

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Министерство образования и науки Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования
Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

УТВЕРЖДЕНО
Приказом и.о. ректора
С.Ю. Волков
Протокол Учёного совета КРСУ

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

«Дифференциальные уравнения»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

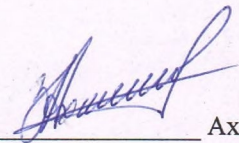
Направление подготовки	44.03.01 — Педагогическое образование
Направленность (профиль)	«Математика» (в билингвальной образовательной среде)
Квалификация	Бакалавр
Кафедра	Педагогического образования

Бишкек 2024 г.

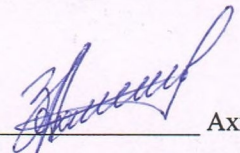
Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 44.03.01 / 550200 «Педагогическое образование» по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утверждён на заседании кафедры Педагогического образования протокол № 2 от «29» октября 2024 г.

Заведующий кафедрой Педагогического образования

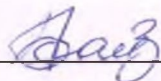

Ахметова З.А.

Руководитель образовательной программы


Ахметова З.А.

Исполнитель (разработчик):

д.ф.-м.н., профессор


Байзаков А.Б.

Рецензент:

к.ф.-м.н., доцент


Комарцова Е.А.

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств / шифр раздела
ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний		
ОПК-8	Знать: основные типы дифференциальных уравнений и методы их решения; принципы преподавания темы; математические модели, описывающие реальные процессы	Блок А, D — задания репродуктивного уровня (тестовые задания, вопросы для устного опроса, вопросы рубежного контроля)
	Уметь: объяснять учащимся методы решения ДУ; анализировать математические модели и их педагогическое применение; использовать иллюстрации для демонстрации динамических процессов	Блок В, D — задания реконструктивного уровня (практические задания, типовые задачи)
	Владеть: методами визуализации решений ДУ; навыками подготовки учебных материалов; приёмами методического сопровождения учащихся при решении задач	Блок С, D — задания практико-ориентированного уровня (контрольные работы, индивидуальные задания)
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения в предметной области при решении профессиональных задач		
ПК-1	Знать: методы решения ОДУ и их теоретические основы; принципы построения математических моделей динамических процессов; основы численного решения дифференциальных уравнений	Блок А, D — задания репродуктивного уровня (тестовые задания, опросы, рубежный контроль)
	Уметь: решать ДУ аналитическими и численными методами; использовать методы математического моделирования; применять уравнения для анализа профессиональных задач	Блок В, D — задания реконструктивного уровня (задачи, расчётные работы)
	Владеть: навыками анализа дифференциальных моделей; приёмами разработки профессионально ориентированных задач; инструментами демонстрации решений и их интерпретации	Блок С, D — задания практико-ориентированного и/или исследовательского уровня (контрольные работы, итоговый экзамен)

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Курс/семестр: 3/5–6

Количество кредитов (ЗЕ): 4

Форма отчётности: зачёт (5 семестр), зачёт с оценкой (6 семестр)

Название модуля (согласно РПД)	Контроль	Форма контроля	Зачётный минимум (баллы)	Зачётный максимум (баллы)	График контроля
Модуль 1 (сем. 5) Линейные ДУ 1-го и 2-го порядка. Методы Лагранжа, Эйлера, Грина	Текущий контроль	Фронтальный опрос; практические задания; проверка домашних заданий. За каждое не отработанное занятие –0,5 балла. За активность +0,5 балла.	8	12	6-я неделя семестра
	Рубежный контроль	Письменная контрольная работа по темам модуля 1	3	5	8-я неделя семестра
Модуль 2 (сем. 5) Линейные ДУ высших порядков. Системы ДУ. Метод Эйлера	Текущий контроль	Фронтальный опрос; практические задания; работа в малых группах. За каждое не отработанное занятие –0,5 балла. За активность +0,5 балла.	8	12	14-я неделя семестра
	Рубежный контроль	Письменная контрольная работа по темам модуля 2	3	5	16-я неделя семестра
ИТОГО за 5 семестр:			22	34	
Промежуточный контроль (Зачёт, 5 сем.):			16	26	17–18-я недели
Семестровый рейтинг (5 сем.):			38	60	
Модуль 3 (сем. 6) Нелинейные ДУ. Методы разделения переменных, введения параметра, изоклин	Текущий контроль	Фронтальный опрос; решение задач; аналитическое задание. За каждое не отработанное занятие –0,5 балла. За активность +0,5 балла.	8	12	6-я неделя семестра
	Рубежный контроль	Письменная контрольная работа по темам модуля 3	3	5	8-я неделя семестра
Модуль 4 (сем. 6) Нормальные системы. Теорема Коши. Фазовые траектории. Устойчивость по Ляпунову	Текущий контроль	Фронтальный опрос; практические задания; работа в малых группах; мозговой штурм. За каждое не отработанное занятие –0,5 балла. За активность +0,5 балла.	8	12	14-я неделя семестра
	Рубежный контроль	Письменная контрольная работа по темам модуля 4	3	5	16-я неделя семестра
ИТОГО за 6 семестр:			22	34	
Промежуточный контроль (Зачёт с оценкой, 6 сем.):			16	26	17–18-я недели
Семестровый рейтинг (6 сем.):			38	60	

Примечание: модульный контроль складывается из текущего, рубежного и промежуточного видов контроля.

Текущий контроль — усвоение учебного материала на аудиторных занятиях и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы.

Рубежный контроль — проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом; проводится в письменной форме.

Промежуточный контроль — завершённая задокументированная часть учебной дисциплины (совокупность тесно связанных между собой зачётных модулей).

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Блок А. Оценочные средства для проверки уровня «ЗНАТЬ»

А.1. Вопросы для устного опроса (5–6 семестры)

1. Определение дифференциального уравнения. Примеры.
2. Определение решения дифференциального уравнения. Примеры.
3. Определение общего решения дифференциального уравнения. Примеры.
4. Задача Коши: определение, формулировка, примеры.
5. Линейное однородное уравнение 1-го порядка (метод разделения переменных). Примеры.
6. Решение линейного неоднородного ДУ 1-го порядка (метод Лагранжа). Примеры.
7. Нелинейные ДУ с разделяющимися переменными. Примеры.
8. Нелинейные однородные дифференциальные уравнения. Примеры.
9. Нелинейные уравнения в полных дифференциалах. Примеры.
10. Уравнение Бернулли: вывод и метод решения. Примеры.
11. Метод изоклин, решение уравнения $y' = f(x, y)$. Примеры.
12. Решение уравнения $y' = f(x, y)$ методом последовательных приближений. Примеры.
13. Уравнение 1-го порядка, не решённое относительно производной; решение, являющееся многочленом относительно y' . Примеры.
14. Решение уравнения $x = f(y')$ методом введения параметра. Примеры.
15. Решение уравнения $y = f(y')$ методом введения параметра. Примеры.
16. Решение уравнения Лагранжа методом введения параметра. Примеры.
17. Решение уравнения Клеро. Примеры.
18. Решение линейного однородного ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами методом Эйлера: корни простые. Примеры.
19. Решение линейного однородного ДУ 2-го порядка: корни кратные. Примеры.
20. Решение линейного однородного ДУ 2-го порядка: корни комплексно-значные. Примеры.
21. Метод решения линейного неоднородного ДУ 2-го порядка с правой частью специального вида ($z = \alpha, \beta = 0$). Примеры.
22. Решение линейного неоднородного ДУ 2-го порядка с правой частью вида $e^{\alpha x} \cdot (A \cdot \cos(\beta x) + B \cdot \sin(\beta x))$. Примеры.
23. Решение линейного ДУ методом Лагранжа (вариация произвольных постоянных). Примеры.
24. Решение линейных однородных систем 2-го порядка с постоянными коэффициентами методом исключения. Примеры.
25. Решение линейных однородных систем 2-го порядка методом Эйлера: корни простые. Примеры.
26. Решение линейных однородных систем 2-го порядка методом Эйлера: корни кратные. Примеры.
27. Решение линейных однородных систем 2-го порядка методом Эйлера: корни комплексно-значные. Примеры.
28. Нелинейное ДУ вида $f(x, y', y'') = 0$. Примеры.
29. Нелинейное ДУ вида $f(y, y', y'') = 0$. Примеры.
30. Элементы теории устойчивости; классификация точки покоя. Примеры.
31. Устойчивость точки покоя по Ляпунову.
32. Асимптотическая устойчивость точки покоя по Ляпунову.

А.2. Вопросы рубежного контроля (коллоквиума)

Вопросы для рубежного контроля охватывают материал соответствующего модуля. Используются вопросы из блока А.1 в рамках изученных тем модуля.

А.3. Примеры тестовых заданий для рубежного и промежуточного контроля

Задание 1. Какое из уравнений является линейным однородным ДУ 1-го порядка?

- А) $dy/dx = x \cdot y^2$ В) $dy/dx + P(x) \cdot y = 0$ С) $dy/dx = y^2 + x$ D) $d^2y/dx^2 + y = 0$

Ответ: В

Задание 2. Общим решением уравнения $dy/dx = y/x$ является:

А) $y = Cx$ В) $y = C/x$ С) $y = C \cdot x^2$ D) $y = C \cdot \ln x$

Ответ: А

Задание 3. Характеристическое уравнение для $y'' - 5y' + 6y = 0$ имеет вид:

А) $k^2 + 5k + 6 = 0$ В) $k^2 - 5k + 6 = 0$ С) $k^2 - 5k - 6 = 0$ D) $k^2 + 5k - 6 = 0$

Ответ: В

Задание 4. Уравнение Клеро имеет вид:

А) $y = xy' + f(y')$ В) $y = f(x) \cdot y' + g(x)$ С) $y'' + p \cdot y' + q \cdot y = 0$ D) $M dx + N dy = 0$

Ответ: А

Задание 5. Точка покоя системы $x' = y$, $y' = -x$ является:

А) устойчивым узлом В) центром С) седлом D) неустойчивым фокусом

Ответ: В

Блок В. Оценочные средства для проверки уровня «УМЕТЬ»**В.1. Типовые задачи для практических занятий и текущего контроля****Тема 1. Линейные ДУ 1-го порядка**

1. Решить уравнение: $dy/dx + 2y = 4x$. (Ответ: $y = 2x - 1 + Ce^{-2x}$)
2. Решить задачу Коши: $y' - y = e^x$, $y(0) = 0$. (Ответ: $y = x \cdot e^x$)
3. Решить уравнение Бернулли: $y' + y = y^2 \cdot e^x$. (Указание: подстановка $z = y^{-1}$)

Тема 2. Нелинейные ДУ 1-го порядка

4. Решить уравнение с разделяющимися переменными: $(1+x^2)dy = (1+y^2)dx$.
5. Решить однородное уравнение: $y' = (x+y)/x$.
6. Проверить, является ли уравнение $(2xy+1)dx + (x^2+y)dy = 0$ уравнением в полных дифференциалах. Если да, найти общий интеграл.

Тема 3. ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами

7. Решить: $y'' - 3y' + 2y = 0$. (Ответ: $y = C_1e^x + C_2e^{2x}$)
8. Решить: $y'' + 4y' + 4y = 0$. (Ответ: $y = (C_1 + C_2x)e^{-2x}$)
9. Решить: $y'' + 9y = \cos(3x)$. (Метод вариации произвольных постоянных)

Тема 4. Системы ДУ

10. Решить систему методом исключения: $x' = y$, $y' = -x$.
11. Решить систему методом Эйлера: $x' = 2x + y$, $y' = x + 2y$.
12. Найти фазовые траектории системы $x' = -y$, $y' = x$ и определить тип точки покоя.

Тема 5. Устойчивость решений

13. Исследовать устойчивость нулевого решения системы $x' = -x + y^2$, $y' = -y$.
14. Определить тип и устойчивость точки покоя $(0, 0)$ системы $x' = x - 2y$, $y' = 2x + y$.
15. Методом первого приближения исследовать устойчивость системы $x' = -x + x^2y$, $y' = -2y + xy$.

Блок С. Оценочные средства для проверки уровня «ВЛАДЕТЬ»

С.1. Варианты контрольных работ

Контрольная работа состоит из 3 теоретических вопросов и 3 практических задач. Каждое задание оценивается 3 баллами. Максимум — 30 баллов.

С.1.1. Вариант контрольной работы № 1 (Модули 1–2, 5 семестр)

Теоретическая часть	
1.	Сформулировать теорему существования и единственности решения задачи Коши для ДУ $y' = f(x, y)$.
2.	Описать метод Лагранжа (вариации произвольных постоянных) для линейного неоднородного ДУ 2-го порядка.
3.	Дать определение фундаментальной системы решений (ФСР). Теорема о структуре общего решения линейного однородного ДУ.
Практическая часть	
4.	Решить уравнение: $y' + (\operatorname{ctg} x) \cdot y = \cos x$.
5.	Решить уравнение: $y'' - 4y' + 4y = e^{\{2x\}}$.
6.	Решить систему ДУ методом Эйлера: $x' = 3x - 2y, y' = 2x - y$.

С.1.2. Вариант контрольной работы № 2 (Модули 3–4, 6 семестр)

Теоретическая часть	
1.	Сформулировать определение устойчивости решения по Ляпунову и асимптотической устойчивости.
2.	Описать метод введения параметра для решения ДУ вида $x = f(y)$.
3.	Дать классификацию особых точек линейной системы 2-го порядка (узел, фокус, центр, седло).
Практическая часть	
4.	Решить уравнение Клеро: $y = xu' + (y')^2$.
5.	Решить нелинейное ДУ методом понижения порядка: $y \cdot y'' = (y')^2$.
6.	Определить тип и устойчивость точки покоя $(0, 0)$ системы $x' = -3x + y, y' = x - 3y$.

С.2. Перечень дискуссионных тем для работы в малых группах (мозговой штурм)

1. Применение дифференциальных уравнений для моделирования задач механики (уравнение гармонического осциллятора).
2. Математическая модель роста популяции (уравнение Мальтуса и логистическое уравнение).
3. Метод численного решения ДУ Эйлера: преимущества и ограничения.
4. Фазовые портреты систем: как геометрически интерпретировать устойчивость?
5. Связь между дифференциальными уравнениями и физическими законами (примеры из электротехники, термодинамики).

С.3. Индивидуальные творческие задания

Студент самостоятельно составляет задачу-модель реального процесса, описываемого ДУ (выбор темы согласовывается с преподавателем), и представляет её решение с методическим комментарием.

Блок D. Вопросы и задания для промежуточной аттестации

D.1. Вопросы для проверки уровня «ЗНАТЬ» (зачёт, 5–6 семестры)

Перечень приведён в блоке А.1 (вопросы 1–32). При зачёте студент отвечает на 2 теоретических вопроса.

D.2. Задачи для проверки уровня «УМЕТЬ» и «ВЛАДЕТЬ» (зачёт с оценкой, 6 семестр)

Перечень приведён в блоке В.1 (задания по всем темам).

D.3. Экзаменационный билет — пример построения

Кыргызско-Российский Славянский университет
Дифференциальные уравнения ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № ____
<p>1. Вопрос для проверки уровня «ЗНАТЬ»: <i>(Один теоретический вопрос из блока А.1)</i></p> <hr/>
<p>2. Задача для проверки уровня «УМЕТЬ»: <i>(Одна типовая задача из блока В.1)</i></p> <hr/>
<p>3. Задача для проверки уровня «ВЛАДЕТЬ»: <i>(Задача повышенного уровня сложности, требующая комбинирования методов)</i></p> <hr/>
<p><i>Утверждено на заседании кафедры, протокол № 2 от 29.10.2024</i></p>

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ

4.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций. Шкалы оценивания

4.1.1. Шкала семестрового рейтинга

Баллы	Оценка	Характеристика
85–100	Отлично	Верно выполнено 85–100% заданий. Полное и глубокое усвоение материала.
70–84	Хорошо	Верно выполнено 70–84% заданий. Знания в объёме пройденной программы.
60–69	Удовлетворительно	Верно выполнено 60–69% заданий. Минимально достаточный уровень знаний.
Менее 60	Неудовлетворительно	Верно выполнено менее 60% заданий. Недостаточный уровень знаний.

4.1.2. Шкала оценивания контрольной работы

Контрольная работа включает 10 заданий. Каждое задание оценивается 3 баллами. Максимум — 30 баллов.

Баллы	Оценка	Описание
26–30	Отлично	Все задания выполнены верно. Полное понимание метода и алгоритма решения.
22–25	Хорошо	Большинство заданий выполнено верно. Допущены несущественные ошибки.
14–21	Удовлетворительно	Более половины заданий выполнено. Имеются существенные пробелы.
0–13	Неудовлетворительно	Менее половины заданий выполнено верно. Требуется повторное изучение темы.

4.1.3. Шкала оценивания устного ответа на промежуточном контроле

Баллы	Критерии
25–30	Глубокое и прочное усвоение материала. Полные, последовательные, грамотные и логически выстроенные ответы. Демонстрация знаний в объёме пройденной программы и дополнительной литературы. Правильное и уверенное решение задачи, владение терминологией.
20–24	Хорошие знания пройденного материала. Несущественные ошибки, исправляемые после дополнительных вопросов. Задача решена верно с незначительными погрешностями в оформлении.
15–19	Недостаточно полные знания. Наличие несущественных ошибок, не исправляемых самостоятельно. Не структурированное изложение материала. Задача решена частично.
0–14	Слабые или отсутствующие знания по теме. Серьёзные ошибки в ответе. Задача не решена или решена неверно.

4.1.4. Шкала оценивания практической задачи (блок УМЕТЬ/ВЛАДЕТЬ)

Баллы	Критерии
8–10	Задача решена полностью и верно. Метод выбран оптимально. Все шаги обоснованы. Проверка результата выполнена. Оформление аккуратное.

Баллы	Критерии
4–7	Задача решена в основном верно. Метод выбран правильно. Допущены вычислительные или логические ошибки, не приведшие к принципиально неверному результату.
1–3	Правильно сформулирован подход к решению, но задача решена лишь частично. Допущены существенные ошибки.
0	Задача не решена или решена принципиально неверно. Метод выбран некорректно.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

5.1. Требования к промежуточному контролю

При явке на зачёт и зачёт с оценкой студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые предъявляются экзаменатору в начале аттестации.

Преподавателю предоставляется право поставить зачёт без опроса тем студентам, которые набрали более 60 баллов за текущий и рубежный контроли.

На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить ситуационную задачу.

Студенты могут использовать технические средства, справочно-нормативную литературу, наглядные пособия, учебные программы.

Шкала оценивания промежуточного контроля:

Баллы	Содержание
Минимум 20	Вопросы для проверки уровня «ЗНАТЬ» — правильное формулирование основных понятий
20–25	Задания для проверки уровня «УМЕТЬ» и «ВЛАДЕТЬ» — правильное формулирование сущности задачи и её решение
25–30	Задания для проверки уровня «УМЕТЬ» и «ВЛАДЕТЬ» — полное выполнение контрольного задания

5.2. Требования к текущему контролю

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня.
2. При подготовке к следующей лекции просмотреть материал предыдущей, предположить тему следующей.
3. В течение недели выбрать время для работы с рекомендуемой литературой.
4. При подготовке к практическим занятиям прочитать основные понятия и подходы по теме. Составить план решения задачи, опираясь на нужный теоретический материал.
5. Для самостоятельной работы использовать методические указания по курсу и конспекты лекций. После выполнения задания сформулировать качественный вывод.
6. При подготовке к рубежному и промежуточному контролям изучить теорию (определения, алгоритмы) до уровня понимания и самостоятельно выполнить несколько типовых заданий.
7. Своевременно отрабатывать пропущенные занятия.

5.3. Порядок отработки пропущенных занятий

Пропущенная без уважительных причин лекция должна быть отработана методом устного опроса или подготовкой реферата по материалам пропущенной темы в течение одного месяца со дня пропуска.

Каждое пропущенное практическое занятие отрабатывается в обязательном порядке. Отработки проводятся по расписанию кафедры, согласованному с деканатом, не позднее 10 дней со дня пропуска.

При длительной болезни отработка производится по индивидуальному графику, согласованному с кафедрой, после разрешения деканата.

5.4. Рекомендации по подготовке к мозговому штурму

«Мозговой штурм» проводится в три этапа: (1) генерирование идей без критики; (2) оценка и отбор лучших идей экспертной группой; (3) публичная защита и общее обсуждение.

Каждому участнику на этапе генерирования идей отводится не более 1–3 минут. Ведущий не комментирует и не оценивает высказывания. Все предложения фиксируются.

5.5. Рекомендации по подготовке к семинарским занятиям

До занятия: ознакомиться с теоретическим материалом по теме, проработать примеры из лекции, составить краткий конспект ответов на вопросы семинара.

На занятии: активно участвовать в обсуждении, задавать уточняющие вопросы, демонстрировать умение применять теоретические знания при решении задач.

После занятия: повторить материал, исправить ошибки, выполнить домашнее задание.

Лист согласования

Должность, ФИО	Подпись	Дата
Разработчик: д.ф.-м.н., профессор Байзаков А.Б.		«__» _____ 2024 г.
Рецензент: к.ф.-м.н., доцент Комарцова Е.А.		«__» _____ 2024 г.
Зав. кафедрой: Ахметова З.А.		«__» _____ 2024 г.