Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Министерство науки, высшего образования и инноваций Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования

Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

Политехнический институт

Высшая школа цифровых технологий

Фонд

оценочных средств

по дисциплине «Численные методы математической физики (специальные главы)»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки 01.03.02 - РФ, 510200 - КР

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Квалификация

Бакалавр

Бишкек 2026

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки (специальности) Прикладная математика и информатика по дисциплине

«Численные методы математической физики»

(специальные главы)

наименование

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании высшей школы

Цифровые технологии

наименование высшей школы

протокол №1 от 02.09.2026 г.

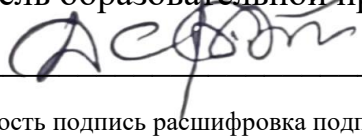
Директор высшей школы Цифровых технологий



_____Хмелева Ирина Владимировна

наименование кафедры подпись расшифровка подписи

Руководитель образовательной программы

ДоцентДоулбекова Салтанат Байызбековна

должность подпись расшифровка подписи

Исполнители:

Доцент _____ Аширбаев Бейшембек Ыбышевич

должность подпись расшифровка подписи

Профессор _____Керимбеков Акылбек Керимбекович

должность подпись расшифровка подписи

Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины /практики

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	**Знать:** - математические понятия, аксиомы, методы доказательств теорем; - основные свойства математических и физических объектов; основные аналитические и численные методы решения математических задач; - основные законы естественных наук;	Блок А фронтальный опрос.
	Уметь: -ориентироваться в постановках фундаментальных, прикладных математических задач и задач естественных наук прикладного характера, оценивать их корректность; составлять математическую модель прикладных задач естественных наук; составлять математическую модель прикладных задач естественных наук; - применять основные математические и численные методы при решении прикладных задач; строго доказывать теоремы, леммы; опровергать утверждения, противоречащие основным известным математическим понятиям, законам и выводам; - проводить фундаментальные исследования в области математики и естественных наук; анализировать математические методы и разрабатывать новые конструктивные методы исследования фундаментальных и прикладных задач;	Блок В практические задания.
	Владеть: - культурой постановки, решения и анализа математических задач - культурой постановки, решения и анализа математических задач и прикладных задач естественных наук; -предметным языком математики и навыками грамотного описания	Блок С контрольная работа.

Раздел 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ " Численные методы математической физики

(специальные главы)"

Курс 4, семестр 7, количество ЗЕ – 3. Отчетность – зачет с оценкой

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
1.Лабораторная работа, выполняемая под руководством преподавателя. Тема: «Разностные схемы решения краевых задач».	Текущий	Активность, посещаемость, СРС	3	5	6 неделя
	Рубежный	Демонстрация компьютерной программы. Устный контроль теории.	10	18	
Модуль 2					
2.Лабораторная работа, выполняемая под руководством преподавателя. Тема: «Итерационные методы решения двумерных сеточных уравнений. На примере уравнения Пуассона».	Текущий	Активность, посещаемость, СРС	3	5	11 неделя
	Рубежный	Демонстрация компьютерной программы. Устный контроль теории.	10	18	
Модуль 3					
3. Лабораторная работа, выполняемая под руководством преподавателя. Тема: «Численные методы решения задач теплопереноса».	Текущий	Активность, посещаемость, СРС	4	6	17 неделя
	Рубежный	Демонстрация компьютерной программы. Устный контроль теории.	10	18	
ВСЕГО за семестр			40	70	17 неделя
Промежуточный контроль (Зачет)			20	30	

Семестровый рейтинг по дисциплине	60	100	

Раздел 3. Контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине / практике (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Сеточные операторы монотонного вида: теорема сравнения, оценка решения сеточного уравнения с оператором монотонного вида. Примеры.

2. Сеточные операторы монотонного вида: М-операторы и их монотонность. Примеры.

3. Итерационные методы решения уравнений с сеточными операторами общего вида. Двупараметрическое семейство итерационных методов, методы Якоби и Зейделя. Теорема о сходимости итерационного процесса в случае, когда сеточный оператор обладает свойством строгого диагонального преобладания.

4. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Построение разностной схемы, исследование аппроксимации и монотонности сеточного оператора. Доказательство оценки сходимости приближенного решения к точному.

5. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Двупараметрическое семейство итерационных методов для решения разностного уравнения Пуассона. Методы Якоби, Зейделя и оптимальной релаксации, скорость сходимости итерационного метода.

Формулировка теоремы о сходимости двупараметрического семейства итерационных методов.

6. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Построение однопараметрического семейства разностных схем, схемы: явная, Кранка-Николсона, с опережением, исследование аппроксимации.

7. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Достаточные условия устойчивости однопараметрического семейства разностных схем, доказательство оценки сходимости.

8. Метод Неймана исследования устойчивости эволюционных сеточных уравнений. Необходимое условие устойчивости сеточной задачи Коши общего вида. Необходимые условия устойчивости однопараметрического семейства разностных схем для уравнения теплопроводности, сравнение этих условий с достаточными.

9. Смешанная задача для уравнения колебания струны. Схема «крест», исследование аппроксимации, уточнение аппроксимации начальных условий.

10. Смешанная задача для уравнения колебания струны. Доказательство оценки сходимости схемы «крест» методом энергетических неравенств.

11. Однопараметрическое семейство разностных схем для уравнения колебания струны. Исследование устойчивости методом Неймана.

12. Диффузионный механизм сглаживания сеточных функций и его свойства.

13. Линейное и квазилинейное уравнения конвективного переноса. Построение аналитических частных решений.

14. Уравнение конвективного переноса. Построение семейства явных разностных схем для уравнения конвективного переноса с использованием диффузионного механизма сглаживания сеточных функций. Схемы с центральной и направленной разностями, схемы Лакса и Лакса-Вендроффа. Монотонные схемы.

15. Уравнение конвективного переноса. Построение семейства явных разностных схем для уравнения конвективного переноса с использованием диффузионного механизма сглаживания сеточных функций. Схемы с центральной и направленной разностями, схемы Лакса и Лакса-Вендроффа. Дифференциальные приближения разностных схем. Диссипативные и дисперсионные свойства разностных схем.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Применять итерационные методы решения уравнений с сеточными операторами общего вида.

2. Построить разностной схемы, исследование аппроксимации и монотонности сеточного оператора.

3. Применять формулировку теоремы о сходимости двупараметрического семейства итерационных методов.

4. Построить однопараметрического семейства разностных схем, схемы: явная, Кранка-Николсона, с опережением, исследование аппроксимации.

5. Исследовать устойчивости методом Неймана.

6. Построить аналитических частных решений.

7. Построить семейства явных разностных схем для уравнения конвективного переноса с использованием диффузионного механизма сглаживания сеточных функций.

8. Построить семейства явных разностных схем для уравнения конвективного переноса с использованием диффузионного механизма сглаживания сеточных функций.

Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Итерационными методами решения уравнений с сеточными операторами общего вида.

2. Методами Якоби, Зейделя и оптимальной релаксации, скорость сходимости итерационного метода.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

1. Используя метод сеток, составить приближённое решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ в квадрате ABCD с вершинами A(0, 0), B(0, 1), C(1, 1), D(1, 0); шаг h=0.2. При решении задачи использовать итерационный процесс усреднения Либмана до получения ответа с точностью до 0.01.

В таблице приведены формулы, задающие искомую функцию на сторонах квадрата ABCD.

u|AB	u|BC	u|CD	u|AD
30 sin πy	20x	20y	30x(1−x)

2. Используя метод сеток, составить решение дифференциального уравнения Лапласса

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

с заданными начальными условиями; шаг h = 1. Уточнение решения производить до сотых долей с помощью процесса Либмана, где

$$\begin{cases}|x|=4-y^2 \\ x\in[-4;4]\end{cases}\ (\Gamma), \qquad u(x,y)|_{\Gamma}=|x|+|y|.$$

3. Используя метод сеток, составить решение смешанной задачи уравнения колебания струны $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

С начальными условиями $u(x,0)=f(x)$, $u_t(x,0)=\Phi(x)$ $(0\le x\le 1)$ *и краевыми условиями* $u(0,t)=\varphi(t)$, $u(1,t)=\psi(t)$. Решение выполнить с шагом h=0.1, определяя значения функции $u(x,t)$ с четырьмя десятичными знаками, причем $0\le t\le 0.5$, *где*

$f(x)=x(2x-0.5)$, $\Phi(x)=cos2x$, $\varphi(t)=t^2$, $\psi(t)=1.5$

4. Используя метод сеток, составить решение смешанной задачи для дифференциального уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

(уравнение теплопроводности) при заданных начальных условиях u(x,0)=f(x), u(0,t)=φ(t), u(0.6,t)=ψ(t), где x∈[0;0.6]. Решение выполнить при h=0.1 для t∈[0;0.1] с четырьмя десятичными знаками, считая σ=1/6, где

u(x;0)=3x(1-x)+0,12, u(0,t)=2(t+0,06), u(0,6; t)=t+1

ПРИМЕР ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ – Зачет с оценкой (СЕМЕСТР 7)

Билет №1

1. Конечно-разностная аппроксимация производных в дифференциальном уравнении строится путем замены этих производных на их приближенные аналоги с помощью сетки. Напишите формулы для $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

2. Используя метод сеток, составить решение смешанной задачи для дифференциального уравнения параболического типа

$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ (уравнения теплопроводности) при заданных начальных условиях: $u(x,0) = \sin(x + 0{,}48)$, $u(0,t) = 0{,}4618$,

$u(0{,}6;\ t) = 3t + 0{,}882$, где $x \in [0; 0{,}6]$. Решение выполнить при $h = 0{,}1$ для $t \in [0; 0{,}01]$ с четырьмя десятичными знаками, считая $\sigma = 1/6$.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ УСТНОГО ОПРОСА

(промежуточный контроль – «ЗНАТЬ»)

При оценке устных ответов на проверку уровня обученности ЗНАТЬ учитываются следующие критерии:

1. Знание основных процессов изучаемой предметной области, глубина и полнота раскрытия вопроса.

2. Владение терминологическим аппаратом и использование его при ответе.

3. Умение объяснить сущность явлений, событий, процессов, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы.

4. Владение монологической речью, логичность и последовательность ответа, умение отвечать на поставленные вопросы, выражать свое мнение по обсуждаемой проблеме.

(16-20 баллов) выставляется, если студент ответил на все теоретические вопросы в билете и при этом:

1. Присутствует : 1)правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); 2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа.

2. Или студент не выполнил одного из перечисленных требований, но ответил правильно на один дополнительный вопрос в пределах программы.

3. Или не выполнил два из перечисленных требований, но правильно ответил на два дополнительных вопроса в пределах программы. (10-15 баллов) выставляется, если студент ответил на все теоретические вопросы в билете, но при этом либо отсутствует правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); либо нет логической последовательности изложения материала в процессе ответа; в некоторых заданиях допущены арифметические ошибки и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.

(5-10 баллов) выставляется, если студент ответил на 2 теоретических вопросов в билете, а в остальных допущены грубые ошибки и неправильно ответил на два дополнительных вопроса в пределах программы.

(1-4 баллов) выставляется, если студент ответил менее 2 теоретических вопросов, а в остальных допущены грубые ошибки и не может ответить ни на один дополнительный вопрос в пределах программы

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

(промежуточный контроль – «УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ»)

Отметкой **(8-10 баллов)** оценивается ответ, при котором студент правильно решает индивидуальные задачи по предложенному алгоритму. Демонстрирует способность грамотно формализовать задачу из индивидуального задания.

Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию, выполнены.

Отметкой **(5-7 баллов)** оценивается ответ, при котором студент в основном правильно решает индивидуальные задачи по предложенному алгоритму, демонстрирует способность грамотно формализовать задачу из индивидуального задания. Демонстрирует значительное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены.

Отметкой **(3-4 баллов)** оценивается ответ, при котором студент в основном не правильно решает индивидуальные задачи по предложенному алгоритму, демонстрирует способность грамотно формализовать задачу из индивидуального задания. Демонстрирует частичное или небольшое понимание проблемы. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены.

Отметкой **(0 -2 балла)** оценивается ответ, при котором студент демонстрирует непонимание проблемы или нет ответа и даже не было попытки решить задачу