

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ**

**МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина**

Естественно технический факультет

Кафедра «Механики и приборостроения им.Я.И.Рудаева»

**Фонд
оценочных средств**

по дисциплине «Теоретическая и прикладная механика»

специалитет

Направление подготовки

21.05.05 - РФ, 630004 - КР

«Физические процессы горного или нефтегазового производства»

»

Квалификация

Горный инженер

2025

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 21.05.05 - РФ, 630004 - КР «Физические процессы горного или нефтегазового производства»

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры

«Механики и приборостроения им.Я.И.Рудаева»

протокол № 1 от 28 августа 2025 г.

Заведующий кафедрой
«Механики и приборостроения
им.Я.И.Рудаева»



Джаманкулов А.К.

наименование кафедры

подпись

расшифровка подписи

Исполнители:



Герман К.А.

ДОЦЕНТ

должность

подпись

расшифровка подписи

Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

ОПК-11. Способен к разработке проектных инновационных решений по эксплуатационной разведке, добыче, переработке полезных ископаемых, в том числе при освоении ресурсов шельфа морей и океанов, строительству и эксплуатации подземных объектов

ОПК-11.1 Знать методы анализа, теоретические и методологические обобщения научно-технических достижений и передового опыта инновационных решений по эксплуатационной разведке, добыче, переработке полезных ископаемых, в том числе при освоении ресурсов шельфа морей и океанов, строительству и эксплуатации подземных объектов

ОПК-11.2. Уметь определять необходимость привлечения дополнительных знаний из смежных наук с целью разработки инновационных проектных решений по добыче и переработке полезных ископаемых, строительству и эксплуатации подземных сооружений

ОПК-11.3. Владеть навыками, способностями и демонстрацией разрабатывать проектные инновационные решения по эксплуатационной разведке, добыче, переработке полезных ископаемых, в том числе при освоении ресурсов шельфа морей и океанов, строительству и эксплуатации подземных объектов

Раздел 2. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине (оценочные средства). Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

2.1. Методические указания студентам

Этапы изучения сопоставления материалов включают:

- аудиторские теоретические (лекции), практические занятия и лабораторные работы (по расписанию);
- самостоятельное изучение теоретического материала по учебникам и решение задач по существующим задачникам, а также выполнение расчетно-графических заданий, которые выдаются в университете;
- индивидуальные консультации (расписание консультаций имеется на кафедре);

Лекция по сопоставлению материалов обычно строится так, что каждый новый факт, сообщаемый лектором, является логическим следствием из ранее изложенного. Если слушатель не умеет держать себя в состоянии напряженного внимания, если он не может вслед за лектором активно мыслить, если он отвлекается хотя бы на минуту, то цепь рассуждений в сознании прерывается, восстановить ее обычно очень трудно, и последующая часть лекции усваивается значительно хуже.

Сознательное слушание лекции по сопоставлению материалов возможно лишь при полном усвоении материала предыдущих лекций, следовательно, к лекции надо готовиться. Впрочем, полное понимание излагаемого материала во время лекции, как правило, не достигается, и какая-то его часть остается неувоенной, но этого не надо бояться. Заканчивая же изучение какого-либо раздела, необходимо добиться полного понимания всего его содержания, так как все изученное понадобится не только само по себе, но и для изучения специальных дисциплин.

Рекомендуется чтение конспекта и учебника сопровождать разбором типовых задач, приводимых в существующих пособиях. Вполне достаточно ограничиться теми задачами, которые предлагаются на практических занятиях и в качестве задания для самостоятельной работы, важно лишь, чтобы все они были решены сознательно, с полным пониманием каждого этапа решения.

Большую помощь при самостоятельном изучении теории приносит составление конспекта. В конспекте следует проделать те выкладки, которые имеются в учебнике, четко выписать основные формулы и результаты, сделать пометки по неясным вопросам, чтобы не забыть по ним проконсультироваться.

Помните! Только систематическое изучение любого предмета приносит реальную пользу. Быстро вызубренный перед экзаменом без понимания большой материал с такой же скоростью забывается.

2.2. Методические рекомендации преподавателям

По мере овладения теоретическими и практическими разделами дисциплины, преподавателю целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и практических занятий. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень. Пакет заданий для самостоятельной работы следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

Вузовская лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

Практические занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Они могут быть построены как на материале одной лекции, так и на содержании лекций по определённой теме. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

При подготовке практического занятия желательно придерживаться следующего алгоритма:

а) разработка учебно-методического материала:

- формулировка темы, соответствующей программе и госстандарту;
- определение дидактических, воспитывающих и формирующих целей занятия;
- выбор методов, приемов и средств для проведения занятия;
- подбор литературы для преподавателя и студентов;
- при необходимости проведение консультаций для студентов;

Подводя итоги практического занятия, можно использовать следующие критерии (показатели) оценки ответов:

- полнота и конкретность ответа;
- последовательность и логика изложения;
- связь теоретических положений с практикой;
- обоснованность и доказательность излагаемых положений;
- наличие качественных и количественных показателей;
- наличие иллюстраций к ответам;
- уровень культуры речи;
- использование наглядных пособий и т.п.

В конце практического занятия рекомендуется дать оценку всего занятия, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний;
- активность;
- положительные стороны в работе студентов;
- ценные и конструктивные предложения;
- недостатки в работе студентов;
- задачи и пути устранения недостатков.

После проведения практического занятия по курсу, начинающему преподавателю целесообразно осуществить общий анализ проделанной работы, извлекая при этом полезные уроки.

При проведении аттестации студентов важно помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Понимание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

3. КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ АТТЕСТАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ

3.1. Критерии оценки знаний

Зачет по теоретическому курсу ставится студенту в случае, если при ответах на заданные вопросы он правильно формулирует основные понятия, сущность *рассматриваемых проблем и рекомендации по их решению*.

Зачет по практическим занятиям и лабораторным работам ставится студенту только в случае полного выполнения всех расчетно-графических заданий и правильных ответов на контрольные вопросы.

3.2. Перечень аттестационных испытаний и используемых контрольно-измерительных материалов

- Текущий контроль знаний:
 - экспресс опрос по результатам самостоятельной работы, оценка результатов выполнения РГЗ в семестрах.
- Промежуточная аттестация:
 - экзамен в 5 семестре,
 - зачет по дисциплине в 6 семестре.

К аттестационным испытаниям по дисциплинам с итоговой аттестацией - зачет, используемым в КРСУ относятся:

- текущий контроль знаний:
 - контрольные работы по темам дисциплины;
 - расчетно-графические задания;
 - проведение и сдача лабораторных работ;
- итоговая аттестация:
 - зачет.

Порядок проведения текущего контроля и итоговая аттестация соответствуют «Положению о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов в КРСУ» 2003г.

Основные выдержки из Положения:

12. Зачеты по практическим и лабораторным занятиям принимаются по мере их выполнения. Зачеты по семинарским (практическим) занятиям могут выставляться по итогам выполнения рефератов, докладов и выступлений студентов на семинарских занятиях.

14. Форма проведения экзаменов и зачетов по теоретической части дисциплины устанавливается соответствующей кафедрой. При проведении зачетов и экзаменов студенты могут использовать технические средства, справочно-нормативную литературу, наглядные пособия, учебные программы.

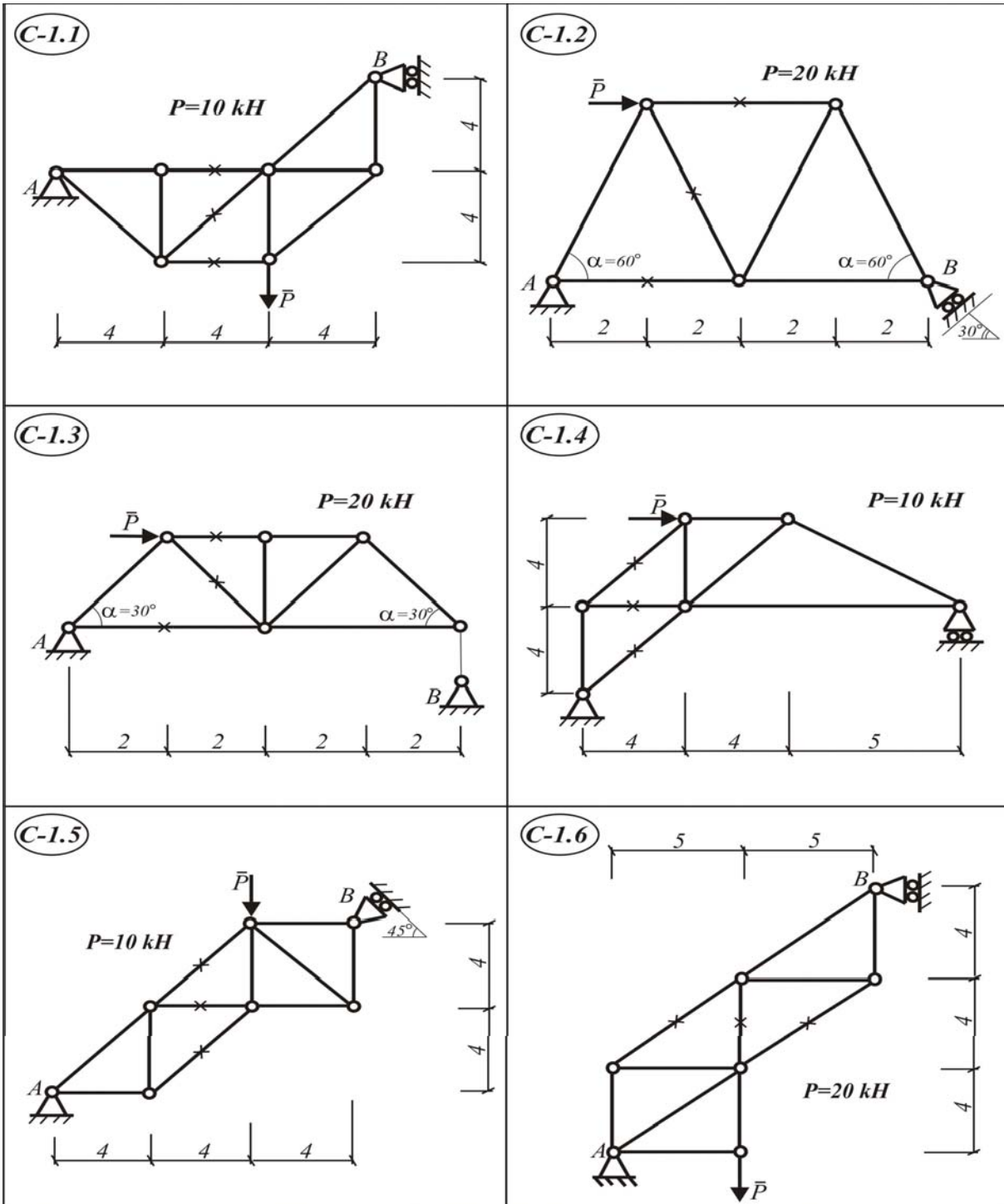
18. Результаты сдачи зачетов оцениваются отметкой **«зачтено»**. Перечень дисциплин, по которым устанавливается зачет с дифференцированной оценкой, устанавливается Ученым Советом университета.

РАЗДЕЛ I. СТАТИКА

1. Плоская система сходящихся сил

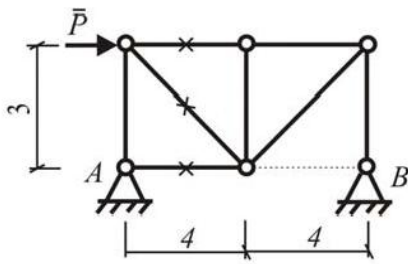
Задание С-1. Расчет плоских ферм

Статически определимая ферма (С-1.1–С-1.30) закреплена в точках A и B . Опора A – шарнирно-неподвижная, опора B – шарнирно-подвижная. К одному из ее узлов приложена сила P .



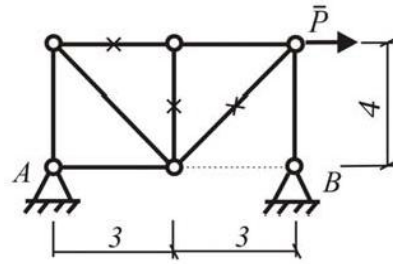
C-1.7

$P=20 \text{ kH}$



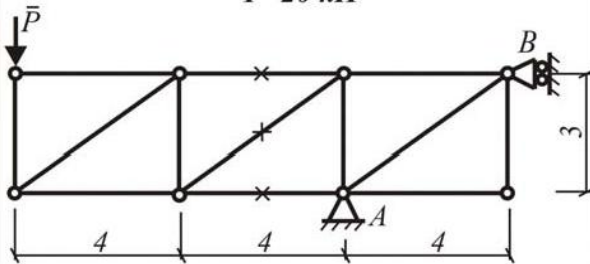
C-1.8

$P=20 \text{ kH}$



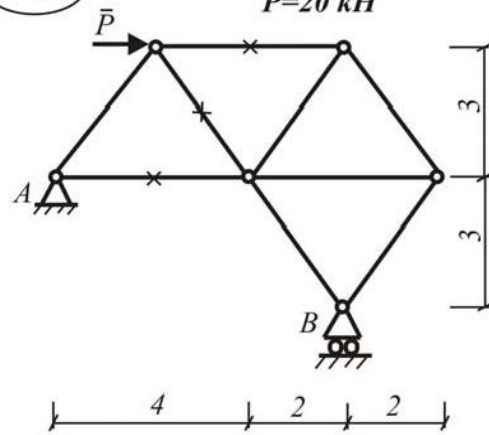
C-1.9

$P=20 \text{ kH}$



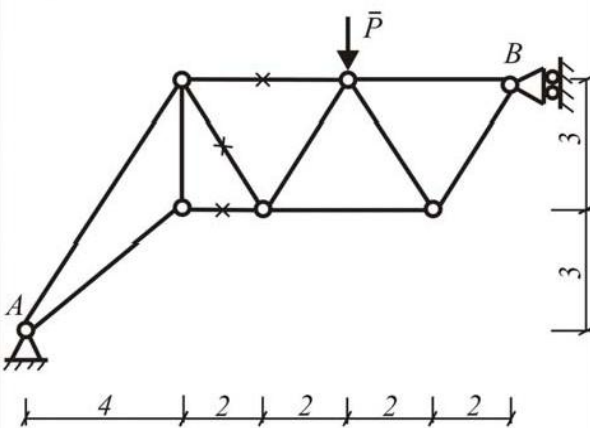
C-1.10

$P=20 \text{ kH}$



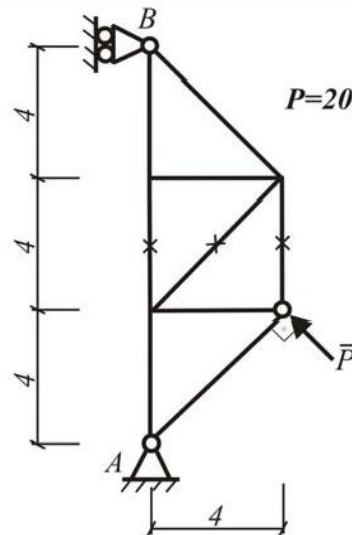
C-1.11

$\bar{P}=20 \text{ kH}$

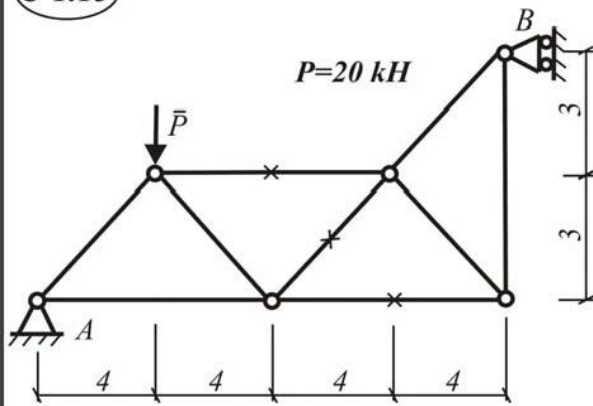


C-1.12

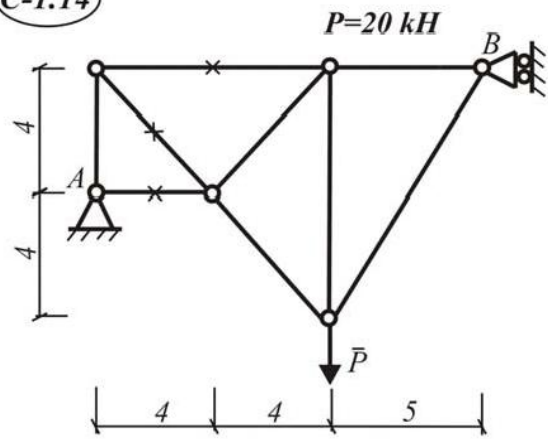
$P=20 \text{ kH}$



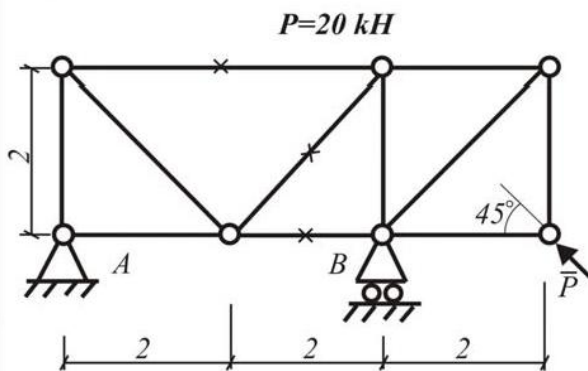
C-1.13



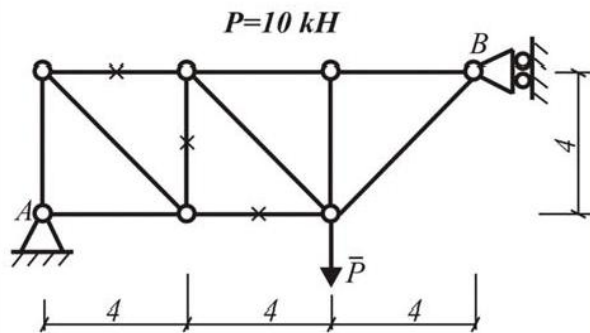
C-1.14



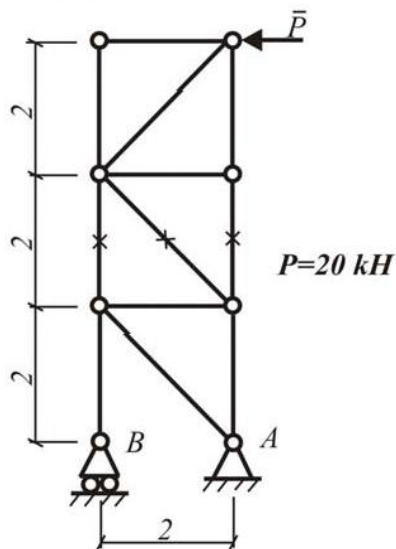
C-1.15



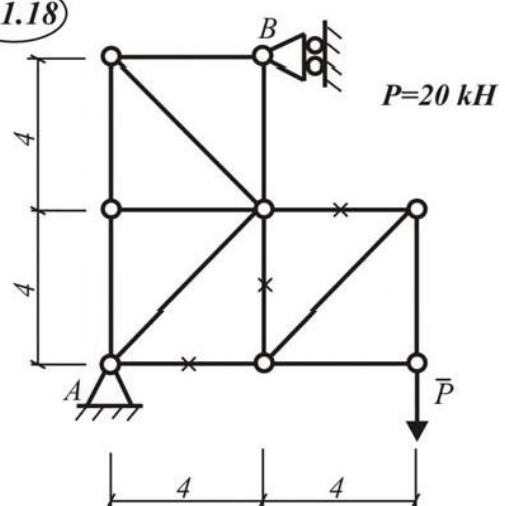
C-1.16



C-1.17

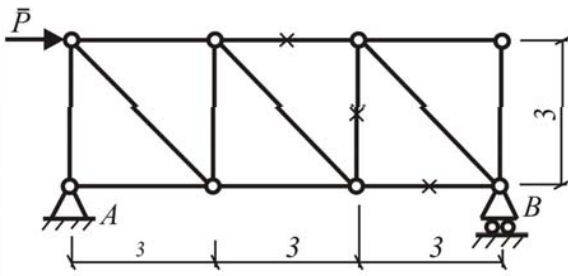


C-1.18

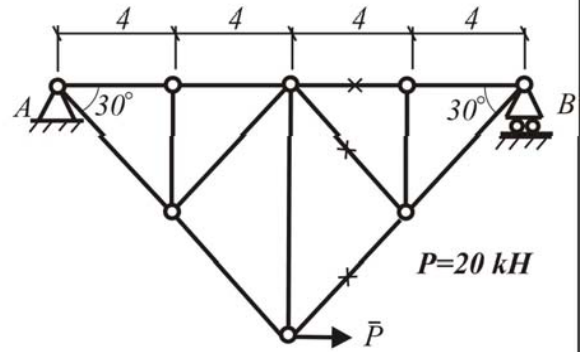


C-1.19

$P=20\text{ kH}$

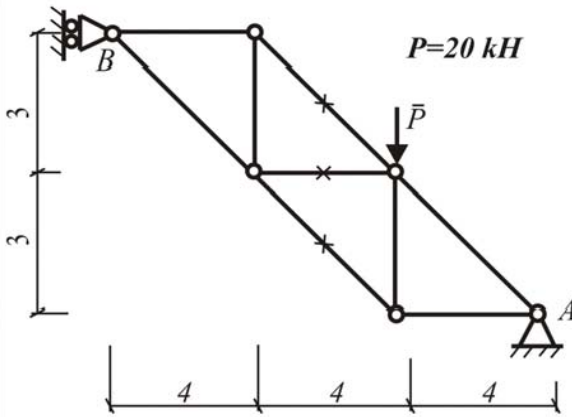


C-1.20



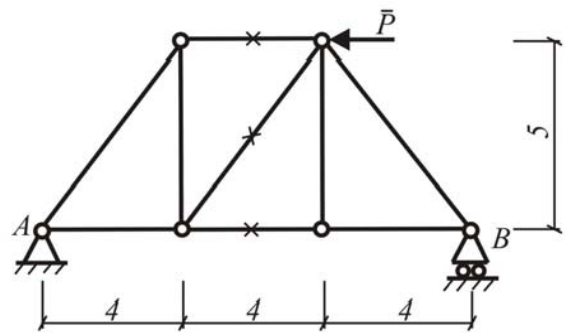
C-1.21

$P=20\text{ kH}$



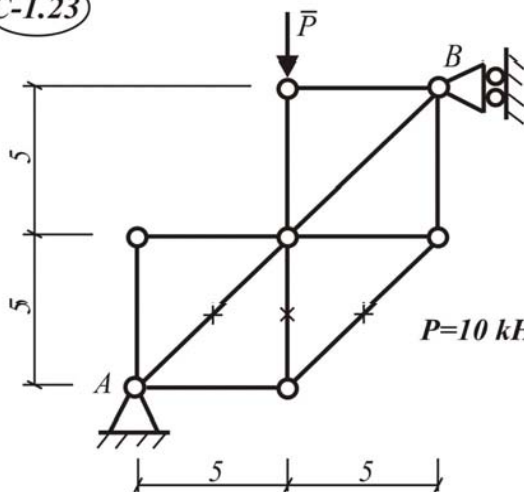
C-1.22

$P=10\text{ kH}$



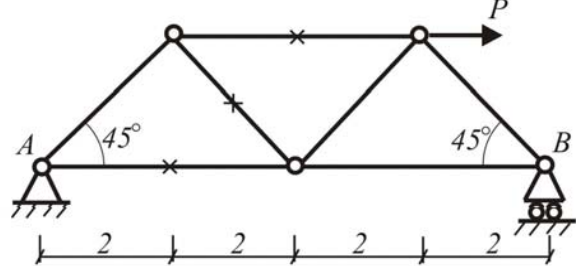
C-1.23

$P=10\text{ kH}$

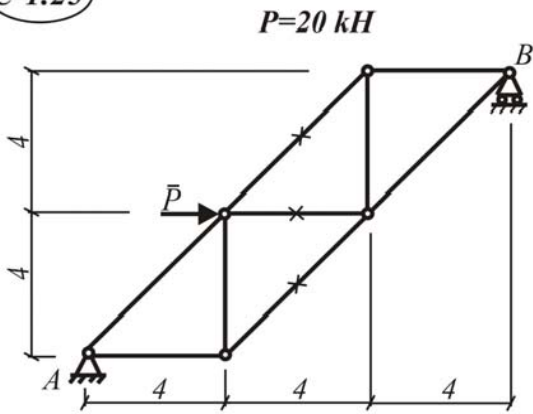


C-1.24

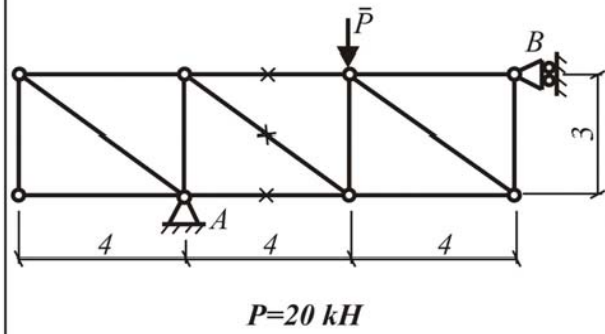
$P=20\text{ kH}$



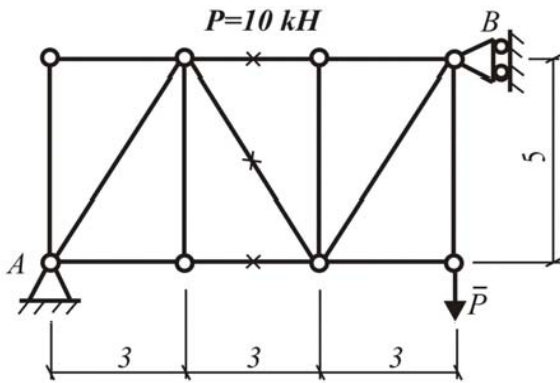
C-1.25



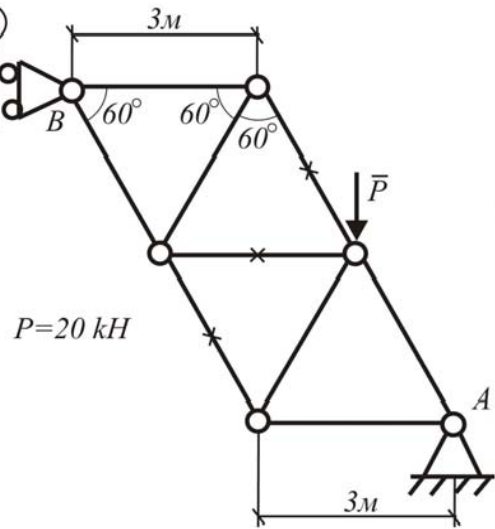
C-1.26



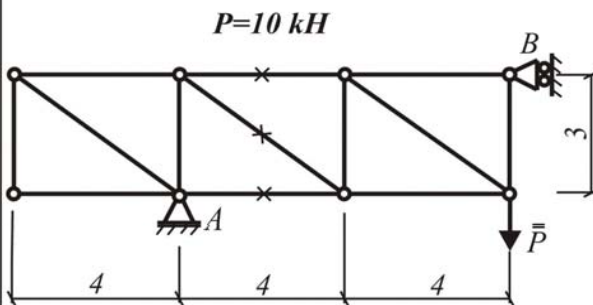
C-1.27



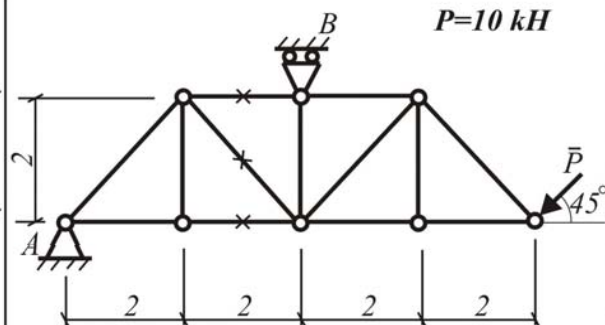
C-1.22



C-1.29



C-1.30



Найти :

1. Реакции в опорах A и B с применением теоремы о трех силах.
 2. Усилия во всех стержнях фермы методом вырезания узлов;
 3. Реакции в опорах A и B при помощи трех уравнений равновесия для произвольной плоской системы сил.
 4. Усилия в трех стержнях фермы, отмеченных на схемах крестиками методом Риттера.
- Результаты расчета свести в таблицу.

Пример С-1

Дано : $P = 10$ кН.

Найти: реакции в опорах A и B и усилия в стержнях фермы (рис. I.1.1).

Решение:

1. Определим реакции в опорах A и B с применением теоремы о трех силах. При определении реакций в опорах A и B рассмотрим ферму как одно абсолютно твердое тело (рис. I.1.2а). Реакцию в шарнирно-подвижной опоре R_B направим перпендикулярно площадке, поддерживающей эту опору. Затем найдем точку пересечения (т. O) линий действия заданной силы \bar{P} и реакции \bar{R}_B . На основании теоремы о трех силах линия действия реакции \bar{R}_A совпадает с прямой OA .

Для определения модулей и истинных направлений реакций R_A и R_B воспользуемся геометрическим, графоаналитическим и аналитическим способами.

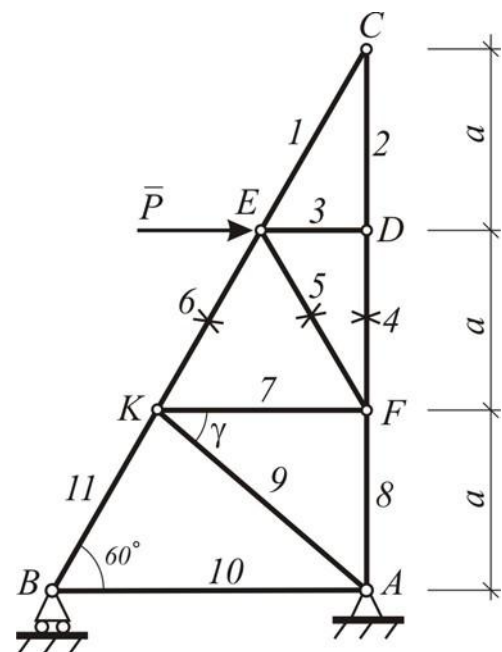


Рис. I.1.1

а) Графический способ .

Выбираем масштаб сил, например 1 см соответствует 2 кН . Далее в выбранном масштабе изображаем заданную силу \bar{P} в виде направленного отрезка \bar{ab} и по известному правилу строим силовой треугольник abc (рис. I.1.2б). Пользуясь масштабом сил, находим

$$R_A = bc = 15,3 \text{ кН,}$$

$$R_B = ca = 11,5 \text{ кН.}$$

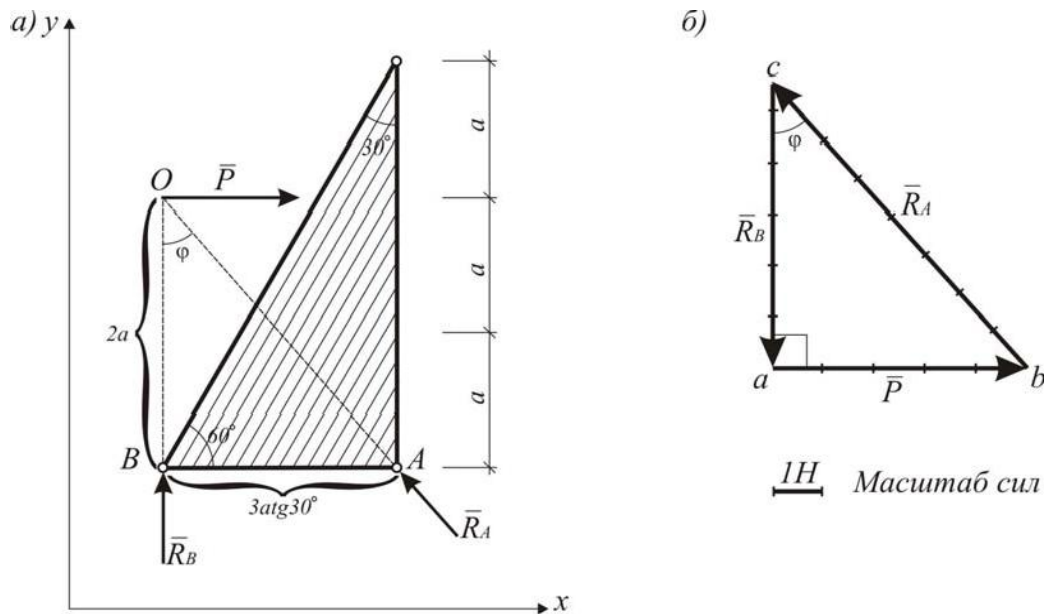


Рис. I.1.2

б) Графоаналитический способ .

Из рис. I.1.2а видно, что

$$AB = 3atg30^\circ, \text{ тогда}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\varphi &= \frac{3atg30^\circ}{2a} = 1,5 \cdot 0,577 = 0,8655; \\ \varphi &= 40^\circ 88'; \quad \sin \varphi = 0,654; \cos \varphi = 0,756. \end{aligned}$$

Треугольники OAB и abc подобны, так как их соответствующие стороны параллельны. Поэтому угол $acb = \varphi$. Тогда из прямоугольного силового треугольника acb найдем

$$R_B = \frac{P}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{10}{0,865} = 11,56 \text{ кН},$$

$$R_A = \frac{P}{\sin \varphi} = \frac{10}{0,654} = 15,29 \text{ кН}.$$

в) Аналитический способ .

Для определения \bar{R}_A и \bar{R}_B аналитическим способом выберем направ-

ление осей декартовой системы координат x и y (см. рис. I.1.2а) и составим уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил:

$$\sum F_x = 0; P - R_A \sin \varphi = 0;$$

$$\sum F_y = 0; R_B + R_A \cos \varphi = 0;$$

$$R_A = \frac{P}{\sin \varphi} = \frac{10}{0,654} = 15,69 \text{ кH};$$

$$R_B = -R_A \cos \varphi = -15,69 \cdot 0,756 = -11,56 \text{ кH}.$$

В ответе знак (-) показывает, что истинное направление реакции R_B противоположно тому, которое показано на рис. I.1.2а.

2. Определение усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов.

При расчете фермы таким способом будем рассматривать равновесие каждого узла в определенной последовательности, а именно, чтобы число неизвестных усилий, приложенных к узлу, не превышало двух. А также предположим, что все стержни растянуты, усилия в них направлены от узлов и считаются со знаком (+).

До составления уравнений равновесия оси координат x и y целесообразнее направить так, чтобы большинство неизвестных усилий в стержнях фермы проектировались в истинную величину.

Узел С

$$\begin{cases} \sum F_x = 0; -S_1 \cdot \sin 30^\circ = 0; S_1 = 0; \\ \sum F_y = 0; -S_2 - S_1 \cdot \cos 30^\circ = 0; S_2 = 0 \end{cases}$$

Первый и второй стержни не напряжены.

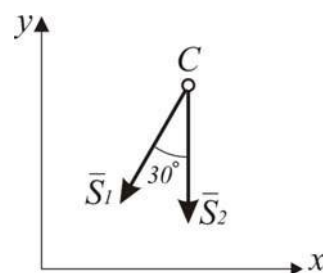


Рис. I.1.3

Узел Д

$$\begin{cases} \sum F_x = 0; -S_3 = 0; S_3 = 0; \\ \sum F_y = 0; S_2 - S_4 = 0; S_2 = 0 \end{cases}$$

Третий и четвертый стержни не напряжены.

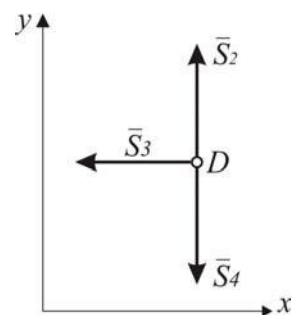


Рис. I.1.4

Узел Е

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} = 0; & P \cdot \cos 30^\circ + S_5 \cdot \cos 30^\circ + S_3 \cos 30^\circ = 0; \\ \sum F_{ky} = 0; & P \cdot \sin 30^\circ - S_5 \cdot \sin 30^\circ + S_3 \cdot \sin 30^\circ + S_1 - S_6 = 0. \\ S_5 = -P = -10 \text{ кН}, & S_6 = 2P \sin 30^\circ = 10 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Пятый стержень сжат, шестой – растянут.

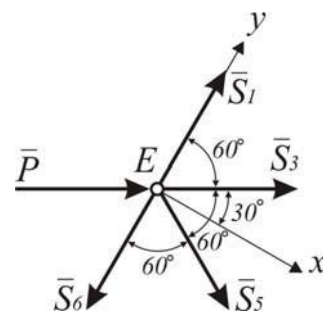


Рис. I.1.5

Узел F

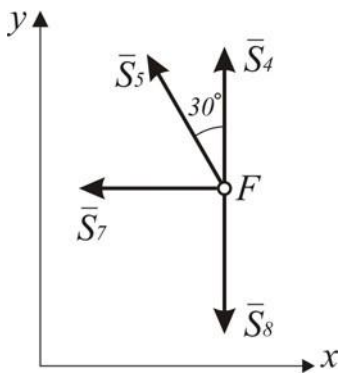


Рис. I.1.6

$$\sum F_{kx} = 0; -S_7 + S_5 \sin 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0; S_4 + S_5 \cos 30^\circ - S_8 = 0.$$

$$S_7 = -S_5 \sin 30^\circ = 5 \text{ кН.}$$

$$S_8 = -8,66 \text{ кН.}$$

Седьмой стержень растянут, восьмой – сжат.

Узел К

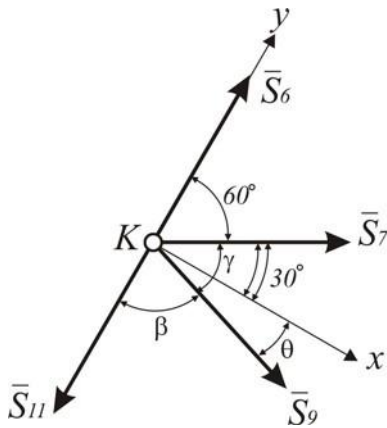


Рис. I.1.7

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{2a \operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{1}{2 \cdot 0,577} = 0,867;$$

$$\gamma = 40,91^\circ; \sin \gamma = 0,655; \cos \gamma = 0,766.$$

$$\beta = 79,09^\circ; \sin \beta = 0,982; \cos \beta = 0,189.$$

$$\theta = \gamma - 30^\circ = 40,91^\circ - 30^\circ = 10,91^\circ.$$

$$\sum F_{kx} = 0; S_7 \cdot \cos 30^\circ + S_9 \cos 10,91^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0; S_6 - S_{11} + S_7 \cdot \sin 30^\circ - S_9 \cdot \sin 10,91^\circ = 0.$$

$$S_9 = -\frac{5 \cdot 0,866}{0,982} = -4,41 \text{ кН};$$

$$S_{11} = 10 + 5 \cdot 0,5 - 4,41 \cdot 0,189 = 13,339 \text{ кН.}$$

Девятый стержень сжат, одиннадцатый – растянут.

Узел А

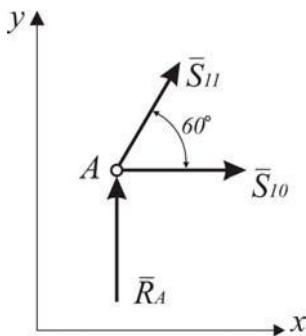


Рис. I.1.8

$$\sum F_{kx} = 0; S_{10} + S_{11} \cdot \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0; R_A + S_{11} \cdot \sin 60^\circ = 11,56 + 13,333 \cdot 0,866 = -0,02.$$

$$S_{10} = -S_{11} \cdot \cos 60^\circ = -6,65 \text{ кН.}$$

Относительная ошибка:

$$\Delta \% = \frac{-0,02 \cdot 100 \%}{11,54} < 1 \%.$$

Узел В

Уравнения, составленные для узла В, являются проверочными:

$$\sum F_{kx} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0;$$

$$\begin{aligned} -S_{10} - S_9 \cos \gamma - R_B \sin \varphi = \\ = 6,665 + 4,41 \cdot 0,756 - 15,29 \cdot 0,654 = 9,99 - 9,99 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_9 \sin \gamma + S_8 + R_B \cos \varphi = \\ = -4,41 \cdot 0,655 - 8,66 + 15,29 \cdot 0,756 = -11,47 + 11,47 = 0. \end{aligned}$$

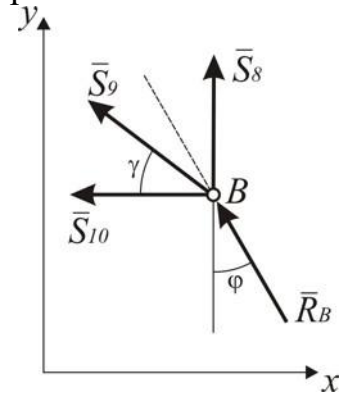


Рис. I.1.9

Расчет фермы методом вырезания узлов выполнен верно.

3. Определение реакций в опорах А и В при помощи 3-х уравнений равновесия для произвольной плоской системы сил.

Реакцию в шарнирно – неподвижной опоре А представим в виде двух составляющих сил, направленных параллельно координатным осям, приложенных к точке А. (рис. I.1.10).

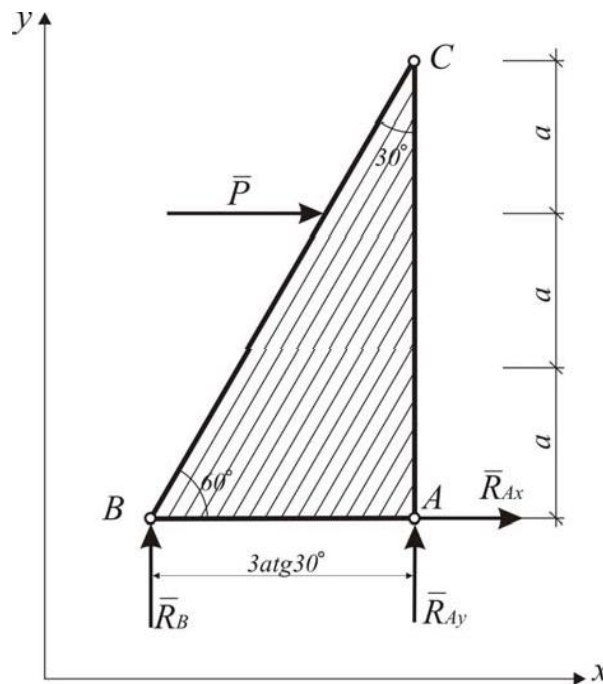


Рис. I.1.10

Составим уравнения равновесия сил, приложенных к ферме:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0; \quad P + R_{Ax} = 0; \\ \sum m_A(\bar{F}_k) = 0; \quad -R_B \cdot 3a \tan 30^\circ - P \cdot 2a = 0; \\ \sum m_B(\bar{F}_k) = 0; \quad R_{Ay} \cdot 3a \tan 30^\circ - P \cdot 2a = 0. \end{aligned}$$

Подставляя исходные данные в эти три уравнения и решая их относительно искомых неизвестных, получим:

$$R_{AX} = -10 \text{ Н},$$

$$R_B = -11,56 \text{ Н},$$

$$R_{Ay} = 11,56 \text{ Н}.$$

$$R_A = \sqrt{(R_{AX})^2 + (R_{Ay})^2} = \sqrt{(-10)^2 + (11,56)^2} = 15,29 \text{ Н}.$$

Результаты по нахождению R_A различными способами совпадают.

4. Определение усилий в стержнях 4, 5, 6 фермы методом Риттера.

Эффективность способа Риттера состоит в том, усилие в каждом стержне определяется из отдельного уравнения и не приходится его выражать через неизвестные усилия в других стержнях.

Такого эффекта можно достичь, решая задачу в следующей последовательности:

а) Разрезаем ферму так, чтобы в сечение I-I входило не более трех неизвестных усилий в стержнях (рис. I.1.11).

б) Отбрасываем одну из частей фермы, например, нижнюю.

в) Заменяем действие отброшенной части фермы на рассматриваемую (верхнюю) усилиями в рассеченных стержнях S_4, S_5, S_6 (рис. I.1.12).

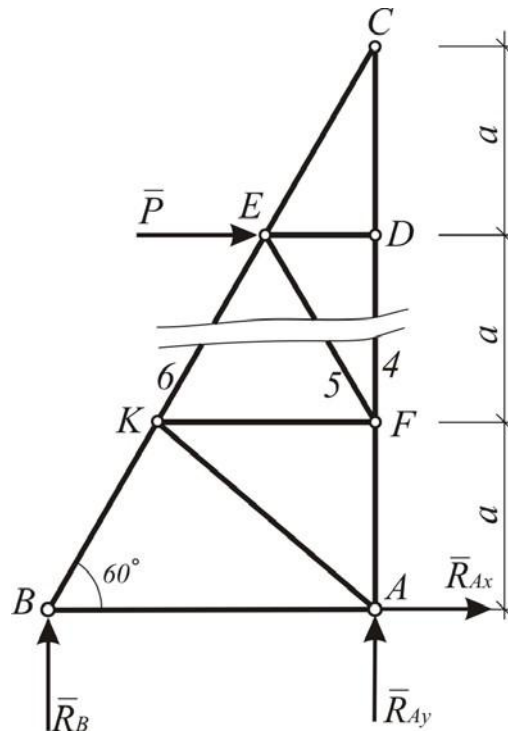


Рис. I.1.11

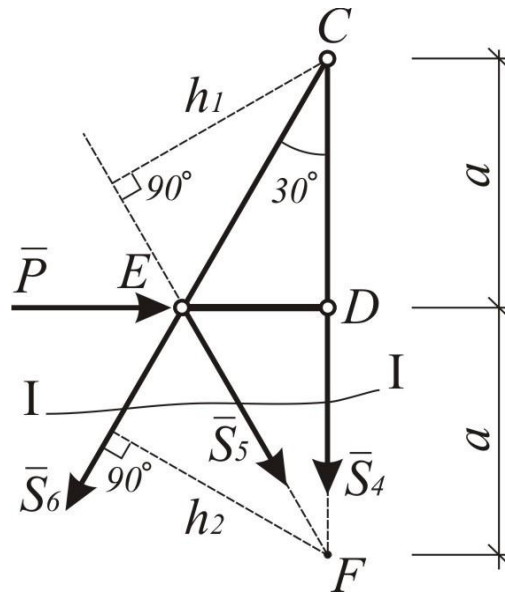


Рис. I.1.12

По прежнему условно предполагаем, все стержни растянутыми. Знак (-) в ответе будет указывать на то, что стержень сжат.

Находим точки Риттера E, C, F , то есть точки пересечения линий действия неизвестных усилий. Затем составляем уравнения равновесия в виде суммы моментов всех сил относительно точек E, C, F :

$$\begin{aligned} \sum m_E(\bar{F}) &= 0; -S_4 \cdot ED = 0; \\ \sum m_C(\bar{F}) &= 0; P \cdot a + S_5 \cdot h_1 = 0; \\ \sum m_F(\bar{F}) &= 0; -P \cdot a + S_6 \cdot h_2 = 0. \end{aligned}$$

Подставляя исходные данные в эти уравнения, получим:

$$S_4 = 0; S_5 = -10 \text{ кН}; S_6 = 10 \text{ кН}.$$

Если два неизвестных усилия (вектора) будут параллельны между собой, то в этом случае пришлось бы составить уравнение в виде суммы проекций всех сил на ось, перпендикулярной к этим усилиям (векторам).

Результаты расчета сведем в табл. I.1.1.

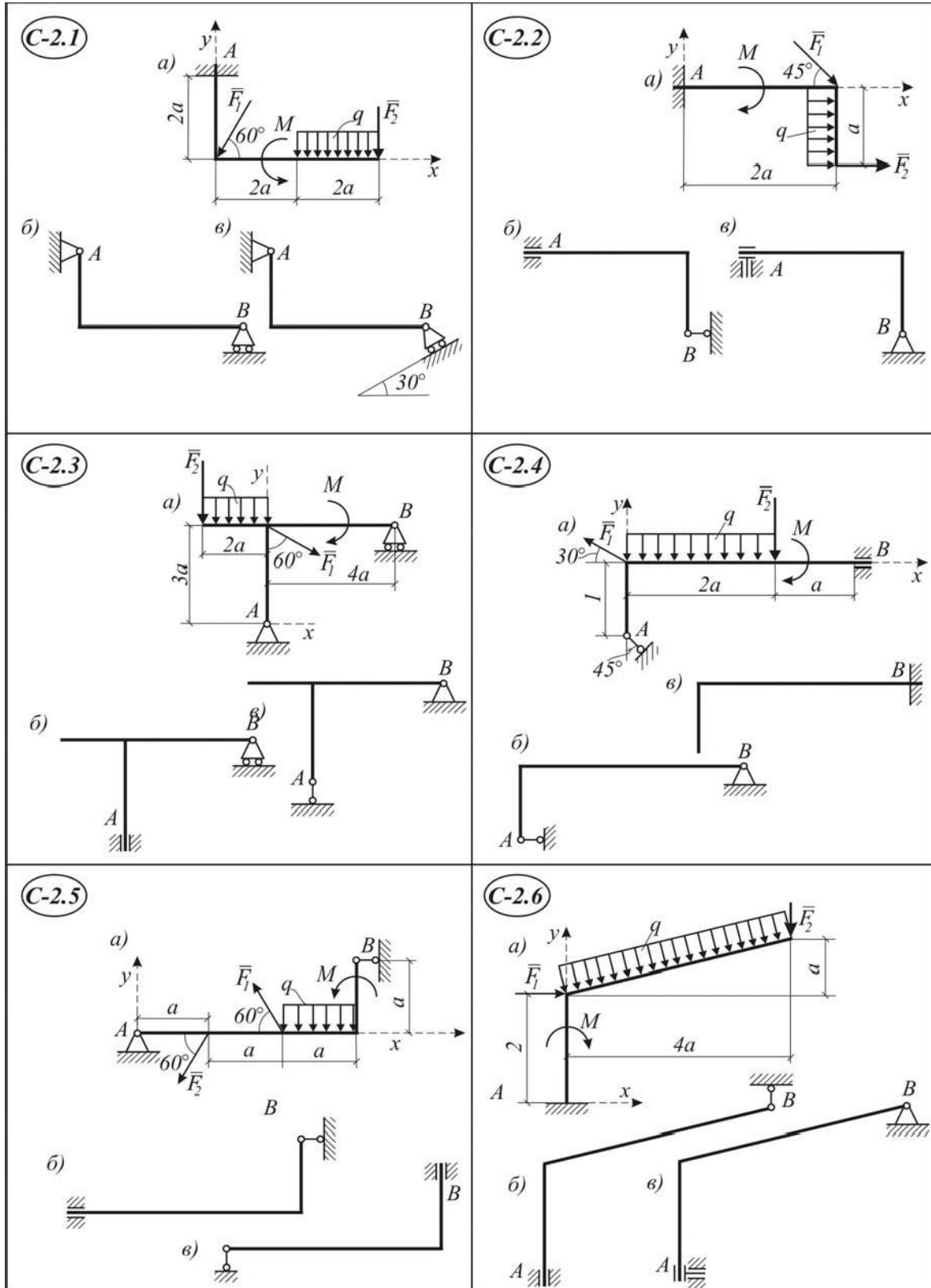
Таблица I.1.1

№ стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Знак усилия					-	+	-	-	-	-	+
По методу вырезания узлов, кН	0	0	0	0	10	10	5	8,66	4,41	6,65	13,339
По методу Риттера, кН					10	10					

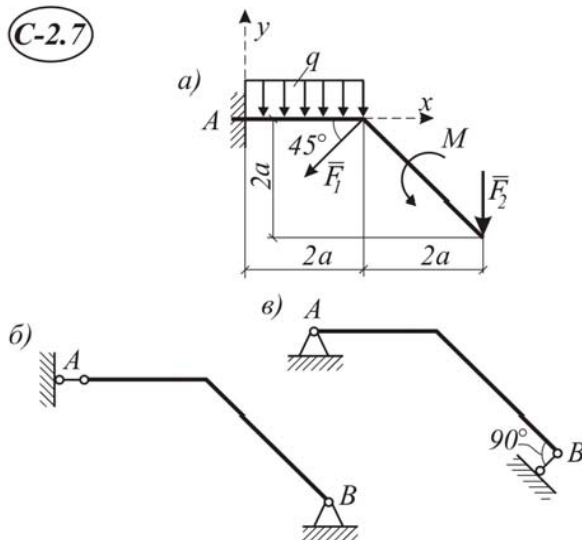
2. Произвольная плоская система сил

Задание С-2. Определение опор твердого тела

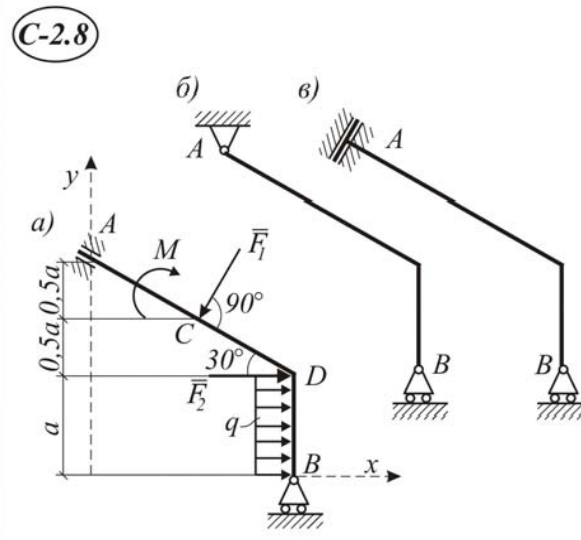
На схемах С-2.1–С-2.30 показаны три способа закрепления бруса с ломаной осью.



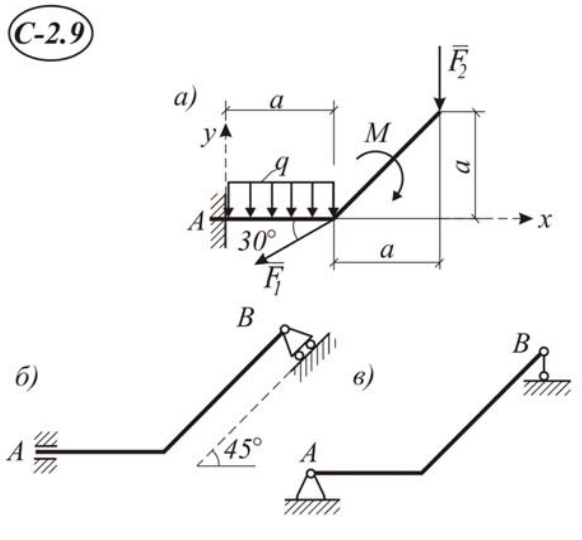
C-2.7



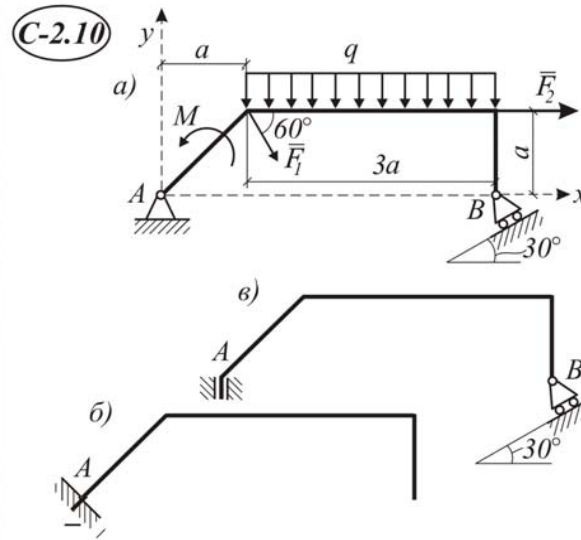
C-2.8



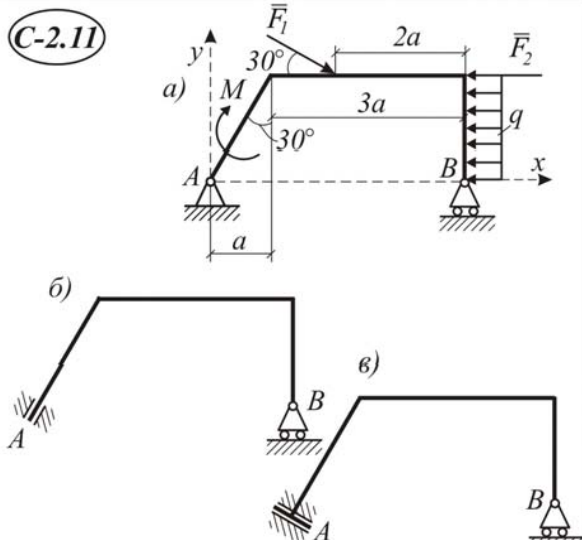
C-2.9



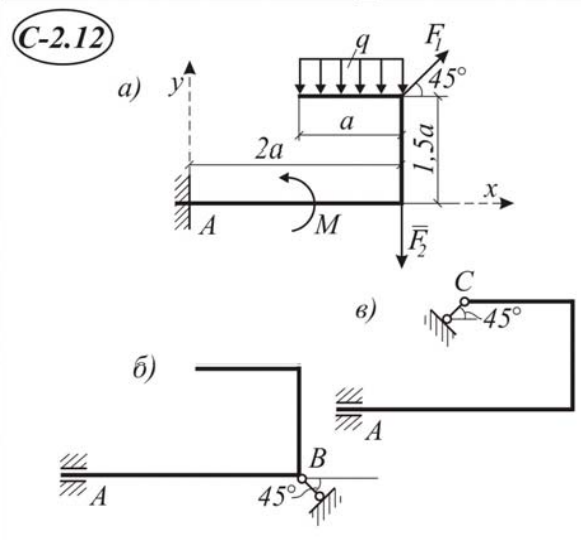
C-2.10



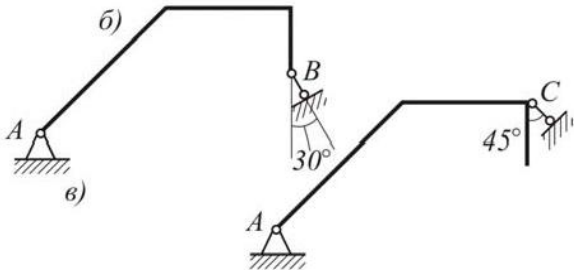
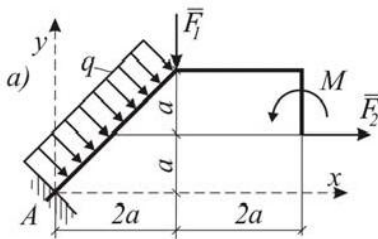
C-2.11



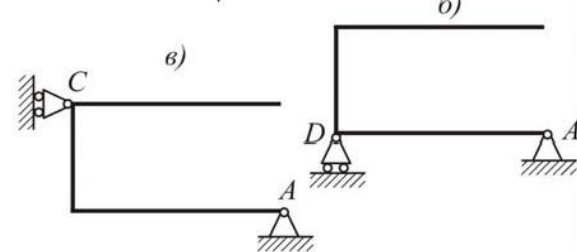
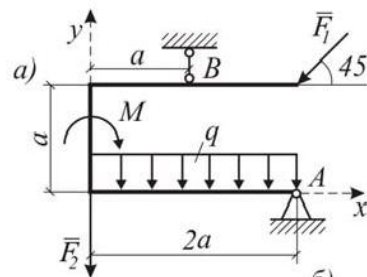
C-2.12



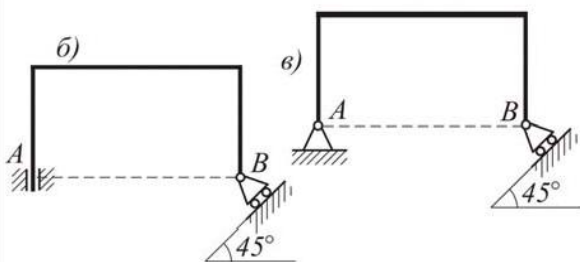
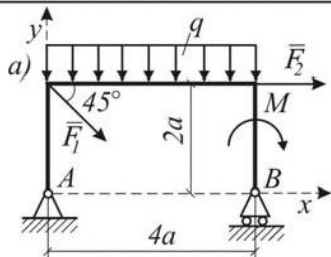
C-2.13



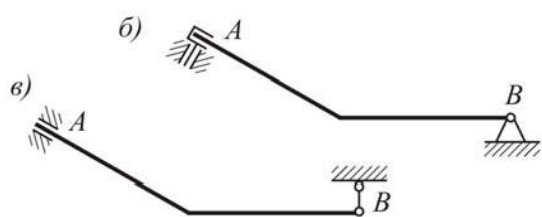
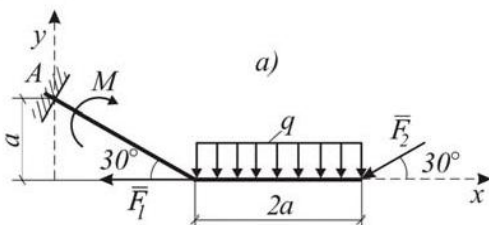
C-2.14



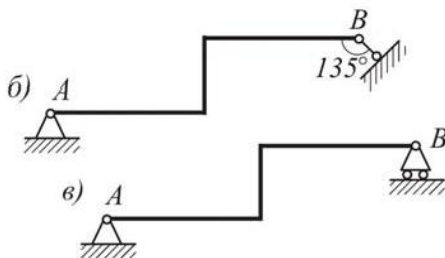
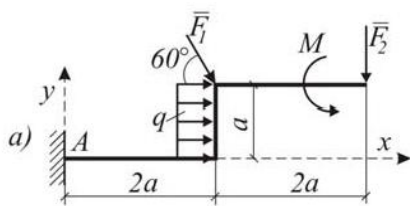
C-2.15



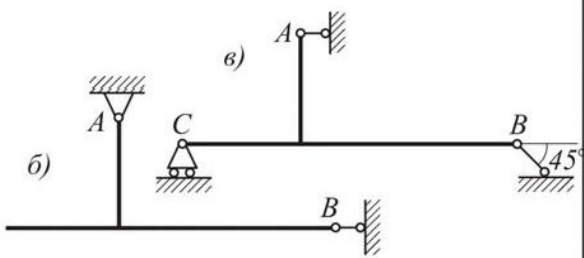
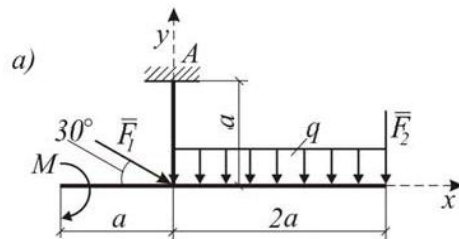
C-2.16



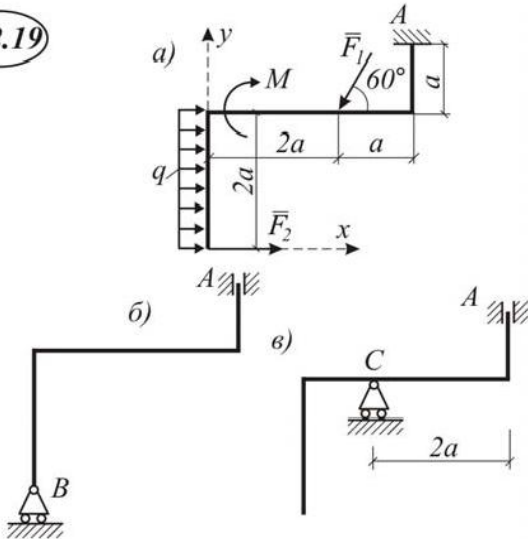
C-2.17



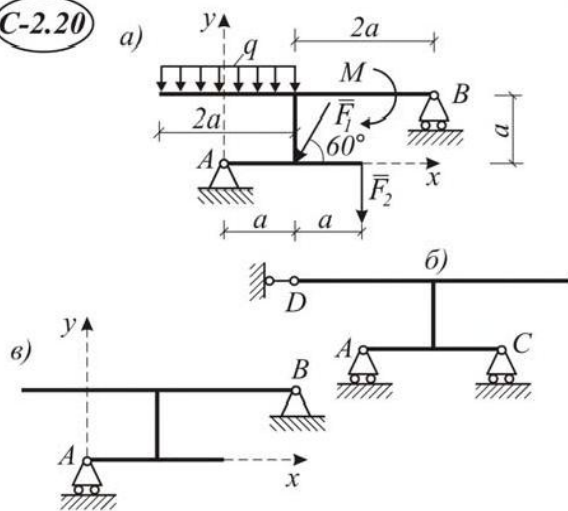
C-2.18



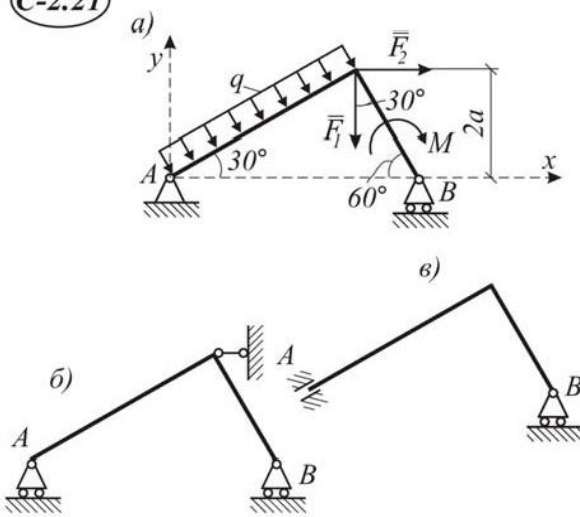
C-2.19



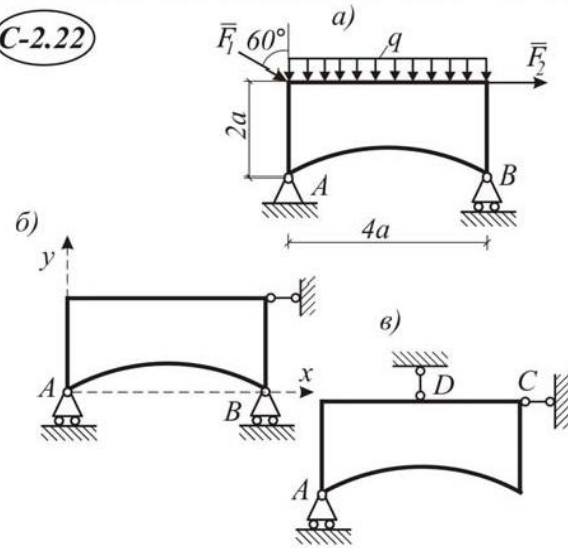
C-2.20



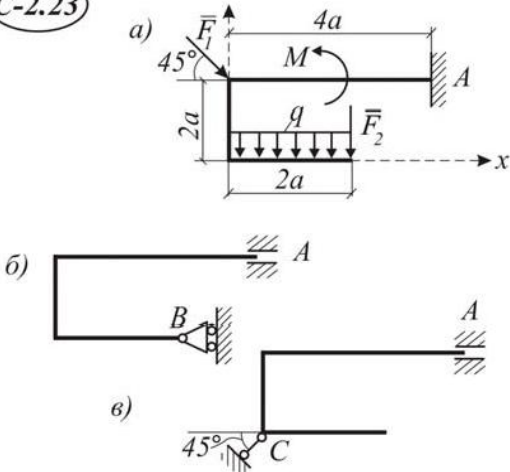
C-2.21



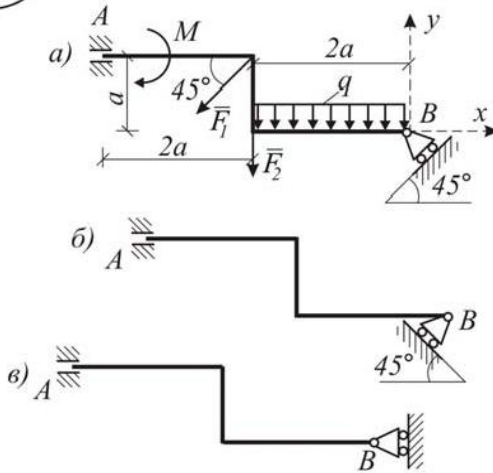
C-2.22



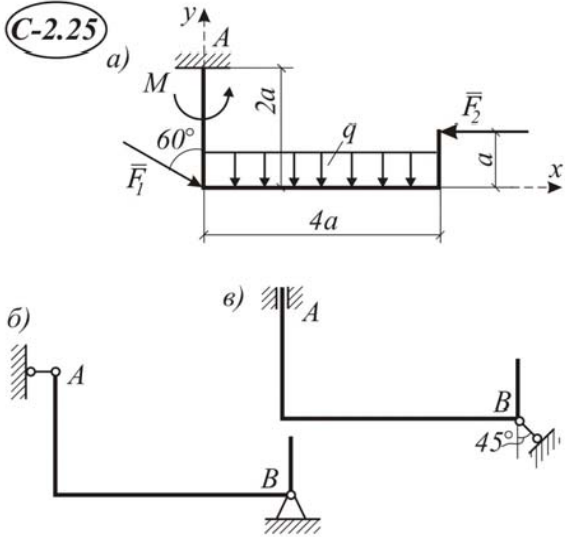
C-2.23



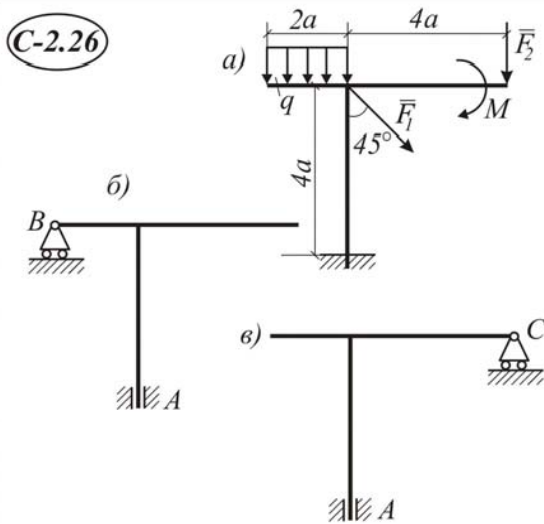
C-2.24



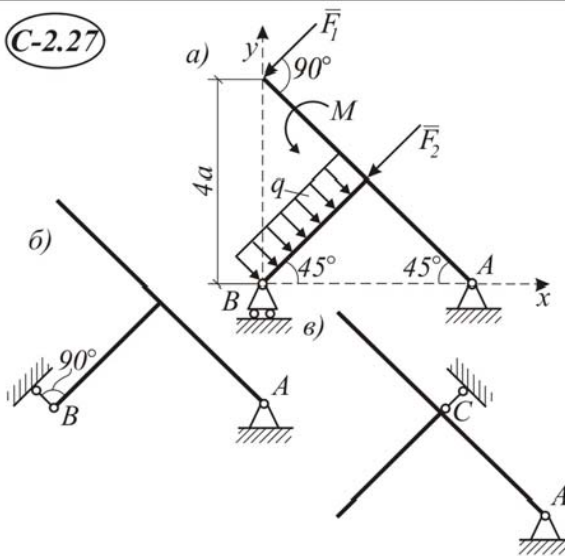
C-2.25



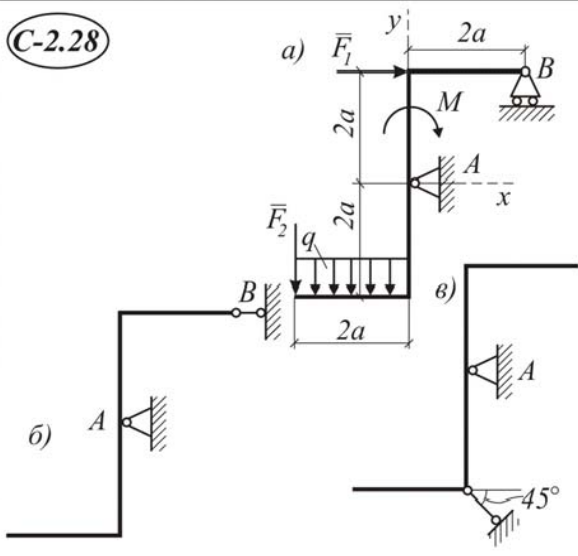
C-2.26



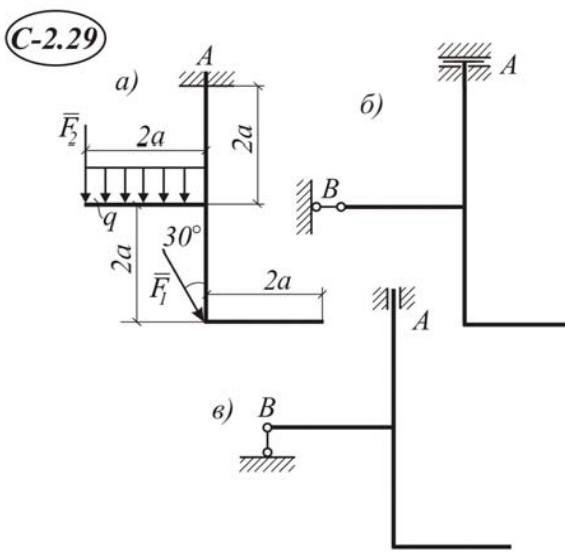
C-2.27



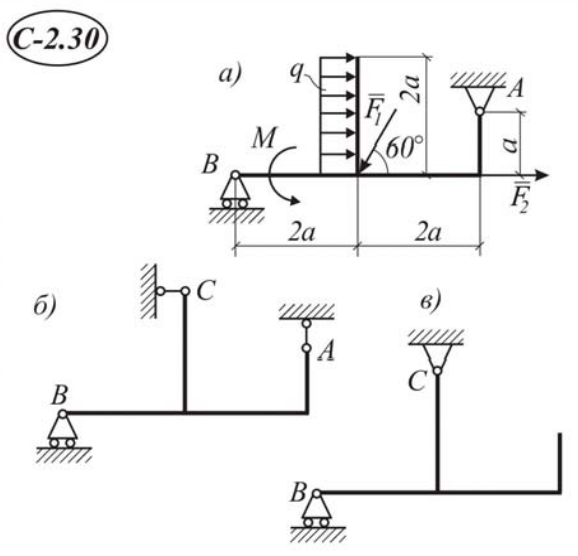
C-2.28



C-2.29



C-2.30



Для всех трех случаев заданная нагрузка (табл. I.2.1) и размеры одинаковы.

Таблица I.2.1

Номер варианта	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кНм	q , кН/м	Исслед. реакция	Номер варианта	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кНм	q , кН/м	Исслед. реакция
1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	18	14	19	1,8	Y_A	16	21	17	19	2,1	M_A
2	16	12	17	1,6	M_A	17	35	31	14	3,5	Y_A
3	14	10	15	1,4	Y_B	18	20	16	18	2,0	X_A
4	22	18	23	2,2	Y_B	19	15	11	12	1,5	M_A
5	28	24	12	2,8	X_B	20	10	14	18	1,0	Y_A
6	30	26	24	3,0	M_A	21	30	26	16	3,0	Y_B
7	12	16	14	1,2	X_A	22	18	14	12	1,8	Y_A
8	8	12	15	1,8	R_B	23	24	20	19	2,4	M_A
9	14	18	11	1,4	Y_A	24	32	28	16	3,2	Y_A
10	30	26	24	1,9	X_A	25	26	22	14	2,6	X_A
11	25	21	21	2,5	R_B	26	14	10	16	14	M_A
12	15	11	18	1,5	Y_A	27	21	17	19	2,1	X_A
13	32	28	8	3,2	Y_A	28	30	26	22	3,0	Y_A
14	28	24	12	2,8	Y_A	29	34	30	15	3,4	M_A
15	17	19	11	1,7	X_A	30	20	16	21	2,0	R_B

Найти реакции опор для такого способа закрепления бруса, при котором реакция, указанная в табл. I.2.1, имеет наименьший модуль. При расчете принять $a=1$ м.

Пример С-2

Дано : схемы закрепления бруса (рис. I.2.1а,б,в.); $F=10$ кН; $q = 3$ кН/м; $M = 6$ кН·м; $a = 1$ м.

Найти реакции опор для того способа закрепления, при котором момент M_A в опоре A имеет наименьшее числовое значение.

Решение:

1. Действие связей на конструкцию заменяем их реакциями: в схеме $a - M_A, \bar{X}_A, \bar{Y}_A$; в схеме $б - \bar{Y}'_A, M'_A$ и R_B ; в схеме $в - M_A, X_B, Y_B$.

Рассмотрим систему уравнивающихся сил, приложенных к конструкции с различными вариантами закрепления (рис. I.2.2 а,б,в).

Равномерно распределенную нагрузку заменим равнодействующей силой:

$$Q = g \cdot 2 = 6 \text{ кН}.$$

Силу \bar{F} разложим на две составляющие

$$F_x = F \cdot \cos 45^\circ = 10 \cdot 0,707 = 7,07 \text{ кН};$$

$$F_y = F \cdot \sin 45^\circ = 10 \cdot 0,707 = 7,07 \text{ кН}.$$

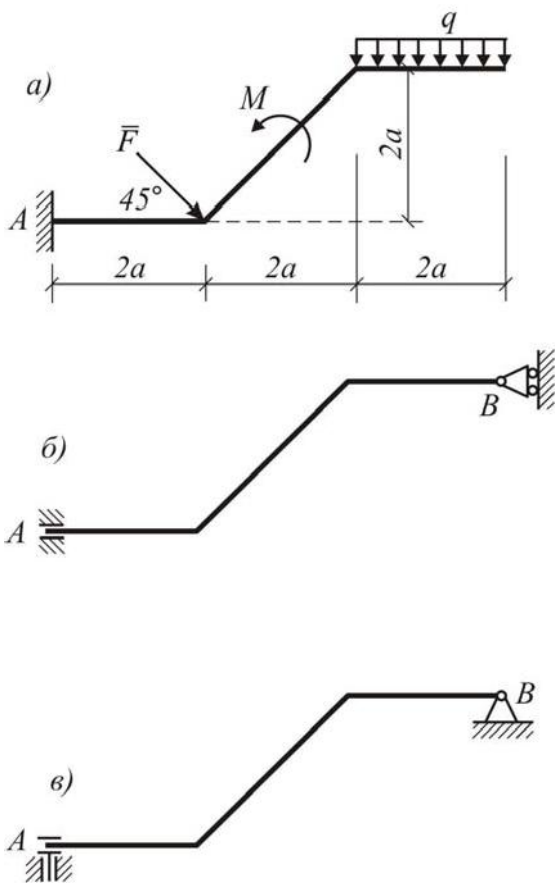


Рис. I.2.1

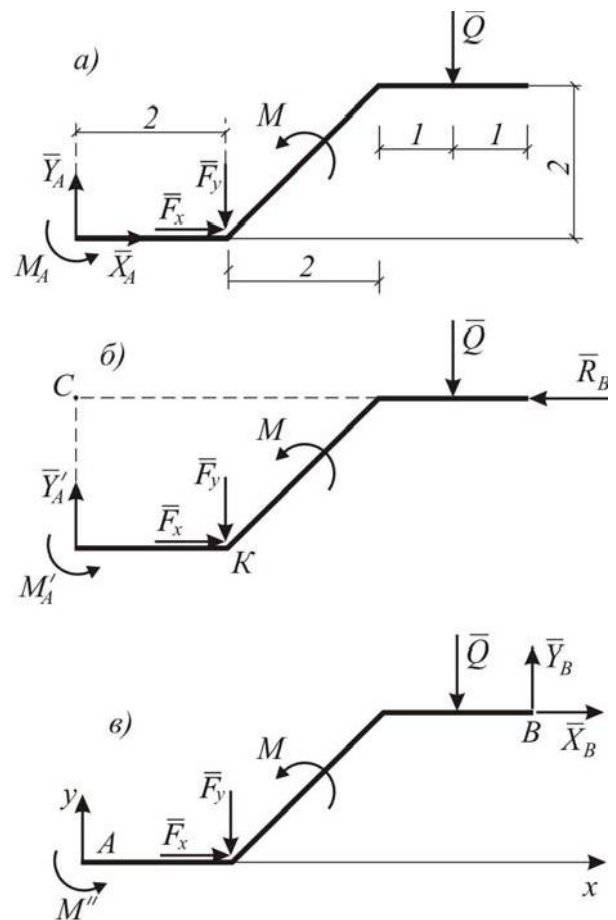


Рис. I.2.2

Чтобы выяснить, в каком случае момент, в опоре A является наименьшим, найдем его для всех трех схем (см. рис. I.2.2 а,б,в), не определяя пока остальных реакций.

Для схемы – «а»

$$\sum m_A(\bar{F}_K) = 0; M_A + M - Q \cdot 5 - F_y \cdot 2 = 0; M_A = 38,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Для схемы – «б»

$$\sum m_c(\bar{F}_K) = 0; M'_A + F_x \cdot 2 + M - F_y \cdot 2 - Q \cdot 5 = 0; M'_A = 24,00 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Для схемы – «в»

$$\sum m_B(\bar{F}_K) = 0; M'_A + F_x \cdot 2 + F_y \cdot 4 + M + Q \cdot 1 = 0; M'_A = -54,42 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Таким образом, наименьший момент в заделке получается при закреплении бруса по схеме «б». Определим остальные реакции для этой схемы.

$$\sum F_x = 0; F_x - R_B = 0; \text{откуда } R_B = 3,54 \text{ кН};$$

$$\sum F_y = 0; Y'_A - F_y - Q = 0; \text{откуда } Y'_A = 5,94 \text{ кН}.$$

Проверка

Для проверки правильности вычислений реакций R_B , Y'_A и M'_A , составим сумму моментов всех сил приложенных к ломанному брусу по схеме б относительно любой другой точки, например точки К.

$$\sum m_K(F) = 0; M'_A - Y'_A \cdot 2 + M - Q \cdot 3 + R_B \cdot 2 = 0;$$

$$24 - 13,07 \cdot 2 + 6 - 18 + 7,07 \cdot 2 = 0;$$

$$0 = 0$$

Результаты проверки приведены в табл. I.2.2

Таблица I.2.2

Схемы	Моменты M_A, M'_A, M''_A , кН · м	Силы, кН	
		Y'_A	R_B
а	38,4	–	–
б	24,00	13,07	7,07
в	–54,42	–	–

Задание С-3. Равновесие системы двух тел

Конструкция состоит из двух тел (схемы С 3.1–С3.30), которые в т.С соединены друг с другом шарнирно. Внешними связями являются или шарнирно-неподвижная опора или жесткая заделка в точке A ; в точке B – или шарнирно-неподвижная или шарнирно-подвижная.

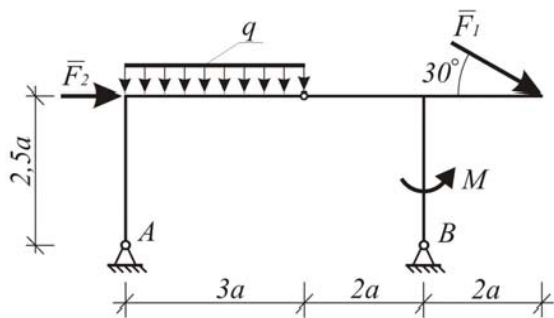
На конструкцию действуют: пара сил с моментом M , равномерно распределенная нагрузка с интенсивностью q и еще две силы \bar{F}_1 и \bar{F}_2 .

Определить реакции связей в точках A , B , C , вызванные заданными нагрузками при исходных данных, приведенных в табл. I.3.1. Во всех вариантах принять $a = 1$ м.

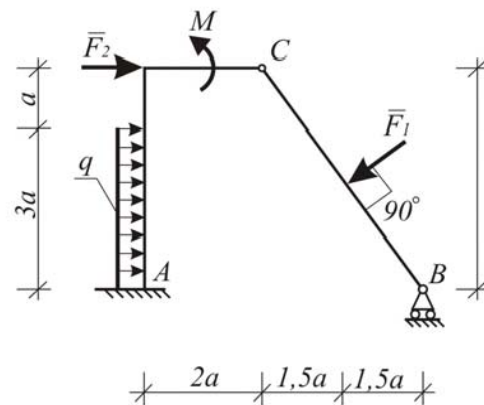
Таблица I.3.1

Номер варианта	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кН·м	q , кН/м	Номер варианта	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кН·м	q , кН/м
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	18	14	19	1,8	16	21	17	19	2,1
2	16	12	17	1,6	17	35	31	14	3,5
3	14	10	15	1,4	18	20	16	18	2,0
4	22	18	23	2,2	19	15	11	12	1,5
5	28	24	12	2,8	20	10	14	18	1,0
6	30	26	24	3,0	21	30	26	16	3,0
7	12	16	14	1,2	22	18	14	12	1,8
8	8	12	15	1,8	23	24	20	19	2,4
9	14	18	11	1,4	24	32	28	16	3,2
10	30	26	24	1,9	25	26	22	14	2,6
11	25	21	21	2,5	26	14	10	16	1,4
12	15	11	18	1,5	27	21	17	19	2,1
13	32	28	8	3,2	28	30	26	22	3,0
14	28	24	12	2,8	29	34	30	15	3,4
15	17	19	11	1,7	30	20	16	21	2,0

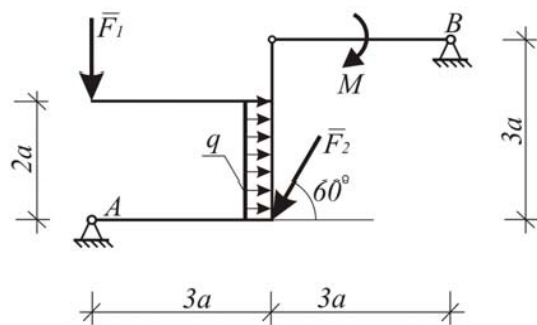
C-3.1



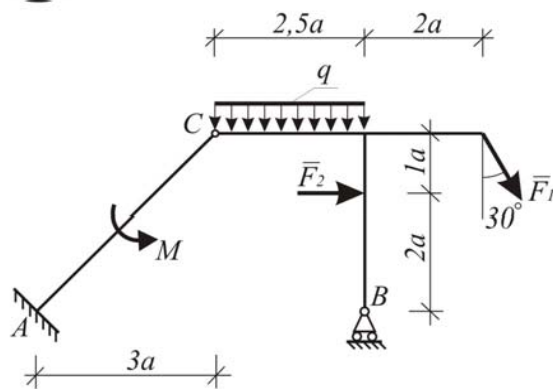
C-3.2



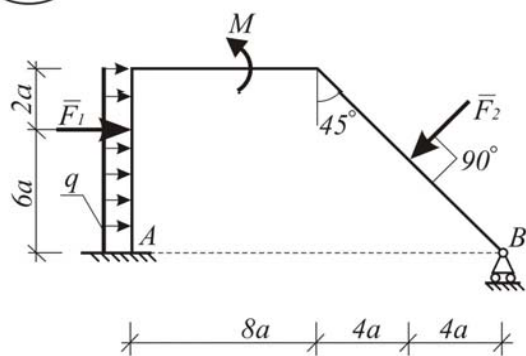
C-3.3



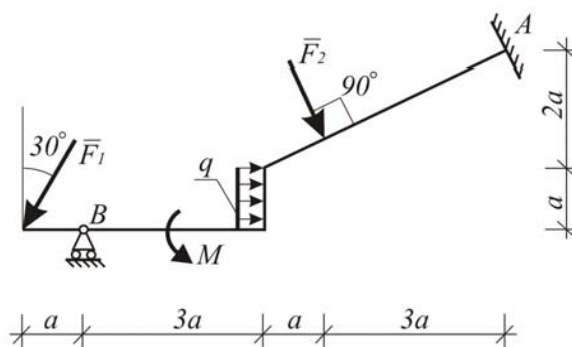
C-3.4



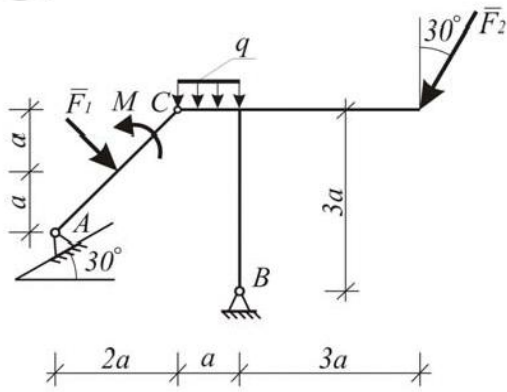
C-3.5



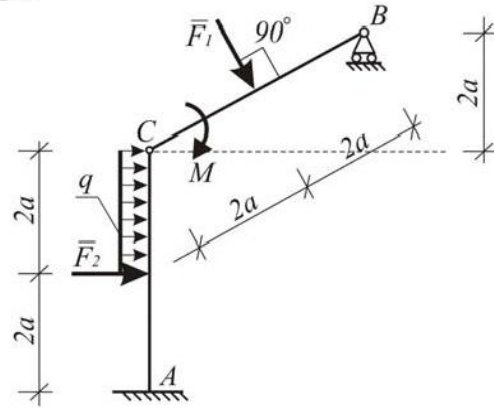
C-3.6



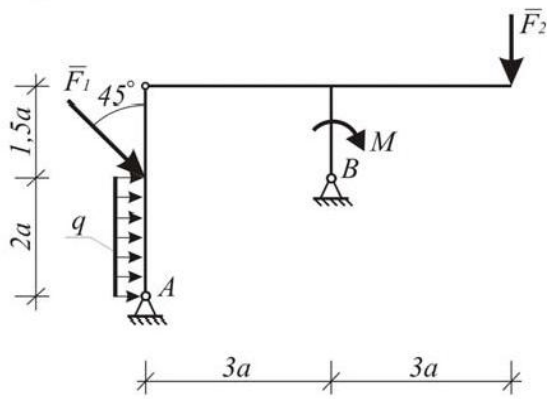
C-3.7



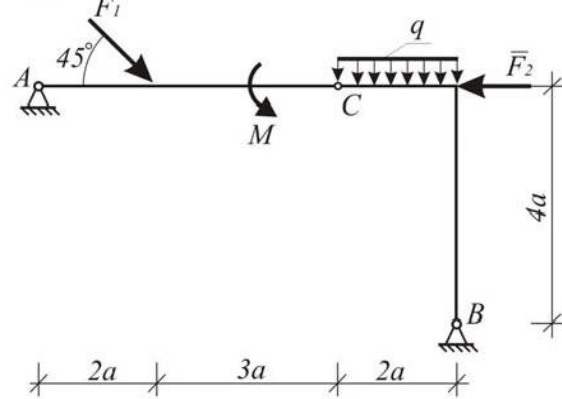
C-3.8



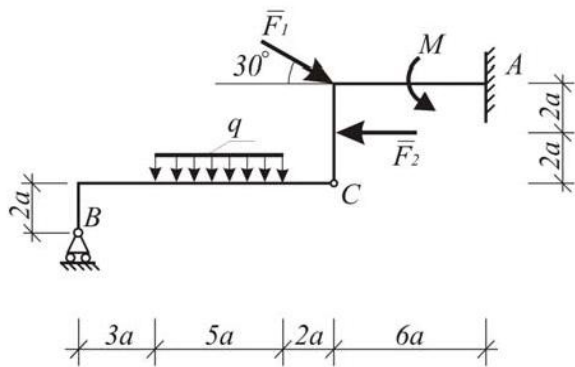
C-3.9



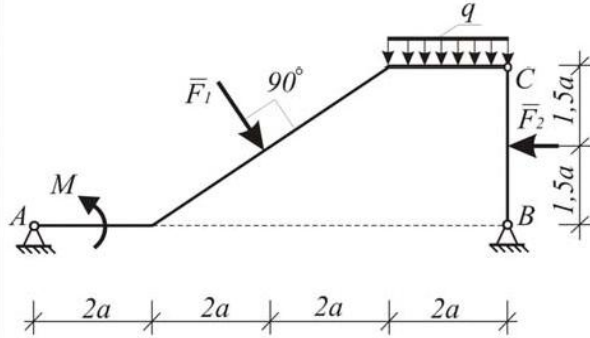
C-3.10



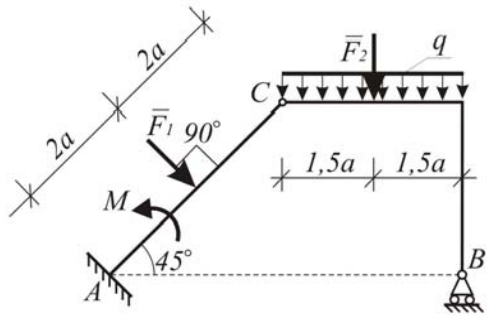
C-3.11



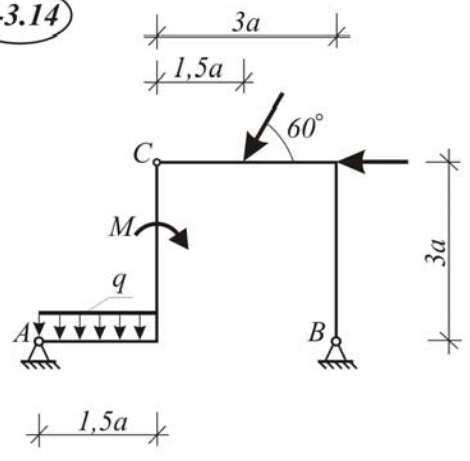
C-3.12



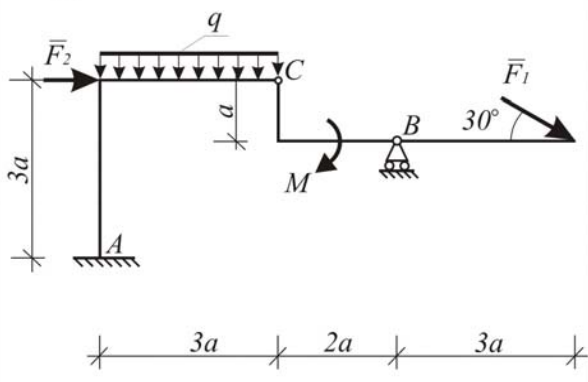
C-3.13



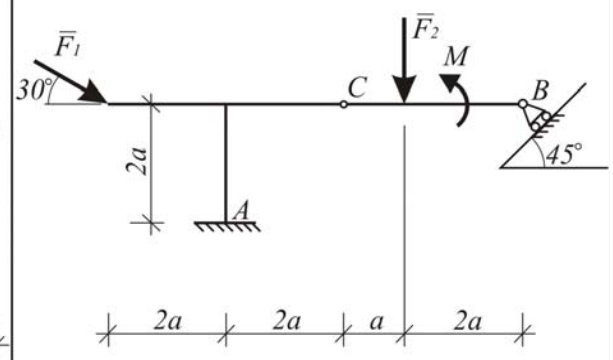
C-3.14



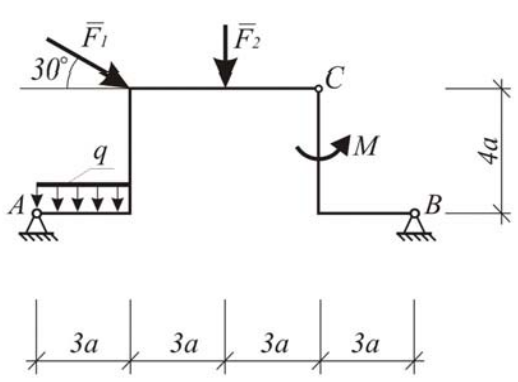
C-3.15



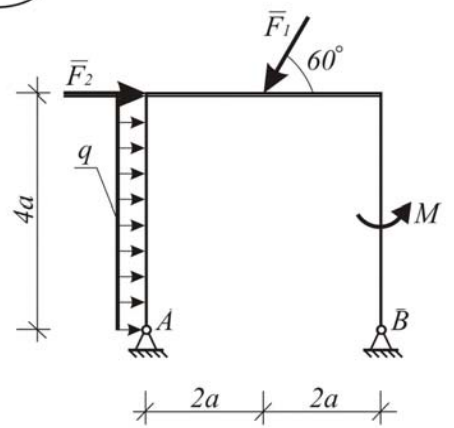
C-3.16



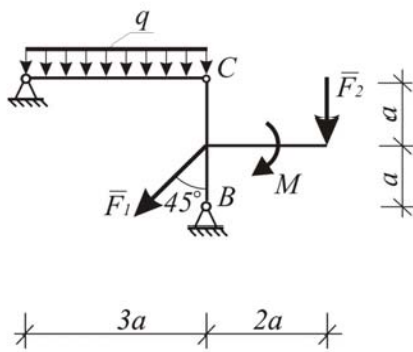
C-3.17



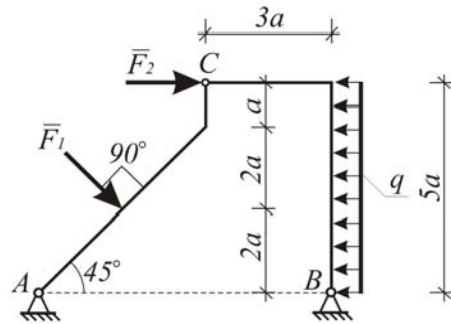
C-3.18



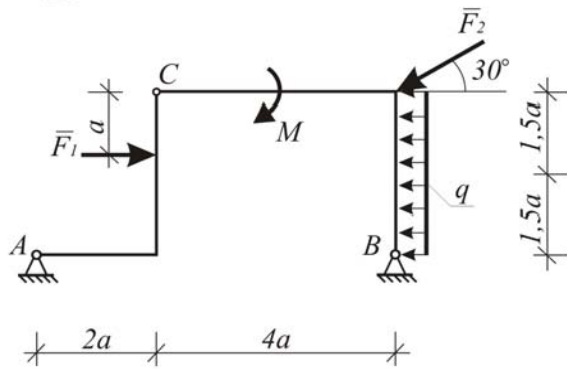
C-3.19



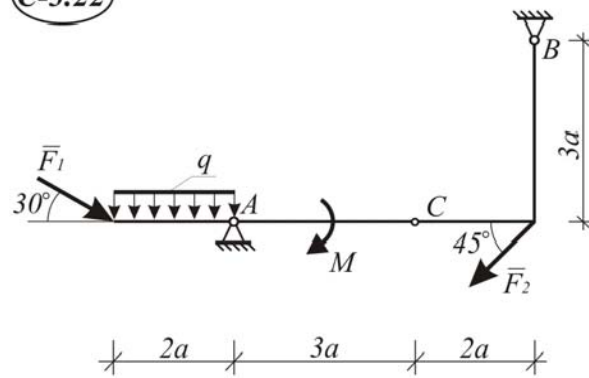
C-3.20



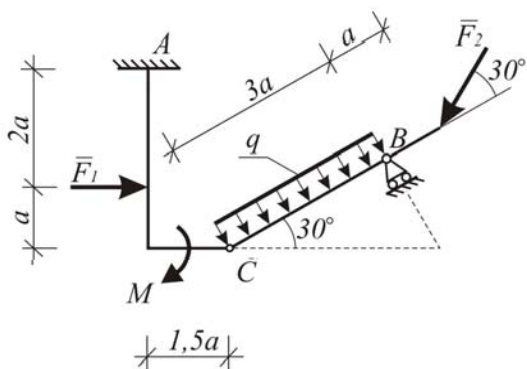
C-3.21



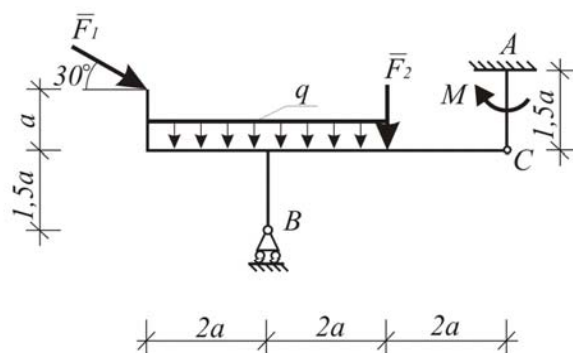
C-3.22



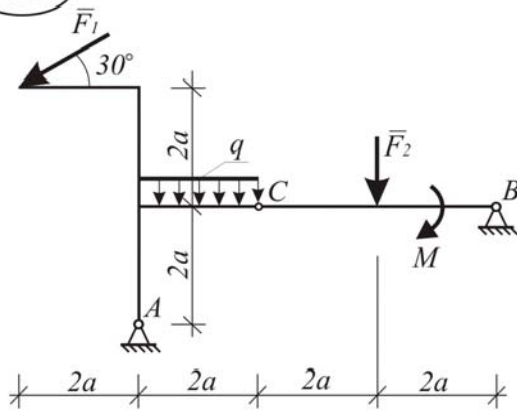
C-3.23



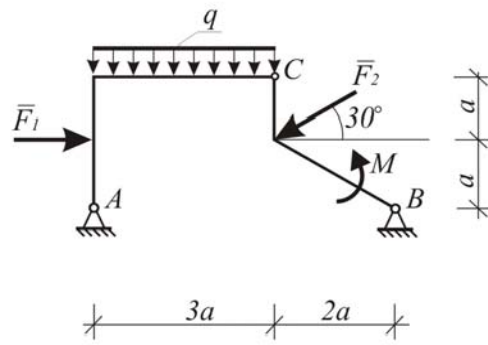
C-3.24



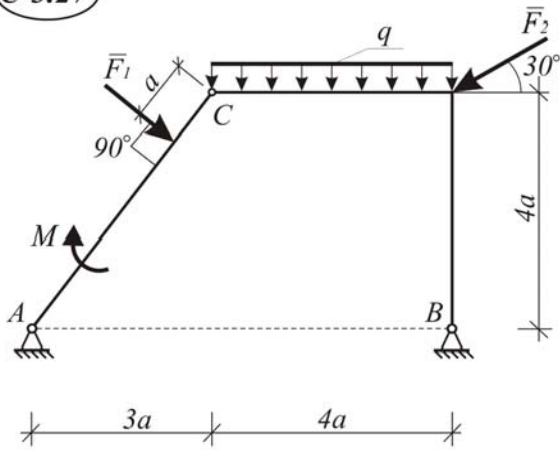
C-3.25



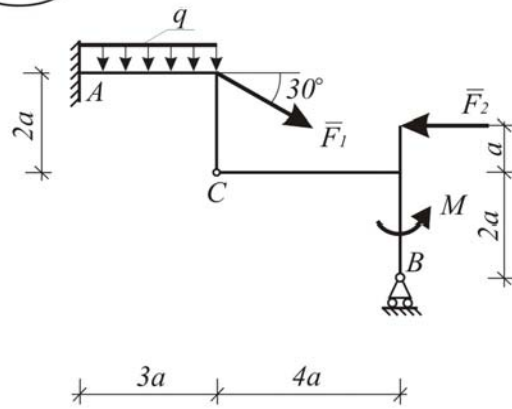
C-3.26



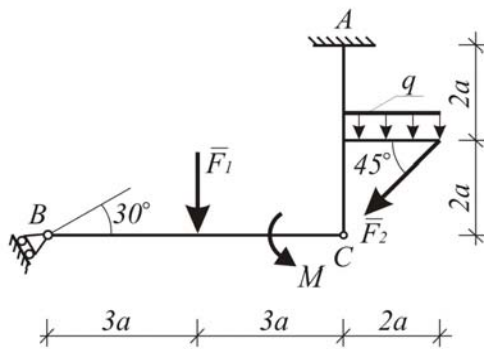
C-3.27



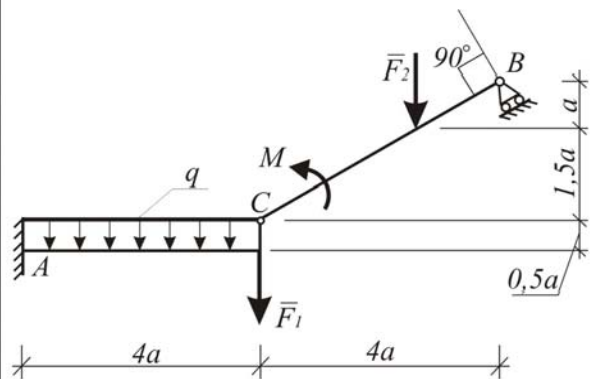
C-3.28



C-3.29



C-3.30



Пример решения С-3

Дано : $F_1 = 10$ кН; $F_2 = 12$ кН; $q = 1,6$ кН / м; $m = 17$ кН · м; $a = 1$ м.

Найти : реакции в опорах A и B и давление в шарнире C (рис. I.3.1).

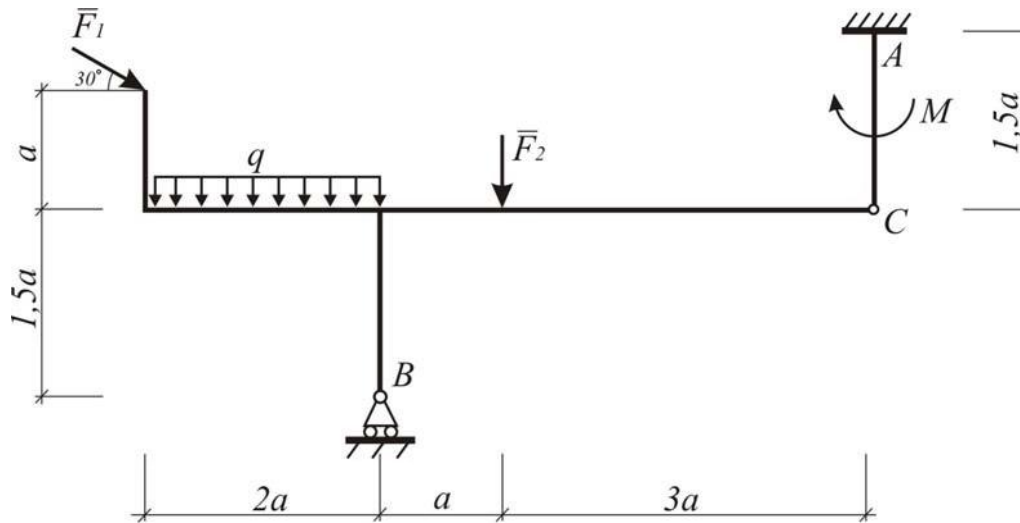


Рис. I.3.1

Решение:

1. Опора A – жесткая заделка, реакцию в этой опоре представим двумя неизвестными по величине и направлению силами X_A и Y_A , и парой сил, с моментом M , который тоже неизвестен. Силы X_A и Y_A направим в произвольном направлении, но для удобства, параллельно координатным осям x и y .

Опора B – шарнирно-подвижная, реакцию R_B направим перпендикулярно площадке, которая поддерживает эту опору.

Равномерно-распределенную нагрузку заменим одной сосредоточенной силой.

$$Q = q \cdot 2a = 1,6 \cdot 2 \cdot 1 = 3,2 \text{ кН.}$$

Для того, чтобы легче составлять уравнения равновесия, силу \bar{F}_1 разложим на составляющие, параллельные координатным осям, сохраняя при этом точку ее приложения:

$$F_{1,x} = F_1 \cdot \cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8,66 \text{ кН;}$$

$$F_{1,y} = F_1 \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ кН.}$$

Задачу решим методом «расчленения», то есть разрезаем конструкцию по шарниру C на две части и рассматриваем равновесие каждой в отдельности с учетом закона равенства действия и противодействия $X_C = -X_C'$ и

$\bar{Y}_C = -\bar{Y}'_C$ (рис. I.3.2 и I.3.3); где \bar{X}_C и \bar{Y}_C – составляющие реакции в шарнире C , приложенные к левой части конструкций.

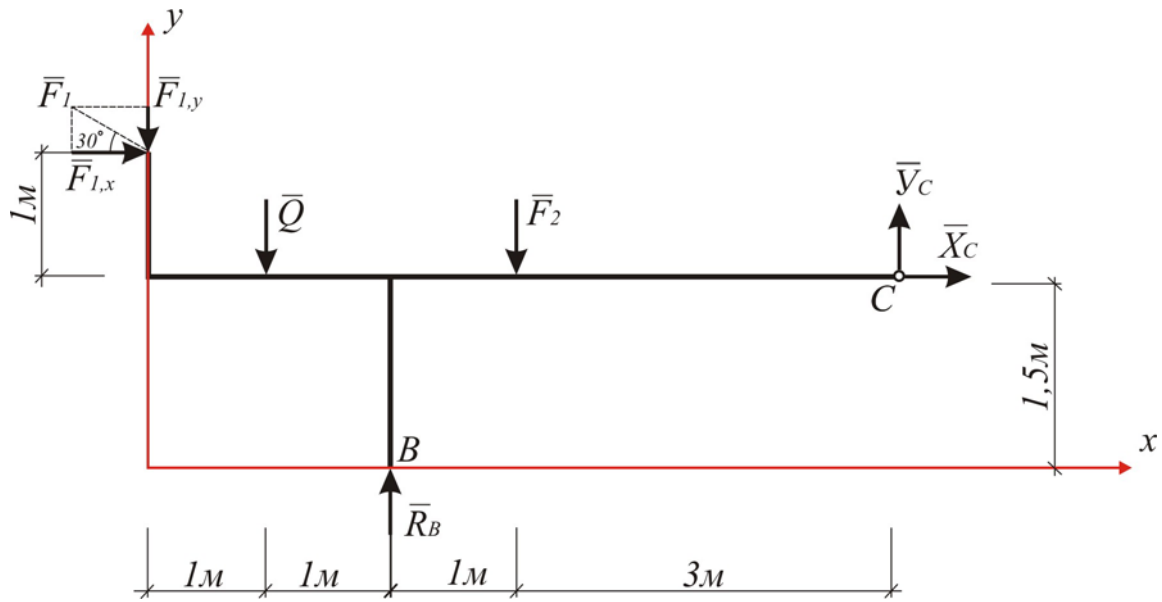


Рис. I.3.2

2. Сначала рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к телу BC (см. рис. I.3.2).

Систему уравнений равновесия для сил, изображенных на рис. I.3.2 запишем в виде:

$$\sum F_{kx} = 0; F_{1,x} + X_c = 0; \quad (I.3.1)$$

$$\sum F_{ky} = 0; -F_{1,y} - Q - F_2 + Y_c + R_B = 0; \quad (I.3.2)$$

$$\sum m_C(F_k) = 0; -R_B \cdot 4 + F_2 \cdot 3 + Q \cdot 5 + F_{1,y} \cdot 6 - F_{1,x} \cdot 1 = 0 \quad (I.3.3)$$

Подставляя исходные данные в уравнения (I.3.1–I.3.3) получим иско- мые неизвестные.

$$X_C = -8,66 \text{ кН}; Y_C = 1,9 \text{ кН}; R_B = 18,3 \text{ кН}.$$

3. Теперь рассмотрим систему сил X'_C, Y'_C, X'_A, Y'_A и пары сил с моментами M_A и M , действующих на тело AC .

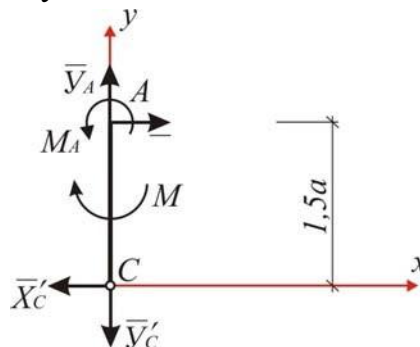


Рис. 1.3.3

Запишем уравнения равновесия для произвольной плоской системы сил (рис. I.3.3), приложенных к телу AC.

$$\sum F_{kx} = 0; X_A - X'_C = 0; \quad (I.3.4)$$

$$\sum F_{ky} = 0; Y_A - Y'_C = 0; \quad (I.3.5)$$

$$\sum m_A(F) = 0; M_A - M - X'_C \cdot 1,5 = 0. \quad (I.3.6)$$

После подстановки исходных данных в уравнения (3.4–3.6) получим:

$$X_C = -8,66 \text{ кН}; Y_A = +1,9 \text{ кН}; M_A = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

4. Для проверки правильности следует убедиться, что соблюдаются уравнения равновесия сил, приложенных ко всей конструкции (рис. I.3.4).

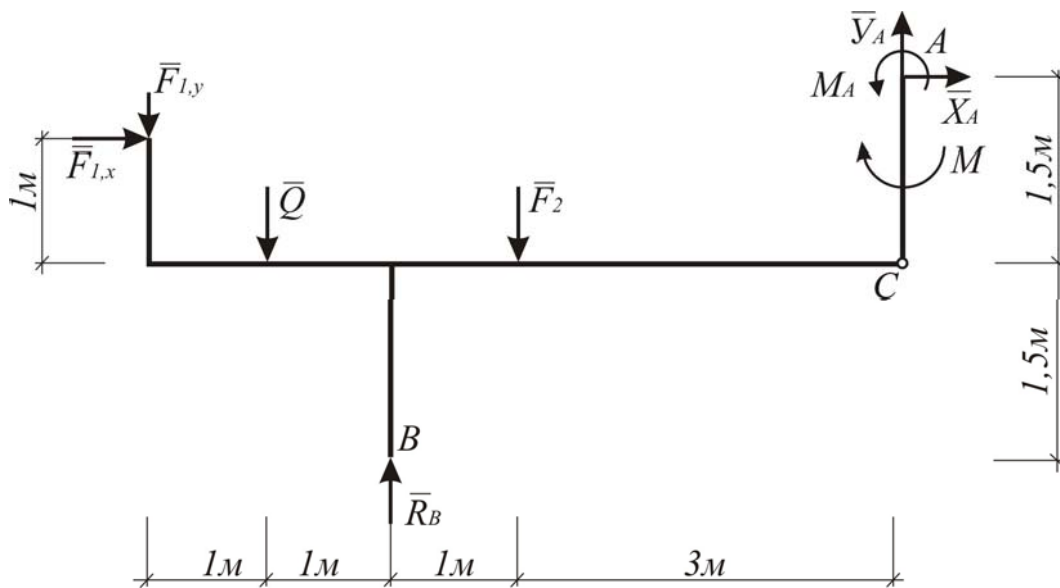


Рис. I.3.4

$$\begin{aligned} \sum m_B(\bar{F}) &= 0; \\ -F_{1,x} \cdot 2,5 + F_{1,y} \cdot 2 + Q \cdot 1 - F_2 \cdot 1 - X_A \cdot 3 + Y_A \cdot 4 + M_A - M &= 0; \\ -8,66 \cdot 2,5 + 5 \cdot 2 + 3,2 \cdot 1 - 12 \cdot 1 + 8,66 \cdot 3 + 1,9 \cdot 4 + 4 - 17 &= 0; \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Задача решена верно.

В ответе знак (–) показывает, что реакции X_A^-, X_C^- направлены проти-

воположно тем направлениям, которые показаны на рисунках.

3. Произвольная пространственная система сил

Задание С-4. Определение положения центра тяжести и реакций опор пространственной конструкции

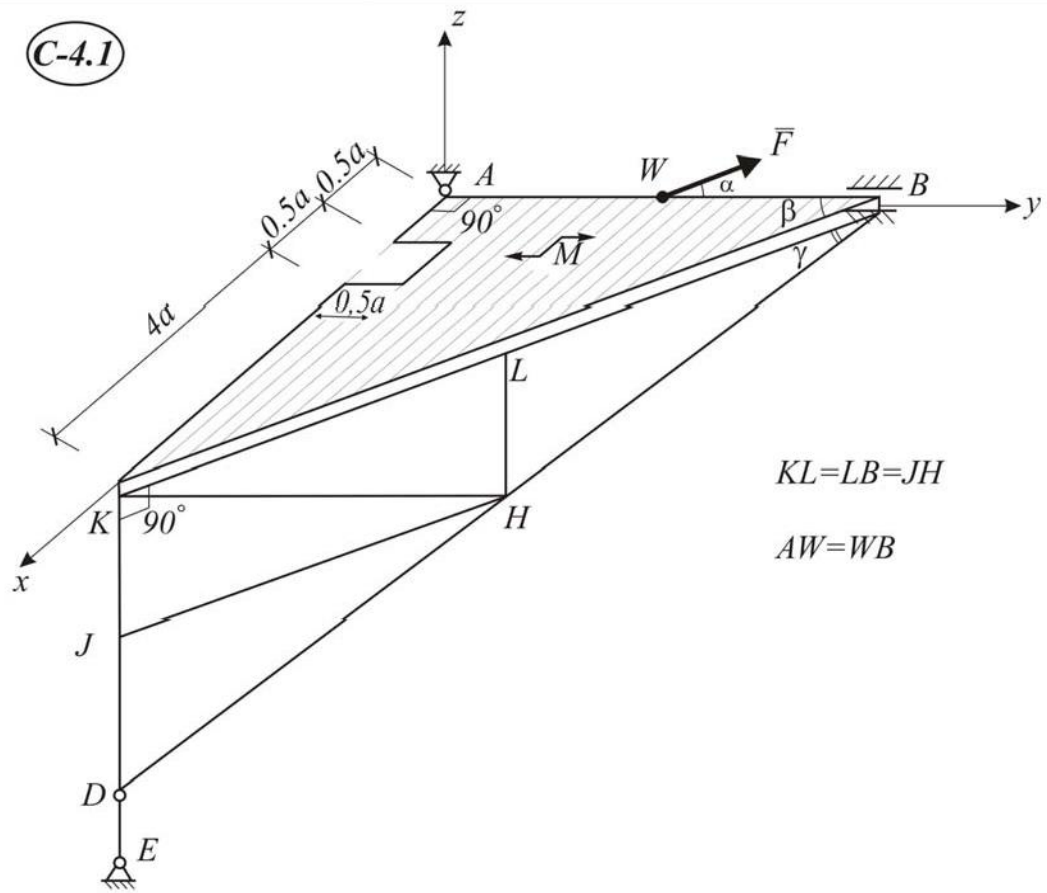
Конструкция, состоящая из плиты весом P_n и фермы весом P_ϕ , закреплена сферическим шарниром в точке A , цилиндрическим шарниром (подшипником) в точке B и невесомым стержнем DE . Плита и ферма жестко соединены между собой под прямым углом. На плиту в плоскости xu , действует сила F , расположенная под углом α к оси u или ей параллельной и пары сил с моментом M (Схемы С 4.1–С4.30).

Найти центр тяжести всей конструкции, а также реакции в опорах при исходных данных, приведенных в табл. I.4.1. В расчетах принять $a = 1$ м.

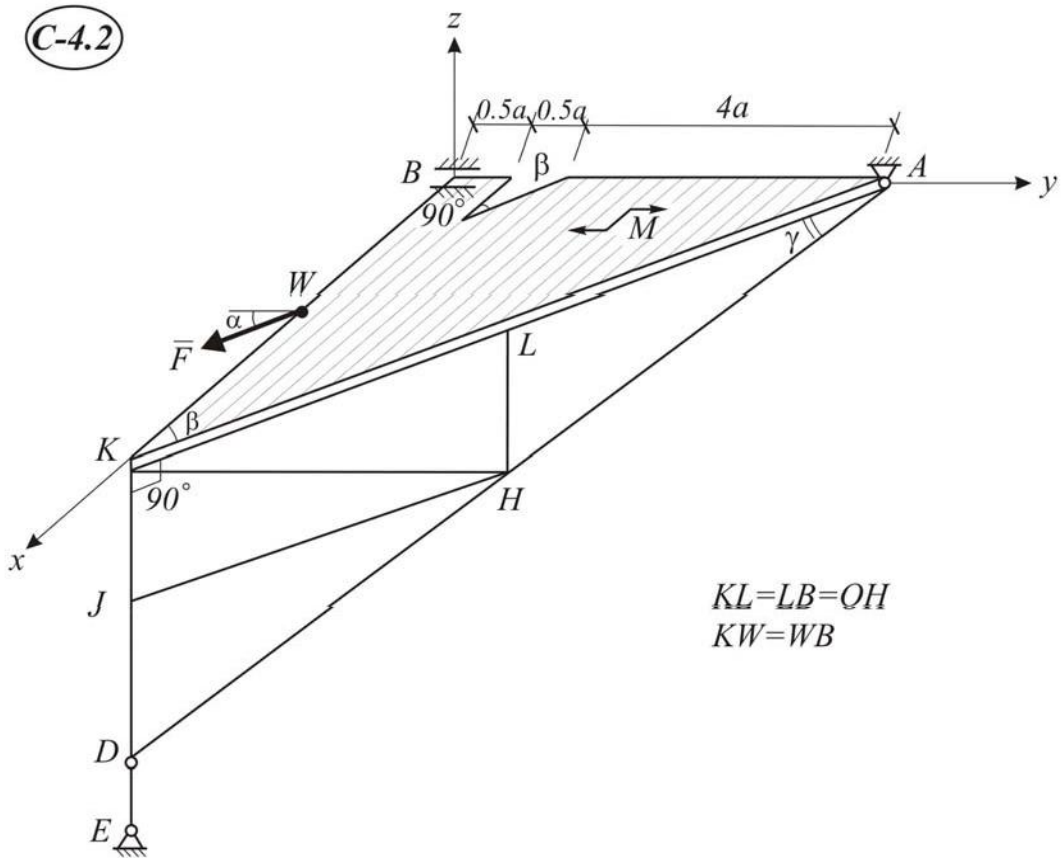
Таблица I.4.1

Номер варианта	P_n , кН	P_ϕ , кН	M , кН·м	F , кН	α , град	β , град	γ , град
1	2	3	4	5	6	7	8
1	10	6	7	6	30	30	30
2	15	8	10	9	60	60	60
3	20	9	6	5	45	45	45
4	18	10	5	4	30	45	60
5	17	11	4	3	60	30	45
6	11	10	12	11	45	45	60
7	9	6	14	13	30	60	30
8	25	11	9	8	60	30	60
9	30	18	7	6	45	60	30
10	19	10	11	10	30	60	60
11	16	7	14	13	90	30	60
12	14	6	7	6	90	30	60
13	23	5	10	9	90	60	60
14	26	4	6	5	90	30	45
15	27	3	5	4	45	60	60
16	8	8	4	7	30	30	30
17	9	12	12	11	30	45	60
18	11	11	14	13	45	30	60
19	14	13	9	8	60	45	60
20	17	14	7	6	30	60	60
21	29	9	11	10	60	30	30
22	15	10	14	13	45	60	30
23	17	6	7	6	90	30	30
24	21	7	10	9	90	60	45
25	25	8	6	5	90	30	45
26	12	10	5	4	90	60	30
27	18	3	4	3	90	45	45
28	20	5	12	11	90	30	60
29	22	8	14	13	90	-	45
30	24	12	9	8	60	-	45

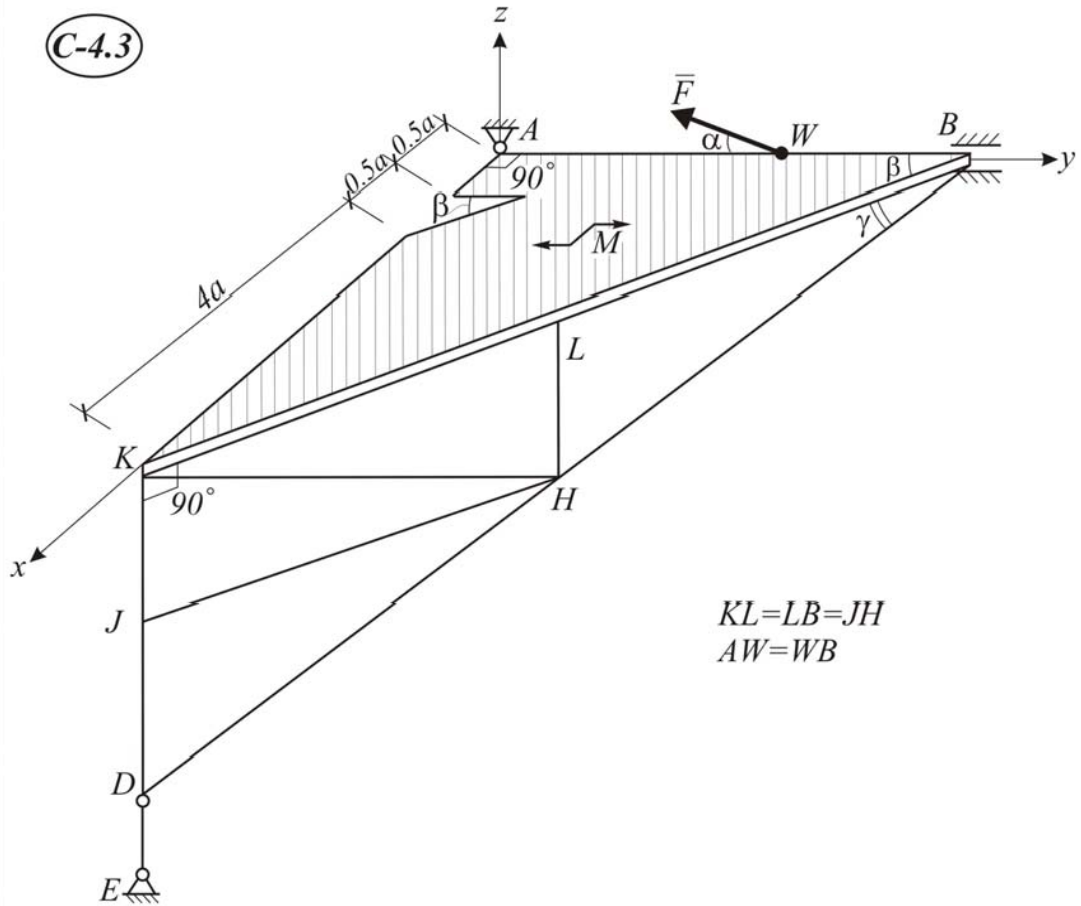
(C-4.1)



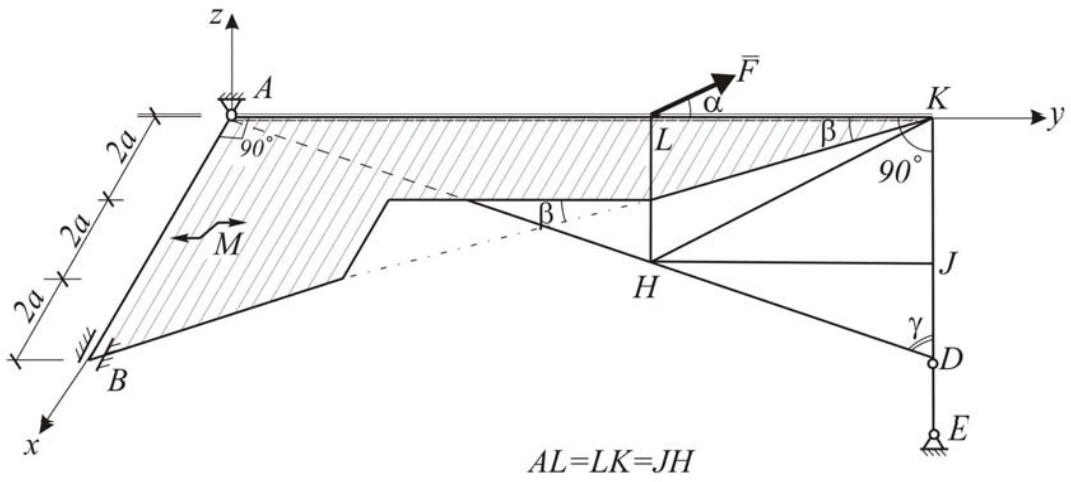
(C-4.2)



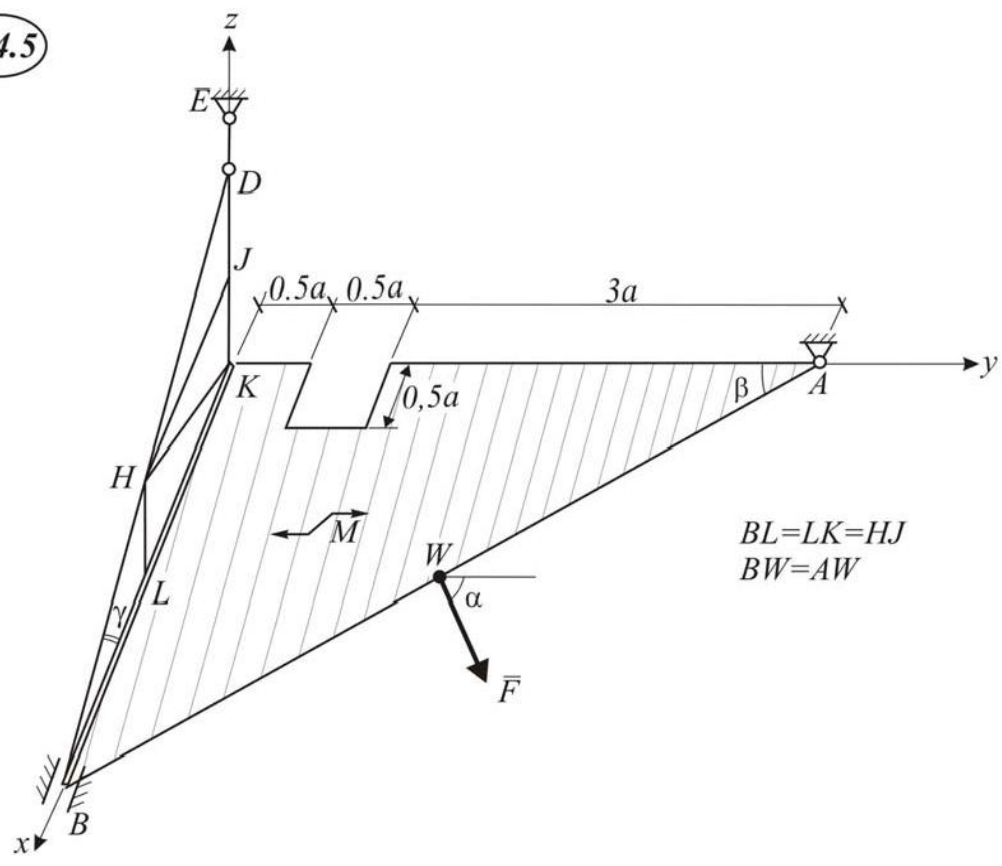
C-4.3



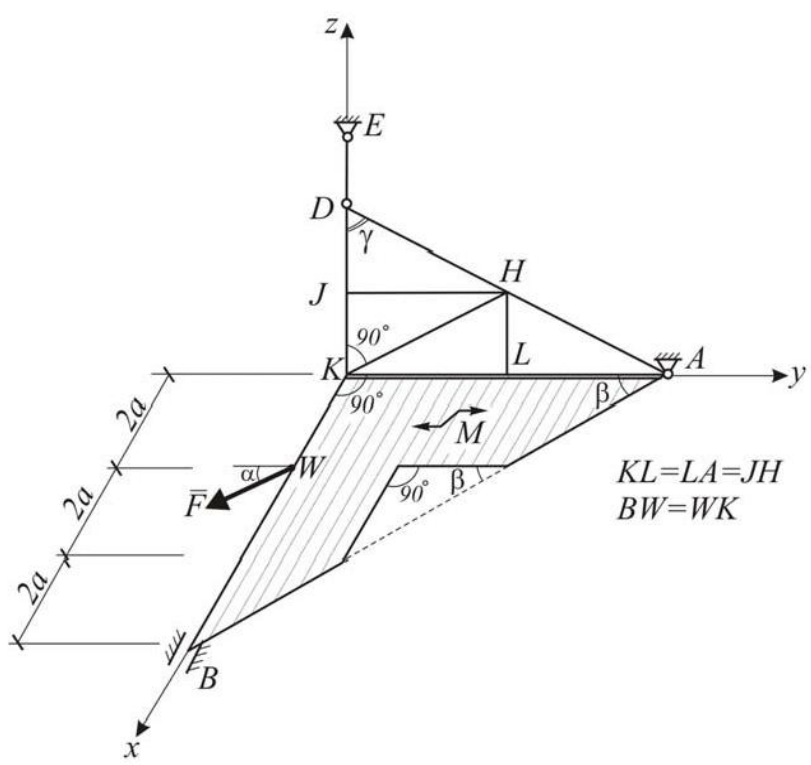
C-4.4



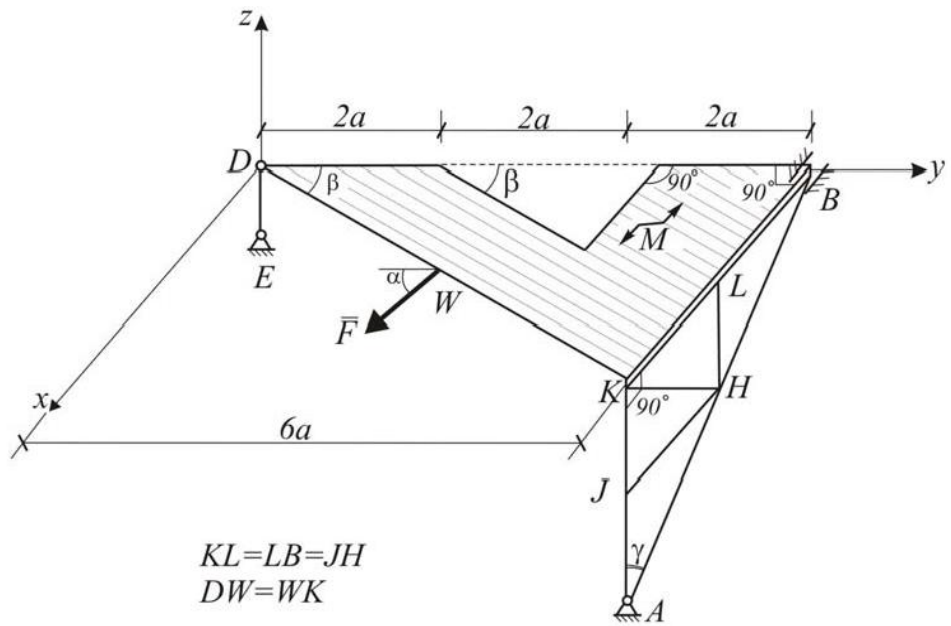
C-4.5



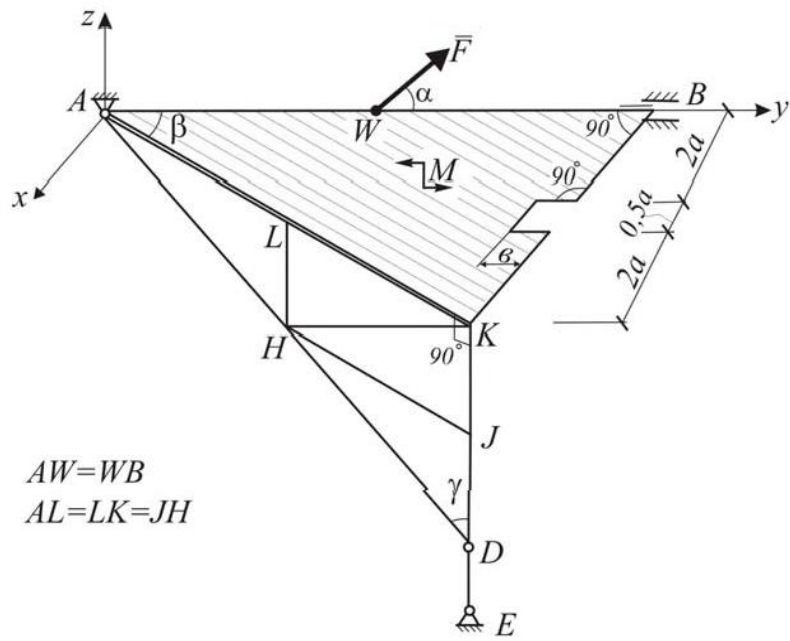
C-4.6



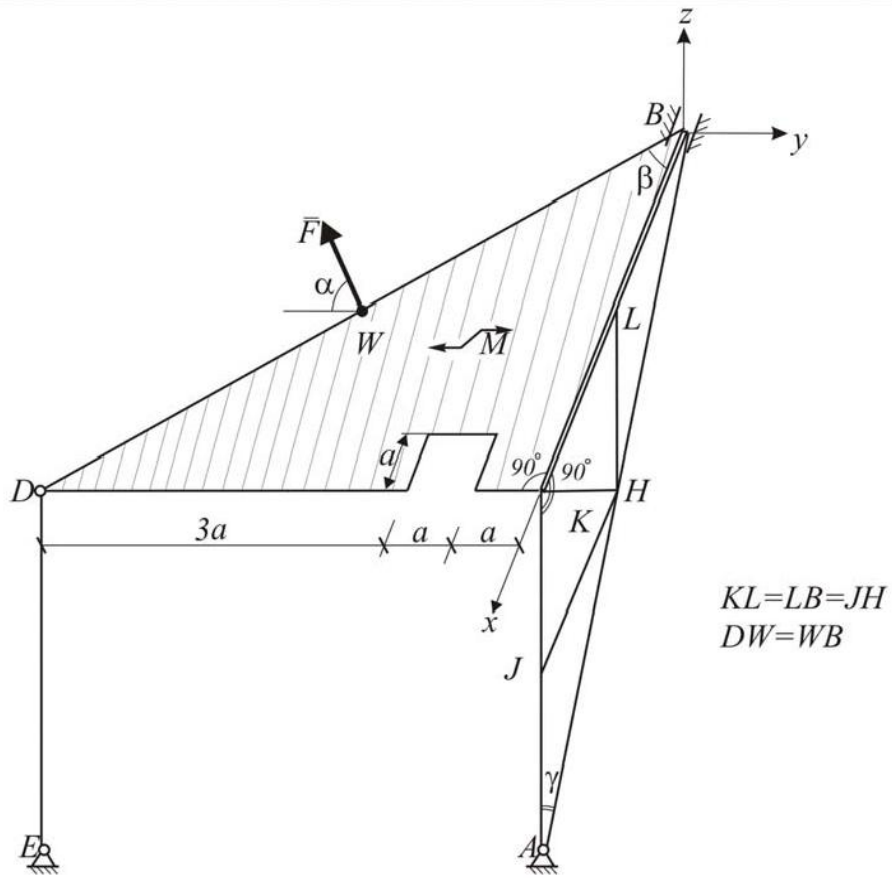
C-4.7



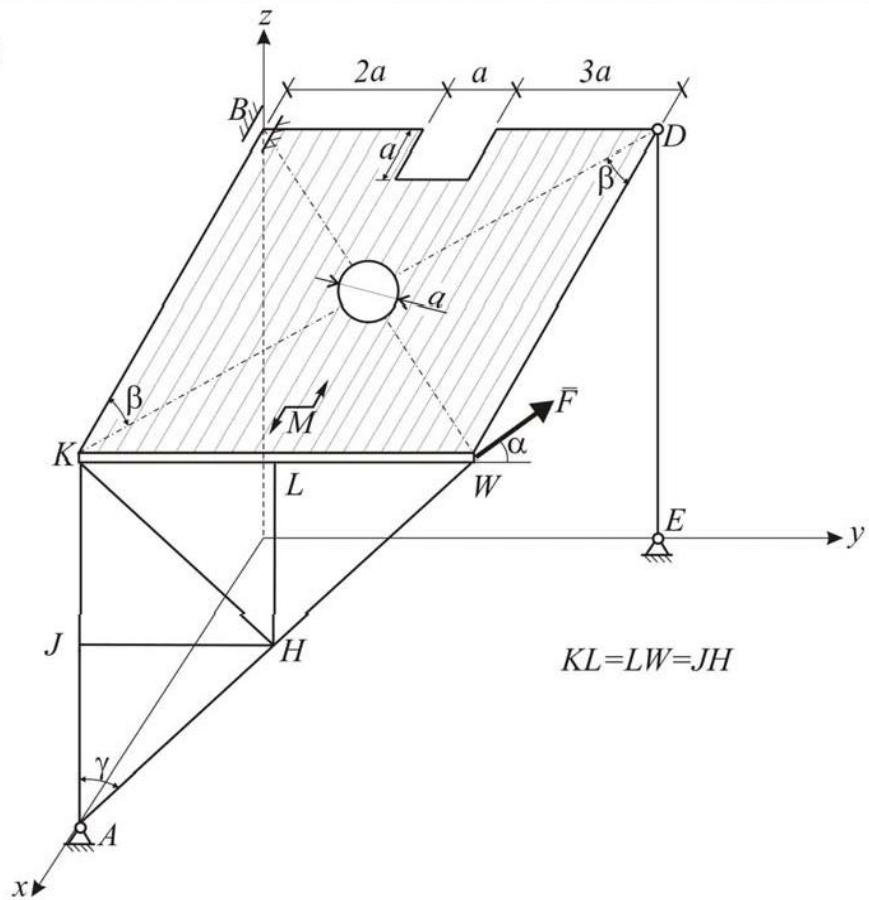
C-4.8



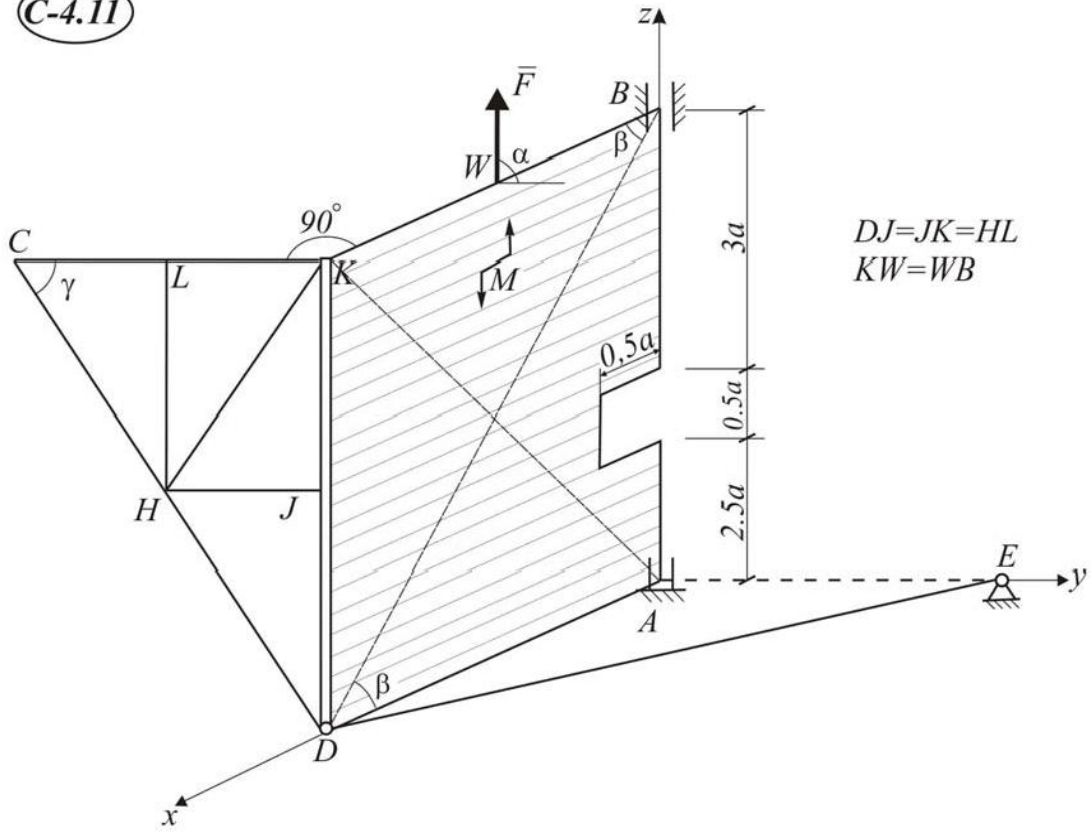
C-4.9



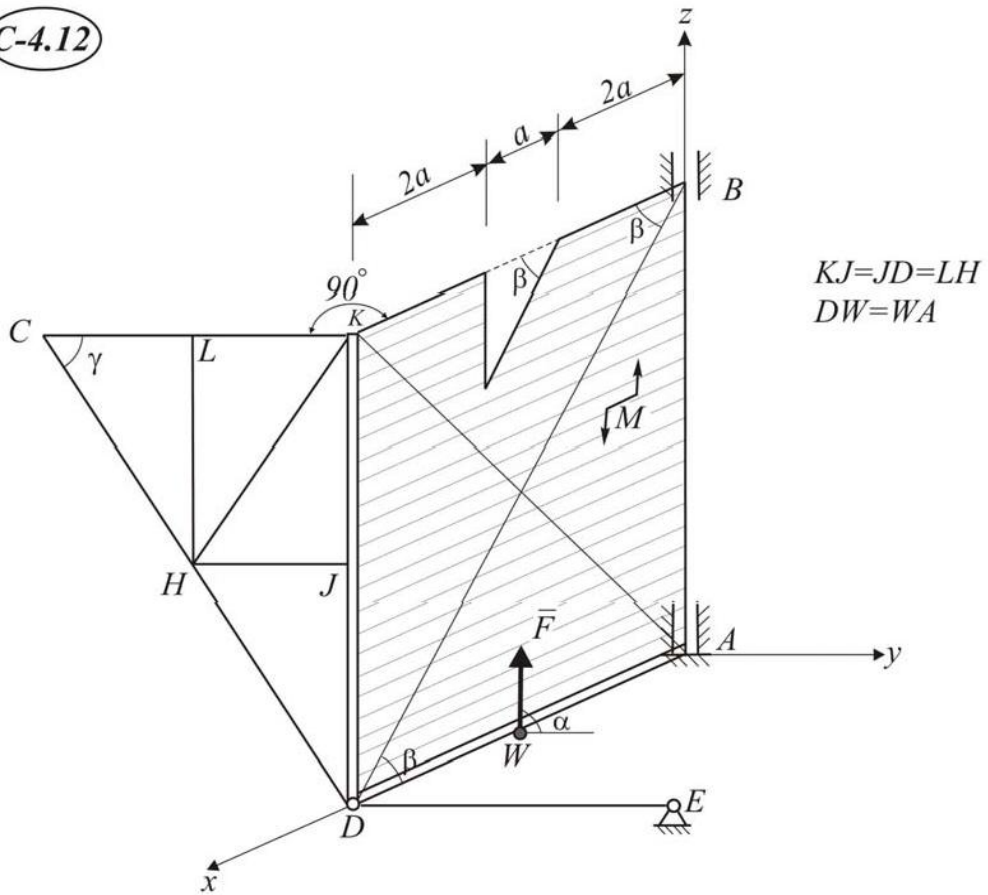
C-4.10



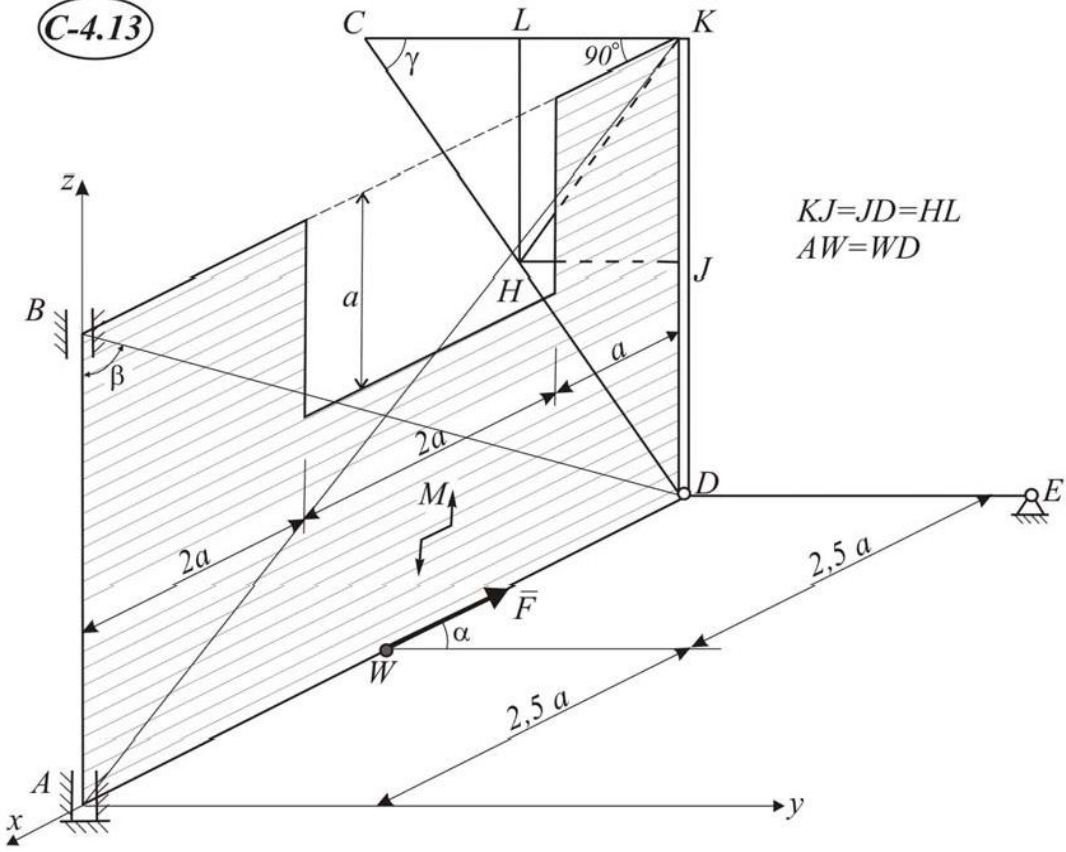
C-4.11



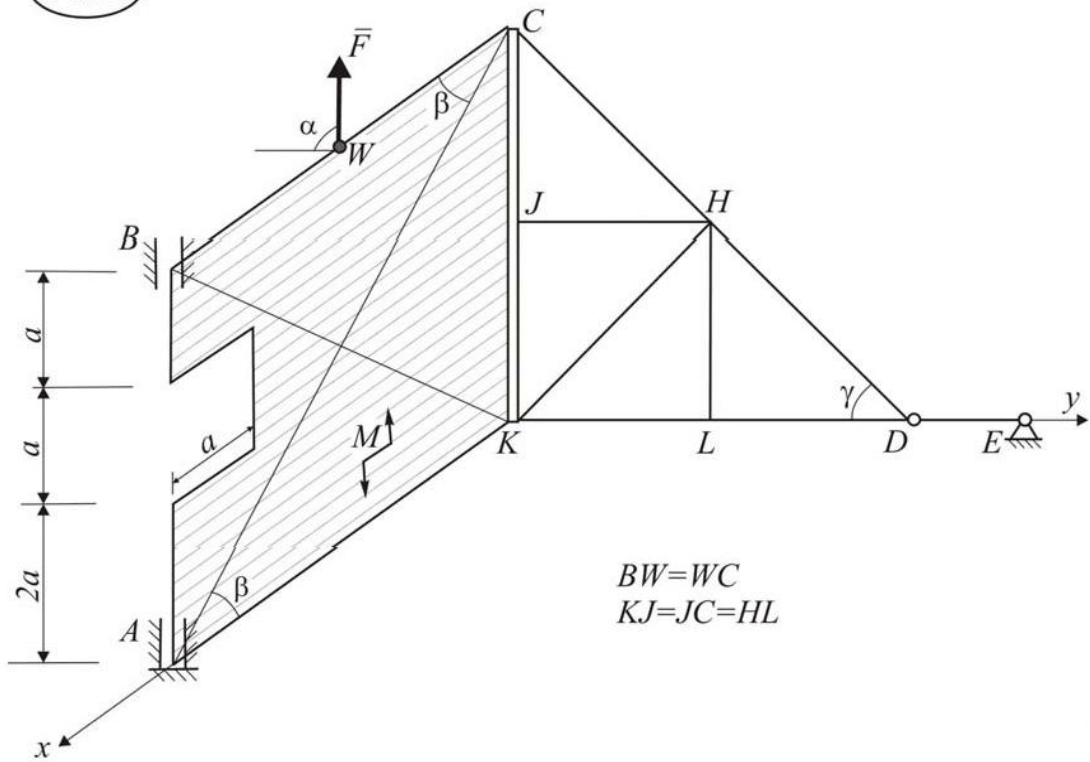
C-4.12



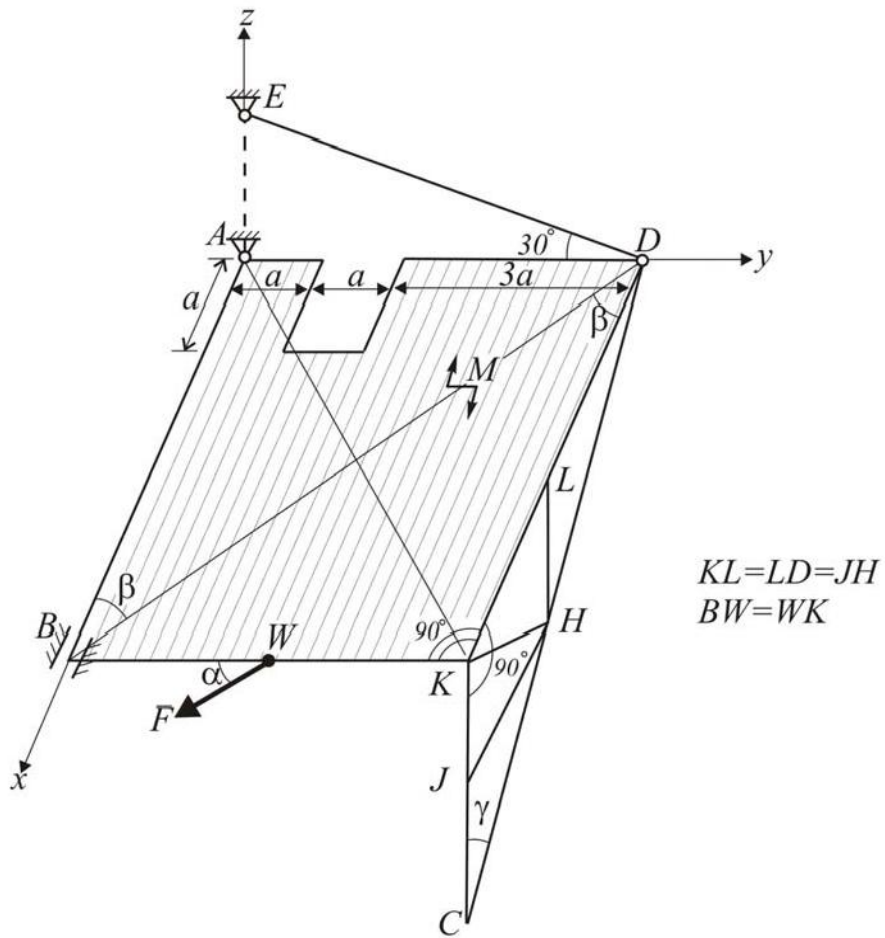
C-4.13



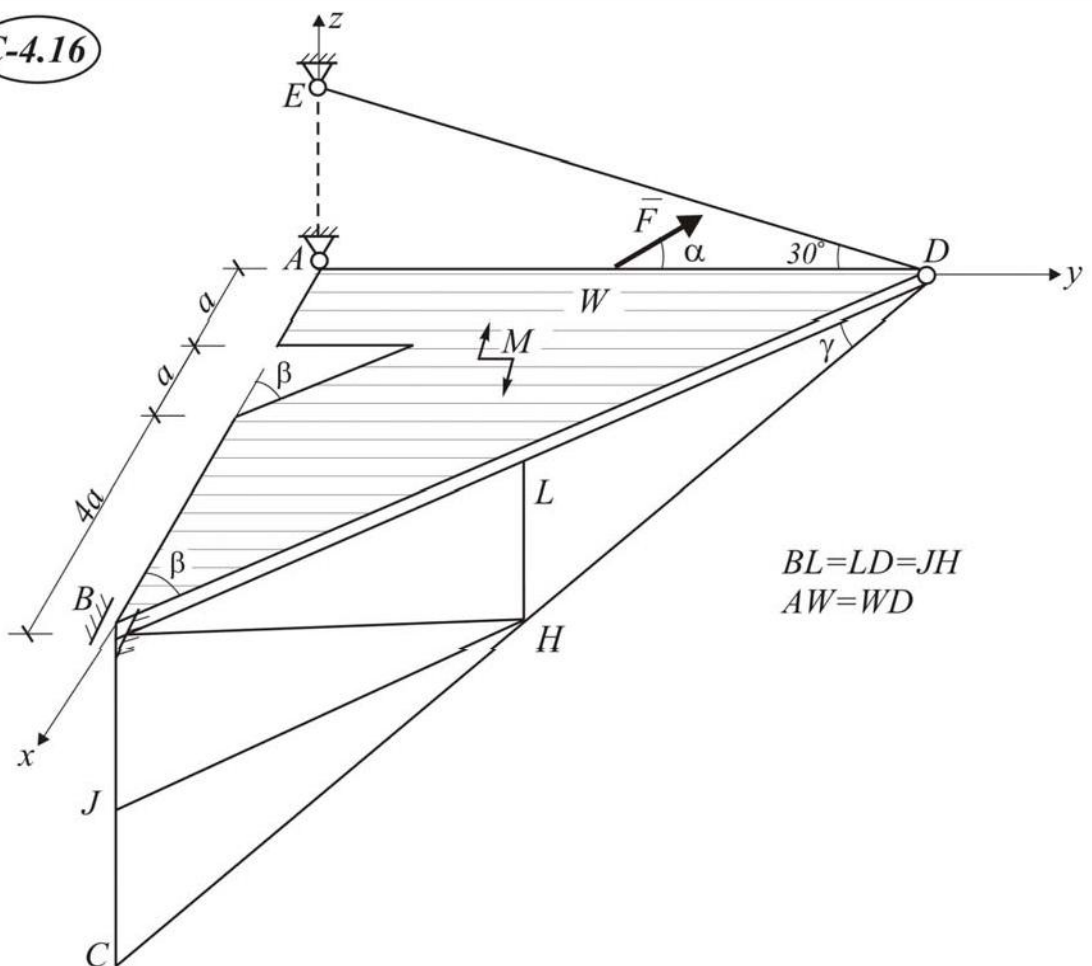
C-4.14



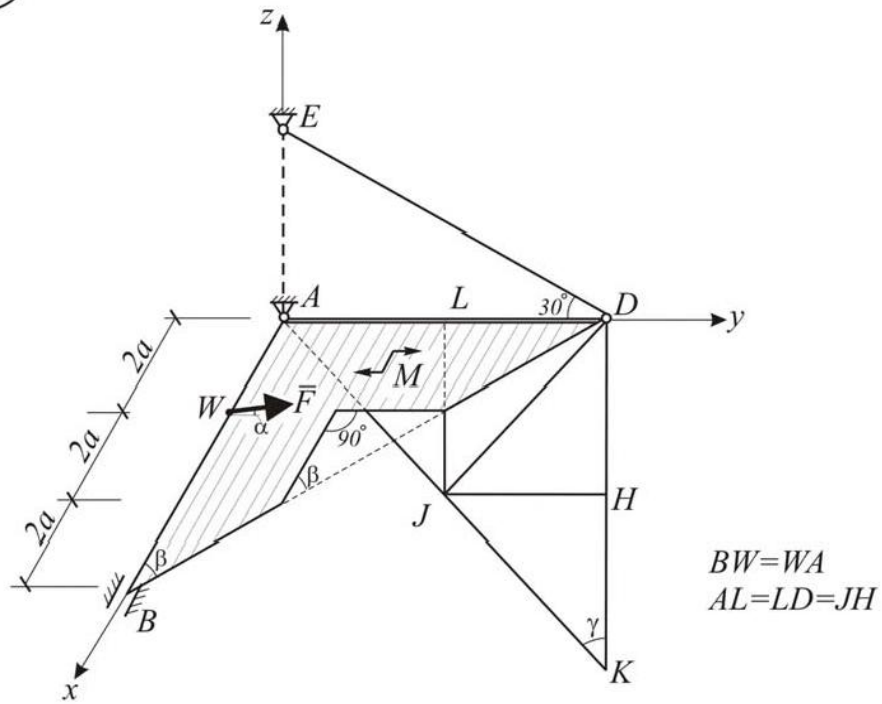
C-4.15



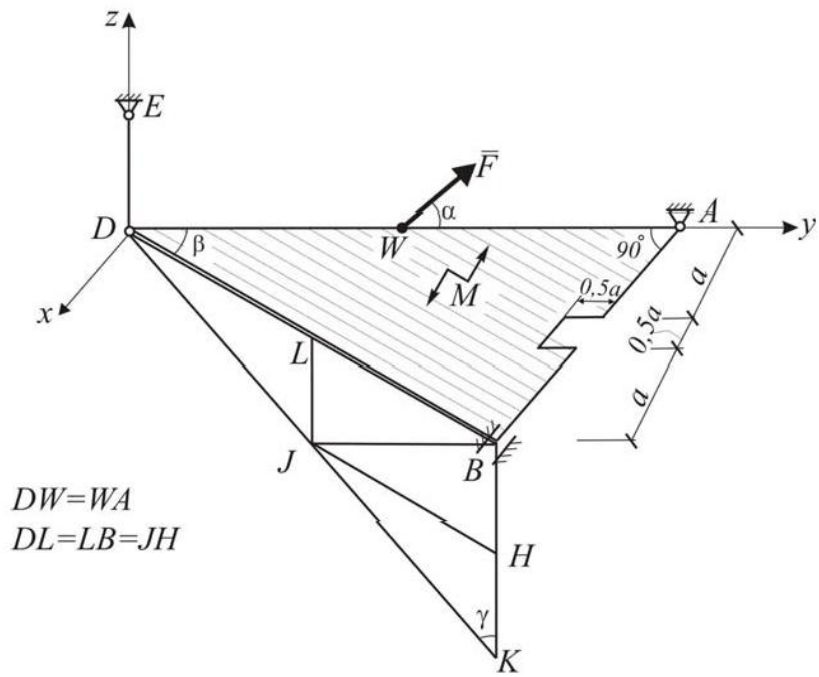
C-4.16



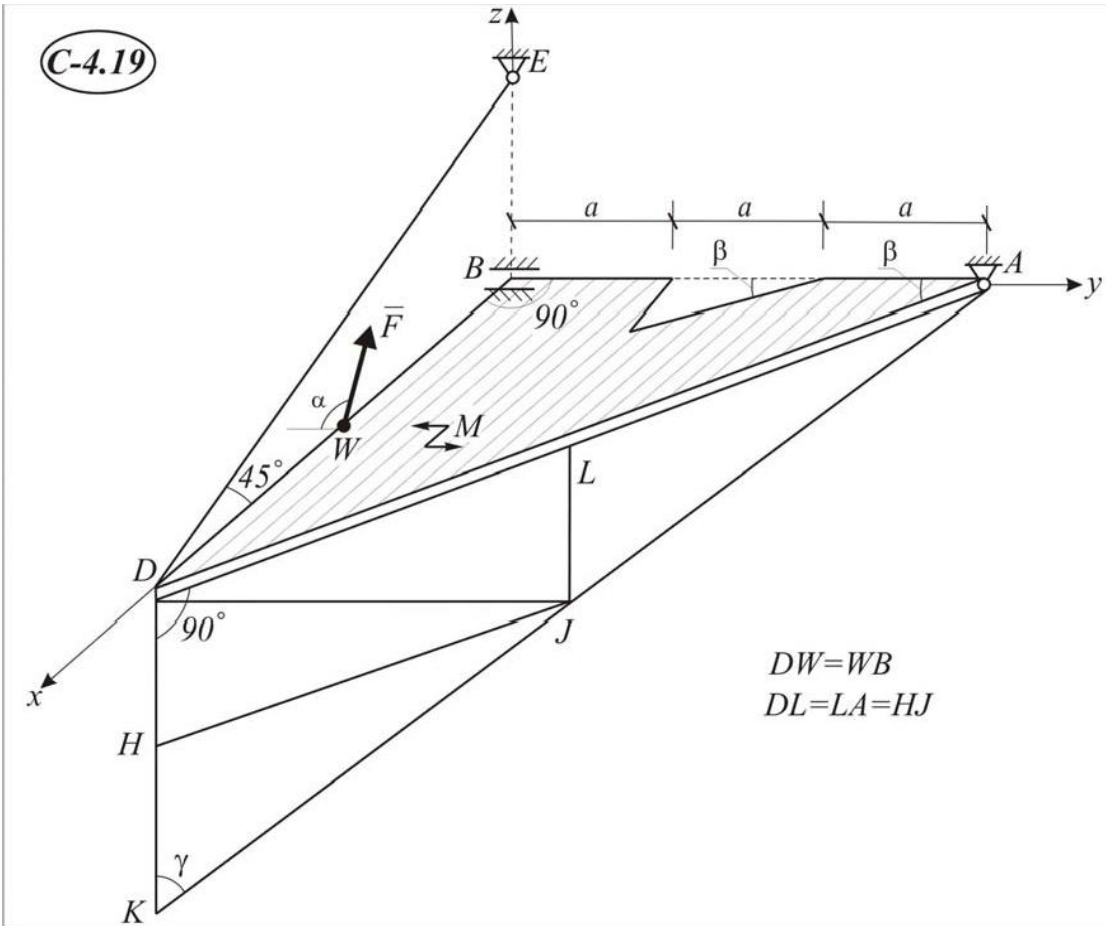
C-4.17



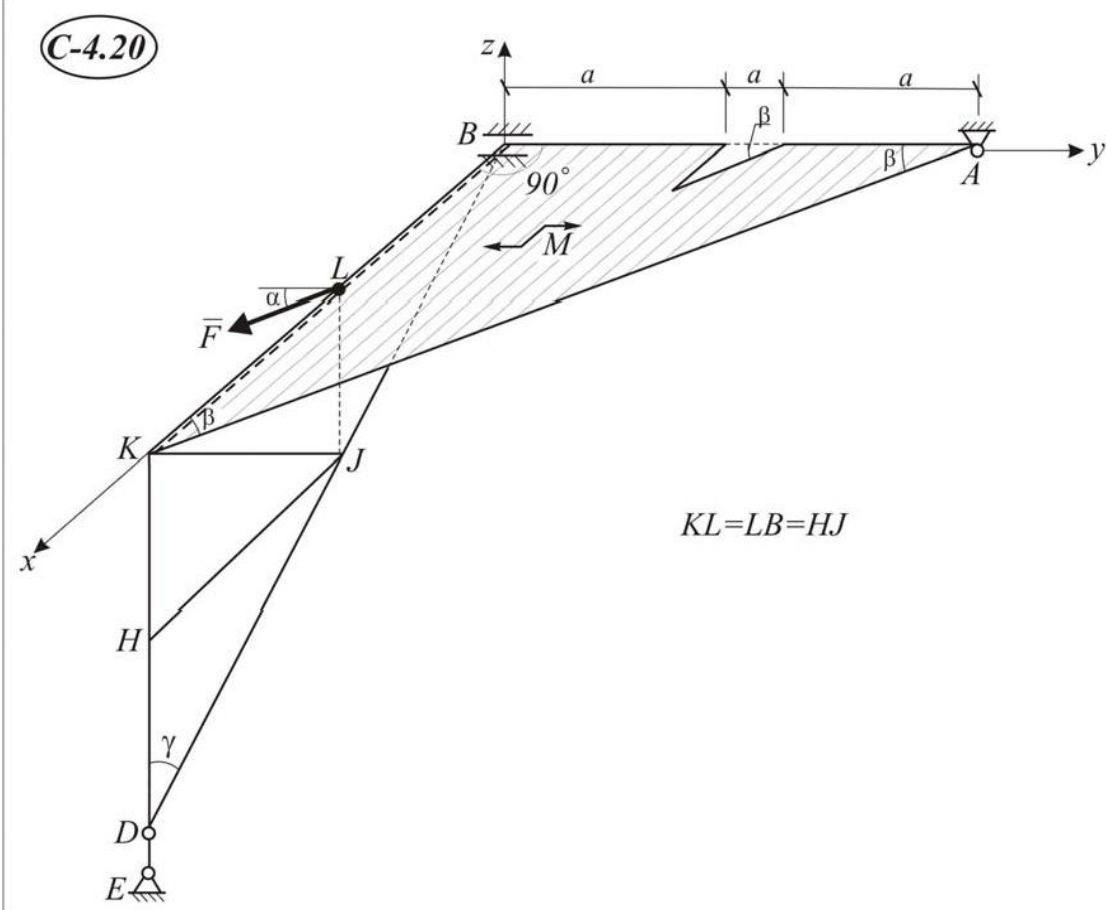
C-4.18



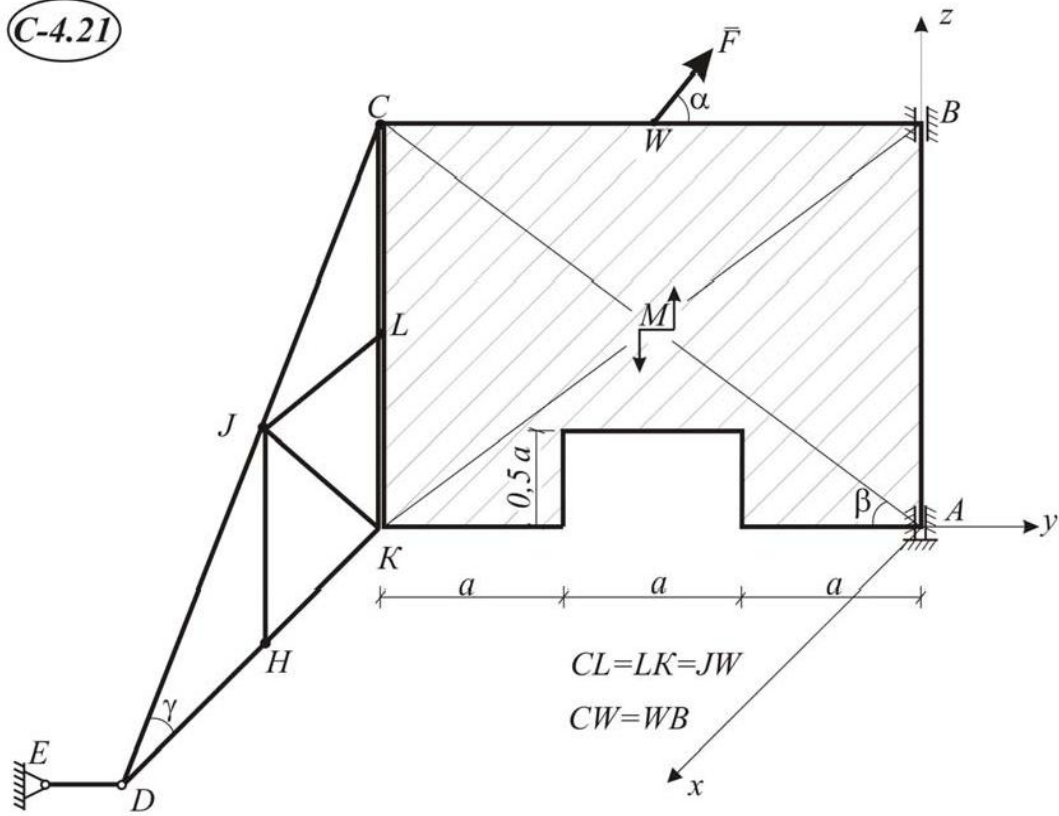
C-4.19



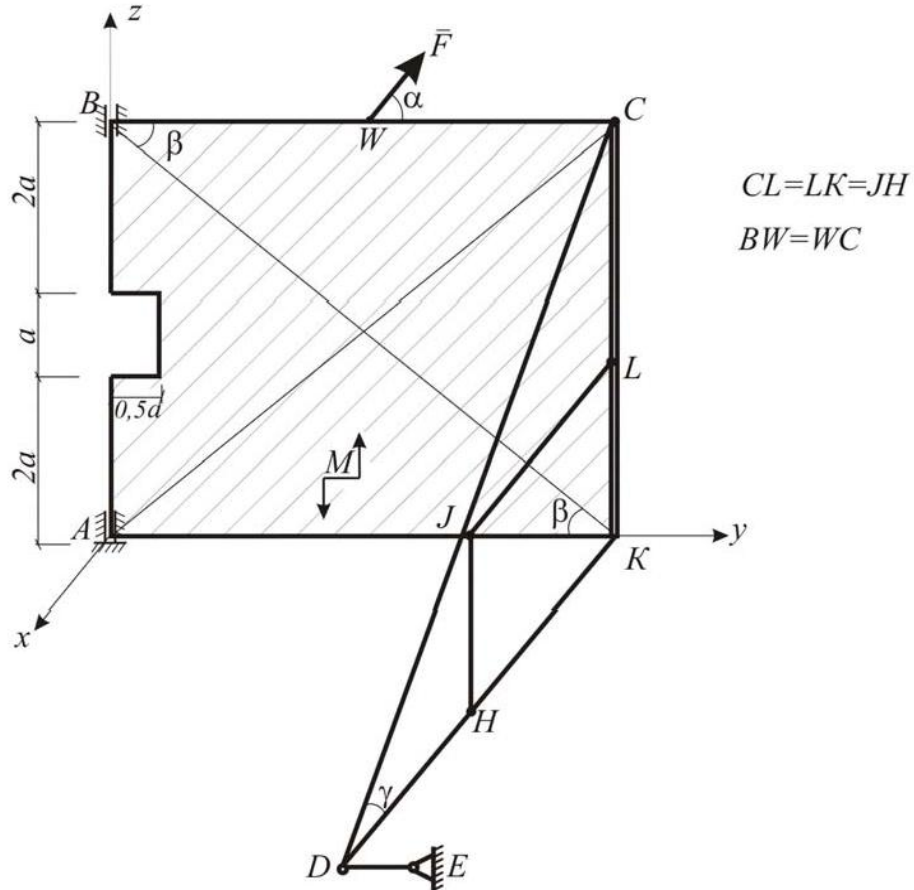
C-4.20



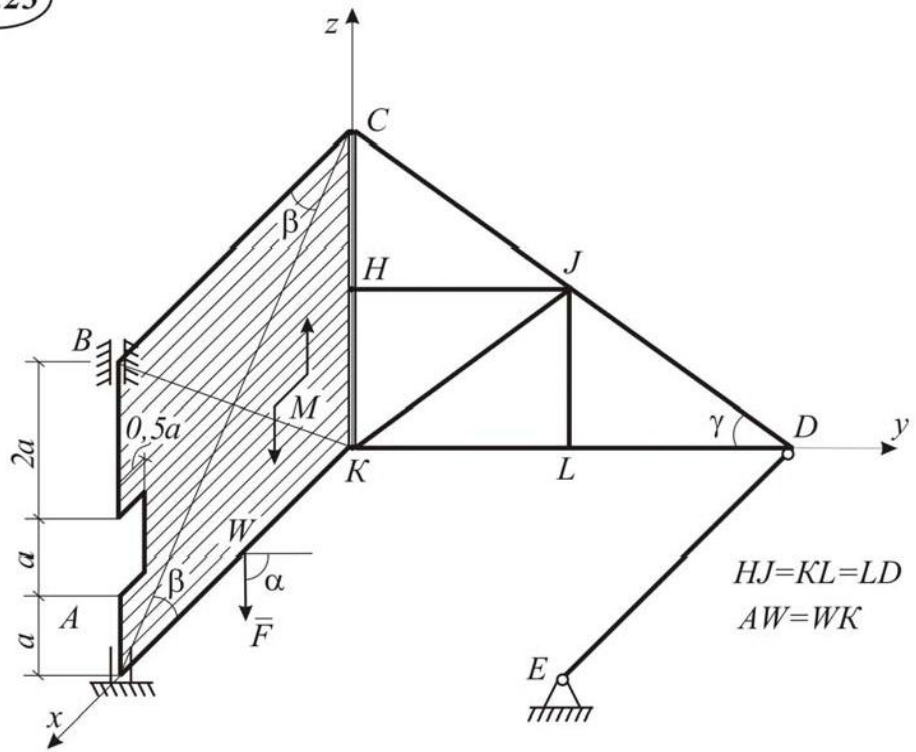
C-4.21



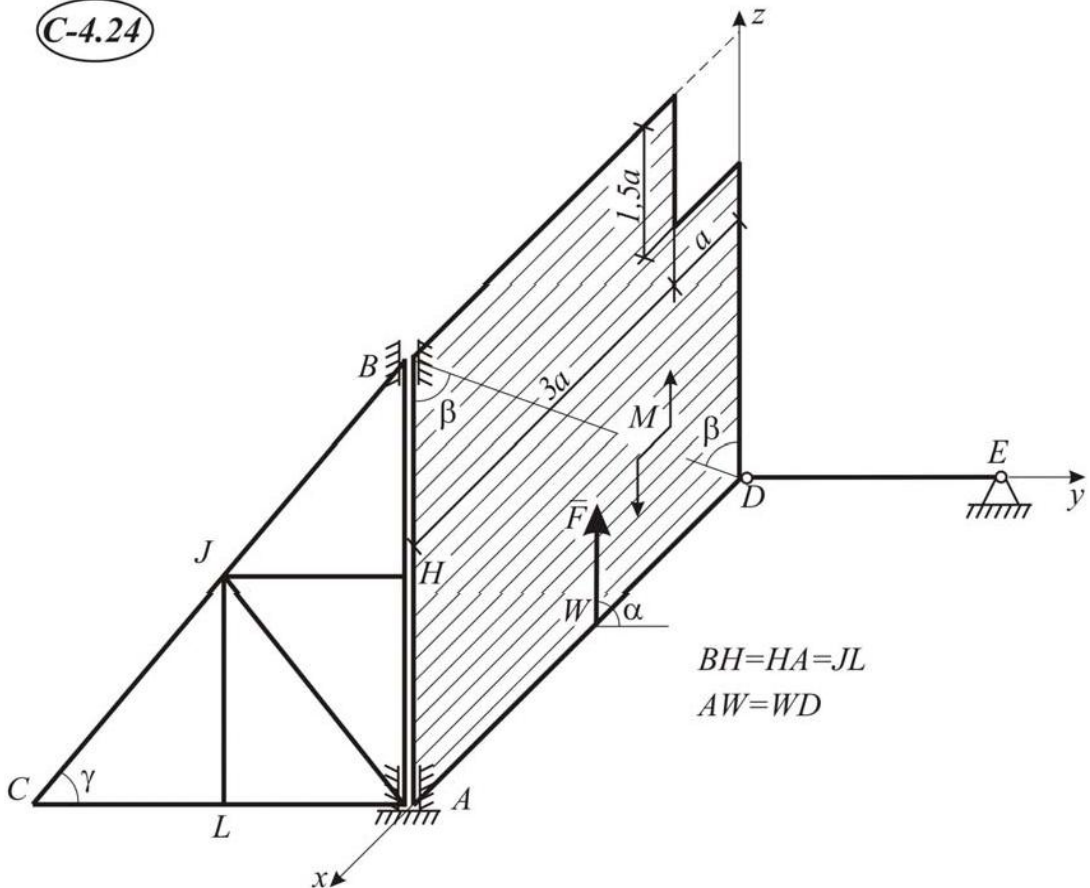
C-4.22



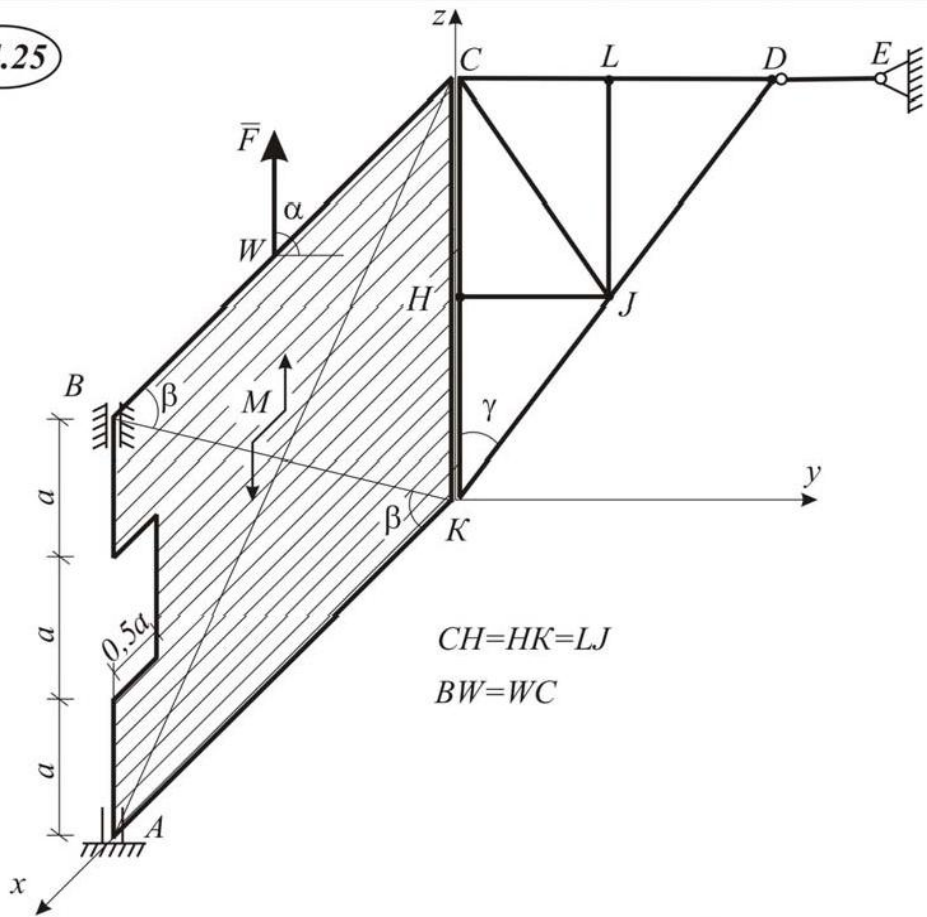
C-4.23



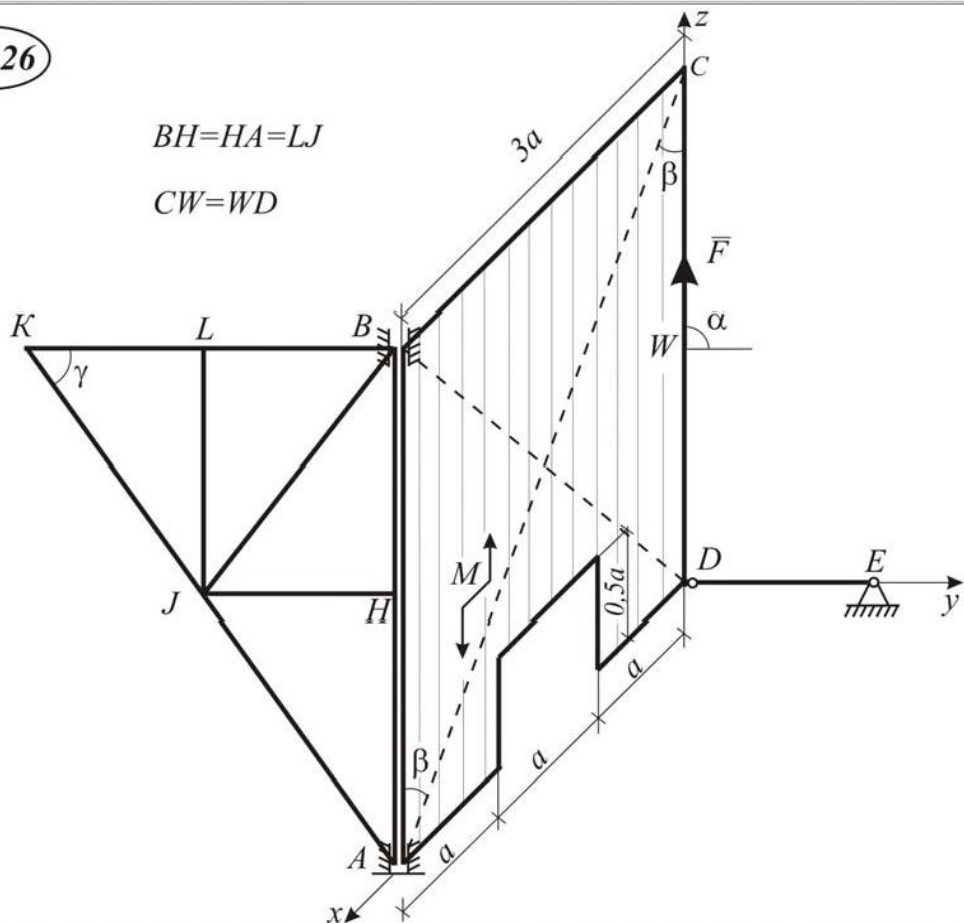
C-4.24



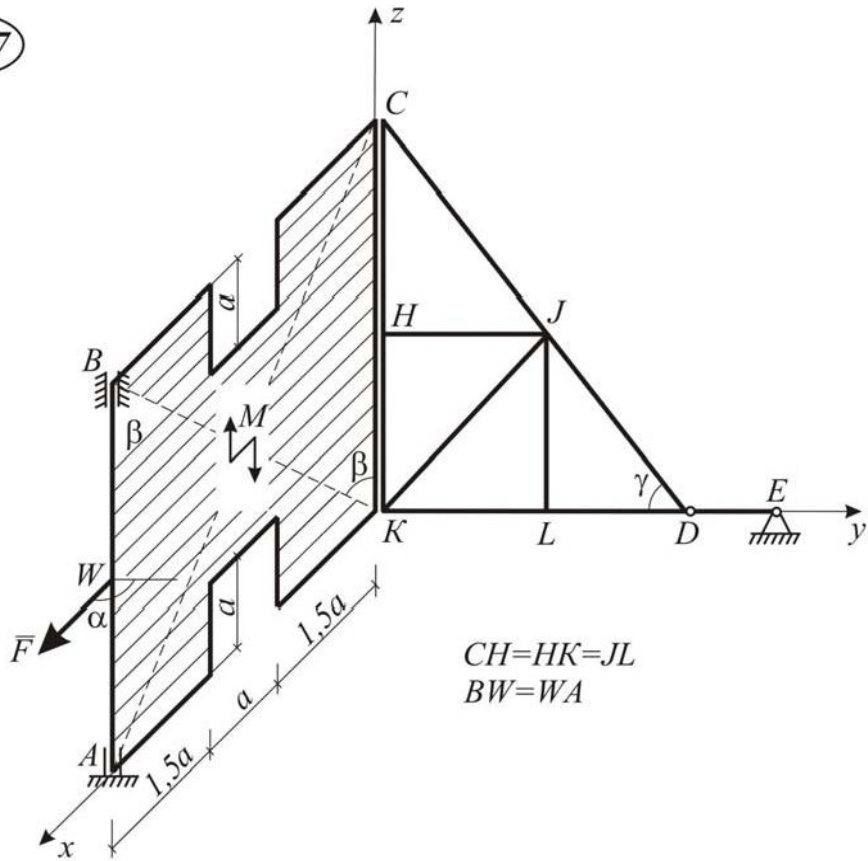
C-4.25



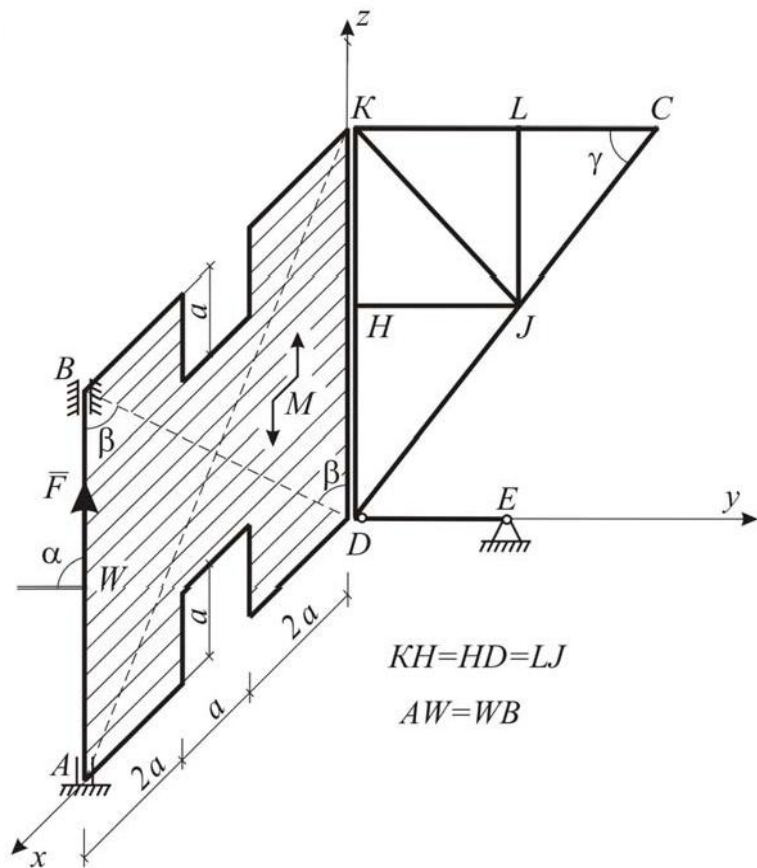
C-4.26



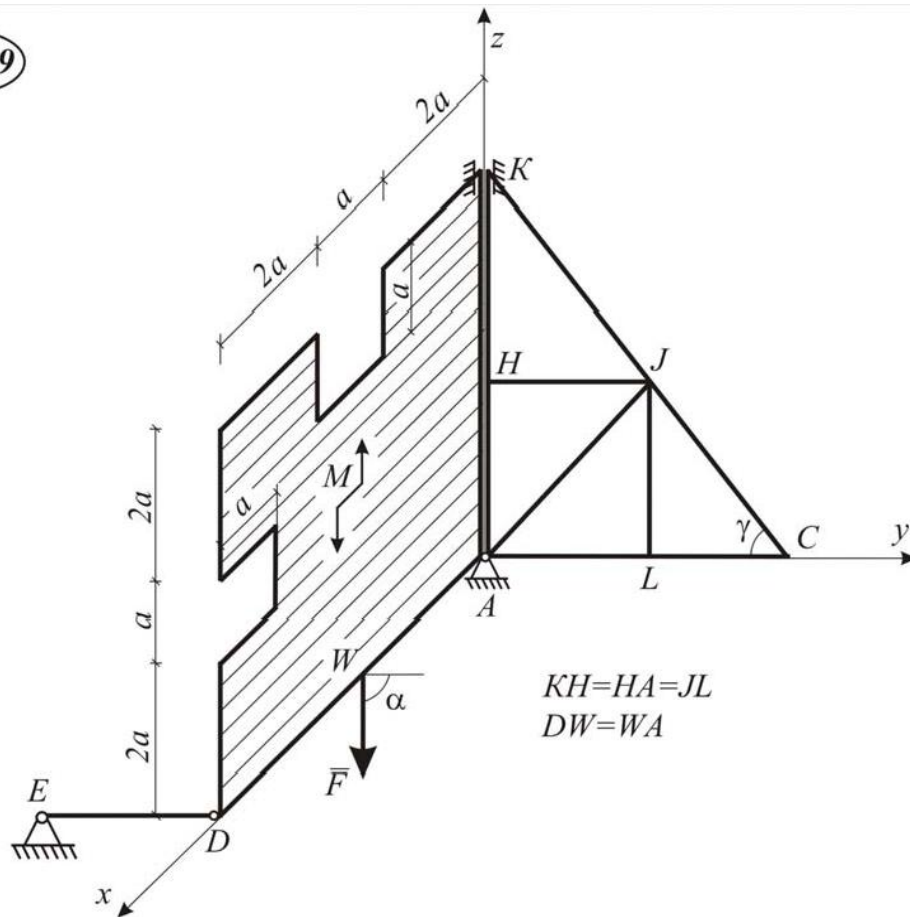
C-4.27



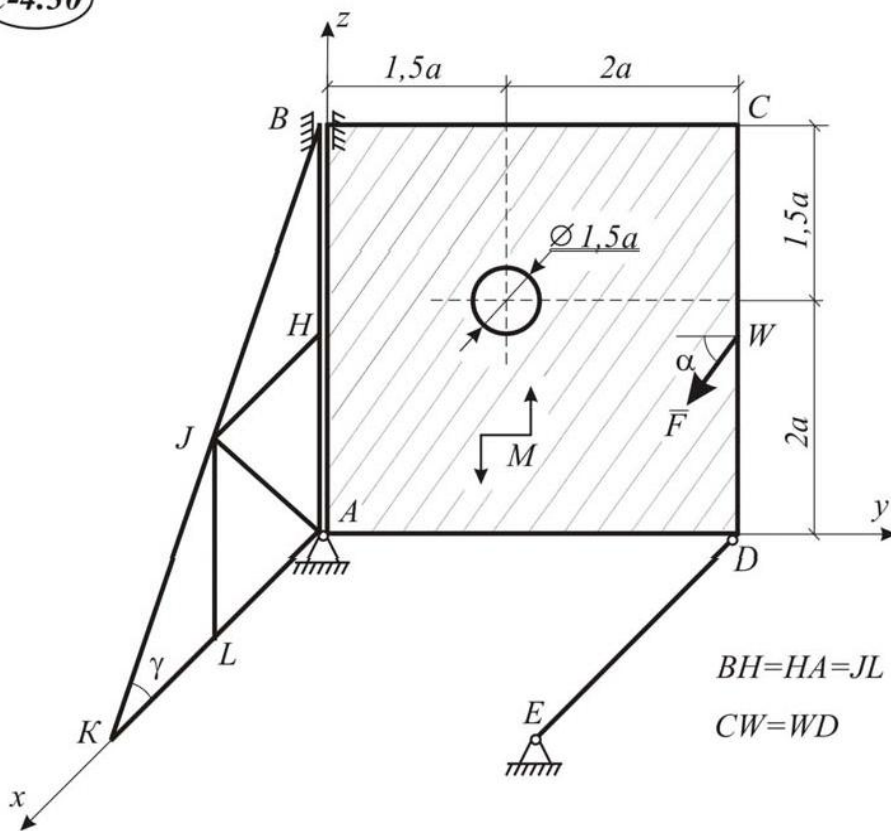
C-4.28



C-4.29



C-4.30



Пример выполнения С-4

Дано : $P_n = 10$ кН; $P_\phi = 5$ кН; $F = 8$ кН; $M = 12$ кН м; $\alpha = 45^\circ$; $a = 1$ м; $AI = IB$; $AL = LD = \text{ЖН}$ (рис. I.4.1).

Определить : реакции опор A , B и невесомого стержня DE , а также координаты центра тяжести всей конструкции.

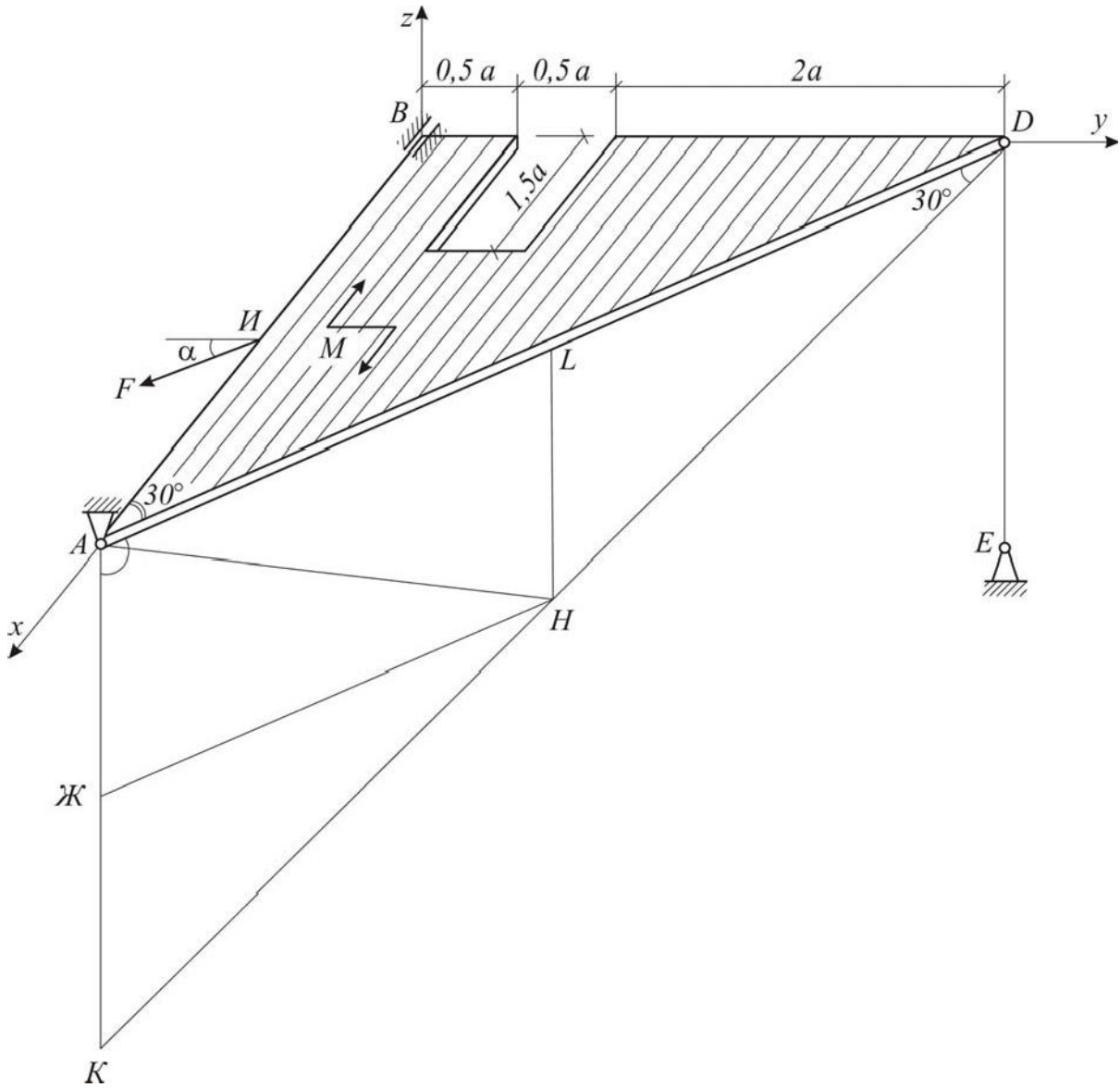


Рис. I.4.1

Решение:

1. Прежде, чем найти реакции в опорах нужно определить координаты точек приложения сил тяжести плиты и фермы, состоящей из девяти стержней.

а) Определение положения центра тяжести плиты.

Координаты центра тяжести тонкой плиты ABD определяем по формулам:

$$x_{C_n} = \frac{\sum A_i x_i}{A}; \quad y_{C_n} = \frac{\sum A_i y_i}{A}; \quad (I.4.1)$$

где x_i, y_i – координаты центра тяжести i -й части плиты площадью A_i ;
 A – площадь всей плиты.

Так как положение центра тяжести тела (точка C_n) не зависит от выбора осей координат, то проведем их на рис. I.4.2 произвольно, например по взаимно перпендикулярным сторонам AB и BD .

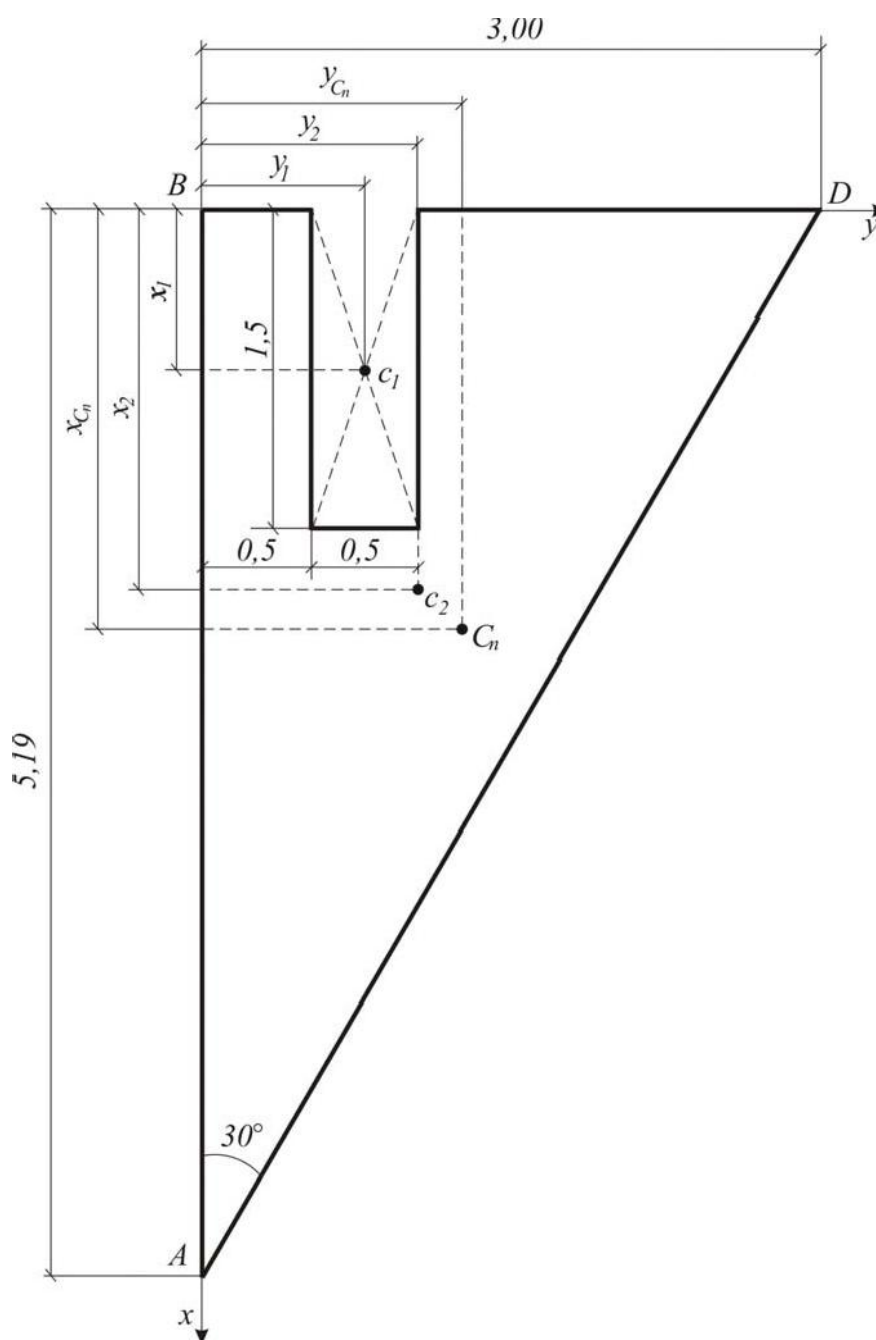


Рис. 1.4.2

Чтобы воспользоваться формулами (I.4.1) площадь плиты делим на отдельные части, положения центров тяжести которых известны. В данном случае такими частями являются: треугольник ABD и прямоугольник.

Площадь прямоугольника, вырезанного из плиты, считаем отрицательной.

Из прямоугольного треугольника ABD определяем

$$AB = BD \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ = 3 \cdot \sqrt{3} = 5,19 \text{ м.}$$

Площадь прямоугольника.

$$A_1 = -0,5 \cdot 1,5 = -0,75 \text{ м}^2.$$

Площадь треугольника ABD

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 5,19 \cdot 3 = 7,785 \text{ м}^2.$$

Центры тяжести рассматриваемых частей плиты c_1 и c_2 имеют следующие координаты:

для прямоугольника

$$x_1 = 0,75 \text{ м}; \quad y_1 = 0,5 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 = 0,75 \text{ м};$$

для треугольника

$$x_2 = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} \cdot 5,19 = 1,73 \text{ м}; \quad y_2 = \frac{1}{3} BD = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1 \text{ м.}$$

По формулам (I.4.1) вычисляем координаты центра тяжести плиты.

$$x_n = \frac{-A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{-A_1 + A_2} = \frac{-0,75 \cdot 0,75 + 7,785 \cdot 1,73}{-0,75 + 7,785} = \frac{12 \cdot 905}{7,035} = 1,83 \text{ м};$$

$$y_{Cn} = \frac{-A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{-A_1 + A_2} = \frac{-0,75 \cdot 0,75 + 7,785 \cdot 1}{-0,75 + 7,785} = \frac{7,222}{7,035} = 1,03 \text{ м.}$$

Центр тяжести плиты C_n указан на рис. I.4.2.

б) Определение положения центра тяжести фермы (рис. I.4.3).

По условию задачи LH – средняя линия прямоугольного треугольника AKD , поэтому

$$l_6 = l_8 = l_5.$$

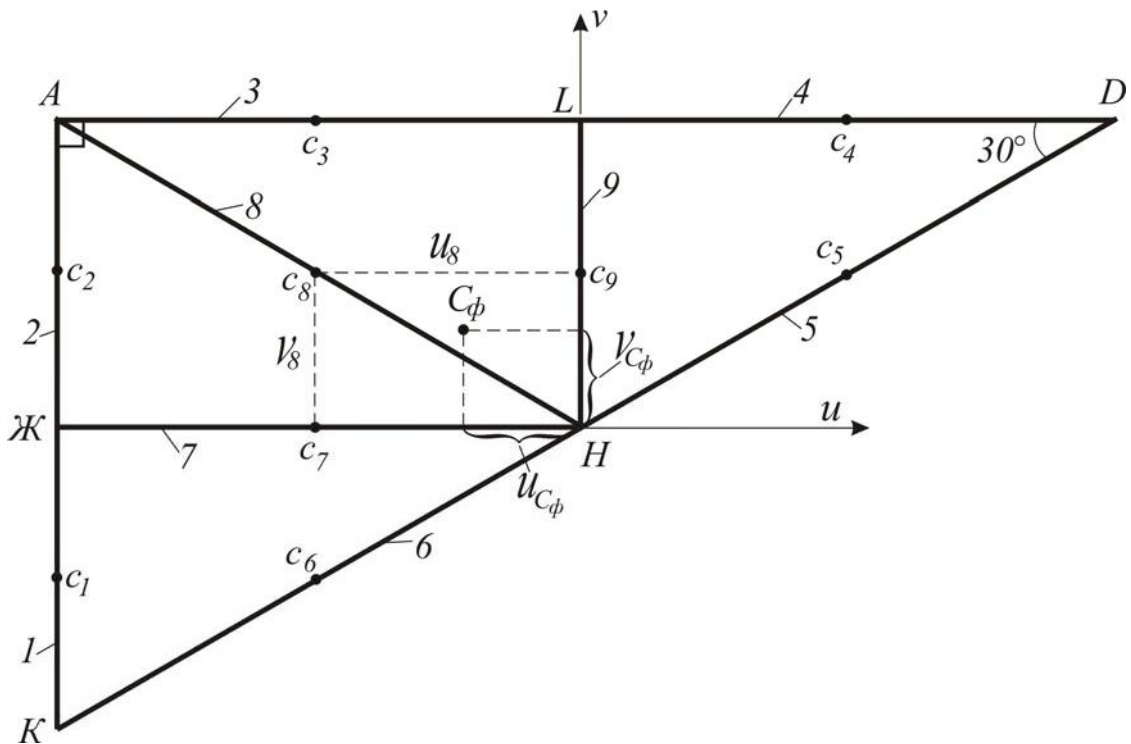


Рис. I.4.3

Координаты центра тяжести фермы (точка C_Φ) относительно осей u и v , проведенных произвольным образом на рис. I.4.3 определяется по следующим формулам:

$$u_{C\Phi} = \frac{\sum l_i \cdot u_i}{\sum l_i}; \quad v_{C\Phi} = \frac{\sum l_i \cdot v_i}{\sum l_i};$$

где l_i – длина i -го стержня;

$u_i; v_i$ – координаты центра тяжести i -го стержня;

$\sum l_i$ – сумма длин всех стержней фермы.

Найдем стороны треугольника ADK .

Из рис. 4.32 видно, что:

$$AD = AB / \cos 30^\circ = 5,19 / 0,866 = 6 \text{ м.}$$

Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника ADK (см. рис. I.4.3) определяются

$$AK = AD \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 6 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 3,464 \text{ м};$$

$$KD = \frac{AD}{\cos 30^\circ} = \frac{6}{0,866} = 6,928 \text{ м.}$$

Длины и координаты центров тяжести стержней сведены в табл. I.4.2

Таблица I.4.2

Номер стержня	l_i	u_i	v_i	$l_i \cdot u_i$	$l_i \cdot v_i$
1	1,732	-3	-0,866	-5,2	-1,5
2	1,732	-3	+0,866	-5,2	+1,5
3	3	-1,5	+1,732	-4,5	+5,2
4	3	+1,5	+1,732	+4,5	+5,2
5	3,5464	+1,5	+0,866	+5,2	+3
6	3,464	-1,5	-0,866	-5,2	-3
7	3	-1,5	0	-4,5	0
8	3,464	-1,5	+0,866	-5,2	+3
9	1,732	0	+0,866	0	+1,5
$\Sigma=$	24,588			-20,1	+14,9

По формулам (4.2) определяем координаты центра тяжести фермы:

$$u_{\text{сф}} = \frac{-20,1}{24,588} = -0,817 \text{ м};$$

$$v_{\text{сф}} = \frac{14,9}{24,588} = 0,606 \text{ м}.$$

2. Определение реакции в опорах A , B и невесомом стержне DE .

а) Рассмотрим равновесие плиты с фермой (рис. I.4.4). На эту конструкцию действуют заданные силы $F, \bar{P}_n, P_{\text{ср}}$ и пара сил с моментом M , а также реакции связей. Реакцию сферического шарнира разложим на три составляющие $\bar{X}_A, \bar{Y}_A, \bar{Z}_A$, цилиндрического (подшипника) – на две составляющие \bar{Y}_B, \bar{Z}_B (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника); реакцию опор N стержня направляем вдоль стержня от D к E , предполагая, что он растянут.

При решении задачи заданную силу F целесообразно разложить на две составляющие силы \bar{F}_x и \bar{F}_y , параллельные соответствующим осям координат.

$$\bar{F}_x = F \cdot \cos 45^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5,656 \text{ кН};$$

$$F_y = F \cdot \sin 45^\circ = 8 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 5,656 \text{ кН.}$$

На рис. I.4.4 показаны точки приложения сил тяжести плиты и фермы. Координаты этих точек равны:

$$X_{C_n} = 1,83 \text{ м}; Y_{C_n} = 1,03 \text{ м}; Z_{C_n} = 0 \text{ м};$$

$$\begin{aligned} X_{C_\Phi} &= AB - A3 \cdot \cos 30^\circ = AB - (AL - u_{C_\Phi}) \cos 30^\circ = \\ &= 5,19 - (3 - 0,817) \cdot 0,866 = 3,3 \text{ м}; \end{aligned}$$

$$Y_{C_\Phi} = A3 \cdot \sin 30^\circ = (AL - u_{C_\Phi}) \sin 30^\circ = (3 - 0,817) \cdot 0,5 = 1,09 \text{ м};$$

$$Z_{C_\Phi} = -(HL - v_{C_\Phi}) = -(1,732 - 0,606) = -1,126 \text{ м}.$$

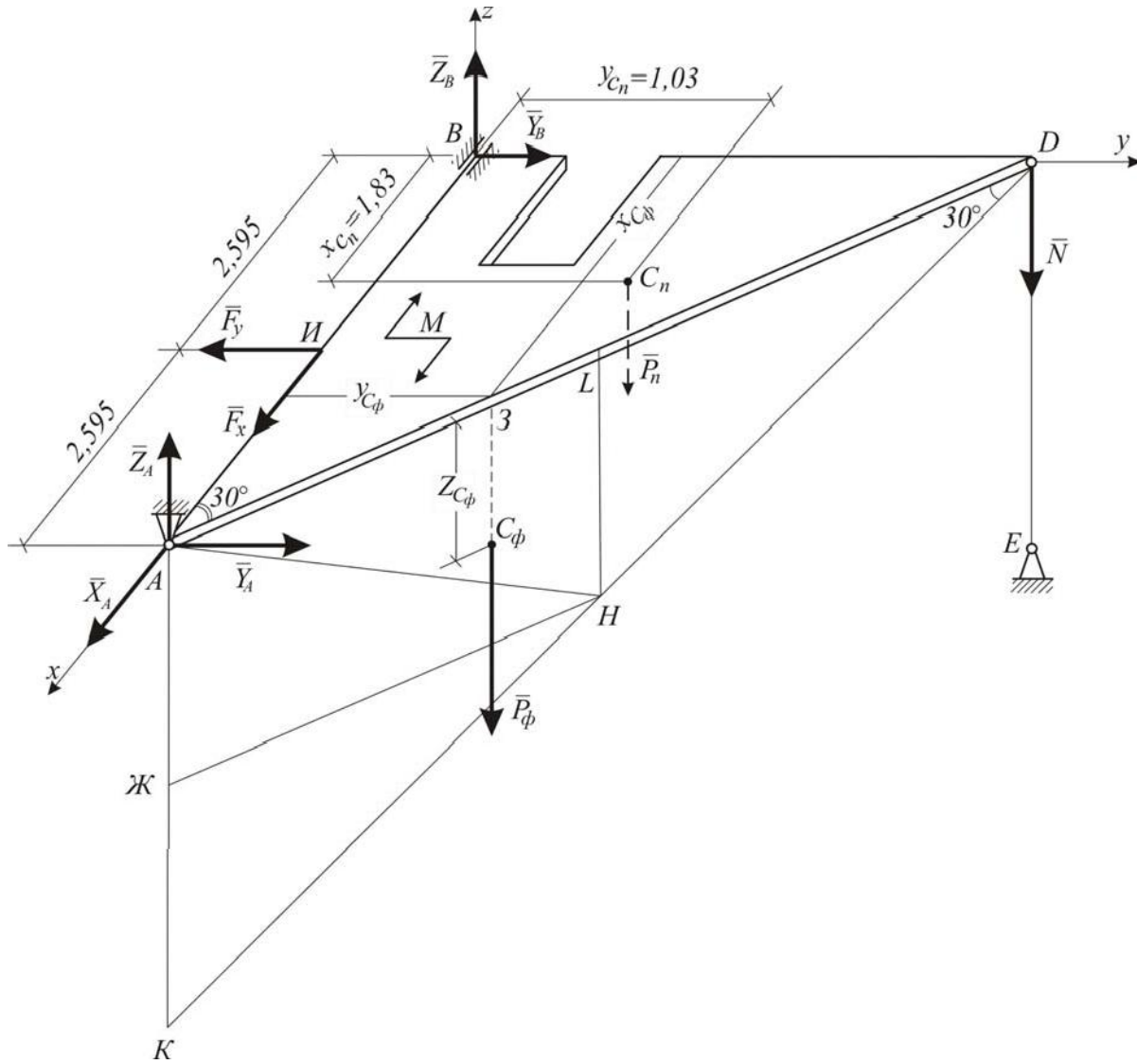


Рис. I.4.4

б) Для определения шести неизвестных реакций составляем шесть уравнений равновесия действующей на конструкцию пространственной системы сил действующей на конструкцию (плита + ферма):

$$\Sigma F_x = 0; X_A + F_x = 0; \quad (I.4.3)$$

$$\Sigma F_y = 0; Y_A + Y_B + F_y = 0; \quad (I.4.4)$$

$$\Sigma F_z = 0; Z_A + Z_B - N - P_\phi - P_n = 0; \quad (I.4.5)$$

$$\Sigma M_x(\bar{F}_k) = 0; -P_\phi \cdot Y_{C\phi} - P_n \cdot 1,03 - N \cdot BD = 0; \quad (I.4.6)$$

$$\Sigma M_y(\bar{F}_k) = 0; +P_n \cdot 1,83 + P_\phi \cdot X_{C\phi} - Z_A \cdot AB = 0; \quad (I.4.7)$$

$$\Sigma M_z(\bar{F}_k) = 0; -M - F_y \cdot 2,595 + Y_A \cdot AB = 0. \quad (I.4.8)$$

Подставив в составленные уравнения (I.4.3)–(I.4.8) числовые значения всех заданных величин и решив эти уравнения, найдем искомые реакции.

Ответ: $X_A = -5,656 \text{ кН};$

$$Y_A = +5,14 \text{ кН}; Z_A = +6,705 \text{ кН};$$

$$Y_B = +0,516 \text{ кН}; Z_B = +3,032 \text{ кН};$$

$$N = -5,263 \text{ кН}.$$

Знак (–) в ответе указывает, что реакции X_A и N направлены противоположно тем направлениям, которые показаны на рис. I.4.4.

3. Определение координат центра тяжести всей конструкции.

Для определения положения центра тяжести всей конструкции воспользуемся следующими формулами:

$$X_c = \frac{\Sigma P_i \cdot x_i}{\Sigma P_i} = \frac{P_n \cdot x_{Cn} + P_\phi \cdot x_{C\phi}}{P_n + P_\phi} = \frac{10 \cdot 1,83 + 5 \cdot 3,3}{10 + 5} = 2,32 \text{ м}; \quad (I.4.9)$$

$$Y_c = \frac{\Sigma P_i \cdot y_i}{\Sigma P_i} = \frac{P_n \cdot y_{Cn} + P_\phi \cdot y_{C\phi}}{P_n + P_\phi} = \frac{10 \cdot 1,03 + 5 \cdot 1,09}{10 + 5} = 1,05 \text{ м}; \quad (I.4.10)$$

$$Z_c = \frac{\sum P_i \cdot z_i}{\sum P_i} = \frac{P_n \cdot z_{Cn} + P_\phi \cdot z_{C\phi}}{P_n + P_\phi} = \frac{10 \cdot 0 + 5 \cdot (-1,126)}{10 + 5} = -0,375 \text{ м}, \quad (\text{I.4.11})$$

где P_i – вес i -й части конструкции;
 x_i, y_i, z_i – координаты центра тяжести;
 $\sum P_i$ – вес всей конструкции.

РАЗДЕЛ II. КИНЕМАТИКА

1. Определение скорости и ускорения точки по заданному закону движения

По данной теме предлагается решить две задачи: К1а и К1б.

Задачи относятся к кинематике точки и решаются с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения), а также формул, по которым определяются скорость, касательное и нормальное ускорения точки при естественном способе задания её движения.

Задача К1а. Определение скорости и ускорения точки, если закон движения точки задан координатным способом

Точка движется в плоскости xu . Закон движения точки задан уравнениями: $x = f(t)$, $y = f(t)$, где x и y выражены в сантиметрах, t – в секундах.

Найти уравнение траектории точки; для момента времени t_1 найти положение точки на траектории, её скорость, полное, касательное и нормальное ускорения, а также радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Необходимые для решения данные приведены в табл. II.1.1.

Таблица II.1.1

Номер варианта	Закон движения		t, c
	$x = f(t), cm$	$y = f(t), cm$	
1	2	3	4
1	$-2t^2+3$	$-5t$	$\frac{1}{2}$
2	$4\cos^2(\pi t/3)+2$	$4\sin^2(\pi t/3)$	1
3	$-\cos(\pi t^2/3)+3$	$\sin(\pi t^2/3)-1$	1
4	$4t+4$	$-4/(t+1)$	2
5	$2\sin(\pi t/3)$	$-3\cos(\pi t/3)+4$	1
6	$3t^2+2$	$-4t$	$\frac{1}{2}$
7	$3t^2-t+1$	$5t^2-5t/3-2$	1
8	$7\sin(\pi t^2/6)+3$	$2-7\cos(\pi t^2/6)$	1
9	$-3/(t+2)$	$3t+6$	2
10	$-4\cos(\pi t/3)$	$-2\sin(\pi t/3)-3$	1
11	$4t^2+1$	$-3t$	$\frac{1}{2}$
12	$5\sin^2(\pi t/6)$	$-5\cos^2(\pi t/6)-3$	1
13	$5\cos(\pi t^2/3)$	$-5\sin(\pi t^2/3)$	1
14	$-2t-2$	$-2/(t+1)$	2

Окончание табл. II.1.1

1	2	3	4
15	$4\cos(\pi t/3)$	$-3\sin(\pi t/3)$	1
16	$3t$	$4t^2+1$	$1/2$
17	$7\sin^2(\pi t/6)-5$	$-7\cos^2(\pi t/6)$	1
18	$1+3\cos(\pi t^2/3)$	$3\sin(\pi t^2/3)+3$	1
19	$-5t^2-4$	$3t$	1
20	$2-3t-6t^2$	$3-3t/2-3t^2$	0
21	$6\sin(\pi t^2/6)+3$	$6\cos(\pi t^2/6)+3$	1
22	$7t^2-3$	$5t$	$1/4$
23	$3-3t^2+t$	$4-5t^2+5t/3$	1
24	$-4\cos(\pi t/3)-1$	$-4\sin(\pi t/3)$	1
25	$-6t$	$-2t^2-4$	1
26	$8\cos^2(\pi t/6)+2$	$-8\sin^2(\pi t/6)-7$	1
27	$-3-9\sin(\pi t^2/6)$	$-9\cos(\pi t^2/6)+5$	1
28	$-4t^2+1$	$-3t$	1
29	$5t^2+5t/3-3$	$3t^2+t+3$	1
30	$2\cos(\pi t^2/3)-2$	$-2\sin(\pi t^2/3)+3$	1

Пример К1а. Определение скорости и ускорения точки, если закон движения точки задан координатным способом

Задан закон движения точки двумя уравнениями:

$$x = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3, y = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) - 1$$

(x, y – в сантиметрах, t – в секундах).

Определить уравнение траектории точки; для момента времени $t_1=1$ с, найти скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения, и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Решение:

1. Для определения уравнения траектории точки исключим из заданных уравнений движения время t . Поскольку t входит в аргументы тригонометрических функций, где один аргумент вдвое больше другого, используем формулу

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \quad \text{или} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}t\right) \quad (\text{II.1.1})$$

Из уравнений движения находим выражение соответствующих функций и подставляем в равенство (II.1.1). Получим

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = \frac{3-x}{2}, \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) = \frac{y+1}{2},$$

следовательно,

$$\frac{3-x}{2} = \frac{(y+1)^2}{2}.$$

Отсюда окончательно находим следующее уравнение траектории точки (параболы, рис. II.1.1):

$$x = (y+1)^2 + 1. \quad (\text{II.1.2})$$

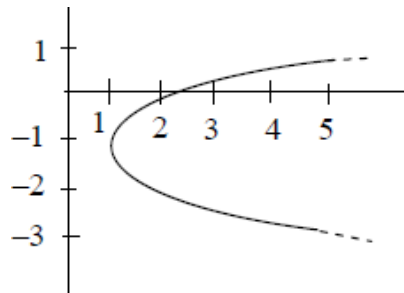


Рис. II.1.1 Траектория движения точки

2. Скорость точки найдем по ее проекциям на координатные оси:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right),$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{8}t\right);$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

и при $t_1 = 1$ с

$$v_{1x} = 1,11 \text{ см/с}, v_{1y} = 0,73 \text{ см/с}, v_1 = 1,33 \text{ см/с}. \quad (\text{II.1.3})$$

3. Аналогично найдем ускорение точки:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right), \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{\pi}{32} \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right);$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

и при $t_1 = 1$ с

$$a_{1x} = 0,87 \text{ см} / \text{с}^2, a_{1y} = -0,12 \text{ см} / \text{с}^2, a_1 = 0,88 \text{ см}/\text{с}^2. \quad (\text{II.1.4})$$

4. Касательное ускорение вычислим, дифференцируя по времени равенство $v^2 = v_x^2 + v_y^2$. Получим

$$2v \frac{dv}{dt} = 2v_x \frac{dv_x}{dt} + 2v_y \frac{dv_y}{dt},$$

откуда

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}. \quad (\text{II.1.5})$$

Числовые значения всех величин, входящих в правую часть выражения (II.1.5), определены и даются равенствами (II.1.3) и (II.1.4). Подставив в (II.1.5) эти числа, найдем сразу, что при $t_1 = 1$ с $a_{1\tau} = 0,66$ см/с².

5. Нормальное ускорение $a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}$. Подставляя сюда найденные точки

числовые значения a_1 и a_τ , получим, что при $t_1 = 1$ с $a_{1n} = 0,58$ см/с².

6. Радиус кривизны траектории $\rho = v^2/a_n$. Подставляя сюда числовые значения v_1 и a_{1n} , найдем, что при $t_1 = 1$ с $\rho_1 = 3,05$ см.

Ответ: $v_1 = 1,33$ см/с, $a_1 = 0,88$ см/с², $a_{1\tau} = 0,66$ см/с², $a_{1n} = 0,58$ см/с², $\rho_1 = 3,05$ см.

На рис. II.1.2 показано положение точки M :

– в начале движения (при $t = 0$) – это M_0 с координатами $(1; -1)$;

– в заданный момент времени (при $t = 1$ с) – это M_1 с координатами $(1,58; -0,23)$. Вектор \vec{v} строим по составляющим v_x и v_y , причём этот вектор должен по направлению совпадать с касательной к траектории. Вектор \vec{a} строим по составляющим a_x и a_y , а затем раскладываем на составляющие \vec{a}_τ и \vec{a}_n . При правильном решении составляющие вектора \vec{a} ,

**Задача К16. Определение скорости и ускорения точки,
если закон движения точки задан естественным способом**

Точка движется по дуге окружности радиуса $R = 2$ м по закону $S = f(t)$, заданному в табл. II.1.2 (S – в метрах, t – в секундах), где $S = AM$ – расстояние от некоторого начала A до точки M , измеренное вдоль дуги окружности. Определить скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 1$ с. Изобразить на рисунке векторы v и a , считая, что точка в этот момент находится в положении M_1 , а положительное направление отсчета S – от A к M .

Таблица II.1.2

Номер условия	$S = f(t)$	Номер условия	$S = f(t)$
1	2	3	4
1	$12\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	16	$4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
2	$-6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	17	$6\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
3	$-3\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	18	$4\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
4	$9\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	19	$10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
5	$3\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	20	$-4\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
6	$10\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	21	$12\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
7	$6\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	22	$-3\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
8	$-2\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	23	$-8\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
9	$9\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	24	$9\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
10	$-8\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	25	$-6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
11	$2t^2 + 2$	26	$3t^2 - 10t$

Окончание Табл. II.1.2

1	2	3	4
12	$8\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	27	$2\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
13	$2-3t^2$	28	$6t-2t^2$
14	$2t^3$	29	$-2\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
15	$2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	30	$2-t^2$

2. Плоское движение твёрдого тела

Задание К-3. Определение скоростей и ускорений точек многосвязного механизма

Плоский механизм состоит из стержней 1, 2, 3, 4 и ползуна B или E , соединённых друг с другом и с неподвижными опорами O_1, O_2 шарнирами.

Определить для заданного положения механизма скорости точек A, B, D, E , угловые скорости всех звеньев, ускорения точек A и B , угловое ускорение звена AB .

Схемы механизмов и необходимые для расчёта данные показаны в табл. П.3.1.

У к а з а н и я . Определить скорости точек механизма можно с помощью мгновенного центра скоростей или по теореме о проекциях скоростей двух точек тела.

Для определения ускорений точек механизма следует воспользоваться теоремой об ускорениях точек плоской фигуры: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} + \vec{a}_{BA}$. При непрямолинейном движении ускорения точки (\vec{a}_A или \vec{a}_B) надо представлять в виде двух составляющих – тангенциальной и нормальной

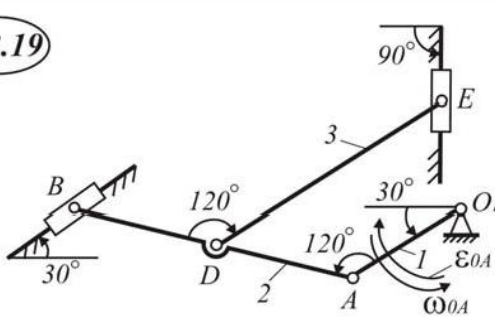
Таблица П.3.1

<p>К-3.1</p> <p> $\omega_{0A} = 3 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$ $l_1 = 0,4 \text{ м}$ $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>	<p>К-3.2</p> <p> $\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{0A} = 1 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p> <p> $l_1 = 0,4 \text{ м}$ $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ $l_4 = 0,3 \text{ м}$ </p>
<p>К-3.3</p> <p> $\omega_{0A} = 3 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{0A} = 1 \frac{1}{c^2}$ $l_1 = 0,4 \text{ м}$ $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ $l_4 = 0,3 \text{ м}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>	<p>К-3.4</p> <p> $\omega_{0A} = 1 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$ $l_1 = 0,4 \text{ м}$ $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 1,2 \text{ м}$ $l_4 = 0,6 \text{ м}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>
<p>К-3.5</p> <p> $\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c} = \text{const}$ $l_1 = 0,4 \text{ м}$ $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ $l_4 = 0,3 \text{ м}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>	<p>К-3.6</p> <p> $\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$ $l_1 = 0,3 \text{ м}$ $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ $l_4 = 0,3 \text{ м}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>

<p>К-3.7</p> <p> $\varepsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$ $\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c}$ </p> <p>Найти:</p> <p>1) скорости $l_1 = 0,4 \text{ м}$ всех точек $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ 2) ускорения $l_4 = 0,3 \text{ м}$ точек A и B</p>	<p>К-3.8</p> <p> $\omega_{0A} = 1 \frac{1}{c}$ $\varepsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти:</p> <p>1) скорости $l_1 = 0,4 \text{ м}$ всех точек $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,8 \text{ м}$ 2) ускорения $l_4 = 0,4 \text{ м}$ точек A и B</p>
<p>К-3.9</p> <p> $\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c}$ $\varepsilon_{0A} = 1 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти:</p> <p>1) скорости $l_1 = 0,4 \text{ м}$ всех точек $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ 2) ускорения $l_4 = 0,3 \text{ м}$ точек A и B</p>	<p>К-3.10</p> <p> $\omega_{0A} = 3 \frac{1}{c}$ $\varepsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти:</p> <p>1) скорости $l_1 = 0,4 \text{ м}$ всех точек $l_2 = 0,6 \text{ м}$ $l_3 = 0,7 \text{ м}$ 2) ускорения точек A и B</p>
<p>К-3.11</p> <p> $\varepsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$ $\omega_{0A} = 4 \frac{1}{c}$ </p> <p>Найти:</p> <p>1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>	<p>К-3.12</p> <p> $\omega_{0A} = 3 \frac{1}{c}$ $\varepsilon_{0A} = 0$ </p> <p>Найти:</p> <p>1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>

<p>К-3.13</p> <p> $\omega_{O_1A} = 3 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{O_1A} = 1 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>	<p>К-3.14</p> <p> $\omega_{O_1A} = 2 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{O_1A} = 2 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>
<p>К-3.15</p> <p> $\epsilon_{O_1A} = 2 \frac{1}{c^2}$ $\omega_{O_1A} = 2 \frac{1}{c}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>	<p>К-3.16</p> <p> $\omega_{O_1A} = 3 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{O_1A} = 1 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>
<p>К-3.17</p> <p> $\omega_{O_1A} = 3 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{O_1A} = 3 \frac{1}{c^2}$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>	<p>К-3.18</p> <p> $\omega_{O_1A} = 2 \frac{1}{c}$ $\epsilon_{O_1A} = 0$ </p> <p>Найти: 1) скорости всех точек 2) ускорения точек A и B</p>

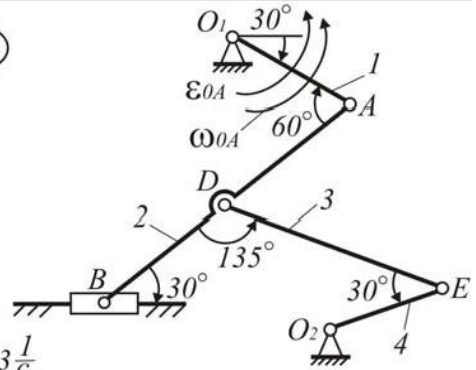
К-3.19



$\omega_{0A} = 1 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 1 \frac{1}{c^2}$
 $l_1 = 0,4 \text{ м}$
 $l_2 = 0,6 \text{ м}$
 $l_3 = 0,7 \text{ м}$

Найти:
 1) скорости
 всех точек
 2) ускорения
 точек A и B

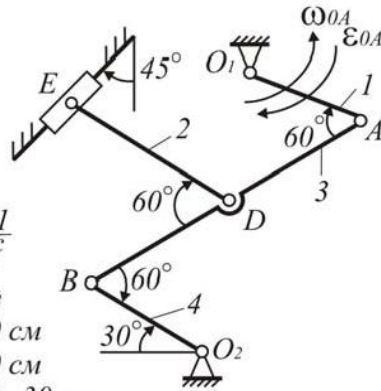
К-3.20



$\omega_{0A} = 3 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$
 $l_1 = 0,4 \text{ м}$
 $l_2 = 0,6 \text{ м}$
 $l_3 = 0,7 \text{ м}$
 $l_4 = 0,3 \text{ м}$

Найти:
 1) скорости
 всех точек
 2) ускорения
 точек A и B

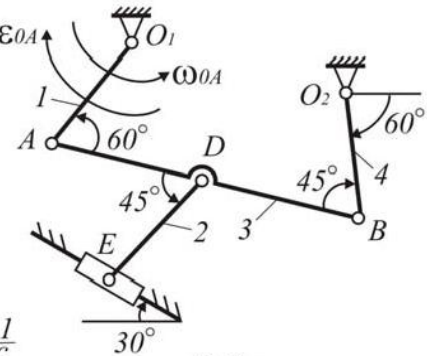
К-3.21



$\omega_{0A} = 1 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 1 \frac{1}{c^2}$
 $O_1A = 30 \text{ см}$
 $O_2B = 20 \text{ см}$
 $AD = DB = 30 \text{ см}$
 $DE = 40 \text{ см}$

Определить
 скорости всех точек
 Определить a_A и a_B

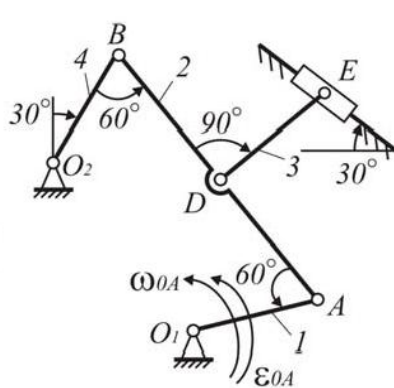
К-3.22



$\omega_{0A} = 1 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$
 $O_1A = 30 \text{ см}$
 $O_2B = 20 \text{ см}$
 $AD = DB = 30 \text{ см}$

Найти:
 1) скорости
 всех точек
 2) ускорения
 точек A и B

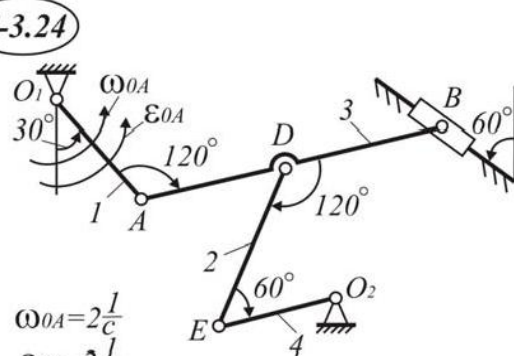
К-3.23



$\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c}$
 $\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$
 $l_1 = 0,2 \text{ м}$
 $l_2 = 0,6 \text{ м}$
 $l_3 = 1,7 \text{ м}$
 $l_4 = 0,3 \text{ м}$
 $BD = AD$

Найти скорости
 всех точек;
 \bar{a}_A и \bar{a}_B

К-3.24



$\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$
 $O_1A = 20 \text{ см}$
 $O_2E = 20 \text{ см}$
 $AD = DB = 20 \text{ см}$
 $DE = 40 \text{ см}$

Определить
 скорости всех точек
 Определить a_A и a_B

К-3.25

$\omega_{01A} = 2 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{01A} = 0$
 $O_1A = 30 \text{ см}$
 $O_2B = 20 \text{ см}$
 $AB = 60 \text{ см}$
 $DE = 40 \text{ см}$
 $AD = DB$

Найти: 1) скорости всех точек
2) ускорения точек a_A и a_B

К-3.26

$\omega_{0A} = 3 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 1 \frac{1}{c^2}$

$l_1 = 0,4 \text{ м}$
 $l_2 = 0,6 \text{ м}$
 $l_3 = 0,7 \text{ м}$
 $l_4 = 0,3 \text{ м}$

Найти:
1) скорости всех точек
2) ускорения точек A и B

К-3.27

$\omega_{0A} = 1 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$
 $l_1 = 0,4 \text{ м}$
 $l_2 = 0,6 \text{ м}$
 $l_3 = 0,7 \text{ м}$
 $l_4 = 0,3 \text{ м}$

Найти:
1) скорости всех точек
2) ускорения точек A и B

К-3.28

$\omega_{0A} = 2 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 2 \frac{1}{c^2}$

$l_1 = 0,4 \text{ м}$
 $l_2 = 0,6 \text{ м}$
 $l_3 = 0,7 \text{ м}$
 $l_4 = 0,3 \text{ м}$

Найти:
1) скорости всех точек
2) ускорения точек A и B

К-3.29

$\omega_{01A} = 2 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{01A} = 1 \frac{1}{c^2}$
 $O_1A = 30 \text{ см}$
 $O_2B = 20 \text{ см}$
 $AB = 60 \text{ см}$
 $DE = 40 \text{ см}$
 $AD = DB$

Определить скорости всех точек
 Определить a_A и a_B

К-3.30

$\omega_{0A} = 3 \frac{1}{c}$
 $\epsilon_{0A} = 0$

$l_1 = 0,4 \text{ м}$
 $l_2 = 0,6 \text{ м}$
 $l_3 = 0,7 \text{ м}$
 $l_4 = 0,3 \text{ м}$

Найти:
1) скорости всех точек
2) ускорения точек A и B

3. Сложное движение точки

Задание К-4. Определение абсолютной скорости и абсолютного ускорения

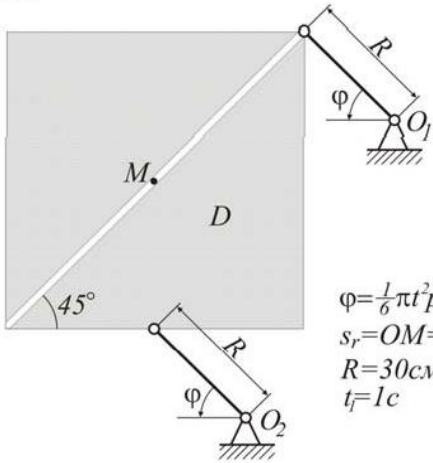
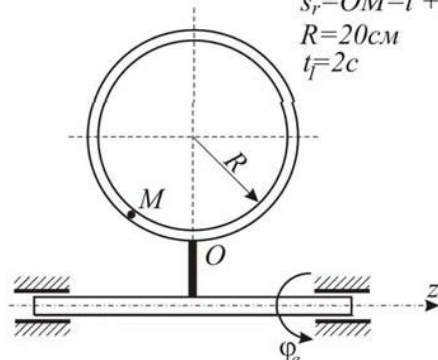
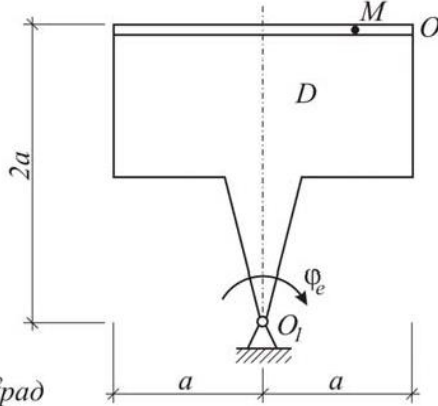
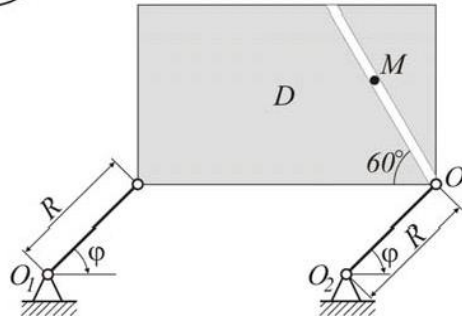
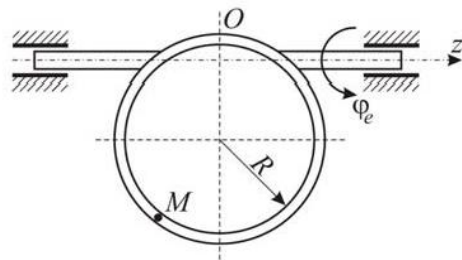
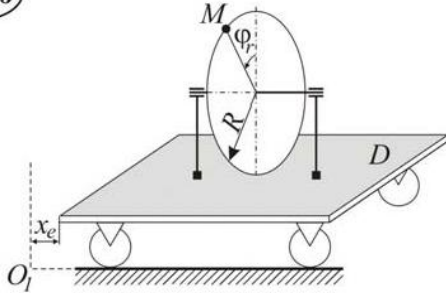
Точка M движется относительно тела D . По заданным уравнениям относительного движения точки M и движения тела D определить в момент времени $t=t_1$ абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M .

Схемы механизмов и необходимые для расчёта данные приведены в табл. П.4.1.

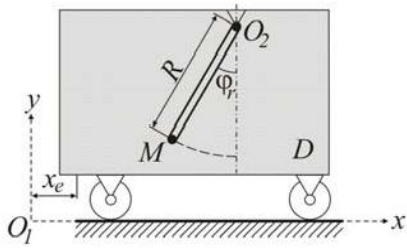
Указания . Для решения задачи надо воспользоваться теоремами о сложении скоростей и сложении ускорений. В начале расчёта следует определить положение точки M в заданный момент времени и изобразить точку именно в этом положении (на рисунках к задаче положение точки показано произвольно).

Примечание . Для каждого варианта положение точки M на схеме соответствует положительному значению s_r .

Таблица П.4.1

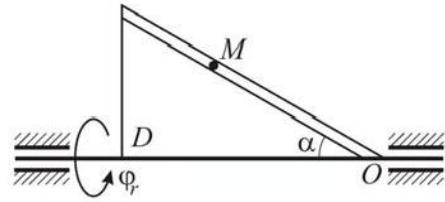
<p>K-4.1</p>  <p> $\varphi = \frac{1}{6}\pi t^2 \text{ рад}$ $s_r = OM = 3t^3 \text{ см}$ $R = 30 \text{ см}$ $t = 1 \text{ с}$ </p>	<p>K-4.2</p>  <p> $\varphi_e = \frac{1}{8}\pi t^2 \text{ рад}$ $s_r = OM = t^2 + 2t \text{ см}$ $R = 20 \text{ см}$ $t = 2 \text{ с}$ </p>
<p>K-4.3</p>  <p> $\varphi_e = \frac{1}{12}\pi t^2 \text{ рад}$ $OM = 3t^2 + 3 \text{ см}$ $a = 30 \text{ см}$ $t = 2 \text{ с}$ </p>	<p>K-4.4</p>  <p> $\varphi_e = \frac{1}{12}\pi t^2 \text{ рад}$ $S = t^3 + 2t \text{ см}$ $R = 35 \text{ см}$ $t = 2 \text{ с}$ </p>
<p>K-4.5</p>  <p> $\varphi_e = \frac{1}{6}\pi t^3 \text{ рад}$ $OM = \frac{\pi}{6}t^2$ $R = 15 \text{ см}$ $t = 1 \text{ с}$ </p>	<p>K-4.6</p>  <p> $x_e = 4t^3 + 5t \text{ см}$ $\varphi_r = \frac{\pi}{6}t^2 \text{ рад}$ $R = 10 \text{ см}$ $t = 2 \text{ с}$ </p>

K-4.7



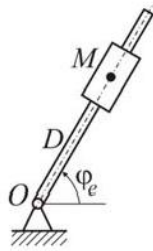
$$\begin{aligned} x_e &= 20t^2 + 15t \text{ см} \\ \varphi_r &= \frac{1}{3}\pi \cos 2\pi t \text{ рад} \\ R &= 15 \text{ см} \\ t_f &= \frac{1}{6}c \end{aligned}$$

K-4.8



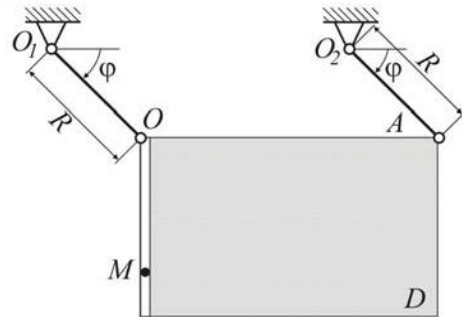
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{12}\pi t^3 \text{ рад} \\ OM &= 2t^2 + 4 \text{ см} \\ \alpha &= 20^\circ \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.9



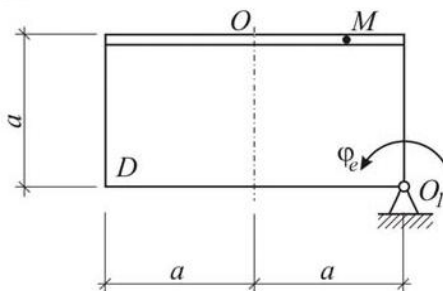
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{18}t^3 \text{ рад} \\ OM &= 2t^2 + 4 \text{ см} \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.10



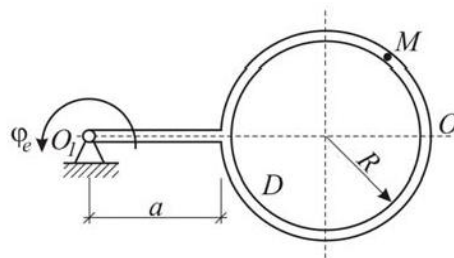
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6}t \text{ рад} \\ OM &= 3t^2 + 3 \text{ см} \\ R &= 20 \text{ см} \\ t_f &= 1c \end{aligned}$$

K-4.11



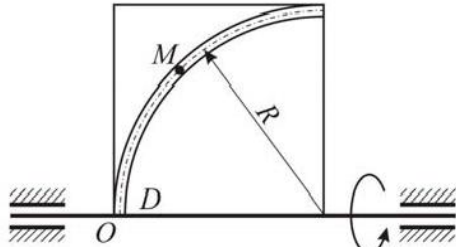
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6}t^2 \text{ рад} \\ OM &= 5t^2 + 5 \text{ см} \\ a &= 20 \text{ см} \\ t_f &= 1c \end{aligned}$$

K-4.12



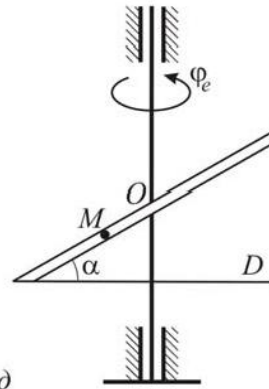
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{12}\pi^2 t \text{ рад} \\ OM &= \frac{\pi}{6}Rt \text{ см} \\ R &= a = 15 \text{ см} \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.13



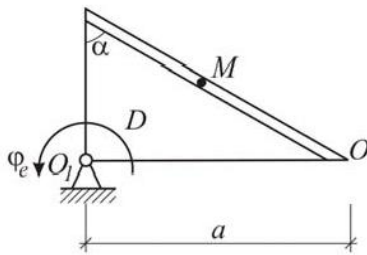
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{10}t \text{ рад} \\ OM &= 4t + 5 \text{ см} \\ R &= 20 \text{ см} \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.14



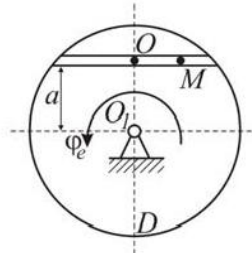
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{12}\pi t \text{ рад} \\ OM &= 3t \text{ см} \\ \alpha &= 30^\circ \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.15



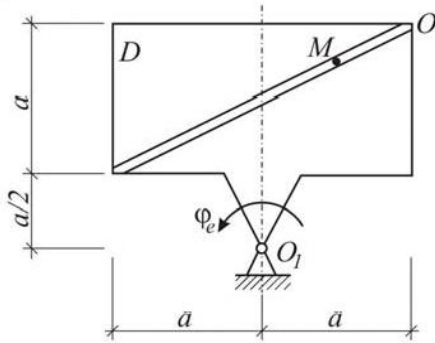
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6}t^2 \text{ рад} \\ OM &= 4t^2 + 1 \text{ см} \\ \alpha &= 45^\circ \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.16



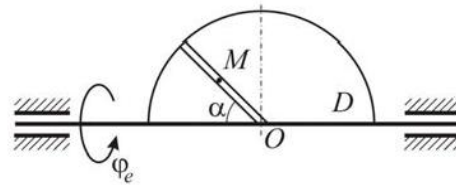
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6}t^2 \text{ рад} \\ R &= 2a = 18 \text{ см} \\ OM &= 4t^2 \text{ см} \\ t_f &= 1c \end{aligned}$$

K-4.17



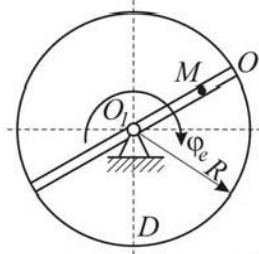
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6}t \text{ рад} \\ a &= 20 \text{ см} \\ OM &= 10t^2 \text{ см} \\ t_f &= \frac{1}{2}c \end{aligned}$$

K-4.18



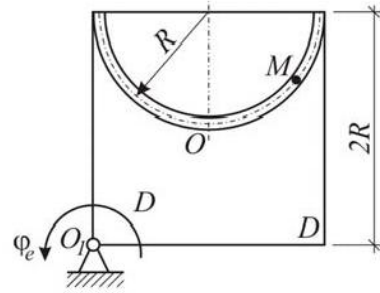
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{12}t^2 \text{ рад} \\ OM &= 4t^2 + 3 \text{ см} \\ R &= 20 \text{ см} \\ \alpha &= 45^\circ \end{aligned}$$

K-4.19



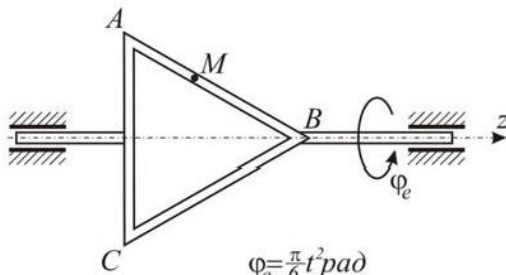
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{12} t^2 \text{ рад} \\ OM &= 5/3 t^2 \\ R &= 20 \text{ см} \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.20



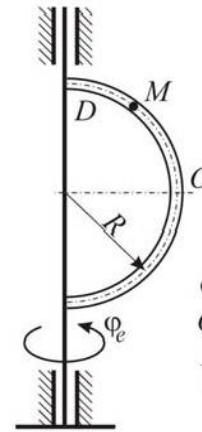
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6} t^2 \text{ рад} \\ OM &= 3t \text{ см} \\ R &= 10 \text{ см} \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.21



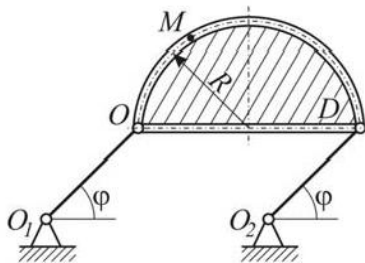
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6} t^2 \text{ рад} \\ AB &= BC = AC = 25 \text{ см} \\ s_r = AM &= \frac{1}{3} t^2 + 6 \text{ см} \\ t_f &= 1c \end{aligned}$$

K-4.22



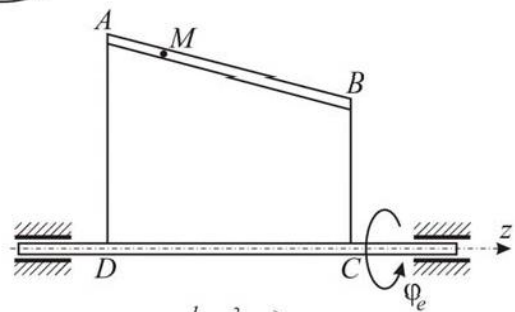
$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{18} t^3 \text{ рад} \\ OM &= 3t^2 + 3 \text{ см} \\ R &= 25 \text{ см} \\ t_f &= 2c \end{aligned}$$

K-4.23



$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{\pi}{6} t^3 \text{ рад} \\ R &= 10 \text{ см} \\ OM &= 4t^2 + 2 \text{ см} \\ t_f &= 12c \\ O_1O = O_2A &= 2R \end{aligned}$$

K-4.24



$$\begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{6} \pi t^2 \text{ рад} \\ AM = s_r &= \frac{1}{4} t^2 + 8 \text{ см} \\ t_f &= 1c \\ AD &= 30 \text{ см} \\ BC &= 20 \text{ см} \end{aligned}$$

K-4.25

$\varphi_e = \frac{2}{3}\pi t^2 \text{ рад}$
 $a = 20 \text{ см}$
 $s_r = 1,5t + 10 = OM$
 $t_f = \frac{1}{2}c$

K-4.26

$\varphi_e = \frac{2}{3}\pi t^2 \text{ рад}$
 $R = 20 \text{ см}$
 $OM = s_r = 4t^3 + 9t \text{ см}$
 $t_f = \frac{1}{2}c$

K-4.27

$x_e = 3t^3 + 3 \text{ см}$
 $\varphi_r = \frac{4\pi}{3}t^2 \text{ см}$
 $R = 10 \text{ см}$

K-4.28

$\varphi_e = \frac{\pi}{12}t \text{ рад}$
 $R = 10 \text{ см}$
 $OM = 4t^2 + 2 \text{ см}$
 $t_f = 2c$

K-4.29

$\varphi_e = \frac{1}{12}\pi t^2 \text{ рад}$
 $AD = 15 \text{ см}$
 $BC = 25 \text{ см}$
 $AM = s_r = \frac{1}{12}t^2 + 2 \text{ см}$
 $t_f = 2c$

K-4.30

$\varphi_e = \frac{1}{24}\pi t^2 \text{ рад}$
 $OM = s_r = 2t^3 + 3t \text{ см}$
 $\alpha = 45^\circ$
 $t_f = 2c$