Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Министерство высшего образования и инноваций Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина.

Фонд оценочных средств

по дисциплине

«Математический анализ»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

Направление 15.03.03 - РФ, 650500 – КР

Прикладная механика

Квалификация

Бакалавр

Бишкек 2026 г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки «Прикладная механика" по дисциплине

«Математический анализ»

наименование

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании Межкластерной кафедры «Математики, физики и информатики»

протокол № 1 от «7 » сентября 2026 г.

Заведующий Межкластерной кафедрой

«Математики, физики и информатики» *Гончарова И. В.*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

Руководитель образовательной программой *Герман К.А.*

Исполнители:

к.ф.-м.н., доцент *Гончарова И. В.*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

к.ф.-м.н., доцент *Курманбаева А. К.*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

к.ф.-м.н, доцент *Комарцова Е. А.*

должность *подпись* *расшифровка подписи*

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формируемые компетенции	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций**	**Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе**
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	**Знать:** Способен применять стратегию работы на основе совместного обсуждения целей и направлений деятельности для реализации проблем естественнонаучных и общеинженерных знаний	Контрольные вопросы
	Уметь: Способен применять стратегию работы на основе совместного обсуждения целей и направлений деятельности для реализации методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Задания для проверки уровня обученности *Уметь* (Приложение№1)
	Владеть: Способен реализовать и корректировать и применять стратегию использования естественнонаучных и общеинженерных знаний, учитывая методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Задания для проверки уровня обученности *Владеть* (Приложение№2)

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ ДИСЦИПЛИНЫ «Математический анализ»

1 семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Пределы функции одной переменной	Текущий контроль	Типовой расчет №1	6	10	8
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	6	10	
Модуль 2					
Модуль 2. Дифференцирование функций одной переменной	Текущий контроль	Типовой расчет №2	7	12	13
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	7	12	
Модуль 3					
Модуль 3. Функции нескольких переменных	Текущий контроль	Типовой расчет №3, посещаемость, активность	10	18	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	8	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

2 семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Неопределенные интегралы.	Текущий контроль	Типовой расчет №1	3	6	28
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	5	8	
Модуль 2					
Модуль 2. Определенный интеграл	Текущий контроль	Типовой расчет №2	3	6	30
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	5	8	
Модуль 3					
Модуль 3. Приложения определенного интеграла	Текущий контроль	Типовой расчет №3	3	6	32
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	5	8	
Модуль 4					
Модуль 4 . Кратные интегралы	Текущий контроль	Типовой расчет №4	3	6	35
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	5	8	
Модуль 5					
Модуль 5. Криволинейные интегралы	Текущий контроль	Типовой расчет №5, посещаемость, активность	3	6	38
	Рубежный контроль	Контрольная работа №5	5	8	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

3 семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Ряды	Текущий контроль	Типовой расчет №1	4	7	6
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	7	12	
Модуль 2					
Модуль 2. Элементы теории поля	Текущий контроль	Типовой расчет №2	3	6	9
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	6	10	
Модуль 3					
Модуль 3 . Комплексные числа. Функции комплексной переменной. Дифференцирование ФКП	Текущий контроль	Типовой расчет №3	3	6	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	6	10	
Модуль 4					
Модуль 4. Интегрирование ФКП. Ряды в комплексной плоскости	Текущий контроль	Типовой расчет №4, посещаемость, активность	4	7	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	7	12	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой			**20**	**30**	
Семестровый рейтинг по дисциплине			**60**	**100**	

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
I СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

1. Функция. Область определения и область значений функции.
2. Графики функций и их преобразования.
3. Основные характеристики функции: Ограниченность, четность, нечетность, периодичность, монотонность.
4. Различные виды функций: основные элементарные, элементарные, сложные, взаимообратные.
5. Способы задания функции. Параметрическое задание функции, задание функции в полярных координатах. 6. Числовые последовательности. Предел последовательности.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
8. Теоремы о связи между бесконечно большими и бесконечно малыми величинами.
9. Предел функции. Бесконечно большие предельные значения функции и предел функции на бесконечности.
10. Теоремы о пределах функций (сумме, произведении, частном, сложной функции).
11. Первый замечательный предел.
12. Второй замечательный предел.
13. Односторонние пределы.
14. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции.
15. Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность сложной функции.
16. Задачи механики, физики, энергетики, приводящие к понятию производной.
17. Определение производной функции. Геометрический и физический смысл производной.
18. Общие правила дифференцирования (суммы, произведения и частного).
19. Производная сложной и обратной функции.
20. Производные элементарных функций.
21. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.
22. Логарифмическое дифференцирование
23. Дифференциал. Свойства дифференциала. Инвариантность формы дифференциала.
24. Производные и дифференциалы высших порядков.
25. Производная высших порядков неявно заданной функции.
26. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.
27. Правило Лопиталя.
28. Возрастание и убывание функций. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
29. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.
30. Асимптоты (вертикальные и наклонные).
31. Функции нескольких переменных (область определения, способы задания, графическое изображение, линии уровня).
32.Функции нескольких переменных (определение, предел и непрерывность).
33.Частные и полное приращение функций двух переменных.
34.Частные производные первого порядка функции нескольких переменных и их геометрическое истолкование.
35.Дифференцируемость и полный дифференциал первого порядка функции двух переменных.
36.Частные производные высших порядков функции нескольких переменных.
37.Дифференциалы высших (2-го и 3-го) порядков функции двух переменных.
40.Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области.

38.Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие существования экстремума.
39.Достаточное условие существования экстремума функции двух переменных.

II СЕМЕСТР - ЭКЗАМЕН
1. Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; интегрирование методом замены переменной или
способом подстановки; интегрирование по частям.
3. Интегрирование дробно-рациональных функций.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и
физический смыслы.
7.Свойства определенного интеграла.
8.Формула Ньютона-Лейбница.
9.Точные методы интегрирования определенных интегралов.
10.Несобственные интегралы I рода.
11.Несобственные интегралы II рода.
12.Приближенные методы вычисления определенных интегралов (метод прямоугольников, трапеций, Симпсона).
13.Вычисление площадей плоских фигур в различных системах координат.
9.Вычисление длин дуг плоских кривых в различных системах координат.
10.Вычисление объема тела по известному поперечному сечению и объема тела вращения.
11.Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение, свойства двойных интегралов.
12.Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах.
13.Применение двойных интегралов.
14.Криволинейные интегралы I рода.
15.Применение криволинейных интегралов I рода.
16.Криволинейные интегралы II рода.
17.Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина.
18.Применение криволинейных интегралов II рода.

III СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ
1.Числовые ряды. Свойства числовых рядов.
2.Необходимый признак сходимости числового ряда.
3.Гармонический ряд. Геометрический ряд.
4.Признак Даламбера. Радикальный признак Коши.
5.Интегральный признак Коши.
6.Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
7.Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
8.Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
9.Функциональные ряды.
10.Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
11.Свойства степенных рядов.
12.Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.
13.Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление значений функций.
14.Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление определенных интегралов.
15.Приложения степенных рядов. Приближенное решение дифференциальных уравнений.
16.Ряды Фурье 2Пи-периодических функций.

17.Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
18.Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
19.Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
20.Производная по направлению.
21.Градиент скалярного поля и его свойства.
22.Векторное поле. Поток векторного поля.
23.Дивергенция поля .
24.Циркуляция вектора.
25.Ротор поля.
26.Оператор Гамильтона.
27.Дифференциальные векторные операции второго порядка.
28.Соленоидальное поле.
29.Потенциальное поле.
30.Гармоническое поле.
31. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
32. Функции комплексного переменного. Определение. Непрерывность. Элементарные функции комплексных переменных.
33. Дифференцирование функций комплексной переменной. Определение. Условие Коши-Римана. Аналитические функции и их свойства. Геометрический смысл производной.
34. Интеграл по комплексной переменной. Основные свойства. Теорема Коши.
35. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши
36. Ряды в комплексной плоскости. Степенные ряды.
37. Ряд Тейлора.
38. Нули аналитической функции
39 Классификация особых точек
40. Вычеты
41 Применение вычетов в вычислении интегралов

2. Темы курсовых работ (проектов)
Курсовые работы учебным планом не предусмотрены
3. Фонд оценочных средств
Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математический анализ» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам. В 1 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3 в количестве 20 вариантов, Контрольные работы №1, №2 , №3 или на усмотрение преподавателя компьютерные программы тестирования по разделам "Пределы", "Дифференцирование функции одной переменной". Во 2 семестре: Типовые расчеты №4, №5, №6, №7, №8 в количестве 20 вариантов, Контрольные работы №4, №5 , №6, №7, №8 В 3 семестре: Типовые расчеты №9, №10, №11, №12 в количестве 20 вариантов, Контрольные работы №9, №10, №11, №1 Образцы типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, Образцы контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, Образцы компьютерных контрольно-обучающих программ тестирования в ПРИЛОЖЕНИ №5. Билеты для проведения итогового контроля в 1 семестре (зачет с оценкой), во 2 семестре (экзамен), в 3 семестре (зачет с оценкой), составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6
4. Перечень видов оценочных средств
1. Типовые расчеты 2. Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТы) 3. Контрольные работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ №1

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ *УМЕТЬ*

Раздел «Пределы функции одной переменной»

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4+x+11}{2x^4+5x^2+1}$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{4x^2+5x+1}$,

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{15x^3+4x^2+1}{x^3+5x^2+10}$,

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$

12) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\left(x^2-4\right)}{x^2-5x+6}$

13) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\left(x+1\right)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-3x+1}{\left(x-1\right)^2}$

18) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim\limits_{x\to-8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x\ -1}{\sqrt{x+3}-2}$

Раздел « Дифференцирование функций одной переменной»

Найти производные функций

1) $y=\left(3^x-\sqrt[3]{x}\right)\left(3arctgx-2\log_3 x\right)+\sqrt{2}$

2) $y=\dfrac{e^x-2}{\arcsin x+2\ln x}+\sin 1$

3) $y=\dfrac{\log_2 x+tg2}{\arccos x-2x^2}-\ln 10$

4) $y=\left(2\cos x-\dfrac{3}{x}\right)\left(arcctgx+4^3\right)$

5) $y=\left(2ctgx-\dfrac{5}{x^3}\right)\left(\cos x-\ln x\right)$

6) $y=\dfrac{2^x-x^2+e^2}{2\log_2 x-3}$

7) $y=\dfrac{5e^x+3x^2}{2\arcsin x+4\sin x}+tg5$

8) $y=\left(3\cos x-4\ln x\right)\left(\dfrac{2}{x^2}+e^3\right)$

9) $y=\left(5ctgx+7^x\right)\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sin x\right)$

10) $y=\left(5\arcsin x+2^x\right)\left(\sqrt[5]{x^3}-3tgx\right)$

11) $y=\dfrac{3\ln x+5\sqrt[3]{x^7}}{2arctgx+4}+\ln 7$

12) $y=\dfrac{3e^x+5}{2tgx+4\sqrt[3]{x^4}}$

13) $y=\left(3e^x-4\cos x\right)\left(\log_3 x+5tgx\right)+\sqrt{7}$

14) $y=\left(3tgx+5\sqrt[5]{x^3}\right)\left(arcctgx-4^x\right)$

15) $y=\left(2arctgx+4^x\right)\left(3\ln x-x^3+1\right)$

16) $y=\left(2ctgx+3\ln x\right)\left(4\arcsin x-\sqrt[4]{x^3}\right)$

17) $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$
2. $y=\left(x+4\sin x\right)^3$
3. $y=arctg\left(\sin 3x+4\right)$
4. $y=\ln\left(3x^2+2tgx\right)+1$
5. $y=5^{\arcsin x-3\sqrt{x}}+2$
6. $y=\arccos\left(5x^2+5\right)$

7. $y = \sin\left(\sqrt[3]{x} + 4x\right) - 3$
8. $y = \log_5\left(\sin 2x + 4\right) + \sqrt{3}$
9. $y = tg\left(\log_2 x + 3\right)$
10. $y = 3^{\sqrt[4]{x}+2x}$
11. $y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$
12. $y = \log_3\left(3x - \cos x\right)$
13. $y = \arcsin\left(2x^3 + \cos x\right)$
14. $y = ctg\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$
15. $y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$
16. $y = \arccos\left(\ln x + 4tgx\right).$
17. $y = \arccos\left(\cos 2x - \ln x\right).$
18. $y = arctg\left(4e^x - 5\right).$
19.

Раздел «Функции нескольких переменных»

1. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = y^2 x e^x$.
2. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \frac{x}{y^2 - 2x}$.
3. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \ln\left(x^2 y + x y^2\right)$.
4. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = e^{x^2+y^2} - x - 1$.
5. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = \log_3\left(x^6 + y^2\right) + 5x^2 y^4 + 1$.
6. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 e^{xy}$.
7. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \frac{y^2}{x + 7y}$.
8. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^3 y^4 - \sin\left(2x + 3y\right)$.
9. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^4 y^3 + e^{4x-3y}$.

10. Найти производную $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^6 y^2 - \cos(3x - 5y)$.

Раздел « Неопределенный интеграл»
Найти неопределенный интеграл

1) $\int \dfrac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x} dx$.

2) $\int \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$.

3) $\int \dfrac{(6x - 3)^2}{x} dx$.

4) $\int \dfrac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx$.

5) $\int \dfrac{(2x-3)^2}{x^3} dx$.

6) $\int \dfrac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx$.

7) $\int \dfrac{3xe^x - x\sin x + 5x}{x} dx$.

8) $\int \dfrac{(2x+3)^2}{x^5} dx$.

9) $\int \dfrac{2x+1}{x-1} dx$.

10) $\int \dfrac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx$.

11) $\int \dfrac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx$.

12) $\int \dfrac{\left(3x + \sqrt[3]{x}\right)}{x^2} dx$.

13) $\int \dfrac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx$.

14) $\int \dfrac{x^2 + 1}{x - 1} dx$.

15) $\int \dfrac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx$.

16) $\int \dfrac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$.

17) $\int \dfrac{(x+2)^2}{x^2} dx$.

18) $\int \dfrac{(x+1)^2}{x^5} dx$.

19) $\int \frac{x^2-6}{x-5}dx$.

20) $\int \frac{4x^3+15x^2e^x+14x^4}{x^2}dx$.

21) $\int \frac{x^2+3}{x^2+1}dx$.

22) $\int (3x-2)\cos 2x\,dx$.

23) $\int (3x-2)e^{2x}dx$.

24) $\int (3+9x)\cos 8x\,dx$.

25) $\int (x^2-3x)\ln x dx$.

26) $\int (5x+23)\cos 8x\,dx$.

27) $\int (10x-4)\sin 5x\,dx$.

28) $\int (5x^2-16x^4-2)\ln x\,dx$.

29) $\int x^4 \ln x dx$.

30) $\int (2x+1)e^x dx$.

31) $\int (6x+2)\sin 6x\,dx$.

32) $\int (3\cos x+5)\sin x dx$.

33) $\int (3x-1)\sin 3x dx$.

34) $\int (2x+5)3^x dx$.

35) $\int (x^2+2x)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$.
2. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$.
3. $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.
4. $\int_0^1 6\left(x^2+x^3e^{x^4}\right)dx$.
5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$.
6. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1}dx$.
7. $\int_1^e \frac{\sin\ln x}{x}dx$.
8. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$.
9. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1}dz$.
10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x\cos^3 x dx$.
11. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}}dx$.
12. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}dx$.
13. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$.

14. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2\left(x^2\right)}dx$.

15. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x}dx$

16. $\int_0^{1/2} arcctg\,2xdx$.

17. $\int_0^{\pi/2} \left(x+3\right)\sin xdx$.

18. $\int_1^e x^3 \ln xdx$.

19. $\int_{-3}^0 \left(x-2\right)e^{-x/3}dx$.

20. $\int_{-1}^0 x\ln\left(1-x\right)dx$.

21. $\int_1^2 \ln\left(3x+2\right)dx$.

22. $\int_{-1}^0 \left(x+1\right)e^{-2x}dx$.

23. $\int_0^1 2x\ arctgxdx$.

24.

25. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2}dx$.

26. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4}dx$.

27. $\int_{-3}^3 x^2\sqrt{9-x^2}dx$.

28. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4}dx$.

29. $\int_0^1 \sqrt{4-x^2}dx$.

30. $\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}}dx$.

31. $\int_0^{\sqrt{7/3}} x^3\sqrt{7+x^2}dx$.

32. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos^2 x}dl$, где L: $y=\sin x$, $0\le x\le\frac{\pi}{4}$.

33. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{x^3}{y^2}dl$, где L: $xy=1$, $1\le x\le 2$.

34. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt{1+x^4}dl$, где L: $y=\frac{x^3}{3}$, $1\le x\le 2$.

35. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L y^2dl$, где L: $y=\frac{x}{2}$, $0\le x\le 2$.

36. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L ydl$, где L: $y=x^3$, $0\le x\le 1$.

37. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L 2ydl$, где L: $\begin{cases} x=\frac{t^2}{2} \\ y=t \end{cases}$, $0\le t\le 1$.

38. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt{y}dl$, где L: $\begin{cases} x=t-\sin t \\ y=1-\cos t \end{cases}$, $0\le t\le 2\pi$.

39. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L: $r = 2\cos\phi$, $-\frac{\pi}{2} \le \phi \le \frac{\pi}{2}$.

40. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl$, где L: $r = 2\sin\phi$, $0 \le \phi \le \pi$.

41. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt[4]{x^2+y^2}\,dl$, где L: $r = 1-\cos\phi$, $0 \le \phi \le 2\pi$.

Раздел **«РЯДЫ»**

Исследовать сходимость ряда

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$.
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2}$.
4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^{n}$.
5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7n-2}{6n+5}\right)^{2n}$.
6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n^2+2}$.
7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\cdot n}{2^n\cdot(3n+2)}$.
8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2}{n^3+1}$.
9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^2+1}$.
10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3}{2n!}$.
11. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{5n+1}\right)^{n}$.
12. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2^n(n-1)!}$.
13. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}$.
14. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.
15. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n)!}{n^n}$.
16. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}\frac{1}{2^n}$.
17. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{3\sqrt{n}-1}$.
18. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3\cdot5\cdot7\cdot\ldots\cdot(2n+1)}{2\cdot5\cdot8\cdot\ldots\cdot(3n-1)}$.
19. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 n}$.
20. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n-1}{n^2+1}$

Найти область сходимости ряда

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n^2}$.
3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$.

4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^{n+2}}x^n$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{n(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+5)^n}{5^{2n}}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{4^n(n^2+1)}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+2}}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}\frac{(x-3)^n}{3^n}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{3^{n+2}}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-3)^n}{n^2+1}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty}n!x^n$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x-1)^n}{4n-3}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2x+1)^n}{3n-2}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{(x+5)^n}{n\cdot 5^n}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{7n-11}$
19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{(2n-1)^{2n}}$
20. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(x+5)^n}{n^2\cdot 4^n}$

Раздел «Теория поля»

1. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x-z)\bar{i}-y\,\bar{j}+(y+z)\bar{k}$.
2. Найти производную скалярного поля $u=x^2\cos y+x^3y+5xz-5xz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
3. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2y+xz^3+5yz^2+x$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.
4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(2x^2-z)\bar{i}-xy\,\bar{j}+(y^2+z)\bar{k}$.
5. Проверить является ли векторное поле $\bar{a}(M)=(-2x-3yz)\bar{i}+(-2y-3xz)\bar{j}+(-2z-3xy)\bar{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.
6. Найти производную скалярного поля $u=(x^2+4x^3)\cos y+5xz$ в точке $M_0(0;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;0;1)$.
7. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=xy^2\bar{i}-y^3z\,\bar{j}+(2y+z)\bar{k}$
8. Найти градиент скалярного поля $u=xyz^2+4xz+xy-z^2+2$ в точке $M_0(4;-2;0)$ и его модуль.
9. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2y^4+xz^3+5z^2+xyz$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.

10. Найти градиент скалярного поля $u = 4x^3z + 5x^2y - yz^2 + 6x + 5$ в точке $M_0(-1;-2;3)$ и его модуль.
11. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (2x^2y - z)\vec{i} - xy\vec{j} + (y + 2z)\vec{k}$.
12. Найти производную скалярного поля $u = x\cos y + x^2y + 5xz - 5xyz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
13. Найти производную скалярного поля $u = xe^y + ye^x - z^2$ в точке $M_0(3;0;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(4;1;3)$.
14. Найти градиент скалярного поля $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ в точке $M_0(0;1;2)$ и его модуль.
15. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = (2x - z)\vec{i} + (y - x)\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x + y + z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
16. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = (x + 2z)\vec{i} + (y - 3z)\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $3x + y + z = 6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
17. Вычислить ротор и дивергенцию векторного поля $\vec{a}(M) = 3(x - z)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j} + 3z\vec{k}$.
18. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M) = (3x - yz)\vec{i} + (3y - xz)\vec{j} + (3z - xy)\vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.
19. Найти производную скалярного поля $u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$ в точке $M_0(1;3;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(0;5;0)$.
20. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x - y - z)\vec{j} + (3y + z)\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x + 2y + 2z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

Раздел. Комплексные числа. Функции комплексной переменной. Дифференцирование ФКП

1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа, представить его в отригонометрической и показательной формах. Изобразить число на комплексной плоскости $-\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$.
2. Вычислить и изобразить результат на комплексной плоскости $\left(\frac{3+4i}{i}\right)^4$
3. Найти все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости $\sqrt[5]{(1-i)2i}$;
4. Выяснить геометрический смысл $|z| - \mathrm{Re}\, z \le 0$;

Раздел. Интегрирование ФКП. Ряды в комплексной плоскости

Вычислить интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования.

1. $\int\limits_{AB} f(z)dz$, где $f(z)=(y+1)-xi$

$AB-$ отрезок прямой, соединяющий точки $z_A=1;\ z_B=-i$.

2. $\int\limits_{AB} f(z)dz$, где $f(z)=x^2+iy^2$

$AB-$ отрезок, соединяющий точки $A(1+i), B(2+3i)$.

3. $\int\limits_{L}\left(1+i-2\bar{z}\right)dz$, L - отрезок прямой, соединяющий точки $z_1=0$ и $z_2=1+i$.

Выяснить характер особых точек функций

1. $\dfrac{1}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

2. $\dfrac{z^2-1}{z^6+2z^5+z^4}$;

3. $\dfrac{\sin z}{z^2}$;

Вычислить вычеты функции относительно ее особых точек

1. $\dfrac{1}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

2. $\dfrac{\sin 2z}{(z+i)(z-i)^2}$;

3. $\dfrac{1-\cos z}{z^3(z-3)}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ***ВЛАДЕТЬ***

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+5}\right)^{3x-4}$
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-x}{x^2+1}\right)^{x-3}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x}{tg^3 x}$
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin\left(6x^2\right)}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg12x}{\ln\left(1+6x\right)}$
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\left(2x\right)}{e^{10x}-1}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+x^2\right)}{\sin^2\left(10x\right)}$
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+x\ \right)}{\arcsin\left(6x\right)}$
10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^x-1}{arctg^2\left(5x\right)}$
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x}{e^{2x^2}-1}$
12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+14x\right)}{\arcsin 7x}$
13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{e^{4x}-1}$
14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x^2}-1}{\sin\left(4x^2\right)}$
15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 5x}{e^{3x^2}-1}$
16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg^2\left(3x\right)}{e^{6x^2}-1}$
17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+3x^3\right)}{arctg^3 x}$
18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin\left(4x\right)}{\ln\left(1+3x\right)}$

Найти производные функций

1. $y = (\cos x)^{5e^x}$
2. $y = (x^3 + 4)^{tgx}$
3. $y = (tgx)^{4x}$
4. $y = x^{arctgx}$
5. $y = (\sin x)^{3x}$
6. $y = x^{\arcsin x}$
7. $y = (\sin x)^{x+1}$
8. $y = (x^3 - 1)^x$
9. $y = x^{\arcsin x}$
10. $y = (\sin x)^x$

Найти производную y'_x функции

1) $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = 4t^2 + 5 \\ y = 3t^4 + 11 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$

5) $\begin{cases} x = \ln(5 + t) \\ y = arctgt \end{cases}$

6) $\begin{cases} x = e^t \\ y = (t^2 - t) \cdot e^t \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = \ln(t + 1) \\ y = t^2 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = 3t^2 - 5t \end{cases}$

9) $\begin{cases} x = t^2 + 3t \\ y = t^3 - 27t \end{cases}$

10) $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$

Найти производную y' от неявной функции

1. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$
2. $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$
3. $x^2 + yx + e^y = 0$
4. $x^3 y + x^2 y^2 + xy^3 = 0$
5. $2x^2 + y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$
6. $e^x - e^y = y - x$
7. $5x^2 + 3xy - 2y^2 + 3 = 0$
8. $2x^2 + 3^y + x \ln y = 0$
9. $x^2 y^3 + x - \sin y = 0$
10. $3y^2 + \sin y - x2^y = 0$

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

1) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$
2) $y = 2x^2 - 8x + 2$
3) $y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$
4) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$
5) $y = 3x - x^3$
6) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$
7) $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$
8) $y = x^4 - 2x^2 - 5$
9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$
10) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$
11) $y = x^3 - 3x^2$
12) $y = x^4 - 2x^2 + 5$
13) $y = 2x^3 - 3x^2$
14) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$
15) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7.$
16) $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$

Раздел «Функции нескольких переменных»

1. Исследовать на экстремум функцию: $z = (x-1)^2 - 2y^2$
2. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 + x - y - 1$
3. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
4. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
5. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$
6. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
7. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + (y-1)^2$

8. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$
9. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$
10. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$

Найти неопределенный интеграл

1. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2+3x^3}\,dx$
2. $\int \frac{x}{\cos^2 x^2}\,dx$
3. $\int \frac{e^x}{e^x - 3}\,dx$
4. $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$
5. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$
6. $\int e^x \sqrt{e^x + 3}\,dx$
7. $\int (\sin x + 5)^2 \cos x\,dx$
8. $\int \sqrt[6]{x^4 - 11} \cdot x^3\,dx$
9. $\int e^{x^6} \cdot x^5\,dx$
10. $\int \frac{ctg^3 x}{\sin^2 x}\,dx$
11. $\int (e^x + 5)^4 e^x\,dx$
12. $\int x^4 \cdot \sqrt[4]{2+3x^5}\,dx$
13. $\int \frac{(arctgx)^2}{1+x^2}\,dx$
14. $\int \frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$
15. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6}\,dx$
16. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$
17. $\int \frac{x\,dx}{\sqrt{3x+4}}$
18. $\int \frac{1}{\sqrt{3x}+1}dx$

19. $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x-1}}$
20. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{5x-3}}$
21. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{3x-4}}$
22. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{4x+5}}$
23. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-1}}$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 3x,\ x^2 = 3y$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4,\ y = x + 8$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2,\ x + 2y - 5 = 0$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ 4y = x^2,\ x = \pm 2$.

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2,\ y = 4 - x^2$.

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$, $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$.

7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 7\cos t \\ y = 5\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r^2 = 4\cos 2\phi,\ r = \sqrt{2}\left(r \geq \sqrt{2}\right)$

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 2\cos\phi, r = 3\cos\phi.$

10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3\sin\phi, r = 5\sin\phi.$

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3(1 + \cos\phi),\ r = 3,5 (r \geq 3,5).$

12. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = 2.$ Ось вращения Oy.

13. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x.$ Ось вращения Ox.

14. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3, y = x^2.$. В вариантах 1-13 ось вращения Ox, в вариантах 14-25 ось вращения Oy.

15. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2, y = x.$ Ось вращения Oy.

16. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \ln\cos x + 2, 0 \leq x \leq \pi/6$

17. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases} \quad 0 \le t \le 2\pi.$

18. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\rho = 6\sin\phi, \quad 0 \le \phi \le \pi/3.$

19. Вычислить интеграл $\iint\limits_D 2xdxdy$, где область D ограничена линиями: $y - x = 5$, $x = 0$, $y = 0$.

20. Вычислить интеграл $\iint\limits_D xydxdy$, где область D ограничена линиями: $x = 4$, $y = 0$, $y = \sqrt{x}$.

21. Вычислить интеграл $\iint\limits_D y^2 dxdy$, где область D ограничена линиями: $y - x = 4$, $x = 0$, $y = 0$.

22. Вычислить интеграл $\iint\limits_D x^2 dxdy$, где область D ограничена линиями: $x + y = 2$, $x = 0$, $y = 0$.

23. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x + y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = 4$.

24. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x - y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^3$, $x = 1$, $y = 0$.

25. Вычислить интеграл $\iint\limits_D ydxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = x$.

26. Вычислить интеграл $\iint\limits_D xdxdy$, где область D ограничена линиями: $x = y^2$, $y = 4$.

27. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x + y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $x = 2$, $y = 0$.

28. Вычислить интеграл $\iint\limits_D (x - y)dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$.

Разложить в ряд Фурье функцию

1. $y = 2x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
2. $y = x$ в интервале $(-3, 3)$.
3. $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \le x \le 0 \\ 2, & 0 < x \le 2 \end{cases}$.
4. $y = 2x$ в интервале $(-4, 4)$

5. $f(x)=\begin{cases}0, & -1\le x\le 0\\ x, & 0<x\le 1\end{cases}$.
6. $y=3x$ в интервале $(-\pi,\pi)$.
7. $y=x$ в интервале $(-2,2)$.
8. $y=x$ в интервале $(-3,3)$.
9. $y=10x$ в интервале $(-5,5)$.
10. $y=|x|+x$ в интервале $(-\pi,\pi)$.
11. $y=|x|$ в интервале $(-4,4)$.
12. $y=5x$ в интервале $(-3,3)$.

Разложить в ряд Фурье по синусам функцию

1. $y=x+1$ в интервале $x\in(0,\pi)$.
2. $y=x-2$ в интервале $x\in(0,3)$.
3. $y=2x$ в интервале $(0,\pi)$.
4. $y=2x-3$ в интервале $(-2,2)$.
5. $y=x^2$ в интервале $(0,\pi)$.

Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию

1. $y=x+1$ в интервале $x\in(0,\pi)$.
2. $y=x-2$ в интервале $x\in(0,3)$.
3. $y=x-1$ в интервале $(0,\pi)$.
4. $y=2x-1$ в интервале $(0,\pi)$.

Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

1. $\bar{a}(M)=x\bar{i}+(y-2z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$; р: $x+2y+z=2$.
2. $\bar{a}(M)=(x+y)\bar{i}+(y+2z)\bar{j}+z\bar{k}$; р: $2x+y+z=4$
3. $\bar{a}(M)=5x\bar{i}+(y+z)\bar{j}+(2x+z)\bar{k}$; р: $x+y+z=2$
4. $\bar{a}(M)=(y+2z)\bar{i}+2z\bar{j}+(x-y)\bar{k}$; р: $x+3y+z=3$
5. $\bar{a}(M)=z\bar{i}+(x-z)\bar{j}+(2y+z)\bar{k}$; р: $x+y+z=2$
6. $\bar{a}(M)=(y-2x)\bar{i}+(y-z)\bar{j}+x\bar{k}$; р: $x+y+3z=3$
7. $\bar{a}(M)=3x\bar{i}+(x-z)\bar{j}+(2x-y)\bar{k}$; р: $x+4y+z=4$.
8. $\bar{a}(M)=(2x+z)\bar{i}+z\bar{j}-y\bar{k}$; р: $3x+y+3z=3$.
9. $\bar{a}(M)=3x\bar{i}+(x-z)\bar{j}+(2x-y)\bar{k}$; р: $x+4y+z=4$.

10. $\bar{a}(M)=(y+2z)\bar{i}+2z\bar{j}+(x-y)\bar{k}$; p: $x+3y+z=3$.
11. $\bar{a}(M)=2x\bar{i}+(y+z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$; p: $2x+2y+z=2$.
12. $\bar{a}(M)=(x+2y)\bar{i}+(y-2z)\bar{j}-z\bar{k}$; p: $2x+y+z=2$.
13. $\vec{a}(M)=x\vec{i}+(x-y-z)\vec{j}+(3y+2z)\vec{k}$; p: $2x+y+z=4$.
14. $\vec{a}(M)=(2x-z)\vec{i}+(y-x)\vec{j}+z\vec{k}$; p: $x+y+z=2$.
15. $\vec{a}(M)=(x+2z)\vec{i}+(y-3z)\vec{j}+z\vec{k}$; p: $x+2y+2z=6$.
16. $\vec{a}(M)=(x+z)\vec{i}+2y\vec{j}+(x+y-z)\vec{k}$; p: $x+2y+z=2$.
17. $\vec{a}(M)=(2z-x)\vec{i}+(x+2y)\vec{j}+z\vec{k}$; p: $x+4y+2z=8$.
18. $\vec{a}(M)=(3x-y)\vec{i}+(2y+z)\vec{j}+(2z-x)\vec{k}$; p: $2x+y+z=6$.
19. $\vec{a}(M)=x\vec{i}+(x-y-z)\vec{j}+(3y+z)\vec{k}$; p: $x+2y+2z=2$
20. $\vec{a}(M)=(2y+z)\vec{i}+(x-y)\vec{j}-2z\vec{k}$; p: $x+y+z=2$.

Раздел. Комплексные числа. Функции КП. Дифференцирование ФКП

1. Исследовать аналитические свойства функции w и найти ее производную $w=z^2\bar{z}$;
2. Найти аналитическую функцию f(z), если заданы ее действительная или мнимая часть $v=x+y+\left(x^2-y^2\right)$;

Раздел. Интегрирование ФКП. Ряды в комплексной плоскости

Используя основную теорему Коши и интегральную формулу Коши, вычислить интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования и указать на рисунке особые точки подынтегральной функции.

1. $\oint_{\Gamma}\frac{z^3}{z-3}dz$, где Γ: $|z|=4$;
2. $\oint_{|z|=2}\frac{\cos z}{z^2+2z-3}dz$;
3. $\oint_{\Gamma}\frac{2z-1-i}{(z-1)(z-i)}dz$, где $\Gamma:|z|=2$.

Вычислить с помощью вычетов следующие интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования и указать на рисунке особые точки подынтегральной функции.

1. $\int_{|z+2i|=3}\frac{dz}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;
2. $\int_{|z-2|=1}(z-2)^2\sin\frac{1}{z-2}dz$;
3. $\int_{|z|=\sqrt{3}}\frac{\sin\pi z}{z^2-z}dz$;

Найти все разложения функции $f(z)$ и указать область пригодности этих разложений

1. $f(z)=\dfrac{1}{z^2+2z-3}$ по степеням $z+1$.
2. $f(z)=\dfrac{1-z}{z(z+1)}$ по степеням $z+1$.
3. $f(z)=\dfrac{z+1}{z^2-z}$ по степеням z.

Приложение № 3. Образцы типовых расчетов

Типовой расчет №1

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-3n+1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+1}{2n-3}\right)^{3n}$
3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x-\sqrt{x^2+8}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{2x^2+3x-5}$
5. $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^3(2x)}{x^2\cdot arctg(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2-2n+8}{5n^2+3n-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\frac{x^2}{x-2}$

Типовой расчет №2

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{x^2-\pi^2}{\sin(3x)}$.
2. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\ln(x^2-15)}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2x^5-\frac{4}{x^3}+3\sqrt{x}$
2. $y=\frac{2\arcsin x+3^x}{4\ln x-2x^2}$
3. $y=\ln\sin(2x+5)$
4. $y=x^{\ln x}$
5. $y=(e^x-3\cos x)(5-4\log_2 x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(1+2t), \\ y=t^2-2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y=\frac{x^3+4}{x^2}.$$

5. Найти производную от неявной функции $\ln(x+y)-arctgx=0$.

Типовой расчет №3

1. Найти частные производные второго порядка: $z=\frac{x^2}{y-2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z=2x^3+6xy^2-30x-24y\,.$$

3. Найти указанные производные $z=x^3+xy^2-5xy^3$, $\frac{\partial^4 z}{\partial x\partial y^3}=?$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ в треугольнике $x = 0,\quad y = 0,\ 2x + 3y - 12 = 0$.

Типовой расчет №4

1. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$.
2. $\int \frac{1}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1}}dx$
3. $\int \frac{x^2}{x^6+4}\,dx$
4. $\int 3x \arccos x\, dx$
5. $\int \frac{-6x^2 - 11x + 8}{x(x+2)(x-1)}\,dx$
6. $\int (x-2)(x^2+2x+4)dx$
7. $\int \cos^8 x \sin x dx$.
8. $\int \frac{1}{6+\sqrt{x}}dx$
9. $\int \frac{dx}{2-\cos x}$
10. $\int \sqrt{16 - x^2}\,dx.$

Типовой расчет №5

Вычислить определенные интегралы

1) $\int_1^2 x\sqrt{5-x^2}\,dx$;

2) $\int_1^9 \frac{dx}{5+2\sqrt{x}}$;

3) $\int_0^{\pi/3} x\cos x dx$;

4) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+2\cos x}$.

Типовой расчет №6

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

2.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 4\cos\varphi,\ r = 2 \quad (r \ge 2)$.

4. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \ln(x^2 - 1),\ 2 \le x \le 3$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 6\cos^3 t, \\ y = 6\sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \le t \le \pi/3.$$

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах

$\rho = 6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \le \varphi \le \pi/2.$

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3\sin x, \quad y = \sin x, \quad 0 \le x \le \pi.$

Типовой расчет №7

1. Поменять порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_0^x f(x,y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy$.
2. Вычислить интеграл $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} (x+2y)dy$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 6$.

Типовой расчет №8

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{8y}{x} dl$, где L: парабола $y = \frac{1}{2}x^2$ от точки $A(0;0)$ до точки $B(4;8)$.
2. Вычислить интеграл $\int_L (2x^2 + y)dx + (5y - 3x)dy$, где L - парабола $y = x^2$, от точки $(0,0)$ до точки $(3,9)$.
3. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении. Контур L: $y = 4 - x^2$, $y = 0$. $\oint_L (3x^5 - 2xy + 1)dx + (5xy - 4y^2 + 5y)dy$

Типовой расчет №9

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

2. Исследовать на сходимость ряды :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 3n + 1}{2n^2 + 4}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}.$$

4.Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}.$$

5.Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,1} e^{-6x^2}\,dx$.

6. Разложить в ряд Фурье функции и построить график суммы ряда

а) $f(x)=x-1, \quad -1\le x\le 1;$ б) $f(x)=\begin{cases}-2, -\pi\le x\le 0,\\ 3, 0<x\le\pi.\end{cases}$

Типовой расчет №10

1. Найти производную скалярного поля $u=5x^2+4x^3y+5xz-e^{z^2}$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=x^2y+5z\sin y+6z^2$ в точке $M_0(-1;0;-2)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\bar{a}(M)=x\bar{i}+(y-2z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x+y+z=1$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x^2y-z)\bar{i}-xyz\,\bar{j}+(xy^3+z^2)\bar{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\bar{a}(M)=(2x-4yz)\bar{i}+(2y-4xz)\bar{j}+(2z-4xy)\bar{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\bar{a}(M)$ найти его потенциал.

Типовой расчет №11

Задание №1

Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа, представить его в тригонометрической и показательной формах. Изобразить число на комплексной плоскости

$$4-3i;$$

Задание №2

Вычислить и изобразить результат на комплексной плоскости $\left(\frac{-2-2i}{-1+i}\right)^{10}$

Задание №3

Найти все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости $\sqrt[3]{(1-i)(1+2i)}$;

Задание №4

Выяснить геометрический смысл соотношений $|z|>2+\operatorname{Im} z;$

Задание №5

Исследовать аналитические свойства функции *w* и найти ее производную

$w=\left(\bar{z}+1\right)\left(\overline{z^2}-1\right);$

Задание №6

Найти аналитическую функцию *f*(*z*), если заданы ее действительная или мнимая часть

$$u=e^x\cos y+e^{-y}\sin x.$$

Типовой расчет №12

Задание № 1

Вычислить интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования.

$\int\limits_{AB} f(z)dz$, где $f(z)=(y+1)-xi$

$AB-$ отрезок прямой, соединяющий точки $z_A=1;\ z_B=-i$.

Задание № 2.

Используя основную теорему Коши и интегральную формулу Коши, вычислить интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования и указать на рисунке особые точки подынтегральной функции.

$\oint\limits_{\Gamma}\frac{z^3}{z-3}dz$, где $\Gamma: |z|=4;\ \frac{1}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

Задание № 3

Выяснить характер особых точек функций $\frac{1}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

Задание № 4.

Вычислить вычеты функции относительно ее особых точек $\frac{1}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$;

Задание № 5

Вычислить с помощью вычетов следующие интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования и указать на рисунке особые точки подынтегральной функции.

$\int\limits_{|z+2i|=3}\frac{dz}{z^3\left(z^2+4\right)^2}$

Задание № 6

Определить круг сходимости для следующих рядов и исследовать их сходимость в заданных точках

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n(z-1)^n}{2^n\sqrt{3n-2}};\qquad z=1;\ z=\frac{5}{3};\ z=\frac{i}{2}+1$

Задание № 7

Найти все разложения функции $f(z)$ и указать область пригодности этих разложений $f(z)=\frac{1}{z^2+2z-3}$ по степеням $z+1$.

ПРИЛОЖЕНИЕ №4. ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

2 СЕМЕСТР

Контрольная работа №1

Вычислить пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n+9}{5n^3-7n+5}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n-5}{3n+5}\right)^{-n^2}$
3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{2x+1}{5x-2}\right)^{3x-1}$
4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-12x+4}{3x^2+x-14}$
5. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{6-\sqrt{x^2+20}}{3x+12}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2(8x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{arctg(15-5x)}{2x^2+3x-27}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+15x)}{e^{-3x}-1}$

Контрольная работа №2

1. Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{8^{x+6}-8^3}{e^{2x+6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\dfrac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7$
2. $y=\dfrac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}$
3. $y=\ln\cos(2x+5)$
4. $y=\left(x^3+1\right)^{tgx}$
5. $y=\left(6\ln x-5^x\right)\left(15+7\sin x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции $\begin{cases} x=arcctg\,6t, \\ y=2t^3-9t^2. \end{cases}$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y=x^3-9x^2+15x-3$.

Контрольная работа №3

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=\left(2y^2+6x\right)\left(3y-x\right)$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=x^3-8y^3-6xy+1$.

3. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2\partial y}$ от функции $z=y^4+23x^2+4xy+5x-2y+8$.

Контрольная работа №4

1. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.
2. $\int\dfrac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$
3. $\int\dfrac{3x^2+x^5e^x-4}{x^5}dx$
4. $\int(3x-2)\cos 2x\,dx$
5. $\int\dfrac{x^3-8x-14}{(x+2)(x-4)}dx$
6. $\int\dfrac{dx}{3+2\cos x}$

Контрольная работа №5

Вычислить определенные интегралы

а) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^6+4}dx$; б) $\int_{-4/3}^{1/3} \frac{dx}{6+\sqrt{3x+8}}$; в) $\int_0^{\ln 2} xe^{-x}dx$; г) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1+\sin^2 x}$.

Контрольная работа №6

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=2-x^2$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x=\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=4\cos\phi$.
4. Вычислить длину дуги кривой $y=1-\ln(x^2-1),\quad 3\le x\le 4$
5. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \end{cases} \quad 0\le t\le \pi/2.$
6. Вычислить длину дуги кривой $\rho=2\cos\phi,\quad 0\le\phi\le\pi/6.$
7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^2, y=x.$

Контрольная работа № 7

1. Поменять порядок интегрирования $\int_{-2}^{2} dx \int_{x^2}^{4} f(x,y)dy$.
2. Вычислить массу неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=4$, $x=0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x,y)=xy$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y=x^2$, $y=4$, $z=0$, $z=3$.

Контрольная работа № 8

1. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L xy^2 dl$, где L: $\begin{cases} x=R\cos t \\ y=R\sin t \end{cases}$, $0\le t\le\frac{\pi}{4}$.
2. Показать, что криволинейный интеграл не зависит от пути интегрирования $\int_L (2x-2y-4)dx+(-2x+10y)dy$, и вычислить его от точки $(0,1)$ до точки $(3,0)$.
3. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении $\oint_L (xy+2)dx+(3x+2y^2)dy$. Контур L: $y=0$, $x=4$, $x=y^2$.

Контрольная работа № 9

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^2+1}$.
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$.
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$.
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{n!}$.
6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n^2}$.
7. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=\begin{cases}-2, & -\pi\le x<0,\\ 2, & 0\le x\le\pi.\end{cases}$

Контрольная работа № 10

1. Найти производную скалярного поля $u=x^2+4x^3y+5xz-z^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2+4xz+5xy-yz^2$ в точке $M_0(-1;-2;0)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

$\bar{a}(M)=x\bar{i}+(y-2z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$;p: $x+2y+z=2$

4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x-z)\bar{i}-y\bar{j}+(y+z)\bar{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M)$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.

$$\bar{a}(M)=(2x-4yz)\bar{i}+(2y-4xz)\bar{j}+(2z-4xy)\bar{k}$$

Контрольная работа №11

Задание №1

Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа, представить его в тригонометрической и показательной формах. Изобразить число на комплексной плоскости

$$-7-7\sqrt{3}i\,;$$

Задание №2

Вычислить и изобразить результат на комплексной плоскости $\left[\left(\sqrt{3}+i\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-i\right)\right]^4$

Задание №3

Найти все значения корня и изобразить их на комплексной плоскости $\sqrt[3]{i\left(\sqrt{3}+i\right)}$;

Задание №4

Выяснить геометрический смысл соотношений $1 \le \mathrm{Im}\left(z+2+i\right) \le 2$;

Задание №5

Исследовать аналитические свойства функции w и найти ее производную $w = z^2\,\bar{z}$;

Задание №6

Найти аналитическую функцию $f(z)$, если заданы ее действительная или мнимая часть

$$v = x + y + \left(x^2 - y^2\right);$$

Контрольная работа №12

Задание № 1

Вычислить интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования.

. $\int\limits_{AB} f(z)dz$, где $f(z) = x^2 + i\,y^2$

$AB-$ отрезок, соединяющий точки $A(1+i), B(2+3i)$.

Задание № 2.

Используя основную теорему Коши и интегральную формулу Коши, вычислить интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования и указать на рисунке особые точки подынтегральной функции.

$\oint\limits_{|z|=2} \frac{\cos z}{z^2 + 2z - 3} dz;$

Задание № 3

Вычислить вычеты функции относительно ее особых точек $\frac{\sin 2z}{(z+i)(z-i)^2}$

Задание № 4.

Вычислить с помощью вычетов следующие интегралы. В декартовой системе координат сделать рисунок контура интегрирования и указать на рисунке особые точки подынтегральной функции.

$\int\limits_{|z-2|=1} (z-2)^2 \sin\frac{1}{z-2} dz;$

Задание № 5

Найти все разложения функции $f(z)$ и указать область пригодности этих разложений $f(z) = \frac{1-z}{z(z+1)}$ по степеням $z+1$.

Приложение №5. Образцы компьютерных тестов

Образец теста: «Пределы»

1. Найти предел

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$$

Ответы:

1) -4; 2) 4; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$.

2. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}(1+3tgx)^{ctgx}$$

Ответы:

1) ∞; 2) 1; 3) $e^{\frac{1}{3}}$; 4) e^3.

3. Найти предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n-1}{5n^2-7n+2}\right)^2$$

Ответы:

1) $-\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{4}{25}$.

4. Найти предел

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})$$

Ответы:

1) 0; 2) -1; 3) a; 4) 1.

5. Найти предел

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{2x^2-9x+9}$$

Ответы:

1) $\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) $\frac{7}{3}$.

6. Найти предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$$

Ответы:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞; 4) $\frac{4}{3}$

КОПТ «Дифференцирование функций»

Вариант 1

Найти производные:

1) $y=\dfrac{3x+\sin x}{\cos x-10}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=-\dfrac{3+\cos x}{\sin x}$; б) $y'=\dfrac{3-\cos x}{\sin^3 x}$;

в) $y'=\dfrac{3x\sin x-7\cos x-29}{(\cos x-10)^2}$; г) $y'=\dfrac{\cos 2x-3x\sin x-7\cos x-30}{(\cos x-10)^2}$.

2) $y=\ln^4(2x+1)$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=8\ln^3(2x+1)$; б) $y'=\dfrac{8\ln^3(2x+1)}{2x+1}$;

в) $y'=\dfrac{8}{(2x+1)^3}$; г) $y'=8\ln(2x+1)\cdot 2$.

3) $x^3+\ln y-x^2e^y=0$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=(2xye^y-3x^2)y\dfrac{1}{x^2ye^y}$; б) $y'=(2xye^y-3x^xy)y\dfrac{1}{1-x^2ye^y}$;

в) $y'=(2xye^y-3x^2y)\cdot\dfrac{1}{1-x^2ye^y}$; г) $y'=\dfrac{2xye^y-3x^2}{1-xye^y}\cdot y$.

4) $y=(2tg3x+1)^{\sin 3x}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=(2tg3x+1)^{\sin 3x}\cos 3x$;

б) $y'=[3\cos 3x\ln(2tg3x+1)+\dfrac{6\sin 3x\sec^2 3x}{2tg3x+1}]\cdot(2tg3x+1)^{\sin 3x}$;

в) $y'=(2tg3x+1)^{\sin 3x}\cdot\ln(2tg3x+1)$;

г) $y'=(2tg3x+1)^{\sin 3x-1}\cdot\cos 3x\cdot 3$.

5) $y=2x^4-\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}+1$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=8x^3-\sqrt[3]{x^2}$; б) $y'=8x^3-\sqrt[3]{x^4}$;

в) $y'=8x^3+\dfrac{1}{x\sqrt[3]{x}}$; г) $y'=8x^3-\sqrt[3]{x^2}+1$.

6) $y=(x+x^3)\cdot arctgx$. Найти y'.

Ответы:

а) $y'=(1+3x^2)arctgx+x$; б) $y'=\dfrac{1+3x^2}{1+x^2}$;

в) $y' = 3x^2 arctgx + x$; г) $y' = (1+3x^2)\cdot(1+x^2)$.

7) $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 3t^5 + 5t^3 + 1 \end{cases}$. Найти y''_x .

Ответы:

а) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2 - 1}$; б) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2 + t}$;

в) $y''_x = \dfrac{10t}{3t^2 + 3}$; г) $y''_x = -\dfrac{10t}{3t^2 - 3}$.

8) $y = 7^{2x} + \dfrac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$. Найти y'.

Ответы:

а) $y' = 7^x \ln 7 \cdot 2 + \dfrac{2}{5} x^{-\frac{3}{5}}$; б) $y' = x \cdot 7^{x-1} + \dfrac{2}{5} x^{\frac{1}{5}}$;

в) $y' = 7^{2x} \ln 7 \cdot 2 - \dfrac{8}{5x\sqrt[5]{x^2}}$; г) $y' = 7^x \ln 7 + x \cdot 7^{x-1} + \dfrac{4}{x\sqrt[3]{x^2}}$.

Приложение №6. Образцы билетов

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина **Математический анализ**

БИЛЕТ № 1

1. Бесконечно малые величины и их свойства
2. Задачи механики, физики, энергетики, приводящие к понятию производной.

3. Вычислить пределы:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2-x+1}\right)$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$

4. Найти производные функций:

а) $y=\ln\sin(2x+5)$; б) $y=x^{\ln x}$; в) $y=(2ctgx+3\ln x)\left(4\arcsin x-\sqrt[4]{x^3}\right)$.

5. Найти все частные производные второго порядка функции

$$z=y^2e^{x^2}-xy^3-1.$$

2 СЕМЕСТР
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 2 Семестр 3 Дисциплина **Математический анализ**

Билет № 1

1. Неопределенный интеграл и его свойства.
2. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление в декартовых координатах.
3. Найти интеграл : $\int e^{2x}(3x-2)\,dx,$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=9$.
5. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{-2}^{2}dx\int\limits_{x^2}^{4}f(x,y)dy$
6. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L\dfrac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos^2 x}dl$, где L: $y=\sin x$, $0\le x\le\dfrac{\pi}{4}$

3 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 2 Семестр 3 Дисциплина **Математический анализ**

Билет № 1

1. Признак Даламбера
2. Циркуляция
3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.

4. Найти производную скалярного поля $u = x^2 + 4x^3y + 5xz - z^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

5. Найти аналитическую функцию *f*(*z*), если заданы ее действительная $u = e^x \cos y + e^{-y} \sin x$

6. Вычислить вычеты функции относительно ее особых точек $\frac{\sin 2z}{(z+i)(z-i)^2}$

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка промежуточной аттестации:
- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

баллы	Критерии
8-10	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы математического анализа проведения исследований и анализа их результатов
5-7	понимает содержание основных методов математического анализа, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем
1-3	допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов математического анализа

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

баллы	Критерии
20-16	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)

Шкала оценивания типовых расчетов

Критерии оценивания	баллы
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	**0-0,35*max балл**
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	**0,36*max балл -0,59*max балл**
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки Ответы на вопросы полные или частично полные	**0,59*max балл -0,84*max балл**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	**0,85*max балл-max балл**

-

Шкала оценивания контрольных работ и контрольно-обучающих программ тестирования

Критерии оценивания	баллы	
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**0-0,35*max балл**	
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**0,36*max балл -0,59*max балл**	
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	**0,59*max балл -0,84*max балл**	
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	**0,85*max балл-max балл**	

Здесь max балл – максимальные баллы, предусмотренные по данному виду работ (см. технологическую карту дисциплины)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса осуществляется по накопительной системе баллови предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных
контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.
Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.
Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.
Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.
Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.
При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы. Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.
Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно

сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.
За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.
Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятия студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты. Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного
в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине проводится в виде контрольной работы. Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4.
До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.
Контрольные работы и компьютерное тестирование проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.
В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.
Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ
На промежуточном контроле студент должен ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.
Оценка промежуточного контроля:
- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 7.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)