Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Министерство науки, высшего образования и инноваций
Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет

имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

Высшая школа Природопользования, мехатроники и транспорта

Фонд
оценочных средств

по дисциплине «Программные системы компьютерной математики»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки 15.03.03 — РФ, 650500 — КР
ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»

Квалификация

бакалавр

2026 г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 15.03.03 — РФ, 650500 — КР «Прикладная механика», профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг», по программе бакалавриата КРСУ в соответствии с ФГОС 3++ по дисциплине «Программные системы компьютерной математики».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании

Высшей школы Природопользования, мехатроники и транспорта

протокол № 1 от «2 » сентября 2026 г.

Руководитель подразделения

_____ Алсеитов Мирлан Тилегенович
подпись *расшифровка подписи*

Исполнители:
к.ф.-м.н. _____ Герман Константин Анатольевич
должность *подпись* *расшифровка подписи*

к.т.н. _____ Джаманкулов Азамат Кенешбекович
должность *подпись* *расшифровка подписи*

СОГЛАСОВАНО:
Заместитель директора по образовательной деятельности
Политехнического института

_____ Комарцов Никита Михайлович
личная подпись расшифровка подписи

Содержание

Сведения о дисциплине
1. Компетенции и этапы их формирования
2. Технологическая карта дисциплины
3. Оценочные материалы: блоки A, B, C, D
4. Процедуры и критерии оценивания
5. Методические указания обучающимся
Приложение 1. Формы фиксации результатов

Сведения о дисциплине

Параметр	Сведения по РПД
Название	Программные системы компьютерной математики
Направление; профиль	15.03.03 — РФ, 650500 — КР Прикладная механика; Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг
Квалификация, форма, курс	Бакалавр; очная; 3 курс, 5 семестр
Раздел ООП	Б1.О.3. Полный индивидуальный код дисциплины в РПД не приведён; номер 38 в имени файла кодом учебного плана не является.
Объём	3 ЗЕТ, 108 ч: лекции 34; практические 24; самостоятельная работа 49,9; контактная работа в период теоретического обучения 0,1. Аудиторные 58; контактные 58,1.
Аттестация	Зачёт в 5-м семестре. Лабораторные и курсовая работа не предусмотрены.
Основание	РПД: учебный план от 26.06.2026, протокол № 11; одобрение подразделением от 02.09.2026, протокол № 1; срок действия 2026–2032.

1. Компетенции и этапы их формирования

ОПК-11: Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.

Группа и результаты РПД	Начальный этап: знания / умения / владение	Базовый этап
Р1. Погрешности, сходимость (3.1.12), визуализация и интерпретация (3.3.12); общие критерии и анализ проблем	А1.1.1–10, Т1–Т4; З1–З3; С1.1; К1	D1.1–3,17; И1–И6
Р2. СЛАУ: Гаусс, выбор главного элемента, Якоби, Зейдель; определители; собственные пары (3.1.1–4, 3.2.1–2,10–11, 3.3.1–2,10–11)	А1.2.1–10, Т5–Т8; З4–З6; С1.2–4; К1	D1.4–6,17; И1–И2
Р3. Нелинейные уравнения: бисекция, Ньютон, секущие, итерация; системы: Ньютон (3.1.5–6, 3.2.3–4, 3.3.3–4)	А1.3.1–10, Т9–Т12; З7–З9; С1.5–6; К1	D1.7–9,17; И3
Р4. Дифференцирование, интегрирование, интерполяция (3.1.8–11, 3.2.6–9, 3.3.6–9)	А1.4.1–10, Т13–Т16; З10–З13; С1.7–9; К2	D1.10–13,17; И4
Р5. ОДУ: Эйлер, Рунге — Кутта, Адамс (3.1.7, 3.2.5, 3.3.5); визуализация (3.3.12)	А1.5.1–10, Т17–Т20; З14–З17; С1.10–12; К2	D1.14–17; И5–И6

2. Технологическая карта дисциплины

Балльная схема 60/40 взята из предложенной модели приложенного ФОС и раздела 5 РПД, конкретизирована для согласования; статус утверждённой шкалы распределения баллов не установлен. Она соответствует реальному набору: 12 практических защит, 2 теста, 2 письменных РК, зачёт. Сроки ниже — предлагаемые учебные недели, уточняемые календарным расписанием.

Модуль; недели	Л / Пр / СРС, ч	ТК, СРС, рубежный контроль	Баллы min–max
Р1; 1–3	6 / 2 / 6	П1 (З1–З3); А1.1; С1.1	0–3
Р2; 4–6	6 / 6 / 7	П2–П4; А1.2; С1.2–4	0–9
Р3; 7–9	6 / 4 / 11	П5–П6; А1.3; С1.5–6; тест Т1–Т10 (0–5); К1 (0–7)	0–18
Р4; 10–13	8 / 6 / 13	П7–П9; А1.4; С1.7–9	0–9
Р5; 14–17	8 / 6 / 12,9	П10–П12; А1.5; С1.10–12; тест Т11–Т20 (0–5); К2 (0–7)	0–21
Итого семестр	34 / 24 / 49,9	Практические 36 + тесты 10 + РК 14	0–60
Зачёт, 5 семестр	КрТО 0,1	2 вопроса D1 по 10 + вариант И по 20	0–40
Итого	108 ч, включая КрТО	R = П + Т + К1 + К2 + D	0–100

Нулевые минимумы — диапазон начисления за компонент, а не условие допуска. К каждому письменному РК допускаются все обучающиеся независимо от посещаемости и выполнения других работ (п. 3.3 Положения). Дополнительные пороги зачётной части, компьютерного задания и обязательной защиты всех работ для положительной итоговой оценки не вводятся.

3. Оценочные материалы

Блок А. Проверка знаний

А1. Вопросы текущего опроса

По разделу задаются 2–3 вопроса; 5–10 минут внутри практического занятия. Допускаются собственные записи и справка среды; оценивается самостоятельное объяснение. Баллы отдельно не начисляются: замечания учитываются при защите П по соответствующей рубрике.

А1.1.1 Чем различаются численные, символьные и графические вычисления? Как их сочетать в инженерной задаче?

А1.1.2 Какие данные и настройки необходимы для воспроизводимости расчёта?

А1.1.3 Какие источники погрешностей встречаются в компьютерном расчёте?

А1.1.4 Как определяются абсолютная и относительная погрешности? Когда относительная погрешность неинформативна?

А1.1.5 Почему вычитание близких чисел может приводить к потере значащих цифр?

А1.1.6 Чем обусловленность задачи отличается от устойчивости алгоритма?

А1.1.7 Что означает сходимость метода и как определяют порядок точности?

А1.1.8 Чем невязка отличается от ошибки решения?

А1.1.9 Как символьные вычисления помогают подготовить и проверить численный расчёт?

А1.1.10 Как правильно представить инженерный результат графиками и таблицами?

А1.2.1 Когда квадратная линейная система имеет единственное решение?

А1.2.2 В чём состоят прямой и обратный ход метода Гаусса?

А1.2.3 Зачем нужен выбор главного элемента? Как перестановки строк влияют на определитель?

А1.2.4 Как связаны исключение Гаусса и LU-разложение?

А1.2.5 Почему решение линейной системы предпочтительнее явного вычисления обратной матрицы?

А1.2.6 Чем отличаются итерационные схемы Якоби и Зейделя?

А1.2.7 Каковы условия сходимости и критерии остановки итераций?

А1.2.8 Что характеризует число обусловленности матрицы?

А1.2.9 При каких условиях степенной метод определяет доминирующую собственную пару?

А1.2.10 Как собственные значения и векторы связаны с частотами и формами колебаний?

А1.3.1 Что означает отделение корня? Какую роль играет непрерывность функции?

А1.3.2 Как работает метод половинного деления и оценивается его погрешность?

А1.3.3 Как строится простая итерация и проверяются условия её сходимости?

А1.3.4 Какова геометрическая интерпретация метода Ньютона?

А1.3.5 Как малые значения производной и кратность корня влияют на метод Ньютона?

А1.3.6 Чем отличаются методы Ньютона и секущих?

А1.3.7 Почему начальное приближение влияет на найденный корень?

А1.3.8 Какие критерии остановки и ограничения числа итераций необходимы?

А1.3.9 Как строится матрица Якоби и вычисляется поправка для нелинейной системы?

А1.3.10 Для чего нужны масштабирование переменных и демпфирование поправки?

А1.4.1 Чем различаются интерполяция, аппроксимация и экстраполяция?

А1.4.2 Как строятся полиномы Лагранжа и Ньютона?

А1.4.3 Как расположение узлов и степень полинома влияют на точность интерполяции?

А1.4.4 Какие условия обеспечивают гладкость кубического сплайна?

А1.4.5 Какой критерий лежит в основе метода наименьших квадратов?

А1.4.6 Как получают прямые, обратные и центральные разности?

А1.4.7 Почему уменьшение шага не всегда улучшает численную производную?

А1.4.8 Как шум исходных данных влияет на дифференцирование?

А1.4.9 Как строятся составные формулы трапеций и Симпсона и каковы требования к сетке?

А1.4.10 Как оценивают погрешность при сгущении сетки? Как работает адаптивное интегрирование?

А1.5.1 Какие данные задают задачу Коши? Как уравнение второго порядка приводят к системе первого порядка?

А1.5.2 Как строится явный метод Эйлера и чем отличается схема Хойна?

А1.5.3 Чем локальная погрешность отличается от глобальной?

А1.5.4 Как связаны шаг и устойчивость метода?

А1.5.5 Каковы этапы классического метода Рунге — Кутты четвёртого порядка?

А1.5.6 Для чего нужны вложенные схемы и адаптивный выбор шага?

А1.5.7 Как получают стартовые значения для метода Адамса?

А1.5.8 Чем отличаются методы Адамса — Башфорта и Адамса — Моултона?

А1.5.9 Что такое жёсткость задачи и как она влияет на выбор решателя?

А1.5.10 Как применяют обнаружение событий, изменение допусков и баланс энергии для проверки динамического расчёта?

А2. Два тестирования

Тест 1: Т1–Т10; тест 2: Т11–Т20. На каждый — 20 минут. В каждом задании один правильный ответ. Правильный — 0,5; неправильный, пропуск или несколько отметок — 0; по 0–5 баллов. Разрешены калькулятор и выданный лист задания; программная справка и готовые ответы для тестирования не используются. Ответ — номер задания и выбранная буква.

Т1 Относительная погрешность ненулевой величины определяется как

А. Отношение абсолютной погрешности к модулю эталонного значения

Б. Разность приближения и эталона без модуля

В. Число итераций

Г. Норма невязки

Т2 Обусловленность характеризует

А. Скорость работы компьютера

Б. Чувствительность решения к изменениям исходных данных

В. Количество строк программы

Г. Число графиков

Т3 Устойчивость алгоритма связана с

А. Наличием символьного ответа

Б. Высокой степенью полинома

В. Влиянием вычислительных возмущений на результат

Г. Только размером матрицы

Т4 Малая невязка решения линейной системы

А. Всегда гарантирует нулевую ошибку

Б. Гарантирует точность всех исходных данных

В. Позволяет не учитывать обусловленность

Г. Не всегда означает малую ошибку решения

Т5 Перестановка двух строк матрицы

А. Меняет знак её определителя

Б. Не меняет определитель

В. Всегда делает определитель нулевым

Г. Меняет ранг на единицу

Т6 Выбор главного элемента в методе Гаусса нужен прежде всего для

А. Исключения обратного хода

Б. Снижения неблагоприятного влияния малых ведущих элементов

В. Перехода к нелинейной системе

Г. Получения всех собственных значений

Т7 В методе Зейделя

А. Всегда вычисляется обратная матрица

Б. Новые компоненты не используются до конца итерации

В. Используются уже обновлённые компоненты текущей итерации

Г. Начальное приближение не требуется

Т8 В задаче $K\varphi = \lambda M\varphi$ для свободных колебаний λ соответствует

А. Частоте в герцах

Б. Амплитуде колебаний

В. Коэффициенту демпфирования

Г. Квадрату угловой собственной частоты

Т9 Непрерывность f на [a,b] и $f(a)f(b)<0$ гарантируют

А. Наличие хотя бы одного корня внутри интервала

Б. Единственность корня

В. Квадратичную сходимость метода Ньютона

Г. Отсутствие кратных корней вне интервала

Т10 Достаточное условие сжатия для простой итерации на сохраняемом интервале

А. Модуль производной итерационной функции больше единицы

Б. Модуль производной ограничен числом $q<1$

В. Производная исходной функции равна нулю

Г. Любое начальное приближение из всей числовой оси

Т11 Метод секущих в стандартной форме требует

А. Вычисления второй производной

Б. Только матрицы Якоби

В. Двух начальных приближений

Г. Знания точного корня

Т12 Поправка метода Ньютона для системы находится из

А. Задачи на собственные значения

Б. Уравнения энергии

В. Квадратурной формулы

Г. Линейной системы с матрицей Якоби

Т13 Интерполяционная функция должна

А. Проходить через заданные узловые значения

Б. Минимизировать только сумму квадратов остатков

В. Быть прямой при любых данных

Г. Совпадать с точной функцией во всех точках

Т14 Метод наименьших квадратов минимизирует

А. Сумму значений аргумента

Б. Сумму квадратов отклонений модели от данных

В. Степень любого полинома

Г. Модуль определителя

Т15 Уменьшение шага при численном дифференцировании

А. Всегда исключает ошибку

Б. Никогда не влияет на округление

В. Может усилить влияние округления и шума

Г. Гарантирует точную производную

Т16 Составная формула Симпсона 1/3 на равномерной сетке требует

А. Нечётного числа подынтервалов

Б. Одного узла

В. Неравномерного расположения всех узлов

Г. Чётного числа подынтервалов

Т17 Явный метод Эйлера для гладкой задачи имеет глобальный порядок точности

А. Первый

Б. Второй

В. Четвёртый

Г. Неограниченный

Т18 Для запуска многошагового метода Адамса обычно требуются

А. Только графики

Б. Стартовые значения на нескольких узлах

В. Все собственные значения матрицы

Г. Обратная функция

Т19 Для жёсткой задачи явный метод может потребовать малый шаг прежде всего из-за

А. Размеров рисунка

Б. Числа десятичных знаков в отчёте

В. Ограничения устойчивости

Г. Отсутствия начальных условий

Т20 Для свободной системы с вязким сопротивлением и без внешнего подвода энергии полная механическая энергия

А. Обязательно возрастает

Б. Сохраняется при любом сопротивлении

В. Всегда становится отрицательной

Г. Не возрастает

Блок В. Проверка умений

З1–З17 — полный банк расчётно-программных заданий. Для каждой работы предъявляются исходные данные в СИ, выбор метода, работающий код, таблицы/графики, контроль точности и вывод. Единицы и допуски обязательны; неопределённые в условии переменные — безразмерные. Реализацию названного метода нельзя заменять встроенным решателем: он используется для независимой проверки. Для прикладных заданий со встроенным решателем это ограничение не действует.

З1 Потеря значащих цифр

$f(x) = (\sqrt{(1+x)} - 1)/x$

Вычислить выражение при $x = 10^{-2}, 10^{-6}, 10^{-10}, 10^{-14}$. Получить эквивалентную форму без вычитания близких чисел. Сравнить результаты и объяснить различия.

З2 Символьная проверка закона движения

$s(t) = 0{,}2t^3 - 0{,}5t^2 + 2t$

Для закона движения получить скорость и ускорение символьно. Создать численно вычисляемые функции и построить три графика на интервале 0–5 с. Перемещение задано в метрах.

З3 Воспроизводимый расчёт удлинения стержня

$\Delta l = F \cdot l/(E \cdot A)$

$F = 20$ кН; $l = 2$ м; $E = 200$ ГПа; $A = 400$ мм². Перевести данные в СИ, проверить их допустимость, сохранить исходные данные и результат. Оценить изменение удлинения при увеличении силы на 1 %.

З4 Метод Гаусса и определитель

$4x_1 - x_2 = 15$

$-x_1 + 4x_2 - x_3 = 10$

$-x_2 + 3x_3 = 10$

Решить систему методом Гаусса с выбором главного элемента. Вычислить определитель с учётом перестановок строк. Проверить результат встроенным решателем и определить норму невязки.

35 Методы Якоби и Зейделя

$10x_1 - x_2 + 2x_3 = 6$

$-x_1 + 11x_2 - x_3 = 22$

$2x_1 - x_2 + 10x_3 = -10$

Начальное приближение — нулевой вектор. Критерий остановки: $\|Ax-b\|_2 / \|b\|_2 \le 10^{-6}$; ограничение 1000 итераций. Сравнить число итераций и графики невязки. Обосновать сходимость.

36 Собственные частоты и формы

$K\varphi = \omega^2 M\varphi$

Матрица жёсткости K имеет строки (2000; −1000) и (−1000; 1000), единицы Н/м. Матрица масс M = diag(2; 1), единицы кг. Определить частоты в рад/с и Гц, нормировать формы и проверить невязки. Дополнительно оценить изменение частот при увеличении обеих масс на 20 %.

37 Сравнение методов поиска корня

$x^3 - x - 2 = 0$

Найти корень на [1; 2] методами половинного деления, Ньютона и секущих. Для Ньютона $x_0 = 1{,}5$; для секущих $x_0 = 1$, $x_1 = 2$. Обеспечить $|f(x)| \le 10^{-6}$ и $|\Delta x| \le 10^{-6}$; предел 100 итераций. Сравнить число итераций и вычислений функции.

38 Простая итерация

$x_{k+1} = (x_k + 2)^{(1/3)}$ (действительный кубический корень)

Проверить достаточные условия сходимости схемы на [1; 2]. Выполнить расчёт при начальных значениях 1 и 2 с критериями 37. Объяснить влияние начального приближения.

39 Нелинейная система

$x^2 + y^2 = 5$

$x - y = 1$

Получить матрицу Якоби и решить систему методом Ньютона из начальных приближений (1,8; 0,8) и (−0,8; −1,8). Использовать нормы поправки и невязки не более 10^{-8}; предел 100 итераций. Объяснить получение разных решений.

310 Полиномиальная интерполяция

$f(x) = 1/(1+x^2)$

Сформировать таблицу в узлах −2, −1, 0, 1, 2. Построить полиномы Лагранжа и Ньютона, вычислить значение при x = 0,5. Сравнить с точной функцией и построить графики на [−2; 2].

311 Аппроксимация испытания пружины

Удлинение в мм: 0; 2; 4; 6; 8; 10. Сила в Н: 0,2; 10,1; 19,8; 30,3; 39,9; 50,2. Построить модель $F = a + b\Delta l$ методом наименьших квадратов. Определить остатки и жёсткость в Н/м. Объяснить ненулевое свободное слагаемое.

312 Численная производная

Для f(x) = sin x вычислить первую производную при x = 1 прямой и центральной разностями. Шаги: 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}. Найти абсолютные ошибки относительно cos 1 и оценить наблюдаемый порядок точности.

313 Интегрирование распределённой нагрузки

$q(x) = 1000(1 + x/L)$ Н/м

При L = 2 м найти равнодействующую и момент относительно x = 0 по интегралам q(x) и xq(x). Применить трапеции и Симпсона для 4, 8, 16 подынтервалов. Сравнить с аналитическими значениями и объяснить точность на данном примере.

314 Методы Эйлера и Рунге — Кутты

$y' = -2y, \quad y(0) = 1$

Решить задачу на [0; 2] методами Эйлера и Рунге — Кутты четвёртого порядка. Шаги 0,2; 0,1; 0,05. Определить максимальные ошибки в узлах относительно точного решения, оценить порядок точности.

315 Двухшаговый метод Адамса

$y' = y - t^2 + 1, \quad y(0) = 0{,}5$

Решить задачу на [0; 2] методом Адамса — Башфорта второго порядка с шагами 0,1 и 0,05. Стартовое значение получить методом Рунге — Кутты четвёртого порядка. Сопоставить с точным решением и встроенным решателем.

316 Вынужденные колебания

$mx'' + cx' + kx = F_0 \cos(\Omega t)$

m = 1 кг; c = 0,4 Н·с/м; k = 4 Н/м; F_0 = 1 Н; Ω = 1,5 рад/с. Начальные перемещение и скорость нулевые. Рассчитать движение на 0–20 с при двух уровнях допусков. Построить графики x, скорости и фазовую траекторию.

317 Энергетическая проверка

Для свободной системы с параметрами 316 принять $F_0 = 0$, x(0) = 0,1 м, x′(0) = 0. Рассмотреть c = 0 и c = 0,4 Н·с/м на 0–10 с. Сравнить изменение полной энергии с работой силы сопротивления и повторить расчёт при ужесточении допусков.

Блок С. Проверка владения методами

С1. Практические защиты и сравнительные исследования

Код / работа	Занятие РПД; банк	Проверка владения в СРС и защите
С1.1 / П1	1.4; 31–33	Сравнить устойчивые и прямые вычисления, проверить символьные формулы; сохранить среду и параметры.
С1.2 / П2	2.2; 34	Сопоставить Гаусса с выбором и без выбора ведущего элемента, измерить невязку и чувствительность.
С1.3 / П3	2.4; 35	Сравнить Якоби и Зейделя, графики невязки; повторить с начальным вектором (1,1,1).
С1.4 / П4	2.6; 36	Проверить собственные пары и единицы, изменить обе массы на 20 %, сопоставить формы.
С1.5 / П5	3.4; 37–38	Сопоставить четыре скалярных метода и два старта простой итерации; обосновать сходимость.
С1.6 / П6	3.5; 39	Сопоставить два старта Ньютона, объяснить разные корни и роль Якобиана.
С1.7 / П7	4.3; 310–311	Сравнить Лагранжа, Ньютона, кусочно-линейную интерполяцию, естественный сплайн и МНК на данных 310–311.
С1.8 / П8	4.5; 312	Исследовать прямую и центральную разность; повторить при шуме $\delta f(x)=10^{-6}\sin(1000x)$, h из 312.

Код / работа	Занятие РПД; банк	Проверка владения в СРС и защите
С1.9 / П9	4.7; З13	Сравнить квадратуры и сетки; вычислить работу по табличным данным З11 и объяснить переход мм→м.
С1.10 / П10	5.3; З14	Сравнить Эйлера, Хойна, RK4 и адаптивный решатель на З14; проверить точность и устойчивость.
С1.11 / П11	5.5; З15	Сопоставить AB2 со стартом RK4 и со стартом Эйлера на З15; описать влияние старта и коррекции Адамса — Моултона.
С1.12 / П12	5.7; З16–З17	З16–З17: проверить общую сетку, допуски, баланс энергии и событие И6; сохранить воспроизводимый проект.

Каждая П — 0–3 балла по разделу 4; банк В, исследование С1 и ответы А1 оцениваются один раз в составе соответствующей защиты. На занятии выполняется основная часть; расширенные сравнения — в СРС. Сдача: исходный .m/.py или notebook с очищенным запуском, файл данных, отчёт 2–5 страниц; защита до 5 минут в пределах занятия. Проверяется запуск с начала без ручного исправления среды.

С2. Анализ ошибочных расчётов

Выполнить два кейса, закреплённые за соответствующими П; это часть защиты без дополнительных баллов. Для каждого: назвать ошибку, последствия, исправление и подтвердить повторным расчётом. Кейс С2.1 (П1): E=200, A=400, F=20000, l=2 подставлены без перевода единиц. С2.2 (П2): x=inv(A)·b, вывод «малая невязка всегда доказывает высокую точность». С2.3 (П3/П5): остановка только при $\|\Delta x\|<10^{-6}$, без невязки и лимита. С2.4 (П12): состояние (x,v), правая часть ошибочно (ускорение,v). С2.5 (П4): f=√λ подписано в Гц. Конкретные кейсы — авторская детализация перечня ошибок исходного ФОС.

С3. Письменный рубежный контроль

К1 и К2 — по 60 минут, 0–7 баллов каждый. Обучающийся получает один из двух равнозначных по составу вариантов. Ответ оформляется письменно: формулы, последовательность вычислений, промежуточные значения, контроль и вывод. Разрешён непрограммируемый калькулятор; готовые решения и связь не используются. Все исходные данные доступны в данном банке и выдаются вместе с вариантом. К1 — Р1–Р3; К2 — Р4–Р5.

Контрольная работа К1

Вариант А: 1) решить систему З4 методом Гаусса, определить невязку; 2) выполнить первые три итерации Ньютона для уравнения З7 при $x_0 = 1{,}5$ и проверить достигнутую точность; 3) объяснить различие ошибки и невязки.

Вариант Б: 1) выполнить первые три итерации Якоби для системы З5 из нулевого приближения и проверить условие сходимости; 2) найти корень З7 методом половинного деления с погрешностью по интервалу не более 10^{-3}; 3) объяснить назначение выбора главного элемента.

Контрольная работа К2

Вариант А: 1) вычислить производную sin x при x = 1 центральной разностью, h = 0,1 и 0,05, оценить ошибки; 2) получить значения решения З14 методом Эйлера на 0–0,5 с, h = 0,1; 3) объяснить отличие локальной и глобальной ошибок.

Вариант Б: 1) найти равнодействующую и момент нагрузки З13 методом Симпсона на четырёх подынтервалах; 2) получить значения решения З14 методом Рунге — Кутты четвёртого порядка на 0–0,5 с, h = 0,1; 3) объяснить необходимость стартовых значений в методе Адамса.

В варианте Б К1 использовать правило бисекции: после деления сохраняется половина со сменой знака; ответ — середина окончательного отрезка. Условие остановки — полудлина $\le 10^{-3}$. Это уточнение устраняет неоднозначность счёта итераций.

Блок D. Промежуточная аттестация — зачёт

Билет: два вопроса D1 и один компьютерный вариант И. Подготовка включает 60 минут вычислений и 15 минут теории в СРС; собеседование до 6 минут в КрТО. Разрешены MATLAB или эквивалентная среда из РПД, официальная справка функций, выданные данные; обмен файлами и готовые решения исключены. Сдаются расчётный файл, краткий письменный ответ и результаты. При защите преподаватель просит объяснить метод, проверку и физический смысл; оценивание — раздел 4.

D1.1 Этапы компьютерного решения инженерной задачи и воспроизводимость расчёта.

D1.2 Источники погрешностей, обусловленность задачи и устойчивость алгоритма.

D1.3 Сходимость, порядок точности и экспериментальная оценка погрешности.

D1.4 Метод Гаусса с выбором главного элемента, LU-разложение и определитель.

D1.5 Методы Якоби и Зейделя: схемы, сходимость и критерии остановки.

D1.6 Собственные значения и векторы; частоты и формы колебаний.

D1.7 Методы половинного деления и простой итерации: применимость и точность.

D1.8 Методы Ньютона и секущих: сходимость и выбор начальных приближений.

D1.9 Метод Ньютона для нелинейной системы: Якобиан, масштабирование и демпфирование.

D1.10 Полиномы Лагранжа и Ньютона; погрешность и выбор узлов.

D1.11 Кусочная интерполяция, кубические сплайны и метод наименьших квадратов.

D1.12 Разностное дифференцирование: точность, выбор шага и шум данных.

D1.13 Квадратурные формулы, оценка ошибки и адаптивное интегрирование.

D1.14 Задача Коши, методы Эйлера и Рунге — Кутты; точность и устойчивость.

D1.15 Методы Адамса: стартовые значения и схемы предиктора и корректора.

D1.16 Выбор решателя для нежёсткой и жёсткой задачи; допуски и события.

D1.17 Независимая проверка инженерного расчёта по невязке, аналитическому решению, сетке и физическим законам.

И1 Линейная система и чувствительность

Использовать систему З4. Решить её прямым методом и встроенным решателем; вычислить невязку и число обусловленности в норме 2. Увеличить первый компонент правой части на 1 %; найти относительное изменение решения в норме 2. Объяснить результат.

И2 Собственные колебания

Использовать матрицы З6. Найти частоты и формы колебаний, проверить собственные пары. Увеличить обе массы на 20 % и повторить расчёт. Объяснить изменение частот; указать принятую нормировку форм.

И3 Нелинейная пружина

Сила $F(x) = 1000x + 10^5x^3$, x в метрах, F в ньютонах. Найти удлинение при F = 100 Н на [0; 0,1] м двумя численными методами. Контролировать невязку не более 10^{-6} Н и изменение x не более 10^{-8} м. Определить касательную жёсткость, сравнить затраты двух методов.

И4 Табличная характеристика

Использовать данные З11. Построить линейную аппроксимацию и естественный кубический сплайн с нулевыми вторыми производными на концах. Найти силу при удлинении 5

мм. Вычислить работу силы на 0–10 мм по линейной модели и методом трапеций по таблице. Проверить единицы и объяснить различия.

И5 Вынужденные колебания

Использовать параметры 316. Составить систему первого порядка. Решить её встроенным решателем при парах допусков (относительный 10^{-4}, абсолютный 10^{-7}) и (10^{-7}, 10^{-10}) в СИ. Сравнить решения на общей сетке из 2001 точки. Найти максимальное абсолютное перемещение на этой сетке, построить графики и оценить достоверность.

И6 Свободные колебания и событие

Использовать параметры 317 при c = 0,4 Н·с/м. На 0–10 с определить время первого прохождения x = 0 при отрицательной скорости средствами обнаружения событий. Сопоставить результаты при двух парах допусков из И5. Построить график полной энергии и объяснить её изменение.

Для И3 допускаются бисекция и Ньютон; максимум 100 итераций, при выходе Ньютона за отрезок — защитное деление пополам с фиксацией причины. Для И1–И2: относительная линейная невязка $\le 10^{-10}$; нормированная собственная невязка $\|K\varphi - \lambda M\varphi\|_2 / ((\|K\|_2 + |\lambda| \cdot \|M\|_2)\|\varphi\|_2) \le 10^{-8}$. Для И6 использовать пары допусков И5 и отрицательное направление события. Величины с разными размерностями сравнивать по компонентам, абсолютные допуски применять в СИ.

D2. Полный комплект билетов

Билет	Вопросы D1	Практический вариант
1	1 и 9	И1
2	2 и 10	И2
3	3 и 11	И3
4	4 и 12	И4
5	5 и 13	И5
6	6 и 14	И6
7	7 и 15	И1
8	8 и 16	И2
9	9 и 17	И3
10	10 и 1	И4
11	11 и 2	И5
12	12 и 3	И6
13	13 и 4	И1
14	14 и 5	И2
15	15 и 6	И3
16	16 и 7	И4
17	17 и 8	И5

4. Процедуры и критерии оценивания

Средство	Наблюдаемые показатели; баллы
П1–П12 / С1	Постановка и метод 0–1; программа и результат 0–1; проверка и объяснение 0–1. По каждому: 1 полностью, 0,5 частично, 0 отсутствует или принципиально неверно. Всего 0–3.
Тесты	0,5 за верный ответ; по 0–5 за тест, суммарно 0–10.
К1, К2	Формулы и алгоритмы 0–3; результаты и проверка 0–2; объяснение и вывод 0–2. Внутри каждого критерия доля верно выполненных действий, шаг 0,5. Суммарно 0–7 за работу.
Вопрос D1, каждый	Понятия и содержание 0–4; применимость и ограничения 0–3; реализация или инженерный пример 0–2; логичность и самостоятельность 0–1. Всего 0–10.
Вариант И	Постановка, единицы, данные 0–3; метод и алгоритм 0–4; программа и результаты 0–5; проверка точности 0–4; интерпретация и защита 0–4. Всего 0–20.

Для критериев D: полный максимум — правильное полное самостоятельное выполнение; половина — частичное выполнение без принципиальной ошибки; ноль — отсутствие или принципиальная ошибка. Промежуточные баллы с шагом 0,5 отражают долю выполненных действий. Одну ошибку не штрафуют повторно: оценивают её самостоятельные последствия. Правильное обоснование сохраняет баллы при арифметической ошибке. Численный результат оценивается по файлу до печатного округления; эквивалентные алгоритмы и иная нормировка собственных форм допустимы.

R — сумма фактических баллов без промежуточного округления, максимум 100. Итог округляется до целого по правилу 0,5 вверх только один раз. По Положению: 85–100 — отлично; 70–84 — хорошо; 60–69 — удовлетворительно; менее 60 — неудовлетворительно. Для установленной формы «зачёт»: 60–100 — зачтено, 0–59 — не зачтено. Четырёхуровневая шкала служит характеристикой освоения, в ведомости — зачёт/незачёт.

Уровни: высокий — самостоятельный обоснованный выбор, проверка и интерпретация; достаточный — правильное решение с непринципиальными недостатками; пороговый — решение типовой задачи с ограниченным анализом; ниже порогового — существенные ошибки постановки/метода и отсутствие объяснения. Посещение само по себе баллов не добавляет и допуск к РК не ограничивает.

Исправление и повторная защита/контроль проводятся по локальному порядку университета; более поздний подтверждённый результат заменяет прежний в соответствующей графе, а не добавляется сверх максимума. При техническом сбое работу продолжают на исправном месте или переносят без штрафа за сам сбой. Специальные условия доступности обеспечиваются по установленным условиям обучения с сохранением проверяемого содержания.

5. Методические указания обучающимся

До занятия проверьте размерности и допустимость данных, подготовьте функции без зашитых ответов. Разделите входные параметры, алгоритм и вывод. Записывайте версию среды, используемые библиотеки, допуски, начальные приближения, предел итераций и имена файлов. Символьную формулу проверяйте подстановкой, численный ответ — независимым способом. Для ОДУ сопоставляйте решения на общей сетке, для спектра различайте рад/с и Гц, для табличной работы переводите мм в м.

СРС по РПД	Содержание, отчётный результат
Р1: 6 ч	З1–З3, С1.1; сравнение сред и погрешностей, символьная проверка, подготовка к тесту.
Р2: 7 ч	З4–З6, С1.2–4; прямые/итерационные методы, начальные приближения, масса и жёсткость; таблица невязок.
Р3: 11 ч	З7–З9, С1.5–6; отделение корней, простая итерация, старты Ньютона и секущих, масштабирование; подготовка К1.
Р4: 13 ч	З10–З13, С1.7–9; полиномы и узлы, кусочная интерполяция/сплайн/МНК, шаг и шум, сгущение квадратур; таблицы ошибок.
Р5: 12,9 ч	З14–З17, С1.10–12; устойчивость Эйлера/Хойна, RK4 и адаптация, старт Адамса, энергия и допуски, К2 и подготовка к зачёту (в том числе 75 минут работы с билетом).

Для сравнения узлов в С1.7 постройте тот же интерполяционный полином З10 на пяти узлах Чебышёва $x_j=2\cos((2j+1)\pi/10)$, $j=0,\ldots,4$; сравните максимальные ошибки на сетке 401 точки $[-2;2]$. Для влияния жёсткости в С1.4 умножьте всю K на 1,2, оставив M прежней. Для масштабирования С1.6 замените второе уравнение З9 на $1000(x-y-1)=0$ и сравните решения с корректно масштабированной невязкой. Эти конкретизации авторские; отдельных баллов и часов не добавляют.

Отчёт завершайте выводом о точности и области применимости. Отдельно указывайте, что именно подтвердил контроль: математическую схему, реализацию или физическую модель. Перед защитой выполните чистый запуск, проверьте таблицы/подписи графиков и подготовьте объяснение каждой функции кода.

Источники и статус материалов

Основа: РПД «Программные системы компьютерной математики» КРСУ (2026), разделы 1–7; приложенные Положение о ФОС (п. 3.3 и шкала), макет и исходный ФОС с вопросами, Т1–Т20, З1–З17, К1–К2, И1–И6. Литература РПД: Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика. М.: Наука, 1990; Дьяконов В. П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001. Заимствование задач из этих книг не заявляется.

Зачёт установлен по титулу и п. 5.4 РПД. Шкала 90/75 и дополнительные пороги исходного ФОС заменены правилами Положения. Эталоны и конкретизации С1–С2 — авторские. Схема 60/40 и календарная организация предложены для согласования.