

Министерство образования и науки Кыргызской Республики

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Кыргызско-Российский Славянский университет имени Б.Н. Ельцина



СИЛЛАБУС

по дисциплине

«Основы теории дифференциальных уравнений и оптимального управления»

Направление подготовки: **510200 Прикладная математика и информатика**

Профиль: **Теоретическая и прикладная математика, информационные технологии**

Квалификация: **Доктор философии (PhD)/ доктор по профилю**

СИЛЛАБУС

по учебной дисциплине: Б1.В.03 «**Основы теории дифференциальных уравнений и оптимального управления**» для обучающихся в базовой докторантуре (PhD)

направления: 510200 Прикладная математика и информатика

профиля: «Теоретическая и прикладная математика, информационные технологии»

Учебный год:	2022-2023	
Форма обучения:	очное	заочное
Семестр.	1,2 семестр	
Всего кредитов/часов:	10 з.е/ 360 час	
Лекции:	40 час	
Практические:	20 час	
Самостоятельная работа обучающихся	263,8	
Количество модулей	10	
Отчетность:	Зачет с оценкой, экзамен	

Силлабус разработан Керимбеков Акылбек

Рассмотрен на заседании кафедры ПМиИ

Протокол № 12 от 10.06.2022 г.

1. Общие сведения о преподавателе и дисциплине

Керимбеков Акылбек: доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики и информатики.

Контактная информация: ak17@rambler.ru

2. Задачами учебной дисциплины являются:

обеспечить математическую подготовку по теории оптимального управления процессами, описываемыми обыкновенными

дифференциальными уравнениями или их системой в том объеме, достаточную для решения прикладных задач оптимизации и исследования решений.

3. Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы

Входными знаниями докторанта являются знания, полученные в рамках программ высшего образования (Математический анализ», «Алгебра и геометрия». «Методы оптимизации», «Оптимальное управление», «Методы решения задач программного управления», «Методы решения задач синтеза» и др.).

4.Предшествующие дисциплины

Дисциплины, изучаемые в рамках программ специалитета и магистратуры – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

5.Требования к результатам освоения дисциплины

В результате обучения докторант должен:

Знать:

понятие дифференциального уравнения, поля направлений, элементарные приемы интегрирования, задачу Коши, теоремы существования и единственности, общую теорию линейных систем, системы с постоянными коэффициентами, устойчивость по Ляпунову, особые точки, понятие оптимального управления, приемы формулирования краевых задач, общую теорию линейных и нелинейных задач оптимального управления

Уметь:

определять возможности применения теоретических положений и методов дифференциальных уравнений и теории оптимального управления для постановки и решения конкретных прикладных задач; уметь определять тип и находить решение основных типов дифференциальных уравнений и систем

Владеть:
стандартными методами дифференциальных уравнений и теории оптимального управления и их применением к решению прикладных задач

6. Темы дисциплины и виды занятий

Наименование раздела и темы	Количество учебных кредитов/часов					Самостоятельная работа
	Всего кредитов /часов	В том числе по видам аудиторных занятий			Семинарские занятия	
		Лекции	Практ. занятия	Лаб. занятия		
Раздел 1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производной	3	10	6			76
Понятие единственности решения таких задач. Рассмотрение отдельных случаев интегрирования таких уравнений.		2	1	-		20
Уравнение Лагранжа и Клеро.		2	2			18
Теорема существования и единственности для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной.		4	2			20
Особые решения уравнения $P(x,y,y') = 0$		2	1			18
Раздел 2. Системы дифференциальных уравнений.	2	10	4			73.8
Линейные системы дифференциальных уравнений. Общая теория.		2	1			22

Метод вариации произвольных постоянных		4	2			25
Системы линейных, дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (однородные системы)		4	1			26.8
Раздел 3. Устойчивость по Ляпунову	3	10	6			60
Ограниченность и устойчивость.		2	1			15
Устойчивость по первому приближению. Метод функции Ляпунова.		2	2			15
Устойчивость автономных систем.		2	1			15
Точки покоя. Классификация точек покоя.		4	2			15
Раздел 4. Фазовые траектории. Управляемость линейных систем	2	10	4			54
Понятие о фазовых пространствах и фазовых траекторий движения объекта.		2	1			17
Фазовые траектории линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений		4	2			17
Алгоритм построения фазовых траекторий на плоскости. Управляемость линейных систем.		4	1			20
всего	10	40	20			263,8

Вопросы практических занятий:

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производной.
2. Уравнения Лагранжа и Клеро.
3. Теорема существования и единственности для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной.
3. Особые решения уравнения $P(x, y, y') = 0$.
4. Система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация решения.
4. Система дифференциальных уравнений. Решение методом исключения.
5. Система дифференциальных уравнений. Решение методом подбора интегрируемых комбинаций.
6. Линейные системы дифференциальных уравнений.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений. Решение методом вариации произвольных постоянных.
8. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (однородные системы).
9. Метод функции Ляпунова.
10. Классифицировать точек покоя устойчивости автономных систем.

Задания для самостоятельной работы

1. Понятие фазового пространства.
2. Решение методом исключения.
3. Метод подбора интегрируемых комбинаций.
4. Первые интегралы. Определение.
5. Необходимое и достаточное условие существования первых интегралов.
6. Ограниченность и устойчивость.
7. Устойчивость по первому приближению.

8. Краевые задачи для уравнений 2-го порядка. Функция Грина.
9. Определение. Построение.
10. Решение краевых задач на плоскости.
11. Разрывные системы дифференциальных уравнений и теорема существования и единственности.
12. Управляемость линейных стационарных систем.

7. Программа промежуточной (итоговой) аттестации

Контрольные вопросы и задания

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производной.
2. Понятие единственности решения таких задач.
3. Рассмотрение отдельных случаев интегрирования таких уравнений.
4. Уравнение Лагранжа и Клеро.
5. Теорема существования и единственности для дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной.
6. Особые решения уравнения $P(x, y, y') = 0$.
7. Системы дифференциальных уравнений. Общая теория. Геометрическая интерпретация решения.
8. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общая теория.
9. Метод вариации произвольных постоянных.
10. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (однородные системы).
11. Устойчивость по Ляпунову. Определение. Примеры.
12. Метод функции Ляпунова.
13. Устойчивость автономных систем. Точки покоя. Классификация точек покоя.
14. Случай различных корней характеристического уравнения.
15. Случай кратных корней характеристического уравнения.
16. Управляемость линейных систем. Основные понятия и определения.

17. Необходимые и достаточные условия управляемости линейных систем.
18. Понятие о фазовых пространствах и фазовых траекториях движения объекта.
19. Фазовые траектории линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений.
20. Алгоритм построения фазовых траекторий

Темы рефератов

1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производной. Единственность решения .
2. Уравнение Лагранжа и Клеро.
3. Системы дифференциальных уравнений. Общая теория. Геометрическая интерпретация решения.
4. Линейные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных.
5. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (однородные системы).
6. Устойчивость по Ляпунову. Определение. Примеры. Метод функции Ляпунова.
7. Устойчивость автономных систем. Точки покоя. Классификация точек покоя.
8. Управляемость линейных систем.
9. Фазовые траектории линейных и нелинейных систем дифференциальных уравнений.
10. Алгоритм построения фазовых траекторий

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Марле: Учебное пособие М.: СОЛОН-Пресс 2016 – 15 экземпляров;
2. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике: Учебное пособие М.: ФИЗМАТЛИТ 2004.

– 15 экземпляров.

3. Серовайский С.Я. Практический курс теории оптимального управления с примерами: учебное пособие Алматы: Казахский национальный университет им. аль-Фараби 2011.- 15 экземпляров;

4. И.П. Болодурина Теория оптимального управления : учебное пособие Оренбург: Оренбургский Государственный университет, ЭБС АСВ 2016 - 15 экземпляров;

Широкое использование компьютерной техники и систем связи для создания, сбора, передачи, хранения и обработки информации – чтение лекций с использованием слайд-презентаций, электронного курса лекций, графических объектов, видео- и аудио- материалов (через Интернет), виртуальных лабораторий, практикумов.

Эти технологии используются в учебном процессе. Наличие мультимедийного оборудования позволяет проводить:

1. Компьютерное тестирование по итогам изучения разделов дисциплины.
2. Консультирование посредством электронной почты.
3. Использование слайд-презентаций при проведении научно-практических занятий.

Реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерных симуляций, деловых и ролевых игр, разбор конкретных ситуаций и т.д.) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Предусматриваются также встречи с ведущими российскими и кыргызскими учеными, проведение мастер-классов экспертов, научные консультации специалистов.

Информационное обеспечение дисциплины:

- 1 <http://www.rsl.ru> - Российская государственная библиотека

2. <http://www.lib.msu.su> - Научная библиотека МГУ им. М. В. Ломоносова
3. <http://www.lib.pu.ru./rus/catalogs/index.jsp> - Научная библиотека Санкт-Петербургского государственного университета
4. <http://www.inion.ru/product/db2htm> - Институт научной информации по общественным наукам Российской Академии Наук (ИНИОН РАН)

9. Глоссарий

Аппроксимация (от лат. *proxima* - ближайшая) или **приближение** - научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в каком-то смысле близкими к исходным, но более простыми.

Вычислительные (численные) методы - методы решения математических задач в численном виде. Представление как исходных данных в задаче, так и её решения - в виде числа или набора чисел. Многие численные методы являются частью библиотек математических программ.

Гиперболические уравнения - класс дифференциальных уравнений в частных производных. Характеризуются тем, что задача Коши с начальными данными, заданными на нехарактеристической поверхности, однозначно разрешима.

Дифференциальное уравнение - уравнение, в которое входят производные функции, и может входить сама функция, независимая переменная и параметры. Порядок входящих в уравнение производных может быть различен (формально он ничем не ограничен). Производные, функции, независимые переменные и параметры могут входить в уравнение в различных комбинациях или могут отсутствовать вовсе, кроме хотя бы одной производной. Не любое уравнение, содержащее производные неизвестной функции, является дифференциальным уравнением

Дифференциальное уравнение — уравнение, в которое входят производные функции, и может входить сама функция, независимая переменная и параметры

Задача Дирихле — вид задач, появляющийся при решении дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Названа в честь Иоганна Дирихле

Задача Коши — одна из основных задач теории дифференциальных уравнений (обыкновенных и с частными производными); состоит в нахождении решения (интеграла) дифференциального уравнения, удовлетворяющего так называемым начальным условиям

Интерполяция, интерполирование (от лат. *inter-polis* — «разглаженный, подновлённый, обновлённый; преобразованный») — в вычислительной математике способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений. Термин «интерполяция» впервые употребил Джон Валлис в своём трактате «Арифметика бесконечных»

Корень уравнения — это такое значение буквы (переменной), при подстановке которого уравнение обращается в верное числовое равенство

Краевая задача (граничная задача) — задача о нахождении решения заданного дифференциального уравнения (системы дифференциальных уравнений), удовлетворяющего краевым (граничным) условиям в концах интервала или на границе области

Линейное уравнение — это алгебраическое уравнение, у которого полная степень составляющих его многочленов равна 1

Обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) — дифференциальное уравнение для функции от одной переменной. (Этим оно отличается от уравнения в частных производных, где неизвестная — функция нескольких переменных.)

Остаточный член — разность между заданной функцией и функцией её аппроксимирующей. Тем самым оценка остаточного члена является оценкой точности рассматриваемой аппроксимации. Этот термин применяется, например, в формуле ряда Тейлора

Параболические уравнения — класс дифференциальных уравнений в частных производных. Один из видов уравнений, описывающих нестационарные процессы

Решение уравнения — это задача по нахождению таких значений аргументов (чисел, функций, наборов и т. д.), при которых выполняется равенство (выражения слева и справа от знака равенства становятся эквивалентными)

Система линейных алгебраических уравнений (линейная система, также употребляются аббревиатуры СЛАУ, СЛУ) — система уравнений, каждое уравнение в которой является линейным — алгебраическим уравнением первой степени

Собственный вектор — понятие в линейной алгебре, определяемое для произвольного линейного оператора как ненулевой вектор, применение к которому оператора даёт коллинеарный вектор — тот же вектор, умноженный на некоторое скалярное значение

Дифференциал функции — это произведение ее производной на дифференциал аргумента.

Дифференциальное исчисление — раздел математического анализа, в котором изучаются свойства и способы вычисления производных и дифференциалов, их применение к исследованию функции.

Дифференцирование — операция, состоящая в вычислении производных и дифференциалов от любой дифференцируемой функции.

Интегрирование — процесс нахождения первообразной функции по данному дифференциалу.