Министерство науки и высшего образования Российской Федерации,
Министерство высшего образования и инноваций Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина.

Фонд
оценочных средств

по дисциплине

«Высшая математика»

Уровень высшего образования

СПЕЦИАЛИТЕТ

Направление подготовки
Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР
Физические процессы горного или нефтегазового производства
Специализация "Физические процессы нефтегазового производства"
Квалификация
Специалист

Бишкек 2026 г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки Физические процессы горного или нефтегазового производства

Специализация "Физические процессы нефтегазового производства"

по дисциплине

«Высшая математика»

наименование

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании межкластерной кафедры «Математики, физики и информатики»

протокол № 1 от «07» сентября 2026 года.

Заведующий межкластерной кафедрой «Математики, физики и информатики» _____ *И.В. Гончарова*

Руководитель образовательной программы _____ *Федорова Н.В.*

Исполнители:

к.ф.-м.н., доцент межкластерной кафедры «Математики, физики и информатики» _____ *Курманбаева А.К.*

.ф.-м.н., доцент межкластерной кафедры «Математики, физики и информатики» _____ *Комарцова Е.А.*

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
ОПК-17: Способен участвовать в исследованиях объектов профессиональной деятельности и их структурных элементов	**Знать:** методы разработки рабочей проектной и технической документации, оформление законченных проектно-конструкторских работ в исследованиях объектов профессиональной деятельности их структурных элементов и другим нормативным документам	Контрольные вопросы
	Уметь: применять стандартные методы расчета при исследовании объектов профессиональной деятельности и их структурных элементов	Задания для проверки уровня обученности *Уметь* (Приложение№1)
	Владеть: - методиками составления научных отчетов по выполненному заданию и внедрения результатов исследований и разработок в области профессиональной деятельности	Задания для проверки уровня обученности *Владеть* (Приложение№2)
ОПК-20: Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	**Знать:** принципы работы измерительных и управляющих ИТ-систем в технологических процессах; методы обработки данных для контроля физических параметров; методы автоматизированных систем контроля и управления технологическими процессами.	Контрольные вопросы
	Уметь: использовать программные инструменты моделирования и расчёта физических процессов; анализировать данные; применять информационные технологии для оптимизации режимов работы оборудования.	Задания для проверки уровня обученности *Уметь* (Приложение№1)
	Владеть: навыками построения цифровых двойников технологических установок; методами цифрового мониторинга физико- технических параметров в реальном времени; технологиями визуализации экспериментальных данных и подготовки цифровых отчётов	Задания для проверки уровня обученности *Владеть* (Приложение№2)

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

Курс/семестр: 1/1

Количество кредитов (ЗЕ): 4

Отчетность: **зачет с оценкой**

Название модулей дисциплины согласно РПД	**Контроль**	**Форма контроля**	**зачетный минимум**	**зачетный максимум**	**график контроля**
Модуль 1					
Модуль 1 . Линейная алгебра	Текущий контроль	Типовой расчет №1	5	8	5
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	8	
Модуль 2					
Модуль 2. Векторная алгебра	Текущий контроль	Типовой расчет №2	3	5	8
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	3	6	
Модуль 3					
Модуль 3. Аналитическая геометрия	Текущий контроль	Типовой расчет №3, посещаемость, активность	5	9	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	5	9	
Модуль 4					
Пределы функции одной переменной	Текущий контроль	Типовой расчет №4	9	15	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	6	10	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

2-семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Дифференцирование функций одной переменной	Текущий контроль	Типовой расчет №1	4	6	27
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	8	
Модуль 2					
Модуль 2. Функции нескольких переменных	Текущий контроль	Типовой расчет №2	4	8	29
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	6	10	
Модуль 3					
Модуль 3. Неопределенный интеграл	Текущий контроль	Типовой расчет №3, посещаемость, активность	4	6	32
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	8	
Модуль 4					
Определенный интеграл	Текущий контроль	Типовой расчет №4	4	6	36
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	4	8	
Модуль 5					
Кратные и криволинейные интегралы	Текущий контроль	Типовой расчет №5	4	6	39
	Рубежный контроль	Контрольная работа №5	4	8	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Экзамен)			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

3-семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Ряды	Текущий контроль	Типовой расчет №1	5	8	7
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	8	
Модуль 2					
Модуль 2. Элементы теории поля	Текущий контроль	Типовой расчет №2	4	7	10
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	6	10	
Модуль 3					
Модуль 3. ДУ первого порядка	Текущий контроль	Типовой расчет №3, посещаемость, активность	4	8	13
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	6	10	
Модуль 4					
ДУ высших порядков	Текущий контроль	Типовой расчет №4	4	7	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	6	10	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

4-семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Случайные события	Текущий контроль	Типовой расчет №1	6	10	27
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	6	10	
Модуль 2					
Модуль 2. Случайные величины	Текущий контроль	Типовой расчет №2	6	10	30
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	7	12	
Модуль 3					
Модуль 3. Математическая статистика	Текущий контроль	Типовой расчет №3, посещаемость, активность	8	16	38
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	7	12	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

I СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ
Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
1.Матрицы. Основные понятия.
2.Определители. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя
3.Определители высших порядков. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Формула аннулирования.
4.Свойства определителей
5.Обратная матрица.
6.Базисный минор матрицы. Ранг матрицы
7.Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса
8.Совместность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
9.Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
10.Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11.Матричный метод решения линейных алгебраических уравнений.
12.Системы однородных линейных уравнений.
13.Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами
14.Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов
15.Скалярное произведение векторов и его свойства
16.Прямоугольная система координат в пространстве. Разложение вектора по ортам координатных осей
17.Длина вектора. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов. Направляющие косинусы вектора
18.Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов
19.Условие линейной независимости трех векторов, заданных своими координатами. Понятие базиса
20.Правоориентированные и левоориентированные тройки векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Приложения
21.Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения.
23.Система координат на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении
24.Общее уравнение прямой линии на плоскости. Частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
25.Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых
26.Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой
27.Пучок прямых. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пересечение прямых
28.Кривые второго порядка на плоскости, важнейшие частные случаи
29.Окружность. Эллипс. Их параметры и свойства
30.Гипербола. Ее параметры и основные свойства
31.Парабола. Параметр параболы, основные свойства параболы
32.Поворот и параллельный перенос координатных осей. Упрощение кривых второго порядка и их классификация
33.Уравнения поверхности и линии в пространстве
34.Общее уравнение плоскости. Частные случаи
35.Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
36.Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей
37.Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве
38.Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей
39.Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности
40.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве
41.Цилиндрические поверхности
42.Поверхности вращения. Конические поверхности
43.Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды
44.Параболический и гиперболический параболоиды
45.Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
46. Функция. Область определения и область значений функции.
47. Графики функций и их преобразования.
48. Основные характеристики функции: Ограниченность, четность, нечетность, периодичность, монотонность.
49. Различные виды функций: основные элементарные, элементарные, сложные, взаимообратные.
50. Способы задания функции. Параметрическое задание функции, задание функции в полярных координатах.
51. Числовые последовательности. Предел последовательности.
52. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
53. Теоремы о связи между бесконечно большими и бесконечно малыми величинами.
54. Предел функции. Бесконечно большие предельные значения функции и предел функции на бесконечности.
55. Теоремы о пределах функций (сумме, произведении, частном, сложной функции).
56. Первый замечательный предел.
57. Второй замечательный предел.
58. Односторонние пределы.
59. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции.
60. Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность сложной функции.

II СЕМЕСТР – ЭКЗАМЕН
1. Задачи механики, физики, энергетики, приводящие к понятию производной.
2. Определение производной функции. Геометрический и физический смысл производной.
3. Общие правила дифференцирования (суммы, произведения и частного).
4. Производная сложной и обратной функции.
5. Производные элементарных функций.
6. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
7. Логарифмическое дифференцирование
8. Дифференциал. Свойства дифференциала. Инвариантность формы дифференциала.
9. Производные и дифференциалы высших порядков.
10. Производная высших порядков неявно заданной функции.
11. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.
12. Правило Лопиталя.
13. Возрастание и убывание функций. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
14. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.
15. Функции нескольких переменных (определение, предел и непрерывность).
16. Частные и полное приращение функций двух переменных.
17. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных и их геометрическое истолкование.
18. Дифференцируемость и полный дифференциал первого порядка функции двух переменных.
19. Дифференцирование неявно заданных функций нескольких переменных.
20. Частные производные высших порядков функции нескольких переменных.
21. Дифференциалы высших (2-го и 3-го) порядков функции двух переменных.
22. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие существования экстремума.
23. Достаточное условие существования экстремума функции двух переменных.
24. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области.
25. Метод наименьших квадратов.
26. Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла.
27. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; интегрирование методом замены переменной или способом подстановки; интегрирование по частям.
28. Интегрирование дробно-рациональных функций.
29. Интегрирование тригонометрических функций.
30. Интегрирование иррациональных функций.
31. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и физический смыслы.
32. Свойства определенного интеграла.
33. Формула Ньютона-Лейбница.
34. Точные методы интегрирования определенных интегралов.
35. Несобственные интегралы I рода.
36. Несобственные интегралы II рода.
37. Приближенные методы вычисления определенных интегралов (метод прямоугольников, трапеций, Симпсона). Вычисление площадей плоских фигур в различных системах координат.
38. Вычисление длин дуг плоских кривых в различных системах координат.
39. Вычисление объема тела по известному поперечному сечению и объема тела вращения.
40. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение, свойства двойных интегралов.
41. Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах.
42. Применение двойных интегралов.
43. Криволинейные интегралы I рода.
44. Применение криволинейных интегралов I рода.
45. Криволинейные интегралы II рода.
46. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина.
47. Применение криволинейных интегралов II рода.

III СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ
1.Числовые ряды. Свойства числовых рядов.
2.Необходимый признак сходимости числового ряда.
3.Гармонический ряд. Геометрический ряд.
4.Признак Даламбера. Радикальный признак Коши.
5.Интегральный признак Коши.
6.Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
7.Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
8.Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
9.Функциональные ряды.
10.Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
11.Свойства степенных рядов.
12.Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
13.Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление значений функций.
14.Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление определенных интегралов.
15.Приложения степенных рядов. Приближенное решение дифференциальных уравнений.
16.Ряды Фурье 2Пи-периодических функций.
17.Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
18.Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
19.Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
20.Производная по направлению.

21.Градиент скалярного поля и его свойства.
22.Векторное поле. Поток векторного поля.
23.Дивергенция поля .
24.Циркуляция вектора.
25.Ротор поля.
26.Оператор Гамильтона.
27.Дифференциальные векторные операции второго порядка.
28.Соленоидальное поле.
29.Потенциальное поле.
30.Гармоническое поле.
32.Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
33.Дифференциальные уравнение первого порядка.
34.Уравнение с разделяющимися переменными и методы их решения.
35.Однородные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним, методы их решения.
36.Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли, методы их решения.
37.Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним, методы их решения.
38.Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
39.Дифференциальные уравнения высших порядков допускающие понижение порядка.
40.Линейные однородные уравнения высшего порядка. Основные понятия.
41.Линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков.
42.Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и методы их решения.
43.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных.
44.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида и методы их решения.

IY-СЕМЕСТР ЗАЧЕТ
1. События. Типы событий.
2. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна.
Понятие о вероятности. Свойства вероятности.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрический подход к определению вероятности.
6. Аксиоматическое определение вероятности.
7. Зависимые и независимые события.
8. Теоремы сложения вероятностей.
9. Теоремы умножения вероятностей.
10. Формула полной вероятности и формула Байеса.
11. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
12. Наивероятнейшее число наступления события.
13. Формула Пуассона.
14. Интегральная формула Муавра – Лапласа.
15. Локальная формула Муавра – Лапласа.
16. Понятие о случайной величине. Типы случайных величин.
17. Дискретная случайная величина и ее закон распределения.
18. Операции над дискретными случайными величинами.
19. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин.
20. Биномиальный закон распределения.
21. Закон распределения Пуассона.
22. Геометрический закон распределения.
23. Понятие о непрерывной случайной величине.
24. Функция распределения и ее свойства.
25. Плотность вероятности распределения непрерывной случайной величины. Свойства функции плотности вероятности.
26. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
27. Показательный закон распределения.
28. Равномерный закон распределения.
29. Нормальный закон распределения и его свойства.
30. Основные задачи математической статистики.
31. Понятие о выборочном методе.
32. Статистическое распределение выборки.
33. Вариационный ряд и его графики.
34. Основные числовые характеристики выборки. Выборочная средняя и ее свойства.
35. Выборочная дисперсия и ее свойства.
36. Мода и медиана.
37. Статистическая гипотеза. Основная и конкурирующая гипотезы. Простая и сложная гипотезы.
38. Ошибки первого и второго рода.
39. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
40. Основы статистического оценивания. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам.
41. Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.
42. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
43. Линейная парная регрессия для несгруппированных данных.
44. Коэффициент корреляции и его свойства.
Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Высшая математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам: Типовые расчеты, контрольные работы, компьютерные программы тестирования

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, образцы КОПТ в приложении №5.

Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (зачет), во 2 семестре (экзамен), в 3 семестре (зачет с оценкой), составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (ПРИЛОЖЕНИЕ 1) и навыков (ПРИЛОЖЕНИЕ 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты
2. Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТы)
3. Контрольные работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ *УМЕТЬ*

1 СЕМЕСТР

Раздел 1. Линейная и векторная алгебра

1. Найти: $P=(2A-3B)C$, где

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5 & 3\\ 1 & -4 & 0\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}0 & 4 & 5\\ 5 & 1 & 6\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 1 & 1\\ 7 & 0\end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие: $3\cdot\begin{pmatrix}1 & 4 & -2\\ 5 & 2 & 1\\ 7 & 0 & 3\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 5 & 0 & 2\\ 8 & 5 & 4\end{pmatrix}$.

3. Выполнить действие: $7\cdot\begin{pmatrix}1 & 4 & -2\\ 5 & 2 & 1\\ 7 & 0 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 5 & 0 & 2\\ 8 & 5 & 4\end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу $C=A^T-3B$, где $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 5 & 6\\ 0 & 3\end{pmatrix}$.

5. Выполнить действие: $\begin{pmatrix}-5 & 2\\ -2 & 0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -4\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.

6. Найти произведение матрицы $A=\begin{pmatrix}5 & 7 & -2\end{pmatrix}$ на матрицу $B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\ 1 & 4 & 2\\ -2 & 3 & -1\end{pmatrix}$.

7. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}1 & -2 & -4\\ 0 & -1 & 0\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1 & -1\\ 0 & 1 & -2\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}$.

8. Найти произведение матриц AB и BA,если $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 4 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 5 & 1\end{pmatrix}$.

9. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 0 & 3 & 4\\ 1 & 1 & -4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 3 & -1\\ 0 & -4 & -3\\ 6 & 1 & -1\end{pmatrix}$.

10. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$.

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

17. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8.$

18. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3.$

19. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

21) $\begin{cases} 2x+y+3z=7, \\ 2x+3y+z=1, \\ 3x+2y+z=6. \end{cases}$ 22) $\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3=5, \\ x_1-2x_2+2x_3=-5, \\ 7x_1+x_2-x_3=10. \end{cases}$ 23) $\begin{cases} x+2y+z+7=0, \\ 2x+y-z-1=0, \\ 3x-y+2z-2=0. \end{cases}$

24) $\begin{cases} 2x+y+z-7=0, \\ x+2y+z-8=0, \\ x+y+2z-9=0. \end{cases}$ 25) $\begin{cases} x+2y+3z-8=0, \\ 3x+y+z-6=0, \\ 2x+y+2z-6=0. \end{cases}$ 26) $\begin{cases} -2x+y+6=0, \\ x-2y-z-5=0, \\ 3x+4y-2z-13=0. \end{cases}$

27) $\begin{cases} 2x+y-z=0, \\ 3x+4y+6=0, \\ x+z-1=0. \end{cases}$ 28) $\begin{cases} 2x+y=5, \\ x+3z=16, \\ 5y-z=10. \end{cases}$ 29) $\begin{cases} x+y+z+2=0, \\ x-y+2z+7=0, \\ 2x+3y-z-1=0. \end{cases}$

30) $\begin{cases} 2x-y+z=3, \\ x+3y-2z=1, \\ y+2z=8. \end{cases}$

31. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} 5x-3y+4z=0, \\ 3x+2y-z=0, \\ 8x-y+3z=0. \end{cases}$

Раздел «Векторная алгебра»

1. Даны координаты точек $A(1;3;5)$ и $B(2;5;6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, длину вектора.

2. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c}=\vec{a}-\frac{1}{5}\vec{b}$, если $\vec{a}=(1;2;1)$, $\vec{b}=(5;10;-5)$.

3. Найти угол между векторами $\vec{a}=\{1;2;-2\}$ и $\vec{b}=\{-2;6;3\}$.

4. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

5. Даны точки $A(3;-4;-2)$, $B(2;5;-2)$. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы $\alpha=60^0$, $\beta=120^0$ соответственно, а с осью Oz – тупой угол γ.

6. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

7. Вычислить $np_{\vec{a}}\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

8. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{c}=4\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на ось вектора $2\vec{b}-\vec{c}$.

9. При каких значениях α и β векторы $\vec{a}=\alpha\vec{i}+7\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+\beta\vec{j}+2\vec{k}$ коллинеарны?

10. Найти координаты вектора $\vec{a}\times(2\vec{a}+\vec{b})$, если $\vec{a}=(3;-1;-2)$, $\vec{b}=(1;2;-1)$.

11. Найти значение α, при котором векторы $\vec{a}=\{\alpha+1;3-2\alpha;\alpha-1\}$ и $\vec{b}=\{1;4;4\}$ перпендикулярны.

12. Найти абсциссу вектора $\vec{a}$, если известно, что векторы $\vec{a}=(x;3;-1)$, $\vec{b}=(1;-1;3)$, $\vec{c}=(1;9;-11)$ компланарны.

13. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

Р

Раздел « Аналитическая геометрия»

1. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ и указать координаты нормального вектора.
2. Даны вершины треугольника: $A(4;6)$, $B(-4;0)$, $C(-1;-4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины *A* на сторону *BC*.
3. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2;-8)$, $Q(-1;7)$.

4. Даны вершины треугольника: $A(1;2)$; $B(3;7)$; $C(5;-13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины *C* на сторону *AB*.
5. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x+3y+11=0$, $2x+3y-13=0$. Вычислить его площадь.
6. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{0}=\frac{z+1}{3}$, $x+4y+13z-23=0$.
7. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x-2y-2z-3=0$.
8. Составить уравнение плоскости проходящей через ось Oz и точку $A(2;-3;4)$.
9. Найти расстояние от точки $M_0(1,-6,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1,2,-3)$, $M_2(4,-1,0)$, $M_3(2,1,-2)$.
10. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x=2t-1; \\ y=t+2; \\ z=1-t. \end{cases}$ с плоскостью $3x-2y+z=0$.
11. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{m}=\frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x-3y+6z+7=0$?
12. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x-2y-2z-3=0$.
13. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;-3;-5)$ перпендикулярно к плоскости $6x-3y-5z+2=0$.
14. При каких значениях A и B плоскости $2x+Ay+3z-5=0$ и $Bx-6y-9z+2=0$ параллельны.
15. При каком значении α и β уравнения $2x+\alpha y+3z-8=0$ и $\beta x-6y-6z+4=0$ будут определять параллельные плоскости.

Раздел «Пределы функции одной переменной»

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^4+x+11}{2x^4+5x^2+1}$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{4x^2+5x+1}$,

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{15x^3+4x^2+1}{x^3+5x^2+10}$,

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$

12) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(x^2-4\right)}{x^2-5x+6}$

13) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\left(x+1\right)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-3x+1}{\left(x-1\right)^2}$

18) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\ -1}{\sqrt{x+3}-2}$

2 СЕМЕСТР

Раздел « Дифференцирование функций одной переменной»

Найти производные функций

1) $y=\left(3^x-\sqrt[3]{x}\right)\left(3arctgx-2\log_3 x\right)+\sqrt{2}$

2) $y=\dfrac{e^x-2}{\arcsin x+2\ln x}+\sin 1$

3) $y=\dfrac{\log_2 x+tg2}{\arccos x-2x^2}-\ln 10$

4) $y=\left(2\cos x-\dfrac{3}{x}\right)\left(arcctgx+4^3\right)$

5) $y=\left(2ctgx-\dfrac{5}{x^3}\right)\left(\cos x-\ln x\right)$

6) $y=\dfrac{2^x-x^2+e^2}{2\log_2 x-3}$

7) $y=\dfrac{5e^x+3x^2}{2\arcsin x+4\sin x}+tg5$

8) $y=\left(3\cos x-4\ln x\right)\left(\dfrac{2}{x^2}+e^3\right)$

9) $y=\left(5ctgx+7^x\right)\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sin x\right)$

10) $y=\left(5\arcsin x+2^x\right)\left(\sqrt[5]{x^3}-3tgx\right)$

11) $y=\dfrac{3\ln x+5\sqrt[3]{x^7}}{2arctgx+4}+\ln 7$

12) $y=\dfrac{3e^x+5}{2tgx+4\sqrt[3]{x^4}}$

13) $y=\left(3e^x-4\cos x\right)\left(\log_3 x+5tgx\right)+\sqrt{7}$

14) $y=\left(3tgx+5\sqrt[5]{x^3}\right)\left(arcctgx-4^x\right)$

15) $y=\left(2arctgx+4^x\right)\left(3\ln x-x^3+1\right)$

16) $y=\left(2ctgx+3\ln x\right)\left(4\arcsin x-\sqrt[4]{x^3}\right)$

17) $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$
2. $y=\left(x+4\sin x\right)^3$
3. $y=arctg\left(\sin 3x+4\right)$
4. $y=\ln\left(3x^2+2tgx\right)+1$

5. $y = 5^{\arcsin x - 3\sqrt{x}} + 2$
6. $y = \arccos\left(5x^2 + 5\right)$
7. $y = \sin\left(\sqrt[3]{x} + 4x\right) - 3$
8. $y = \log_5\left(\sin 2x + 4\right) + \sqrt{3}$
9. $y = tg\left(\log_2 x + 3\right)$
10. $y = 3^{\sqrt[4]{x} + 2x}$
11. $y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$
12. $y = \log_3\left(3x - \cos x\right)$
13. $y = \arcsin\left(2x^3 + \cos x\right)$
14. $y = ctg\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$
15. $y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$
16. $y = \arccos\left(\ln x + 4tgx\right).$
17. $y = \arccos\left(\cos 2x - \ln x\right).$
18. $y = arctg\left(4e^x - 5\right).$

Раздел « Неопределенный интеграл»

Найти неопределенный интеграл

1) $\int \frac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x} dx.$
2) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx.$
3) $\int \frac{(6x - 3)^2}{x} dx.$
4) $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx.$
5) $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx.$
6) $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx.$
7) $\int \frac{3xe^x - x\sin x + 5x}{x} dx.$
8) $\int \frac{(2x + 3)^2}{x^5} dx.$

9) $\int \frac{2x+1}{x-1} dx$.

10) $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx$.

11) $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx$.

12) $\int \frac{\left(3x + \sqrt[3]{x}\right)}{x^2} dx$.

13) $\int \frac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx$.

14) $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$.

15) $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx$.

16) $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$.

17) $\int \frac{(x+2)^2}{x^2} dx$.

18) $\int \frac{(x+1)^2}{x^5} dx$.

19) $\int \frac{x^2 - 6}{x - 5} dx$.

20) $\int \frac{4x^3 + 15x^2 e^x + 14x^4}{x^2} dx$.

21) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx$.

22) $\int (3x - 2)\cos 2x \, dx$.

23) $\int (3x - 2)e^{2x} dx$.

24) $\int (3 + 9x)\cos 8x \, dx$.

25) $\int (x^2 - 3x)\ln x dx$.

26) $\int (5x + 23)\cos 8x \, dx$.

27) $\int (10x - 4)\sin 5x \, dx$.

28) $\int \left(5x^2 - 16x^4 - 2\right)\ln x \, dx$.

29) $\int x^4 \ln x dx$.

30) $\int (2x + 1)e^x dx$.

31) $\int (6x + 2)\sin 6x \, dx$.

32) $\int (3\cos x + 5)\sin x dx$.

33) $\int (3x - 1)\sin 3x dx$.

34) $\int (2x + 5)3^x dx$.

35) $\int (x^2 + 2x)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$.
2. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.
3. $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
4. $\int_0^1 6\left(x^2 + x^3 e^{x^4}\right) dx$.
5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.
6. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6 + 1} dx$.
7. $\int_1^e \frac{\sin\ln x}{x} dx$.
8. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$.
9. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8 + 1} dz$.
10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$.
11. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx$.
12. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$.
13. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$.
14. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2\left(x^2\right)} dx$.
15. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$
16. $\int_0^{1/2} arcctg 2x dx$.
17. $\int_0^{\pi/2} (x+3)\sin x dx$.
18. $\int_1^e x^3 \ln x dx$.
19. $\int_{-3}^0 (x-2)e^{-x/3} dx$.
20. $\int_{-1}^0 x\ln(1-x) dx$.
21. $\int_1^2 \ln(3x+2) dx$.
22. $\int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx$.
23. $\int_0^1 2x\, arctgx dx$.
24.
25. $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$.
26. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx$.
27. $\int_{-3}^3 x^2\sqrt{9-x^2} dx$.
28. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx$.
29. $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$.
30. $\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx$.
31. $\int_0^{\sqrt{7/3}} x^3\sqrt{7+x^2} dx$.

32. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \frac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos^2 x} dl$, где L: $y = \sin x$, $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$.

33. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \frac{x^3}{y^2} dl$, где L: $xy = 1$, $1 \le x \le 2$.

34. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{1+x^4} dl$, где L: $y = \frac{x^3}{3}$, $1 \le x \le 2$.

35. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L y^2 dl$, где L: $y = \frac{x}{2}$, $0 \le x \le 2$.

36. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L y dl$, где L: $y = x^3$, $0 \le x \le 1$.

37. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L 2y dl$, где L: $\begin{cases} x = \frac{t^2}{2}, \\ y = t \end{cases}$ $0 \le t \le 1$.

38. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{y} dl$, где L: $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

39. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L: $r = 2\cos\phi$, $-\frac{\pi}{2} \le \phi \le \frac{\pi}{2}$.

40. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L: $r = 2\sin\phi$, $0 \le \phi \le \pi$.

41. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt[4]{x^2 + y^2} dl$, где L: $r = 1 - \cos\phi$, $0 \le \phi \le 2\pi$.

42. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = y^2 x e^x$.

43. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \frac{x}{y^2 - 2x}$.

44. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \ln\left(x^2 y + x y^2\right)$.

45. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = e^{x^2+y^2} - x - 1$.

46. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = \log_3\left(x^6 + y^2\right) + 5x^2 y^4 + 1$.

47. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 e^{xy}$.

48. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \frac{y^2}{x + 7y}$.

49. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^3 y^4 - \sin(2x + 3y)$.

50. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^4 y^3 + e^{4x-3y}$.

51. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^6 y^2 - \cos(3x - 5y)$.

3 СЕМЕСТР

РАЗДЕЛ 1 «РЯДЫ»

Исследовать сходимость ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^{n}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n-2}{6n+5}\right)^{2n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^2+2}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n}{2^n \cdot (3n+2)}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+1}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2+1}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2n!}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+1}\right)^{n}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n)!}{n^n}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{2^n}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3\sqrt{n}-1}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)}$.
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$.
20. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-1}{n^2+1}$

Найти область сходимости ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{n+2}} x^n$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{n(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+5)^n}{5^{2n}}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n(n^2+1)}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+2}}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} \frac{(x-3)^n}{3^n}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^{n+2}}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-3)^n}{n^2+1}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-1)^n}{4n-3}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3n-2}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+5)^n}{n \cdot 5^n}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{7n-11}$
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)^{2n}}$
20. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+5)^n}{n^2 \cdot 4^n}$

Раздел «Теория поля»

1. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M) = (x-z)\bar{i} - y\bar{j} + (y+z)\bar{k}$.
2. Найти производную скалярного поля $u = x^2 \cos y + x^3 y + 5xz - 5xz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
3. Найти градиент скалярного поля $u = 2x^2 y + xz^3 + 5yz^2 + x$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.
4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M) = (2x^2 - z)\bar{i} - xy\bar{j} + (y^2 + z)\bar{k}$.
5. Проверить является ли векторное поле $\bar{a}(M) = (-2x - 3yz)\bar{i} + (-2y - 3xz)\bar{j} + (-2z - 3xy)\bar{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.

6. Найти производную скалярного поля $u=(x^2+4x^3)\cos y+5xz$ в точке $M_0(0;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;0;1)$.
7. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M)=xy^2\overline{i}-y^3z\,\overline{j}+(2y+z)\overline{k}$
8. Найти градиент скалярного поля $u=xyz^2+4xz+xy-z^2+2$ в точке $M_0(4;-2;0)$ и его модуль.
9. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2y^4+xz^3+5z^2+xyz$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.
10. Найти градиент скалярного поля $u=4x^3z+5x^2y-yz^2+6x+5$ в точке $M_0(-1;-2;3)$ и его модуль.
11. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M)=(2x^2y-z)\overline{i}-xy\,\overline{j}+(y+2z)\overline{k}$.
12. Найти производную скалярного поля $u=x\cos y+x^2y+5xz-5xyz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
13. Найти производную скалярного поля $u=xe^y+ye^x-z^2$ в точке $M_0(3;0;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(4;1;3)$.
14. Найти градиент скалярного поля $u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ в точке $M_0(0;1;2)$ и его модуль.
15. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)=(2x-z)\vec{i}+(y-x)\vec{j}+z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x+y+z=2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
16. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)=(x+2z)\vec{i}+(y-3z)\vec{j}+z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $3x+y+z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
17. Вычислить ротор и дивергенцию векторного поля $\vec{a}(M)=3(x-z)\vec{i}+(x^2-y^2)\vec{j}+3z\vec{k}$.
18. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M)=(3x-yz)\vec{i}+(3y-xz)\vec{j}+(3z-xy)\vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.
19. Найти производную скалярного поля $u=\ln(3-x^2)+xy^2z$ в точке $M_0(1;3;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(0;5;0)$.
20. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)=x\vec{i}+(x-y-z)\vec{j}+(3y+z)\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x+2y+2z=2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

Разделы «Дифференциальные уравнения первого порядка» и «Дифференциальные уравнения высших порядков»

1. Определить тип дифференциального уравнения $(1-x^2)y'+xy-3=0$

2. Определить тип дифференциального уравнения $y'\left(x^2-4\right)=5$
3. Определить тип дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}-\left(\frac{x}{y}\right)^2$
4. Определить тип дифференциального уравнения $\left(x+y-1\right)dx+\left(x+e^y\right)dy=0$
5. Определить тип дифференциального уравнения $x\left(y'-y\right)=e^x$
6. Определить тип дифференциального уравнения $xy'-3y+x^4y^2=0$
7. Определить тип дифференциального уравнения $y'-2\sqrt{y}\ln x=0$
8. Определить тип дифференциального уравнения $3y'-2y=\frac{x^3}{y^2}$
9. Определить тип дифференциального уравнения $y'=\frac{y}{x}\ln\frac{y}{x}$
10. Определить тип дифференциального уравнения $\left(x^2+2xy+1\right)dx+\left(x^2+y^2-1\right)dy=0$
11. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2+1}+\frac{dy}{2x-1}=0$
12. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\left(y^2+1\right)e^x$
13. Найти общее решение дифференциального уравнения $y^2dx+\frac{dy}{4x^3-1}=0$
14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{\sin x}{2-3y^2}$
15. Найти общее решение дифференциального уравнения $xydx-\frac{1+y}{3x+2}dy=0$
16. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{e^x+1}{tgy}$
17. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{2x-1}{y^2}dx+\left(4y-3\right)xdy=0$
18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{2\cos^2 y}{x^2-1}$
19. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{x}{3y+2}dx-\frac{y}{6x}dy=0$
20. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{1}{\left(e^y+1\right)\sqrt{1-x^2}}$
21. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'-\frac{y}{x}=\cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$

22. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{x} = \left(\frac{y}{x}\right)^2$

23. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{1}{ctg\left(\frac{y}{x}\right)} + \frac{y}{x}$

24. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = 2e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$

25. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(2xy^2 + 1\right)dx + \left(2x^2 y - 3\right)dy = 0$

26. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(12x^3 y - 4\right)dx + \left(3x^4 + 10y\right)dy = 0$

27. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(5 - 4xy^2\right)dx + \left(e^y - 4x^2 y\right)dy = 0$

28. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(4x^3 y^2 + 2x\right)dx + \left(2x^4 y - 2y\right)dy = 0$

29. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(e^y - 4x^3\right)dx + \left(xe^y + 3y^2\right)dy = 0$

30. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(6xy^2 - 4\right)dx + \left(6x^2 y + 8y^3\right)dy = 0$

31. Общее решение однородного уравнения $y'' + 6y' + 9y = 0$ имеет вид

32. Общее решение однородного уравнения $y'' + 3y' - 4y = 0$ имеет вид

33. Общее решение однородного уравнения $y'' - 8y' + 16y = 0$ имеет вид

34. Общее решение однородного уравнения $y'' - 10y' + 25y = 0$ имеет вид

35. Общее решение однородного уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ имеет вид

36. Общее решение однородного уравнения $y'' + 2y' + y = 0$ имеет вид

37. Общее решение однородного уравнения $y'' + 4y' + 5y = 0$ имеет вид

38. Общее решение однородного уравнения $y'' - 6y' + 13y = 0$ имеет вид

39. Общее решение однородного уравнения $y'' - 4y' - 5y = 0$ имеет вид

40. Общее решение однородного уравнения $y'' - 2y' + 10y = 0$ имеет вид

4 СЕМЕСТР

1. Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.

2. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.

3. В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.

4. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8 , а разность – 4?

5. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти (под фигурой понимают даму, валета, короля).
6. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимается наудачу одна пуговица. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?
8. Найти вероятность того, что подброшенная кость упадет, показав на верхней грани четное или кратное трем число очков.
9. Вероятность попадания стрелком в мишень, равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.
10. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
11. Вероятность правильного оформления счета на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?
12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.
13. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
14. В урне находятся 15 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают наугад один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.
15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элемента K_1 или одновременного выхода двух элементов K_2 и K_3, которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
16. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что получится слово «число».
17. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6; 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?
18. В первом ящике 20 деталей из них 16 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.
19. В тире 5 ружей. Вероятности попадания из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.
20. Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил первый оператор?

21. В каждом из восьми независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наивероятнейшее число наступлений события A в каждом испытании.

22. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.

23. Если 30% студентов имеют слабое зрение, то какова вероятность того, что 5 из 10 студентов имеют слабое зрение?

24. Вероятность того, что Вы выиграете в шахматы, равна 0,33. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии из 6.

25. Какова вероятность выиграть у равносильного противника в бильярд не менее 4 партий из 5?

26. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найти наивероятнейшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.

27. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?

28. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?

29. На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.

30. Завод отправил на базу 5 000 изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути равна 0, 0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут ровно 3 негодных изделия.

31. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят 150 студентов.

32. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят не менее 100 студентов.

33. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить, закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.

34. Дискретная случайная величина может принимать только два значения x_1 и x_2, причем $x_1 > x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1 = 0,3)$, $M(X) = 3,7$ и $D(X) = 0,21$. Найти закон распределения этой величины.

35. Случайная величина X задана законом распределения

X	2	3	?	11
P	0,1	?	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание X равно 5,7. Найти а) Найти $P(X = 3)$, б) значение X, которое она принимает с вероятностью 0,3.

36. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X + 3Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

37. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = X + 6Y$, если известны: $M(X) = 4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.

38. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

39. В итоге четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти выборочную среднюю результатов и дисперсию ошибок прибора.

40. Найти: а) значение p_3, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

41. Найти: а) значение p_2, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

42. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти параметр *a*.

43. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \dfrac{C}{x^7}, & x \ge 1. \end{cases}$$

Найти параметр *C*. Вычислить $M(X)$.

44. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} a\cos x, & -\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить $M(X)$.

45. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить вероятность события $1<X<2$.

46. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Вычислить $M(X)$ и $D(X)$. Найти вероятность события $1<X<2$.

47. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$$

Найти вероятность события $X>1$.

48. Сообщение содержит 1000 символов. Вероятность искажения одного символа равна 0,004. Найти среднее число искаженных символов.

49. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения ровно 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут

50. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины X – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

51. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что рост наудачу выбранного мужчины будет от 170 до 180 см.

52. При весе некоторого изделия в 10 кг найдено, что отклонение по абсолютной величине превосходящее 50 г. встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считается, что вес изделий распределен нормально, найти его $\sigma(X)$.

53. Среднее значение скорости ветра у поверхности земли в некоторой местности равно 16 км/час. Оценить вероятность того, что при однократном наблюдении скорость ветра не превысит 80 км/час.

54. Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Оценить вероятность того что из 200 студентов, сидящих в аудитории окажется не менее 19% носящих очки.

55. Электростанция обслуживает сеть с 18 000 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимний вечер равна 0,9. Какова вероятность того, что число ламп, включенных в

сеть отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200?

56. За пять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.

57. За пять месяцев работы малое предприятие «Интеграл» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и исправленную дисперсию, моду и медиану.

58. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.

59. Следующие данные показывают годовой прирост на 15 различных акций: 12.2, 13, 14.8, 11, 16.7, 9, 8.3, -1.2, 3.9, 15.5, 16.2, 18, 11.6, 10, 9.5. Найдите выборочную среднюю и медиану.

60. Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины X на основании данного распределения выборки:

x_i	1	5	6	8
n_i	6	4	7	3

61. Изучалась качество продукции. Были получены данные.

Оценка качество продукции, балл	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
Число случаев	3	8	36	89	45

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.

62. В таблицу приведены данные.

x_i	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
n_i	15	25	30	20	10

Определить исправленную выборочную дисперсию.

63. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки

варианта	65	70	75	80	85	90	95
частота	3	5	15	25	20	7	5

64. По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.

65. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если: $\sigma=4$, $\bar{x}_в=10{,}2$, $n=16$.

66. По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.

67. Имеются выборочные данные о стаже работы (*X*, лет) и выработке одного рабочего за смену (*Y*, шт):

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Построить уравнение линейной регрессии.

68. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней *X* и подушек *У*:

X	10	20	25	28	30
У	5	8	7	12	14

Найти выборочное уравнение линейной регрессии *У* на *X*.

69. Рассчитать коэффициент корреляции между количеством пропущенных студентом пар *X* и его успеваемостью *Y*, оцениваемой по 100 бальной шкале, пользуясь данными таблицы.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

70. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Предполагая, что зависимость линейная, рассчитать выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о степени и направлении тесноты связи.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ***ВЛАДЕТЬ***

1 СЕМЕСТР

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений

1. $\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3+x_4=1, \\ 2x_1+x_2+2x_3-3x_4=2, \\ 5x_1+3x_2+x_3-2x_4=3. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1+3x_2+5x_3+12x_4=10, \\ 2x_1+2x_2+3x_3+5x_4=4, \\ x_1+7x_2+9x_3+4x_4=2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+x_4=1, \\ x_2-x_3+2x_4=2, \\ 2x_1+2x_2+3x_4=3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 9x_1-3x_2+5x_3+6x_4=4, \\ 6x_1-2x_2+3_3+4x_4=5, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13. \end{cases}$

6. $\begin{cases} -9x_1+6x_2+7x_3+10x_4=3, \\ -6x_1+4x_2+2x_3+3x_4=2, \\ -3x_1+2x_2-11x_3-15x_4=1. \end{cases}$

7. $\begin{cases} -6x_1+9x_2+3x_3+2x_4=4, \\ -2x_1+3x_2+5x_3+4x_4=2, \\ -4x_1+6x_2+4x_3+3x_4=3. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x_1-x_2+2x_3+5x_4=-1, \\ 3x_1-3x_2+6x_3+15x_4=-3, \\ 3x_1-x_2+3x_3+14x_4=-8. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1+x_2-x_3-x_4=1, \\ x_1+x_2-2x_3+3x_4=2, \\ x_1+x_2-x_3-9x_4=-1. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3-x_4=3, \\ 2x_1-x_2+x_4=2, \\ 3x_1-x_3-x_4=-1. \end{cases}$

11. Вычислить работу силы $\overline{F}=2\bar{i}-3\bar{j}+2\bar{k}$ при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(-2;1-3)$ в положение $B(3;-2;1)$.

12. Найти длину вектора $\bar{a}=2\bar{x}-3\bar{y}$, если $|\bar{x}|=2\ |\bar{y}|=1\ \angle(\bar{x},\bar{y})=60^0$.

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}=\bar{i}-2\bar{j}+5\bar{k}$ и $\bar{b}=5\bar{j}-7\bar{k}$.

14. Даны вершины треугольника $A(2;0)$, $B(-4;3)$, $C(1;5)$. Найти внутренний угол треугольника при вершине A.

15. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;4)$ параллельно прямой $2x+3y-7=0$.

16. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x+2y+4=0$ и $3x-y-9=0$ перпендикулярно прямой $x+y-7=0$.

17. Стальной трос подвешен за два конца; точки крепления расположены на одинаковой высоте; расстояние между ними равно 20 м. Величина его прогиба на расстоянии 2 м от точки крепления, считая по горизонтали, равна 14,4 см. Определить величину прогиба этого троса в середине между точками крепления, приближенно считая, что трос имеет форму дуги параболы.

18. Установить, какая линия определяется уравнением $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

19. Какую линию определяет уравнение $4x^2+9y^2-8x-36y+4=0$ и построить данную кривую.

20. Какую линию определяет уравнение $y=-1+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-4x+5}$ и построить данную кривую.

21. Какую линию определяет уравнение $x=-\sqrt{y^2-4y}$ и построить данную кривую.

22. Установить, какая линия определяется уравнением $y=-7+\frac{2}{5}\sqrt{16+6x-x^2}$.

23. Установить, какая линия определяется уравнением $4x^2-3y^2-24x+6y-3=0$ и построить ее.

24. Определить тип кривой $5x^2+4y^2+20x-16y-44=0$ и построить ее.

25. Определить тип кривой $5x^2+4y^2+20x-16y-44=0$ и построить её.

26. Установить, какая линия определяется уравнением $y=1-\sqrt{4x+8}$. Построить ее.

27. Установить, какая линия определяется уравнением $y=7-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-6x+13}$. Построить ее.

28. Установить, какая линия определяется уравнением $9x^2+4y^2+54x-8y+49=0$. Построить ее.

29. Установить, какая линия определяется уравнением $x^2-2x+y^2+4y+9=0$. Построить ее.

30. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$. Построить ее.

31. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}$. Построить ее.

В заданиях 32– 37 определить типы поверхностей и построить их.

32. $x^2 + 4x + y^2 + 3z^2 - 6z - 2 = 0$;

33. $y^2 = -4(z+1)$;

34. $\frac{x^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$;

35. $3x^2 - 12x + 6y^2 + 12y + 5z^2 - 20z + 8 = 0$;

36. $\frac{x^2}{4} + \frac{(z+1)^2}{9} = 1$;

37. $-\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+5}\right)^{3x-4}$
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-x}{x^2+1}\right)^{x-3}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{tg^3 x}$
4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
5. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\sin\left(6x^2\right)}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg12x}{\ln(1+6x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{arctg\left(2x\right)}{e^{10x}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{\sin^2\left(10x\right)}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\left(1+x\right)}{\arcsin\left(6x\right)}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{7^x-1}{arctg^2\left(5x\right)}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 3x}{e^{2x^2}-1}$
12. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+14x)}{\arcsin 7x}$
13. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
14. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x^2}-1}{\sin\left(4x^2\right)}$

15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 5x}{e^{3x^2}-1}$

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2\left(3x\right)}{e^{6x^2}-1}$

17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+3x^3\right)}{arctg^3 x}$

18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin\left(4x\right)}{\ln\left(1+3x\right)}$

2 СЕМЕСТР

Найти производные функций

1. $y = (\cos x)^{5e^x}$
2. $y = (x^3 + 4)^{tgx}$
3. $y = (tgx)^{4x}$
4. $y = x^{arctgx}$
5. $y = (\sin x)^{3x}$
6. $y = x^{\arcsin x}$
7. $y = (\sin x)^{x+1}$
8. $y = (x^3 - 1)^x$
9. $y = x^{\arcsin x}$
10. $y = (\sin x)^x$

Найти производную y'_x функции

1) $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = 4t^2 + 5 \\ y = 3t^4 + 11 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$

5) $\begin{cases} x = \ln(5 + t) \\ y = arctgt \end{cases}$

6) $\begin{cases} x = e^t \\ y = (t^2 - t) \cdot e^t \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = \ln(t + 1) \\ y = t^2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = 3t^2 - 5t \end{cases}$

9) $\begin{cases} x = t^2 + 3t \\ y = t^3 - 27t \end{cases}$

10) $\begin{cases} x = \ln\left(t^2+1\right) \\ y = t^3+1 \end{cases}$

Найти производную y' от неявной функции

1. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$
2. $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$
3. $x^2 + yx + e^y = 0$
4. $x^3 y + x^2 y^2 + xy^3 = 0$
5. $2x^2 + y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$
6. $e^x - e^y = y - x$
7. $5x^2 + 3xy - 2y^2 + 3 = 0$
8. $2x^2 + 3^y + x\ln y = 0$
9. $x^2 y^3 + x - \sin y = 0$
10. $3y^2 + \sin y - x2^y = 0$

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

1) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$
2) $y = 2x^2 - 8x + 2$
3) $y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$
4) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$
5) $y = 3x - x^3$
6) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$
7) $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$
8) $y = x^4 - 2x^2 - 5$
9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$
10) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$
11) $y = x^3 - 3x^2$
12) $y = x^4 - 2x^2 + 5$
13) $y = 2x^3 - 3x^2$
14) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$
15) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7.$
16) $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$

Найти неопределенный интеграл

1. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2+3x^3}\,dx$

2. $\int \frac{x}{\cos^2 x^2} dx$
3. $\int \frac{e^x}{e^x - 3} dx$
4. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$
5. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
6. $\int e^x \sqrt{e^x + 3} dx$
7. $\int (\sin x + 5)^2 \cos x dx$
8. $\int \sqrt[6]{x^4 - 11} \cdot x^3 dx$
9. $\int e^{x^6} \cdot x^5 dx$
10. $\int \frac{ctg^3 x}{\sin^2 x} dx$
11. $\int (e^x + 5)^4 e^x dx$
12. $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{2 + 3x^5} dx$
13. $\int \frac{(arctgx)^2}{1 + x^2} dx$
14. $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$
15. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6} dx$
16. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x - 3}}$
17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x + 4}}$
18. $\int \frac{1}{\sqrt{3x} + 1} dx$
19. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x - 1}}$
20. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x - 3}}$
21. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{3x - 4}}$

22. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x+5}}$

23. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-1}}$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 3x,\ x^2 = 3y$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4,\ y = x + 8$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2,\ x + 2y - 5 = 0$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ 4y = x^2,\ x = \pm 2$.

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ y = 4 - x^2$.

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$,

$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$.

7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 7\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r^2 = 4\cos 2\phi, r = \sqrt{2}\left(r \geq \sqrt{2}\right)$

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 2\cos\phi, r = 3\cos\phi.$

10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3\sin\phi, r = 5\sin\phi.$

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3(1 + \cos\phi), r = 3,5 (r \geq 3,5).$

12. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = 2.$ Ось вращения Oy.

13. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x.$ Ось вращения Ox.

14. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x^2$.. В вариантах 1-13 ось вращения Ox, в вариантах 14-25 ось вращения Oy.

15. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = x.$ Ось вращения Oy.

16. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \ln\cos x + 2, 0 \leq x \leq \pi/6$

17. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi.$

18. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\rho = 6\sin\phi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi/3.$

19. Исследовать на экстремум функцию: $z = (x-1)^2 - 2y^2$

20. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 + x - y - 1$

21. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$

22. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$

23. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$

24. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$

25. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + (y-1)^2$

26. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$

27. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$

28. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$

29. Вычислить интеграл $\iint\limits_D 2xdxdy$, где область D ограничена линиями: $y - x = 5$, $x = 0$, $y = 0$.

30. Вычислить интеграл $\iint\limits_D xydxdy$, где область D ограничена линиями: $x = 4$, $y = 0$, $y = \sqrt{x}$.

31. Вычислить интеграл $\iint\limits_D y^2 dxdy$, где область D ограничена линиями: $y - x = 4$, $x = 0$, $y = 0$.

32. Вычислить интеграл $\iint\limits_D x^2 dxdy$, где область D ограничена линиями: $x + y = 2$, $x = 0$, $y = 0$.

33. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x + y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = 4$.

34. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x - y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^3$, $x = 1$, $y = 0$.

35. Вычислить интеграл $\iint\limits_D ydxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = x$.

36. Вычислить интеграл $\iint\limits_D xdxdy$, где область D ограничена линиями: $x = y^2$, $y = 4$.

37. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x + y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $x = 2$, $y = 0$.

38. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x - y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$.

3 СЕМЕСТР

Разложить в ряд Фурье функцию

1. $y = 2x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
2. $y = x$ в интервале $(-3, 3)$.
3. $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \le x \le 0 \\ 2, & 0 < x \le 2 \end{cases}$.
4. $y = 2x$ в интервале $(-4, 4)$
5. $f(x) = \begin{cases} 0, & -1 \le x \le 0 \\ x, & 0 < x \le 1 \end{cases}$.
6. $y = 3x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
7. $y = x$ в интервале $(-2, 2)$.
8. $y = x$ в интервале $(-3, 3)$.
9. $y = 10x$ в интервале $(-5, 5)$.
10. $y = |x| + x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
11. $y = |x|$ в интервале $(-4, 4)$.
12. $y = 5x$ в интервале $(-3, 3)$.

Разложить в ряд Фурье по синусам функцию

1. $y = x + 1$ в интервале $x \in (0, \pi)$.
2. $y = x - 2$ в интервале $x \in (0, 3)$.
3. $y = 2x$ в интервале $(0, \pi)$.
4. $y = 2x - 3$ в интервале $(-2, 2)$.
5. $y = x^2$ в интервале $(0, \pi)$.

Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию

1. $y = x + 1$ в интервале $x \in (0, \pi)$.
2. $y = x - 2$ в интервале $x \in (0, 3)$.
3. $y = x - 1$ в интервале $(0, \pi)$.
4. $y = 2x - 1$ в интервале $(0, \pi)$.

Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

1. $\bar{a}(M)=x\bar{i}+(y-2z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$; p: $x+2y+z=2$.
2. $\bar{a}(M)=(x+y)\bar{i}+(y+2z)\bar{j}+z\bar{k}$; p: $2x+y+z=4$
3. $\bar{a}(M)=5x\bar{i}+(y+z)\bar{j}+(2x+z)\bar{k}$; p: $x+y+z=2$
4. $\bar{a}(M)=(y+2z)\bar{i}+2z\bar{j}+(x-y)\bar{k}$; p: $x+3y+z=3$
5. $\bar{a}(M)=z\bar{i}+(x-z)\bar{j}+(2y+z)\bar{k}$; p: $x+y+z=2$
6. $\bar{a}(M)=(y-2x)\bar{i}+(y-z)\bar{j}+x\bar{k}$; p: $x+y+3z=3$
7. $\bar{a}(M)=3x\bar{i}+(x-z)\bar{j}+(2x-y)\bar{k}$; p: $x+4y+z=4$.
8. $\bar{a}(M)=(2x+z)\bar{i}+z\bar{j}-y\bar{k}$; p: $3x+y+3z=3$.
9. $\bar{a}(M)=3x\bar{i}+(x-z)\bar{j}+(2x-y)\bar{k}$; p: $x+4y+z=4$.
10. $\bar{a}(M)=(y+2z)\bar{i}+2z\bar{j}+(x-y)\bar{k}$; p: $x+3y+z=3$.
11. $\bar{a}(M)=2x\bar{i}+(y+z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$; p: $2x+2y+z=2$.
12. $\bar{a}(M)=(x+2y)\bar{i}+(y-2z)\bar{j}-z\bar{k}$; p: $2x+y+z=2$.
13. $\vec{a}(M)=x\vec{i}+(x-y-z)\vec{j}+(3y+2z)\vec{k}$; p: $2x+y+z=4$.
14. $\vec{a}(M)=(2x-z)\vec{i}+(y-x)\vec{j}+z\vec{k}$; p: $x+y+z=2$.
15. $\vec{a}(M)=(x+2z)\vec{i}+(y-3z)\vec{j}+z\vec{k}$; p: $x+2y+2z=6$.
16. $\vec{a}(M)=(x+z)\vec{i}+2y\vec{j}+(x+y-z)\vec{k}$; p: $x+2y+z=2$.
17. $\vec{a}(M)=(2z-x)\vec{i}+(x+2y)\vec{j}+z\vec{k}$; p: $x+4y+2z=8$.
18. $\vec{a}(M)=(3x-y)\vec{i}+(2y+z)\vec{j}+(2z-x)\vec{k}$; p: $2x+y+z=6$.
19. $\vec{a}(M)=x\vec{i}+(x-y-z)\vec{j}+(3y+z)\vec{k}$; p: $x+2y+2z=2$
20. $\vec{a}(M)=(2y+z)\vec{i}+(x-y)\vec{j}-2z\vec{k}$; p: $x+y+z=2$.

Дифференциальные уравнения

1. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y'-2xy=2xe^{x^2}$, если $y(0)=2$
2. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y'+\frac{y}{x}=4x^2$, если $y(1)=0$
3. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y'-3x^2y=2(x+1)e^{x^3}$, если $y(0)=5$
4. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y'+4xy=4x^3e^{-2x^2}$, если $y(0)=-3$
5. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y'-\frac{3y}{x}=2x^4-3x^5$, если $y(1)=2$

6. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + \frac{4y}{x} = \frac{3}{x^2}$, если $y(2) = 0$
7. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 6x^2 y = 9x^2 e^{2x^3}$, если $y(0) = 2$
8. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + 8x^3 y = (2x+1)e^{-2x^4}$, если $y(0) = -3$
9. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{5y}{x} = 3x^7$, если $y(1) = 1$
10. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{x} = 2x^2 - x$, если $y(2) = 4$
11. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^x(-3\sin x + 4\cos x)$ имеет вид
12. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$ имеет вид
13. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}\sin 5x$ имеет вид
14. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$ имеет вид
15. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = -17\sin 2x$ имеет вид
16. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos x$ имеет вид
17. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^x(3\sin x + 5\cos x)$ имеет вид
18. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 6e^x(\sin x + \cos x)$ имеет вид
19. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}\sin 4x$ имеет вид
20. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos 5x$ имеет вид
21. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - y'' - 2y' = (6x-11)e^{-x}$ ищется в виде:
22. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + y'' - 2y' = (6x+5)e^x$ ищется в виде
23. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 4y' = (9x+15)e^x$ ищется в виде
24. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 3y'' + 2y' = (1-2x)e^{-x}$ ищется в виде
25. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^x$ ищется в виде
26. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 6y'' + 9y' = 4xe^x$ ищется в виде

27. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$ ищется в виде
28. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^{x}$ ищется в виде
29. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^{x}$ ищется в виде
30. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$ ищется в виде
31. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y \end{cases}$
32. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$
33. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$
34. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$
35. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$
36. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = x + y \end{cases}$
37. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$
38. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$
39. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y \end{cases}$
40. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y \end{cases}$

4 СЕМЕСТР

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не менее 3 попаданий при четырех выстрелах.
2. По данным переписи населения (1891 г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья (AB) составили 5 % обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ($A\overline{B}$) – 7,9 %, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ($\overline{A}B$) –

8,9 %, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ($\overline{A}\overline{B}$) – 78,2 %. Найти связь между цветом глаз отца и сына.

3. Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появилось «три единицы»?

4. Какова должна быть вероятность изготовления изделия, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 изготовленных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.

5. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9948 будет заключено число попаданий в цель.

6. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9948 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле по модулю будет меньше величины 0,05.

7. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклоняется от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.

8. В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынуто бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.

9. Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных.

10. На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

11. Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).

12. Случайная величина задана законом распределения $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X>1$.

13. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & \textit{если } x<-1,\\ a+b\arcsin x, & \textit{если } -1\le x\le 1,\\ 1, & \textit{если } x>1.\end{cases}$$

Найти параметры a и b. Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считая, что время разговора является случайной величиной, распределенной по показательному закону найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут,

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, среднеквадратической ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали из пяти будут годными.

17. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{\sqrt{8\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}$.Найти дисперсию случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\ N(a,\sigma)$.

19. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}$. Найти *M(Y)* случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\ N(a,\sigma)$.

20. На автомате изготовляются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a=2$ мм и $\sigma^2=0,01$ мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95?

21. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=10$:

Варианта x_i	-2	1	2	3	4	5
Частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Среднее время сборки изделия составляло 90 минут. Инженер изобрел новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий новым способом составила 79; 74; 112; 95; 83; 96; 77; 84; 70; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения.

25. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений.

26. Случайная величина X (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ. Приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

27. Случайная величина X (время безотказной работы элемента) распределена по показательному закону. Приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 1000 элементов:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	150	100	70	45	25

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)=1-e^{-\lambda x}$ $(x\geq 0)$. Произведена выборка

x_i	3	5	6	8	10
n_i	2	3	5	10	10

Найти статистическую оценку параметра λ методом моментов.

29. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7

30. При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

31. Установить, пользуясь критерием Пирсона, при $\alpha=0,05$ случайно или значимо расхождение между эмпирическими n_i, и теоретическими частотами n'_i, которые вычислены из предположения, что совокупность распределена нормально.

n_i	5	7	15	14	21	16	9	7	6
n_i'	6	6	14	15	22	15	8	8	6

32. В таблице представлены данные о средних размерах пенсий в Кыргызстане за 2011-2015гг.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Выплаты, сом	3853	4274	4508	4710	4896

Необходимо сделать прогноз о среднем размере пенсии на 2018г.

Приложение №3. Образцы типовых расчетов

Типовой расчет №1

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & -3\\ 1 & -2 & -1\\ 3 & 4 & 2\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\ 3 & -5 & 4\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}1 & 1 & -2 & 0\\ 3 & 6 & -2 & 5\\ 1 & 0 & 6 & 4\\ 2 & 3 & 5 & -1\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}2x+y+3z=7,\\ 2x+3y+z=1,\\ 3x+2y+z=6.\end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}3x_1+2x_2-x_3+x_4=1,\\ 2x_1+x_2+2x_3-3x_4=2,\\ 5x_1+3x_2+x_3-2x_4=3.\end{cases}$

Задание 5. Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений
$\begin{cases}5x-3y+4z=0,\\ 3x+2y-z=0,\\ 8x-y+3z=0.\end{cases}$

Типовой расчет №2

Задание 1. Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c}=5\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Необходимо:

а) вычислить смешанное произведение трех векторов $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$;

б) вычислить векторное произведение $[3\vec{a}; 2\vec{c}]$;

в) вычислить скалярное произведение $(\vec{b}, 4\vec{c})$;

г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{c}$;

д) будут ли компланарны векторы $\vec{a}$, $2\vec{b}$, $3\vec{c}$;

е) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 2. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 3. Сила $\vec{F}=(5,-3,9)$ приложена к точке $A(3,4,-6)$. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку $B(2,6,5)$; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки B.

Типовой расчет №3

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;4), B(2;-1), C(1,-7). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x=-\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$.

2) $y=1-3\sqrt{x}$.

3) $x^2+y^2-2x-6y+4=0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-12,7,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,4,-7)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-5,-2,0)$.

4. Найти угол между плоскостями $x-3y+5=0,\quad 2x-y+5z-16=0.$

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-1}{6}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+5}{3},\quad 3x-2y+5z-3=0.$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $x=4$, $y=0$, $y=\sqrt{x}$, $z=0$, $z=2$.

Б) $z=6-x^2-y^2$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

Типовой расчет №4

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-3n+1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+1}{2n-3}\right)^{3n}$
3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x-\sqrt{x^2+8}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{2x^2+3x-5}$
5. $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^3(2x)}{x^2\cdot arctg(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2-2n+8}{5n^2+3n-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\frac{x^2}{x-2}$

Типовой расчет №5

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{x^2-\pi^2}{\sin(3x)}$.
2. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\ln(x^2-15)}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2x^5-\frac{4}{x^3}+3\sqrt{x}$
2. $y=\frac{2\arcsin x+3^x}{4\ln x-2x^2}$
3. $y=\ln\sin(2x+5)$
4. $y=x^{\ln x}$
5. $y=(e^x-3\cos x)(5-4\log_2 x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(1+2t), \\ y=t^2-2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

5. Найти производную от неявной функции $\ln(x + y) - arctgx = 0$.

Типовой расчет №6

1. Найти частные производные второго порядка: $z = \dfrac{x^2}{y - 2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y.$$

3. Найти указанные производные $z = x^3 + xy^2 - 5xy^3$, $\dfrac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3} = ?$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ в треугольнике $x = 0, \quad y = 0, \; 2x + 3y - 12 = 0$.

Типовой расчет №7

1. $\int \dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$.

2. $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1}} dx$

3. $\int \dfrac{x^2}{x^6 + 4} dx$

4. $\int 3x \arccos x \, dx$

5. $\int \dfrac{-6x^2 - 11x + 8}{x(x+2)(x-1)} dx$

6. $\int (x-2)(x^2 + 2x + 4) dx$

7. $\int \cos^8 x \sin x dx$.

8. $\int \dfrac{1}{6 + \sqrt{x}} dx$

9. $\int \dfrac{dx}{2 - \cos x}$

10. $\int \sqrt{16 - x^2}\, dx.$

Типовой расчет №8

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^2 x\sqrt{5 - x^2}\, dx$; б) $\int\limits_1^9 \dfrac{dx}{5 + 2\sqrt{x}}$; в) $\int\limits_0^{\pi/3} x \cos x dx$; г) $\int\limits_0^{\pi/2} \dfrac{dx}{3 + 2\cos x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}, \begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 4\cos\varphi,\ r = 2 \quad (r \geq 2)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \ln(x^2 - 1),\ 2 \leq x \leq 3$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 6\cos^3 t, \\ y = 6\sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $\rho = 6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3\sin x, \quad y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$

Типовой расчет №9

1. Поменять порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_0^x f(x,y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy$.

2. Вычислить интеграл $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} (x + 2y)dy$.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2,\ y = 1,\ z = 0,\ z = 6$.

4. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{8y}{x} dl$, где L: парабола $y = \frac{1}{2}x^2$ от точки $A(0;0)$ до точки $B(4;8)$.

5. Вычислить интеграл $\int_L (2x^2 + y)dx + (5y - 3x)dy$, где L - парабола $y = x^2$, от точки $(0,0)$ до точки $(3,9)$.

6. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении. Контур L: $y = 4 - x^2,\ y = 0$. $\oint_L (3x^5 - 2xy + 1)dx + (5xy - 4y^2 + 5y)dy$

Типовой расчет №10

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

2. Исследовать на сходимость ряды :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 3n + 1}{2n^2 + 4}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{n!}\cdot$$

4.Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n^2}\cdot$$

5.Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,1} e^{-6x^2}dx\cdot$

6. Разложить в ряд Фурье функции и построить график суммы ряда

а) $f(x)=x-1,\quad -1\le x\le 1;$ б) $f(x)=\begin{cases}-2, -\pi\le x\le 0,\\ 3, 0<x\le\pi.\end{cases}$

Типовой расчет №11

1. Найти производную скалярного поля $u=5x^2+4x^3y+5xz-e^{z^2}$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=x^2y+5z\sin y+6z^2$ в точке $M_0(-1;0;-2)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\bar{a}(M)=x\bar{i}+(y-2z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x+y+z=1$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x^2y-z)\bar{i}-xyz\,\bar{j}+(xy^3+z^2)\bar{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\bar{a}(M)=(2x-4yz)\bar{i}+(2y-4xz)\bar{j}+(2z-4xy)\bar{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\bar{a}(M)$ найти его потенциал.

Типовой расчет №12

Задача 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде (φ(*x*,*y*)=*C*)) $4xdx-3ydy=3yx^2dy-2xy^2dx.$

Задача 2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y'=\frac{y^2}{x^2}+4\frac{y}{x}+2.$

Задача 3. Найти решение задачи Коши $y'-y/x=x^2,\quad y(1)=0.$

Задача 4. Решить задачу Коши $y^2dx + \left(e^{2/y} + x\right)dy = 0,\ y(e) = 2.$

Задача 5. Найти решение задачи Коши $y' + xy = (x+1)e^{-x}y^2,\ y(0) = 1.$

Задача 6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения

. $3x^2e^y dx + (x^3\,e^y - 1)dy = 0.$

Типовой расчет №13

Задача 1. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^4y'' + x^3y' = 1.$

Задача 2. Найти решение задачи Коши $y''y^3 + 36 = 0,\quad y(0) = 3,\quad y'(0) = 2.$

Задача 3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'''+y'' = 5x^2 - 1.$

Задача 4. Найти решение дифференциального уравнения $y''' - 3y' - 2y = (4x+9)e^{2x}.$

Задача 5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = -2\,sin\,x.$

Задача 6. Найти общее решение дифференциального уравнения

$y'' + 16y = 16\,cos\,4x - 16e^{4x}.$

Задача 7. Найти решение задачи Коши $y'' + 6y' + 8y = 4e^{-2x}/(2 + e^{2x}),$

$y(0) = 0,\ y'(0) = 0.$

Типовой расчет №14

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?
2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?
3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.
4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.
5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.
6) Разрыв электрической цепи может произойти только в результате выхода из строя элемента k_1 или одновременного выхода двух элементов k_2 и k_3, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2, 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
7) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и

мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.

8) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.

9) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?

Типовой расчет №15

1. Случайная величина имеет распределение, представленное таблицей

X	1	3	5	8	10
p_i	0,3	p_2	0,2	0,15	0,25

Найти: p_2, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X. Построить многоугольник распределения, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 4 телевизора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

3. Дана функция распределения НСВ X

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ Ax^3, & 0\le x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}\cdot$$

Найти коэффициент A, плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и вероятность попадания СВ X на отрезок $[0,1]$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

4. При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонение, по абсолютной величине превосходящее 50 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

5. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda=5$. Найти среднее значение и среднеквадратическое отклонение данной случайной величины.

6. Задана случайная величина *X*, которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1. Составить закон распределения случайной величины *X*, если $p_1 = 0{,}4$; $M(X) = 3{,}2$; $D(X) = 0{,}96$.

7. На двух автоматических станках производятся одинаковые детали. Законы распределения количества бракованных изделий, производимых в течении смены на каждом из станков заданы:

X	0	1	2	3
p	0,1	0,6	0,2	0,1

Y	0	1	2
q	0,5	0,3	0,2

Типовой расчет №16

1. Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт.-ч.)

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число вероятность	3	13	70	190	290	230	130	62

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95, 8) Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного

коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

ПРИЛОЖЕНИЕ №4. ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1СЕМЕСТР

Контрольная работа №1

Задание 1. Найти AB, где $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 4 & 0\\ -5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ -5 & 1 & -3\end{pmatrix}$.

Задание 2. Найти решение системы по формулам Крамера

$$\begin{cases}x_1-x_2+x_3=3,\\ 2x_1+x_2+x_3=11,\\ x_1+x_2+2x_3=8.\end{cases}$$

Задание 3. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases}2x_1+7x_2+3x_3+x_4=5,\\ x_1+3x_2+5x_3-2x_4=3,\\ x_1+5x_2-9x_3+8x_4=1,\\ 5x_1+18x_2+4x_3+5x_4=12.\end{cases}$$

Контрольная работа №2

Задание 1. Векторы $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен 60^0. Зная, что $|\bar{a}|=4,\quad |\bar{b}|=2$ и $|\bar{c}|=6,$ определить модуль вектора $\bar{p}=\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}.$

Задание 2. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(-1;1;2)$, $B(2;3;3)$ и $C(1;2;-1)$

Задание 3. При каком значении λ векторы $\bar{a}=(1;1;\lambda),\quad \bar{b}=(0;1;0)$ и $\bar{c}=(3;0;1)$ компланарны?

Задание 4. Коллинеарны ли векторы $c_1=2a-b$ и $c_2=3b-6a$, построенные по векторам $a=\{5;0;-1\}$ и $b=\{7;2;3\}$?

Задание 5. Даны векторы $\bar{a}=(2,-1,0)$, $\bar{b}=(-1,0,2)$, $\bar{c}=(2,3,-1)$. Вычислить $\bar{c}\times\bar{b}$, $\bar{a}\cdot\bar{b}$, $(\bar{a}\times\bar{b})\cdot\bar{c}$.

Контрольная работа №3

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;-5), B(-3;-4), C(-4,2)*. Требуется:

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+1)^2+(y-5)^2=4$; б) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$; в) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{49}=1$; г) $x^2=3y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет уравнение $x=-\frac{3}{4}\sqrt{y^2-16}+1$

Изобразить эту кривую на чертеже.

Задание 4. Найти расстояние от точки $M_0(-1,-8,7)$ до плоскости $x+4y-z+1=0.$

Задание 5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{4}$, $x+2y+3z-14=0.$

Контрольная работа №4

Вычислить пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+2n+9}{5n^3-7n+5}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n-5}{3n+5}\right)^{-n^2}$
3. $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{2x+1}{5x-2}\right)^{3x-1}$
4. $\lim\limits_{x\to2}\frac{5x^2-12x+4}{3x^2+x-14}$
5. $\lim\limits_{x\to-4}\frac{6-\sqrt{x^2+20}}{3x+12}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\arcsin^2(8x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$
7. $\lim\limits_{x\to3}\frac{arctg(15-5x)}{2x^2+3x-27}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+15x)}{e^{-3x}-1}$

2 семестр

Контрольная работа №5

1. Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{8^{x+6}-8^3}{e^{2x+6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7$ 2. $y=\dfrac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}$

3. $y=\ln\cos(2x+5)$ 4. $y=\left(x^3+1\right)^{tgx}$

5. $y=\left(6\ln x-5^x\right)\left(15+7\sin x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arcctg6t, \\ y=2t^3-9t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y=x^3-9x^2+15x-3$.

Контрольная работа №6

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=\left(2y^2+6x\right)\left(3y-x\right)$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=x^3-8y^3-6xy+1$.

3. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2\partial y}$ от функции $z=y^4+23x^2+4xy+5x-2y+8$.

Контрольная работа №7

1. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$. 2. $\int\dfrac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int\dfrac{3x^2+x^5e^x-4}{x^5}dx$ 4. $\int\left(3x-2\right)\cos 2x\,dx$

5. $\int\dfrac{x^3-8x-14}{\left(x+2\right)\left(x-4\right)}dx$ 6. $\int\dfrac{dx}{3+2\cos x}$

Контрольная работа №8

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 4\cos\phi.$

4. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln(x^2 - 1), \quad 3 \le x \le 4$

5. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi / 2.$

6. Вычислить длину дуги кривой $\rho = 2\cos\phi, \quad 0 \le \phi \le \pi / 6.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2, y = x.$

Контрольная работа № 9

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{-2}^{2} dx \int\limits_{x^2}^{4} f(x, y)dy$.
2. Вычислить массу неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x, y) = xy$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 4$, $z = 0$, $z = 3$.
4. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2}\, dl$, где L: $r = 2\cos\varphi$ $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.
5. Вычислить криволинейный интеграл по координатам $\oint y^3 dx + xydy$ где L – дуга астроиды $x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ от точки $A(2;0)$ до точки $B(0;2)$.

3 семестр

Контрольная работа № 10

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$.
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$.
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$.
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{n!}$.
6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n^2}$.
7. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ $f(x)=\begin{cases}-2, & -\pi\le x<0,\\ 2, & 0\le x\le\pi.\end{cases}$

Контрольная работа № 11

1. Найти производную скалярного поля $u=x^2+4x^3y+5xz-z^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2+4xz+5xy-yz^2$ в точке $M_0(-1;-2;0)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

$\overline{a}(M)=x\overline{i}+(y-2z)\overline{j}+(2x-y+2z)\overline{k}$;р: $x+2y+z=2$

4. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M)=(x-z)\overline{i}-y\overline{j}+(y+z)\overline{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M)$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.

$\overline{a}(M)=(2x-4yz)\overline{i}+(2y-4xz)\overline{j}+(2z-4xy)\overline{k}$

Контрольная работа №12

1. Найти общий интеграл ДУ $\boldsymbol{y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$.

2. Найти общий интеграл ДУ $y' = 2 - \frac{x}{y}$.
3. Найти общее решение ДУ $y' + \frac{2}{x} y = x$.
4. Решите ДУ $y' + \frac{y}{x} = xy^2$.
5. Решите ДУ $\left(y^2 - e^x \cos y\right)dx + \left(2xy + e^x \sin y\right)dy = 0$.

Контрольная работа №13

1. Найти общее решение ДУ $y''' x \ln x = y''$.
2. Найти решение задачи Коши $4y^3 y'' = y^4 - 1$, $y(0) = 2^{1/2}$, $y'(0) = 1/(2^{3/2})$
3. Найти общее решение ДУ $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$.
4. Найти решение задачи Коши $y'' + \pi^2 y = \pi^2 / \cos \pi x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$.

4 семестр

Контрольная работа №14

Вариант №1

1) Вероятность того, что телефон потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,6. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 100 телефонов потребует ремонта 70 телефонов

2) Кандидат в депутаты во время выступления на публике с вероятностью 0,4 шутит и рассказывает анекдоты, с вероятностью 0,5 приводит примеры из жизни. Какова вероятность того, что на очередной встрече он использует хотя бы один риторический прием?

3) Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?

4) Два снайпера делают по одному выстрелу по мишени. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает шесть раз, второй - девять. Найти вероятность того, что цель будет поражена.

5) Из букв слова ПОБЕДА, составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекают четыре буквы. Какова вероятность того, что получится слово ОБЕД

6) На полке в произвольном порядке расставлены 3 книги по теории вероятностей, 2 книги по математическому анализу и 4 книги по линейной алгебре. Студент наугад достает 1 книгу. Какова вероятность, что она по теории вероятностей или по математическому анализу?

7) Уставший пассажир набирает четырехзначный код камеры хранения на вокзале. Какова вероятность того, что пассажир откроет камеру, если он помнит лишь, что его код не содержит цифр 1, 2, 3?

8) Имеются два ящика с красными и синими шарами: в первом 3 синих и 5 красных, во втором 7 синих и 11 красных. Из наудачу выбранного ящика извлекли шар. Найти вероятность того, что шар синий.

9) После урагана телефонная связь между пунктами *A* и *B*, расстояние между которыми 10 км, нарушилась. Найти вероятность того, что разрыв произошел между точками *C*, отстоящими от *A* на 5 км, и *D*, отстоящей от *A* на 8 км.
10) Студенты второго курса изучают 10 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по четыре предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день?

Контрольная работа №15

1**.** Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны: $M(X) = 3, \quad M(Y) = 6, \quad D(X) = 3, \quad D(Y) = 4$.

2 Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

3. Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

Найти $p_2, M(X), D(X)$.

4. Случайная величина задана законом распределения: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2, \\ \dfrac{x^2 - 4}{a}, & 2 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр *a*; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2{,}5;3)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Контрольная работа №16

Задание 1. Выборочное исследование длительности горения ламп дало следующие результаты:

Интервалы	0-400	400-800	800 - 1200	1200 - 1600	1600 – 2000	2000 – 2400	2400 - 2800
Частота	121	95	76	56	45	36	21

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. В итоге 5 измерений получены следующие положительные отклонения от номинального размера у партии деталей (в мм): 17, 8, 23, 9, 23. Найти несмещенные

точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Телефонная компания желает оценить среднее время междугородных переговоров в течении выходных, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 50 звонков дала среднюю $\bar{x} = 14.5$ мин со средним квадратическим отклонением $s = 5.6$ мин. Постройте 95% доверительный интервал для средней продолжительности переговоров в выходные дни.

Задание 4. Используя критерий χ^2, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n_i'	43	120	245	290	200	102

Задание 5. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

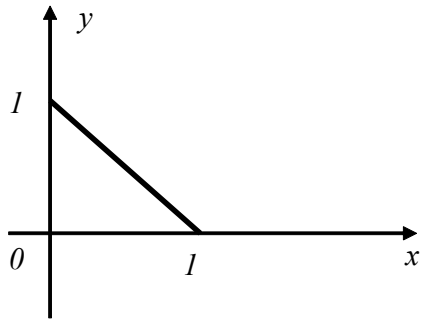
x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Приложение №5. Образцы компьютерных тестов

Образец теста: "Аналитическая геометрия"

Задание №1

Уравнение прямой, изображенной на рисунке, имеет вид ...



Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		$x+y=1$
2)		$x=1$
3)		$y=1$
4)		$x-y-1=0$

Задание №2

Установить соответствие между уравнением кривой и ее названием

Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа:

1)		эллипс	1)	$x^2+4y^2=16$
2)		окружность	2)	$4x^2-y^2=16$
3)		парабола	3)	$x^2=4y$
4)		гипербола	4)	$x^2+y^2+2y=0$

Задание №3

Установить, какая линия определяется уравнением $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости
2)		половина гиперболы, расположенная в верхней полуплоскости
3)		половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости
4)		половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости
Задание №4		
Написать уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1;2;3)$ и $M_2(3;-3;4)$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{7}$
2)		$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z-3}{1}$
3)		$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{4}$
4)		$\frac{x+3}{4}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-4}{7}$
Задание №5		
Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$ и плоскости $2x+3y+z-1=0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$(1;3;2)$
2)		$(2;-1;3)$
3)		$(2;-3;6)$

4)		$(4;6;1)$

Задание №6		
Даны концы $A(3;4)$ и $B(5;2)$ однородного стержня. Определить координаты его центра тяжести.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		(8;6)
2)		(-2; 2)
3)		(4; 3)
4)		(-1;1)
Задание №7		
Прямые $y-2x-10=0$ и $3y-6x+2=0$ …		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		пересекаются не под 90^0
2)		совпадают
3)		перпендикулярны
4)		параллельны
Задание №8		
Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;1)$ и образующей с осью Ox 45^0		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$y=x+3$
2)		$y=-x-3$
3)		$-2x+y=0$

4)		$x-2y-1=0$

Задание №9		
Найти угол между плоскостями $2x-y+3z+1=0$ и $4x-2y+6z+7=0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		0^0
2)		90^0
3)		45^0
4)		30^0
Задание №10		
Определите координаты центра и радиус сферы, заданной следующим уравнением $x^2+y^2+z^2+4z=0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$O(0;0;2),\ r=2$
2)		$O(0;0;-2),\ r=2$
3)		$O(0;0;2),\ r=4$
4)		$O(0;0;-2),\ r=-4$

Образец теста: «Пределы»

1. Найти предел

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$$

Ответы:

1) -4; 2) 4; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$.

2. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}(1+3tgx)^{ctgx}$$

Ответы:

1) ∞; 2) 1; 3) $e^{\frac{1}{3}}$; 4) e^3.

3. Найти предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n-1}{5n^2-7n+2}\right)^2$$

Ответы:

1) $-\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{4}{25}$.

4. Найти предел

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$$

Ответы:

1) 0; 2) -1; 3) a; 4) 1.

5. Найти предел

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{2x^2-9x+9}$$

Ответы:

1) $\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) $\frac{7}{3}$.

6. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$$

Ответы:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞; 4) $\frac{4}{3}$

КОПТ № 3 «Дифференцирование функций»

Вариант 1

Найти производные:

1) $y=\frac{3x+\sin x}{\cos x-10}$. Найти *y′.*

Ответы:

а) $y'=-\frac{3+\cos x}{\sin x}$; б) $y'=\frac{3-\cos x}{\sin^3 x}$;

в) $y'=\frac{3x\sin x-7\cos x-29}{(\cos x-10)^2}$; г) $y'=\frac{\cos 2x-3x\sin x-7\cos x-30}{(\cos x-10)^2}$.

2) $y=\ln^4(2x+1)$. Найти *y′.*

Ответы:

а) $y'=8\ln^3(2x+1)$; б) $y'=\frac{8\ln^3(2x+1)}{2x+1}$;

в) $y'=\frac{8}{(2x+1)^3}$; г) $y'=8\ln(2x+1)\cdot 2$.

3) $x^3+\ln y-x^2e^y=0$. Найти *y′.*

Ответы:

а) $y'=(2xye^y-3x^2)y\frac{1}{x^2ye^y}$; б) $y'=(2xye^y-3x^xy)y\frac{1}{1-x^2ye^y}$;

в) $y' = (2xye^y - 3x^2y) \cdot \dfrac{1}{1 - x^2ye^y}$; г) $y' = \dfrac{2xye^y - 3x^2}{1 - xye^y} \cdot y$.

4) $y = (2tg3x + 1)^{\sin 3x}$. Найти *y′*.

Ответы:

а) $y' = (2tg3x + 1)^{\sin 3x} \cos 3x$;

б) $y' = [3\cos 3x \ln(2tg3x + 1) + \dfrac{6\sin 3x \sec^2 3x}{2tg3x + 1}] \cdot (2tg3x + 1)^{\sin 3x}$;

в) $y' = (2tg3x + 1)^{\sin 3x} \cdot \ln(2tg3x + 1)$;

г) $y' = (2tg3x + 1)^{\sin 3x - 1} \cdot \cos 3x \cdot 3$.

5) $y = 2x^4 - \dfrac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1$. Найти *y′*.

Ответы:

а) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2}$; б) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^4}$;

в) $y' = 8x^3 + \dfrac{1}{x\sqrt[3]{x}}$; г) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 1$.

6) $y = (x + x^3) \cdot arctgx$. Найти *y′*.

Ответы:

а) $y' = (1 + 3x^2)arctgx + x$; б) $y' = \dfrac{1 + 3x^2}{1 + x^2}$;

в) $y' = 3x^2 arctgx + x$; г) $y' = (1 + 3x^2) \cdot (1 + x^2)$.

7) $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 3t^5 + 5t^3 + 1 \end{cases}$. Найти y''_x .

Ответы:

а) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2-1}$; б) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2+t}$;

в) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2+3}$; г) $y''_x = -\dfrac{10t}{3t^2-3}$.

8) $y = 7^{2x} + \dfrac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$. Найти *y′*.

Ответы:

а) $y' = 7^x \ln 7 \cdot 2 + \dfrac{2}{5} x^{-\frac{3}{5}}$; б) $y' = x \cdot 7^{x-1} + \dfrac{2}{5} x^{\frac{1}{5}}$;

в) $y' = 7^{2x} \ln 7 \cdot 2 - \dfrac{8}{5x\sqrt[5]{x^2}}$; г) $y' = 7^x \ln 7 + x \cdot 7^{x-1} + \dfrac{4}{x\sqrt[3]{x^2}}$.

Приложение №6. Образцы билетов

1 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕЖКЛАСТЕРНАЯ КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина **Высшая математика**

Билет № 1

1. Матрицы. Виды матриц
2. Функция: определение, способы задания, область определения, четность, нечетность.
3. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.
4. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?
5. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$. Построить ее.
6. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\left(x^2 - 4\right)}{x^2 - 5x + 6}$ б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$.

2 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕЖКЛАСТЕРНАЯ КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Курс 1 Семестр 2 Дисциплина **Высшая математика**

Билет № 1

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и физический смыслы.
2. Частные производные
3. Найти неопределенный интеграл $\int \dfrac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x} dx$.
4. Найти производную функции $y = \left(\cos x\right)^{5e^x}$.
5. Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 40$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$, $y = 5$.
7. Вычислить интеграл $\iint\limits_D y dx dy$, где область D ограничена линиями: $x - y = 4$, $x = 0$, $y = 0$.

3 СЕМЕСТР
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕЖКЛАСТЕРНАЯ КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Курс 1 Семестр 3 Дисциплина **Высшая математика**

Билет № 1

1. Признак Даламбера.
2. Дифференциальные уравнения допускающие понижение порядка
3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
5. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x-z)\bar{i}-y\bar{j}+(y+z)\bar{k}$.
6. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2+1}+\frac{dy}{2x-1}=0$
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''+y=3\sin 5x+2\cos 5x$

4 СЕМЕСТР
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕЖКЛАСТЕРНАЯ КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Курс 1 Семестр 4 Дисциплина **Высшая математика**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № **1**

1. Классическое определение вероятности.
2. Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.
3. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.
4. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность, что получится слово «число».
5. Случайная величина *X* задана законом распределения

X	2	3	?	11
P	0,1	?	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание *X* равно 5,7. Найти а) Найти $P(X=3)$,

б) значение *X*, которое она принимает с вероятностью 0,3.

6. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7