического часа. Это проект организации, подлежащий согласованию; время 0,1/0,3 не трактуется как длительность всей подготовки. 31,7 часа контроля 6 семестра не включаются повторно в 64 часа СРС.

3. Оценочные материалы

Блок А. Проверка знаний

А1. Полный банк вопросов

Текущий опрос: 2–3 вопроса по освоенной теме, до 5 минут внутри занятия; разрешены собственные записи, оценивается объяснение. Отдельных баллов за опрос нет: он входит в рубрику соответствующей ПР. На аттестации используются шифры D5/D6 из раздела D.

А1.1 Какие допущения отличают классическую линейную теорию упругости от модели с большими деформациями? Когда стержневой расчёт детали недостаточен?

А1.2 Как из тензора напряжений и нормали к площадке определить вектор напряжений, нормальную и касательную составляющие?

А1.3 Как получить дифференциальные уравнения равновесия и почему тензор напряжений симметричен?

А1.4 Как находят главные напряжения и направления? Что остаётся неизменным при повороте координат?

А1.5 Как связаны шаровая и девиаторная части тензора с объёмным изменением и изменением формы? Как вычисляют напряжение по Мизесу?

А1.6 Как получить малые деформации и повороты из перемещений? Почему γ_{xy} и ε_{xy} различаются вдвое?

А1.7 Какой смысл имеет условие совместности плоских деформаций? Достаточно ли произвольно задать три функции ε_x, ε_y, γ_{xy}?

А1.8 Как восстановить перемещения по совместному полю деформаций? Какая неопределённость остаётся?

А1.9 Как записать закон Гука в прямой и обратной формах? Каковы связи и допустимые значения упругих констант изотропного материала?

А1.10 Из каких уравнений и граничных условий состоит краевая задача? Как проверить полноту её постановки?

А1.11 Как получить уравнения Навье в перемещениях? Какие предпосылки нужны для постоянных коэффициентов?

А1.12 В чём различие существенных и естественных условий? Какие дополнительные требования возникают в задаче только в усилиях?

А1.13 При каких условиях обоснованы плоское напряжённое состояние и плоская деформация? Как определяют εz и σz?

А1.14 Почему функция Эри обеспечивает равновесие и когда должна удовлетворять бигармоническому уравнению?

А1.15 Как определить коэффициенты полиномиальной функции Эри по нагрузкам на границах полосы?

А1.16 Что утверждает принцип Сен Венана? Почему он не позволяет игнорировать локальную концентрацию у места приложения силы?

А1.17 Как вывести решение Ламе и определить радиальное перемещение? Как влияют осевые ограничения?

А1.18 Как меняется окружное напряжение вдоль круглого отверстия по Киршу? От чего зависит применимость коэффициента концентрации 3?

А1.19 Какие перемещения допускает свободное кручение Сен Венана и что означает депланация сечения?

А1.20 Как записать уравнение и граничное условие для функции Прандтля в односвязном сечении? Как определить момент?

А1.21 Почему для некруглого сечения крутильная характеристика не совпадает с полярным моментом площади?

А1.22 Как вычисляют плотность и полную энергию деформации? В каких условиях выполняется теорема Клапейрона?

А1.23 Как сформулировать теорему Бетти и использовать её для проверки расчёта?

А1.24 Как получить принцип виртуальных работ из уравнений равновесия? Какие ограничения наложены на виртуальные перемещения?

А1.25 Как из минимума потенциальной энергии получить систему метода Ритца? Почему пробное поле должно удовлетворять заданным перемещениям?

А1.26 Как построить функции формы и матрицу B линейного треугольника? Почему его деформации постоянны?

А1.27 Как вычисляют матрицу жёсткости элемента и учитывают толщину и распределённую нагрузку?

А1.28 Как собирают глобальную систему, задают ненулевые перемещения и вычисляют реакции?

А1.29 Какие жёсткие движения нужно исключить в плоской и пространственной моделях? Чем опасны лишние связи?

А1.30 Как организовать проверку сеточной сходимости? Почему сходимость перемещений не гарантирует точности локального напряжения?

А1.31 Как отличить физическую концентрацию от сингулярности? Что изменяет усреднение напряжений при постобработке?

А1.32 Как вводится температурная деформация в закон Гука? Чем отличаются свободное расширение и стеснённый нагрев?

А1.33 Почему неоднородное температурное поле может вызывать напряжения даже без внешних сил? Какова роль совместности?

А1.34 Как определить кривизну свободной полосы при линейном градиенте температуры по толщине? Как меняется ответ при запрете изгиба?

А1.35 Какие параметры задают плоскую ортотропию и каково условие взаимности? Почему необходимо учитывать ориентацию материала?

А1.36 Чем различаются верификация и валидация? Какие данные отчёта позволяют воспроизвести расчёт втулки под давлением?

А2. Тесты

5 семестр: Т1–Т8, 15 минут, 0–8 баллов. 6 семестр: Т1–Т12, 15 минут, 0–12. В каждом задании один верный ответ. За верный 1, за неверный, пропуск или несколько отметок 0. Разрешены выданный лист и непрограммируемый калькулятор; конспекты и готовые ответы не используются. Сдать номер и букву. Повторение фундаментальных вопросов в 6 семестре проверяет целостное понимание курса; баллы тестов остаются в своём семестре.

Т1. Вектор напряжений на площадке с нормалью n равен:

А) σn

Б) $\sigma + n$

В) $\mathrm{div}\,\sigma$

Г) $E\,n$

Т2. При малых деформациях инженерный сдвиг γ_{xy} равен:

А) ε_{xy}

Б) $2\varepsilon_{xy}$

В) $\varepsilon_{xy}/2$

Г) $\varepsilon_x + \varepsilon_y$

Т3. Для устойчивого изотропного линейно упругого материала при $E > 0$ коэффициент Пуассона находится в интервале:

А) $0 < \nu < 1$

Б) $-1 < \nu < 0{,}5$

В) $\nu > 0{,}5$

Г) $-2 < \nu < -1$

Т4. Поле перемещений малого жёсткого поворота даёт:

А) ненулевую объёмную деформацию

Б) ненулевые все деформации

В) нулевые малые деформации

Г) только нормальные деформации

Т5. Условия совместности нужны для:

А) определения плотности

Б) существования соответствующего поля перемещений

В) задания давления

Г) выбора единиц

Т6. При плоской деформации:

А) σz всегда равно нулю

Б) $\varepsilon z = \gamma xz = \gamma yz = 0$

В) $\nu = 0$

Г) все напряжения равны нулю

Т7. В однородной изотропной плоской задаче без объёмных сил функция Эри удовлетворяет:

А) $\Delta\Phi = 0$ во всех случаях

Б) $\Delta^2\Phi = 0$

В) $\Phi = E$

Г) $\mathrm{div}\ \Phi = 1$

Т8. Коэффициент концентрации 3 в задаче Кирша относится к:

А) любому отверстию в любой детали

Б) бесконечной пластине с круглым свободным отверстием при одноосном растяжении

В) острой трещине

Г) чистому сдвигу без отверстия

Т9. В методе Ритца пробные перемещения обязаны удовлетворять:

А) только уравнениям равновесия

Б) заданным кинематическим условиям

В) только естественным условиям поточечно

Г) только условию нулевой энергии

Т10. Для свободного кручения некруглого стержня крутильная характеристика:

А) всегда равна полярному моменту площади

Б) всегда равна площади

В) в общем случае отличается от полярного момента площади

Г) не зависит от формы сечения

Т11. При равномерном нагреве свободного однородного изотропного тела без внешних сил:

А) $\sigma = 0$ при свободно реализуемом расширении

Б) $\sigma = E\alpha\Delta T$ при любых границах

В) $\varepsilon = 0$

Г) ν обязательно равен нулю

Т12. Рост максимума напряжений у острого закреплённого угла при измельчении сетки требует:

А) признать последний максимум точным

Б) исследовать сингулярность и контролировать осмысленные величины

В) прекратить проверку реакций

Г) обнулить напряжения

Блок В. Проверка умений

Банк 31–312

Если не указано иное: материал однородный, изотропный, линейно упругий, деформации малы, объёмные силы отсутствуют; растяжение положительно; γ — инженерный сдвиг. Учебные значения не характеризуют марку материала. Системы Н–мм–МПа и СИ допустимы при последовательном переводе; 1 МПа=1 Н/мм². Ответ: постановка, уравнения, вычисления с единицами, независимая проверка и интерпретация. Численные ориентиры во второй версии отсутствуют.

31 Напряжения на площадке и главные значения

В точке σx = 80 МПа, σy = 20 МПа, τxy = 30 МПа; остальные компоненты равны нулю. Нормаль к площадке n = (3/5; 4/5; 0). Найдите t, σn, модуль касательной составляющей, главные напряжения и напряжение по Мизесу.

32 Деформации и совместность

На плоскости x, y в метрах заданы u = a x², v = −2axy, где a = 0,001 м⁻¹. Найдите εx, εy, γxy и проверьте εx,yy + εy,xx = γxy,xy. Вычислите компоненты в точке (0,2; 0,1) м.

33 Выбор плоской модели

E = 200 ГПа, ν = 0,3; σx = 100 МПа, σy = 50 МПа, τxy = 0. Для плоского напряжённого состояния определите εx, εy, εz. Затем для тех же σx и σy при плоской деформации найдите σz, εx, εy.

34 Функция Эри

Задана Φ = A y²/2 + B x²/2 − Cxy, где A = 60 МПа, B = 20 МПа, C = 10 МПа; координаты в метрах, Φ в МПа·м². Найдите напряжения, проверьте равновесие и бигармоничность, определите вектор напряжений на границе с n = (0; 1).

35 Толстостенный цилиндр

Внутренний радиус a = 20 мм, наружный b = 40 мм; внутреннее давление pi = 30 МПа, наружное po = 0. Принять плоскую деформацию, E = 210000 МПа, ν = 0,3. Определите A, B, σr и σθ на обоих радиусах, σz и u(a).

36 Концентрация у круглого отверстия

Бесконечная пластина с круглым ненагруженным отверстием растягивается вдоль x напряжением σ∞ = 40 МПа. Угол θ отсчитывается от x. Найдите σθθ на контуре при θ = 0°, 45°, 90° и коэффициент концентрации относительно σ∞.

37 Кручение круглого вала

Сплошной вал радиуса R = 10 мм и длины L = 1000 мм нагружен моментом T = 100 Н·м; G = 80000 МПа. Найдите полярный момент площади, τmax, угол закручивания и энергию. Пренебречь торцевыми эффектами.

38 Одночленное приближение Ритца

Стержень длины L = 1000 мм с EA = 20000000 Н закреплён при x = 0; на свободном конце сила F = 10000 Н. По длине действует постоянная продольная нагрузка q = 10 Н/мм в положительном направлении x. Примите u = c x. Составьте П(c), найдите c и u(L), сравните с точным перемещением конца.

39 Равномерный нагрев стержня

E = 200000 МПа, α = 12·10⁻⁶ К⁻¹, ΔT = 50 К, L = 1000 мм. Сравните свободное нагревание и нагрев при полном запрете продольного удлинения. Боковые поверхности свободны; трёхосное стеснение не предполагается.

З10 Линейный треугольный элемент

Узлы в миллиметрах: 1 (0; 0), 2 (100; 0), 3 (0; 100). Узловые перемещения (u, v) в мм: (0; 0), (0,1; 0), (0; −0,03). E = 200000 МПа, ν = 0,3; плоское напряжённое состояние. Постройте функции формы, найдите постоянные деформации и напряжения.

З11 Оценка сеточной сходимости

Для трёх сеток с шагами h, h/2, h/4 перемещение в одной точке равно 0,480; 0,495; 0,499 мм. Аналитический эталон 0,500 мм. Найдите относительные ошибки и относительное изменение между двумя последними сетками; оцените наблюдаемый порядок p = ln(|u1 − u2|/|u2 − u3|)/ln 2.

З12 Верификация модели втулки

Используйте цилиндр из З5 как двумерное кольцо в плоской деформации. Постройте три последовательно сгущаемые сетки. Давление прикладывайте нормально к внутреннему контуру, наружный контур свободен. Устраните три плоских жёстких движения минимальными совместимыми связями. Сравните σθ(a), u(a), σr(a), σr(b) с эталоном; представьте сходимость и объясните способ извлечения напряжений.

Практические работы ПР1–ПР24

Каждая ПР — 2 академических часа по разделу 4 РПД. Bn — индивидуальное задание ПРn, коды занятий приведены в заголовках. Задания, отсутствовавшие в готовом банке З, конкретизированы автором по темам РПД. Основная часть — на занятии; оформление, параметрические исследования и доработка — в предусмотренной СРС. Продукт: схема, данные, формулы, вычисления, графики, проверка, вывод и исходный расчётный файл, где применяется компьютер.

В1. ПР1: Выбор расчётной модели упругой детали и проверка размерностей нагрузок (1.2)

Авторское условие. Прямоугольный призматический стержень L=1000 мм, сечение 10×20 мм, E=200000 МПа, ν=0,3; сила 10000 Н распределена равномерно по правому торцу, боковые грани свободны. Сравните стержневую и пространственную постановки, задайте совместимые закрепления и единицы. Определите среднее напряжение и удлинение, укажите локальные эффекты, которые стержневая модель не описывает. Силовой и температурный случаи различите на примере З9.

В2. ПР2: Определение вектора напряжений и проверка равновесия поля (1.4)

Выполните часть З1 по вектору напряжений на площадке. Дополнительно: в плоской области x,y в мм поле σx=kx, σy=−ky, τxy=0, k=0,1 МПа/мм. Определите объёмные силы, необходимые для равновесия, и размерность. Сдайте вектор, нормальную/касательную части и проверку равновесия.

В3. ПР3: Расчёт главных напряжений, направлений и напряжения по Мизесу (1.6)

Выполните часть З1 по главным значениям, направлениям и Мизесу. Постройте круг Мора для xy-блока. Поверните координаты на 30° против часовой стрелки, проверьте инварианты I1,I2,I3 и Мизеса. Матрица поворота и порядок осей должны быть явно указаны.

В4. ПР4: Вычисление малых деформаций и поворотов по полю перемещений (2.2)

Выполните З2 по деформациям; дополнительно найдите малый поворот ωz=(v,x−u,y)/2. Проверьте нулевые деформации поля u=−ωy, v=ωx при ω=0,001 рад. Отдельно запишите инженерный и тензорный сдвиги.

B5. ПР5: Проверка совместности и восстановление плоского поля перемещений (2.4)

Для поля деформаций З2 восстановите перемещения, задав $u(0,0)=v(0,0)=0$ и $\omega z(0,0)=0$. Покажите проверку совместности. Затем рассмотрите $\varepsilon x=c\,y^2$, $\varepsilon y=\gamma xy=0$, $c=10^{-6}$ мм$^{-2}$ при координатах в мм: проверьте, существует ли гладкое плоское поле перемещений в односвязной области.

B6. ПР6: Пересчёт упругих констант и определение деформаций по закону Гука (2.6)

Авторское уточнение. $E=200000$ МПа, $\nu=0,3$; определите G,K,λ. По трёхмерному закону Гука найдите деформации при $\sigma x=100$ МПа, $\sigma y=\sigma z=\tau ij=0$; проверьте положительность энергии. Выведите переходы между константами и укажите допустимый интервал ν.

B7. ПР7: Постановка краевой задачи и устранение жёстких перемещений (3.2)

Авторское условие. Прямоугольник $0\le x\le 100$, $0\le y\le 20$ мм, толщина 1 мм, $E=200000$ МПа, $\nu=0,3$, плоское напряжённое состояние. Справа $t=(100;0)$ МПа, сверху/снизу $t=0$. Слева $ux=0$, в $(0;0)$ $uy=0$. Запишите полную краевую задачу и проверьте, достаточно ли связей, не запрещено ли поперечное сокращение. Сравните с ошибочным закреплением $ux=uy=0$ на всей левой стороне.

B8. ПР8: Сравнение плоского напряжённого состояния и плоской деформации (3.4)

Выполните З3. Для двух редукций запишите матрицы упругости в порядке $(\varepsilon x,\varepsilon y,\gamma xy)$, сопоставьте εz и σz и объясните, как условия по оси z меняют постановку. Укажите подходящие геометрии и ограничения.

B9. ПР9: Проверка полиномиальной функции Эри и определение напряжений (3.6)

Выполните З4. Помимо границы $n=(0;1)$, определите нагрузки на четырёх сторонах прямоугольника $0\le x\le 100$, $0\le y\le 20$ мм. Приведите производные, равновесие и бигармоничность; явно согласуйте МПа·м² исходной функции и единицы координат при вычислении.

B10. ПР10: Решение задачи чистого изгиба прямоугольной полосы (3.8)

Авторское условие. Прямоугольная полоса $-10\le y\le 10$ мм, длина 200 мм по x, толщина $b=10$ мм; $E=200000$ МПа, $\nu=0,3$; чистый изгиб без поперечной силы, момент $M=10000$ Н·мм, положительный по соглашению $M=-\int y\sigma x\,dA$. На длинных гранях нагрузки отсутствуют, на торцах заданы распределённые усилия чистого изгиба. Подберите кубическую функцию Эри, найдите напряжения, деформации и одно поле перемещений при плоском напряжённом состоянии, проверьте момент. На занятии 3.8 используйте предусмотренный РПД мозговой штурм; оценка индивидуальна.

B11. ПР11: Расчёт напряжений и перемещений толстостенного цилиндра по Ламе (3.10)

Выполните З5. Постройте $\sigma r(r)$, $\sigma\theta(r)$, $u(r)$ на $[a,b]$, проверьте давления и осевую деформацию. В СРС при фиксированных $a=20$ мм и $pi=30$ МПа повторите при $b=30;40;50$ мм. Объясните отличие плоской деформации от открытых свободных торцов.

B12. ПР12: Распределение напряжений на контуре круглого отверстия по Киршу (3.12)

Выполните З6, постройте окружное напряжение по $\theta=0\ldots360°$. Сопоставьте гладкое отверстие с острой входящей вершиной при сгущении сетки: какие величины имеет смысл контролировать? Дополнительная численная модель угла не требуется.

B13. ПР13: Расчёт касательных напряжений и закручивания круглого вала (4.2)

Выполните З7; проверьте интеграл момента и распределение касательных напряжений. В СРС выведите проверку через функцию Прандтля для круга и сравните изгибной I и полярный Jp.

B14. ПР14: Определение функции Прандтля и жёсткости эллиптического сечения (4.4)

Авторское условие. Эллиптическое сечение $x^2/a^2+y^2/b^2\le 1$, a=20 мм, b=10 мм; G=80000 МПа, момент T=100000 Н·мм. Функция Прандтля $\psi=C(1-x^2/a^2-y^2/b^2)$, $\tau xz=\psi,y$, $\tau yz=-\psi,x$. Найдите C, угол на единицу длины, крутильную характеристику Jt и максимальное касательное напряжение. Сравните Jt с полярным моментом площади; проверьте предел a=b.

B15. ПР15: Расчёт энергии деформации и проверка взаимности работ (4.6)

Авторское условие. Линейная система K=[[2,−1],[−1,2]] кН/мм. Состояние A: f=(1;0) кН; состояние B: f=(0;1) кН. Найдите uA,uB, энергии обоих состояний и взаимные работы, проверьте Бетти и Клапейрона. Отдельно выполните C2 по предоставленной учебной таблице испытаний; физических лабораторных работ нет.

B16. ПР16: Получение слабой формы задачи упругости (4.8)

На области и данных B7 получите слабую форму из сильной, выделите граничный интеграл. Запишите пространство допустимых перемещений и вариаций, существенные и естественные условия. Объясните роль коэффициента толщины при переходе к плоской модели. Для теплового случая задайте произвольное известное $\Delta T(x,y)$ и укажите, как меняется правая часть.

B17. ПР17: Однопараметрическое приближение Ритца для растянутого стержня (4.10)

Выполните З8. В СРС дополнительно используйте двухчленное приближение $u=c1x+c2x^2$, найдите коэффициенты и сравните поля, энергию и концевое перемещение. Не делайте вывод о точности всего поля по одному совпавшему значению u(L).

B18. ПР18: Вычисление матриц B и D и напряжений линейного треугольника (5.2)

Выполните З10. Явно выпишите матрицы B и D при порядке узлов (u1,v1,u2,v2,u3,v3), проверьте воспроизведение линейного поля. Для записи жёсткости примите толщину 1 мм.

B19. ПР19: Сборка малой конечноэлементной системы и определение реакций (5.4)

Авторское условие. Квадрат 100×100 мм, толщина 1 мм, E=200000 МПа, ν=0,3; плоское напряжённое состояние. Узлы: 1(0,0),2(100,0),3(100,100),4(0,100); треугольники (1,2,3),(1,3,4). На правом ребре t=(100;0) МПа, остальные свободны. Закрепления u1=v1=u4=0. Соберите полную K и согласованные силы, решите систему, найдите реакции по исходной K. Проверьте однородное поле и энергию; ненулевое заданное u1=0,01 мм рассмотрите как отдельный повторный расчёт с теми же v1=u4=0.

B20. ПР20: Оценка сеточной сходимости по серии расчётов (5.6)

Выполните З11; постройте ошибки и разности в логарифмическом масштабе. Укажите отличие h- и p-уточнения, ограничения трёхсеточной оценки и критерий сравнения напряжений. В СРС подготовьте таблицу сеток для C1.

B21. ПР21: Расчёт свободного и стеснённого температурного расширения (5.8)

Выполните З9; сравните полную, упругую и температурную деформации. Для поперечных деформаций примите ν=0,3; боковые поверхности свободны. Отдельно объясните, почему трёхосное стеснение даёт другой результат.

B22. ПР22: Определение температурной кривизны свободной полосы (5.10)

Авторское условие. Свободная тонкая полоса длиной 100 мм, толщиной h=10 мм, шириной 10 мм; $y\in[-5;5]$ мм. E=200000 МПа, ν=0,3, $\alpha=12\cdot10^{-6}$ $К^{-1}$; $\Delta T(y)=50+2y$ К при y в мм. В модели малых перемещений $\varepsilon x=\varepsilon0-y\kappa$, $\kappa=w''$. Найдите свободную кривизну и среднее

удлинение; сравните с запретом изгиба при свободном среднем удлинении. Проверьте совместность свободных плоских температурных деформаций для $\Delta T=50+2y$ и для $\Delta T=50+\eta(x^2+y^2)$, $\eta=0{,}01$ К/мм²; подробное поле напряжений второй задачи не требуется.

В23. ПР23: Построение матрицы податливости ортотропного материала (5.12)

Авторское условие. Плоская ортотропия: E1=140000 МПа, E2=10000 МПа, G12=5000 МПа, ν12=0,25. Найдите ν21, матрицу податливости в порядке (ε1,ε2,γ12), проверьте положительность. При σx=10 МПа, σy=2 МПа, τxy=1 МПа найдите деформации для совпадающих осей и для поворота материальных осей на 90°. Объясните необходимость ориентации материала.

В24. ПР24: Проверка конечноэлементного расчёта втулки по аналитическому эталону (5.14)

Выполните З12 и С1. На занятии 5.14 используйте предусмотренную РПД командную работу, но каждый сдаёт и защищает собственный файл и выводы. ПР24 оценивает чистый запуск и понимание кода; С1 — документированный аналитический и сеточный анализ. Один результат в двух рубриках повторно не оценивается.

Блок С. Проверка владения методами

С1. Расчётная работа: компьютерная модель втулки

Основа — З12, В11,В19,В20,В24 и СР24. Полное кольцо a=20 мм, b=40 мм, плоская деформация; E=210000 МПа, ν=0,3, pi=30 МПа, po=0; модель на единицу осевой длины. Представьте три последовательно сгущаемые сетки с одинаковой постановкой. Обоснуйте минимальные совместимые связи, направление давления относительно внешней нормали материала и извлечение напряжений. Сравните напряжения и перемещения с аналитическим эталоном в одних и тех же положениях; на внутренней границе укажите способ восстановления напряжения. Постройте графики сходимости и невязок/баланса, объясните ограничения. Повторите при pi=33 МПа, геометрию и материал не меняйте.

Сдать проект/скрипт, параметры и версию среды, файл сеток, отчёт до 10 страниц: постановка, эталон, сетки, таблицы и вывод. Подготовка — в 39 часах СРС раздела 5, включая СР24; проверка и защита — ПР24. Документированный анализ С1 оценивается 0–10; ПР24 отдельно проверяет чистый запуск и понимание модели (0–2), эти действия не дублируют баллы отчёта. Готовый совпавший результат без исходного проекта не даёт баллы за воспроизводимость, но не обнуляет правильные аналитические части.

С2. Анализ учебных экспериментальных данных

Авторское задание внутри В15/СР15, без отдельных часов и баллов. В учебной таблице продольного испытания даны F=(0;1;2;3) кН и u=(0;0,501;1,002;1,499) мм. Модель образца — F=ku, теоретическая жёсткость 2 кН/мм. Оцените k методом наименьших квадратов с нулевым свободным членом, остатки и относительное отличие от теории. Объясните, какие повторные измерения и сведения о погрешности приборов нужны для экспериментального заключения. Таблица специально сформирована для учебного анализа, не является протоколом реального опыта. На экзамене — короткое уточнение о различии верификации и валидации.

С3. Самостоятельные исследования СР1–СР24

Темы СР1–СР24 следуют соответствующим В1–В24 и перечню ниже. Их результаты оцениваются в своей ПР, без отдельного повторного начисления. Обязательны параметрические изменения, проверки и объяснение, прямо указанные в В. Для остальных тем достаточно одного обоснованного расчётного примера по данным соответствующей В/З.

C4. Письменный рубежный контроль

К1, 5 семестр: З3, З5, З6. К2, 6 семестр: З7, З8, З9. Каждая работа — 45 календарных минут, все три задачи обязательны, по 0–10 первичных баллов, всего 0–30. Выдаются полные условия из банка. Разрешены непрограммируемый калькулятор и выданная таблица упругих констант; готовые решения запрещены. Результат письменный: исходные данные, модель, формулы, вычисления, проверка. К1 переводится в рейтинг как 16·S/30; К2 как 14·S/30. РК безусловно доступен всем по п. 3.3 Положения.

Блок D. Промежуточная аттестация

Зачёт 5 семестра: два вопроса из А1.1–18 (они же D5.1–18) и одна задача З1–З6. Экзамен 6 семестра: первый вопрос фундаментальный А1.1–18, второй А1.19–36 (они же D6.1–36), одна задача из З5,З7–З11. Полные условия выдаются из банка; готовые решения не выдаются. Подготовка и ответ — раздел 2. Допускаются непрограммируемый калькулятор и выданная таблица упругих констант; конспект и ключи не используются. По задаче З10 допускается ручная матричная запись. Для устного уточнения С1/С2 готовый проект может демонстрироваться после сдачи письменной части, без дополнительных баллов.

Каждый теоретический вопрос — 0–10, расчётная задача — 0–20, всего 0–40. Дополнительные минимумы за компонент не устанавливаются. Студент сдаёт письменный лист решения; при собеседовании объясняет предпосылки и проверку. Если ответ краток из-за регламента, содержание оценивается также по письменному листу; время само по себе не служит основанием снижения.

D5. Полный комплект билетов к зачёту

Билет	Вопросы D5	Задача
1	1 и 10	З1
2	2 и 11	З2
3	3 и 12	З3
4	4 и 13	З4
5	5 и 14	З5
6	6 и 15	З6
7	7 и 16	З1
8	8 и 17	З2
9	9 и 18	З3

D6. Полный комплект экзаменационных билетов

Билет	Вопросы D6	Задача
1	1 и 19	З9
2	2 и 20	З7
3	3 и 21	З8
4	4 и 22	З10
5	5 и 23	З11

Билет	Вопросы D6	Задача
6	6 и 24	35
7	7 и 25	39
8	8 и 26	37
9	9 и 27	38
10	10 и 28	310
11	11 и 29	311
12	12 и 30	35
13	13 и 31	39
14	14 и 32	37
15	15 и 33	38
16	16 и 34	310
17	17 и 35	311
18	18 и 36	35

4. Процедуры и критерии оценивания

ПР: первичная рубрика 0–10 — постановка/единицы 0–2, метод/уравнения 0–3, результат 0–3, проверка/объяснение 0–2. Опрос и СР входят в эти критерии. Полный максимум — выполнено полностью; промежуточный целый балл — доля правильно выполненных действий; 0 — отсутствует или принципиально неверно. В 5 семестре рейтинг ПР=3S/10, в 6-м=2S/10. В24 оценивается по чистому запуску и объяснению кода: по 0–1, а не повторно по отчёту С1.

Для каждой задачи К1/К2: модель и данные с единицами 0–2; уравнения и границы 0–3; вычисления 0–3; проверка и интерпретация 0–2. Максимум 10, три задачи дают 30. Верный метод сохраняет баллы при арифметической ошибке. Качественную характеристику любой работы получают по проценту S/Smax и общей шкале Положения, а не по отличающимся шкалам дополнительного ФОС.

С1: документированный анализ	Баллы
Постановка, материал, единицы и аналитическое обоснование плоской модели	0–2
Нагрузки, совместимые связи и объяснение направления давления	0–2
Аналитический эталон напряжений и перемещений	0–2
Три сетки, согласованное извлечение полей, количественная сходимость	0–2
Баланс/проверки, исследование давления, границы применимости и отчёт	0–2

Для каждого критерия С1: 2 — полно и верно; 1 — частичное обоснованное выполнение с устранимым пробелом; 0 — нет результата или принципиально неверно. Итог 0–10. ПР24 оценивает отдельные наблюдаемые действия запуска/объяснения; С1 — содержание до-

кументированного анализа. Не вводятся отдельные условия принятия отчёта сверх итоговой шкалы.

Аттестация, показатель	**Максимум**
Теория, каждый вопрос: физический смысл/определения	2
Уравнения и обозначения	3
Предпосылки и ограничения	3
Логичность и проверочный пример	2
Задача: модель, исходные данные, единицы	4
Уравнения и граничные условия	6
Ход вычислений и результат	6
Независимая проверка и физическая интерпретация	4

Внутри каждого критерия аттестации полный балл — полное корректное выполнение, промежуточные целые баллы — доля верных действий с пояснением проверяющего, 0 — отсутствие или принципиальная ошибка. Половина максимума соответствует содержательному частичному выполнению без завершённого результата. Не требовать дословного ответа; эквивалентные аналитические формы и корректные альтернативы проверки допустимы. Одна ошибка не штрафуется повторно: учитываются её самостоятельные последствия.

R5 и R6 рассчитываются отдельно по картам без промежуточного округления. Итог каждого семестра округляется один раз до целого по правилу 0,5 вверх. Шкала Положения: 85–100 отлично, 70–84 хорошо, 60–69 удовлетворительно, менее 60 неудовлетворительно. Для зачёта: 60–100 зачтено, 0–59 не зачтено. Для экзамена применяется четырёхуровневая шкала. Дополнительные пороги «не менее половины за каждый компонент» и шкалы 90/75 из исходного проекта не применяются без утверждённого основания.

Проверка ПР: индивидуальный отчёт 2–5 страниц и файл, защита до 4 минут в пределах практического занятия; С1 — до 6 минут на ПР24 с индивидуальными пояснениями. Средства из РПД: Scilab, DOLFINx, Gmsh, ParaView; допускается согласованная эквивалентная расчётная среда с теми же математическими критериями. Версии фиксируют в отчёте, владение конкретным коммерческим продуктом не требуется. Командное обсуждение не заменяет индивидуальный файл и объяснение. При техническом сбое работу продолжают на исправном месте или переносят без штрафа за сам сбой.

Высокий уровень — обоснованный выбор модели и независимые проверки; достаточный — правильное решение с отдельными неточностями; пороговый — типовой расчёт с ограниченным анализом; ниже порогового — неверная постановка/метод и отсутствие объяснения. Повторные защиты и аттестации проводятся по локальному порядку; последняя подтверждённая оценка заменяет предыдущую, баллы попыток не суммируются. Специальные условия доступности обеспечиваются согласно установленным условиям обучения при сохранении содержания контроля.

5. Методические указания обучающимся

Повторите векторы и тензоры, собственные значения, частные производные, интегралы, равновесие и основы сопротивления материалов. Ведите словарь обозначений: напряжения σ, тензорные деформации ε, инженерные сдвиги γ, перемещения u, поверхностная нагрузка t. До вычислений выберите единицы, модель, границы и проверяемую величину.

Разделяйте свободные и запрещённые деформации; температурное поле в этом курсе задаётся, теплопроводность не решается автоматически.

Темы и размещение самостоятельной работы

Распределение часов по разделам — строго по РПД: СР1–3 15 ч; СР4–6 15 ч; СР7–12 29,9 ч; СР13–17 25 ч; СР18–24 39 ч. Внутри раздела предложено: по 5 ч на СР1–11, СР12 4,9 ч; СР13–23 по 5 ч, СР24 9 ч. Это детализация для согласования, не дополнительные часы. Подготовка к контролю входит в соответствующую СР; часы контроля экзамена учитываются отдельно.

СР1 (В1): Сопоставление пространственной и стержневой моделей одной детали.

СР2 (В2): Проверка условий равновесия для самостоятельно выбранного простого поля напряжений.

СР3 (В3): Сравнение главных напряжений и инвариантов до и после поворота осей.

СР4 (В4): Проверка нулевых деформаций при малом жёстком повороте.

СР5 (В5): Пример несовместного поля деформаций и объяснение причины несовместности.

СР6 (В6): Получение связей между E, ν, G, K и постоянными Ламе.

СР7 (В7): Запись границ в усилиях и перемещениях для детали с симметрией.

СР8 (В8): Обоснование выбора плоской модели для тонкой пластины и протяжённого тела.

СР9 (В9): Подбор функции Эри для заданного однородного напряжённого состояния.

СР10 (В10): Сравнение торцевых нагрузок с одинаковыми равнодействующей и моментом.

СР11 (В11): Параметрическое исследование окружных напряжений при изменении толщины цилиндра.

СР12 (В12): Сравнение концентрации напряжений у отверстия и сингулярности острого угла.

СР13 (В13): Проверка распределения напряжений при свободном кручении круглого вала.

СР14 (В14): Сопоставление крутильной и изгибной геометрических характеристик сечения.

СР15 (В15): Проверка теоремы Бетти для двух нагрузок линейной системы.

СР16 (В16): Переход от сильной постановки к слабой с выделением граничных интегралов.

СР17 (В17): Сравнение одночленного и двухчленного приближений Ритца.

СР18 (В18): Проверка линейного треугольника на однородной деформации.

СР19 (В19): Анализ причин вырожденности матрицы жёсткости незакреплённой модели.

СР20 (В20): Построение графиков сеточной сходимости перемещений и напряжений.

СР21 (В21): Сравнение свободного нагрева и нагрева при ограниченных перемещениях.

СР22 (В22): Проверка совместности заданного температурного поля.

СР23 (В23): Анализ влияния ориентации осей ортотропного материала.

СР24 (В24): Подготовка воспроизводимого отчёта о расчёте втулки с оценкой погрешности.

Для аналитической задачи: нарисуйте область и нагрузки; выберите плоскую/пространственную модель; запишите равновесие, геометрию и Гук; разделите границы; найдите постоянные; проверьте единицы, знаки и предельные случаи. Для Эри проверьте бигармоничность и границы, для Ламе — давления, осевое состояние и u(r), для

кручения — момент и свободный контур. При восстановлении перемещений явно устраните только жёсткое движение.

Для МКЭ заранее выберите точки и величины сравнения. Сохраните геометрию, материал, нагрузки, связи, сетки, тип/порядок элемента, версию программы и способ извлечения напряжений. Используйте три сетки при одной постановке, реакции считайте по исходной системе. Нулевая сумма сил при давлении на полное кольцо недостаточна: проверяйте локальную нагрузку и перемещение. Усреднённый максимум на цветовой карте не доказывает точность. Сравнивайте аналитическое и численное поле в одних и тех же точках.

Перед защитой выполните чистый запуск, объясните каждое закрепление и подготовьте прогноз при изменении давления/толщины. Отчёт должен содержать проверку точности и ограничения, а не только изображения. При использовании экспериментальной таблицы отделяйте учебную обработку от реального измерения, при использовании источников фиксируйте автора, название и год. Учебные свойства материала нельзя автоматически переносить на конкретную деталь.

Источники и статус решений

Основа: РПД «Теория упругости» КРСУ (2026), разделы 3–5,8; дополнительный ФОС, Положение и макет. Вопросы, тесты и З1–З12 перенесены из источников; недостающие условия ПР, С2 и детальные эталоны конкретизированы автором. Литература РПД: Рудаев Я.И. Основы теории упругости. Бишкек: КРСУ, 2020; Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1982; Александров А.В., Потапов В.Д. Сопротивление материалов. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 2002. Заимствование задач из этих книг не заявляется.

Зачёт и экзамен установлены по титулу РПД. Шкалы и дополнительные пороги исходного проекта заменены Положением. Рейтинговые карты, детализация СРС и регламент аттестации предложены для согласования. Полный индивидуальный шифр в источнике отсутствует.