

Министерство образования и науки Кыргызской Республики
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Кыргызско-Российский Славянский университет имени Б.Н. Ельцина



СИЛЛАБУС

по дисциплине

«Дифференциальные уравнения в частных производных»

Направление подготовки: **510200 Прикладная математика и информатика**

Профиль: **Теоретическая и прикладная математика, информационные технологии**

Квалификация: **Доктор философии (PhD)/ доктор по профилю**

СИЛЛАБУС

по учебной дисциплине: Б1.В.ДВ.01.02 «Дифференциальные уравнения в частных производных» для обучающихся в базовой докторантуре (PhD)

направления: 510200 Прикладная математика и информатика

профиля: «Теоретическая и прикладная математика, информационные технологии»

Учебный год:	2022-2023	
Форма обучения:	очное	заочное
Семестр.	3 семестр	
Всего кредитов/часов:	6 з.е/ 216 час	
Лекции:	20 час	
Практические:	10 час	
Самостоятельная работа обучающихся	185,8	
Количество модулей	6	
Отчетность:	Зачет с оценкой	

Силлабус разработан Нарматовой Махабат Жунусовной

Рассмотрен на заседании кафедры ПМиИ

Протокол № 12 от 10.06.2022 г.

1. Общие сведения о преподавателе и дисциплине

Нарматова Махабат Жунусовна: Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики.

Контактная информация: mashabat71@mail.ru

2. Задачами учебной дисциплины являются:

– ознакомить основными методами решения дифференциальных уравнений в частных производных и научить применять эти методы при исследовании вопросов разрешимости задач.

3. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Входными знаниями докторанта являются знания, полученные в рамках программ высшего образования («Методы оптимизации», «Качественная теория дифференциальных уравнений» и др.).

4. Предшествующие дисциплины

Дисциплины, изучаемые в рамках программ специалитета и магистратуры – Теория оптимального управления с сосредоточенными параметрами, Теория оптимального управления с распределенными параметрами

5. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате обучения докторант должен:

Знать:

приемы формулирования краевых задач, общую теорию линейных и нелинейных задач

Уметь:

определять возможности применения теоретических положений и методов для постановки и решения конкретных прикладных задач; уметь определять тип и находить решение основных типов систем

Владеть:

стандартными методами и их применением к решению прикладных задач

6. Темы дисциплины и виды занятий

Наименование раздела и темы	Количество учебных кредитов/часов					Самостоятельная работа
	Всего кредитов /часов	В том числе по видам аудиторных занятий				
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия	Семинарские занятия	
Раздел 1. Дифференциальные уравнения с частными	2	10	6			80

производными первого порядка						
Задача Коши. Однородные уравнения с частными производными первого порядка.		4	2	-		25
Неоднородные уравнения с частными производными		2	2			25
Задача Коши. Нелинейные системы уравнений с частными производными первого порядка. Уравнение Пфаффа.		4	2			30
Раздел 2. Линейные разностные уравнения n-го порядка	2	6	2			61
Линейные системы.		2	1			30
Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши		4	1			31
Раздел 3. Нелинейные системы. Постановка начальной задачи	2	4	2			44.8
Нелинейные системы.		2	1			24
Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи		2	1			20.8
всего	6	20	10			185.8

Вопросы практических занятий:

1. Решить дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка. Задача Коши.
2. Решить однородных уравнений с частными производными первого порядка.

3. Доказать теорему существования и единственности для линейного уравнения в частных производных первого порядка.
4. Решить неоднородных уравнений с частными производными.
5. Доказать теорему существования и единственности для нелинейного уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши.
6. Решить нелинейных систем уравнений с частными производными первого порядка. Уравнение Пфаффа.
7. Решить линейных разностных уравнений n -го порядка. Методы решения.
8. Решить линейных систем разностных уравнений. Фундаментальная матрица решений линейной системы.
9. Матрица Коши.
10. Классифицировать систем конечно-разностных уравнений.
11. Решить нелинейных систем.
12. Доказать существования и единственности решения начальной задачи

Задания для самостоятельной работы

1. Функции многих переменных. Область определения, область значений.
2. Частные производные 1 –го порядка. Полный дифференциал функции.
3. Частные производные сложных и неявных функций.
4. Частные производные второго порядка. Смешанные производные.
5. Производная по направлению. Градиент.
6. Частные производные высших порядков
7. Локальные экстремумы функции двух переменных
8. Условные экстремумы функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа.
9. Глобальные экстремумы функции двух переменных

7. Программа промежуточной (итоговой) аттестации

Контрольные вопросы и задания

1. Общие понятия теории дифференциальных уравнений.
2. Общий вид дифференциального уравнения. Определение решения.
3. Некоторые простые геометрические и физические задачи, приводящиеся к дифференциальным уравнениям.
4. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной.
5. Постановка начальной задачи, ее геометрическая интерпретация.
6. Теорема Коши существования и единственности решения начальной задачи (без доказательства).
7. Понятия общего, частного и особого решения. Иллюстративные примеры.
8. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения 1-го порядка и его решения.
9. Изоклины. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
10. Уравнения приводимые к уравнениям с разделяющимися переменными.
11. Однородные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным.
12. Линейные уравнения 1-го порядка (метод подстановки и метод вариации произвольной постоянной).
13. Уравнение Бернулли. Уравнение Рикатти.
14. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
15. Доказательство теоремы Коши методом последовательных приближений Пикара (доказательство существования решения).
16. Доказательство единственности решения.
17. Продолжение решений. Непрерывная зависимость решения от параметра и начальных данных.
18. Дифференциальные уравнения порядка выше первого.
19. Сведение к системе дифференциальных уравнений в нормальной форме.
20. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

21. Методы понижения порядка.
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка.
23. Фундаментальная система решений.
24. Однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
25. Неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
26. Метод неопределенных коэффициентов.
27. Решение неоднородных дифференциальных уравнений методом вариации произвольных постоянных.

Темы рефератов

1. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.
2. Однородные уравнения с частными производными первого порядка.
3. Теорема существования и единственности для линейного уравнения в частных производных первого порядка.
4. Неоднородные уравнения с частными производными.
5. Теорема существования и единственности для нелинейного уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши.
6. Нелинейные системы уравнений с частными производными первого порядка. Уравнение Пфаффа.
7. Линейные разностные уравнения n -го порядка. Методы решения.
8. Линейные системы разностных уравнений. Фундаментальная матрица решений линейной системы. Матрица Коши.
9. Классификация систем конечно-разностных уравнений Нелинейные системы.
10. Постановка начальной задачи. Существование и единственность решения начальной задачи.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. А.Д. Алексеев, С.Н. Кудряшов, Т.Н. Радченко - Уравнения с частными производными в примерах и задачах : учебное пособие Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет 2009 – 15 экземпляров;

2. В.Г. Пименов Разностные методы решения уравнений в частных производных с наследственностью: Электрон. текстовые данные Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ 2014 – 15 экземпляров.

3. Ю. Мозер Избранные труды. Том 3. Числа вращения, комплексный анализ и уравнения в частных производных : Электрон. текстовые данные Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований 2008 - 15 экземпляров;

Широкое использование компьютерной техники и систем связи для создания, сбора, передачи, хранения и обработки информации – чтение лекций с использованием слайд-презентаций, электронного курса лекций, графических объектов, видео- и аудио- материалов (через Интернет), виртуальных лабораторий, практикумов.

Эти технологии используются в учебном процессе. Наличие мультимедийного оборудования позволяет проводить:

1. Компьютерное тестирование по итогам изучения разделов дисциплины.
2. Консультирование посредством электронной почты.
3. Использование слайд-презентаций при проведении научно-практических занятий.

Реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций и т.д.) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Предусматриваются также встречи с ведущими российскими и кыргызскими учеными, проведение мастер-классов экспертов, научные консультации специалистов.

Информационное обеспечение дисциплины:

1. <http://www.rsl.ru> - Российская государственная библиотека
2. <http://www.lib.msu.su> - Научная библиотека МГУ им. М. В. Ломоносова
3. <http://www.lib.pu.ru./rus/catalogs/index.jsp> - Научная библиотека Санкт-Петербургского государственного университета
4. <http://www.inion.ru/product/db2htm> - Институт научной информации по общественным наукам Российской Академии Наук (ИНИОН РАН)

9. Глоссарий

Вычислительные (численные) методы — методы решения математических задач в численном виде. Представление как исходных данных в задаче, так и её решения — в виде числа или набора чисел. Многие численные методы являются частью библиотек математических программ.

Гиперболические уравнения — класс дифференциальных уравнений в частных производных. Характеризуются тем, что задача Коши с начальными данными, заданными на нехарактеристической поверхности, однозначно разрешима.

Дифференциальное уравнение — уравнение, в которое входят производные функции, и может входить сама функция, независимая переменная и параметры. Порядок входящих в уравнение производных может быть различен (формально он ничем не ограничен). Производные, функции, независимые переменные и параметры могут входить в уравнение в различных комбинациях или могут отсутствовать вовсе, кроме хотя бы одной производной. Не любое уравнение, содержащее производные неизвестной функции, является дифференциальным уравнением

Дифференциальное уравнение — уравнение, в которое входят производные функции, и может входить сама функция, независимая переменная и параметры

Задача Дирихле — вид задач, появляющийся при решении дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Названа в честь Иоганна Дирихле

Задача Коши — одна из основных задач теории дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными); состоит в нахождении решения (интеграла) дифференциального уравнения, удовлетворяющего так называемым начальным условиям

Интерполяция, интерполирование (от лат. *inter-polis* — «разглаженный, подновлённый, обновлённый; преобразованный») — в вычислительной математике способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений. Термин «интерполяция» впервые употребил Джон Валлис в своём трактате «Арифметика бесконечных»

Корень уравнения — это такое значение буквы (переменной), при подстановке которого уравнение обращается в верное числовое равенство

Краевая задача (граничная задача) — задача о нахождении решения заданного дифференциального уравнения (системы дифференциальных уравнений), удовлетворяющего краевым (граничным) условиям в концах интервала или на границе области

Линейное уравнение — это алгебраическое уравнение, у которого полная степень составляющих его многочленов равна 1

Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) — дифференциальное уравнение для функции от одной переменной. (Этим оно отличается от уравнения в частных производных, где неизвестная — функция нескольких переменных.)

Остаточный член — разность между заданной функцией и функцией её аппроксимирующей. Тем самым оценка остаточного члена является оценкой

точности рассматриваемой аппроксимации. Этот термин применяется, например, в формуле ряда Тейлора

Параболические уравнения — класс дифференциальных уравнений в частных производных. Один из видов уравнений, описывающих нестационарные процессы

Решение уравнения — это задача по нахождению таких значений аргументов (чисел, функций, наборов и т. д.), при которых выполняется равенство (выражения слева и справа от знака равенства становятся эквивалентными)

Система линейных алгебраических уравнений (линейная система, также употребляются аббревиатуры СЛАУ, СЛУ) — система уравнений, каждое уравнение в которой является линейным — алгебраическим уравнением первой степени

Собственный вектор — понятие в линейной алгебре, определяемое для произвольного линейного оператора как ненулевой вектор, применение к которому оператора даёт коллинеарный вектор — тот же вектор, умноженный на некоторое скалярное значение

Дифференциал функции — это произведение ее производной на дифференциал аргумента.

Дифференциальное исчисление — раздел математического анализа, в котором изучаются свойства и способы вычисления производных и дифференциалов, их применение к исследованию функции.

Дифференцирование — операция, состоящая в вычислении производных и дифференциалов от любой дифференцируемой функции.

Интегрирование — процесс нахождения первообразной функции по данному дифференциалу.