МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

дисциплины (модуля)

Высшая математика

Закреплена за кафедрой	**Высшей математики**
Учебный план	b15030330 Направление 15.03.03 - РФ, 650500 - КР Прикладная механика Профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»
Квалификация	**бакалавр**
Форма обучения	**очная**
Общая трудоемкость	**15 ЗЕТ**

Виды контроля в семестрах:

экзамены 2
зачеты 4
зачеты с оценкой 1, 3

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

I СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1.Матрицы. Основные понятия.
2.Определители. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя
3.Определители высших порядков. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Формула аннулирования.
4.Свойства определителей
5.Обратная матрица.
6.Базисный минор матрицы. Ранг матрицы
7.Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса
8.Совместность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
9.Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
10.Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11.Матричный метод решения линейных алгебраических уравнений.
12.Системы однородных линейных уравнений.
13.Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами
14.Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов
15.Скалярное произведение векторов и его свойства
16.Прямоугольная система координат в пространстве. Разложение вектора по ортам координатных осей
17.Длина вектора. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов. Направляющие косинусы вектора
18.Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов
19.Условие линейной независимости трех векторов, заданных своими координатами. Понятие базиса
20.Правоориентированные и левоориентированные тройки векторов. Векторное произведение векторов и его свойства. Приложения
21.Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения.
23.Система координат на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении
24.Общее уравнение прямой линии на плоскости. Частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
25.Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых
26.Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой
27.Пучок прямых. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пересечение прямых
28.Кривые второго порядка на плоскости, важнейшие частные случаи

29.Окружность. Эллипс. Их параметры и свойства
30.Гипербола. Ее параметры и основные свойства
31.Парабола. Параметр параболы, основные свойства параболы
32.Поворот и параллельный перенос координатных осей. Упрощение кривых второго порядка и их классификация
33.Уравнения поверхности и линии в пространстве
34.Общее уравнение плоскости. Частные случаи
35.Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
36.Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей
37.Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве
38.Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей
39.Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности
40.Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве
41.Цилиндрические поверхности
42.Поверхности вращения. Конические поверхности
43.Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды
44.Параболический и гиперболический параболоиды
45.Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
46. Функция. Область определения и область значений функции.
47. Графики функций и их преобразования.
48. Основные характеристики функции: Ограниченность, четность, нечетность, периодичность, монотонность.
49. Различные виды функций: основные элементарные, элементарные, сложные, взаимообратные.
50. Способы задания функции. Параметрическое задание функции, задание функции в полярных координатах.
51. Числовые последовательности. Предел последовательности.
52. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
53. Теоремы о связи между бесконечно большими и бесконечно малыми величинами.
54. Предел функции. Бесконечно большие предельные значения функции и предел функции на бесконечности.
55. Теоремы о пределах функций (сумме, произведении, частном, сложной функции).
56. Первый замечательный предел.
57. Второй замечательный предел.
58. Односторонние пределы.
59. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции.
60. Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность сложной функции.
61. Задачи механики, физики, энергетики, приводящие к понятию производной.
62. Определение производной функции. Геометрический и физический смысл производной.
63. Общие правила дифференцирования (суммы, произведения и частного).
64. Производная сложной и обратной функции.
65. Производные элементарных функций.

66. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
67. Логарифмическое дифференцирование
68. Дифференциал. Свойства дифференциала. Инвариантность формы дифференциала.
69. Производные и дифференциалы высших порядков.
70. Производная высших порядков неявно заданной функции.
71. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.
72. Правило Лопиталя.
73. Возрастание и убывание функций. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
74. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.
75. Функции нескольких переменных (определение, предел и непрерывность).
76. Частные и полное приращение функций двух переменных.
77. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных и их геометрическое истолкование.
78. Дифференцируемость и полный дифференциал первого порядка функции двух переменных.
79. Дифференцирование неявно заданных функций нескольких переменных.
80. Частные производные высших порядков функции нескольких переменных.
81. Дифференциалы высших (2-го и 3-го) порядков функции двух переменных.
82. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие существования экстремума.
83. Достаточное условие существования экстремума функции двух переменных.
84. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области.
85. Метод наименьших квадратов.

II СЕМЕСТР - ЭКЗАМЕН

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; интегрирование методом замены переменной или способом подстановки; интегрирование по частям.
3. Интегрирование дробно-рациональных функций.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и физический смыслы.
7. Свойства определенного интеграла.
8. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Точные методы интегрирования определенных интегралов.
10. Несобственные интегралы I рода.
11. Несобственные интегралы II рода.
12. Приближенные методы вычисления определенных интегралов (метод прямоугольников, трапеций, Симпсона).

13. Вычисление площадей плоских фигур в различных системах координат.

14. Вычисление длин дуг плоских кривых в различных системах координат.
15. Вычисление объема тела по известному поперечному сечению и объема тела вращения.
16. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение, свойства двойных интегралов.
17. Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах.
18. Применение двойных интегралов.
19. Криволинейные интегралы I рода.
20. Применение криволинейных интегралов I рода.
21. Криволинейные интегралы II рода.
22. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина.
23. Применение криволинейных интегралов II рода.
24. Функции нескольких переменных (область определения, способы задания, графическое изображение, линии уровня).

III СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

1.Числовые ряды. Свойства числовых рядов.
2.Необходимый признак сходимости числового ряда.
3.Гармонический ряд. Геометрический ряд.
4.Признак Даламбера. Радикальный признак Коши.
5.Интегральный признак Коши.
6.Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
7.Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
8.Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
9.Функциональные ряды.
10.Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
11.Свойства степенных рядов.
12.Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
13.Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление значений функций.
14.Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление определенных интегралов.
15.Приложения степенных рядов. Приближенное решение дифференциальных уравнений.
16.Ряды Фурье 2Пи-периодических функций.
17.Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
18.Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
19.Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
20.Производная по направлению.
21.Градиент скалярного поля и его свойства.
22.Векторное поле. Поток векторного поля.
23.Дивергенция поля .
24.Циркуляция вектора.
25.Ротор поля.
26.Оператор Гамильтона.
27.Дифференциальные векторные операции второго порядка.

28.Соленоидальное поле.
29.Потенциальное поле.
30.Гармоническое поле.
32.Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
33.Дифференциальные уравнение первого порядка.
34.Уравнение с разделяющимися переменными и методы их решения.
35.Однородные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним, методы их решения.
36.Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли, методы их решения.
37.Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним, методы их решения.
38.Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
39.Дифференциальные уравнения высших порядков допускающие понижение порядка.
40.Линейные однородные уравнения высшего порядка. Основные понятия.
41.Линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков.
42.Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и методы их решения.
43.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных.
44.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида и методы их решения.

IY-СЕМЕСТР ЗАЧЕТ

1. События. Типы событий.
2. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Понятие о вероятности. Свойства вероятности.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрический подход к определению вероятности.
6. Аксиоматическое определение вероятности.
7. Зависимые и независимые события.
8. Теоремы сложения вероятностей.
9. Теоремы умножения вероятностей.
10. Формула полной вероятности и формула Байеса.
11. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
12. Наивероятнейшее число наступления события.
13. Формула Пуассона.
14. Интегральная формула Муавра – Лапласа.
15. Локальная формула Муавра – Лапласа.
16. Понятие о случайной величине. Типы случайных величин.
17. Дискретная случайная величина и ее закон распределения.
18. Операции над дискретными случайными величинами.
19. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин.
20. Биномиальный закон распределения.
21. Закон распределения Пуассона.

22. Геометрический закон распределения.
23. Понятие о непрерывной случайной величине.
24. Функция распределения и ее свойства.
25. Плотность вероятности распределения непрерывной случайной величины. Свойства плотности вероятности распределения.
26. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
27. Показательный закон распределения.
28. Равномерный закон распределения.
29. Нормальный закон распределения и его свойства.
30. Основные задачи математической статистики.
31. Понятие о выборочном методе.
32. Статистическое распределение выборки.
33. Вариационный ряд и его графики.
34. Основные числовые характеристики выборки. Выборочная средняя и ее свойства.
35. Выборочная дисперсия и ее свойства.
36. Мода и медиана.
37. Статистическая гипотеза. Основная и конкурирующая гипотезы. Простая и сложная гипотезы.
38. Ошибки первого и второго рода.
39. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
40. Основы статистического оценивания. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам.
41. Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.
42. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
43. Линейная парная регрессия для несгруппированных данных.
44. Коэффициент корреляции и его свойства.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестацииобучающихся по дисциплине «Высшая математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов,предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

В 1 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3, №4, №5 в количестве 15 вариантов, компьютерные программы тестирования по разделам "Аналитическая геометрия"., "Пределы", "Дифференцирование функции одной переменной", «Функции нескольких переменных».

Во 2 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3, №4 в количестве 15 вариантов, на усмотрение преподавателя КОПТ "Определенные интегралы и их применение" или контрольная работа - "Определенные интегралы и их применение", контрольные работы «Кратные интегралы», «Криволинейные интегралы».

В 3 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3, №4 в количестве 15 вариантов, контрольные работы - «Ряды», «Теория поля», «Дифференциальные уравнения первого порядка», «Дифференциальные уравнения высших порядков и системы дифференциальных уравнений».

В 4 семестре: типовые расчеты №1 и №2 в количестве 15 вариантгов. Контрольные работы "Случайные величины" и "Математическая статистика", КОПТ по разделу "Случайные события".

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, образцы КОПТ в приложении №5.

Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (зачет), во 2 семестре (экзамен), в 3 семестре (зачет с оценкой), составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ***УМЕТЬ***

1 СЕМЕСТР

Линейная и векторная алгебра

1. Найти: $P=(2A-3B)C$, где

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие: $3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

3. Выполнить действие: $7\cdot\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу $C=A^T-3B,$ где $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

5. Выполнить действие: $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

6. Найти произведение матрицы $A=\begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ на матрицу $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$

7. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

8. Найти произведение матриц AB и BA,если $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$

9. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

10. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$.

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или столбцу: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

17. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$.

18. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$.

19. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

21) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$ 22) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$ 23) $\begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$

24) $\begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$ 25) $\begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases}$ 26) $\begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$

27) $\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$ 28) $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases}$ 29) $\begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$

30) $\begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$

31. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

32. Даны координаты точек $A(1;3;5)$ и $B(2;5;6)$. Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, длину вектора.

33. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c}=\vec{a}-\frac{1}{5}\vec{b}$, если $\vec{a}=(1;2;1)$, $\vec{b}=(5;10;-5)$.

34. Найти угол между векторами $\vec{a}=\{1;2;-2\}$ и $\vec{b}=\{-2;6;3\}$.

35. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

36. Даны точки $A(3;-4;-2)$, $B(2;5;-2)$. Найти проекцию вектора $\overrightarrow{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы $\alpha=60^0$, $\beta=120^0$ соответственно, а с осью Oz – тупой угол γ.

37. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

38. Вычислить $пр_{\vec{a}}\vec{b}$, если $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

39. Даны векторы $\vec{a}=0,5\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{c}=4\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на ось вектора $2\vec{b}-\vec{c}$.

40. При каких значениях α и β векторы $\vec{a}=\alpha\vec{i}+7\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+\beta\vec{j}+2\vec{k}$ коллинеарны?

41. Найти координаты вектора $\vec{a}\times(2\vec{a}+\vec{b})$, если $\vec{a}=(3;-1;-2)$, $\vec{b}=(1;2;-1)$.

42. Найти значение α, при котором векторы $\vec{a}=\{\alpha+1;3-2\alpha;\alpha-1\}$ и $\vec{b}=\{1;4;4\}$ перпендикулярны.

43. Найти абсциссу вектора $\vec{a}$, если известно, что векторы $\vec{a}=(x;3;-1)$, $\vec{b}=(1;-1;3)$, $\vec{c}=(1;9;-11)$ компланарны.

44. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+6\vec{k}$.

Аналитическая геометрия

1. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ и указать координаты нормального вектора.

2. Даны вершины треугольника: $A(4;6)$, $B(-4;0)$, $C(-1;-4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины *A* на сторону *BC*.

3. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2;-8)$, $Q(-1;7)$.
4. Даны вершины треугольника: $A(1;2)$; $B(3;7)$; $C(5;-13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины *C* на сторону *AB*.
5. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x+3y+11=0$, $2x+3y-13=0.$ Вычислить его площадь.
6. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-2}=\frac{y}{0}=\frac{z+1}{3}$, $x+4y+13z-23=0.$
7. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x-2y-2z-3=0$.
8. Составить уравнение плоскости проходящей через ось Oz и точку $A(2;-3;4)$.
9. Найти расстояние от точки $M_0(1,-6,-5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1,2,-3)$, $M_2(4,-1,0)$, $M_3(2,1,-2)$.
10. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x=2t-1; \\ y=t+2; \\ z=1-t. \end{cases}$ с плоскостью $3x-2y+z=0$.
11. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{m}=\frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x-3y+6z+7=0$?
12. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x-2y-2z-3=0$.
13. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;-3;-5)$ перпендикулярно к плоскости $6x-3y-5z+2=0$.
14. При каких значениях A и B плоскости $2x+Ay+3z-5=0$ и $Bx-6y-9z+2=0$ параллельны.
15. При каком значении α и β уравнения $2x+\alpha y+3z-8=0$ и $\beta x-6y-6z+4=0$ будут определять параллельные плоскости.

Пределы функции одной переменной
Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4+x+11}{2x^4+5x^2+1}$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{4x^2+5x+1}$,

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{15x^3+4x^2+1}{x^3+5x^2+10}$,

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$

12) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\left(x^2-4\right)}{x^2-5x+6}$

13) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\left(x+1\right)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-3x+1}{\left(x-1\right)^2}$

18) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim\limits_{x\to-8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

Дифференцирование функций одной переменной

Найти производные функций

1) $y=\left(3^x-\sqrt[3]{x}\right)\left(3arctgx-2\log_3 x\right)+\sqrt{2}$

2) $y=\dfrac{e^x-2}{\arcsin x+2\ln x}+\sin 1$

3) $y=\dfrac{\log_2 x+tg2}{\arccos x-2x^2}-\ln 10$

4) $y=\left(2\cos x-\dfrac{3}{x}\right)\left(arcctgx+4^3\right)$

5) $y=\left(2ctgx-\dfrac{5}{x^3}\right)\left(\cos x-\ln x\right)$

6) $y=\dfrac{2^x-x^2+e^2}{2\log_2 x-3}$

7) $y=\dfrac{5e^x+3x^2}{2\arcsin x+4\sin x}+tg5$

8) $y=\left(3\cos x-4\ln x\right)\left(\dfrac{2}{x^2}+e^3\right)$

9) $y=\left(5ctgx+7^x\right)\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sin x\right)$

10) $y=\left(5\arcsin x+2^x\right)\left(\sqrt[5]{x^3}-3tgx\right)$

11) $y=\dfrac{3\ln x+5\sqrt[3]{x^7}}{2arctgx+4}+\ln 7$

12) $y=\dfrac{3e^x+5}{2tgx+4\sqrt[3]{x^4}}$

13) $y=\left(3e^x-4\cos x\right)\left(\log_3 x+5tgx\right)+\sqrt{7}$

14) $y=\left(3tgx+5\sqrt[5]{x^3}\right)\left(arcctgx-4^x\right)$

15) $y=\left(2arctgx+4^x\right)\left(3\ln x-x^3+1\right)$

16) $y=\left(2ctgx+3\ln x\right)\left(4\arcsin x-\sqrt[4]{x^3}\right)$

17) $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$
2. $y=\left(x+4\sin x\right)^3$
3. $y=arctg\left(\sin 3x+4\right)$
4. $y=\ln\left(3x^2+2tgx\right)+1$
5. $y=5^{\arcsin x-3\sqrt{x}}+2$
6. $y=\arccos\left(5x^2+5\right)$
7. $y=\sin\left(\sqrt[3]{x}+4x\right)-3$

8. $y=\log_5\left(\sin 2x+4\right)+\sqrt{3}$
9. $y=tg\left(\log_2 x+3\right)$
10. $y=3^{\sqrt[4]{x}+2x}$
11. $y=\cos\left(3x-\dfrac{5}{x^2}\right)$
12. $y=\log_3\left(3x-\cos x\right)$
13. $y=\arcsin\left(2x^3+\cos x\right)$
14. $y=ctg\left(\dfrac{6}{x^3}+\ln x\right)$
15. $y=\left(\dfrac{3}{x^3}+4x\right)^3$
16. $y=\arccos\left(\ln x+4tgx\right)$.
17. $y=\arccos\left(\cos 2x-\ln x\right)$.
18. $y=arctg\left(4e^x-5\right)$.

Функции нескольких переменных

1. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=y^2xe^x$.
2. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z=\dfrac{x}{y^2-2x}$.
3. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z=\ln\left(x^2y+xy^2\right)$.
4. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z=e^{x^2+y^2}-x-1$.
5. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=\log_3\left(x^6+y^2\right)+5x^2y^4+1$.
6. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2e^{xy}$.
7. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z=\dfrac{y^2}{x+7y}$.
8. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^3y^4-\sin\left(2x+3y\right)$.
9. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^4y^3+e^{4x-3y}$.

10. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^6 y^2 - \cos(3x - 5y)$.

2 СЕМЕСТР

Найти неопределенный интеграл

1)

2) $\int \frac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x} dx$.

3) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$.

4) $\int \frac{(6x\ \ - 3)^2}{x} dx$.

5) $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx$.

6) $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx$.

7) $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx$.

8) $\int \frac{3xe^x - x\sin x + 5x}{x} dx$.

9) $\int \frac{(2x + 3)^2}{x^5} dx$.

10) $\int \frac{2x + 1}{x - 1} dx$.

11) $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx$.

12) $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx$.

13) $\int \frac{\left(3x + \sqrt[3]{x}\right)}{x^2} dx$.

14) $\int \frac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx$.

15) $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$.

16) $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx$.

17) $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$.

18) $\int \frac{(x + 2)^2}{x^2} dx$.

19) $\int \frac{(x+1)^2}{x^5}dx$.

20) $\int \frac{x^2-6}{x-5}dx$.

21) $\int \frac{4x^3+15x^2e^x+14x^4}{x^2}dx$.

22) $\int \frac{x^2+3}{x^2+1}dx$.

23) $\int (3x-2)\cos 2x\,dx$.

24) $\int (3x-2)e^{2x}dx$.

25) $\int (3+9x)\cos 8x\,dx$.

26) $\int (x^2-3x)\ln x dx$.

27) $\int (5x+23)\cos 8x\,dx$.

28) $\int (10x-4)\sin 5x\,dx$.

29) $\int \left(5x^2-16x^4-2\right)\ln x\,dx$.

30) $\int x^4 \ln x dx$.

31) $\int (2x+1)e^x dx$.

32) $\int (6x+2)\sin 6x\,dx$.

33) $\int (3\cos x+5)\sin x dx$.

34) $\int (3x-1)\sin 3x dx$.

35) $\int (2x+5)3^x dx$.

36) $\int \left(x^2+2x\right)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

11. $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$.

12. $\int\limits_{1}^{2} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$.

13. $\int\limits_{0}^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.

14. $\int\limits_{0}^{1} 6\left(x^2+x^3e^{x^4}\right)dx$.

15. $\int\limits_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$.

16. $\int\limits_{1}^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1}dx$.

17. $\int\limits_{1}^{e} \frac{\sin \ln x}{x}dx$.

18. $\int\limits_{1}^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$.

19. $\int\limits_{0}^{1} \frac{z^3}{z^8+1}dz$.

20. $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$.

21. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}}dx$.

22. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}dx$.

23. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$.

24. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2\left(x^2\right)}dx$.

25. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x}dx$

26. $\int_0^{1/2} arcctg2xdx$.

27. $\int_0^{\pi/2} (x+3)\sin xdx$.

28. $\int_1^e x^3 \ln xdx$.

29. $\int_{-3}^0 (x-2)e^{-x/3}dx$.

30. $\int_{-1}^0 x\ln(1-x)dx$.

31. $\int_1^2 \ln(3x+2)dx$.

32. $\int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x}dx$.

33. $\int_0^1 2x\, arctgxdx$.

34.

35. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2}dx.$

36. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4}dx.$

37. $\int_{-3}^3 x^2\sqrt{9-x^2}dx.$

38. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4}dx.$

39. $\int_0^1 \sqrt{4-x^2}dx.$

40. $\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}}dx.$

41. $\int_0^{\sqrt{7/3}} x^3\sqrt{7+x^2}dx.$

42. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos^2 x}dl$, где $L:\ y=\sin x$, $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$.

43. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{x^3}{y^2}dl$, где $L:\ xy=1,\ 1 \le x \le 2$.

44. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt{1+x^4}dl$, где $L:\ y=\frac{x^3}{3}$, $1 \le x \le 2$.

45. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L y^2 dl$, где $L:\ y=\frac{x}{2},\ 0 \le x \le 2$.

46. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L ydl$, где $L:\ y=x^3,\ 0 \le x \le 1$.

47. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L 2y\,dl$, где L: $\begin{cases} x = \dfrac{t^2}{2} \\ y = t \end{cases}$, $0 \le t \le 1$.

48. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{y}\,dl$, где L: $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

49. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2}\,dl$, где L: $r = 2\cos\phi$, $-\dfrac{\pi}{2} \le \phi \le \dfrac{\pi}{2}$.

50. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2}\,dl$, где L: $r = 2\sin\phi$, $0 \le \phi \le \pi$.

51. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt[4]{x^2 + y^2}\,dl$, где L: $r = 1 - \cos\phi$, $0 \le \phi \le 2\pi$.

3 СЕМЕСТР
РАЗДЕЛ 1 «РЯДЫ»

Исследовать сходимость ряда

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{2n-1}{3n+1} \right)^{2n}$.
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$.
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n^2}$.
4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{3n-2}{4n+1} \right)^{n}$.
5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{7n-2}{6n+5} \right)^{2n}$.
6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{n+1}{n^2+2}$.
7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n \cdot n}{2^n \cdot (3n+2)}$.
8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{n^2}{n^3+1}$.
9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n}{n^2+1}$.
10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{3}{2n!}$.
11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{2n+1}{5n+1} \right)^{n}$.
12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n+1}{2^n (n-1)!}$.
13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}$.
14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{3^n} \left(\dfrac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$.
15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n)!}{n^n}$.
16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{n+1}{n} \right)^{n^2} \dfrac{1}{2^n}$.
17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \dfrac{1}{3\sqrt{n}-1}$.
18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)}$.
19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n \ln^2 n}$.
20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \dfrac{n-1}{n^2+1}$

Найти область сходимости ряда

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n^2}$.
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$.
4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^{n+2}}x^n$.
5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{n(n+3)}$.
6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+5)^n}{5^{2n}}$.
7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$.
8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{4^n(n^2+1)}$.
9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+2}}$.
10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}\frac{(x-3)^n}{3^n}$.
11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{3^{n+2}}$.
12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-3)^n}{n^2+1}$.
13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n!x^n$.
14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x-1)^n}{4n-3}$.
15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2x+1)^n}{3n-2}$.
16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}$.
17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{(x+5)^n}{n\cdot 5^n}$.
18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{7n-11}$
19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{(2n-1)^{2n}}$
20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(x+5)^n}{n^2\cdot 4^n}$

Раздел «Теория поля»

1. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x-z)\bar{i}-y\bar{j}+(y+z)\bar{k}$.
2. Найти производную скалярного поля $u=x^2\cos y+x^3y+5xz-5xz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
3. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2y+xz^3+5yz^2+x$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.
4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(2x^2-z)\bar{i}-xy\bar{j}+(y^2+z)\bar{k}$.
5. Проверить является ли векторное поле $\bar{a}(M)=(-2x-3yz)\bar{i}+(-2y-3xz)\bar{j}+(-2z-3xy)\bar{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.
6. Найти производную скалярного поля $u=(x^2+4x^3)\cos y+5xz$ в точке $M_0(0;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;0;1)$.

7. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = xy^2\overline{i} - y^3z\,\overline{j} + (2y+z)\overline{k}$
8. Найти градиент скалярного поля $u = xyz^2 + 4xz + xy - z^2 + 2$ в точке $M_0(4;-2;0)$ и его модуль.
9. Найти градиент скалярного поля $u = 2x^2y^4 + xz^3 + 5z^2 + xyz$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.
10. Найти градиент скалярного поля $u = 4x^3z + 5x^2y - yz^2 + 6x + 5$ в точке $M_0(-1;-2;3)$ и его модуль.
11. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (2x^2y - z)\overline{i} - xy\,\overline{j} + (y+2z)\overline{k}$.
12. Найти производную скалярного поля $u = x\cos y + x^2y + 5xz - 5xyz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
13. Найти производную скалярного поля $u = xe^y + ye^x - z^2$ в точке $M_0(3;0;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(4;1;3)$.
14. Найти градиент скалярного поля $u = \ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ в точке $M_0(0;1;2)$ и его модуль.
15. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = (2x-z)\vec{i} + (y-x)\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x+y+z=2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
16. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = (x+2z)\vec{i} + (y-3z)\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $3x+y+z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
17. Вычислить ротор и дивергенцию векторного поля $\vec{a}(M) = 3(x-z)\vec{i} + (x^2-y^2)\vec{j} + 3z\vec{k}$.
18. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M) = (3x-yz)\vec{i} + (3y-xz)\vec{j} + (3z-xy)\vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.
19. Найти производную скалярного поля $u = \ln(3-x^2) + xy^2z$ в точке $M_0(1;3;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(0;5;0)$.
20. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x-y-z)\vec{j} + (3y+z)\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x+2y+2z=2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

Разделы «Дифференциальные уравнения первого порядка» и «Дифференциальные уравнения высших порядков»

1. Определить тип дифференциального уравнения $(1-x^2)y' + xy - 3 = 0$
2. Определить тип дифференциального уравнения $y'(x^2-4) = 5$
3. Определить тип дифференциального уравнения $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} - \left(\dfrac{x}{y}\right)^2$
4. Определить тип дифференциального уравнения $(x+y-1)dx + (x+e^y)dy = 0$
5. Определить тип дифференциального уравнения $x(y'-y) = e^x$
6. Определить тип дифференциального уравнения $xy' - 3y + x^4y^2 = 0$

7. Определить тип дифференциального уравнения $y' - 2\sqrt{y}\ln x = 0$
8. Определить тип дифференциального уравнения $3y' - 2y = \dfrac{x^3}{y^2}$
9. Определить тип дифференциального уравнения $y' = \dfrac{y}{x}\ln\dfrac{y}{x}$
10. Определить тип дифференциального уравнения $\left(x^2 + 2xy + 1\right)dx + \left(x^2 + y^2 - 1\right)dy = 0$
11. Найти общее решение дифференциального уравнения $\dfrac{dx}{3y^2+1} + \dfrac{dy}{2x-1} = 0$
12. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \left(y^2+1\right)e^x$
13. Найти общее решение дифференциального уравнения $y^2dx + \dfrac{dy}{4x^3-1} = 0$
14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{\sin x}{2-3y^2}$
15. Найти общее решение дифференциального уравнения $xydx - \dfrac{1+y}{3x+2}dy = 0$
16. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{e^x+1}{tgy}$
17. Найти общее решение дифференциального уравнения $\dfrac{2x-1}{y^2}dx + (4y-3)xdy = 0$
18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{2\cos^2 y}{x^2-1}$
19. Найти общее решение дифференциального уравнения $\dfrac{x}{3y+2}dx - \dfrac{y}{6x}dy = 0$
20. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{1}{\left(e^y+1\right)\sqrt{1-x^2}}$
21. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \dfrac{y}{x} = \cos^2\left(\dfrac{y}{x}\right)$
22. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \dfrac{y}{x} = \left(\dfrac{y}{x}\right)^2$
23. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \dfrac{1}{ctg\left(\dfrac{y}{x}\right)} + \dfrac{y}{x}$
24. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = 2e^{-\frac{y}{x}} + \dfrac{y}{x}$
25. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(2xy^2+1\right)dx + \left(2x^2y-3\right)dy = 0$
26. Найти общее решение дифференциального уравнения $\left(12x^3y-4\right)dx + \left(3x^4+10y\right)dy = 0$

27. Найти общее решение дифференциального уравнения $(5-4xy^2)dx+(e^y-4x^2y)dy=0$
28. Найти общее решение дифференциального уравнения $(4x^3y^2+2x)dx+(2x^4y-2y)dy=0$
29. Найти общее решение дифференциального уравнения $(e^y-4x^3)dx+(xe^y+3y^2)dy=0$
30. Найти общее решение дифференциального уравнения $(6xy^2-4)dx+(6x^2y+8y^3)dy=0$
31. Общее решение однородного уравнения $y''+6y'+9y=0$ имеет вид
32. Общее решение однородного уравнения $y''+3y'-4y=0$ имеет вид
33. Общее решение однородного уравнения $y''-8y'+16y=0$ имеет вид
34. Общее решение однородного уравнения $y''-10y'+25y=0$ имеет вид
35. Общее решение однородного уравнения $y''-3y'+2y=0$ имеет вид
36. Общее решение однородного уравнения $y''+2y'+y=0$ имеет вид
37. Общее решение однородного уравнения $y''+4y'+5y=0$ имеет вид
38. Общее решение однородного уравнения $y''-6y'+13y=0$ имеет вид
39. Общее решение однородного уравнения $y''-4y'-5y=0$ имеет вид
40. Общее решение однородного уравнения $y''-2y'+10y=0$ имеет вид

4 СЕМЕСТР

1. Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.
2. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.
3. В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
4. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8 , а разность – 4?
5. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти (под фигурой понимают даму, валета, короля).
6. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимается наудачу одна пуговица. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?
8. Найти вероятность того, что подброшенная кость упадет, показав на верхней грани четное или кратное трем число очков.
9. Вероятность попадания стрелком в мишень, равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.
10. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
11. Вероятность правильного оформления счета на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?
12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.

13. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
14. В урне находятся 15 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают наугад один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.
15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элемента K_1 или одновременного выхода двух элементов K_2 и K_3, которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
16. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что получится слово «число».
17. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6; 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?
18. В первом ящике 20 деталей из них 16 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.
19. В тире 5 ружей. Вероятности попадания из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.
20. Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил первый оператор?
21. В каждом из восьми независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наивероятнейшее число наступлений события A в каждом испытании.
22. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.
23. Если 30% студентов имеют слабое зрение, то какова вероятность того, что 5 из 10 студентов имеют слабое зрение?
24. Вероятность того, что Вы выиграете в шахматы, равна 0,33. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии из 6.
25. Какова вероятность выиграть у равносильного противника в бильярд не менее 4 партий из 5?
26. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найти наивероятнейшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.
27. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?
28. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?
29. На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.
30. Завод отправил на базу 5 000 изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути равна 0, 0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут ровно 3 негодных изделия.
31. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят 150 студентов.

32. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят не менее 100 студентов.

33. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить, закон распределения случайной величины *X* – числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.

34. Дискретная случайная величина может принимать только два значения x_1 и x_2, причем $x_1 > x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1 = 0{,}3)$, $M(X) = 3{,}7$ и $D(X) = 0{,}21$. Найти закон распределения этой величины.

35. Случайная величина *X* задана законом распределения

X	2	3	?	11
P	0,1	?	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание *X* равно 5,7. Найти а) Найти $P(X = 3)$, б) значение *X*, которое она принимает с вероятностью 0,3.

36. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X + 3Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

37. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = X + 6Y$, если известны: $M(X) = 4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.

38. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

39. В итоге четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти выборочную среднюю результатов и дисперсию ошибок прибора.

40. Найти: а) значение p_3, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

41. Найти: а) значение p_2, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

42. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти параметр *a*.

43. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \dfrac{C}{x^7}, & x \ge 1. \end{cases}$$

Найти параметр *C*. Вычислить $M(X)$.

44. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases} a\cos x, & -\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2}, \\ 0, & |x|>\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить $M(X)$.

45. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0, \\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3, \\ 0, & x>3. \end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить вероятность события $1<X<2$.

46. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Вычислить $M(X)$ и $D(X)$. Найти вероятность события $1<X<2$.

47. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le -3, \\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3, \\ 0, & x\ge 3. \end{cases}$$

Найти вероятность события $X>1$.

48. Сообщение содержит 1000 символов. Вероятность искажения одного символа равна 0,004. Найти среднее число искаженных символов.

49. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения ровно 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут

50. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины X – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

51. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что рост наудачу выбранного мужчины будет от 170 до 180 см.

52. При весе некоторого изделия в 10 кг найдено, что отклонение по абсолютной величине превосходящее 50 г. встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считается, что вес изделий распределен нормально, найти его $\sigma(X)$.

53. Среднее значение скорости ветра у поверхности земли в некоторой местности равно 16 км/час. Оценить вероятность того, что при однократном наблюдении скорость ветра не превысит 80 км/час.

54. Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Оценить вероятность того что из 200 студентов, сидящих в аудитории окажется не менее 19% носящих очки.

55. Электростанция обслуживает сеть с 18 000 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимний вечер равна 0,9. Какова вероятность того, что число ламп, включенных в сеть отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200?

56. За пять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.
57. За пять месяцев работы малое предприятие «Интеграл» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и исправленную дисперсию, моду и медиану.
58. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.
59. Следующие данные показывают годовой прирост на 15 различных акций: 12.2, 13, 14.8, 11, 16.7, 9, 8.3, -1.2, 3.9, 15.5, 16.2, 18, 11.6, 10, 9.5. Найдите выборочную среднюю и медиану.
60. Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины X на основании данного распределения выборки:

x_i	1	5	6	8
n_i	6	4	7	3

61. Изучалась качество продукции. Были получены данные.

Оценка качество продукции, балл	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
Число случаев	3	8	36	89	45

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.
62. В таблицу приведены данные.

x_i	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
n_i	15	25	30	20	10

Определить исправленную выборочную дисперсию.
63. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки

варианта	65	70	75	80	85	90	95
частота	3	5	15	25	20	7	5

64. По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.
65. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если: $\sigma=4$, $\bar{x}_в=10{,}2$, $n=16$.
66. По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.
67. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт):

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Построить уравнение линейной регрессии.

68. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней X и подушек $У$:

X	10	20	25	28	30
$У$	5	8	7	12	14

Найти выборочное уравнение линейной регрессии $У$ на X.

69. Рассчитать коэффициент корреляции между количеством пропущенных студентом пар *X* и его успеваемостью *Y*, оцениваемой по 100 бальной шкале, пользуясь данными таблицы.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

70. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Предполагая, что зависимость линейная, рассчитать выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о степени и направлении тесноты связи.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ***<u>ВЛАДЕТЬ</u>***

1 СЕМЕСТР

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений

1. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$

5. $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$

6. $\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$

7. $\begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$

8. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$

11. Вычислить работу силы $\overline{F} = 2\bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$ при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(-2;1-3)$ в положение $B(3;-2;1)$.

12. Найти длину вектора $\bar{a} = 2\bar{x} - 3\bar{y}$, если $\left|\bar{x}\right| = 2$ $\left|\bar{y}\right| = 1$ $\angle\left(\bar{x}, \bar{y}\right) = 60^0$.

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a} = \bar{i} - 2\bar{j} + 5\bar{k}$ и $\bar{b} = 5\bar{j} - 7\bar{k}$.

14. Даны вершины треугольника $A(2;0)$, $B(-4;3)$, $C(1;5)$. Найти внутренний угол треугольника при вершине A.

15. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;4)$ параллельно прямой $2x + 3y - 7 = 0$.

16. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + 2y + 4 = 0$ и $3x - y - 9 = 0$ перпендикулярно прямой $x + y - 7 = 0$.

17. Стальной трос подвешен за два конца; точки крепления расположены на одинаковой высоте; расстояние между ними равно 20 м. Величина его прогиба на расстоянии 2 м от точки крепления, считая по горизонтали, равна 14,4 см. Определить величину прогиба этого троса в середине между точками крепления, приближенно считая, что трос имеет форму дуги параболы.

18. Установить, какая линия определяется уравнением $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

19. Какую линию определяет уравнение $4x^2+9y^2-8x-36y+4=0$ и построить данную кривую.

20. Какую линию определяет уравнение $y=-1+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-4x+5}$ и построить данную кривую.

21. Какую линию определяет уравнение $x=-\sqrt{y^2-4y}$ и построить данную кривую.

22. Установить, какая линия определяется уравнением $y=-7+\frac{2}{5}\sqrt{16+6x-x^2}$.

23. Установить, какая линия определяется уравнением $4x^2-3y^2-24x+6y-3=0$ и построить ее.

24. Определить тип кривой $5x^2+4y^2+20x-16y-44=0$ и построить ее.

25. Определить тип кривой $5x^2+4y^2+20x-16y-44=0$ и построить её.

26. Установить, какая линия определяется уравнением $y=1-\sqrt{4x+8}$. Построить ее.

27. Установить, какая линия определяется уравнением $y=7-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-6x+13}$. Построить ее.

28. Установить, какая линия определяется уравнением $9x^2+4y^2+54x-8y+49=0$. Построить ее.

29. Установить, какая линия определяется уравнением $x^2-2x+y^2+4y+9=0$. Построить ее.

30. Установить, какая линия определяется уравнением $x=9-2\sqrt{y^2+4y+8}$. Построить ее.

31. Установить, какая линия определяется уравнением $x=5-\frac{3}{4}\sqrt{y^2+4y-12}$. Построить ее.

В заданиях 32– 37 определить типы поверхностей и построить их.

32. $x^2+4x+y^2+3z^2-6z-2=0$;

33. $y^2=-4(z+1)$;

34. $\frac{x^2}{9}-\frac{(y-1)^2}{4}=1$;

35. $3x^2-12x+6y^2+12y+5z^2-20z+8=0$;

36. $\frac{x^2}{4}+\frac{(z+1)^2}{9}=1$;

37. $-\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$.

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+5}\right)^{3x-4}$
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-x}{x^2+1}\right)^{x-3}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x}{tg^3 x}$
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin\left(6x^2\right)}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg12x}{\ln\left(1+6x\right)}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\left(2x\right)}{e^{10x}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+x^2\right)}{\sin^2\left(10x\right)}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+x\right)}{\arcsin\left(6x\right)}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^x-1}{arctg^2\left(5x\right)}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x}{e^{2x^2}-1}$
12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+14x\right)}{\arcsin 7x}$
13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x^2}-1}{\sin\left(4x^2\right)}$
15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 5x}{e^{3x^2}-1}$
16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2\left(3x\right)}{e^{6x^2}-1}$
17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+3x^3\right)}{arctg^3 x}$
18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin\left(4x\right)}{\ln\left(1+3x\right)}$

Найти производные функций

1. $y=\left(\cos x\right)^{5e^x}$
2. $y=\left(x^3+4\right)^{tgx}$
3. $y=\left(tgx\right)^{4x}$
4. $y=x^{arctgx}$
5. $y=\left(\sin x\right)^{3x}$
6. $y=x^{\arcsin x}$
7. $y=\left(\sin x\right)^{x+1}$
8. $y=\left(x^3-1\right)^{x}$
9. $y=x^{\arcsin x}$
10. $y=\left(\sin x\right)^{x}$

Найти производную y'_x функции

1) $\begin{cases} x=t+\sin t \\ y=2-\cos t \end{cases}$

2) $\begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x=4t^2+5 \\ y=3t^4+11 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x=\cos t+t\sin t \\ y=\sin t-t\cos t \end{cases}$

5) $\begin{cases} x=\ln(5+t) \\ y=arctgt \end{cases}$

6) $\begin{cases} x=e^t \\ y=\left(t^2-t\right)\cdot e^t \end{cases}$

7) $\begin{cases} x=\ln\left(t+1\right) \\ y=t^2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x=2t^2+1 \\ y=3t^2-5t \end{cases}$

9) $\begin{cases} x=t^2+3t \\ y=t^3-27t \end{cases}$

10) $\begin{cases} x=\ln\left(t^2+1\right) \\ y=t^3+1 \end{cases}$

Найти производную y' от неявной функции

1. $e^x+e^y-2^{xy}-1=0$
2. $x^3+\ln y-x^2e^y=0$

3. $x^2+yx+e^y=0$
4. $x^3y+x^2y^2+xy^3=0$
5. $2x^2+y^2-4x+10y+5=0$
6. $e^x-e^y=y-x$
7. $5x^2+3xy-2y^2+3=0$
8. $2x^2+3^y+x\ln y=0$
9. $x^2y^3+x-\sin y=0$
10. $3y^2+\sin y-x2^y=0$

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

1) $y=x^3-9x^2+15x-3$
2) $y=2x^2-8x+2$
3) $y=4x^3+4x^2+x-16$
4) $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+3x$
5) $y=3x-x^3$
6) $y=2x^3-12x^2+18x$
7) $y=x^3-5x^2+3x-5$
8) $y=x^4-2x^2-5$
9) $y=2x^3+3x^2-12x+1$
10) $y=x^3-3x^2-9x+7$
11) $y=x^3-3x^2$
12) $y=x^4-2x^2+5$
13) $y=2x^3-3x^2$
14) $y=2x^3+3x^2-1$
15) $y=2x^3-6x^2-18x+7.$
16) $y=3x^4-6x^2+5$

Функции нескольких переменных:

1. Исследовать на экстремум функцию: $z=(x-1)^2-2y^2$
2. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^2+xy+y^2+x-y-1$
3. Исследовать на экстремум функцию: $z=3x^2-x^3+3y^2+4y$
4. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^2+xy+y^2-3x-6y$
5. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^2-xy+y^2-2x+y$
6. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^2-xy+y^2+9x-6y+20$
7. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^2+(y-1)^2$
8. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^2+y^2-2x-2y+8$
9. Исследовать на экстремум функцию: $z=3x+6y-x^2-xy-y^2$
10. Исследовать на экстремум функцию: $z=x^2-xy+y^2+9x-6y+10$

2 СЕМЕСТР

Найти неопределенный интеграл

1. $\int x^2\cdot\sqrt[3]{2+3x^3}\,dx$

2. $\int \frac{x}{\cos^2 x^2} dx$
3. $\int \frac{e^x}{e^x - 3} dx$
4. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$
5. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$
6. $\int e^x \sqrt{e^x + 3} dx$
7. $\int (\sin x + 5)^2 \cos x dx$
8. $\int \sqrt[6]{x^4 - 11} \cdot x^3 dx$
9. $\int e^{x^6} \cdot x^5 dx$
10. $\int \frac{ctg^3 x}{\sin^2 x} dx$
11. $\int (e^x + 5)^4 e^x dx$
12. $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{2 + 3x^5} dx$
13. $\int \frac{(arctgx)^2}{1+x^2} dx$
14. $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$
15. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6} dx$
16. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x - 3}}$
17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x + 4}}$
18. $\int \frac{1}{\sqrt{3x} + 1} dx$
19. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x - 1}}$
20. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x - 3}}$
21. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{3x - 4}}$
22. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{4x + 5}}$
23. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{x - 1}}$

Определенный интеграл:

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=3x$, $x^2=3y$.

12. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-4$, $y=x+8$.

13. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy=2$, $x+2y-5=0$.

14. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $4y=x^2$, $x=\pm 2$.

15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=4-x^2$.

16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x=(t-\sin t) \\ y=(1-\cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x=3(t-\sin t) \\ y=3(1-\cos t) \end{cases}$.

17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=7\cos t \\ y=5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x=2\cos t \\ y=3\sin t \end{cases}$.

18. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r^2=4\cos 2\phi, r=\sqrt{2}\left(r\geq\sqrt{2}\right)$

19. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r=2\cos\phi, r=3\cos\phi.$

20. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r=3\sin\phi, r=5\sin\phi.$

21. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r=3(1+\cos\phi), r=3{,}5(r\geq 3{,}5).$

22. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y=x^2, y=2.$ Ось вращения Oy.

23. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y=x^3, y=x.$ Ось вращения Ox.

24. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y=x^3, y=x^2.$. В вариантах 1-13 ось вращения Ox, в вариантах 14-25 ось вращения Oy.

25. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y=x^2, y=x.$ Ось вращения Oy.

26. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y=\ln\cos x+2, 0\leq x\leq \pi/6$

27. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ y=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases}$ $0\leq t\leq 2\pi.$

28. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\rho=6\sin\phi,\quad 0\leq\phi\leq\pi/3.$

Двойные интегралы:

29. Вычислить интеграл $\iint_D 2xdxdy$, где область D ограничена линиями: $y-x=5$, $x=0$, $y=0$.

30. Вычислить интеграл $\iint_D xydxdy$, где область D ограничена линиями: $x=4$, $y=0$, $y=\sqrt{x}$.

31. Вычислить интеграл $\iint\limits_D y^2 dxdy$, где область D ограничена линиями: $y - x = 4$, $x = 0$, $y = 0$.

32. Вычислить интеграл $\iint\limits_D x^2 dxdy$, где область D ограничена линиями: $x + y = 2$, $x = 0$, $y = 0$.

33. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x + y) dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = 4$.

34. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x - y) dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^3$, $x = 1$, $y = 0$.

35. Вычислить интеграл $\iint\limits_D ydxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = x$.

36. Вычислить интеграл $\iint\limits_D xdxdy$, где область D ограничена линиями: $x = y^2$, $y = 4$.

37. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x + y) dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $x = 2$, $y = 0$.

38. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x - y) dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$.

3 СЕМЕСТР

Разложить в ряд Фурье функцию

1. $y = 2x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
2. $y = x$ в интервале $(-3, 3)$.
3. $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \le x \le 0 \\ 2, & 0 < x \le 2 \end{cases}$.
4. $y = 2x$ в интервале $(-4, 4)$
5. $f(x) = \begin{cases} 0, & -1 \le x \le 0 \\ x, & 0 < x \le 1 \end{cases}$.
6. $y = 3x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
7. $y = x$ в интервале $(-2, 2)$.
8. $y = x$ в интервале $(-3, 3)$.
9. $y = 10x$ в интервале $(-5, 5)$.
10. $y = |x| + x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
11. $y = |x|$ в интервале $(-4, 4)$.
12. $y = 5x$ в интервале $(-3, 3)$.

Разложить в ряд Фурье по синусам функцию

1. $y = x+1$ в интервале $x \in (0, \pi)$.
2. $y = x-2$ в интервале $x \in (0, 3)$.
3. $y = 2x$ в интервале $(0, \pi)$.
4. $y = 2x-3$ в интервале $(-2, 2)$.
5. $y = x^2$ в интервале $(0, \pi)$.

Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию

1. $y = x+1$ в интервале $x \in (0, \pi)$.
2. $y = x-2$ в интервале $x \in (0, 3)$.
3. $y = x-1$ в интервале $(0, \pi)$.
4. $y = 2x-1$ в интервале $(0, \pi)$.

Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

1. $\overline{a}(M) = x\overline{i} + (y-2z)\overline{j} + (2x-y+2z)\overline{k}$; р: $x+2y+z=2$.
2. $\overline{a}(M) = (x+y)\overline{i} + (y+2z)\overline{j} + z\overline{k}$; р: $2x+y+z=4$
3. $\overline{a}(M) = 5x\overline{i} + (y+z)\overline{j} + (2x+z)\overline{k}$; р: $x+y+z=2$
4. $\overline{a}(M) = (y+2z)\overline{i} + 2z\overline{j} + (x-y)\overline{k}$; р: $x+3y+z=3$
5. $\overline{a}(M) = z\overline{i} + (x-z)\overline{j} + (2y+z)\overline{k}$; р: $x+y+z=2$
6. $\overline{a}(M) = (y-2x)\overline{i} + (y-z)\overline{j} + x\overline{k}$; р: $x+y+3z=3$
7. $\overline{a}(M) = 3x\overline{i} + (x-z)\overline{j} + (2x-y)\overline{k}$; р: $x+4y+z=4$.
8. $\overline{a}(M) = (2x+z)\overline{i} + z\overline{j} - y\overline{k}$; р: $3x+y+3z=3$.
9. $\overline{a}(M) = 3x\overline{i} + (x-z)\overline{j} + (2x-y)\overline{k}$; р: $x+4y+z=4$.
10. $\overline{a}(M) = (y+2z)\overline{i} + 2z\overline{j} + (x-y)\overline{k}$; р: $x+3y+z=3$.
11. $\overline{a}(M) = 2x\overline{i} + (y+z)\overline{j} + (2x-y+2z)\overline{k}$; р: $2x+2y+z=2$.
12. $\overline{a}(M) = (x+2y)\overline{i} + (y-2z)\overline{j} - z\overline{k}$; р: $2x+y+z=2$.
13. $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x-y-z)\vec{j} + (3y+2z)\vec{k}$; р: $2x+y+z=4$.
14. $\vec{a}(M) = (2x-z)\vec{i} + (y-x)\vec{j} + z\vec{k}$; р: $x+y+z=2$.
15. $\vec{a}(M) = (x+2z)\vec{i} + (y-3z)\vec{j} + z\vec{k}$; р: $x+2y+2z=6$.
16. $\vec{a}(M) = (x+z)\vec{i} + 2y\vec{j} + (x+y-z)\vec{k}$; р: $x+2y+z=2$.
17. $\vec{a}(M) = (2z-x)\vec{i} + (x+2y)\vec{j} + z\vec{k}$; р: $x+4y+2z=8$.
18. $\vec{a}(M) = (3x-y)\vec{i} + (2y+z)\vec{j} + (2z-x)\vec{k}$; р: $2x+y+z=6$.
19. $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x-y-z)\vec{j} + (3y+z)\vec{k}$; р: $x+2y+2z=2$
20. $\vec{a}(M) = (2y+z)\vec{i} + (x-y)\vec{j} - 2z\vec{k}$; р: $x+y+z=2$.

Дифференциальные уравнения

1. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 2xy = 2xe^{x^2}$, если $y(0) = 2$
2. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + \frac{y}{x} = 4x^2$, если $y(1) = 0$
3. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 3x^2 y = 2(x+1)e^{x^3}$, если $y(0) = 5$
4. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + 4xy = 4x^3 e^{-2x^2}$, если $y(0) = -3$
5. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{3y}{x} = 2x^4 - 3x^5$, если $y(1) = 2$
6. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + \frac{4y}{x} = \frac{3}{x^2}$, если $y(2) = 0$
7. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 6x^2 y = 9x^2 e^{2x^3}$, если $y(0) = 2$
8. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' + 8x^3 y = (2x+1)e^{-2x^4}$, если $y(0) = -3$
9. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{5y}{x} = 3x^7$, если $y(1) = 1$
10. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{x} = 2x^2 - x$, если $y(2) = 4$
11. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^x(-3\sin x + 4\cos x)$ имеет вид
12. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$ имеет вид
13. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}\sin 5x$ имеет вид
14. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$ имеет вид
15. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = -17\sin 2x$ имеет вид
16. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos x$ имеет вид
17. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^x(3\sin x + 5\cos x)$ имеет вид
18. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 6e^x(\sin x + \cos x)$ имеет вид
19. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}\sin 4x$ имеет вид
20. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos 5x$ имеет вид
21. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$ ищется в виде:
22. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$ ищется в виде

23. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^{x}$ ищется в виде
24. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$ ищется в виде
25. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^{x}$ ищется в виде
26. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 6y'' + 9y' = 4xe^{x}$ ищется в виде
27. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$ ищется в виде
28. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^{x}$ ищется в виде
29. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^{x}$ ищется в виде
30. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$ ищется в виде
31. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y \end{cases}$
32. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$
33. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$
34. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$
35. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$
36. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = x + y \end{cases}$
37. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$
38. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$
39. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y \end{cases}$
40. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y \end{cases}$

4 СЕМЕСТР

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не менее 3 попаданий при четырех выстрелах.

2. По данным переписи населения (1891 г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья (AB) составили 5 % обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ($A\overline{B}$) – 7,9 %, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ($\overline{A}B$) – 8,9 %, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ($\overline{A}\overline{B}$) – 78,2 %. Найти связь между цветом глаз отца и сына.
3. Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появилось «три единицы»?
4. Какова должна быть вероятность изготовления изделия, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 изготовленных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.
5. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9948 будет заключено число попаданий в цель.
6. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9948 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле по модулю будет меньше величины 0,05.
7. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклоняется от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.
8. В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынуто бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.
9. Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных.
10. На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.
11. Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).
12. Случайная величина задана законом распределения $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X>1$.
13. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если } x<-1,\\ a+b\arcsin x, & \text{если } -1\le x\le 1,\\ 1, & \text{если } x>1.\end{cases}$$

Найти параметры a и b. Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считая, что время разговора является случайной величиной, распределенной по показательному закону найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут,

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, среднеквадратической ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали из пяти будут годными.

17. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{\sqrt{8\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}$.Найти дисперсию случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\sim N(a,\sigma)$.

19. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}$. Найти *M(Y)* случайной величины $Y=3X-1$, зная, что $Y\sim N(a,\sigma)$.

20. На автомате изготовляются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a=2$ мм и $\sigma^2=0{,}01$ мм². Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95?

21. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=10$:

Варианта x_i	-2	1	2	3	4	5
Частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Среднее время сборки изделия составляло 90 минут. Инженер изобрел новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий новым способом составила 79; 74; 112; 95; 83; 96; 77; 84; 70; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения.

25. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений.

26. Случайная величина X (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ. Приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

27. Случайная величина X (время безотказной работы элемента) распределена по показательному закону. Приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 1000 элементов:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	150	100	70	45	25

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ $(x \geq 0)$. Произведена выборка

x_i	3	5	6	8	10
n_i	2	3	5	10	10

Найти статистическую оценку параметра λ методом моментов.

29. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7

30. При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

31. Установить, пользуясь критерием Пирсона, при $\alpha = 0,05$ случайно или значимо расхождение между эмпирическими n_i, и теоретическими частотами n'_i, которые вычислены из предположения, что совокупность распределена нормально.

n_i	5	7	15	14	21	16	9	7	6
n_i'	6	6	14	15	22	15	8	8	6

32. В таблице представлены данные о средних размерах пенсий в Кыргызстане за 2011-2015гг.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Выплаты, сом	3853	4274	4508	4710	4896

Необходимо сделать прогноз о среднем размере пенсии на 2018г.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №3

Вариант 1

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-3n+1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n-3}\right)^{3n}$
3. $\lim\limits_{x\to1}\left(x-\sqrt{x^2+8}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^2-2x-1}{2x^2+3x-5}$
5. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^3(2x)}{x^2\cdot arctg(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2-2n+8}{5n^2+3n-9}$

II Исследовать функцию на непрерывность $y=e^{\frac{1}{x+3}}$

Вариант 2

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+5n-4}-n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2}{n+5}\right)^{5n}$
3. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-2x+6}{2^x-2}$
4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2x^3+3x^2}{\sqrt{x^2+16}-4}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin^2(4x)}{x\cdot tg(2x)}$
7. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-2x-8}{e^{x-4}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{5^{6x}-1}{\ln(1+8x)}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+2n^2+8}{5n^2+3n^3+19}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^2-4}{x-2}$

Вариант 3

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2+5n+1}-2n\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+5}{3n-2}\right)^{n+5}$
3. $\lim\limits_{x\to-2}\left[\ln(x+3)-x^2+5\right]$
4. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-7x+12}{2x^2-12x+18}$
5. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2-4x}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\cdot tg(5x)}{\arcsin^3(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-5}{\sin(x-4)}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-7x)}{e^{5x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n^4+8}{5n^2-3n^3-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=2-\dfrac{1}{x}$

Вариант 4

I.Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4+3n^3-2n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n+6}{5n+5}\right)^{2n-1}$

3. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{2x^2-9}-2x\right)$ 4. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x^2-x-6}$

5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3-\sqrt{x^2+8}}{2x-2}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3^{2x-4}-1}{x^2-4}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{4x}-1}{\ln(1-2x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^5-2n^4+1}{n^2-3n^5-8}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ \sin x, & 0<x\le\pi,\\ x-2, & x>\pi\end{cases}$

Вариант 5

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n-\sqrt{4n^2-5n+5}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+3}\right)^{5-n}$

3. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-4x+2}{3x^2+5x-6}$ 4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}$

5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-6}{5-\sqrt{x+23}}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(2x)}{tg^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(2x-6)}{4-\sqrt{x+13}}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{7^{3x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^3+2n^2+8n}{5n^2-3n^3-9}$

II. . Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{3}{1+2^{1/x}}$

Вариант 6

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2-2n+4}-3n\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n-3}{10n+4}\right)^{5n-2}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{5x+1}{5x-7}\right)^{x^2}$

4. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{5x^2+2x-3}{4x^2-x-5}$

5. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\cdot\sin^2(4x)}{arctg^4(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{e^{3x-3}-1}$

8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{8^{4x}-1}{\ln(1+9x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n^3+8}{3n^2+3n^4-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{2}{x^2-4}$

Вариант 7

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2n^2-\sqrt{4n^4+2n-1}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+3}{n+7}\right)^{3n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{3^{x-3}-1}{2^{x-2}-1}$

4. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2x^3-3x^2-2x}{x^2-5x+6}$

5. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{3x-9}{1-\sqrt{4x-11}}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{arctg^3(4x)}{x\cdot tg^2(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{3-\sqrt{2x+3}}{\sin(3x-9)}$

8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+5x)}{e^{-6x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^5+2n+8}{6n^3+3n^5-9n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=9^{\frac{1}{x+3}}$

Вариант 8

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-4n+10}-n\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n-1}{4n+5}\right)^{6-2n}$

3. $\lim\limits_{x\to-3}\left(\sqrt{x^2+16}-x+1\right)$

4. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^2+x-15}{x^2-9}$

5. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{15-5x}{3-\sqrt{4x-3}}$

6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2(6x)}{arctg^2(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7^{3x+3}-1}{6x^2+7x+1}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-3x}-1}{\ln(1+5x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+2n^2+6n+2}{5n^2-3n^3-9n+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases} x+4, & x<-1, \\ x^2+2, & -1\le x<1, \\ 2x, & x\ge 1 \end{cases}$

Вариант 9

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{16n^2-2n+7}-4n\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{6n-4}{6n+5}\right)^{-2n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{\ln(2x+9)}{x^2-1}$

4. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-8x+16}{2x^2-5x-12}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^3-x^2}{\sqrt{x^2+1}-1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(5x)}{1-\cos(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-8x-4}{arctg(8-4x)}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+7x)}{8^{4x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4-5n^2+6n^3+2}{3n^2+n^3-9n+1}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{1}{1+5^{\frac{1}{x}}}$

Вариант 10

I Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^2-\sqrt{n^4-3n^2+11}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{7n+2}{7n-4}\right)^{3n+2}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x+3}{x+4}\right)^{x-5}$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{7x^2-5x-2}{-x^2+3x-2}$

5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{x+24}-5}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^3(2x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{e^{x^2-1}-1}{\sqrt{2x+7}-3}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{7x}-1}{\ln(1+10x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^6+2n^2+2}{n^6-3n^3-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность

$$y=\frac{2}{1+4^{\frac{1}{x-1}}}$$

Вариант 11

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3n-\sqrt{9n^2-2n+5}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{8n-3}{8n+1}\right)^{5-4n}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3^x-1}{2x^2-4x+3}$

4. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{2x^2-5x-25}{x^2-25}$

5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4-\sqrt{6x-2}}{9-3x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3\cdot\arcsin^2(3x)}{tg^5(3x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sin(4x-4)}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-9x}-1}{\ln(1-6x)}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6n^3+9n+2}{3n^3+9n^2+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}-(x+1), & x\le -1,\\ (x+1)^2, & -1<x\le 0,\\ x, & x>0\end{cases}$

Вариант 12

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+5n^2+4}-n^2\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{9n+2}{9n-5}\right)^{3n+4}$

3. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2x+5}{\ln(x+3)}$

4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2-x-6}{3x^3+4x^2+x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^3+3x^2}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^3(5x)}{arctg^3(4x)}$

7. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{5^{x^2-4}-1}{2x^2+3x-2}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-12x)}{e^{4x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n^2+6n}{9n^2+3n^3-9n+4}$

II. . Исследовать функцию на непрерывность $y=\begin{cases}2x^2, & x\le 0,\\ 3, & 0<x\le 1,\\ x+2, & x>1\end{cases}$

Вариант 13

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(5n-\sqrt{25n^2+4n+4}\right)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n+51}{10n-64}\right)^{20n+4}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-3x+4}{2x^2-6x+1}$

4. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{2x^2+12x+18}$

5. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{3x+10}-1}{2x+6}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(6x)}{x\cdot arctg(2x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sin(3x-6)}{2-\sqrt{x+2}}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x)}{2^{-10x}-1}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n^2+6}{4n^3+4n+5}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=8^{\frac{1}{5-x}}$

Вариант 14

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+2n^2-6}-n^2\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{11n-2}{11n+3}\right)^{4-5n}$
3. $\lim\limits_{x\to1}\left[\ln\left(x^2+3\right)-\ln\left(3x^2+1\right)\right]$
4. $\lim\limits_{x\to6}\dfrac{x^2-36}{2x^2-11x-6}$
5. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x+6}{7-\sqrt{19-10x}}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin^4(2x)}{tg^4(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{2x^2-7x-15}{e^{x^2-25}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{4^{-8x}-1}{\ln(1-16x)}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^6-2n^4+6n^2}{9n^6-3n^5-n}$

II. Исследовать функцию на непрерывность

$$y=\begin{cases}x^2, & x\le 0,\\ x, & 0<x\le 1,\\ 1, & x>1\end{cases}$$

Вариант 15

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4-3n+2}-n^2\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-4}{2n+5}\right)^{5n^2}$
3. $\lim\limits_{x\to-2}\left(\sqrt{x^2+12}-\sqrt{3x^2-3}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{-4x^2+3x+27}{2x^2-5x-3}$
5. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{2x+13}-3}{3x+6}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot arctg^2(7x)}{\arcsin^3(2x)}$
7. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{3-\sqrt{4x+21}}{tg(5x+15)}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{20x}-1}{\ln(1+5x)}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^4+2n^3+n}{7n^5+3n^2+4}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^2}{x-2}$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №4

Вариант 1

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{x^2-\pi^2}{\sin(3x)}$. 2. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\ln\left(x^2-15\right)}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2x^5-\dfrac{4}{x^3}+3\sqrt{x}$ 2. $y=\dfrac{2\arcsin x+3^x}{4\ln x-2x^2}$

3. $y=\ln\sin(2x+5)$ 4. $y=x^{\ln x}$

5. $y=\left(e^x-3\cos x\right)\left(5-4\log_2 x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(1+2t), \\ y=t^2-2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^3+4}{x^2}.$$

5. Найти производную от неявной функции $\ln(x+y)-arctgx=0$.

Вариант 2

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to2\pi}\dfrac{tg(2x)}{\sin x}$. 2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3^{x-1}-1}{\ln(2x-1)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\sqrt[5]{x^2}-4x^3+\dfrac{2}{x^4}$ 2. $y=\dfrac{4\arccos x-e^x}{3\log_2 x+5x^3}$

3. $y=\dfrac{1}{2}\sin^4(\cos x)$ 4. $y=x^{\arcsin x}$

5. $y=\left(2^x+4\sin x\right)\left(3\ln x-2\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg2t, \\ y=t^2+2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.

5. Найти производную от неявной функции $\cos(xy)=\dfrac{y}{x}$.

Вариант 3

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin(\pi x)}{x^2-1}$. 2. $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{e^{x+3}-1}{\ln(2x+9)-\ln3}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=3x^4+\sqrt[3]{x^5}-\dfrac{4}{x^2}$ 2. $y=\dfrac{2\ln x-8x^4}{4^x-2arcctgx}$

3. $y=\arccos(ctg4x)$ 4. $y=x^{\sqrt{x+1}}$

5. $y=\left(5tgx-e^{x}\right)\left(4\log_7 x+3\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(1-4t\right), \\ y=2t^2+4t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{2}{x^2+2x}$.

5. Найти производную y' от неявной функции $arctg(x+y)=x$.

Вариант 4

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{tg\left(\pi x\right)}{\sin\left(3\pi x\right)}$.

2. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\ln\left(x^2-3\right)}{4^{x+2}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=7\sqrt{x}-\dfrac{2}{x^5}-3x^3$

2. $y=\dfrac{e^x+6\arcsin x}{5x^2-2\log_4 x}$

3. $y=arctge^{2x}$

4. $y=(tgx)^{x^3}$

5. $y=\left(8ctgx+3^x\right)\left(2\ln x-5\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg3t, \\ y=3t^2-12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{4x^2}{3+x^2}$.

5. . Найти производную y' от неявной функции

$$y\sin x+\cos(x-y)=0.$$

Вариант 5

1 Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{x^2-4\pi^2}{tg\left(x\right)}$.

2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(9-4x\right)}{e^{3x-6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=7x+\dfrac{5}{x^2}-\sqrt[7]{x^4}$

2. $y=\dfrac{7^x-3\arccos x}{4x^3+3\ln x}$

3. $y=\ln\left(\arcsin 3x\right)$

4. $y=\left(\sin x\right)^{\cos x}$

5. $y=\left(e^x-4tgx\right)\left(3+7\log_3 x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(1+6t\right), \\ y=3t^2-12t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{12x}{9+x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$y\sin x+\cos y=0.$$

Вариант 6

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\sin(3x+\pi/4)}{\pi/4-x}$. 2. $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{5^{2x-3}-5^5}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=5x^2-\sqrt[3]{x^4}+\dfrac{4}{x^3}$ 2. $y=\dfrac{7x^2+4\log_3 x}{2e^x-5arcctgx}$

3. $y=e^{tg(3x-2)}$ 4. $y=(\arcsin x)^{x^2+1}$

5. $y=\left(5^x+2\cos x\right)\left(10-3\ln x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg4t, \\ y=t^4+4t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^2-3x+3}{x-1}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$arcctg(x+y)-x-2y=0.$$

Вариант 7

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x}{\sin(2\pi x)}$. 2. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{3^{5x+10}-1}{\ln(4x+9)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=3x^5-\sqrt{x^3}+\dfrac{10}{x^5}$ 2. $y=\dfrac{3arctgx-5^x}{4\ln x-5x^6}$

3. $y=\ln\left(e^{2x}+3\right)$ 4. $y=(\sin x)^{\sqrt{x}}$

5. $y=\left(e^x+6ctgx\right)\left(9+7\log_6 x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(1-5t), \\ y=t^5-10t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{4-x^3}{x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{x+y}=\sin xy.$$

Вариант 8

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 2}(2-x)tg\dfrac{\pi x}{4}$. 2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3^{x-4}-1}{\ln\left(33-2x^2\right)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\sqrt[3]{x^7}-4x^6+\dfrac{4}{x^5}$ 2. $y=\dfrac{2\arccos x+e^x}{3\log_2 x-7x^3}$

3. $y=3^{-\arcsin(6x)}$ 4. $y=\left(x^3-1\right)^x$

5. $y=\left(7^x-4\sin x\right)\left(4+3\ln x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg5t, \\ y=5t^2-20t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^2-4x+1}{x-4}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$arcctg\left(2x-3y\right)=5^y.$$

Вариант 9

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{tg\left(2\pi x\right)}{2x^2-6x}$. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(4x-6\right)-\ln 2}{2^{3x-6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=8x^2+\sqrt[3]{x^4}-\dfrac{2}{x^3}$ 2. $y=\dfrac{5\ln x+3x^4}{6\arcsin x-2^x}$

3. $y=\left(1+\sin 2x\right)^{10}$ 4. $y=\left(x^4+5\right)^{ctgx}$

5. $y=\left(4\log_5 x-e^x\right)\left(6-5tgx\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(2+3t\right), \\ y=t^6-3t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции: $y=\dfrac{2x^3+1}{x^2}$.

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\cos(x-y)-2x+4y=0.$$

Вариант 10

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\cos(x/2)}{\pi-x}$. 2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\ln(2x^2-1)}{3^{x-1}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=4x^6-\sqrt[3]{x^7}-\dfrac{7}{x^4}$ 2. $y=\dfrac{5\arccos x-e^x}{4\log_5 x-6x^3}$

3. $y=2^{\arcsin 5x}$ 4. $y=(\ln x)^x$

5. $y=\left(10\ln x+6^x\right)\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg6t, \\ y=3t^4+2t^3. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{(x-1)^2}{x^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{xy}=\ln x+arcctgy.$$

Вариант 11

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to3\pi}\dfrac{x^2-9\pi^2}{\sin(x/3)}$. 2. $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{e^{x-3}-e^2}{4^{10-2x}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2\sqrt{x^3}+3x^2-\dfrac{2}{x^5}$ 2. $y=\dfrac{6^x-3arctgx}{5x^2-9\ln x}$

3. $y=(1+\cos 3x)^6$ 4. $y=(\arccos x)^{x^2}$

5. $y=\left(e^x-7\log_3 x\right)\left(\sqrt{2}-3tgx\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(5-4t), \\ y=t^8+2t^4. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^2}{(x-1)^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$\cos y=\sin x+2y.$$

Вариант 12

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\pi/8}\frac{\pi/4-2x}{\sin\left(2x+3\pi/4\right)}$. 2. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\ln\left(3x-14\right)}{4^{2x-10}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=4x^3-\sqrt[5]{x^2}+\frac{6}{x^2}$ 2. $y=\frac{8x^4-7\log_8 x}{e^x+2\arcsin x}$

3. $y=\ln tg\left(4x-1\right)$ 4. $y=(\sin x)^{x^3}$

5. $y=\left(4^x+6\ln x\right)\left(8+3\cos x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arctg\,7t, \\ y=7t^4-21t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{12-3x^2}{x^2+12}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$xy+\ln y-2\ln x=0.$$

Вариант 13

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 3}(2x-6)\,tg\,\frac{\pi x}{6}$. 2. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{7^{2x-3}-7^3}{e^{6-2x}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=5x^3-\frac{8}{x^2}+4\sqrt{x}$ 2. $y=\frac{9^x-3\arccos x}{5x^3+8\ln x}$

3. $y=\sin\left(e^{4x+3}\right)$ 4. $y=\left(x^2+2\right)^{3x}$

5. $y=\left(e^x-5\log_8 x\right)\left(6ctgx-1\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln\left(8-7t\right), \\ y=t^7-7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{-8x}{x^2+4}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$tgy = xy^2 + e^x.$$

Вариант 14

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 2\pi}\dfrac{1+\cos(x/2)}{(x-2\pi)^2}$. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(13-3x^2)}{3^{x-2}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{9}{x^3}+\sqrt[3]{x^4}+5x^4$ 2. $y=\dfrac{5\arccos x-e^x}{2\log_4 x-6x^2}$

3. $y=\arcsin(\ln(2x))$ 4. $y=x^{arctgx}$

5. $y=(2^x+3\ln x)(4\cos x+11)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arcctg7t, \\ y = t^7 - 7t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{3x^4+1}{x^3}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$x\ln y = 3x^3 + y^2.$$

Вариант 15

1. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{tg\pi x}{\sin(x-2)}$. 2. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{e^{3x+12}-1}{\ln(3x+13)}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{4}{x^5}+\sqrt[5]{x^2}-7x^3$ 2. $y=\dfrac{4\ln x-3x^6}{7arcctgx+8^x}$

3. $y=\ln(1+arctg2x)$ 4. $y=(\cos x)^{tgx}$

5. $y=(e^x-5\log_4 x)(9\sin x-12)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(4+3t), \\ y = 6t^3 - 15t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{4x}{(x+1)^2}.$$

5. Найти производную y' от неявной функции

$$e^{xy}-(x+3y)=0.$$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №5

Вариант №1

1. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.

2. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int x^3 e^{x^4}dx$

4. $\int (3x-2)\cos 2x\,dx$

5. $\int \frac{x^3-8x-14}{(x+2)(x-4)}dx$

6. $\int \frac{3x^2-x^5e^x-14}{x^5}dx$

7. $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x}dx$.

8. $\int \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}-1}dx$

9. $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$

Вариант №2

1. $\int \sin^3 x\cos x dx$.

2. $\int \frac{1}{\sqrt{x}-1}dx$

3. $\int 3x\sqrt{5-x^3}dx$

4. $\int (5-4x)\sin 3x\,dx$

5. $\int \frac{5x^2+11x+2}{x(x+1)^2}dx$

6. $\int \frac{(x+1)^2}{x^5}dx$

7. $\int x\sqrt{15-x^2}dx$.

8. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3+4x}}$

9. $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$

10. $\int \sqrt{256-x^2}dx.$

Вариант №3

1. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x}dx$.

2. $\int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}dx$

3. $\int \frac{(arcctgx)^4}{1+x^2}dx$

4. $\int (2x+1)e^{5x}dx$

5. $\int \frac{x^3+2x^2-18x+17}{(x-3)(x+5)}dx$

6. $\int \frac{x^2-x^5\sin x+2x}{x^5}dx$

7. $\int \frac{x^2}{x^6+4}dx$.

8. $\int \frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}}dx$

9. $\int \frac{dx}{1+\cos x+\sin x}$

10. $\int x^2\sqrt{1-x^2}dx.$

Вариант №4

1. $\int \frac{x^2}{x^3+8}dx$.

2. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}}dx$

3. $\int e^{\cos x}\sin x dx$

4. $\int (4-5x)3^x dx$

5. $\int \frac{x^3+9x^2+11x-20}{x^2(x+5)}dx$

6. $\int (x-1)(x^2+x+1)dx$

7. $\int e^{2\sin x}\cos x dx$.

8. $\int \frac{1}{1-\sqrt{x}}dx$

9. $\int \frac{dx}{2+4\cos^2 x+3\sin^2 x}$

10. $\int \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}$.

Вариант №5

1. $\int e^{\sin x}\cos x dx$.

2. $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}}dx$

3. $\int \frac{\sqrt[4]{\ln x}}{x}dx$

4. $\int (x^3-4x+1)\ln x dx$

5. $\int \frac{3x^2-5x+8}{(x-1)(x^2+1)}dx$

6. $\int \frac{(x^2+3)^2}{x^5}dx$

7. $\int \frac{x^2}{x^3+3}dx$.

8. $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x-1}}dx$

9. $\int \frac{dx}{\cos^3 x\sin^5 x}$

10. $\int \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}$.

Вариант №6

1. $\int \frac{(arctgx)^3}{1+x^2}dx$.

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}$

3. $\int \frac{(2x-2)}{\sqrt{x^2-2x+1}}dx$

4. $\int 4x\, arctgx\, dx$

5. $\int \frac{-3x^2+4x-4}{(x+4)(x^2+1)}dx$

6. $\int \frac{(2x\ \ +3)^2}{x}dx$

7. $\int \frac{(6x-2)}{\sqrt{3x^2-2x+1}}dx$.

8. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}dx$

9. $\int \frac{dx}{2+\sin x}$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$.

Вариант №7

1. $\int \frac{(10x-4)}{\sqrt{5x^2-2x+1}}dx$.
2. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx$
3. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}dx$
4. $\int \left(5x^2-16x^4-2\right)\ln x\,dx$
5. $\int \frac{5x^2-29}{(x+2)(x-1)(x+3)}dx$
6. $\int \frac{e^x x^5-4x^5\sin x+2x^4}{x^5}dx$
7. $\int e^{-x^4}\cdot 4x^3dx$.
8. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-2}}$
9. $\int \frac{dx}{5+5\cos x+\sin x}$
10. $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}dx.$

Вариант №8

1. $\int e^{-x^4}\cdot x^3dx$.
2. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{3x-2}}$
3. … $\int \cos^3 x\sin x dx$ ………
4. ….. $\int 6x\arcsin x\,dx$
5. $\int \frac{x^3+x^2+3x+7}{(x-1)(x+2)}dx$
6. $\int \frac{12x^3-x^2\sin x+2x}{x^2}dx$
7. $\int \frac{\sin x}{\cos^4 x}dx$.
8. $\int x\sqrt{3+x}dx$
9. $\int \frac{dx}{2+4\cos x+3\sin x}$
10. $\int \frac{x^4dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$.

Вариант №9

1. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x}dx$.
2. $\int x\sqrt{1+x}dx$
3. $\int \frac{x}{\left(3+x^3\right)^2}dx$
4. $\int (3-5x)\cos 3x\,dx$
5. $\int \frac{2x^2-5x+2}{(x-3)(x+2)}dx$
6. $\int \frac{(4x+3)^2}{x^3}dx$
7. $\int \frac{x}{\left(3+x^2\right)^5}dx$.
8. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$
9. $\int \frac{dx}{1+3\cos x+2\sin x}$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$.

Вариант №10

1. $\int \frac{x}{\left(2+x^2\right)^2}dx$.

2. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

3. $\int 3^{-x^4}\cdot x^3dx$

4. $\int (6x+2)\sin 6x\,dx$

5. $\int \frac{-x^2+6x-3}{(x+3)\left(x^2+1\right)}dx$

6. $\int \left(\frac{x+3}{x^3}\right)^2 dx$

7. $\int \frac{\cos\frac{1}{x}}{x^2}dx$.

8. $\int \frac{\sqrt[3]{(x+2)^2}}{\sqrt[3]{(x+2)^2}+3}dx$

9. $\int \frac{dx}{\cos x\sin^3 x}$

10. $\int \frac{x^2dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

Вариант №11

1. $\int \frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}dx$.

2. $\int \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2}+3}dx$

2. $\int 5^{-x^3}\cdot x^2dx$

4. $\int (3-2x)e^{2x}dx$

5. $\int \frac{4x^2-9x-4}{(x-2)(x+1)}dx$

6. $\int \frac{4x^3-5x^2e^x+2x^4}{x^2}dx$

7. $\int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln x}}dx$.

8. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x+5}}$

9. $\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x+2\sin^2 x}$

10. $\int \sqrt{4-x^2}dx$.

Вариант №12

1. $\int \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}dx$.

2. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x+5}}$

3. $\int \frac{\cos\frac{1}{x}}{x^2}dx$

4. $\int \left(x^5-4x^3+3\right)\ln x\,dx$

5. $\int \frac{3x^3+12x-4}{x\left(x^2+4\right)}dx$

6. $\int \frac{(x+1)^2}{x^2+1}dx$

7. $\int \left(e^x+5\right)^5 e^x dx$.

8. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x-1}}$

9. $\int \frac{dx}{1+4\sin^2 x}$

10. $\int x^2\sqrt{16-x^2}dx$.

Вариант №13

1. $\int\left(e^x+4\right)^3 e^x dx$.
2. $\int\frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$
3. $\int\frac{1}{x\sqrt{\ln^3 x}}dx$
4. $\int\left(3x+18\right)2^x dx$
5. $\int\frac{-13x-32}{(x+2)(x-1)(x+4)}dx$
6. $\int\frac{(x+1)^3}{x^2}dx$
7. $\int\frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$.
8. $\int\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}dx$
9. $\int\frac{dx}{5+5\cos^2 x+\sin^2 x}$
10. $\int\frac{x^2dx}{\sqrt{25-x^2}}dx.$

Вариант №14

1. $\int\frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$.
2. $\int\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}dx$
3. $\int\frac{\arccos x}{\sqrt{1-x^2}}dx$
4. $\int\left(7x-3\right)5^x dx$
5. $\int\frac{2x^2+3x-19}{(x-3)(x+5)}dx$
6. $\int\frac{x^3+5x^2e^x+x}{x^2}dx$
7. $\int\frac{\left(\arcsin x\right)^4}{\sqrt{1-x^2}}dx$.
8. $\int\frac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt[4]{2x+1}}dx$
9. $\int\frac{dx}{2+\cos^2 x}$
10. $\int x^2\sqrt{25-x^2}dx.$

Вариант №15

1. $\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.
2. $\int\frac{1}{\sqrt{2x-1}-\sqrt[4]{2x-1}}dx$
3. $\int\frac{x^2}{x^6+4}dx$
4. $\int 3x\arccos x\,dx$
5. $\int\frac{-6x^2-11x+8}{x(x+2)(x-1)}dx$
6. $\int(x-2)(x^2+2x+4)dx$
7. $\int\cos^8 x\sin x dx$.
8. $\int\frac{1}{6+\sqrt{x}}dx$
9. $\int\frac{dx}{2-\cos x}$
10. $\int\sqrt{16-x^2}dx.$

2 СЕМЕСТР

Типовой расчет № 1

по разделу «Определенный интеграл и его применение»

Вариант №1

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^2 x\sqrt{5-x^2}dx$; б) $\int\limits_1^9 \frac{dx}{5+2\sqrt{x}}$; в) $\int\limits_0^{\pi/3} x\cos x dx$; г) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+2\cos x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}, \begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 4\cos\varphi,\ r = 2 \quad (r \ge 2)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \le x \le 3$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 6\cos^3 t, \\ y = 6\sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $\rho = 6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \le \varphi \le \pi/2.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3\sin x, \quad y = \sin x, \quad 0 \le x \le \pi.$

Вариант №2

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^{\pi/2} \sin^3 x\cos x dx$; б) $\int\limits_1^{16} \frac{dx}{x+\sqrt[4]{x}}$; в) $\int\limits_0^{\ln 5} xe^{-x}dx$; г) $\int\limits_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = -\frac{x}{2} - \frac{5}{2}$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}, \begin{cases} x = 3\cos^3 t \\ y = 5\sin^3 t \end{cases}$

4.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах $r = \cos 2\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = 1 - \ln\cos x, \quad 0 \le x \le \pi/6$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 3(\cos t + t\sin t), \\ y = 3(\sin t - t\cos t), \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 1 - \sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = xe^x, \quad y = 0, \quad x = 1$.

Вариант №3

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^e \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x}dx$; б) $\int\limits_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx$; в) $\int\limits_0^1 \ln(1+2x)dx$; г) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\cos x+\sin x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ y = 1 + \frac{8}{9}x^2$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}, \begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = 3\sin^3 t \end{cases}$.

4.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r^2 = 4\cos 2\varphi,\ r = 2$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = 2 - e^x, \quad \ln\sqrt{3} \le x \le \ln\sqrt{8}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 3{,}5(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 3{,}5(2\sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi/2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 5e^{5\varphi/12},\ 0 \le \varphi \le \pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2, \quad y^2 - x = 0.$

Вариант №4

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^{\pi/2} e^{\sin x}\cos x dx$; б) $\int\limits_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{2x+1}}dx$; в) $\int\limits_0^1 \ln(x+1)dx$; г) $\int\limits_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$, $y = 0$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 4\sin 3\varphi$, $r = 2 \quad (r \geq 2)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, \quad 0 \leq x \leq \frac{7}{9}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 4(1 - \sin\varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/6$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2 - x^2$, $y = x$, $x = 0$.

Вариант №5

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1 \frac{x^2}{x^3+8}dx$; б) $\int\limits_0^2 \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)^3}}dx$; в) $\int\limits_0^{\pi/3} x\cos 3x dx$; г) $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\cos^3 x \sin^5 x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $y = 1 - x^2$ $x = 0$, $x = 1$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}, \begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$.

4.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 1 + \cos\varphi$, $r = \cos\varphi$.

5.Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = 1 - \arccos x + \sqrt{1 - x^2}$, $\quad 0 \le x \le \dfrac{9}{16}$.

6.Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ x = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases} \quad \pi/2 \le t \le \pi.$$

7.Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 2(1 - \cos\varphi)$, $\pi/3 \le \varphi \le \pi$.

8.Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x - x^2$, $\quad y = -x + 2$, $\quad x = 0$.

Вариант №6

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\displaystyle\int_0^1 \frac{(arctgx)^3}{1 + x^2}dx$; б) $\displaystyle\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}dx$; в) $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin x dx$; г) $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4}dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ $y = 0$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 4\sin t \end{cases}, \begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 4\sin^3 t \end{cases}$.

4.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах $r = \sin 3\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = e^x + e$, $\quad \ln\sqrt{3} \le x \le \ln\sqrt{15}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t, \\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t, \end{cases} \quad 0\le t\le 2\pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r=3e^{3\varphi/4}$, $-\pi/2\le\varphi\le\pi/2.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^3,\quad y=\sqrt{x}.$

Вариант №7

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1 \frac{(10x-2)}{\sqrt{5x^2-2x+1}}dx$; б) $\int\limits_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5+4x}}$; в) $\int\limits_0^1 (x-1)e^{-x}dx$; г) $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{5+5\cos x+\sin x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{1}{1+x^2}$, $y=\frac{x^2}{2}$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=2\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}$, $\begin{cases} x=2\cos^3 t \\ y=2\sin^3 t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r=6\sin 3\varphi$, $r=3\ \ (r\ge 3)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\ln x,\quad \sqrt{3}\le x\le\sqrt{15}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=6(\cos t+t\sin t), \\ y=6(\sin t-t\cos t), \end{cases} \quad 0\le t\le \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r=2\cos\varphi,\ 0\le\varphi\le\pi/6.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^2,\quad y=1,\quad x=2.$

Вариант №8

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^2 e^{-x^4}\cdot x^3dx$; б) $\int\limits_9^{25}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}dx$; в) $\int\limits_0^{2\pi}x\cos x dx$; г) $\int\limits_0^1\sqrt{4-x^2}dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2,\ y=-x$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases}x=3(t-\sin t)\\ y=3(1-\cos t)\end{cases}$, $\begin{cases}x=2(t-\sin t)\\ y=2(1-\cos t)\end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией, заданной уравнением в полярных координатах $r=\cos 3\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=1-\ln\sin x,\quad \pi/3\le x\le \pi/2$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases}x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t,\\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t,\end{cases}\quad 0\le t\le \pi/2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r=5(1-\cos\varphi)$, $0\le\varphi\le 2\pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y=e^x,\quad y=0,\quad x=0,\quad x=1$.

Вариант №9

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1\frac{x}{(2+x^2)^2}dx$; б) $\int\limits_0^3 x\sqrt{1+x}dx$; в) $\int\limits_0^2 xe^{-\frac{x}{2}}dx$; г) $\int\limits_0^{\pi/2}\frac{dx}{1+3\cos x+2\sin x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=2(x-1)$, $x=3$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases}x=5\cos t\\ y=5\sin t\end{cases}$, $\begin{cases}x=5\cos t\\ y=3\sin t\end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r=6\cos 3\varphi$, $r=3$, $(r\ge 3)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\arcsin x-\sqrt{1-x^2}, \quad 0\le x\le \frac{15}{16}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=5(t-\sin t), \\ y=5(1-\cos t), \end{cases} \quad 0\le t\le \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r=5e^{5\varphi/12}$, $-\pi/2\le\varphi\le\pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^3+2, \quad x=1, \quad y=1.$

Вариант №10

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{\sin x}{\cos^3 x}dx$; б) $\int\limits_1^3\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$; в) $\int\limits_0^1\ln(x+2)dx$; г) $\int\limits_0^5 x^2\sqrt{25-x^2}dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sin x$, $y=\cos x$, $x=0$ ($x\ge 0$).

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=5\cos t \\ y=3\sin t \end{cases}, \begin{cases} x=4\cos^3 t \\ y=3\sin^3 t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r=2(1+\cos\varphi)$, $r=2$ $(r\ge 2)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=1-\ln(x^2-1), \quad 3\le x\le 4$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями $\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=8\sin^3 t, \end{cases} \quad 0\le t\le\pi/6.$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r=8(1-\cos\varphi)$, $\pi/3\le\varphi\le\pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y=5\cos x, \quad y=\cos x, \quad x=0, \quad x\ge 0.$

Вариант №11

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{1/\pi}^{2/\pi} \frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}dx$; б) $\int\limits_{-2}^{0} \frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}}dx$; в) $\int\limits_{1}^{e} x\ln x dx$; г) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{1+3\cos^2 x+2\sin^2 x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy=4,\ y=x,\ x=4$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}$, $\begin{cases} x=4\cos^3 t \\ y=4\sin^3 t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r=\cos\varphi, r=2\cos\varphi.$

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2},\quad 1\le x\le 2$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ y=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases} \quad 0\le t\le 3\pi/2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r=\sqrt{2}e^{\varphi}$, $0\le\varphi\le\pi/3.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y=-x^2+9,\quad y=0.$

Вариант №12

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_{1}^{e^3} \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}dx$; б) $\int\limits_{2}^{10} \frac{x^2dx}{\sqrt{x-1}}$; в) $\int\limits_{0}^{1} xe^{-x}dx$; г) $\int\limits_{0}^{2\sqrt{2}} \sqrt{16-x^2}dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=3\sqrt{x},\ y=\frac{3}{x},\ x=9$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r^2 = 9\sqrt{2}\cos 2\varphi$, $r = 3$ $(r \geq 3)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \ln\sin x, \quad \pi/3 \leq x \leq \pi/2$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 4(\cos t + t\sin t), \\ y = 4(\sin t - t\cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 2e^{4\varphi/3}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sin^2 x, \quad x = \pi/2, \quad y = 0.$

Вариант №13

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_0^1 (e^x + 4)^3 e^x dx$; б) $\int\limits_4^{12} \frac{\sqrt{x-3}+3}{\sqrt{x-3}-3} dx$; в) $\int\limits_0^1 xe^{2x} dx$; г) $\int\limits_0^{\pi/4} \frac{dx}{1+2\sin^2 x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 8x$, $x = 8$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 6\cos t \\ y = 6\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 7\cos t \\ y = 8\sin t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = \sin\varphi$, $r = 2\sin\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = e^x + 6, \quad \ln\sqrt{8} \leq x \leq \ln\sqrt{15}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 4\cos^3 t, \\ y = 4\sin^3 t, \end{cases} \quad \pi/6 \le t \le \pi/4.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 6(1+\sin\varphi)$, $0 \le \varphi \le \pi/2$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x - x^2, \quad y = -x + 2.$

Вариант №14

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int\limits_1^e \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$; б) $\int\limits_{-4/3}^{11/3} \frac{dx}{\sqrt{3x+5} - \sqrt[4]{3x+5}}$; в) $\int\limits_0^1 x \cdot arctgxdx$;

г) $\int\limits_0^{16} \sqrt{256 - x^2}dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x + 4$, $x = 0$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}, \begin{cases} x = 2\cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 2(1+\cos\varphi)$, $r = 2\cos\varphi$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \ln\cos x + 2, \quad 0 \le x \le \pi/6$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 8\cos\varphi$, $0 \le \varphi \le \pi/4.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$.

Вариант №15

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^6+4}dx$; б) $\int_{-4/3}^{1/3} \frac{dx}{6+\sqrt{3x+8}}$; в) $\int_0^{\ln 2} xe^{-x}dx$; г) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1+\sin^2 x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 2x,\ y = x + 2$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 3\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}, \begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 5\sin^3 t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r^2 = 4\sqrt{2}\cos 2\varphi,\ r = 2\ \left(r \ge 2\right)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, \quad 0 \le x \le \frac{7}{9}$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 2(2\cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2\sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $r = 4e^{4\varphi/3},\ 0 \le \varphi \le \pi/3$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций $x = y^2 + 1, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad x = 0,5.$

Типовой расчет № 2
по разделу «Функции нескольких переменных»

ВАРИАНТ № 1

1. Найти частные производные второго порядка: $z = \frac{x^2}{y-2}$.
2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	1,0	1,5	2,0	3,0	3,2
y_i	8,1	9,0	11,2	13,8	14,7

4. Найти указанные производные $z = x^3 + xy^2 - 5xy^3$, $\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ в треугольнике $x = 0, \quad y = 0, \; 2x + 3y - 12 = 0$.

ВАРИАНТ № 2

1. Найти частные производные второго порядка функции $z = xe^{xy}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^3 - y^3.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,3	0,5	0,8	1,1	2,3
y_i	1,4	0,7	-0,9	-2,3	-8,8

4. Найти указанные производные $z = x^y$, $\frac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 + 3y^2 + x - y$$

в треугольнике $x = 1, \quad y = 1, \; x + y = 1$.

ВАРИАНТ № 3

1. Найти частные производные второго порядка функции: $z = x^2 \sin(x + y^2)$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = 6x^2 y + 2y^3 - 24x - 30y.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,5	0,8	1,2	1,3	4,0
y_i	6,3	7,0	9,0	9,3	16,8

4. Найти указанные производные $z = e^x \left(\cos y + x \sin y\right)$, $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^3 - 3xy + y^3$$

в прямоугольнике $0 \le x \le 2$, $0 \le y \le 3$.

ВАРИАНТ № 4

1. Найти частные производные второго порядка функции:

$$z = \ln\left(x^2 + y\right).$$

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	1,2	1,7	3,3	4,1	4,3
y_i	-3,1	-5,6	-17,1	-23,1	-24,8

4. Найти указанные производные $z = y^x$, $\dfrac{\partial^4 z}{\partial x^3 \partial y} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$$

в треугольнике $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 3$.

ВАРИАНТ № 5

1. Найти частные производные второго порядка функции:

$$z = \frac{x + y^2}{2x - y}.$$

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^3 - xy^2 + 3x^2 + y^2 - 1.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,7	0,9	1,3	1,6	2,3
y_i	7,0	8,0	9,0	10,0	12,0

4. Найти указанные производные $z = x^2 + 5xy + 6y^2 x + 2$, $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = xy - 2x - y$$

в прямоугольнике $0 \le x \le 3$, $0 \le y \le 4$.

ВАРИАНТ № 6

1. Найти частные производные второго порядка функции многих переменных:

$$z = xye^{x^2}.$$

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^2 y - \frac{1}{3} y^3 + 2x^2 + 3y^2 - 1.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-3,4	-3,2	-3,1	-2,5	-1,5
y_i	-13,9	-12,9	-12,2	-9,1	-4,2

4. Найти указанные производные $z = \dfrac{x + y^2}{y}$, $\dfrac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 0,5x^2 - xy$ в области $y = 0,5x^2$, $y = 3$.

ВАРИАНТ № 7

1. Найти частные производные второго порядка функции:

$$z = x \cdot tg\sqrt{y}.$$

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^3 + 6xy + 3y^2 - 18x - 18y.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	2,1	2,5	3,0	3,1	3,3
y_i	11,1	12,8	13,9	14,5	15,1

4. Найти указанные производные $z = x^4 + 5x^2 y - 7xy^2 + 8$, $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = 2x - y + x^2 y$$

в квадрате $0 \le x \le 4$, $0 \le y \le 4$.

ВАРИАНТ № 8

1. Найти частные производные второго порядка функции: $z = x^y$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^2 y - y^3 - x^2 - 3y^2 + 3.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	0,7	0,9	1,2	1,3	1,7
y_i	1,7	1,1	0,8	0,1	-0,5

4. Найти указанные производные $z=\dfrac{xy}{x^2+3y}$, $\dfrac{\partial^4 z}{\partial x^3\partial y}=?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z=x^2+2xy-4x+8y$$

в прямоугольнике $x=0$, $y=0$, $x=1$, $y=2$.

ВАРИАНТ № 9

1. Найти частные производные второго порядка функции: $z=\dfrac{2x^2+y}{3y+x}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z=3x^2-6xy-y^3-12x+12y.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-1,1	-0,5	0,2	0,4	0,7
y_i	2,1	3,4	5,1	6,3	6,9

4. Найти указанные производные $z=x^3+4x^2y-2xy^2-15xy+1$, $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2\partial y}=?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z=x^2+y^2-xy+x+y$$

в треугольнике $x=0$, $y=0$, $x+y=-3$.

ВАРИАНТ № 10

1. Найти частные производные второго порядка функции многих переменных:

$$z=ye^{x^2}.$$

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z=2x^3-xy^2+5x^2+y^2.$$

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-1,2	-0,7	0,3	1,5	1,7
y_i	5,7	5,1	0,1	0,2	-0,7

4. Найти указанные производные $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 - y + 1$, $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = ?$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 2$$

в прямоугольнике $x = 0$, $x = 2$, $y = 1$, $y = -1$.

ВАРИАНТ № 11

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \dfrac{2y^2 - 2x}{3y + x}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^2 y - 2y^3 - x^2 - 5y^2$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	2,1	3,0	3,2	3,9	4,1
y_i	3,4	8,1	9,2	12,6	13,3

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ от функции $z = e^{x^2} + 4x - 5xy^3$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2$ в треугольнике $x = 1$, $y = 0$, $4x - 3y = 6$.

ВАРИАНТ № 12

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \dfrac{2x^2 + y}{3y + x}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + y^2 + 6xy + 12x$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	1,7	1,9	2,3	2,5	3,5
y_i	0,1	-0,6	-2,0	-2,7	-5,3

4. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = \ln x - x^2 + y^2 + 4x^3 y^2$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$ в треугольнике $x = 0$, $y = 0$, $x + y = -5$.

ВАРИАНТ № 13

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = x^y$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 8x^3 - y^3 - 12xy - 1$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-0,1	0,2	0,5	0,9	1,2
y_i	-7,1	-6,2	-4,3	-2,7	-0,9

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}$ от функции $z = e^{x^2} + 5\cos y - 4x^2 y^4$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2$ в прямоугольнике $x = -1$, $x = 1$, $y = -3$, $y = 4$.

ВАРИАНТ № 14

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = x \cdot tg\sqrt{y}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = 2x^3 + 16y^3 - 12x^2 y - 9x^2$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	-1,2	-1,1	-0,9	-0,5	0,1
y_i	8,7	8,1	7,8	6,4	4,5

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial y^3}$ от функции $z = y\cos x + x\sin y$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 6xy - x^2 - y^2 + 1$ в области $x^2 = y^2$, $x = 4$.

ВАРИАНТ № 15

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z = xye^{x^2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = -8x^3 + y^3 + 6xy^2 + 9y^2$.

3. Найти параметры линейной зависимости методом наименьших квадратов

x_i	3,2	3,8	4,7	5,1	5,4
y_i	10,5	12,3	14,9	16,4	16,9

4. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = x^6 + y^2 + \log_3 x + 5x^2 y^4 + 1$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$ в области $y = x^2$, $y = 4$.

Типовой расчет №3 по разделу «Кратные интегралы»

Вариант 1

1. Поменять порядок интегрирования $\int_0^2 dy \int_y^{4-y} f(x,y)dx$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 6$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = x$, $x = 6 - y^2$, $y = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = 4y$.

Вариант 2

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_x^{2-x} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 9$, $z = 1$, $z = 2$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $x + y = 2$, $x = y^2$, $y = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = y$.

Вариант 3

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^x f(x,y)dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{2-x} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x = y^2$, $x = 1$, $z = 0$, $z = 2$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y - 2x = 2$, $x + y = 2$, $y = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = y$.

Вариант 4

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^2}^{2-x} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2 - 1$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 2$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $2x + y = 4$, $x - 2y = 2$, $x = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = 4x$.

Вариант 5

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{\sqrt{y}}^{2-y} f(x,y)dx$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x = y^2 - 4$, $x = 0$, $z = 0$, $z = 1$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = x^2 + 2$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = x^2$.

Вариант 6

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{x^2} f(x,y)dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{2-x} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = y^2$, $x = -1$, $x = 2$, $z = 4$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = 3 - x^2$, $x = -1$, $x = 1$, $y = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = 2x^2$.

Вариант 7

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{-2}^{1} dx \int\limits_{x^2}^{2-x} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 2x^2$, $z = 2$, $y = 1$, $y = 2$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = 5 - x^2$, $y = \dfrac{1}{4}x^2$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = 4x^2$.

Вариант 8

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{x^3}^{10-x} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 5 - y^2$, $x = 0$, $x = 2$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $x = y^2 - 4$, $x = -\dfrac{1}{2}y^2 + 2$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = y^2$.

Вариант 9

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{8} dy \int\limits_{\sqrt[3]{y}}^{10-y} f(x,y)dx$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 10 - x^2$, $y = -1$, $y = 1$, $z = 1$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2x + 3$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = x$.

Вариант 10

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{x}^{2x} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x + y + z = 5$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $x = y^2 - 2$, $y = -1$, $y = 1$, $x = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = y^2$.

Вариант 11

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{-2}^{2} dx \int\limits_{x^2}^{4} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x - y + z = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y) = xy$.

Вариант 12

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{\frac{1}{2}x^2}^{2} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y-x+z=5$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $x=y^2$, $x+y=6$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y)=3y^2$.

Вариант 13

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{-2}^{2} dy \int\limits_{y^2-4}^{0} f(x,y)dx$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x-y-z=3$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $x=3-y^2$, $y=1$, $y=-1$, $x=0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y)=2y^2$.

Вариант 14

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{y-2}^{-\sqrt{y}} f(x,y)dx$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x+y=4$, $x=0$, $y=x$, $z=0$, $z=1$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}$, $x+y=2$, $x=0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y)=5x$.

Вариант 15

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x^2}^{x+2} f(x,y)dy$.
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x+y=4$, $y=0$, $y=2x$, $z=0$, $z=2$.
3. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y=4-x^2$, $y=x+2$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y)=x^2$.

Типовой расчет №4 по разделу «Криволинейные интегралы»

Вариант 1

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_{L} \frac{8y}{x} dl$, где L: парабола $y=\frac{1}{2}x^2$ от точки $A(0;0)$ до точки $B(4;8)$.

2. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(2x^2+y\right)dx+\left(5y-3x\right)dy$, где L - парабола $y=x^2$, от точки $\left(0,0\right)$ до точки $\left(3,9\right)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(3x^5-2xy+1\right)dx+\left(5xy-4y^2+5y\right)dy$. Контур $L:\ y=4-x^2,\ y=0$.

Вариант 2

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L xy^2dl$, где L: $\begin{cases} x=R\cos t \\ y=R\sin t \end{cases}$, $0\le t\le \dfrac{\pi}{4}$.

2. Показать, что криволинейный интеграл не зависит от пути интегрирования $\int\limits_L \left(2x-2y-4\right)dx+\left(-2x+10y\right)dy$, и вычислить его от точки $\left(0,1\right)$ до точки $\left(3,0\right)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(xy+2\right)dx+\left(3x+2y^2\right)dy$. Контур $L:\ y=0,\ x=4,\ x=y^2$.

Вариант 3

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2+a^2}\,dl$, где L: $r=a\varphi,\ 0\le\varphi\le 2\pi$.

2. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(4x^2-2y\right)dx+\left(5x+3xy\right)dy$. Контур $L:\ y=0,\ x=4,\ y=x$.

3. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(x^3-y+1\right)dx+\left(2xy-3\right)dy$, где $L:\ x=y^2$, от точки $\left(4,-2\right)$ до точки $\left(4,2\right)$.

Вариант 4

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \cos x\sin x\,dl$, где L: $y=\ln\sin x,\ \dfrac{\pi}{4}\le t\le\dfrac{\pi}{3}$.

2. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(x^3-3y+1\right)dx+\left(x^2-3y+5\right)dy$. Контур $L:\ y=x^2,\ y=9$.

3. Показать, что криволинейный интеграл не зависит от пути интегрирования $\int\limits_L \left(3x^2+6xy^2\right)dx+\left(6x^2y+6y^2\right)dy$, и вычислить его от точки $(0,0)$ до точки $(3,9)$.

Вариант 5

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{1+\cos^4 x}dl$, где L: $y=tgx$, $0\le x\le\frac{\pi}{4}$.

2. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(x^2+5y\right)dx+\left(2x+4y+5\right)dy$, где $L:\ y=x^3$, от точки $(1,1)$ до точки $(2,8)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(2x^3+5xy+y^2\right)dx+\left(x^2+y^2-2y^3\right)dy$. Контур $L:\ y=x^2-9,\ y=0$.

Вариант 6

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \frac{\sin x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}dl$, где L: $y=\cos x$, $0\le x\le\frac{\pi}{2}$.

2. Показать, что криволинейный интеграл не зависит от пути интегрирования $\int\limits_L \left(3x^2+10xy\right)dx+\left(5x^2-8y\right)dy$, и вычислить его от точки $(0,0)$ до точки $(4,8)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(4x+y\right)dx+\left(x^2-2y^3\right)dy$. Контур $L:\ y=x^2,\ y=2-x$.

Вариант 7

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \frac{\cos x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}dl$, где L: $y=\sin x$, $0\le x\le\frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(5xy+3\right)dx+\left(2x^2-4y\right)dy$. Контур $L:\ x=0,\ y=3,\ y=x$.

3. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(x^2 - y + 4\right)dx + \left(2xy - 3\right)dy$, где $L: \begin{cases} x = 2t - 1, \\ y = t^2 + 4, \end{cases}$, $0 \le t \le 1$.

Вариант 8

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{8y}dl$, где L: $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{t^2}{2} \end{cases}$, $0 \le t \le \sqrt{8}$.

2. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(5x^2 + 2y^2 - 4\right)dx + \left(3x^2 - 2y^3 + 1\right)dy$. Контур $L:\ y = x^2,\ y = 0,\ x = -1,\ x = 2$.

3. Показать, что криволинейный интеграл не зависит от пути интегрирования $\int\limits_L \left(3x - 2xy + 5\right)dx + \left(y^2 - x^2\right)dy$, и вычислить его от точки $\left(-1,1\right)$ до точки $\left(0,0\right)$.

Вариант 9

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{y}dl$, где L: $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$, $0 \le t \le 2\pi$.

2. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(x^2 + 2xy\right)dx - \left(3x^2 - y + 1\right)dy$, где $L:\ y = 2 - x^2$, от точки $\left(-1,1\right)$ до точки $\left(1,1\right)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(x^3 - 2xy\right)dx + \left(x - 2y + 6\right)dy$. Контур $L:\ y = 0,\ x = 3,\ y = x^2$.

Вариант 10

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2 + y^2}dl$, где L: $r = 2\cos\varphi,\ -\dfrac{\pi}{2} \le \varphi \le \dfrac{\pi}{2}$.

2. Показать, что криволинейный интеграл не зависит от пути интегрирования $\int\limits_L \left(2x - y^2 - 2\right)dx + \left(-2xy + 3y^2\right)dy$, и вычислить его от точки $\left(0,5\right)$ до точки $\left(6,0\right)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(x^3-3y+1\right)dx+\left(x^2-3y+5\right)dy$. Контур $L:\ y=x^2,\ y=9$.

1.

Вариант 11

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L: $r=2\sin\varphi$, $0\le\varphi\le\pi$.

2. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(2xy+y^2\right)dx+\left(3x^2+2y+1\right)dy$. Контур $L:\ x=0,\ y=4,\ y=x^2$.

3. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(x^3-y+1\right)dx+\left(2xy-3\right)dy$, где $L:\ x=y^2$, от точки $\left(4,-2\right)$ до точки $\left(4,2\right)$.

Вариант 12

1. Вычислить криволинейный интеграл длине дуги L $\int\limits_L \sqrt[4]{x^2+y^2}\,dl$, где L: $r=1-\cos\varphi$, $0\le\varphi\le 2\pi$.

2. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(-2x^2+xy+10\right)dx+\left(2x+3y^2-5\right)dy$. Контур $L:\ y=x^2,\ y=8-x^2$.

3. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(2x^2+y\right)dx+\left(5y-3x\right)dy$, где L - парабола $y=x^2$, от точки $\left(0,0\right)$ до точки $\left(3,9\right)$.

Вариант 13

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L x\,dl$, где L: дуга окружности $r=R$, в I четверти.

2. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(5x+2y^2\right)dx+3xydy$, где $L:\ y=-x^3$, от точки $\left(0,0\right)$ до точки $\left(2,-8\right)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(3x^5-2xy+1\right)dx+\left(5xy-4y^2+5y\right)dy$. Контур $L:\ y=4-x^2,\ y=0$.

Вариант 14

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)dl$, где L:
$\begin{cases} x = a\left(\cos t + t\sin t\right) \\ y = a\left(\sin t - t\cos t\right) \end{cases}$ $0 \le t \le 2\pi$.

2. Показать, что криволинейный интеграл не зависит от пути интегрирования $\int\limits_L \left(2x+2y\right)dx + \left(2x+6y-5\right)dy$, и вычислить его от точки $(1,1)$ до точки $(5,4)$.

3. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(4x^2-2y\right)dx + \left(5x+3xy\right)dy$.
Контур L: $y=0$, $x=4$, $y=x$.

Вариант 15

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \frac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos^2 x}dl$, где L:
$y=\sin x$, $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$.

2. Вычислить непосредственно и по формуле Грина криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint\limits_L \left(x^3-2xy\right)dx + \left(x-2y+6\right)dy$.
Контур L: $y=0$, $x=3$, $y=x^2$.

3. Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(x^2+2y+1\right)dx + \left(3xy-4\right)dy$, где L: $x=y^3$, от точки $(0,0)$ до точки $(1,1)$.

3 СЕМЕСТР
Типовой расчет № 1 по разделу «Ряды»

1. Исследовать сходимость ряда (табл.)

Вариант		**Вариан т**	
1	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n^3-2}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(2n)!}$, г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n^2+2}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n}+\sqrt[4]{n}}$	**2**	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n-1)n(n+1)}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\frac{2n+3}{3n+2}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2+1}$ г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\ln n}{n+1}\right)^{2n}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[5]{n^2}}$

3	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)^n$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$ г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{3^n(n+2)}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-3)^n}{1+3^{2n}}$	**4**	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{3n!}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n^3-1}{2n^2+2}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{3n+3}\right)^{3n}$, г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4}{(5n+2)^4}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{\frac{n^2+n}{2}}\frac{n}{2^n}$.
5	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}2^n\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{3n+2}$, г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}n}{2^{n+1}}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n+5}{2n^3-1}$.	**6**	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n^3+n^2-1}{3n^2+4n-5}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^5+3}$ в $\sum\limits_{n=1}^{\infty}ntg\frac{\pi}{2^{n+1}}$, г $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$ д $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{n+3}{5n^2+2}\right)$.
7	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^{2n}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-1)^4}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[n+1]{10}}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+2}{2n^4-1}$.	**8**	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{e^n}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(\pi+1)^n}{n^n}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)\ln(n+2)}$, г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3}{3n^4-1}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+3}{n^4+2}$.
9	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n}{2n+1}\right)^{n/2}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(2+\frac{1}{n}\right)^{-n}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{n!}$ г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n^4+2n-1}{5n^2+2}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{\frac{n^2+n}{2}}\frac{1}{n^3}$.	**10**	а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+5}{n\cdot 3^n}$, в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}\frac{1}{3^n}$, г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)\ln^3(n+1)}$, д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n!}$.

2. *Найти область сходимости ряда:*

Вариант	
1	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(2n+1)^2x^n$.
2	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{n^2}$
3	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n(n+1)}x^n$
4	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{(n+1)^3}x^n$
5	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!x^n}$
6	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n\cdot 5^n}$
7	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}$
8	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nx^n}{3^n(n+1)}$
9	$\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)!x^{n-1}$
10	$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n nx^n$

Задание 3. Вычислить интеграл с точностью до 0,001

1. $\int_0^{0,1} e^{-6x^2}dx$
2. $\int_0^{0,1} \sin\left(100x^2\right)dx$
3. $\int_0^{1} \cos\left(x^2\right)dx$
4. $\int_0^{1} \frac{\ln(1+x/5)}{x}dx$
5. $\int_0^{0,2} e^{-3x^2}dx$
6. $\int_0^{0,2} \sin\left(25x^2\right)dx$
7. $\int_0^{0,5} \cos\left(4x^2\right)dx$

8. $\int\limits_0^{0,4} \frac{\ln(1+x/2)}{x}\,dx$

9. $\int\limits_0^{0,3} e^{-2x^2}\,dx$

10. $\int\limits_0^{0,4} \sin\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx$

Задание 4. Разложить в ряд Фурье функции $f(x)$.

Вариант				
1.	***а)***	$f(x)=x-1, \quad -1\le x\le 1$	***б)***	$f(x)=\begin{cases}-2, -\pi\le x\le 0,\\ 3, 0<x\le\pi.\end{cases}$
2.	***а)***	$f(x)=\lvert x\rvert, \quad -\pi\le x\le\pi$	***б)***	$f(x)=\begin{cases}-x, -2\le x\le 0,\\ 0, 0<x\le 2.\end{cases}$
3.	***а)***	$f(x)=\begin{cases}1, -\pi\le x\le 0,\\ 2, 0<x\le\pi.\end{cases}$	***б)***	$f(x)=x+2, \quad -2\le x\le 2$
4.	***а)***	$f(x)=2+\lvert x\rvert, \quad -1\le x\le 1$	***б)***	$f(x)=\begin{cases}-4, -\pi\le x\le 0,\\ 4, 0<x\le\pi.\end{cases}$
5.	***а)***	$f(x)=\frac{\pi-x}{2}, \quad -\pi\le x\le\pi$	***б)***	$f(x)=\begin{cases}-5, -3\le x\le 0,\\ 5, 0<x\le 3.\end{cases}$
6.	***а)***	$f(x)=x+1, \quad -2\le x\le 2$	***б)***	$f(x)=\begin{cases}-2, -\pi\le x\le 0,\\ 1, 0<x\le\pi.\end{cases}$
7.	***а)***	$f(x)=\begin{cases}0, -\pi\le x<0,\\ x, 0\le x\le\pi.\end{cases}$	***б)***	$f(x)=4-\lvert x\rvert, \quad -4<x<4$
8.	***а)***	$f(x)=x+2, \quad -2\le x\le 2$	***б)***	$f(x)=\begin{cases}2, -\pi\le x\le 0,\\ 1, 0<x\le\pi.\end{cases}$
9.	***а)***	$f(x)=x+1, \quad -\pi\le x\le\pi$	***б)***	$f(x)=\begin{cases}-2, -2\le x\le 0,\\ 3, 0<x\le 2.\end{cases}$

10.	*а)*	$f(x)=x-2,\quad -\pi\le x\le\pi$	*б)*	$f(x)=\begin{cases}-2, -4\le x\le 0,\\ 1, 0<x\le 4.\end{cases}$

Задание 5. Разложить $f(x)$ в ряд Фурье по косинусам (вариант 1-5) или по синусам (вариант 6-10).

Вариант	
1.	$f(x)=\dfrac{\pi}{4}-x,\quad 0\le x\le\pi$
2.	$f(x)=2-x,\quad 0\le x\le 2$
3.	$f(x)=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{6},\quad 0\le x\le\pi$
4.	$f(x)=x-1,\quad 0\le x\le 2$
5.	$f(x)=2-\dfrac{x}{2},\quad 0\le x\le\pi$
6.	$f(x)=1-\dfrac{x}{2},\quad 0\le x\le 2$
7.	$f(x)=\begin{cases}2,\ 0\le x<2,\\ 1,\ 2\le x\le\pi.\end{cases}$
8.	$f(x)=\begin{cases}x,\ 0\le x<\dfrac{\pi}{2},\\ 1,\ \dfrac{\pi}{2}\le x\le\pi.\end{cases}$
9.	$f(x)=\pi-2x,\quad x\in[0;\pi]$
10.	$f(x)=\begin{cases}1,\ 0\le x<\dfrac{\pi}{2},\\ \dfrac{1}{2},\ \dfrac{\pi}{2}\le x\le\pi.\end{cases}$

Типовой расчет № 2

по разделу «Элементы теории поля»

Вариант №1

1. Найти производную скалярного поля $u=5x^2+4x^3y+5xz-e^{z^2}$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=x^2y+5z\sin y+6z^2$ в точке $M_0(-1;0;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = z\overline{i} + (x + y - 2z)\overline{j} + (y + 2z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $x + 2y + z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = x\overline{i} + (y - 2z)\overline{j} + (2x - y + 2z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x + y + z = 1$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (x^2 y - z)\overline{i} - xyz\,\overline{j} + (xy^3 + z^2)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (2x - 4yz)\overline{i} + (2y - 4xz)\overline{j} + (2z - 4xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №2

1. Найти производную скалярного поля $u = 4x^3 y + 5xz - e^{x+z^2}$ в точке $M_0(-1;2;1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;-2;0)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = xyz + 5z\ln y + 6z^2$ в точке $M_0(1;3;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (x + z)\overline{i} - 2z\overline{j} + (2y + x + z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $2x + 2y + z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = x\overline{i} + (x + z)\overline{j} + (2x - y + z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x + y + 3z = 3$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = x^2 yz\overline{i} + xy^3 z\,\overline{j} + (xy^3 + 2z)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (2x + 3yz)\overline{i} + (2y + 3xz)\overline{j} + (2z + 3xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №3

1. Найти производную скалярного поля $u = 4x^3\cos y + 5xz^3 - x + z^2$ в точке $M_0(-1;-2;0)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(1;2;3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = xyz + z\ln x + 6y^2$ в точке $M_0(1;4;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (y + z)\overline{i} + (x + 2y)\overline{j} + (x + 3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $x + 2y + 2z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = x\overline{i} + (y - 2z)\overline{j} + (2x - y + z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x + 2y + z = 4$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = x^2 y\overline{i} + (xy^3 - z)\,\overline{j} + (xy^3 + xz^2)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (2x + 5yz)\overline{i} + (2y + 5xz)\overline{j} + (2z + 5xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №4

1. Найти производную скалярного поля $u = y^2 \sin x + 2xz^3 - yz^2$ в точке $M_0(1;-2;3)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(-1;2;-3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = z\cos xy$ в точке $M_0(2;1;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (4x+z)\overline{i} + (z+2y)\overline{j} + (2x-3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью P: $3x+2y+z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = 4x\overline{i} + (y-z)\overline{j} + (3y+z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P: $2x+y+z=4$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = x^2\overline{i} + 3xy^3\overline{j} + (xy^3z + 2xz^2)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (3x-5yz)\overline{i} + (3y-5xz)\overline{j} + (3z-5xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №5

1. Найти производную скалярного поля $u = 4x^3y + 5xz^3 - x + xz^2$ в точке $M_0(3;0;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(4;1;3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = x^2yz + x\ln(x+y) + 6y^2z$ в точке $M_0(-1;4;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (2x+y+z)\overline{i} + (x-2y)\overline{j} + (x+y-3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью P: $3x+5y+2z=5$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = 2x\overline{i} + 2z\overline{j} + (x-y+z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P: $2x+2y+z=2$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (x^2+6y)\overline{i} + (2xy^3 - z^2)\overline{j} + (2x^4y^3 + z^2)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (6x+2yz)\overline{i} + (6y+2xz)\overline{j} + (6z+2xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №6

1. Найти производную скалярного поля $u = xe^y + 2xe^z - yz^2$ в точке $M_0(1;-2;3)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(-1;2;-3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = xy/z$ в точке $M_0(3;1;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (4x-y-z)\overline{i} + (z+3y)\overline{j} + (2x+5z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью P: $3x+4y+3z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M)=(x+2y)\overline{i}-z\overline{j}+(x+z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $3x+y+z=3$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.
5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M)=(3x+4y^2z)\overline{i}+(x-yz^3)\overline{j}+(xy^3-xz^2)\overline{k}$.
6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M)=(7x-yz)\overline{i}+(7y-xz)\overline{j}+(7z-xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №7

1. Найти производную скалярного поля $u=\ln(3+xy)+5xz^3$ в точке $M_0(1;2;0)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(4;5;3)$.
2. Найти градиент скалярного поля $u=\sqrt{xyz-6y^2}$ в точке $M_0(2;1;4)$ и его модуль.
3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M)=(5x+y+z)\overline{i}+(z-2y)\overline{j}+(y+3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $x+2y+2z=5$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M)=(x-z)\overline{i}+y\overline{j}+(x-z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x+3y+z=3$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.
5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M)=(x^2+y)\overline{i}+2xy^3\overline{j}+(x+y^3+xz^2)\overline{k}$.
6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M)=(2x+5yz)\overline{i}+(2y+5xz)\overline{j}+(2z+5xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №8

1. Найти производную скалярного поля $u=y^2\sin(xz)$ в точке $M_0(1;-2;-3)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(1;2;3)$.
2. Найти градиент скалярного поля $u=(x+z)\cos y$ в точке $M_0(2;1;-2)$ и его модуль.
3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M)=(4x+z)\overline{i}+(x+2y)\overline{j}+(2x+4z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $4x+2y+z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M)=x\overline{i}+(x-z)\overline{j}+y\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x+y+z=3$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.
5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M)=x^2y^2\overline{i}+(3z-xy^3)\overline{j}+(2x+y^3z^2)\overline{k}$.
6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M)=(9x-5yz)\overline{i}+(9y-5xz)\overline{j}+(9z-5xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №9

1. Найти производную скалярного поля $u = 4x^3 \ln y + 5xz^3 - x$ в точке $M_0(-1;2;0)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(1;2;-3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = xyz + z\ln x + 6y^2$ в точке $M_0(1;4;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (6x + y + z)\overline{i} + (x + y)\overline{j} + (x + 3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $6x + 2y + 2z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = y\overline{i} + (x - 2z)\overline{j} + (y + z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x + 3y + 3z = 3$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (xz^2 - 3y)\overline{i} + (xz^3 - xz)\overline{j} + (y^3 - z^2)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (5x - 9yz)\overline{i} + (5y - 9xz)\overline{j} + (5z - 9xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №10

1. Найти производную скалярного поля $u = y^2 e^{xy} + xz^3$ в точке $M_0(0;-2;3)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(-1;0;-3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = z\ln(x + zy^2)$ в точке $M_0(2;1;3)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (4x + z)\overline{i} + (z + 5y)\overline{j} + (2x + 7z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $3x + 2y + 4z = 6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = z\overline{i} + (x + z)\overline{j} + (x - y)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $4x + 4y + z = 4$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = z^2\overline{i} + 3yz^3\overline{j} + (y^3 z - 2xz^2)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (3x - 2yz)\overline{i} + (3y - 2xz)\overline{j} + (3z - 2xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №11

1. Найти производную скалярного поля $u = 4x^3 z \arccos y$ в точке $M_0(-1;0;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(-1;4;3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = e^{xyz} + z\ln x + 6y^2$ в точке $M_0(1;4;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (y + z)\overline{i} + (x + 5y)\overline{j} + (y + x - 3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью Р: $3x + 2y + 2z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = zx\overline{i} + (y-x)\overline{j} + (2z-y)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P: $x+4y+z=4$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.
5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (x^2-y^2)\overline{i} + (y^3+xz)\overline{j} + (y^3+x^2)\overline{k}$.
6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (4x-8yz)\overline{i} + (4y-8xz)\overline{j} + (4z-8xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №12

1. Найти производную скалярного поля $u = zarctgx + yz^2$ в точке $M_0(0;2;3)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(-1;2;-3)$.
2. Найти градиент скалярного поля $u = ze^{x^2+xy}$ в точке $M_0(2;1;-7)$ и его модуль.
3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (3x+y)\overline{i} + (x+z)\overline{j} + (2x-3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью P: $3x+2y+3z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = x\overline{i} + z\overline{j} + (3y-x)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P: $3x+y+3z=3$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.
5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = 2x^2z\overline{i} + (y^3-3xy)\overline{j} + (x^3z-xz^2)\overline{k}$.
6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (7x-5yz)\overline{i} + (7y-5xz)\overline{j} + (7z-5xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №13

1. Найти производную скалярного поля $u = \dfrac{4x^3\cos y}{z^2}$ в точке $M_0(-1;0;0)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(1;2;3)$.
2. Найти градиент скалярного поля $u = \cos(xy+z^2) + z\ln x$ в точке $M_0(1;4;-2)$ и его модуль.
3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (y+z)\overline{i} + x\overline{j} + (x+3z)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью P: $x+2y+2z=2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = (x+y+z)\overline{i} + 2z\overline{j} + (y-z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P: $3x+2y+z=6$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.
5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (z^2-y)\overline{i} + xy^3\overline{j} + xyz^2\overline{k}$.
6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (2x-7yz)\overline{i} + (2y-7xz)\overline{j} + (2z-7xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №14

1. Найти производную скалярного поля $u = y\ln(2xz^3 + yz^2)$ в точке $M_0(1;-2;3)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(-1;2;-3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = y\cos xz + xy^2$ в точке $M_0(2;1;0)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = (x+z)\overline{i} + z\overline{j} + (2x-y)\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью P: $3x+2y+z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = 4x\overline{i} + (x-y-z)\overline{j} + (3y+z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P: $2x+4y+z=4$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = xy^2\overline{i} + (xz - y^3)\overline{j} + (y^3z + yz^2)\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (-3x - yz)\overline{i} + (-3y - xz)\overline{j} + (-3z - xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

Вариант №15

1. Найти производную скалярного поля $u = 4x^3\ln y + 5xz^3 - x + z^2$ в точке $M_0(-1;2;0)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(1;2;3)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = xyz + z\ln x + 6z^2$ в точке $M_0(1;4;-2)$ и его модуль.

3. Вычислить поток векторного поля $\overline{a}(M) = z\overline{i} + (x+y)\overline{j} + y\overline{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью P: $2x+y+2z=2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

4. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{a}(M) = x\overline{i} + (y-2z)\overline{j} + (2x-y+z)\overline{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P: $x+2y+4z=4$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (6z^2 - 4y)\overline{i} + (2xy^3 - xz)\overline{j} + x^3yz^2\overline{k}$.

6. Проверить является ли векторное поле $\overline{a}(M) = (4x + 5yz)\overline{i} + (4y + 5xz)\overline{j} + (4z + 5xy)\overline{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\overline{a}(M)$ найти его потенциал.

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №3

Задача 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде (φ(*x*,*y*)=*C*)).

1.1. $4xdx - 3ydy = 3yx^2dy - 2xy^2dx.$

1.2. $x(5 + y^2)^{1/2} + y'y(1 + x^2)^{1/2} = 0.$

1.3. $(4 + y^2)^{1/2}dx - ydy = x^2ydy.$

1.4. $(3 + y^2)^{1/2}dx - ydy = x^2ydy.$

1.5. $6xdx - 6ydy = 2yx^2dy - 3xy^2dx.$

1.6. $x(3 + y^2)^{1/2} + y(2 + x^2)^{1/2}dy = 0.$

1.7. $(5 + e^{2x})dy + ye^{2x}dx = 0.$

1.8. $yy'\sqrt{\dfrac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0.$

1.9. $6xdx - 6ydy = 3yx^2dy - 2xy^2dx.$

1.10. $x(5 + y^2)^{1/2}dx + y(4 + x^2)^{1/2}dy = 0.$

1.11. $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0.$

1.12. $(4 - x^2)^{1/2}y' + xy^2 + x = 0.$

1.13. $2xdx - 2ydy = yx^2dy - 2xy^2dx.$

1.14. $x(4 + y^2)^{1/2}dx + y(1 + x^2)^{1/2}dy = 0.$

1.15. $(8 + e^x)dy - ye^x dx = 0.$

1.16. $(5 + y^2)^{1/2} + y'y(1 - x^2)^{1/2} = 0.$

Задача 2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

2.1. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 4\dfrac{y}{x} + 2.$

2.2. $xy' = \dfrac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}.$

2.3. $y' = \dfrac{y + x}{x - y}.$

2.4. $xy' = (x^2 + y^2)^{1/2} + y.$

2.5. $2y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 3.$

2.6. $xy' = \dfrac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}.$

2.7. $y' = \dfrac{2y + x}{2x - y}.$

2.8. $xy' = 2(x^2 + y^2)^{1/2} + y.$

2.9. $3y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 4.$

2.10. $xy' = \dfrac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}.$

2.11. $y' = \dfrac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}.$

2.12. $xy' = (2x^2 + y^2)^{1/2} + y.$

2.13. $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 6.$

2.14. $xy' = \dfrac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}.$

2.15. $y' = \dfrac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}.$

2.16. $xy' = 3(x^2 + y^2)^{1/2} + y.$

Задача 3. Найти решение задачи Коши.

3.1. $y' - y/x = x^2, \quad y(1) = 0.$

3.2. $y' - yctgx = 2x\sin x, \quad y(\pi/2) = 0.$

3.3. $y' + y\cos x = (\sin 2x)/2, \quad y(0) = 0.$

3.4. $y' + ytgx = \cos^2 x, \quad y(\pi/4) = 1/2.$

3.5. $y' - \dfrac{y}{x+2} = x^2 + 2x, \quad y(-1) = 3/2.$

3.6. $y' - \dfrac{1}{x+1}y = e^x(x+1), \quad y(0) = 1.$

3.7. $y' - y/x = x\sin x, \quad y(\pi/2) = 1.$

3.8. $y' + y/x = \sin x, \quad y(\pi) = 1/\pi.$

3.9. $y' + \dfrac{y}{2x} = x^2, \quad y(1) = 1.$

3.10. $y' + \dfrac{2x}{x^2+1}y = \dfrac{2x^2}{x^2+1}, \quad y(0) = 2/3.$

3.11. $y' - \dfrac{2x-5}{x^2}y = 5, \quad y(2) = 4.$

3.12. $y' + \dfrac{y}{x} = \dfrac{x+1}{x}e^x, \quad y(1) = e.$

3.13. $y' - \dfrac{y}{x} = -2\dfrac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$

3.14. $y' - \dfrac{y}{x} = -\dfrac{12}{x^3}, \quad y(1) = 4.$

3.15. $y' + \dfrac{2}{x}y = x^3, \quad y(1) = -5/6.$

3.16. $y' + \frac{y}{x} = 3x, \ y(1) = 1.$

Задача 4. Решить задачу Коши.

4.1. $y^2dx + \left(e^{2/y} + x\right)dy = 0, \ y(e) = 2.$

4.2. $(y^4e^y + 2x)y' = y, \quad y(0) = 1.$

4.3. $y^2dx + (xy - 1)dy = 0, \ y(1) = e.$

4.4. $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1, \ y(0) = 0.$

4.5. $(cos^2 ycos2y - x)y' = \sin ycosy, \ y(1/4) = \pi/3.$

4.6. $(xcos^2 y - y^2)y' = ycos^2 y, \ y(\pi) = \pi/4.$

4.7. $e^{y^2}(dx - 2xydy) = ydy, \quad y(0) = 0.$

4.8. $(104y^3 - x)y' = 4y, \quad y(8) = 1.$

4.9. $(xy - y^3)dy + dx = 0,\ y(-1) = 0.$

4.10. $(3y\cos 2y - 2y^2 \sin 2y - 2x)y' = y,\ y(16) = \pi/4.$

4.11. $8(4y^3 + xy - y)y' = 1,\ y(0) = 0.$

4.12. $(2\ln y - \ln^2 y)dy = ydx - xdy,\ y(4) = e^2.$

4.13. $2(y^4 + x)y' = y,\ y(-2) = -1.$

4.14. $y^3(y-1)dx + 3xy^2(y-1)dy = (y+2)dy,\ y(1/4) = 2.$

4.15. $2y^2dx + \left(e^{1/y} + x\right)dy = 0,\ y(e) = 1.$

4.16. $\left(xy + y^{1/2}\right)dy + y^2dx = 0,\ y\left(-\frac{1}{2}\right) = 4.$

Задача 5. Найти решение задачи Коши.

5.1. $y' + xy = (x+1)e^{-x}y^2,\ \ y(0) = 1.$

5.2. $xy' + y = 2y^2 \ln x,\ y(1) = 1/2.$

5.3. $2(xy' + y) = xy^2,\ y(1) = 2.$

5.4. $y' + 4x^3y = 4(x^3+1)e^{-4x}y^2,\ y(0) = 1.$

5.5. $xy' - y = -y^2(\ln x + 2)\ln x,\ y(1) = 1.$

5.6. $2(y' + xy) = (x+1)e^{-x}y^2,\ \ y(0) = 2.$

5.7. $3(xy' + y) = y^2 \ln x,\ y(1) = 3.$

5.8. $2y' + y\cos x = \cos x(1 + \sin x)y^{-1},\ y(0) = 1.$

5.9. $y' + 4x^3y = 4y^2e^{4x}(1 - x^3),\ y(0) = -1.$

5.10. $3y' + 2xy = 2xe^{-2x^2}y^{-2},\ y(0) = -1.$

5.11. $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3,\ y(1) = (1/2)^{1/2}.$

5.12. $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4,\ \ y(1) = 1.$

5.13. $2y' + 3y\cos x = e^{2x}(2 + 3\cos x)y^{-1},\ \ y(0) = 1/2.$

5.14. $3(xy' + y) = xy^2,\ \ y(1) = 3.$

5.15. $y' - y = 2xy^2,\ \ y(0) = 1/2.$

5.16. $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3,\ y(1) = 2^{1/2}/2.$

Задача 6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

6.1. $3x^2e^ydx + (x^3e^y - 1)dy = 0.$

6.2. $\left(3x^2 + \frac{2}{y}\cos\frac{2x}{y}\right)dx - \frac{2x}{y^2}\cos\frac{2x}{y}dy = 0.$

6.3. $3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0.$

6.4. $(2x - 1 - y/x^2)dx - (2y - 1/x)dy = 0.$

6.5. $y^2 + y\sec^2 x)dx + (2xy + tgx)dy = 0.$

6.6. $(3yx^2 + 2y + 3)dx + (x^3 + 2x + 3y^2)dy = 0.$

6.7. $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2}\right)dy = 0.$

6.8. $(sin2x - 2(\cos(x+y))dx - 2\cos(x+y)\,dy = 0.$

6.9. $\left(xy^2 + \frac{x}{y^2}\right)dx + \left(x^2 y - \frac{x^2}{y^3}\right)dy = 0.$

6.10. $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right)dx - \frac{2y}{x^3}dy = 0.$

6.11. $\left(\frac{y}{x^2}\cos\frac{y}{x}\right)dx - \left(\frac{1}{x}\cos\frac{y}{x} + 2y\right)dy = 0.$

6.12. $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} + y\right)dx + \left(x + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)dy = 0.$

6.13. $\frac{1+xy}{x^2y}dx + \frac{1-xy}{xy^2}dy = 0.$

6.14. $\frac{1}{y}dx - \frac{x+y^2}{y^2}dy = 0.$

6.15. $\frac{y}{x^2}dx - \frac{xy+1}{x}dy = 0.$

6.16. $(xe^x + y/x^2)dx - (1/x)dy = 0.$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ №4

Задача 1. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1.1. $x^4y'' + x^3y' = 1.$

1.2. $xy''' + 2y'' = 0.$

1.3. $y''(1+x^2) + 2xy' = x^3.$

1.4. $x^5y''' + x^4y'' = 1.$

1.5. $xy''' - y'' + 1/x = 0.$

1.6. $xy''' + y'' + x = 0.$

1.7. $y^{(4)}\mathrm{th}x = y'''.$

1.8. $xy''' + y'' = x^{1/2}.$

1.9. $y'''\mathrm{tg}x = y'' + 1.$

1.10. $y'''\,\mathrm{tg}\,5x = 5y''.$

1.11. $y'''\mathrm{th}7x = 7y''.$

1.12. $x^3y''' + x^2y'' = x^{1/2}.$

1.13. $y''x^4 + y'x^3 = 4.$

1.14. $(x+1)y''' + y'' = x + 1.$

1.15. $y'''(1+\sin x) = y''\cos x.$

1.16. $xy''' + y'' = \frac{1}{x^{1/2}}.$

Задача 2. Найти решение задачи Коши.

2.1. $y''y^3+36=0,\quad y(0)=3,\quad y'(0)=2.$

2.2. $y''=18\sin^3 y\cos y,\quad y(1)=\pi/2,\quad y'(1)=3.$

2.3. $4y^3y''=y^4-16,\quad y(0)=\sqrt{8},\quad y'(0)=1/\sqrt{2}.$

2.4. $y''=50y^3,\quad y(3)=1,\quad y'(3)=5.$

2.5. $y''y^3+25=0,\quad y(2)=-5,\quad y'(2)=-1.$

2.6. $y''+18\sin y\cos^3 y=0,\quad y(0)=0,\quad y'(0)=3.$

2.7. $y''=8\sin^3 y\cos y,\quad y(1)=\pi/2,\quad y'(1)=2.$

2.8. $y''=32y^3,\quad y(4)=1,\quad y'(4)=4.$

2.9. $y''y^3+16=0,\quad y(1)=2,\quad y'(1)=2.$

2.10. $y''+32\sin y\cos^3 y=0,\quad y(0)=0,\quad y'(0)=4.$

2.11. $y''=50\sin^3 y\cos y,\quad y(1)=\pi/2,\quad y'(1)=5.$

2.12. $y''=18y^3,\quad y(1)=1,\quad y'(1)=3.$

2.13. $y''y^3+9=0,\quad y(1)=1,\quad y'(1)=3.$

2.14. $y^3y''=4(y^4-1),\quad y(0)=\sqrt{2},\quad y'(0)=\sqrt{2}.$

2.15. $y''+50\sin y\cos^3 y=0,\quad y(0)=0,\quad y'(0)=5.$

Задача 3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

3.1. $y'''+y''=5x^2-1.$

3.2. $y^{(4)}+4y'''+4y''=x-x^2.$

3.3. $7y'''-y''=12x.$

3.4. $y'''+3y''+2y'=3x^2+2x.$

3.5. $y'''-y'=3x^2-2x+1.$

3.6. $y'''-y''=4x^2-3x+2.$

3.7. $y^{(4)}-3y'''+3y''-y'=x-3.$

3.8. $y^{(4)}+2y'''+y''=12x^2-6x.$

3.9. $y'''-4y''=32-384x^2.$

3.10. $y^{(4)}+2y'''+y''=2-3x^2.$

3.11. $y'''+y''=49-24x^2.$

3.12. $y'''-2y''=3x^2+x-4.$

3.13. $y'''-13y''+12y'=x-1.$

3.14. $y^{(4)}+y'''=x.$

3.15. $y'''-y''=6x+5.$

3.16. $y'''+3y''+2y'=x^2+2x+3.$

Задача 4. Найти решение дифференциального уравнения.

4.1. $y''' - 3y' - 2y = (4x + 9)e^{2x}$.

4.2. $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^{x}$.

4.3. $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$.

4.4. $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^{x}$.

4.5. $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^{x}$.

4.6. $y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x)e^{x}$.

4.7. $y''' - y'' - 4y' + 4y = (7 - 6x)e^{x}$.

4.8. $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$.

4.9. $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20 - 16x)e^{-x}$.

4.10. $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^{x}$.

4.11. $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x - 32)e^{x}$.

4.12. $y''' - 6y'' + 9y' = 4xe^{x}$.

4.13. $y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12)e^{x}$.

4.14. $y''' - y'' - 5y' - 3y = -(8x + 4)e^{x}$.

4.15. $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^{x}$.

4.16. $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$.

Задача 5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

5.1. $y'' + 2y' + 5y = -2\sin x$.

5.2. $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(-3\sin x + 4\cos x)$.

5.3. $y'' + 2y' = 10e^{x}(\sin x + \cos x)$.

5.4. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}\sin 5x$.

5.5. $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$.

5.6. $y'' + 2y' + 5y = -17\sin 2x$.

5.7. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos x$.

5.8. $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(3\sin x + 5\cos x)$.

5.9. $y'' + 2y' = 6e^{x}(\sin x + \cos x)$.

5.10. $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}\sin 4x$.

5.11. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos 5x$.

5.12. $y'' + y = 2\cos 7x - 3\sin 7x$.

5.13. $y'' + 2y' + 5y = -\cos x$.

5.14. $y'' - 4y' + 8y = e^{x}(2\sin x - \cos x)$.

5.15. $y'' + 2y' = 3e^{x}(\sin x + \cos x)$.

5.16. $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}\sin 4x$.

Задача 6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

6.1. $y'' + 16y = 16\cos 4x - 16e^{4x}$.

6.2. $y''' - 9y' = 18\sin 3x - 9\cos 3x - 9e^{3x}$.

6.3 $y'' - y' = 2chx$.

6.4. $y'' + 25y = -10\sin 5x + 20\cos 5x + 50e^{5x}$.

6.5. $y''' - 16y' = 48e^{4x} + 64\cos 4x - 64\sin 4x$.

6.6. $y'' + 2y' = 2sh2x$.

6.7. $y'' + 36y = 24\sin 6x - 12\cos 6x + 36e^{6x}$.

6.8. $y''' - 25y' = 25(\sin 5x + \cos 5x) - 50e^{5x}$.

6.9. $y'' + 3y' = 2sh3x$.

6.10. $y'' + 49y = 14\sin 7x + 7\cos 7x - 98e^{7x}$.

6.11. $y''' - 36y' = 36e^{6x} - 72(\cos 6x + \sin 6x)$.

6.12. $y'' + 4y' = 16sh4x$.

6.13. $y'' + 64y = 16\sin 8x - 16\cos 8x - 64e^{8x}$.

6.14. $y''' - 49y' = -49(\sin 7x + \cos 7x) + 14e^{7x}$.

6.15. $y'' + 5y' = 50sh5x$.

6.16. $y'' + 81y = 9\sin 9x + 3\cos 9x + 162e^{9x}$.

Задача 7. **Найти решение задачи Коши.**

7.1. $y'' + 6y' + 8y = 4e^{-2x}/(2 + e^{2x})$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

7.2. $y'' + 9y = 9/\sin 3x$, $y(\pi/6) = 4$, $y'(\pi/6) = 3\pi/2$.

7.3. $y'' + 9y = 9/\cos 3x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

7.4. $y'' - y' = e^{-x}/(2 + e^{-x})$, $y(0) = \ln 27$, $y'(0) = \ln 9 - 1$.

7.5. $y'' + 4y = 4ctg2x$, $y(\pi/4) = 3$, $y'(\pi/4) = 2$.

7.6. $y'' - 3y' + 2y = 1/(3 + e^{-x})$, $y(0) = 1 + 8\ln 2$, $y'(0) = 14\ln 2$.

7.7. $y'' - 6y' + 8y = 4e^{2x}/(1 + e^{-2x})$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

7.8. $y'' + 16y = 16/\sin 4x$, $y(\pi/8) = 3$, $y'(\pi/8) = 2\pi$.

7.9. $y'' + 16y = 16/\cos 4x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$.

7.10. $y'' - 2y' = 4e^{-2x}/(1 + e^{-2x})$, $y(0) = \ln 4$, $y'(0) = \ln 4 - 2$.

7.11. $y'' + y/4 = ctg(x/2)/4$, $y(\pi) = 2$. $y'(\pi) = 1/2$.

7.12. $y'' - 3y' + 2y = 1/(2 + e^{-x})$, $y(0) = 1 + 3\ln 3$, $y'(0) = 5\ln 3$.

7.13. $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}/(2 + e^{x})$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

7.14. $y'' + 4y = 4/\sin 2x, y(\pi/4) = 2$, $y'(\pi/4) = \pi$.

7.15. $y'' + 4y = 4/\cos 2x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$.

7.16. $y'' + y' = e^x/(2+e^x), \quad y(0) = \ln 27, \quad y'(0) = 1 - \ln 9.$

Задача 8. **Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих начальным условиям.**

8.1 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y - 1, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 4y + e^t, & y(0) = 0. \end{cases}$

8.2. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y - e^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + 3y, & y(0) = 1. \end{cases}$

8.3 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y + e^{2t}, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x - y, & y(0) = 2. \end{cases}$

8.4. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + 2y + e^{-2t}, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + y, & y(0) = 1. \end{cases}$

8.5. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y + t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + y, & y(0) = 2. \end{cases}$

8.6. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + y + e^{-2t}, & y(0) = 0. \end{cases}$

8.7. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y + t, & x(0) = 2, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

8.8. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - y + \sin t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

8.9. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + y + \cos t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 2y, & y(0) = 0. \end{cases}$

8.10 $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y + te^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$

8.11. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 2y + e^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 3y, & y(0) = 3. \end{cases}$

8.12. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 3y + 2e^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + y, & y(0) = 2. \end{cases}$

8.13. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y - 2t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + 2y, & y(0) = 2. \end{cases}$

8.14. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + 3y + 2t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x - 3y + 2t, & y(0) = 1. \end{cases}$

8.15. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y + \sin t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 3y, & y(0) = 0. \end{cases}$ 8.16. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 2y + 2, & x(0) = 1, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 2y, & y(0) = -1. \end{cases}$

4 СЕМЕСТР

Типовой расчета №1 по разделу «Теория вероятностей»

Вариант №1

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?
2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?
3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.
4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.
5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.
6) Разрыв электрической цепи может произойти только в результате выхода из строя элемента k_1 или одновременного выхода двух элементов k_2 и k_3, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2, 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
7) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.
8) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.
9) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?
10) Известно, что в среднем 86% деталей изготовляемых в цехе являются стандартными. Случайно отобрали 1000 деталей. Найти вероятность того, что относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности такой детали по модулю не более чем на 0,04.
11) В ящике лежат 10 изделий, одно из них бракованное. Из ящика вынимают изделия одно за другим до тех пор пока не будет вынуто наугад бракованное. Составить закон распределения случайной величины X - числа вынутых изделий. Найти $F(x)$ и построить ее графически. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения.

12) При каком значении параметра C функция $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ C/x^4, & x\geq 1\end{cases}$ будет плотностью вероятности случайной величины X ? Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

13) На автомате изготовляются заклёпки. Диаметр их головок представляет собой случайную величину, распределённую по нормальному закону с параметрами $M(X)=2$ мм, $\sigma^2=0{,}01$ мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятность 0,95? Записать функцию $f(x)$.

14) 14. Средний срок службы мотора 4 года. Оценить вероятность того, что взятый случайно мотор прослужит более 15 лет.

Вариант №2

1) Какова вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 30 является делителем числа 30.

2) На книжной полке случайным образом расставлены четыре книги по математике и три по физике. Найти вероятность того, что книги по каждому предмету окажутся рядом.

3) В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутрь круга наудачу брошена точка. Вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна ее площади и не зависит от ее расположения. Найти вероятность того, что точка попадет в треугольник.

4) Безотказная работа прибора обуславливается безотказной работой каждого из трех механизмов-узлов, составляющих его и вероятности безотказной работы которых в течении времени T соответственно равны 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность безотказной работы прибора за время T.

5) На обувной фабрике в отдельных цехах производят подметки, каблуки и верхи ботинок. Дефектными оказываются 0,5% каблуков, 2% подметок и 4% верхов. Произведенные верхи, подметки и каблуки случайно комбинируются в цехе, где шьют ботинки. Найти вероятность того, что изготовленная пара будет иметь хотя бы один дефект.

6) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии выбираются для контроля 7 изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных, бракуется вся партия. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

7) В трех урнах лежат шары. В первой урне пять белых и пятнадцать черных; во второй – десять белых и десять черных и в третьей урне десять черных. Найти вероятность того, что случайно взятый шар из случайно выбранной урны окажется черным.

8) Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4 , из второй – 6, из третьей группы – 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй, третьей группы попадает в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент попал сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот студент?

9) При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность попадания в цель равна 0.9. вычислить вероятность того, что из 19 выстрелов удачными будут 10.

10) По данным телевизионного ателье в течении гарантийного срока выходят из строя в среднем 12% кинескопов. Какова вероятность того, что из 46 наугад выбранных кинескопов не менее 20 проработают гарантийный срок.

11) Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 6 телевизоров. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

12) Случайная величина X задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le \frac{2}{3} \\ 3x^2-2x, & \frac{2}{3}<x\le 1 \\ 1, & x>1 \end{cases}$$

Требуется:1) найти функцию $f(x)$ 2) вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала $(0{,}7;0{,}8)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) При средней длине некоторой детали в 20 см. найдено, что отклонения, превосходящие $\pm 0{,}5$ см, встречаются в среднем 4 раза из 100 деталей. Считая, что длина детали распределена по нормальному закону, определите её стандартное отклонение $\sigma(X)$.

14) В среднем из 100 деталей 20 не удовлетворяют стандарту. Оценить вероятность того, что из случайно взятых 2500 деталей будет 1950 до 2050 стандартных.

Вариант №3

1) Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 5.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что 5 чисел четные и пять – нечетные.

3) В круг радиуса R помещен меньший круг радиуса r. Найти вероятность того, что наудачу брошенная в большой круг точка, попадет также и в меньший круг.

4) Найти вероятность того, что выбранное наудачу изделие первосортное, если известно, что 4% всей продукции является браком, а 75% не бракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

5) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,95, второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6) Какова вероятность того, что наудачу записанная дробь сократится на 2? Найти вероятность того, что дробь не сократится ни на два ни на три.

7) В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит 20% брака, второго – 10%, третьего – 5%. Найти вероятность приобретения исправного телевизора, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% - со второго, 50% - с третьего завода.

8) При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-2 с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-2 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разладке автомата. Найти вероятность того, что сигнал получен от сигнализатора С-1.

9) Два равносильных игрока играют в настольный теннис. Какова вероятность того, что игрок выиграет не менее трех партий из пяти.

10) Вероятность того, что изготовленные часы будут стандартными равна 0,97. Найти вероятность того, что среди 1000 изготовленных часов относительная частота стандартных часов отклонится от вероятности таких часов по модулю не более чем на 0,02.

11) Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Из партии контролер берёт деталь и проверяет её качество. Если она оказывается нестандартной, дальнейшие испытания прекращаются, а партия задерживается. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую и т.д. Но всего он проверяет не более 5 деталей. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - числа проверенных деталей; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ a(1-\cos x), & 0<x\le\pi\\ 1, & x>\pi\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что случайная величина примет значение большее $5\pi/6$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma(X)=20$ мм и $M(X)=0$. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного не превзойдет по модулю 4 мм.

14) В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время T лампа будет включена, равна 0,8. Оценить вероятность того, что число включенных в данный момент ламп будет отличаться от среднего числа включенных ламп по модулю а) не больше чем на 3; 2) не меньше чем на 3.

Вариант №4

1) Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность 4.

2) На шести одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 7, 8, 12, 10. Наудачу взяты две карточки. Какова вероятность того, что образованная из этих чисел дробь сократима?

3) Абонент ждет телефонного звонка в течении одного часа. Найти вероятность того, что вызов произойдет в последние 20 минут этого часа.

4) На книжной полке 5 книг, из них четыре словаря. Студент наудачу взял две книги. Найти вероятность того, что обе книги словари.

5) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность промаха при одном выстреле из первого орудия равна 0,3, из второго – 0,2, из третьего – 0,1. Найти вероятность того, что а) попадет только одно орудие; б) цель будет поражена.

6) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, второго – 0,3, третьего – 0,2. Найти вероятность того, что из строя выйдут не менее двух станков.

7) В одной партии изделий 12 штук, а в другой – 10 штук. В каждой партии по два изделия бракованные. Изделие взятое наудачу из второй партии переложили в первую партию, после чего из первой партии наудачу взяли изделие. Найти вероятность того, что изделие извлеченное из первой партии будет годным.

8) Пассажир может купить билет в одной из трех касс. Вероятность того, что он направится к первой кассе 0,5; ко второй –1/3; к третьей – 1/6. Вероятность, что билетов уже нет в первой кассе – 1/5; во второй – 1/6; в третьей – 1/8. Он обратился в одну из касс и получил билет. Найти вероятность того, что он обратился в первую кассу.

9) Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,001. Найти вероятность того, что при 1000 выстрелах будет не менее двух попаданий.

10) Найти вероятность того, что из 100 посаженных семян прорастут не менее 80, если их всхожесть равна 0,6.

11) Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9, второй – 0,98, третий – 0,75, четвертый – 0,7. Требуется: 1) составить закон распределения числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}ax^2, & 0\le x\le 2\\ 0, & x<0,\quad x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $X<1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

13) При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонение, по абсолютной величине превосходящее 50 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

14) Среднее число вызовов на АТС за оду минуту равно 20. Оценить вероятность того, что в течении случайно выбранной минуты на АТС поступят: а) более 30 вызовов б) менее 20 вызовов.

Вариант №5

1) В словаре языка А.С. Пушкина имеется 22000 различных слов, из которых 16000 А.С. Пушкин употребляет в своих произведениях только один раз. Найти вероятность того, что наудачу взятое из этого словаря слово, употреблялось писателем более одного раза.

2) Десять человек разбились на две команды, по пять человек в каждой, для игры в волейбол. Найти вероятность того, что два брата попадут в одну команду.

3) Два действительных числа выбираются так, что $|x|\le 3,\ |y|\le 5$. Какова вероятность того, что дробь $\frac{x}{y}$ окажется положительной.

4) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент ответит на билет, содержащий три вопроса.

5) Вычислительный центр располагает тремя вычислительными устройствами. Вероятность отказа за некоторое время Т для первого устройства равна 0,2, для второго – 0,15, для третьего – 0,1. Найти вероятность того, что в данный момент откажут а) хотя бы одно устройство; б) откажет только третье устройство.

6) Вероятность того, что нужная сборщику деталь содержится в первом, втором, третьем, четвертом ящиках соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится не более чем в трех ящиках.

7) В первом кармане три монеты по 20 копеек и три монеты по 3 копейки, а в левом кармане шесть монет по 20 копеек и три монеты по 3 копейки. Из правого кармана в левый перекладывают наугад пять монет. Найти вероятность того, что монета, извлеченная из левого кармана после перекладывания будет в 20 копеек.

8) У рыбака есть три излюбленных места рыбалки. Эти места он посещает с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что рыба клюнет на первом месте 1/3, на втором – ½, на третьем – ¼. Известно, что рыбак поймал рыбку, забросив удочку. Какова вероятность того, что он рыбачил на третьем месте.

9) Что вероятнее: выиграть у равносильного противника в шахматы три партии из четырех или пять из восьми?

10) Штамповка металлических клемм дает 20% брака. Найти вероятность того, что в партии из 600 клемм число не соответствующих стандарту клемм будет от 100 до 125.

11) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Экзаменатор задает ему 5 вопросов. Пятерка ставится за 5 правильных ответов, четверка за четыре из 5, и т.д. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - оценки студента; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ a(x-2)^3, & 2<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина X примет значение большее $5/2$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) Станок автомат изготавливает валики, причем контролируется их диаметр X, который имеет нормальный закон распределения с $M(X)=10$ мм, $\sigma=0{,}1$мм. Найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

14) Сумма всех вкладов в некоторой сберегательной кассе составляет 200000$, а вероятность того, что случайно взятый вклад не превышает 1000 $, равна 0,8. Что можно сказать о числе вкладчиков этой сберегательной кассы?

Вариант №6

1) На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что ровно 5 чисел делятся на три.

3) Два действительных числа выбираются так, что $|x|\le 1,\ 0\le y\le 1$. Найти вероятность того, что $x^2<y$.

4) Из букв слова «РОТОР», составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекают 3 буквы и складывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ТОР».

5) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает только два вопроса.

6) Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 25 вопросов. Найти вероятность того, что экзамен сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса из первого билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.

7) Прибор, установленный на борту самолета может работать в двух режимах: в условиях нормального крейсерского полета и в условиях перегрузки взлета и посадки. Крейсерский режим осуществляется в 80% всего времени полета, а условие перегрузки в 20%. Вероятность выхода прибора из строя во время перегрузки равна 0,4, а во время крейсерского полета – 0,1. Найти вероятность надежности прибора за время всего полета.

8) Имеются два ящика с красными и синими шарами: в первом 3 синих и 5 красных, во втором 7 синих и 11 красных. Наудачу выбирается шар. Шар извлекали из наудачу взятого ящика. Известно, что извлеченный шар оказался синим. Найти вероятность того, что извлекали из первого ящика.

9) В среднем 90% поездов прибывают без опоздания. Считая опоздания поездов независимыми событиями, найти вероятность того, что из пяти поездов опаздывают не более одного.

10) В среднем из 100 деталей не удовлетворяют стандарту 20 деталей. Найти вероятность того, что среди 2500 деталей будет от 1950 до 2060 стандартных деталей.

11) В некотором цехе брак составляет 5% всех изделий. Наудачу взяты четыре изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа бракованных изделий среди четырех; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина распределена по закону:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a\left(x^2-x\right), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух испытаниях хотя бы раз величина примет значение из интервала $(1{,}5;\ 2{,}0)$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) Для нормального распределения с параметрами $a = 5,\quad \sigma = 2$ требуется определить: 1) значение плотности вероятности в точке $x = 4$; 2) вероятность события $7 < X < 8$; 3) вероятность того, что X не отклонится за пределы 3σ.

14) На поле прямоугольной формы посеяно 2000 рядов кукурузы. Для определения средней урожайности собрали початки в каждом десятом ряду и на основании этих данных вычислили выборочную среднюю урожайность. Дисперсия урожайности на каждом обследованном участке не превышает 20. Оценить вероятность того, что средняя урожайность на всем поле и выборочная средняя урожайность будут отличаться по абсолютной величине не более чем на 0,5 ц/га. Указание: средняя урожайность на всем поле принимается равной математическому ожиданию выборочной средней урожайности.

Вариант №7

1) Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно взятого автомобиля имеет все цифры различные. Замечание: считать номер 0000 возможным.

2) В вещевой лотерее разыгрываются пять предметов. Всего в урне 30 билетов. Первый подошедший к урне вынимает четыре билета. Найти вероятность того, что два из этих билетов окажутся выигрышными.

3) Наудачу выбираются два действительных числа x, y так, что $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1$. Найти вероятность того, что $y^2 \le x$.

4) Имеется 10 карточек, на которых написаны числа 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Одну за другой вынимают две карточки. Найти вероятность того, что на одной карточке будет четное число, а на другой нечетное.

5) Журналист разыскивает нужную ему книгу в трех библиотеках. Вероятность наличия книги в первой библиотеке рана 0,9, во второй – 0,8, в третьей – 0,6. Найти вероятность того, что а) книга есть только в первой библиотеке; б) книга есть только в одной библиотеке.

6) Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на двух гранях будет одинаковое число очков, а на третьей – другое число очков.

7) На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент берущий билет вторым, возьмет билет с однозначным номером.

8) Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35% и 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил второй оператор?

9) Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Найти наивероятнейшее число семян, которые не взойдут, если посеяли 10 семян.

10) Статистическая вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10000 новорожденных мальчиков будет не больше, чем девочек.

11) В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны четыре детали. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - числа стандартных среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a\left(4x - x^2\right), & 0 \le x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение меньшее 1; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превосходит 10 мм. Случайные отклонения подчинены нормальному закону с $a=0,\ \sigma(X)=5$ мм. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

14) Известно, что в среднем 86% составляют стандартные детали. Оценить вероятность того, что в результате проверки 1000 деталей относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности изготовления нестандартной детали по абсолютной величине меньше чем на 0,04.

Вариант №8

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь одну окрашенную грань.

2) Библиотечка состоит из 10 книг, причем 5 книг стоят по 4 сома каждая, три книги – по одному сому и две книги по три сома. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят в сумме 5 сомов.

3) На отрезке длиной 20 см помещен меньший отрезок длиной 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также и на меньший отрезок.

4) В первом ящике шары с номерами 5, 6, 7, 8, а во втором с номерами 1, 2, 3, 4. Из каждого ящика наудачу извлекли по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров извлеченных шаров равна 10?

5) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность промаха при одном выстреле из первого орудия равна 0,5, из второго – 0,6, из третьего – 0,9. Найти вероятность того, что а) цель будет поражена; б) цель не поражена; в) попадет только второе орудие.

6) Абонент забыл последнюю цифру нужного номера телефона и набирает ее наудачу. Найти вероятность того, что ему придется звонить не более чем в три места.

7) Группа студентов состоит из 5 отличников, 10 хорошистов, 8 троечников и двух двоечников. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные оценки, хорошо успевающие студенты могут с одинаковой вероятностью получить хорошие и отличные оценки, троечники получают отличные оценки только в двух случаях из десяти. Двоечники получить отличную оценку не могут. Найти вероятность того, что наугад вызванный студент получит отличную оценку.

8) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 15% общего количества электроламп, второй - 40%, третий -45% . Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 81%, третьего – 90% . В магазине лампы оказались не рассортированными, и купленная наугад лампа оказалась негодной. Найти вероятность того, что лампа изготовлена на заводе №2

9) Оптовая база снабжает 10 магазинов, вероятность поступления от каждого из которых заявки на очередной день равна 0,6. Найти наивероятнейшее число заявок в день и вероятность этого наивероятнейшего числа.

10) В среднем 30% студентов сдают экзамен на хорошо и отлично (по данной дисциплине). Найти вероятность того, что, по крайней мере, семь человек из десяти получат хорошие или отличные оценки.

11) В коробке лежат 10 темных и 5 светлых галстуков. Продавец отобрал 3 галстука. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа светлых галстуков среди трех отобранных. 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ ax^3, & 0<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$;3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение большее 2

13) Рост взрослых мужчин является нормальной случайной величиной, имеющей $M(X)=175$см. и $\sigma(X)=6$см. Требуется: 1) написать функцию плотности вероятности этой случайной величины; 2) вычислить вероятность того, что хотя бы один из отобранных четырех мужчин, будет иметь рост от 170 см до 180 см.

14) Среднее количество осадков выпадающих в данной местности равно 55 см. Оценить вероятность того, что в этой местности выпадет а) более 175 см осадков; б) менее 120см.

Вариант №9

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 5, а произведение равно 4.

2) Найти вероятность того, что дни рождения 12 человек придутся на разные месяцы.

3) Наудачу взяты два положительных числа не превышающие 1. Какова вероятность того, что их сумма не превышает 1, если сумма их квадратов больше $1/4$.

4) Вини Пух собрался вкусно пообедать. С вероятностью p_1=0,3 что-нибудь вкусное есть у кролика, а с вероятностью p_2=0,6 что-нибудь вкусное есть у Пяточка, но с вероятностями $q_1=0{,}2 \quad и \quad q_2=0{,}9$ их нет дома. К кому надежнее зайти, думает Вини Пух?

5) Три студента решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,2, второй – 0,4, третий – 0,8. Найти вероятность того, что а) задача решена; б) задача не решена; в) задачу решит только третий студент.

6) Студентам, едущим на практику предоставляется 15 мест в Москву, 10 мест в Киев и 5 мест в Новосибирск. Найти вероятность того, что три определенные студента попадут на практику в один город.

7) . На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент, берущий билет вторым, возьмет билет с двузначным номером.

8) Три стрелка производят по одному выстрелу по одной мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишени оказалось две пробоины. Найти вероятность того, что в мишень попали второй и третий стрелки.

9) Вероятность того, что покупателю магазина не требуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти наивероятнейшее число покупателей, которым потребуется обувь 37 размера, если в магазине ожидается 800 покупателей.

10) Найти вероятность того, что в партии из 5000 изделий отклонение относительной частоты бракованных изделий от вероятности таких изделий равной 0,02, по модулю превысит 0,01.

11) На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется:1) составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Непрерывная случайная величина X распределена по закону:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ ax^5, 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение большее 1,5.

13) Случайная величина X распределена по нормальному закону с $M(X)=10$мм. И $\sigma(X)=5$мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате опыта.

14) Среднее суточное потребление электроэнергии в данной местности равно 20000квт/час, а среднее квадратическое отклонение равно 200квт/час. Какого потребления электроэнергии можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96?

Вариант №10

1) Абонент забыл три последние цифры номера телефона и набирает их наудачу. Найти вероятность того, что он наберет правильный номер.

2) Среди кандидатов в студенческий совет три первокурсника, пять второкурсников и семь третьекурсников. Из этого состава отбирают 5 человек. Найти вероятность того, что: а) выбраны одни второкурсники; б) выбраны одни третьекурсники.

3) Дано уравнение $x^2+ax+b=0$. Известно, что $0\le a\le 1$, $0\le b\le 1$, причем вероятность попадания каждой из точек a и b в какой-либо интервал отрезка $[0;1]$ пропорциональна длине интервала и не зависит от его положения относительно отрезка $[0;1]$. Найти вероятность того, что данное уравнение имеет действительные корни.

4) На участке *AB* у мотоциклиста-гонщика имеется 2 препятствия. Вероятность остановки на каждом из них 0,1. Вероятность, что от пункта *B* до пункта *C* не будет остановки равна 0,7. Найти вероятность того, что на участке *AC* не будет остановки.

5) На столе экзаменатора лежат 30 билетов, пронумерованных от 1 до 30. Найти вероятность того, что первые два студента, берущие билеты возьмут а) билеты с однозначными номерами; б) билеты с двузначными номерами; в) один с однозначным другой с двузначным номером.

6) При приеме партии подвергается проверке половина партии. Условие приемки партии – наличие в выборке брака не более 2%. Вычислить вероятность того, что партия из 100 изделий будет принята, если она содержит 5% брака.

7) Радиолампа может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями p_1=0.6 и p_2= 0,4. Вероятности того, что лампа проработает заданное число часов, равны соответственно 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что взятая лампа проработает заданное число часов.

8) Имеется десять одинаковых коробок, из которых в девяти находятся по два черных и два белых шара; а в одной (*) 5 белых и 1 черный шар. Из одной наудачу взятой коробки извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлекался из коробки (*)?

9) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность не менее пяти попаданий при шести выстрелах.

10) Всхожесть хранящихся на складе зерен пшеницы составляет 80%. Наудачу отобрали 100 зерен. Найти вероятность того, что число проросших семян будет в пределах от 68 до 90 штук.

11) Стрелок ведет стрельбу по цели. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7, при этом за каждое попадание стрелок получает 8 очков. Сделано три выстрела. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа очков полученных стрелком за три выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Непрерывная случайная величина задана законом распределения: $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ a/x^7, & x\geq 1\end{cases}$.

Требуется: 1) Найти параметр a; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3) вычислить вероятность события $0{,}5<X<3$.

13) Рост взрослых женщин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=164$см. и $\sigma(X)=5{,}5$см. Найти вероятность того, что рост двух наудачу взятых женщин будет не меньше 162 см. и не больше 166 см.

14) Электростанция обслуживает сеть из 1800 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимней вечер равна 0,9. Оценить вероятность того, что число ламп, включенных в сеть зимним вечером, отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200 штук.

Вариант №11

1) Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.

2) В группе 18 девушек и 12 юношей. Надо выбрать делегацию из 2 человек. Найти вероятность того, что будут делегированы юноша и девушка.

3) В некоторый круг вписан правильный треугольник. Зная, что попадание точки в круг достоверно и что вероятность попадания точки в какую-либо часть этого круга зависит только от площади этой части и пропорциональна ей, найти вероятность попадания точки в треугольник.

4) В колоде 36 карт. Наудачу извлекают две карты без возвращения. Найти вероятность того, что а) извлеченные карты разного цвета; б) извлеченные карты одного цвета.

5) На участке АВ у гонщика имеется 12 препятствий, вероятность остановки на каждом из которых равна 0,1. Вероятность того, что от пункта В до пункта С не будет остановки равна 0,8. Найти вероятность того, что на участке АС не будет остановки.

6) По цели производится три независимых выстрела. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,4. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Найти вероятность поражения цели.

7) В группе из десяти студентов, пришедших на экзамен, пять подготовлены хорошо, два – отлично, два – удовлетворительно, один – плохо. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов из двадцати возможных; хорошо подготовленный студент может ответить на 16 вопросов; удовлетворительно подготовленный – на 10 вопросов; плохо подготовленный – на 5 вопросов. Найти вероятность того, что наудачу вызванный студент ответит на три заданные ему вопроса.

8) В группе 20 лыжников, 6 конькобежцев и 4 горнолыжника. Вероятность выполнить норму мастера спорта для лыжника равна 0,9; для конькобежца – 0,8; для горнолыжника 0,75. Наудачу выбранный спортсмен не выполнил норму мастера спорта. Какова вероятность того, что это лыжник?

9) Было посеяно 28 семян тыквы с одинаковой всхожестью. Найти вероятность всхожести семян, если наиболее вероятные числа проросших семян 17 и 18.

10) Если в среднем левши составляют 1% , то каковы шансы на то, что среди случайно выбранных 200 человек левшей будет не более четырех.

11) В лотерее на каждые 100 билетов приходится один выигрыш в 1000 сомов, два выигрыша по 100 сомов и десять выигрышей по 10 сомов. Билет стоит 20 сомов. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X – величины выигрыша на один билет; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ a(3x-x^2), & 0<x\le \frac{3}{2} \\ 1, & x>\frac{3}{2} \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что после испытания величина примет значение большее 1.

13) Стрельба из орудия ведется вдоль определенного направления. Средняя дальность полета 10000 м. Предполагая, что дальность полета есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону с $D(X)=1600$. Найти какой процент выпускаемых снарядов дает перелет от 100 до 200 м.

14) Среднее квадратическое отклонение каждой из 450000 независимых случайных величин не превосходит десяти. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения средней арифметической этих случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий не превзойдет 0,02.

Вариант №12

1) В лотерее разыгрываются 1000 билетов. Среди них один выигрыш в 50 сомов, пять – по 20 сомов, двадцать – по 10 сомов и пятьдесят выигрышей по 5 сомов. Некто купил один билет. Найти вероятность выигрыша не менее 10 сомов.

2) Из десяти деталей две являются бракованными. Наудачу взяли 5 деталей. Найти вероятность того, что три детали из взятых будут не бракованными.

3) Найти вероятность того, что сумма двух наудачу взятых положительных правильных дробей не больше единицы, а их произведение не больше $\frac{3}{16}$.

4) Студент знает 25 из 30 вопросов программы. В билете три вопроса. Двойка ставится, если студент не отвечает ни на один вопрос. Найти вероятность получения студентом двойки.

5) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 7 белых и 3 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) шары черные; б) только один черный; в) хотя бы один черный.

6) Студент знает 35 из 40 вопросов программы. Для получения зачета необходимо ответить не менее чем на два из трех заданных вопросов. Найти вероятность сдачи зачета студентом.

7) В трех урнах лежат мячи. В первой 5 футбольных мячей и 10 волейбольных; во второй урне 6 футбольных и 4 волейбольных; в третьей 5 футбольных и 5 волейбольных. Какова вероятность того, что наудачу взятый мяч из наудачу выбранной урны будет волейбольным.

8) Для сигнализации об аварии используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2, 0,3, 0,5 к одному из трех типов. Вероятности срабатывания для которых равны 1, 0,75, 0,4 . От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего он относится?

9) В мастерской имеется 190 моторов. Вероятность того, что в данный момент мотор работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент времени работают 140 моторов.

10) В НИИ земледелия проверяется всхожесть семян кукурузы. Сколько семян следует посеять, чтобы относительная частота всхожих семян отличалась от вероятности всхожести равной 0,95 меньше чем на 0,01 с вероятностью 0,99.

11) Известно, что на некоторой фирме 10 сотрудников получают за одну неделю по 45 долларов, 25 сотрудников по 55, 40 по 65, 50 по 75, 50 по 85 и 25 по 100 долларов.

Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - зарплаты сотрудников; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения: $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ c/x^9, & x\geq 1\end{cases}$.

Требуется: 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3) вычислить вероятность события $0{,}5<X<3$.

13) Для замера напряжения используются специальные тензодатчики. Определить среднюю стандартную ошибку тензодатчика, если он систематических ошибок не дает , а случайные ошибки распределены по нормальному закону, и с вероятностью 0,8 не выходят за пределы $\pm 0{,}2$ мк.

14) При контрольной проверке изготовленных приборов установлено, что в среднем 15 из 100 приборов оказываются с дефектами. Оценить вероятность того, что доля приборов с дефектами среди 400 изготовленных будет по абсолютной величине отличаться от вероятности изготовления такого прибора не более, чем на 0,02.

Вариант №13

1) Найти вероятность того, что наудачу выбранный член последовательности $u_n=n^2+1,\ n=1,2,\ldots 10$ есть число кратное пяти.

2) Студент знает 20 из 30 вопросов программы. В билете 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент, взявший билет, ответит на два вопроса билета.

3) На отрезок *AB* длиной 12 см наугад бросают точку *M*, причем вероятность попадания точки в какой-либо подынтервал отрезка *AB* не зависит от его положения внутри *AB* и пропорциональна его длине. Какова вероятность того, что площадь квадрата построенного на *AM*, будет больше 36 см^2 и меньше 81 см^2?

4) В урне 30 шаров из них 5 белых, 10 синих, 15 красных. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.

5) Из колоды в 52 карты наугад одновременно вынимают три карты. Найти вероятность того, что а) среди них нет красной масти; б) хотя бы одна карта красной масти.

6) В ящике содержится 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из деталей окрашена.

7) В одном пакете 10 конфет «Ласточка» и 5 конфет «Весна». В другом пакете 8 конфет «Ласточка» и 2 конфеты «Весна». Из первого пакета наудачу взяли одну конфету и переложили во второй пакет, после чего из второго пакета наудачу извлекли одну конфету. Найти вероятность того, что извлекли конфету «Весна».

8) Из 18 стрелков пять попадают в мишень с вероятностью 0,8; семь – с вероятностью 0,7; четыре –с вероятностью 0,6 и два – с вероятностью 0,5. Наудачу вызванный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. Какова вероятность того, что он принадлежит к четвертой группе стрелков?

9) В ВУЗе обучается 730 студентов. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся первого января и вероятность этого наивероятнейшего числа.

10) Из каждого десятка деталей девять удовлетворяют стандарту. Найти вероятность того, что из 50 взятых со склада деталей число стандартных окажется между 42 и 48.

11) Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ a\sin x, & 0<x\le \pi/6\\ 1, & x>\pi/6\end{cases}$$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в результате опыта величина примет значение меньшее $\dfrac{\pi}{12}$.

13) Размер диаметра втулок является нормальной случайной величиной с $M(X)=2{,}5$см. и $\sigma(X)=0{,}001$. В каких границах можно гарантировать размер диаметра втулок с вероятностью 0,9973?

14) Для некоторого автопарка среднее число автобусов, отправляемых в ремонт после месяца эксплуатации равно 5. Оценить вероятность того, что по истечении месяца в одном автопарке будет отправлено в ремонт а) менее 15 автобусов; б)более 10.

Вариант №14

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь две окрашенных грани.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что все отобранные числа окажутся нечетными.

3) Наугад взяты два положительных числа, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что их сумма не превышает единицы, а произведение не меньше 0,09?

4) Подброшены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех костях выпадет тройка.

5) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, для второго – 0,3, для третьего – 0,3. Найти вероятность того, что а) выйдет из строя хотя бы один станок; б) из строя выйдет только первый станок.

6) Имеется коробка с девятью новыми теннисными мячами. Для игры берут три мяча. После игры их кладут обратно. При выборе мячей игранные от неигранных не отличают. Какова вероятность того, что после трех игр в коробке не останется неигранных мячей.

7) В партии саженцев имеются в одинаковых количествах саженцы липы, тополя и березы. Вероятности того, что саженец приживается после посадки, равны соответственно 0,8; 0,9; 0,7. Найти вероятность того, что наудачу выбранный саженец приживется.

8) На складе 20 холодильников, изготовленных на заводе №1 и 40 – на заводе №2. Вероятность того, что холодильник изготовленный на заводе №1 будет иметь брак равна 0,1; для второго завода – 0,2. Холодильники упакованы в коробки. Наудачу взятый холодильник оказался с браком. Найти вероятность того, что он изготовлен на заводе №1.

9) В цехе имеется 10 однотипных станков. Вероятность того, что каждый станок в течении смены будет работать с остановками равна 0,2. Найти вероятность того, что в течении смены без остановок будут работать не менее двух станков.

10) При контрольной проверке изготовленных приборов было установлено, что в среднем 15 из 100 штук оказываются дефектными. Найти вероятность того, что число дефектных приборов среди взятых наудачу 400 штук будет отличаться от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 20 штук.

11) Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 штук нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно, и, найдя такие, прекращает дальнейший осмотр. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - количества просмотренных часов; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 2 \\ a\left(x^2-2x\right), & 2<x\le 4 \\ 1, & x>4 \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина X примет значение большее 3; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шариков 5 мм. Вследствие неточности изготовления шарика, фактически его диаметр есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с $M(X)=5$ мм. и $\sigma(X)=0{,}05$ мм. При контроле шарики бракуются, если их диаметр отличается от номинального больше, чем на 0,1 мм. Определить какой процент шариков будет отбраковываться?

14) Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, равна 0,6. Оценить вероятность того, что из 10000 покупателей число сделавших покупку будет заключено в пределах от 5900 до 6100.

Вариант №15

1) В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.

2) У сборщика 12 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них пять деталей первого вида, четыре – второго, и три – третьего. Какова вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей окажутся три детали первого вида, две – второго и одна третьего вида?

3) Внутрь круга радиуса R брошена точка. Вероятность попадания точки в любую часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения относительной круга. Найти вероятность того, что точка окажется внутри квадрата, вписанного в круг.

4) В урне 15 шаров из них 10 цветных, остальные белые. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.

5) Вероятность уничтожения цели при одном выстреле равна 0,2. Определить число выстрелов, необходимых для поражения цели с вероятностью равной 0,6.

6) В десятиламповом радиоприемнике перегорела одна лампа. С целью устранения неисправности наудачу выбранную лампу заменяют исправной из запасного комплекта, после чего сразу проверяют работу приемника. Какова вероятность того, что приемник будет работать нормально после замены а) одной; б) пяти; в) десяти ламп?

7) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 45% общего количества электроламп, второй - 40%, третий -15% . Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81% . В магазин лампы поступают с трех заводов. Найти вероятность того, что купленная лампа окажется стандартной.

8) В группе и 20 стрелков имеются четыре отличных стрелка; десять – хороших и шесть посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9; для хорошего – 0,7, для посредственного – 0,4. Наудачу вызванный стрелок поразил цель. Найти вероятность того, что стрелял посредственный стрелок.

9) На заводе вырабатывается в среднем 80% холодильников отличного качества. Какова вероятность того, что в партии из 1000 холодильников окажется наивероятнейшее число холодильников отличного качества?

10) В течении года за индивидуальной консультацией по теории вероятностей обращаются в среднем 80% студентов. Найти вероятность того, что в этом году из 120 студентов за консультацией обратятся не менее 95 человек.

11) Вероятность попадания в цель для стрелка, делающего четыре выстрела, равна 0,3. За каждое попадание стрелок получает пять очков, а за каждый промах у него вычитают два очка. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа очков, полученных стрелком за 4 выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом: $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le -3 \\ \dfrac{a}{\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3 \\ 0, & x\ge 3 \end{cases}$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение большее $\sqrt{3}/2$.

13) Случайная величина X подчинена нормальному закону с $M(X)=0$. Вероятность попадания этой величины в интервал от -1 до 1 равна 0,5. Найти среднее квадратическое отклонение этой случайной величины и записать функцию $f(x)$.

14) Выборочным путем требуется определить средний вес зерен пшеницы. Сколько нужно обследовать зерен, чтобы с вероятностью большей 0,9 можно было утверждать, что средний вес отобранных зерен будет отличаться от математического ожидания этого среднего (принимаемого за средний вес зерен во всей партии) не более чем на 0,001 г? Установлено, что среднее квадратическое отклонение веса зерен не превышает 0,04г.

Вариант №16

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 1000 одинаковых кубиков. Кубики перемешали, после чего извлекли наудачу один. Найти вероятность того, что кубик будет иметь три окрашенные грани.

2) В партии, состоящей из 20 изделий, имеются 5 дефектных. Из партии для контроля берут семь изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных вся партия бракуется. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

3) На отрезке L длиною 20 см помещен меньший отрезок l длиною 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет так же и на меньший отрезок. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

4) В одном ящике 10 белых и пять черных шаров. Во втором ящике семь белых и три черных шара. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) оба шара одного цвета; б) оба шара разного цвета.

5) Из чисел 1, 2, 3, …20 наудачу выбирают пять чисел. Найти вероятность того, что все числа нечетные.

6) Три стрелка поочередно ведут стрельбу по цели (одной и той же). Каждый стрелок имеет два патрона. При первом же попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,2, для второго – 0,3, для третьего – 0,4. Найти вероятность того, что все три стрелка израсходуют весь свой боезапас.

7) Литье в болванках поступает из двух цехов: 70% из первого, остальные из второго. Материал первого цеха имеет 10% брака, а второго 20%. Найти вероятность того, что наудачу взятая болванка оказывается без дефектов.

8) Два цеха штампуют однотипные детали. В первом цехе брак составляет 0,1%; во втором – 1%. Для контроля отобрано 50 изделий первого цеха и 60 – второго. Детали

оказались перемешанными. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь, оказавшаяся годной, изготовлена в первом цехе.

9) Проверяют партию из 50 приборов. Вероятность того, что прибор будет без брака равна 0,9. Найти наивероятнейшее число приборов с браком и вероятность этого наивероятнейшего числа.

10) Вероятность того, что покупателю магазина потребуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что доля покупателей, которым необходим 37 размер, отклонится от вероятности этого события по модулю не более чем на 0,4, если в магазине ожидается 8000 покупателей.

11) В партии, насчитывающей 50 изделий имеется шесть бракованных. Случайно из неё отобрали три изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа бракованных изделий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ a\left(3x-x^2\right), & 0<x\le 3 \\ 0, & x>3 \end{cases}$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в трех испытаниях величина примет значение из интервала $(1;2)$.

13) Случайная величина X – ошибка измерения некоторым прибором распределена по нормальному закону с $\sigma(X)=3$мк. Систематическая ошибка прибора отсутствует. $M(X)=0$. Найти вероятность того, что в трех независимых измерениях ошибка хотя бы одного из них окажется в интервале $(0;2,4)$.

14) Сколько следует проверить изделий, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, можно было утверждать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты годных деталей от вероятности годной детали, равной 0,9, не превысит 0,01.

Вариант №17

1) В книге 50 страниц. Найти вероятность того, что номер наугад открытой страницы будет кратен 8.

2) Из последовательности чисел 1, 2, 3, …10 наугад выбирают два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше.

3) Два лица условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами и договорились, что пришедший первым ждет другого в течении 10 минут, после чего уходит. Найти вероятность их встречи, если приход каждого в течение указанного часа может произойти в любое время и моменты прихода независимы.

4) В партии, содержащей 20 радиоприемников, имеется три неисправных. Наудачу отобрали три приемника. Найти вероятность того, что а) отобрали только исправные радиоприемники; б) отобрали только неисправные.

5) Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

6) Вероятность того, что противник находится на обстреливаемом участке равна 0,7, Вероятность попадания в этом случае равна 0,6. Для поражения достаточно одного попадания. Найти вероятность поражения при двух выстрелах.

7) На карточках написаны числа от 20 до 30. Извлекают сначала одну карточку, а потом другую (без возвращения). Найти вероятность того, что число на второй карточке будет четным.

8) Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной и той же мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого равна 0,8; для второго – 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку.

9) Радиоаппаратура состоит из 1000 электроэлементов. Вероятность отказа одного из них (безразлично какого) в течении года равна 0,001. Какова вероятность отказа а) двух элементов; б) не менее двух элементов в год.

10) С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Определить сколько следует взять изделий, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что частота изделий первого сорта отличается от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 2?

11) А.А. Марков при статистическом исследовании языка «Евгения Онегина» установил, что частость гласных букв составляет 0,45. Кроме того, вероятность, что после гласной будет следовать гласная, составляет 0,128, а вероятность, что после гласной будет следовать согласная 0,872. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа гласных букв среди двух последовательно расположенных букв; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ c/x^8, & x\ge 1\end{cases}.$$

Требуется: 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3)) найти функцию $F(x)$.

13) Случайное отклонение X размера детали от номинала распределено по нормальному закону с $M(X)=0$ и $\sigma(X)=5$мк. Каким должен быть допуск, чтобы с вероятностью не более 0,0027 получилась деталь с контролируемым размером вне поля допуска?

14) Среднее число пассажиров скорого поезда равно 620. Оценить вероятность того, что в наудачу взятом скором поезде пассажиров окажется более 630.

Вариант №18

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.

2) Колода из 52 игральных карт делится наугад на две равные части. Найти вероятность того, что в одной из частей будет ровно один туз.

3) Плоскость разграфлена параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 6 см. На плоскость наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

4) Два биатлониста произвели по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для каждого биатлониста соответственно равны 0,9 и $5/6$. Найти вероятность того, что цель не поражена.

5) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 8 белых и 2 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) хотя бы один шар среди извлеченных белый; б) только один белый.

6) Деталь проходит четыре операции обработки. Вероятность получения брака при первой обработке равна 0,01, при второй – 0,02, при третьей – 0,03, при четвертой – 0,02. Найти вероятность получения детали без брака после четырех операций, предполагая, что события получения брака на отдельных операциях являются независимыми.

7) В ящике 20 деталей, изготовленных на заводе №1 и 40 деталей – на заводе №2. На первом заводе брак составляет 5%, на втором – 10%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет не бракованной.

8) В девять одинаковых закрытых урн помещено по десять шаров, различающихся только цветом. В две урны положено по пять белых шаров; в три урны – по четыре белых шара; в

четыре урны – по три белых шара. Из какой-то одной урны нажатием кнопки выброшен шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что эта урна содержала три белых шара.

9) Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течении часа равна 0,005. Телефонная станция обслуживает 600 абонентов. Найти вероятность того, что в течении часа позвонят пять абонентов.

10) Медиками установлено, что 94% лиц, которым сделаны прививки против туберкулеза, приобретают иммунитет против этого заболевания. Какова вероятность того, что среди 10000 граждан, получивших прививки менее 1000 не будут защищены от этого заболевания.

11) Некто решил играть в кости до первого выигрыша, но не более пяти раз, на следующих условиях: если выпадет шестерка, он получает 5 долларов, а если другое число он платит один доллар. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – суммарного выигрыша; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом: $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность того, что при двух испытаниях величина хотя бы раз примет значение из интервала $(2;\,2{,}5)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) Детали, выпускаемые цехом, считаются высшего качества, если отклонения их размера от номинала не превосходят по абсолютной величине 2,6 мм. Случайное отклонение размера детали от номинала подчиняется нормальному закону со средним квадратическим отклонением равным 2 мм. Систематические ошибки отсутствуют ($M(X)=0$). Определить среднее число деталей высшего качества среди наудачу выбранных пяти деталей.

14) Длина изготовляемых деталей представляет случайную величину, среднее значение которой равно 50мм. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 0,2мм. Оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от средней длины по абсолютной величине не превзойдет 0,4 мм.

Вариант №19

1) Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти. Замечание: под фигурой понимают даму, валета, короля.

2) На один ряд, состоящий из семи мест, случайным образом рассаживаются семь студентов. Найти вероятность того, что два друга окажутся рядом.

3) На плоскости начерчены две концентрические окружности радиусов 5 см и 10 см. Найти вероятность того, что точка брошенная в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения.

4) На шести карточках написаны буквы *В, Д, З, О, Х, У*. После перетасовки вынимают наугад по одной шесть карточек с последующим их возвращением. Каждая из букв на вынутой карточки записывается. Найти вероятность того, что записано слово «ВОЗДУХ».

5) Три охотника одновременно выстрелили по одному волку. Вероятность попадания каждого из охотников одинакова и равна 0,4. Определить вероятность того, что волк будет убит, если для этого достаточно одного попадания.

6) Числитель и знаменатель рациональной дроби написаны наудачу. Какова вероятность того, что эта дробь несократима на пять?

7) На карточках написаны цифры от 0 до 9. Наудачу извлекают сначала одну, а потом другую карточку (без возвращения). Найти вероятность того, число на второй извлеченной карточке будет нечетным.

8) Счетчик регистрирует частицы трех типов – *A*, *B*, *C*. Вероятности появления этих частиц $P(A)=0{,}2$, $P(B)=0{,}5$, $P(C)=0{,}3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями 0,8; 0,2; 0,4. Счетчик уловил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа *B*.

9) В принятой партии хлопка число длинных волокон составляет 30% от общего числа волокон. Найти вероятность того, что в пучке из семи волокон четыре окажутся длинными.

10) Из каждого десятка деталей две оказываются с дефектами. Найти вероятность того, что среди 50 наудачу взятых деталей без дефекта будет большинство.

11) На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых разрешает или запрещает проезд с вероятностью 0,5. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \frac{1}{2}(1-\cos x), & 0\le x\le\pi \\ 1, & x>\pi \end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность события $\frac{\pi}{6}<X<\frac{\pi}{3}$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

13) Какова вероятность того, что нормально распределенная случайная величина со средним значением равным 1 и дисперсией равной 4, примет значение меньшее 5, но больше 0. Составить функцию плотности распределения вероятностей этой случайной величины.

14) Дисперсия каждой из 30000 независимых случайных величин не превышает шести. Какой должна быть верхняя граница абсолютной величины отклонения средней арифметической случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий, чтобы вероятность такого отклонения превышала 0,92?

Вариант №20

1) Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.

2) Для выполнения упражнений по перетягиванию каната 12 участников разбились на две команды по шесть человек в каждой. Найти вероятность того, что два наиболее сильных спортсмена окажутся в одной команде.

3) Два студента условились встретиться в определенном месте между 20 и21 часами. Пришедший первым ждет второго в течении $\frac{1}{4}$ часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода.

4) Четыре охотника договорились стрелять по дичи в определенной последовательности. Следующий охотник производит выстрел лишь в том случае, если промахнулся предыдущий. Вероятность попадания для первого охотника равна 0,6, для второго – 0,7,

для третьего – 0,8, для четвертого – 0,8. Найти вероятность того, что будет произведено а) один выстрел; б) два; в) три; г) четыре выстрела.

5) . Биатлонист производит четыре выстрела. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что цель поражена а) всеми выстрелами; б) одним выстрелом; в) только вторым выстрелом.

6) Минное заграждение поставлено в четыре линии. Вероятность подрыва корабля идущего без мер предосторожности на первой линии равна 0,6, на второй – 0,75, на третьей – 0,7, на четвертой – 0,65. Найти вероятность подрыва корабля при форсировании минного поля.

7) В ящик, содержащий 3 одинаковые детали, брошена одна стандартная деталь, а затем наудачу извлечена одна деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартная, если равновероятны все возможные предположения о числе стандартных деталей, первоначально находящихся в ящике.

8) Четыре стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4; для второго – 0,6; для третьего – 0,7; для четвертого – 0,8. После стрельбы в мишени обнаружены три пробоины. Найти вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок.

9) Вероятность, для данного баскетболиста забросить мяч в корзину при броске равна 0,3. Произведено 12 бросков. Какова вероятность наивероятнейшего числа попаданий.

10) ОТК проверяет 900 деталей на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,8. Найти с вероятностью 0,9544 границы, в которых будет заключено число стандартных деталей среди проверенных.

11) Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – общего числа попаданий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

12) Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases} a\left(4x-x^2\right), & 0\le x\le 2\\ 0, \quad x<0, & x>2\end{cases}$$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $0<X<1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$.

13) Случайная величина X распределена по нормальному закону со средним значением равным 40 и дисперсией равной 200. Вычислить вероятность попадания этой величины в интервал $(30;80)$. Написать функцию $f(x)$.

14) Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,04. Какое наименьшее число деталей следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,88 можно было утверждать, что доля нестандартных деталей среди них будет отличаться от вероятности изготовления нестандартной детали по абсолютной величине не более чем на 0,02?

Типовой расчет №2

Вариант 1

1. Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт.-ч.)

Интервалы	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45

мощности								
Число вероятность	3	13	70	190	290	230	130	62

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию распределения и функцию плотности X. Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95, 8) Проверить, используя критерий χ^2- гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

Вариант 2

1. Приводится распределение волокон хлопка по их длине (в мм).

Длина волокон	Число волокон
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	85
17-20	108
20-23	127
23-26	153
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины - длины волокон хлопка; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения её, найти интервальные оценки параметров распределения X приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей (X тыс.км) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз стоимости ежемесячного технического обслуживания автомобиля, пробег которого 22 тыс.км.

Вариант 3

1. Испытывалась чувствительность второго канала телевизоров. Данные испытаний указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности (в мкр.в.), во второй - число телевизоров n_i чувствительность которых оказалась в данном интервале.

интевал	n_i
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	10
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - чувствительности второго канала телевизоров; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения;7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95;

проверить, используя критерий χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв уровень значимости, равным 0,05.

2. Врач-исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части легкого,%	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента, больного эмфиземой, если человек курил 30 лет.

Вариант 4

1. В ОТК были измерены диаметры валиков из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Отклонения измеренных диаметров от номинала даны в следующей таблице (в микронах):

Границы отклонений	число валиков
-20-(-15)	7
-15-(-10)	11
-10-(-5)	15
-5-0	24
0-5	49
5-10	41
10-15	26
15-20	17
20-25	7
25-30	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Компания занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам.

Следующие данные показывают цены на видеомагнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

Число продаж, шт.	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена, тыс.сом	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	6,5	4,5	5,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости видеомагнитофона в регионе, если объем продаж составил 460 шт.

Вариант 5

1. Приводится распределение урожайности ржи (в ц/га) на различных участках поля некоторого хозяйства:

Урожайность (ц/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (в% к общей посевной площади)	5	15	33	23	17	7

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Если студент занимается самостоятельно по 12 часов в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

Вариант 6

1. С целью исследования закона распределения ошибки измерения дальности с помощью радиодальномера произведено измерение дальности (в м). Результаты представлены в следующей таблице:

Дальность (в м)	Число измерений
560-570	6
570-580	27
580-590	45
590-600	72
600-610	78
610-620	43
620-630	29
630-640	14
640-650	8
650-660	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Некоторая компания провела рекламную кампанию в магазинах с демонстрацией антисептических качеств своего нового моющего средства. Через 10 недель компания решила проанализировать эффективность этого вида рекламы, сопоставив еженедельные объемы продаж с расходами на рекламу (тыс. сом).

Объем продаж, тыс.сом	72	76	78	70	68	80	82	65	62	90
Расходы на рекламу, тыс. сом	5	8	6	5	3	9	12	4	3	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз объема продаж, если расходы на рекламу составили 11 тыс. сом.

Вариант 7

1. Приводятся данные отклонения бомбы по дальности от центра цели:

Отклонение (в м)	Количество отклонений
-500-(-400)	4
-400-(-300)	12
-300-(-200)	28
-200-(-100)	56

-100-0	100
0-100	96
100-200	60
200-300	32
300-400	8
400-500	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеется выборка из 10 домохозяйств для изучения связи между числом телевизоров в домохозяйстве и числом членов домохозяйства. X - число членов домохозяйства; Y - число телевизоров.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	2	3	4	1	2	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0{,}05$. Сделать прогноз количества телевизоров домохозяйства, состоящего из 8 человек.

Вариант 8

1. Приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранных студентов:

Рост (в см)	Число студентов
154-158	10
158-160	14
160-162	26
162-164	28
164-166	30
166-168	40
168-170	50
170-174	28
174-178	20
178-180	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт.).

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о выработке рабочего, имеющего стаж работы 10 лет.

Вариант 9

1. Дано распределение скорости автомобилей на одном участке шоссе (км/ч):

Скорость (км/ч)	Число автомобилей
61-65	5
65-69	8
69-73	12
73-77	17
77-81	20
81-85	35
85-89	28
89-93	11
93-97	8
97-101	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Изучается зависимость себестоимости единицы изделия (Y, тыс.сом) от величины выпуска продукции (X , тыс. шт.) по группам предприятий за отчетный период. Экономист обследовал 5 предприятий и получил следующие данные:

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 8 тыс.штук.

Вариант 10

1. Приводится суммарное число набранных баллов командами в соревнованиях:

Число баллов	Число команд
49-52	3
52-55	6
55-58	11
58-61	19
61-64	30
64-67	23
67-70	12

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные о глубине вспашки полей под озимые культуры (X , см) и их урожайности (Y , ц/га):

X	10	15	20	25	30
Y	5	10	16	20	24

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз об урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

Вариант 11

1. Дано распределение предела прочности образцов сварного шва (Н/мм^2):

Предел прочности	частота
28-30	8
30-32	12
32-34	15
34-36	20
36-38	15
38-40	10
40-42	6
42-44	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Из студентов 4-го курса естественно-технического факультета КРСУ отобраны случайным образом 10 студентов и подсчитаны средние оценки, полученные ими на первом (X) и на четвертом (Y) курсе. Получены следующие данные:

X	3,5	4,0	3,8	4,6	3,9	3,0	3,5	3,9	4,5	4,1
Y	4,2	3,9	3,8	4,5	4,2	3,4	3,8	3,9	4,6	3,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз средней оценки, полученной студентом на четвертом курсе, если на первом курсе его средняя оценка 4,3.

Вариант 12

1. Распределение отклонений напряжения от номинала (мв):

отклонение	частота
0.00-0.02	9
0.02-0.04	15
0.04-0.06	29

0.06-0.08	35
0.08-0.10	32
0.10-0.12	19
0.12-0.14	8
0.14-0.16	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеются данные о связи между возрастом самолета (X , лет) и стоимостью его эксплуатации (Y млн. сом):

X	1	2	3	4	5
Y	2	4	5	8	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости эксплуатации самолета, если его возраст 2,5 года.

Вариант 13

1. Приводится время выполнения упражнения (в с.) учениками

интервал	Кол-во учеников
8.95-9.05	4
9.05-9.15	8
9.15-9.25	10
9.25-9.35	8
9.35-9.45	6
9.45-55	4
9.55-9.65	3
9.65-9.75	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Исследована зависимость объема выпуска продукции (X, тыс.шт.) и себестоимости единицы изделия (Y, тыс.сом). Получены следующие данные:

X	3	4	5	6	7
Y	10	8	7	5	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если объем выпуска продукции составит 8,5 тыс.штук.

Вариант 14

1. Горизонтальное отклонение от цели (м) при испытании ракет приведено в следующей таблице:

Отклонение	Кол-во ракет
-40-(-30)	7
-30-(-20)	11
-20-(-10)	15
-10-0	24
0-10	49
10-20	41
20-30	26
30-40	17
40-50	7
50-60	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	2	2,5	2,8	3	3,5	4	4,5

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз веса некоторого растения, если вес его семян 4,4 г.

Вариант 15

1. Приводится распределение рабочих по зарплате за смену:

Зарплата (в усл.ден.ед.)	Число рабочих
230-240	24
240-250	33
250-260	40
260-270	50
270-280	60
280-290	120
290-300	180
300-310	58
310-320	30
320-330	15

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. При исследовании зависимости времени, затраченного на закрепление детали на токарном станке, от веса детали, получены следующие результаты (X - вес детали, кг, Y - время закрепления детали, с.):

X	7	8	10	12	13	14	15	17	18	20
Y	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз о времени, затраченного на закрепление детали на станке, если ее вес 22 кг.

Вариант 16

1. Дано распределение нитей пряжи по крепость нитей (г):

Крепости нитей (г)	Кол-во нитей
170-180	9
180-190	52
190-200	84
200-210	128
210-220	187
220-230	225
230-240	174
240-250	107
250-260	34
260-270	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеются следующие выборочные данные о стоимости квартир (Y) и их общей площади (X) в городе N:

X	33	40	36	60	55	80	95	70	48	53	95	63
Y	13,8	13,8	14	22,5	24	28	32	20,9	22	21,5	32,5	24

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости квартиры, если ее площадь 56,4 м^2.

Вариант 17

1. Дано распределение рабочих по времени, затрачиваемого одним рабочим на изготовление одной детали.

Время (мин)	Число рабочих

2-4	1
4-6	4
6-8	23
8-10	33
10-12	20
12-14	17
14-16	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеются следующие выборочные данные о жесткости воды (Y, град.) и количеством кальция в воде X (г/л):

X	28	56	77	191	241	262
Y	4	8	11	27	34	37

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз жесткости воды с содержанием кальция 250 мг/л.

Вариант 18

1. Даны результаты испытания стойкости удлиненных сверл диаметром 4 мм (ч.):

стойкость	Кол-во сверл
2.6-2.8	7
2.8-3.0	10
3.0-3.2	49
3.2-3.4	70
3.4-3.6	46
3.6-3.8	10
3.8-4.0	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика;

6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Исследуется зависимость между пределом прочности прессованной детали Y (МПа) и температурой при прессовании X (град.). Экспериментальные данные, представлены в таблице:

X	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165
Y	110	107	105	98	100	95	95	92	86	86

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз предела прочности детали, если температура прессования 170 град.

Вариант 19

1. Даны результаты определения содержания фосфора в чугунных образцах:

Содержание фосфора (%)	Число образцов
0.10-0.20	5
0.2-0.3	23
0.3-0.4	38
0.4-0.5	25
0.5-0.6	5
0.6-0.7	4
0.7-0.8	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. Имеются данные о фондовооруженности предприятия X (тыс.сом) и производительности труда Y (тыс.сом).

X	20,7	22,8	18,7	16,5	14,7	11,3	18,8	13,4	9,5	11,8
Y	10,5	10,6	9,5	7,6	6,4	4,5	9	6,8	4,9	6,1

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о производительности труда, если фондовооруженность предприятия составляет 20 тыс.сом.

Вариант 20

1. Приводятся данные о среднесуточном пробеге автомобилей (в сотнях км):

Пробег	Число автомобилей
1.0-1.2	2
1.2-1.4	5
1.4-1.6	20
1.6-1.8	48
1.8-2.0	19
2.0-2.2	5
2.2-2.4	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина *X* распределена по нормальному закону, записать функцию плотности и функцию распределения, найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95; 8) проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

2. В таблице приведены результаты изучения зависимости себестоимости единицы продукции (*Y*, тыс.руб.) от величины выпуска продукции (*X*, тыс.штук) по разным предприятиям отрасли.

X	2	3	4	5	6	7	8
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 10 тыс.штук.

ПРИЛОЖЕНИЕ №4

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1СЕМЕСТР

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Задание 1. Найти AB, где $A=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Найти решение системы по формулам Крамера

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

Задание 3. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1, \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12. \end{cases}$$

Задание 4. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -4 & -6 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ 6 & 4 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

Задание 5. Определить модули суммы и разности векторов $\overline{a}=(3;-5;8)$ и $\overline{b}=(-1;1;-4)$.

Задание 6. Векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен 60^0. Зная, что $|\overline{a}|=4,$ $|\overline{b}|=2$ и $|\overline{c}|=6,$ определить модуль вектора $\overline{p}=\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}.$

Задание 7. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(-1;1;2)$, $B(2;3;3)$ и $C(1;2;-1)$

Задание 8. При каком значении λ векторы $\overline{a}=(1;1;\lambda),$ $\overline{b}=(0;1;0)$ и $\overline{c}=(3;0;1)$ компланарны?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

Вычислить пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n+9}{5n^3-7n+5}$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-5}{3n+5}\right)^{-n^2}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x+1}{5x-2}\right)^{3x-1}$

4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-12x+4}{3x^2+x-14}$

5. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{6-\sqrt{x^2+20}}{3x+12}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(8x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$

7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(15-5x)}{2x^2+3x-27}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+15x)}{e^{-3x}-1}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

1. Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{8^{x+6}-8^3}{e^{2x+6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7$

2. $y=\dfrac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}$

3. $y=\ln\cos(2x+5)$

4. $y=\left(x^3+1\right)^{tgx}$

5. $y=\left(6\ln x-5^x\right)\left(15+7\sin x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = arcctg\,6t, \\ y = 2t^3-9t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции:

$$y=x^3-9x^2+15x-3$$

<u>2 СЕМЕСТР</u>

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.

2. $\int\dfrac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int\dfrac{3x^2+x^5e^x-4}{x^5}dx$

4. $\int(3x-2)\cos 2x\,dx$

5. $\int\dfrac{x^3-8x-14}{(x+2)(x-4)}dx$

6. $\int\dfrac{dx}{3+2\cos x}$

Контрольная работа № 2

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 4\cos\phi$.

4. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln(x^2 - 1), \quad 3 \le x \le 4$

5. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi/2$.

6. Вычислить длину дуги кривой $\rho = 2\cos\phi, \quad 0 \le \phi \le \pi/6$.

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2, y = x$.

Контрольная работа № 3

1. Поменять порядок интегрирования $\int_{-2}^{2} dx \int_{x^2}^{4} f(x, y)dy$.

2. Вычислить координаты центра тяжести неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x, y) = xy$.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 4$, $z = 0$, $z = 3$.

Контрольная работа №4

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L: $r = 2\cos\varphi$, $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$.

2. Вычислить непосредственно криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint_L \left(2xy + y^2\right)dx + \left(3x^2 + 2y + 1\right)dy$. Контур L: $x = 0$, $y = 4$, $y = x^2$

3. Вычислить криволинейный интеграл по координатам $\oint y^3 dx + xydy$ где L – дуга астроиды $x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ от точки $A(2;0)$ до точки $B(0;2)$.

3 СЕМЕСТР

Контрольная работа № 1

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2+1}$.
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$.
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$.
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{n!}$.
6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n^2}$.
7. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,1}e^{-6x^2}dx$.
8. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ $f(x)=\begin{cases}-2, & -\pi\le x<0,\\ 2, & 0\le x\le\pi.\end{cases}$
9. Разложить $f(x)$ в ряд Фурье по синусам $f(x)=\frac{\pi}{2}-x,\quad 0\le x\le\pi$

Контрольная работа № 2

1. Найти производную скалярного поля $u=x^2+4x^3y+5xz-z^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2+4xz+5xy-yz^2$ в точке $M_0(-1;-2;0)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

$\overline{a}(M)=x\overline{i}+(y-2z)\overline{j}+(2x-y+2z)\overline{k}$;p: $x+2y+z=2$

4. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M)=(x-z)\overline{i}-y\,\overline{j}+(y+z)\overline{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M)$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.

$\overline{a}(M) = (2x - 4yz)\overline{i} + (2y - 4xz)\overline{j} + (2z - 4xy)\overline{k}$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

1. Найти общий интеграл ДУ $\boldsymbol{y' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}}$.

2. Найти общий интеграл ДУ $\boldsymbol{y' = 2 - \dfrac{x}{y}}$.

3. Найти общее решение ДУ $\boldsymbol{y' + \dfrac{2}{x} y = x}$.

4. Решите ДУ $\boldsymbol{y' + \dfrac{y}{x} = xy^2}$.

5. Решите ДУ $\boldsymbol{\left(y^2 - e^x \cos y\right)dx + \left(2xy + e^x \sin y\right)dy = 0}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

1. Найти общее решение ДУ $\boldsymbol{y''' x \ln x = y''}$.

2. Найти решение задачи Коши $\boldsymbol{4y^3 y'' = y^4 - 1}$, $y(0) = 2^{1/2}$, $\boldsymbol{y'(0) = 1/(2^{3/2})}$

3. Найти общее решение ДУ $\boldsymbol{y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}}$.

4. Найти решение задачи Коши $\boldsymbol{y'' + \pi^2 y = \pi^2 / \cos \pi x}$, $\boldsymbol{y(0) = 3,\ y'(0) = 0}$.

5. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + 2y + e^t, & x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + 2y, & y(0) = 2. \end{cases}$$

4 СЕМЕСТР

Контрольная работа №1

1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны: $M(X) = 3, \quad M(Y) = 6, \quad D(X) = 3, \quad D(Y) = 4$.

2 Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

Найти $p_2, M(X), D(X)$.

4. Случайная величина задана законом распределения: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2, \\ \dfrac{x^2 - 4}{a}, & 2 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2{,}5;3)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Контрольная работа №2

Задание 1. Выборочное исследование длительности горения ламп дало следующие результаты:

Интервалы	0-400	400-800	800 -1200	1200 -1600	1600 – 2000	2000 – 2400	2400 -2800
Частота	121	95	76	56	45	36	21

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. В итоге 5 измерений получены следующие положительные отклонения от номинального размера у партии деталей (в мм): 17, 8, 23, 9, 23. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Телефонная компания желает оценить среднее время междугородных переговоров в течении выходных, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 50 звонков дала среднюю $\overline{x} = 14.5$ мин со средним квадратическим отклонением $s = 5.6$ мин. Постройте 95% доверительный интервал для средней продолжительности переговоров в выходные дни.

Задание 4. Используя критерий χ^2, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

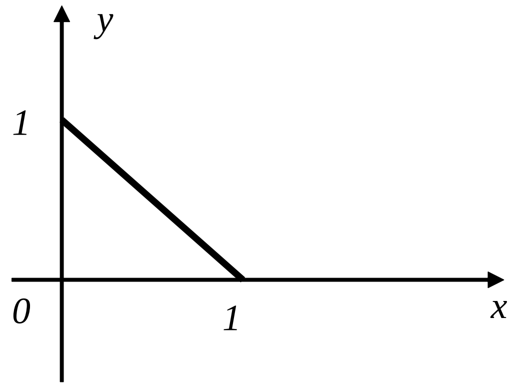
Эмпирическая частота n_i	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n'_i	43	120	245	290	200	102

Задание 5. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

1 СЕМЕСТР

Образец теста: "Аналитическая геометрия"

Задание №1		
Уравнение прямой, изображенной на рисунке, имеет вид ... 		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$x+y=1$
2)		$x=1$
3)		$y=1$
4)		$x-y-1=0$

Задание №2				
Установить соответствие между уравнением кривой и ее названием				
Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа:				
1)		эллипс	1)	$x^2+4y^2=16$
2)		окружность	2)	$4x^2-y^2=16$
3)		парабола	3)	$x^2=4y$
4)		гипербола	4)	$x^2+y^2+2y=0$

Задание №3		
Установить, какая линия определяется уравнением $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости
2)		половина гиперболы, расположенная в верхней полуплоскости
3)		половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости
4)		половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости

Задание №4

Написать уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1;2;3)$ и $M_2(3;-3;4)$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{7}$
2)		$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z-3}{1}$
3)		$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{4}$
4)		$\frac{x+3}{4}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-4}{7}$

Задание №5		
Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$ и плоскости $2x+3y+z-1=0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$(1;3;2)$
2)		$(2;-1;3)$
3)		$(2;-3;6)$
4)		$(4;6;1)$

Задание №6		
Даны концы $A(3;4)$ и $B(5;2)$ однородного стержня. Определить координаты его центра тяжести.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		(8;6)
2)		(-2; 2)
3)		(4; 3)
4)		(-1;1)

Задание №7		
Прямые $y-2x-10=0$ и $3y-6x+2=0$…		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		пересекаются не под 90^0
2)		совпадают
3)		перпендикулярны
4)		параллельны

Задание №8

Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;1)$ и образующей с осью Ox 45^0		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$y = x + 3$
2)		$y = -x - 3$
3)		$-2x + y = 0$
4)		$x - 2y - 1 = 0$

Задание №9		
Найти угол между плоскостями $2x - y + 3z + 1 = 0$ и $4x - 2y + 6z + 7 = 0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		0^0
2)		90^0
3)		45^0
4)		30^0

Задание №10		
Определите координаты центра и радиус сферы, заданной следующим уравнением $x^2 + y^2 + z^2 + 4z = 0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$O(0;0;2)$, $r = 2$
2)		$O(0;0;-2)$, $r = 2$
3)		$O(0;0;2)$, $r = 4$
4)		$O(0;0;-2)$, $r = -4$

Образец теста: «Пределы»

1. Найти предел

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$$

Ответы:

1) -4; 2) 4; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$.

2. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}(1+3tgx)^{ctgx}$$

Ответы:

1) ∞; 2) 1; 3) $e^{\frac{1}{3}}$; 4) e^3.

3. Найти предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n-1}{5n^2-7n+2}\right)^2$$

Ответы:

1) $-\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{4}{25}$.

4. Найти предел

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$$

Ответы:

1) 0; 2) -1; 3) a; 4) 1.

5. Найти предел

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{2x^2-9x+9}$$

Ответы:

1) $\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) $\frac{7}{3}$.

6. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$$

Ответы:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞; 4) $\frac{4}{3}$

КОПТ № 3 «Дифференцирование функций»

Вариант 1

Найти производные:

1) $y=\frac{3x+\sin x}{\cos x-10}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=-\frac{3+\cos x}{\sin x}$; б) $y'=\frac{3-\cos x}{\sin^3 x}$;

в) $y'=\frac{3x\sin x-7\cos x-29}{(\cos x-10)^2}$; г) $y'=\frac{\cos 2x-3x\sin x-7\cos x-30}{(\cos x-10)^2}$.

2) $y=\ln^4(2x+1)$. Найти y'.

Ответы:

а) $y' = 8\ln^3(2x+1)$;

б) $y' = \dfrac{8\ln^3(2x+1)}{2x+1}$;

в) $y' = \dfrac{8}{(2x+1)^3}$;

г) $y' = 8\ln(2x+1)\cdot 2$.

3) $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$. Найти y'.

Ответы:

а) $y' = (2xye^y - 3x^2)y\dfrac{1}{x^2 ye^y}$;

б) $y' = (2xye^y - 3x^x y)y\dfrac{1}{1 - x^2 ye^y}$;

в) $y' = (2xye^y - 3x^2 y)\cdot\dfrac{1}{1 - x^2 ye^y}$;

г) $y' = \dfrac{2xye^y - 3x^2}{1 - xye^y}\cdot y$.

4) $y = (2tg3x+1)^{\sin 3x}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y' = (2tg3x+1)^{\sin 3x}\cos 3x$;

б) $y' = [3\cos 3x\ln(2tg3x+1) + \dfrac{6\sin 3x\sec^2 3x}{2tg3x+1}]\cdot(2tg3x+1)^{\sin 3x}$;

в) $y' = (2tg3x+1)^{\sin 3x}\cdot\ln(2tg3x+1)$;

г) $y' = (2tg3x+1)^{\sin 3x - 1}\cdot\cos 3x\cdot 3$.

5) $y = 2x^4 - \dfrac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1$. Найти y'.

Ответы:

а) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2}$;

б) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^4}$;

в) $y' = 8x^3 + \dfrac{1}{x\sqrt[3]{x}}$;

г) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 1$.

6) $y = (x + x^3)\cdot arctgx$. Найти y'.

Ответы:

а) $y' = (1+3x^2)arctgx + x$;

б) $y' = \dfrac{1+3x^2}{1+x^2}$;

в) $y' = 3x^2 arctgx + x$;

г) $y' = (1+3x^2)\cdot(1+x^2)$.

7) $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 3t^5 + 5t^3 + 1 \end{cases}$. Найти y''_x .

Ответы:

а) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2 - 1}$;

б) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2 + t}$;

в) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2 + 3}$;

г) $y''_x = -\dfrac{10t}{3t^2 - 3}$.

8) $y = 7^{2x} + \dfrac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y' = 7^x \ln 7 \cdot 2 + \frac{2}{5} x^{-\frac{3}{5}}$; б) $y' = x \cdot 7^{x-1} + \frac{2}{5} x^{\frac{1}{5}}$;

в) $y' = 7^{2x} \ln 7 \cdot 2 - \frac{8}{5x\sqrt[5]{x^2}}$; г) $y' = 7^x \ln 7 + x \cdot 7^{x-1} + \frac{4}{x\sqrt[3]{x^2}}$.

КОПТ № 4

по разделу «Функции нескольких переменных»

Вариант 1

1. ***Найти область определения функции***

$$z = \frac{2x + 3y - 1}{x - y} + \ln(x - y)$$

Ответы:

а) $x \geq 0$; $y \geq 0$; в) $x \neq y$;

б) $x > y$; г) $x \geq \frac{1-3y}{2}$.

2. ***Дана функция*** $z = x \ln \frac{y}{x}$. ***Чему равно выражение*** $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}$ ***в точке*** $(1, e)$***?***

Ответы:

а) 1; в) 3;

б) $\frac{e+1}{e}$; г) 0.

3. ***Исследовать на экстремум функцию:*** $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$

Ответы:

а) $z_{\min}(-4;1) = -11$; в) экстремума нет;

б) $z_{\max}(-4;1) = -11$; г) нет верного ответа.

4. ***Найти наибольшее и наименьшее значения функции*** $z = x^2 + 4xy - 2y^2 - 6x - 1$ ***в треугольнике*** $x = 0,\quad y = 0,\ x + y = 3$.

Ответы:

а) $z_{наиб} = -2{,}8$, $z_{наим} = -4$; в) нет верного ответа;

б) $z_{наиб} = -1$, $z_{наим} = -19$; г) $z_{наиб} = -1$, $z_{наим} = -10$.

5. ***Найти*** $\frac{\partial z}{\partial u}$ ***для функции*** $z = x^2 y - y^2 x$***, если*** $\begin{cases} x = u\cos v \\ y = u\sin v \end{cases}$

Ответы:

а) $3u^2 \sin v \cos v(\cos v - \sin v)$; в) $-u^2 \cos 2v(\cos v + \sin v)$;

б) $u^2 \sin v \cos v(\cos v - \sin v)$; г) $u^2 \cos 2v(u\cos v + \sin v)$.

2 СЕМЕСТР

КОПТ № 1
«Определенный интеграл и его приложения»

Вариант №1

1. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_{a}^{a\sqrt{3}} \frac{dx}{a^2+x^2}$.

Ответы: а) $\frac{\pi}{a}$; б) $\frac{3\pi}{2a}$; в) $\frac{\pi}{12a}$; г) $\frac{\pi}{12}$.

2. Вычислить $\int\limits_0^1 \ln(x+1)dx$.

Ответы: а) $2\ln 2-1$; б) $2\ln 2$; в) $1-2\ln 2$; г) 1.

3. Вычислить $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} tg^3 x dx$.

Ответы: а) 1; б) $\frac{\ln 2}{2}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{1-\ln 2}{2}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=2-x^2$.

Ответы: а) $\frac{5}{2}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{8}{3}$.

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$, $y=0$, $0\le t\le 2\pi$.

Ответы: а) $3\pi a^2$; б) πa^2; в) πa^2; г) $\frac{\pi}{2}a^2$.

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r=a(1-\cos\phi)$.

Ответы: а) $2\pi a^2$; б) $\frac{5}{2}\pi a^2$; в) $3\pi a^2$; г) $\frac{3}{2}\pi a^2$.

7. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной линиями $y^2=\left(x+4\right)^3$, $x=0$

Ответы: а) 32π; б) 64π; в) $\frac{15}{2}\pi$; г) 4π.

8. Вычислить длину дуги линии $y=\ln\sin x$ от точки с абсциссой $x=\frac{\pi}{3}$ до $x=\frac{2\pi}{3}$.

Ответы: а) $\ln 3$; б) $\ln 2$; в) $\frac{1}{2}$; г) 1.

9. Вычислить длину дуги линии $\begin{cases} x = a(\cos t + t\sin t) \\ y = a(\sin t - t\cos t) \end{cases}$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \dfrac{\pi}{4}$.

Ответы: а) $\dfrac{\pi^2 a}{8}$; б) $\dfrac{\pi\ a}{8}$; в) $\dfrac{\pi a^2}{32}$; г) $\dfrac{a\pi^2}{32}$.

10. Вычислить длину дуги линии $r = a\sin^3\dfrac{\phi}{3}$

Ответы: а) $3\pi a$; б) $\dfrac{\pi a}{2}$; в) πa; г) $\dfrac{3\pi a}{2}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 6

1 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина **Математический анализ**

Билет № 1

1) Матрицы. Виды матриц
2) Функция: определение, способы задания, область определения, четность, нечетность.
3) Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{a}$ на ось вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.
4) Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$. Построить ее.
5) Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\left(x^2 - 4\right)}{x^2 - 5x + 6}$ б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$.

6) Найти производные функций

а) $y = \sin\left(x^3 + 2\ln x\right) + \sqrt{2}$, б) $y = \left(\cos x\right)^{5e^x}$.

7) Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 40$.

2 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 2 Дисциплина **Математический анализ**

Билет № 1

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и физический смыслы.
2. Найти неопределенные интегралы:
3. а) $\int \dfrac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x}\,dx$, б) $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2 + 3x^3}\,dx$.
4. Вычислить $\int_0^1 x^3\sqrt{4 + 5x^4}\,dx$.
5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$, $y = 5$.

6. Вычислить интеграл $\iint\limits_D y dxdy$, где область D ограничена линиями: $x - y = 4$, $x = 0$, $y = 0$.
7. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sin x \cos^3 x dl$, где $L: \quad y = \ln\cos x \quad (0 \le x \le \pi/3)$.

3 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс _2_ Семестр _3_ Дисциплина **Математический анализ**

Билет № 1

1. Признак Даламбера.
2. Дифференциальные уравнения допускающие понижение порядка
3. Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
4. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
5. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M) = (x-z)\bar{i} - y\bar{j} + (y+z)\bar{k}$.
6. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2+1} + \frac{dy}{2x-1} = 0$
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$

4 СЕМЕСТР
Кыргызско-Российский Славянский Университет

Кафедра Высшей Математики

Курс 2 Семестр 4 Дисциплина ТВМС

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № ___**1**____

1. *(З)* Классическое определение вероятности.
2. *(З)* Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.

---

3. *(У)* Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.

4. *(У)* На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность, что получится слово «число».
5. *(У)* Случайная величина *X* задана законом распределения

X	2	3	?	11
P	0,1	?	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание *X* равно 5,7. Найти а) Найти $P(X=3)$, б) значение *X*, которое она принимает с вероятностью 0,3.

6. *(В)* Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).

7. *(В)* Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности *X* с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7