

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Министерство образования и науки Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования
Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента
Российской Федерации Б.Н. Ельцина

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Уровень высшего образования: БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки:	44.03.01 (РФ), 550200 (КР) — Педагогическое образование
Профиль:	«Математика» (в билингвальной образовательной среде)
Квалификация:	Бакалавр
Кафедра:	Педагогического образования
Семестр:	7 (4 курс, 1 семестр)
Форма контроля:	Экзамен
Трудоёмкость:	4 ЗЕТ (144 часа: 16 ч. лекций, 32 ч. практических, 64 ч. СР)

Бишкек, 2024 г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 / 550200 «Педагогическое образование», профиль «Математика» (в билингвальной образовательной среде) по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утверждён на заседании кафедры Педагогического образования

протокол № 2 от «29» октября 2024 г.

Заведующий кафедрой Педагогического образования _____ Ахметова З.А.

Руководитель образовательной программы _____ Ахметова З.А.

Составитель:

кандидат физико-математических наук, доцент _____ Комарцова Е.А.

Рецензент:

кандидат педагогических наук, доцент _____ Назарматова Г.А.

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математическая логика» направлена на формирование следующих компетенций:

Компетенция	Планируемые результаты обучения (этапы формирования)	Виды оценочных средств	Шифр раздела в ФОС
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	Знать: Осн. разделы мат. логики: высказывания, предикаты, формальные доказательства; принципы построения формальных систем; методы логического анализа	Блок А (задания репродуктивного уровня): • Тестирование (разд. 1–3) • Устный опрос • Рубежный контроль	A.0 — Тестовые задания A.1 — Вопросы для устного опроса A.2 — Вопросы рубежного контроля (коллоквиум) D — Вопросы к экзамену (уровень «ЗНАТЬ»)
	Уметь: Объяснять логическую структуру рассуждений; строить корректные доказательства; использовать логические модели для интерпретации материала	Блок В (задания реконструктивного уровня): • Домашние работы • Практические задания • Задачи по разделам	B.1 — Типовые практические задачи B.2 — Задания для разделов 1–3 D — Задания к экзамену (уровень «УМЕТЬ»)
	Владеть: Навыками формализации рассуждений; методами обучения логике и формальным доказательствам; приёмами логического анализа учебных задач	Блок С (задания практико-ориентированного уровня): • Защита презентаций • Защита инд. проектов • Круглый стол / дискуссия	C.1 — Темы презентаций C.2 — Инд. творческие задания D — Задания к экзамену (уровень «ВЛАДЕТЬ»)
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения в предметной области при решении профессиональных задач	Знать: Законы логики, виды выводов, структуру доказательств; методы решения логических задач; основы булевой алгебры и логических вычислений	Блок А (задания репродуктивного уровня): • Тестирование по разделам 1–4 • Устный опрос • Рубежный контроль	A.0 — Тестовые задания A.1 — Вопросы для устного опроса A.2 — Вопросы рубежного контроля D — Вопросы к экзамену (уровень «ЗНАТЬ»)
	Уметь: Решать логические задачи различного	Блок В: • Практические задания к разделам «Алгебра	B.1 — Типовые задачи по разделам

	уровня сложности; применять логические методы при анализе педагогических ситуаций; конструировать логические модели	логики», «Булевы функции» • Задачи по алгебре предикатов	В.2 — Задания для работы студентов D — Задания к экзамену (уровень «УМЕТЬ»)
	Владеть: Навыками работы с логическими формулами и доказательствами; методикой разработки логических заданий; приёмами применения логики в профессиональной деятельности	Блок С: • Защита инд. проектов • Коллоквиум • Самостоятельная работа (исследовательские задания)	С.1 — Темы для защиты проектов С.2 — Исследовательские задания D — Задания к экзамену (уровень «ВЛАДЕТЬ»)

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математическая логика»

Курс / семестр:	4 курс / 7 семестр
Количество кредитов (ЗЕТ):	4 ЗЕТ (144 часа)
Отчётность:	Экзамен

Название модуля (согласно РПД)	Контроль	Форма контроля / содержание	Мин. балл	Макс. балл	График контроля
Модуль 1. Алгебра высказываний	Текущий контроль (ТК)	• Устный опрос / фронтальный опрос • Работа в парах (практикум) • Посещаемость и активность За пропуск: -0,5 балл; за активность: +0,5 балл	8	12	1–3 неделя семестра
	Рубежный контроль (РК)	Тестирование по разделу №1 (20 вопросов с выбором ответа)	3	6	4 неделя семестра
Модуль 2. Булевы функции и формальные исчисления	Текущий контроль (ТК)	• Мозговой штурм (тема «Булевы функции») • Работа в малых группах • Защита презентаций • Мультимедийная лекция (опрос) • Практикум / работа в парах	8	12	5–8 неделя семестра
	Рубежный контроль (РК)	Тестирование по разделу №2 (20 вопросов) + коллоквиум по теореме о полноте исчисления высказываний	4	8	9 неделя семестра
Модуль 3. Алгебраические системы и алгебра предикатов	Текущий контроль (ТК)	• Коллоквиум (алгебраические системы) • Работа в мини-группах • Мозговой штурм (фильтры и ультрафильтры) • Практикум	8	12	10–12 неделя семестра
	Рубежный контроль (РК)	Тестирование по разделу №3 (10 вопросов) + письменное задание по	4	8	13 неделя семестра

		алгебре предикатов			
Модуль 4. Исчисление предикатов	Текущий контроль (ТК)	• Лекция-дискуссия (аксиомы, правила вывода) • Круглый стол • Защита индивидуальных проектов • Мультимедийная лекция	10	16	13–14 неделя семестра
	Рубежный контроль (РК)	Краткий экзамен (КрЭк): письменная работа — проверка выводимости формул, задачи по исчислению предикатов	3	6	14–15 неделя семестра
ИТОГО за семестр		Текущий + Рубежный контроль	45	80	
Промежуточный контроль (ПК) — Экзамен	Экзамен	Устный ответ по билету: • Теоретический вопрос (уровень «ЗНАТЬ») • Практическое задание (уровень «УМЕТЬ») • Задача повышенного уровня (уровень «ВЛАДЕТЬ»)	20	40	17–21 неделя (экзаменационная сессия)
Семестровый рейтинг по дисциплине		65	120		
Итоговый рейтинг (нормализованный до 100 баллов)		60	100		

Шкала перевода рейтинговых баллов в итоговую оценку:

85–100 баллов	70–84 балла	60–69 баллов	Менее 60 баллов
«Отлично»	«Хорошо»	«Удовлетворительно»	«Неудовлетворительно»

Пояснения к технологической карте:

- Текущий контроль (ТК) — усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических занятиях) и выполнение заданий для самостоятельной работы; учитывается посещаемость.
- Рубежный контроль (РК) — проверка полноты знаний, умений и компетенций по материалу модуля в целом. Выполнение обязательно; студент допускается к РК независимо от посещаемости.
- Промежуточный контроль (ПК) — экзамен по всей дисциплине; проводится в конце 7 семестра.

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

БЛОК А. Оценочные средства для диагностики уровня «ЗНАТЬ»

А.0. Фонд тестовых заданий по дисциплине

Тестирование проводится по разделам дисциплины. Каждый вариант содержит 20 закрытых вопросов с одним правильным ответом. За каждый правильный ответ начисляется 1 балл. Максимум — 20 баллов (для нормализации: ≥ 18 — 5 баллов рейтинга, 15–17 — 4, 12–14 — 3, менее 12 — 1–2 балла).

А.0.1. Тестовые задания — Раздел 1 (Алгебра высказываний)

№	Вопрос	Правильный ответ
1	Логическая связка «И» соответствует логической операции... 1) $\wedge$ 2) $\vee$ 3) $\rightarrow$ 4) $\leftrightarrow$ 5) $\neg$	1) $\wedge$ (конъюнкция)
2	Логическая связка «НЕ» соответствует логической операции... 1) $\wedge$ 2) $\vee$ 3) $\rightarrow$ 4) $\leftrightarrow$ 5) $\neg$	5) $\neg$ (отрицание)
3	Логическая связка «Если..., то...» соответствует операции... 1) $\wedge$ 2) $\vee$ 3) $\rightarrow$ 4) $\leftrightarrow$ 5) $\neg$	3) $\rightarrow$ (импликация)
4	Логическая связка «Тогда и только тогда» соответствует... 1) $\wedge$ 2) $\vee$ 3) $\rightarrow$ 4) $\leftrightarrow$ 5) $\neg$	4) $\leftrightarrow$ (эквивалентность)
5	Логическая связка «ИЛИ» соответствует логической операции... 1) $\wedge$ 2) $\vee$ 3) $\rightarrow$ 4) $\leftrightarrow$ 5) $\neg$	2) $\vee$ (дизъюнкция)
6	Формула $A \rightarrow B$ равносильна формуле... 1) $\neg A \vee B$ 2) $A \vee \neg B$ 3) $(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$ 4) $\neg A \vee \neg B$	1) $\neg A \vee B$
7	Формула $A \leftrightarrow B$ равносильна формуле... 1) $\neg A \vee B$ 2) $A \vee \neg B$ 3) $(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$ 4) $\neg A \vee \neg B$	3) $(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$
8	Формула $\neg(A \wedge B)$ равносильна формуле... (Закон де Моргана) 1) $\neg A \wedge \neg B$ 2) $\neg A \vee \neg B$ 3) $A \vee B$ 4) $A \wedge B$	2) $\neg A \vee \neg B$
9	В каком из вариантов допущена ошибка при применении закона де Моргана? 1) $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$ 2) $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ 3) $(A \vee \neg B) = \neg(\neg A \wedge B)$ 4) $\neg(A \vee \neg B) = A \wedge \neg B$	4) Ошибка: $\neg(A \vee \neg B) = \neg A \wedge B$, а не $A \wedge \neg B$
10	Тавтологией называется формула, которая... 1) Принимает значение «истина» при всех значениях переменных 2) Принимает значение «ложь» при всех значениях переменных 3) Не является ни тавтологией, ни противоречием 4) Зависит от значений переменных	1) Тавтологически истинная формула

А.0.2. Тестовые задания — Раздел 2 (Булевы функции)

№	Вопрос	Правильный ответ
---	--------	------------------

1	Укажите неверное утверждение: 1) СДНФ — дизъюнкция элементарных конъюнкций 2) СКНФ — конъюнкция элементарных дизъюнкций 3) СДНФ — конъюнкция элементарных дизъюнкций 4) Элементарная конъюнкция содержит операции конъюнкции и отрицания	3) Неверно — СДНФ это дизъюнкция, а не конъюнкция элементарных конъюнкций
2	Количество различных булевых функций от 2 переменных равно... 1) 4 2) 8 3) 16 4) 2	3) 16 (так как $2^{2^2} = 2^4 = 16$)
3	Количество различных булевых функций от 1 переменной равно... 1) 4 2) 2 3) 8 4) 16	1) 4 (так как $2^{2^1} = 2^2 = 4$)
4	Количество строк в таблице истинности булевой функции от 2 переменных... 1) 2 2) 4 3) 8 4) 16	2) 4 ($2^2 = 4$)
5	Система булевых функций называется полной, если... 1) Из неё можно выразить любую булеву функцию с помощью суперпозиций 2) Она содержит все 16 функций от 2 переменных 3) Все функции в ней независимы 4) Она замкнута относительно суперпозиции	1) Из неё можно выразить любую булеву функцию

А.0.3. Тестовые задания — Раздел 3 (Алгебра предикатов)

№	Вопрос	Правильный ответ
1	Применение кванторов к предикату... 1) Увеличивает число свободных переменных 2) Уменьшает число свободных переменных 3) Не влияет на число свободных переменных 4) Удваивает число переменных	2) Уменьшает число свободных переменных (связывает их)
2	Аксиоматическая теория называется противоречивой, если... 1) В ней можно доказать утверждения A и $\neg A$ 2) В ней нельзя доказать ни одного утверждения 3) В ней только одна аксиома 4) Все теоремы общезначимы	1) В ней выводимы A и $\neg A$ одновременно
3	Аксиоматическая теория называется полной, если... 1) В ней можно доказать A и $\neg A$ 2) Для любого утверждения A выводимо A или $\neg A$ 3) В ней определены аксиомы Гильберта 4) Все переменные связаны	2) Для любого A доказуемо A или $\neg A$
4	Аксиоматическая теория называется разрешимой, если... 1) В ней нет противоречий 2) Существует алгоритм, проверяющий доказуемость любого утверждения 3) Все аксиомы независимы 4) В ней выполнена теорема Гёделя	2) Существует алгоритм проверки доказуемости
5	Укажите неверное утверждение об операции конъюнкции предикатов: 1) Операция конъюнкции приводит к объединению областей ложности 2) Операция конъюнкции приводит к пересечению областей истинности	3) Неверно — конъюнкция даёт пересечение областей истинности, а не объединение

3) Операция конъюнкции приводит к объединению областей истинности	
4) Конъюнкция двух предикатов — предикат	

А.1. Вопросы для устного опроса

Раздел 1. Алгебра высказываний

1. Какова роль математической логики в современной математике и информатике?
2. Что такое высказывание? Приведите примеры истинных и ложных высказываний.
3. Перечислите основные логические операции в алгебре высказываний и укажите их приоритеты.
4. Приведите основные свойства логических операций (идемпотентность, коммутативность, ассоциативность и т.д.).
5. Что такое формула алгебры логики? Какие виды формул существуют?
6. Какие формулы называются равносильными? Приведите пример.
7. Приведите пример равносильной формулы, выражающей импликацию через дизъюнкцию и отрицание.
8. Что такое тавтология? Каковы её свойства?
9. Что такое нормальная дизъюнктивная форма (НДФ)? Как её построить?
10. Что такое СДНФ? Опишите алгоритм построения СДНФ по таблице истинности.
11. Что такое СКНФ? Чем отличается от СДНФ?
12. Укажите взаимосвязь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний.

Раздел 2. Булевы функции

13. Дайте определение булевой алгебры.
14. Что такое функция алгебры логики? Перечислите её свойства.
15. Как представить произвольную функцию алгебры логики в виде формулы? Опишите метод СДНФ.
16. Объясните принцип двойственности алгебры логики.
17. Что такое полином Жегалкина? Как его построить?
18. Дайте определение замкнутого класса булевых функций. Приведите примеры классов Поста.
19. Сформулируйте критерий Поста о полноте системы булевых функций.
20. Что такое базис булевых функций? Приведите примеры базисов.

Раздел 3. Алгебра предикатов

21. Дайте понятие и примеры предикатов. Какие классы предикатов существуют?
22. Определите логические операции над предикатами.
23. Определите кванторные операции над предикатами. Сравните квантор общности и квантор существования.
24. Дайте определение формулы логики предикатов и приведите примеры.
25. Что такое общезначимость и выполнимость формул логики предикатов?
26. Приведите пример равносильных формул логики предикатов.
27. Что такое предваренная нормальная форма? Как привести формулу к ПНФ?

Раздел 4. Исчисление предикатов

28. Опишите алфавит исчисления предикатов и основные правила вывода.
29. Что такое аксиомы исчисления предикатов? Сформулируйте систему аксиом Гильберта.

30. Что такое правила вывода и доказуемые формулы?
31. Сформулируйте теорему о существовании модели.
32. Сформулируйте теорему о полноте исчисления предикатов. В чём её значение?

А.2. Вопросы рубежного контроля (коллоквиум)

Рубежный контроль по Модулю 2 (Булевы функции и исчисление высказываний)

33. Способы задания булевых функций (таблица истинности, аналитическая запись, полиномиальная форма).
34. Разложение функции по переменной. Теорема о разложении.
35. СДНФ и СКНФ булевой функции: определение и алгоритм построения.
36. Полином Жегалкина: определение, алгоритм построения методом неопределённых коэффициентов.
37. Полные системы булевых функций. Критерий Поста.
38. Классы функций: T_0 , T_1 , S (самодвойственные), M (монотонные), L (линейные). Определения и примеры.
39. Предполные классы. Базисы алгебры логики: $\{\neg, \wedge\}$, $\{\neg, \vee\}$, $\{\rightarrow, \neg\}$, $\{\downarrow\}$ (штрих Шеффера), $\{\uparrow\}$ (стрелка Пирса).
40. Принцип двойственности: формулировка и применение.
41. Теорема о неполноте системы функций алгебры логики.
42. Исчисление высказываний: аксиомы и правила вывода. Теорема о полноте.

БЛОК В. Оценочные средства для диагностики уровня «УМЕТЬ»

В.1. Типовые практические задачи

Раздел 1. Алгебра высказываний — Типовые задачи

№	Задача
1	Построить таблицу истинности формулы: $((P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow (Q \wedge P)))$
2	Построить СДНФ, эквивалентную формуле: $((P \rightarrow R) \vee (R \rightarrow (Q \wedge P)))$
3	Построить формулу от трёх переменных, истинную тогда и только тогда, когда большинство переменных ложны.
4	Выразить с помощью суперпозиций $\wedge$ и $\vee$ через $\rightarrow$ и $\neg$.
5	Построить таблицу истинности: $(\neg(A \vee B) \rightarrow \neg C) \leftrightarrow ((C \vee A) \wedge (\neg A \wedge \neg B))$
6	С помощью таблицы истинности доказать равносильность: $A \rightarrow (B \rightarrow (C \vee B)) \equiv (A \wedge B) \rightarrow (C \vee B)$
7	Без использования таблицы истинности доказать тавтологию: $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \wedge C \rightarrow B \wedge C)$
8	Построить СДНФ формулы: $(\neg(A \wedge B) \vee C) \leftrightarrow (C \rightarrow A)$
9	Построить чистую конъюнктивную (СКНФ) форму формулы: $(\neg(A \vee B) \wedge \neg C) \vee ((C \vee A) \wedge (\neg A \wedge \neg B))$
10	Построить чистую дизъюнктивную (СДНФ) форму формулы из задачи 9.

Раздел 2. Булевы функции — Типовые задачи

№	Задача
1	Доказать, что невозможно выразить $\wedge$ через $\vee$ и $\rightarrow$.
2	Доказать полноту системы функций $\{\rightarrow, \neg\}$.
3	Доказать, что система функций $\{\vee, \equiv\}$ является независимой.
4	Доказать неполноту системы функций $\{\wedge, \vee, \rightarrow\}$.
5	Доказать, что $\{\wedge, \rightarrow\}$ — базис для класса C_1 (самодвойственных).
6	Найти все полные системы функций, состоящие из одной двухместной функции.
7	Построить совершенную форму для булевых функций: $F_{122}(x,y,z)$, $F_{57}(x,y,z)$, $F_{68}(x,y,z)$, $F_{11}(x,y,z)$.
8	Построить схему логического автомата для булевых функций: $F_{112}(x,y,z)$, $F_{65}(x,y,z)$, $F_{18}(x,y,z)$, $F_{71}(x,y,z)$.
9	Построить полином Жегалкина для функции, заданной таблицей истинности: $f(0,0,0)=1$, $f(0,0,1)=0$, $f(0,1,0)=1$, $f(0,1,1)=0$, $f(1,0,0)=0$, $f(1,0,1)=1$, $f(1,1,0)=0$, $f(1,1,1)=1$.
10	Доказать логическое следствие: $A \vee B$, $A \rightarrow C$, $B \rightarrow D \models C \vee D$.

Раздел 3. Алгебра предикатов — Типовые задачи

№	Задача
1	Даны предикаты: $A(x) = \{3 < x < 12, x \text{ — натуральное}\}$; $B(x) = \{x \text{ делится на } 4, x \text{ — натуральное}\}$; $C(x,y) = \{x \text{ делится на } y, x,y \text{ — натуральные } > 2\}$. Найти область истинности (ОИ) и область ложности (ОЛ) предикатов: а) $(A \rightarrow B) \vee (A \leftrightarrow B)$ б) $(A(x) \wedge B(x)) \rightarrow \forall y C(x,y)$ в) $\forall x(A(x) \vee B(x)) \rightarrow \forall y \forall x C(x,y)$
2	Доказать (или опровергнуть) равносильность формул логики предикатов: А) $\forall x B(x) \rightarrow \forall x B(x) \equiv \forall x B(x) \rightarrow \forall x B(x)$ В) $B(x) \rightarrow \forall x B(x) \equiv \forall x B(x) \rightarrow B(x)$ С) $\forall x \forall y B(x,y) \rightarrow \forall y \forall x B(x,y) \equiv \forall x \forall y B(x,y) \rightarrow \forall x \forall y B(x,y)$
3	Доказать (или опровергнуть) общезначимость формул: А) $\forall x B(x) \rightarrow \forall x B(x)$ Б) $\forall x B(x) \rightarrow \exists x B(x)$ В) $B(x) \rightarrow \forall x B(x)$ Г) $\forall x B(x) \rightarrow B(x)$ Д) $\forall x \forall y B(x,y) \rightarrow \forall y \forall x B(x,y)$ Е) $\exists x \forall y B(x,y) \rightarrow \forall y \exists x B(x,y)$
4	Привести формулу $\neg \forall x (A(x) \rightarrow \exists y B(x,y))$ к предваренной нормальной форме (ПНФ).

5	Установить, является ли формула $\forall x P(x) \rightarrow \exists x P(x)$ общезначимой. Дать доказательство.
---	--

В.2. Варианты заданий для самостоятельных и практических работ

Перечень индивидуальных вариантов для домашних работ:

Вариант	Индивидуальное задание (Раздел 1 + 2)
1	Постр. ТИ и СДНФ для ф-лы: $(A \leftrightarrow B) \rightarrow (\neg C \vee A)$. Опр. принадлежность классу линейных.
2	Постр. ТИ и СКНФ для ф-лы: $\neg(A \wedge B) \vee (B \rightarrow C)$. Опр., является ли система $\{\rightarrow, \vee\}$ полной.
3	Постр. полином Жегалкина для $F_{234}(x,y,z)$. Опр., является ли функция самодвойственной.
4	Постр. схему логического автомата для $F_{100}(x,y,z)$. Опр., является ли функция монотонной.
5	Доказать, что $\{\neg, \wedge\}$ — полная система. Построить в ней схему для $F_{147}(x,y,z)$.

БЛОК С. Оценочные средства для диагностики уровня «ВЛАДЕТЬ»

С.1. Темы для защиты индивидуальных проектов и презентаций

Студент выбирает тему или предлагает собственную (согласованную с преподавателем). Защита — 7–10 минут, дискуссия — 5 минут.

№	Тема проекта / презентации
1	Применение математической логики в программировании: логические вентили и схемы
2	Булева алгебра и её применение в проектировании цифровых устройств
3	Метод резолюций как алгоритм автоматического доказательства теорем
4	Теорема Гёделя о неполноте: история, содержание и значение для математики
5	Логика предикатов и базы данных: язык SQL как прикладная логика
6	Логические задачи и олимпиады: методика использования в школьном обучении
7	Пропозициональная логика как основа построения формальных систем в педагогике
8	Формализация рассуждений: как учить школьников строить корректные доказательства
9	Алгоритм Куайна–Мак-Класки для минимизации булевых функций
10	Нечёткая логика (fuzzy logic) и её отличие от классической математической логики

С.2. Индивидуальные творческие и исследовательские задания

43. Составить комплект из 10 задач по теме «Алгебра высказываний» для учеников 10–11 класса с критериями проверки и эталонными решениями.
44. Разработать технологическую карту урока по теме «Логические операции» для 10 класса с использованием метода мозгового штурма.
45. Составить и решить задачу на применение критерия Поста: придумать систему булевых функций и проверить её полноту с доказательством.
46. Разработать дидактический материал (задачник) по теме «Алгебра предикатов» (не менее 15 задач разного уровня сложности).
47. Провести сравнительный анализ двух школьных учебников по математике 10–11 кл. с точки зрения освещённости тем математической логики. Сформулировать методические рекомендации.

С.3. Темы для круглого стола / дискуссии

48. «Нужна ли математическая логика в современной школе?» — аргументы за и против.
49. «Формальные доказательства vs. интуитивное понимание»: как совместить оба подхода в обучении?
50. «Искусственный интеллект и логика»: является ли машинное рассуждение настоящей логикой?
51. «Парадокс лжеца и другие логические парадоксы»: их роль в развитии математической логики.

БЛОК D. Оценочные средства для промежуточной аттестации (Экзамен)

D.1. Вопросы к экзамену (уровень «ЗНАТЬ»)

52. Способы задания булевых функций.
53. Элементарные функции и их свойства.
54. Разложение функций по переменной.
55. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ).
56. Полные системы функций.
57. Полиномы Жегалкина.
58. Представление булевых функций полиномами.
59. Замкнутые классы функций.
60. Классы T_0 и T_1 .
61. Линейные функции.
62. Принцип двойственности.
63. Монотонные функции.
64. Теорема о неполноте систем функций алгебры логики.
65. Предполные классы. Базисы.
66. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Виды ДНФ, их свойства, методы построения.
67. Основные разделы математической логики: место и значение.
68. Формальные системы: понятие, аксиомы, правила вывода.
69. Исчисление высказываний: аксиомы и теорема о полноте.
70. Алгебраические системы: определение, примеры.
71. Алгебра предикатов: основные понятия.
72. Предваренная нормальная форма. Теорема об эквивалентности.
73. Фильтры и ультрафильтры. Локальная теорема Гёльдера–Мальцева.
74. Исчисление предикатов: алфавит, аксиомы, правила вывода.
75. Теорема о существовании модели.
76. Теорема о полноте исчисления предикатов.

D.2. Задачи / задания для проверки уровня «УМЕТЬ»

77. Построить таблицу истинности для заданной формулы алгебры высказываний (2–3 переменных).
78. Построить СДНФ и СКНФ по заданной формуле или таблице истинности.
79. Доказать равносильность двух формул без использования таблицы истинности (с применением законов алгебры логики).
80. Построить полином Жегалкина для заданной булевой функции.
81. Проверить полноту заданной системы булевых функций с применением критерия Поста.
82. Установить области истинности и ложности заданного предиката.
83. Привести формулу логики предикатов к предваренной нормальной форме.
84. Доказать или опровергнуть общезначимость формулы логики предикатов.

D.3. Задачи / задания для проверки уровня «ВЛАДЕТЬ»

85. Разработать пример учебного объяснения темы «Логические операции» для учащихся 10 класса (минута-две устного текста) с методическими обоснованием выбора приёмов.
86. Решить нестандартную логическую задачу: построить формулу, выражающую заданное условие задачи (предметная олимпиадная задача), и проверить с помощью таблицы истинности.
87. Сконструировать логическую модель педагогической ситуации (описать ситуацию, формализовать суждения, проверить корректность вывода).

88. На основе критерия Поста — самостоятельно исследовать систему $\{f_1, f_2\}$ (выдаётся преподавателем) и сделать вывод о её полноте с детальным доказательством.

D.4. Образец экзаменационного билета

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра педагогического образования

Дисциплина «Математическая логика»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Вопрос 1 (уровень «ЗНАТЬ»)

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ): определение, свойства, алгоритм построения. Понятие СКНФ. Связь между СДНФ и СКНФ.

Вопрос 2 (уровень «УМЕТЬ»)

Построить СДНФ и проверить полноту системы функций $\{\rightarrow, \neg\}$ с применением критерия Поста. Явно указать принадлежность каждой из функций к классам Поста.

Задача (уровень «ВЛАДЕТЬ»)

Дана педагогическая ситуация: преподаватель объясняет тему «Импликация» ученику, но допускает логическую ошибку. Определите ошибку, исправьте объяснение и составьте формализованное рассуждение с использованием аппарата алгебры высказываний.

Составитель: Комарцова Е.А. _____

Утверждён на заседании кафедры, протокол № 2 от 18.09.2025

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ

4.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций. Шкалы оценивания

4.1.1. Шкала оценивания тестовых заданий

В каждом тестовом задании содержится 20 закрытых вопросов с одним правильным ответом. За каждый правильный ответ — 1 балл (максимум — 20 баллов). Отметка определяется в процентах по формуле: $\% = (\text{кол-во правильных ответов} / 20) \times 100$.

85–100% (17–20 ответов)	70–84% (14–16 ответов)	60–69% (12–13 ответов)	Менее 60% (≤11 ответов)
«Отлично» — 6 баллов рейтинга	«Хорошо» — 5 баллов рейтинга	«Удовл.» — 3–4 балла	«Неудовл.» — 1–2 балла

4.1.2. Шкала оценивания коллоквиума / устного опроса

Диапазон баллов	Критерии оценивания
85–100%	- Полное и глубокое знание материала раздела; грамотная и логически выстроенная речь - Точное использование терминологии; самостоятельный ответ без наводящих вопросов - Умение применить знания при анализе нестандартной задачи; наличие выводов и обобщений
70–84%	- Хорошее знание материала; незначительные ошибки, которые исправляются после уточняющих вопросов - Чёткое изложение, владение терминологией; в целом правильные выводы
60–69%	- Недостаточно полное знание материала; неструктурированное изложение - Ошибки, не исправляемые самостоятельно; ограниченное использование терминов
Менее 60%	- Существенные пробелы в знаниях; серьёзные ошибки при ответе - Неспособность продемонстрировать навыки, необходимые для профессиональной деятельности

4.1.3. Шкала оценивания практических заданий / задач

Диапазон баллов	Критерии оценивания
85–100%	Все требования выполнены. Задача решена верно, полно, с обоснованием каждого шага. Студент демонстрирует полное понимание алгоритма и способность к обобщению.
70–84%	Задача решена в основном верно. Допущены незначительные ошибки (вычислительные или оформительские), не искажающие смысл решения.
60–69%	Задача решена частично. Более 50% требований выполнены. Методологически верный подход, но имеются ошибки в выполнении.
Менее 60%	Задача не решена или решена принципиально неверно. Нет понимания постановки задачи. Менее 50% требований выполнено.

4.1.4. Аналитическая шкала оценивания защиты индивидуального проекта/презентации

Критерий	0–30%	31–60%	60–84%	85–100%
1. Содержание: понимание проблемы и актуальность	0–5	6–15	16–20	21–25
2. Структура и логика изложения материала	0–3	4–8	9–12	13–15

3. Оформление презентации (слайды, наглядность)	0–2	3–5	6–7	8–10
4. Качество доклада (речь, регламент, уверенность)	0–2	3–5	6–7	8–10
5. Ответы на вопросы, дискуссия	0–2	3–12	13–17	18–20
ИТОГО (максимум 80 баллов рейтинга)	до 14	15–45	46–63	64–80

4.1.5. Шкала оценивания экзамена

Экзамен проводится в устной форме по билету. Каждый билет содержит: 1 теоретический вопрос (уровень «ЗНАТЬ»), 1 задачу (уровень «УМЕТЬ»), 1 творческое задание (уровень «ВЛАДЕТЬ»).
Время подготовки — 20 минут. Максимум — 40 баллов (нормализованных).

Шкала итогового семестрового рейтинга	Оценка	Краткая характеристика
85–100 баллов	Отлично	Полное освоение дисциплины. Все компетенции сформированы на высоком уровне.
70–84 балла	Хорошо	Хорошее освоение материала с незначительными пробелами.
60–69 баллов	Удовл.	Удовлетворительное освоение. Базовые компетенции сформированы.
Менее 60 баллов	Неудовл.	Компетенции не сформированы. Требуется пересдача.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

5.1. Общие рекомендации по подготовке к занятиям

Для успешного освоения дисциплины «Математическая логика» рекомендуется следующая последовательность действий при подготовке к каждому занятию:

89. Прочитайте конспект предыдущей лекции до начала следующего занятия — это обеспечит системность освоения материала.
90. При подготовке к практическому занятию изучите понятийный аппарат темы, используя рекомендованную литературу и глоссарий.
91. Самостоятельно решите 2–3 задачи из банка типовых заданий, соответствующих теме занятия.
92. При возникновении затруднений — обратитесь к преподавателю на консультации или в день дежурства на кафедре.
93. Проверьте правильность выполнения заданий самостоятельно, используя эталонные решения и ответы, если они доступны.

5.2. Требования к промежуточному контролю (экзамен)

- Преподаватель вправе поставить оценку без опроса по билету студентам, набравшим более 60 баллов за текущий и рубежный контроль.
- На экзамене студент обязан ответить на теоретический вопрос и решить задачи (задания) из билета.
- Допускается использование справочных таблиц логических операций (без развёрнутых решений) — по разрешению преподавателя.
- Время ответа на билет — не более 20 минут подготовки и 15–20 минут ответа у доски/за столом.
- Оценка складывается из трёх составляющих: ответ на теоретический вопрос (до 15 баллов), решение задачи уровня «УМЕТЬ» (до 15 баллов), выполнение задания уровня «ВЛАДЕТЬ» (до 10 баллов). Итого — до 40 баллов экзамена.

5.3. Рекомендации по работе с тестовыми заданиями

94. Внимательно прочитайте вопрос и все варианты ответа перед выбором.
95. Если ответ неочевиден — метод исключения: уберите заведомо неверные варианты.
96. При тестировании по теме «Алгебра высказываний»: обращайте внимание на порядок приоритетов логических операций ($\neg$, затем $\wedge$, затем $\vee$, затем $\rightarrow$, затем $\leftrightarrow$).
97. При тестировании по теме «Булевы функции»: помните, что СДНФ — дизъюнкция, а СКНФ — конъюнкция.
98. После завершения теста — проверьте все ответы, если осталось время.

5.4. Рекомендации по подготовке к защите проекта/презентации

99. Выберите тему из предложенного перечня или предложите свою (согласуйте с преподавателем не позднее 2 недель до защиты).
100. Составьте план презентации (введение — постановка проблемы, основная часть — анализ, заключение — выводы).
101. Оптимальное число слайдов — 10–12. Размер шрифта — не менее 18. Избегайте перегрузки текстом.

102. Регламент: доклад — 7–10 минут, дискуссия — 5 минут. Строго соблюдайте регламент.
103. Подготовьте ответы на возможные вопросы аудитории по теме проекта.
104. Критерии оценки: содержательность, структура, качество слайдов, качество доклада, ответы на вопросы — см. Аналитическую шкалу (п. 4.1.4).

5.5. Рекомендации по подготовке к рубежному контролю (коллоквиум)

105. Повторите все определения, формулировки теорем и алгоритмы по пройденному модулю.
106. Решите самостоятельно не менее 5 задач из банка типовых задач соответствующего раздела.
107. Ответьте устно (вслух) на вопросы из перечня А.2 — это развивает навык связного изложения.
108. Уточните у преподавателя формат коллоквиума (устный/письменный, время, вес в рейтинге).

5.6. Порядок отработки пропущенных занятий

- Каждое занятие, пропущенное без уважительной причины, подлежит обязательной отработке в течение 10 дней.
- Пропуск лекции: подготовить конспект по материалам учебника / ответить на вопросы по теме пропущенной лекции на ближайшем практическом занятии.
- Пропуск практического занятия: решить соответствующий набор задач и представить решение преподавателю в часы дежурства.
- Долгосрочный пропуск (болезнь, уважительная причина): отработка по индивидуальному графику, согласованному с кафедрой.
- Расписание дежурства преподавателей размещается на кафедре педагогического образования.

5.7. Адаптация оценочных средств для обучающихся с ОВЗ и инвалидностью

При необходимости оценочные средства адаптируются с учётом индивидуальных психофизических особенностей:

- Для лиц с нарушениями зрения: материалы предоставляются в электронном виде (крупный шрифт, доступный формат); возможен устный формат вместо письменного.
- Для лиц с нарушениями слуха: задания предоставляются в печатной/электронной форме; объяснения — в письменной форме.
- Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: при необходимости предоставляется дополнительное время; возможна помощь ассистента.
- Процедура оценивания может проводиться в несколько этапов; вид контрольного средства может быть изменён (тест вместо письменной работы, устный ответ вместо теста и т.д.).

ПРИЛОЖЕНИЕ. Глоссарий основных терминов дисциплины

Термин	Определение
Алгебра высказываний	Раздел математической логики, изучающий высказывания и операции над ними (конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквивалентность).
Высказывание	Утверждение, о котором можно однозначно сказать — истинно оно или ложно.
Тавтология	Формула алгебры высказываний, принимающая значение «истина» при любых значениях переменных.
СДНФ	Совершенная дизъюнктивная нормальная форма — дизъюнкция попарно несовместных конstituент единицы.
СКНФ	Совершенная конъюнктивная нормальная форма — конъюнкция попарно несравнимых конstituент нуля.
Булева функция	Функция $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$; отображение n-мерного булева куба в двузначное множество.
Полином Жегалкина	Представление булевой функции в виде многочлена над полем $GF(2)$ с использованием операций XOR и конъюнкции.
Критерий Поста	Система $\{f_1, \dots, f_k\}$ полна тогда и только тогда, когда она не целиком входит ни в один из предполных классов Поста (T_0, T_1, S, M, L).
Предикат	Выражение $P(x_1, \dots, x_n)$, принимающее значение «истина» или «ложь» в зависимости от значений переменных из предметной области.
Квантор общности ($\forall$)	$\forall x P(x)$ — предикат истинен для всех x из области.
Квантор существования ($\exists$)	$\exists x P(x)$ — существует хотя бы один x , для которого $P(x)$ истинен.
ПНФ	Предваренная нормальная форма — формула, в которой все кванторы вынесены в начало.
Исчисление высказываний	Формальная система с алфавитом, аксиомами и правилами вывода для доказательства тавтологий.
Теорема о полноте	Всякая тавтология доказуема в исчислении высказываний (Гёдель).
Алгебраическая система	Множество с заданными на нём операциями и предикатами, образующее структуру.
Ультрафильтр	Максимальный фильтр в булевой алгебре; объект, используемый в доказательстве теоремы о компактности.