Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Министерство науки, высшего образования и инноваций
Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет

имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

Высшая школа Природопользования, мехатроники и транспорта

Фонд
оценочных средств

по дисциплине «Аналитическая механика»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки 15.03.03 — РФ, 650500 — КР
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»

Квалификация

бакалавр

2026 г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 15.03.03 — РФ, 650500 — КР «Прикладная механика», профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг», по программе бакалавриата КРСУ в соответствии с ФГОС 3++ по дисциплине «Аналитическая механика».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании

Высшей школы Природопользования, мехатроники и транспорта

протокол № 1 от «2 » сентября 2026 г.

Руководитель подразделения

_____ Алсеитов Мирлан Тилегенович
подпись *расшифровка подписи*

Исполнители:

к.ф.-м.н. _____ Герман Константин Анатольевич
должность *подпись* *расшифровка подписи*

к.т.н. _____ Джаманкулов Азамат Кенешбекович
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Заместитель директора по образовательной деятельности
Политехнического института

_____ Комарцов Никита Михайлович
личная подпись расшифровка подписи

Содержание

1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

2 Технологическая карта дисциплины

3 Типовые контрольные задания и иные оценочные материалы

4 Методические материалы и процедуры оценивания

5 Методические указания для обучающегося

Приложение 1 Формы фиксации результатов

Сведения о дисциплине

Показатель	Сведения
Дисциплина	Аналитическая механика; цикл Б1.О.3. Полный отдельный индекс дисциплины в разделе 2 не приведён
Направление и профиль	15.03.03 — РФ, 650500 — КР «Прикладная механика»; «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»
Обучение	Бакалавриат, очная форма, курс 3, семестр 5; 17 2/6 недель по титульной таблице РПД
Трудоёмкость	3 ЗЕТ, 108 ч: лекции 18; практические 18; СРС 40; контактная работа в сессии 0,3; часы на контроль 31,7. Контактная работа всего 36,3 ч
Аттестация	Экзамен в семестре 5. Лабораторных и курсовых работ нет
Основание	РПД утверждена 03.09.2026, одобрена 02.09.2026, протокол № 1; учебный план от 26.06.2026, протокол № 11; срок действия 2026–2032
Исполнители	к.ф.-м.н. Герман Константин Анатольевич; к.т.н. Джаманкулов Азамат Кенешбекович — составители РПД.

1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

ОПК 1

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;

Уровень 1	Формулировка РПД	Средства и этап
Знать	Способен применять стратегию работы на основе совместного обсуждения целей и направлений деятельности для реализации проблем естественнонаучных и общеинженерных знанийСпособен применять стратегию работы на основе совместного обсуждения целей и направлений деятельности для реализации проблем естественнонаучных и общеинженерных знаний	A1.1–9, A2.1–20; B5.1: обсуждение плана — начальный; D1.1–28 — базовый
Уметь	Способен применять стратегию работы на основе совместного обсуждения целей и направлений деятельности для реализации методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	B1.1–B5.2; C1.1–4; РК1–2 — начальный; D2.1–6 — базовый
Владеть	Способен реализовать и корректировать и применять стратегию использования естественнонаучных и общеинженерных знаний, учитывая методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	B5.2: план и корректировка по замечанию; C1.4: расчёт и защита — начальный; D2 — базовый

Пункт РПД	Результат обучения	Средства
3.1.1 Знать	основные принципы составления уравнений движения, типы колебаний механических систем и их особенности, методы решения уравнений движения	A1.1–9, A2.1–20; D1.1–28
3.2.1 Уметь	выявлять естественно-научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; составлять и решать уравнения движения линейных и нелинейных систем	B1–5; C1.1–4; РК1–2; D2.1–6
3.3.1 Владеть	пользоваться физико-математическим аппаратом для составления и решения уравнений движения механических систем	B3–5; C1.1–4; РК1–2; D2.1–6

A1.тема/номер — точный шифр вопроса внутри банка. Начальный этап — текущий и рубежный контроль; базовый — экзамен. Итоговая оценка показывает достижение результатов этой дисциплины, а не завершение формирования всей ОПК-1 по программе.

2 Технологическая карта дисциплины

Распределение 60/40 из раздела 5.3 РПД и дополнительного ФОС сохранено как предложение для согласования: тест 10; практические этапы 18; два РК по 10; индивидуальный С1 — 12; экзамен 40. Всего 100. Опрос и анализ ошибок — обратная связь внутри действующих критериев без самостоятельных дополнительных баллов.

Модуль	Средства	Мин.	Макс.	Срок
М1, раздел 1	В1.1–В3.2: 5 этапов ×2=10; А2.1–7: 3,5	0	13,5	Недели 1–9
М1 РК	РК1	0	10	После 1.6, ориентир неделя 9
М1 всего	13,5+10	0	23,5	9
М2, раздел 2	В4.1–В5.2: 4 этапа ×2=8; А2.8–20: 6,5; С1: 12	0	26,5	Недели 10–17 2/6
М2 РК	РК2	0	10	Конец раздела 2
М2 всего	26,5+10	0	36,5	Конец семестра
До экзамена	23,5+36,5	0	60	Семестр 5
Экзамен	D: 10+10+20	0	40	По расписанию
Итог	60+40	0	100	Семестр 5

К письменным РК допускаются все независимо от посещения и выполнения других работ, п. 3.3 Положения. Посещение и активность фиксируются для обратной связи, бонусов сверх 100 нет. С1 выполняется по этапам в СРС; 12 баллов начисляются один раз за итог и защиту. Недели и внутреннее распределение часов предложены для организации работы и не меняют учебный план.

3 Типовые контрольные задания и иные оценочные материалы

Блок А Проверка знаний

А1 Контрольные вопросы РПД

Все 57 вопросов девяти направлений раздела 5.1. Устный опрос 3–5 минут либо краткий письменный ответ; вопросы заранее объявленной темы, конспект во время ответа не используется. Для обратной связи: 2 — корректные положения, условия и пример; 1 — верный смысл с пробелом; 0 — нет или принципиальная ошибка. Эта диагностическая шкала в рейтинг отдельно не включается.

Тема 1 Связи и координаты

А1.1/1 Как классифицируются связи механической системы? Приведите примеры голономных и неголономных связей.

А1.1/2 Как определить число степеней свободы системы при наличии независимых голономных связей?

А1.1/3 Каким требованиям должен удовлетворять выбор независимых обобщённых координат?

А1.1/4 Как выразить радиус-векторы и скорости точек системы через обобщённые координаты?

А1.1/5 Чем возможное перемещение отличается от действительного? Как учитывается время при вычислении возможного перемещения?

А1.1/6 Какие связи называются идеальными? Всегда ли отсутствие трения означает идеальность связи?

Тема 2 Возможные перемещения и равновесие

А1.2/1 Как вычисляется возможная работа силы и момента силы?

А1.2/2 Как определяются обобщённые силы? От чего зависит их размерность?

А1.2/3 Сформулируйте принцип возможных перемещений и укажите условия его применения.

А1.2/4 Почему реакции идеальных связей исключаются из уравнения возможных работ?

А1.2/5 Как записываются условия равновесия в независимых обобщённых координатах?

А1.2/6 Как связаны обобщённые потенциальные силы с потенциальной энергией системы?

Тема 3 Принцип Даламбера Лагранжа

А1.3/1 Как определяется сила инерции материальной точки?

А1.3/2 Как записывается принцип Даламбера для материальной точки и системы точек?

А1.3/3 Как учитываются силы инерции твёрдого тела при поступательном движении и вращении вокруг неподвижной оси?

А1.3/4 Сформулируйте принцип Даламбера — Лагранжа.

А1.3/5 Как получить уравнение движения системы с одной степенью свободы из общего уравнения динамики?

А1.3/6 В каких случаях необходимо отдельно определять реакции связей?

Тема 4 Уравнения Лагранжа

А1.4/1 Как выразить кинетическую энергию системы через обобщённые скорости?

А1.4/2 Запишите уравнения Лагранжа второго рода с обобщёнными силами в правой части.

А1.4/3 Как определяется функция Лагранжа для системы с потенциальными силами?

А1.4/4 Какова последовательность составления уравнений Лагранжа?

А1.4/5 Почему число уравнений Лагранжа равно числу независимых обобщённых координат?

А1.4/6 Каков физический смысл диагональных и недиагональных элементов матрицы инерции?

Тема 5 Сопротивление и первые интегралы

А1.5/1 Как включаются внешние силы и приводные моменты в уравнения Лагранжа?

А1.5/2 Что описывает диссипативная функция Рэлея? Как через неё определяются силы вязкого сопротивления?

А1.5/3 Какая координата называется циклической?

А1.5/4 При каких условиях сохраняется обобщённый импульс, соответствующий циклической координате?

А1.5/5 При каких условиях существует интеграл энергии? Когда энергетическая функция совпадает с полной механической энергией?

А1.5/6 Как записывается энергетический баланс системы с вязким сопротивлением и внешним воздействием?

Тема 6 Принцип Гамильтона Остроградского

А1.6/1 Как определяется действие механической системы?

А1.6/2 Что понимается под вариацией траектории?

А1.6/3 Какие условия накладываются на вариации координат на концах временного интервала?

А1.6/4 Сформулируйте принцип Гамильтона — Остроградского для консервативной голономной системы.

А1.6/5 Как из условия стационарности действия выводятся уравнения Лагранжа?

А1.6/6 Почему стационарное значение действия не обязательно является минимальным?

А1.6/7 Как учитывается виртуальная работа непотенциальных сил в расширенной вариационной формулировке?

Тема 7 Канонические и численные методы

А1.7/1 Как определяются обобщённые импульсы?

А1.7/2 При каком условии возможен переход от скоростей к импульсам?

А1.7/3 Как строится функция Гамильтона посредством преобразования Лежандра?

А1.7/4 Запишите канонические уравнения Гамильтона.

А1.7/5 Как привести уравнения движения второго порядка к системе первого порядка?

А1.7/6 Какие сведения о движении системы можно получить по фазовой траектории?

А1.7/7 Как проверить численное решение по энергетическому балансу и изменению точности интегрирования?

Тема 8 Равновесие и устойчивость

А1.8/1 Как определяются положения равновесия консервативной системы?

А1.8/2 Что означает устойчивость положения равновесия относительно малых возмущений?

А1.8/3 Сформулируйте теорему Лагранжа — Дирихле.

А1.8/4 Как используется вторая вариация потенциальной энергии при исследовании устойчивости?

А1.8/5 Как проверить положительную определённость матрицы вторых производных потенциальной энергии?

А1.8/6 Почему вырожденная квадратичная форма может потребовать исследования членов более высокого порядка?

Тема 9 Малые колебания

А1.9/1 Какие допущения принимаются при линеаризации уравнений движения около равновесия?

А1.9/2 Как строятся матрицы масс и жёсткости?

А1.9/3 Как выводится частотное уравнение системы?

А1.9/4 Что представляют собой собственная частота и собственная форма колебаний?

А1.9/5 В каком смысле собственные формы консервативной системы ортогональны?

А1.9/6 Как вводятся нормальные координаты и используются начальные условия?

А1.9/7 Как вязкое сопротивление и гармоническое воздействие изменяют колебательное движение?

А2 Тестовые задания

20 заданий дополнительного ФОС, по одному правильному ответу. Два блока: А2.1–7 после раздела 1 (10 минут), А2.8–20 после раздела 2 и подготовки С1 (15 минут). Одна буква: верно 0,5; неверно, несколько ответов или нет ответа — 0. Максимум 10. Конспекты, формулы, вычислительные системы и Интернет не используются.

А2.1 Голономной является связь, которую можно представить в виде:

А. Неинтегрируемого соотношения только между скоростями
Б. Уравнения $f(q,t)=0$
В. Любого уравнения движения
Г. Только неравенства энергии

А2.2 Две независимые материальные точки в пространстве имеют одну независимую двустороннюю геометрическую связь. Число степеней свободы равно:

А. 6
Б. 4
В. 5
Г. 3

А2.3 Возможное перемещение рассматривается:

А. При фиксированном времени и с учётом связей
Б. Только за конечный интервал времени
В. Только вдоль действительной траектории
Г. Без учёта связей

А2.4 Связи являются идеальными, если:

А. Все реакции равны нулю
Б. Их реакции всегда перпендикулярны скоростям
В. Система неподвижна
Г. Суммарная работа реакций на любом допустимом возможном перемещении равна нулю

А2.5 Для потенциальных сил обобщённая сила Q_i равна:

А. $\partial \Pi / \partial q_i$
Б. $-\partial \Pi / \partial q_i$
В. $\partial T / \partial q_i$
Г. $-\Pi q_i$

А2.6 Если координата — угол в радианах, соответствующая обобщённая сила имеет размерность:

А. Н
Б. кг
В. Н·м
Г. Н/м

А2.7 Сила инерции материальной точки в принципе Даламбера равна:

А. $-ma$
Б. ma
В. mv
Г. $-mv$

А2.8 Уравнение Лагранжа с обобщёнными силами записывается:

А. $d(\partial T/\partial q_i)/dt - \partial T/\partial \dot{q}_i = Q_i$
Б. $\partial T/\partial \dot{q}_i = Q_i$
В. $dT/dt = Q_i$
Г. $d(\partial T/\partial \dot{q}_i)/dt - \partial T/\partial q_i = Q_i$

А2.9 Функция Лагранжа обычной консервативной механической системы равна:

А. $T+П$
Б. $T-П$
В. $П-T$
Г. $TП$

А2.10 Для линейного вязкого сопротивления с коэффициентом с диссипативная функция равна:

А. cx
Б. $c\,\dot{x}$
В. $c\,\dot{x}^2/2$
Г. $c\,x^2/2$

А2.11 При отсутствии соответствующей непотенциальной силы для циклической координаты сохраняется:

А. Обобщённый импульс
Б. Обобщённая скорость обязательно
В. Координата
Г. Потенциальная энергия отдельно

А2.12 Для свободной системы $m\,\ddot{x}+c\,\dot{x}+kx=0$ при $c>0$ производная полной энергии равна:

А. $c\,\dot{x}^2$
Б. 0 всегда
В. $-kx^2$
Г. $-c\,\dot{x}^2$

А2.13 Действие определяется выражением:

А. $\int(T+П)dt$
Б. $\int L dt$
В. $\int q dt$
Г. dL/dt

А2.14 Стационарность действия означает:

А. Обязательный глобальный минимум
Б. Нулевую скорость
В. Нулевую первую вариацию для допустимых вариаций
Г. Нулевую энергию

А2.15 Обобщённый импульс определяется как:

А. $\partial L/\partial \dot{q}_i$
Б. $\partial L/\partial q_i$
В. $\partial П/\partial q_i$
Г. dq_i/dt

А2.16 Канонические уравнения имеют вид:

А. $\dot{q}_i=-\partial H/\partial p_i;\ \dot{p}_i=\partial H/\partial q_i$
Б. $\dot{q}_i=\partial H/\partial q_i;\ \dot{p}_i=\partial H/\partial p_i$
В. $\dot{q}_i=\dot{p}_i=H$
Г. $\dot{q}_i=\partial H/\partial p_i;\ \dot{p}_i=-\partial H/\partial q_i$

А2.17 Достаточное условие устойчивости по Лагранжу — Дирихле — это:

А. Любая стационарная точка П
Б. Строгий локальный минимум П при стандартных предпосылках теоремы
В. Максимум П
Г. Только нулевая первая производная

А2.18 Если $П''(q_0)=0$, то:

А. Равновесие всегда неустойчиво
Б. Равновесие всегда устойчиво
В. Требуется дополнительное исследование
Г. Положение q_0 не может быть равновесием

А2.19 Частотное уравнение консервативной линейной системы имеет вид:

А. $\det(K-\omega^2 M)=0$
Б. $\det(K+\omega M)=0$
В. $M+K=0$
Г. $\det(M)=0$

А2.20 При различных собственных частотах формы симметричной консервативной системы ортогональны:

А. Только по обычному скалярному произведению при любой М
Б. Только при равных частотах
В. Только при наличии трения
Г. Относительно матрицы масс

А3 Анализ ошибок

А3.1 Студент записал $Q_i=\partial П/\partial q_i$. Исправьте выражение и проверьте знак для растянутой пружины.

А3.2 В энергии системы В4 отсутствует $k_2(x_2-x_1)^2/2$. Какое взаимодействие потеряно и как исправить модель?

А3.3 Получено $\dot{E}=+c\dot{x}^2$ для свободной системы с пассивным демпфером. Найдите ошибку по балансу.

А3.4 По $П''(q_0)=0$ сделан вывод о неустойчивости. Проверьте вывод для $П=bq^4/4$, $b>0$, $T=m\dot{q}^2/2$.

А3.5 Для разных частот при неодинаковых массах проверено только $u_1^T u_2=0$. Укажите правильную проверку ортогональности.

Задания из дополнительного ФОС; 5–7 минут обсуждения одного случая в ходе соответствующего занятия. Отдельных баллов нет; исправление учитывается только в критерии объяснения уже оцениваемой работы.

Блок В Проверка умений

Пять практических блоков В1–В5 соответствуют занятиям РПД 1.2, 1.4, 1.6, 2.2, 2.4. Всего 18 часов и девять этапов по 2 часа. По каждому этапу индивидуальное решение и защита 3–5 минут; конспект и обычный калькулятор разрешены при подготовке, самостоятельность проверяется объяснением и изменением параметра. Код требуется в С1, а не как отдельная лабораторная работа. Все исходные параметры учебные; $g=9{,}81$ м/с².

Критерий одного этапа	Максимум
Координаты допущения исходные выражения	0,5
Уравнение или математическая постановка	0,5
Расчёт и единицы	0,5
Проверка интерпретация защита	0,5
Всего за этап	2

За критерий: 0,5 — выполнен полностью; 0,25 — частично с локальной исправимой ошибкой; 0 — отсутствует или принципиально неверен. B1, B3, B4, B5 имеют по два этапа и максимум по 4; B2 — один этап и максимум 2. 4+2+4+4+4=18. Первое освоение и расширенный итог C1 не оценивают один результат дважды.

B1 Связи и кинематика двойного маятника

Занятие 1.2 РПД, 4 ч. Два невесомых нерастяжимых стержня длиной $l_1, l_2 > 0$ соединены идеальными шарнирами. Точечная масса $m_1 > 0$ находится в промежуточном шарнире, $m_2 > 0$ — на конце второго стержня, верхний шарнир неподвижен. Движение в вертикальной плоскости. Углы φ_1, φ_2 отсчитываются от нижней вертикали, x вправо, y вверх.

Этап B1.1 (2 ч): классифицируйте связи, определите число степеней свободы, выберите координаты, выразите положения обеих масс. Этап B1.2 (2 ч): выразите скорости и все возможные перемещения при фиксированном времени, выведите T и укажите кинетическую связь. Для контрольного состояния $l_1 = l_2 = 1$ м, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi/2$, $\dot{\varphi}_1 = 1$ рад/с, $\dot{\varphi}_2 = 0$ определите положения и скорости. Развитие задания 1 раздела 5.1 РПД и П1 дополнительного ФОС; контрольное состояние авторское.

B2 Равновесие рычага

Занятие 1.4 РПД, 2 ч. Невесомый горизонтальный рычаг опирается на неподвижный идеальный шарнир O. Слева от O на плече a=0,20 м действует F=100 Н вертикально вниз, справа на плече b=0,50 м действует P вертикально вниз. Положительный поворот — против часовой стрелки.

Этап B2.1 (2 ч): запишите возможную работу, определите обобщённую силу, найдите P из условия равновесия; проверьте уравнением моментов. Поясните размерность Q_φ и почему реакция O не входит в возможную работу. Задание 2 РПД, П2 дополнительного ФОС.

B3 Грузы и вращающийся блок

Занятие 1.6 РПД, 4 ч. Два груза $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 5$ кг подвешены на вертикальных ветвях невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок с неподвижной осью. R=0,10 м, $J = 0{,}02$ кг·м². Проскальзывания и трения в оси нет. q направлена вниз для m_2 и вверх для m_1; угол блока согласован с $q = R\theta$. $g = 9{,}81$ м/с².

Этап B3.1 (2 ч): получите уравнение принципом Даламбера — Лагранжа, учитывая инерционный момент блока, найдите ускорение. Этап B3.2 (2 ч): независимо проверьте методом Ньютона — Эйлера, восстановите оба натяжения, проверьте момент и случай $J \to 0$. Запишите T и П для контроля знаков. Задание 3 РПД, П3 дополнительного ФОС. На втором этапе 60 минут отводятся РК1, оставшиеся — объяснению подготовленного решения.

B4 Две степени свободы и колебания

Занятие 2.2 РПД, 4 ч. Две массы перемещаются горизонтально без трения. Левая неподвижная опора соединена с m_1 пружиной k_1; между массами пружина k_2; между m_2 и пра-

вой неподвижной опорой пружина k_3. x_1,x_2 направлены вправо, отсчитываются от равновесия. Все массы и жёсткости положительны, пружины линейные.

Этап В4.1 (2 ч): для символических m_1,m_2,k_1,k_2,k_3 выведите Т, П, уравнения Лагранжа, М и К. Этап В4.2 (2 ч): при $m_1=m_2=2$ кг, $k_1=k_2=k_3=200$ Н/м найдите частоты и формы, проверьте М-ортогональность, определите движение при $x_1(0)=0{,}01$ м, $x_2(0)=0$, обе скорости нулевые. Задания 4 и 9 раздела 5.1, П4 и П9 дополнительного ФОС; второй этап увязывает расширенный банк с занятием 2.2.

В5 Сопротивление воздействие и энергия

Занятие 2.4 РПД, 4 ч. Одна масса m=2 кг движется горизонтально, соединена с опорой линейной пружиной k=50 Н/м и параллельным вязким демпфером c=4 Н·с/м. x — удлинение вправо от равновесия, $x(0)=0{,}10$ м, $\dot{x}(0)=0$.

Этап В5.1 (2 ч, интерактивные по РПД): при F=0 получите D, уравнение, характер движения, x(t), энергетический баланс. В паре обсудите план проверки первой модели. Этап В5.2 (2 ч): добавьте $F(t)=2\cos(3t)$ Н вправо, запишите баланс, выведите амплитуду и фазу установившегося движения, объясните отличие переходного режима. По замечанию обсуждения В5.1 каждый сдаёт свой краткий план, результат и исправление одного замечания; отдельного командного балла нет. Задание 5 РПД расширено по занятию 2.4. В конце второго этапа 60 минут занимает РК2; расчёт обсуждается по предварительной подготовке в СРС.

Письменный рубежный контроль

РК1 и РК2 по 60 минут в конце В3.2 и В5.2 соответственно, внутри предусмотренных часов. Решения практических этапов предварительно готовятся в СРС, оставшееся время занятия — проверка и объяснение. Разрешён непрограммируемый калькулятор; конспекты, готовые решения, Интернет и вычислительные системы не используются. Выдаётся один вариант с полными условиями. Две задачи по 5: модель и координаты 1; энергии силы или матрицы 1; вывод и решение 2; проверка и вывод 1. Максимум каждой работы 10.

РК1 Общие принципы и движение

Задача 1. Горизонтальный невесомый рычаг с неподвижным шарниром: F вниз на плече a слева, P вниз на плече b справа, положительный поворот против часовой стрелки. Найдите Q_φ и P методом возможных перемещений, проверьте моментами. Задача 2. Два груза на вертикальных ветвях невесомой нерастяжимой нити через блок с неподвижной осью; проскальзывания и трения в оси нет. q вниз для m_2, $q=R\theta$. Укажите связи и координату, запишите Т, П, получите уравнение Даламбера — Лагранжа и ускорение. Проверьте уравнениями Ньютона — Эйлера. Данные из дополнительного ФОС:

Вариант	Задача 1	Задача 2
РК1 А	a=0,25 м; b=0,4 м; F=80 Н	$m_1=2$ кг; $m_2=4$ кг; R=0,1 м; J=0,01 кг·м²
РК1 Б	a=0,3 м; b=0,5 м; F=120 Н	$m_1=4$ кг; $m_2=6$ кг; R=0,2 м; J=0,08 кг·м²

РК2 Энергия и колебания

Задача 1. Масса, пружина и параллельный вязкий демпфер движутся горизонтально, внешней силы нет, x от равновесия. Найдите D, уравнение, характер движения, затухающую частоту и Ė; начальные данные для этих выводов не требуются. Задача 2. Две одинаковые массы m соединены тремя одинаковыми пружинами k по схеме, полностью описанной в В4: две крайние пружины к неподвижным опорам, средняя между массами. Получите M,K, частотное уравнение, частоты и формы, поясните движение в каждой форме. Данные из дополнительного ФОС:

Вариант	Задача 1	Задача 2
РК2 А	m=1 кг; k=100 Н/м; c=2 Н·с/м	m=1 кг; k=100 Н/м
РК2 Б	m=2 кг; k=32 Н/м; c=4 Н·с/м	m=2 кг; k=50 Н/м

Блок С Проверка владения методами

С1 Индивидуальное задание с компьютерным исследованием

Единый комплект по расширенному банку раздела 5 РПД и дополнительному ФОС. Аналитические этапы С1.1–3 подготавливают компьютерный С1.4; оценивается один итог по шкале 12 баллов. Новых лабораторных часов нет. Нумерация этапов и интеграция заданий предложены для согласования в пределах 40 часов СРС. Представляются индивидуальный отчёт 6–10 страниц, исходный код, таблицы и графики; защита 7–10 минут на занятиях раздела 2. Разрешены конспект, доступные MATLAB или Python со справкой при подготовке; на защите объяснение самостоятельное.

С1.1 Вариационный вывод

Математический маятник: точечная масса m>0 на невесомом стержне l>0, идеальный неподвижный шарнир, угол φ от нижней вертикали. Запишите L и действие, вычислите первую вариацию при $\delta\varphi(t_0)=\delta\varphi(t_1)=0$. Получите нелинейное уравнение и линейное приближение. Укажите различие временных граничных условий вывода и начальных условий численного решения. Задание 6 РПД, П6 дополнительного ФОС.

С1.2 Каноническая модель

Осциллятор m=1 кг, k=25 Н/м, x(0)=0,10 м, $\dot{x}(0)=0$. Найдите p,H, канонические уравнения и аналитическое решение. Запишите систему первого порядка, объясните фазовую траекторию (x,p), проверьте сохранение энергии. Задание 7 РПД, П7 дополнительного ФОС.

С1.3 Устойчивость и вырождение

Для потенциальной энергии и T ниже найдите все равновесия и исследуйте a>0, a=0 и a<0. q — перемещение в м, a в Н/м, b в Н/м³, m в кг; b>0,m>0, полные символические данные достаточны. Объясните, почему одной второй производной недостаточно при a=0. Задание 8 РПД, П8 дополнительного ФОС.

$$\Pi(q) = \frac{a}{2}q^2 + \frac{b}{4}q^4, \quad b > 0, \quad T = \frac{m}{2}\dot{q}^2$$

С1.4 Нелинейный маятник с сопротивлением

Модель: неподвижный подвес, точечная масса m на невесомом жёстком стержне l, вращательный вязкий момент $-c_\varphi\dot{\varphi}$, g=9,81 м/с². Сопротивление c_φ в Н·м·с/рад. Угол от нижней вертикали. Каждый обучающийся получает один вариант; для него рассматривает $c_\varphi=0$ и значение из таблицы. Во всех случаях $\dot{\varphi}(0)=0$.

$$ml^2\ddot{\varphi} + c_\varphi\dot{\varphi} + mgl\sin\varphi = 0$$

Вариант	m, кг	l, м	φ(0), рад	c_φ, Н·м·с/рад
1	1	1	0,2	0,1
2	2	0,8	0,5	0,15
3	1,5	1,2	1	0,2

Выведите уравнение Лагранжа, систему $\dot{\varphi}=v$, $\dot{v}=-(g/l)\sin\varphi-c\varphi v/(ml^2)$. Рассчитайте 0–20 с на общей сетке $t_j=0{,}01j$, $j=0,\ldots,2000$; укажите метод. Предлагаемые исходные допуски: относительный 10^{-7}, абсолютный 10^{-10}; контрольные 10^{-9} и 10^{-12}, либо обоснованная пара шагов другого метода. Постройте φ(t),v(t), фазовую траекторию и E(t), подпишите единицы.

$$E(t)=\frac{1}{2}ml^2v^2+mgl(1-\cos\varphi)$$

$$R(t)=\frac{E(t)-E(0)+W(t)}{E(0)},\quad W(t)=\int_0^t c_\varphi\, v^2 d\tau$$

При $c\varphi=0$ оцените максимум $|E-E_0|/E_0$. При $c\varphi>0$ вычислите накопленную работу W и максимум |R|; сравните более строгий расчёт на тех же узлах. Независимо вычислите W квадратурой по выданным v(t), повторите с сеткой 0,005 с и объясните ошибку квадратуры. Баланс, построенный только из дополнительного уравнения $\dot{W}=c\varphi v^2$ того же решателя, не считается единственной независимой проверкой. Дополнительно проверьте линейный случай по аналитическому решению осциллятора.

Сопоставьте нелинейную модель с заменой $\sin\varphi\approx\varphi$ для тех же параметров, начальных данных и сопротивления. Для $c\varphi=0$ оцените период по пересечениям нуля одного направления после начала движения и сравните с малой амплитудой; покажите способ измерения. Предварительные этапы С1.1–3 и этот расчёт сопровождаются планом проверки, который корректируется по замечанию обсуждения В5.1. Единый произвольный порог точности не является проходным баллом: требуется обоснованный контроль сходимости.

Критерий С1	**Максимум**
Модель допущения и вывод включая С1.1–3	3
Воспроизводимость расчёта и начальные условия	3
Точность и энергетический баланс	2
Графики и интерпретация	2
Защита и обоснование корректировки плана	2
Всего	12

Блок D Экзамен

Подготовка 40 минут, объяснение до 10 минут — предлагаемый регламент по дополнительному ФОС. Билет: два вопроса разных направлений по 10 и задача 20, всего 40. Индивидуальная письменная подготовка и устное объяснение; разрешён непрограммируемый калькулятор, конспект и компьютер не используются. Численное исследование проверяется заранее в С1. Полные тексты готовых билетов приведены ниже.

D1 Теоретические вопросы РПД

D1.1 Классификация связей и определение числа степеней свободы механической системы.

D1.2 Обобщённые координаты и скорости. Выражение кинематических характеристик через обобщённые координаты.

D1.3 Возможные перемещения и идеальные связи.

D1.4 Возможная работа и обобщённые силы.

D1.5 Принцип возможных перемещений и условия равновесия.

D1.6 Потенциальная энергия и обобщённые потенциальные силы.

D1.7 Принцип Даламбера и силы инерции.

D1.8 Принцип Даламбера — Лагранжа и общее уравнение динамики.

D1.9 Кинетическая энергия в обобщённых координатах. Матрица инерции.

D1.10 Уравнения Лагранжа второго рода и условия их применения.

D1.11 Функция Лагранжа и уравнения движения консервативной системы.

D1.12 Учёт внешних сил, моментов и вязкого сопротивления.

D1.13 Диссипативная функция Рэлея.

D1.14 Циклические координаты и сохранение обобщённых импульсов.

D1.15 Энергетическая функция, интеграл энергии и баланс механической энергии.

D1.16 Действие и принцип Гамильтона — Остроградского.

D1.17 Вывод уравнений Лагранжа из вариационного принципа.

D1.18 Обобщённые импульсы, преобразование Лежандра и функция Гамильтона.

D1.19 Канонические уравнения Гамильтона.

D1.20 Фазовые траектории и их физическая интерпретация.

D1.21 Приведение уравнений движения к системе первого порядка и проверка численного решения.

D1.22 Равновесие консервативных систем и теорема Лагранжа — Дирихле.

D1.23 Исследование устойчивости по потенциальной энергии. Вырожденные случаи.

D1.24 Линеаризация уравнений движения и матричная модель малых колебаний.

D1.25 Частотное уравнение, собственные частоты и формы колебаний.

D1.26 Ортогональность собственных форм и нормальные координаты.

D1.27 Определение свободного движения по начальным условиям.

D1.28 Учёт вязкого сопротивления и гармонического воздействия в линейной колебательной системе.

D2 Банк расчётных задач

D2.1 Равновесие маятника

Точечная масса $m=2$ кг на невесомом стержне $l=0{,}50$ м подвешена на неподвижном шарнире. Постоянная горизонтальная сила $F=10$ Н направлена вправо. Угол φ от нижней вертикали положителен вправо. Найти обобщённую силу, все положения равновесия и их устойчивость. Использовать возможную работу и потенциальную энергию. Принять $g=9{,}81$ м/с², если требуется.

D2.2 Движение грузов

Два груза $m_1=2$ кг и $m_2=4$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью через блок с неподвижной осью, $R=0{,}10$ м, $J=0{,}01$ кг·м². Нить не проскальзывает, трения в оси нет, q вниз для m_2. Получите уравнение Лагранжа, ускорение и оба натяжения. Объясните их различие; $g=9{,}81$ м/с².

D2.3 Канонические уравнения маятника

Для математического маятника $m=1$ кг, $l=1$ м построить L, обобщённый импульс, H и канонические уравнения. Показать эквивалентность нелинейному уравнению Лагранжа и найти частоту малых колебаний. Принять $g=9{,}81$ м/с², если требуется.

D2.4 Устойчивость двухкоординатной системы

$T=m(\dot{x}^2+\dot{y}^2)/2$, $m=1$ кг; $П=k(x^2+y^2)/2+\alpha xy$, $k=100$ Н/м. Исследовать равновесие в начале координат при $\alpha=60$, 100 и 120 Н/м. Для каждого случая различить строгий минимум, вы-

рожденный минимум и седловую точку; установить динамическую устойчивость относительно возмущений координат и скоростей. Принять g=9,81 м/с², если требуется.

D2.5 Модальный анализ

Две массы $m_1=m_2=1$ кг движутся горизонтально без трения. Левая опора — пружина k_1 — m_1; между массами пружина k_2; между m_2 и правой опорой пружина k_3. $k_1=k_2=k_3=100$ Н/м, x_1,x_2 вправо от равновесия. Получите уравнения, частоты, формы и нормальные координаты. Найдите движение при $x_1(0)=0{,}02$ м, $x_2(0)=0$, обе скорости нулевые. Принять g=9,81 м/с², если требуется.

D2.6 Вынужденные колебания

$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F_0\cos\Omega t$; m=1 кг, k=100 Н/м, c=2 Н·с/м, F_0=10 Н. Вывести амплитуду и фазовый сдвиг установившегося движения. Найти частоту максимума амплитуды перемещения и его значение; вычислить амплитуду при Ω=10 рад/с. Принять g=9,81 м/с², если требуется.

В D2.4 дополнительно рассмотрите общее условие $|\alpha|<k$ и случаи $|\alpha|=k$, $|\alpha|>k$; в вырожденном случае различайте минимум энергии и устойчивость отдельной точки в фазовом пространстве. Это уточняет формулировку задачи 4 раздела 5.1 РПД.

Готовые билеты

Билет 1

1. Классификация связей и определение числа степеней свободы механической системы.

2. Равновесие консервативных систем и теорема Лагранжа — Дирихле.

3. Для математического маятника m=1 кг, l=1 м построить L, обобщённый импульс, H и канонические уравнения. Показать эквивалентность нелинейному уравнению Лагранжа и найти частоту малых колебаний. g=9,81 м/с².

Билет 2

1. Возможные перемещения и идеальные связи.

2. Частотное уравнение, собственные частоты и формы колебаний.

3. Два груза $m_1=2$ кг и $m_2=4$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью через блок с неподвижной осью, R=0,10 м, J=0,01 кг·м². Нить не проскальзывает, трения в оси нет, q вниз для m_2. Получите уравнение Лагранжа, ускорение и оба натяжения. Объясните их различие; g=9,81 м/с².

Билет 3

1. Принцип возможных перемещений и условия равновесия.

2. Обобщённые импульсы, преобразование Лежандра и функция Гамильтона.

3. Две массы $m_1=m_2=1$ кг движутся горизонтально без трения. Левая опора — пружина k_1 — m_1; между массами пружина k_2; между m_2 и правой опорой пружина k_3. $k_1=k_2=k_3=100$ Н/м, x_1,x_2 вправо от равновесия. Получите уравнения, частоты, формы и нормальные координаты. Найдите движение при $x_1(0)=0{,}02$ м, $x_2(0)=0$, обе скорости нулевые. g=9,81 м/с².

Билет 4

1. Принцип Даламбера и силы инерции.

2. Ортогональность собственных форм и нормальные координаты.

3. Точечная масса m=2 кг на невесомом стержне l=0,50 м подвешена на неподвижном шарнире. Постоянная горизонтальная сила F=10 Н направлена вправо. Угол φ от нижней вертикали положителен вправо. Найти обобщённую силу, все положения равновесия и их устойчивость. Использовать возможную работу и потенциальную энергию. g=9,81 м/с².

Билет 5

1. Принцип Даламбера — Лагранжа и общее уравнение динамики.

2. Исследование устойчивости по потенциальной энергии. Вырожденные случаи.

3. $m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F_0\cos\Omega t$; $m=1$ кг, $k=100$ Н/м, $c=2$ Н·с/м, $F_0=10$ Н. Вывести амплитуду и фазовый сдвиг установившегося движения. Найти частоту максимума амплитуды перемещения и его значение; вычислить амплитуду при $\Omega=10$ рад/с. $g=9{,}81$ м/с².

Билет 6

1. Кинетическая энергия в обобщённых координатах. Матрица инерции.

2. Действие и принцип Гамильтона — Остроградского.

3. $T=m(\dot{x}^2+\dot{y}^2)/2$, $m=1$ кг; $П=k(x^2+y^2)/2+\alpha xy$, $k=100$ Н/м. Исследовать равновесие в начале координат при $\alpha=60$, 100 и 120 Н/м. Для каждого случая различить строгий минимум, вырожденный минимум и седловую точку; установить динамическую устойчивость относительно возмущений координат и скоростей. $g=9{,}81$ м/с².

Билет 7

1. Уравнения Лагранжа второго рода и условия их применения.

2. Учёт вязкого сопротивления и гармонического воздействия в линейной колебательной системе.

3. Точечная масса $m=2$ кг на невесомом стержне $l=0{,}50$ м подвешена на неподвижном шарнире. Постоянная горизонтальная сила $F=10$ Н направлена вправо. Угол φ от нижней вертикали положителен вправо. Найти обобщённую силу, все положения равновесия и их устойчивость. Использовать возможную работу и потенциальную энергию. $g=9{,}81$ м/с².

Билет 8

1. Функция Лагранжа и уравнения движения консервативной системы.

2. Канонические уравнения Гамильтона.

3. Два груза $m_1=2$ кг и $m_2=4$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью через блок с неподвижной осью, $R=0{,}10$ м, $J=0{,}01$ кг·м². Нить не проскальзывает, трения в оси нет, q вниз для m_2. Получите уравнение Лагранжа, ускорение и оба натяжения. Объясните их различие; $g=9{,}81$ м/с².

Билет 9

1. Учёт внешних сил, моментов и вязкого сопротивления.

2. Линеаризация уравнений движения и матричная модель малых колебаний.

3. Для математического маятника $m=1$ кг, $l=1$ м построить L, обобщённый импульс, H и канонические уравнения. Показать эквивалентность нелинейному уравнению Лагранжа и найти частоту малых колебаний. $g=9{,}81$ м/с².

Билет 10

1. Циклические координаты и сохранение обобщённых импульсов.

2. Учёт вязкого сопротивления и гармонического воздействия в линейной колебательной системе.

3. $T=m(\dot{x}^2+\dot{y}^2)/2$, $m=1$ кг; $П=k(x^2+y^2)/2+\alpha xy$, $k=100$ Н/м. Исследовать равновесие в начале координат при $\alpha=60$, 100 и 120 Н/м. Для каждого случая различить строгий минимум, вырожденный минимум и седловую точку; установить динамическую устойчивость относительно возмущений координат и скоростей. $g=9{,}81$ м/с².

Билет 11

1. Энергетическая функция, интеграл энергии и баланс механической энергии.

2. Частотное уравнение, собственные частоты и формы колебаний.

3. Две массы $m_1=m_2=1$ кг движутся горизонтально без трения. Левая опора — пружина k_1 — m_1; между массами пружина k_2; между m_2 и правой опорой пружина k_3. $k_1=k_2=k_3=100$ Н/м, x_1,x_2 вправо от равновесия. Получите уравнения, частоты, формы и нормальные координаты. Найдите движение при $x_1(0)=0{,}02$ м, $x_2(0)=0$, обе скорости нулевые. $g=9{,}81$ м/с².

Билет 12

1. Вывод уравнений Лагранжа из вариационного принципа.

2. Приведение уравнений движения к системе первого порядка и проверка численного решения.

3. $m\ddot{x}+c\dot{x}+kx=F_0\cos\Omega t$; $m=1$ кг, $k=100$ Н/м, $c=2$ Н·с/м, $F_0=10$ Н. Вывести амплитуду и фазовый сдвиг установившегося движения. Найти частоту максимума амплитуды перемещения и его значение; вычислить амплитуду при $\Omega=10$ рад/с. $g=9{,}81$ м/с².

Билеты построены по сочетаниям дополнительного ФОС с вопросами полного банка РПД. Для D2.4 действует общее уточнение о вырожденном случае выше. При пересдаче применяются равноценные сочетания и данные с теми же критериями; не требуется неизвестной студенту схемы.

Теоретический ответ	**Максимум**
Понятия и условия применимости	4
Вывод или обоснование	4
Физический смысл и пример	2
Всего за один вопрос	10

Расчётная задача	**Максимум**
Модель и координаты	4
Энергии силы или матрицы	4
Вывод уравнений	5
Решение	5
Проверка и интерпретация	2
Всего	20

4 Методические материалы и процедуры оценивания

4.1 Общие процедуры

Темы, условия, время и критерии объявляются до контроля. Оценивается подтверждённое действие; результат без объяснения не подтверждает владение всем методом. Для критериев с максимумом более 0,5: максимум — полное корректное действие; половина — верная основа с пробелом или локальной устранимой ошибкой; 0 — отсутствует либо принципиально неверно. Промежуточные значения назначаются за конкретные верные элементы с записью причины. В РК и экзамене допустим шаг 0,5, в практических критериях — 0,25; тест двоичный.

Арифметическая ошибка не обнуляет правильную постановку и вывод. Последствия одной ошибки не учитываются повторно как независимые. Неправильная схема и неверное направление силы, меняющие физическую задачу, оцениваются в соответствующем критерии. Корректные иные знаковые соглашения, координаты и нормировки форм принимаются с объяснением.

Обсуждение в B5.1 не подменяет индивидуальную оценку: студент представляет собственный план и исправление замечания. C1 оценивается один раз за расширенный итог, новые проверки и защиту. В формах фиксации записываются баллы по критериям, существенная ошибка и результат исправления.

4.2 Рейтинг и итоговая шкала

R=0,5·Nверных A2+ΣBэтап+РК1+РК2+C1+D. Максимумы: 10+18+10+10+12+40=100. До экзамена 60. Промежуточные суммы не округляются; итог до целого по правилу 0,5 вверх. Распределение и округление предложены для согласования. Отдельные экзаменационные минимумы 32/24/16 из 40 из проекта не применяются без документального нормативного основания; итоговая шкала — по Положению.

Рейтинг	Оценка
85–100	Отлично
70–84	Хорошо
60–69	Удовлетворительно
Менее 60	Неудовлетворительно

Допуск к экзамену, пересдачи, апелляции и сроки определяются действующими локальными актами КРСУ; новых ограничений ФОС не вводит. Утверждение и изменения оформляются в установленном порядке, без имитации подписания в настоящем файле.

5 Методические указания для обучающегося

5.1 Самостоятельная работа

Пункт РПД	Часы	Распределение и результат
1.7	20	B1: кинематика 6 ч; B2: работа и равновесие 3 ч; B3 и подготовка РК1 5 ч; C1.1–3 (вариационный вывод 2 ч, каноническая модель 2 ч, устойчивость 2 ч) 6 ч
2.5	20	B4: матричная модель и моды 5 ч; B5: сопротивление и внешнее воздействие 3 ч; C1.4: расчёт баланс код отчёт и защита 8 ч; тест и РК2 4 ч
Итого	40	20+20; внутреннее разбиение предложено для согласования

Этапы С1.1–3 и В4.2 раскрывают расширенный контрольный банк раздела 5 и методические указания раздела 8, при сохранении часов раздела 4. Дополнительных лекций, лабораторных и курсовых работ не назначается. Увязка тем для согласования отмечена в начале документа. 31,7 часа на контроль и 0,3 часа контактной работы сессии сохранены отдельно; они не прибавляются повторно к 40 часам СРС.

5.2 Рекомендации

Начните с расчётной схемы и направлений, независимых координат и допущений. Проверьте регулярность и число связей. Возможные перемещения вычисляйте при фиксированном времени, а скорости — полным дифференцированием; для движущихся связей эти операции различаются.

При выводе динамики сначала составьте Т, П и непотенциальные силы. Не учитывайте потенциальную силу дважды. Для блока учитывайте J/R^2; после нахождения движения восстановите реакции отдельными уравнениями Ньютона — Эйлера. Контролируйте размерность обобщённой силы относительно выбранной координаты.

Отделяйте стационарность действия от минимума, круговую частоту от частоты в Гц и вырождение квадратичной формы от доказательства неустойчивости. В колебаниях проверяйте положительность М, симметрию К, ортогональность по М и восстановление всех начальных условий.

В компьютерном отчёте сохраните параметры, версию среды, уравнения, начальное состояние, метод и допуски. Сравнивайте решения на одинаковых моментах времени. Баланс энергии проверяйте с учётом работы демпфера и внешней силы; повторяйте также квадратуру, чтобы отличить её ошибку от ошибки интегратора. Одна гладкая фазовая траектория точность не доказывает.

Источники

1. РПД «Аналитическая механика», КРСУ, утверждена 03.09.2026, разделы 3–5 и 8. 2. Приложенный FOS_Analiticheskaya_mekhanika.docx — дополнительный проект. 3. Приложенное Положение о ФОС КРСУ, пп. 3.3–3.4 и итоговая шкала. 4. Макет ФОС «Прикладная механика». Перегруппировка этапов и конкретизации отмечены в тексте; внешние публикации как источники задач не заявляются.

Приложение 1 Формы фиксации результатов

ФИО _____ Группа _____ Семестр 5 Дата _____

Средство	Максимум	Получено	Замечания
A2.1–7	3,5		
A2.8–20	6,5		
B1.1	2		
B1.2	2		
B2.1	2		
B3.1	2		
B3.2	2		
B4.1	2		
B4.2	2		
B5.1	2		
B5.2	2		
РК1	10		
РК2	10		
C1	12		
До экзамена	60		
Экзамен D	40		
Итог	100		

Лист экзамена

ФИО _____ Группа _____ Дата _____ Билет _____

Часть	Максимум	Получено	Замечания
D1 вопрос 1	10		
D1 вопрос 2	10		
D2 задача	20		
Билет	40		
До экзамена	60		
Итог	100		

До округления _____ После округления _____ Оценка _____

Уточняющий вопрос и проверки _____

Преподаватель _____ Подпись _____

Лист регистрации изменений

Дата	Раздел	Изменение и основание	Протокол подпись