

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет  
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина



## Факультатив по математике

### рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>Высшей математики</b>	
Учебный план	21050551_24_1 фпгнп г.plx 21.05.05 Физические процессы горного или нефтегазового производства Специализация "Физические процессы горного производства"	
Квалификация	<b>специалист</b>	
Форма обучения	<b>очная</b>	
Общая трудоемкость	<b>2 ЗЕТ</b>	
Часов по учебному плану	64	Виды контроля в семестрах: зачеты с оценкой 1
в том числе:		
аудиторные занятия	32	
самостоятельная работа	31,9	

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		Итого	
	16			
Неделя				
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	16	16	16	16
Практические	16	16	16	16
Контактная работа в период теоретического обучения	0,1	0,1	0,1	0,1
Итого ауд.	32	32	32	32
Контактная работа	32,1	32,1	32,1	32,1
Сам. работа	31,9	31,9	31,9	31,9
Итого	64	64	64	64

Программу составил(и):

к. ф.-м. н., и.о. зав. кафедрой, Гончарова И. В.; к. ф.-м. н., доцент, Комарцова Е. А.



Рецензент(ы):

к. ф. -м. н., доцент, Курманбаева А. К.



Рабочая программа дисциплины

**Факультатив по математике**

разработана в соответствии с ФГОС 3+:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - специалитет по специальности 21.05.05 Физические процессы горного или нефтегазового производства (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 981)

составлена на основании учебного плана:

21.05.05 Физические процессы горного или нефтегазового производства  
Специализация "Физические процессы горного производства"

утвержденного учёным советом вуза от 22.10.2024 протокол № 2

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

**Вышей математики**

Протокол от \_ 04.11. 2024 г. № 4

Срок действия программы: 2024-2028 уч.г.

Зав. кафедрой



---


---

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС  
09.09 2025 г.



Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от 09.09 2025 г. № 2  
Зав. кафедрой Гончарова И. В. 

---

---

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС  
\_\_\_\_\_ 2026 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Гончарова И. В.

---

---

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС  
\_\_\_\_\_ 2027 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2027 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Гончарова И. В.

---

---

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС  
\_\_\_\_\_ 2028 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры  
**Высшей математики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2028 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Гончарова И. В.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	1. Формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания других математических дисциплин, изучаемых в рамках технического направления.
1.2	2. Получение базовых знаний и формирование основных навыков по высшей математике, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
1.3	3. Развитие логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	ФТД.В
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Школьный курс алгебры и геометрии
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Высшая математика
2.2.2	Сопротивление материалов
2.2.3	Вычислительная математика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</b>	
<b>Знать:</b>	
Уровень 1	методики разработки стратегии действий для выявления и решения проблемной ситуации
<b>Уметь:</b>	
Уровень 1	- применять методы системного подхода и критического анализа проблемных ситуаций; - разрабатывать стратегию действий, принимать конкретные решения для ее реализации.
<b>Владеть:</b>	
Уровень 1	методиками постановки цели, определения способов ее достижения, разработки стратегий действий

<b>ОПК-2: Способен с естественнонаучных позиций оценивать строение, химический и минеральный состав земной коры, морфологические особенности и генетические типы месторождений полезных ископаемых при решении задач по рациональному и комплексному освоению георесурсного потенциала недр на суше, на шельфе морей и на акваториях мирового океана</b>	
<b>Уметь:</b>	
Уровень 1	определять необходимость привлечения дополнительных знаний для решения задач по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов

<b>ОПК-10: Способен определять пространственно-геометрическое положение объектов, осуществлять необходимые геодезические и маркшейдерские измерения, обрабатывать и интерпретировать их результаты</b>	
<b>Уметь:</b>	
Уровень 1	определять необходимость привлечения дополнительных знаний для решения задач по определению пространственно-геометрического положения объектов, обработке и интерпретации результатов
<b>Владеть:</b>	
Уровень 1	навыками определения пространственно-геометрического положения объектов, обработки и интерпретации результатов

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	• основные определения, связанные с понятием матриц, определителей, системами линейных алгебраических уравнений;
3.1.2	• свойства линейных операций над матрицами и определителей;
3.1.3	• определение обратной матрицы и ранга матрицы;
3.1.4	• основные методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
3.1.5	• теорему Кронекера – Капелли;
3.1.6	• однородные системы линейных алгебраических уравнений, фундаментальная система решений;
3.1.7	• понятие вектора;
3.1.8	• линейные операции над векторами;

3.1.9	• скалярное, векторное и смешанное произведение.
3.1.10	
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	• выполнять линейные операции над матрицами и умножать матрицы;
3.2.2	• вычислять определители;
3.2.3	• находить обратную матрицу и ранг матрицы;
3.2.4	• исследовать систему на совместность;
3.2.5	• решать квадратные системы методами Крамера, матричным методом и методом Гаусса;
3.2.6	• решать произвольные системы методом Гаусса;
3.2.7	• находить координаты, длину вектора;
3.2.8	• вычислять скалярное, векторное и смешанное произведение.
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	• методами решения систем линейных уравнений, вычисления определителей; вычисления обратных матриц;
3.3.2	• навыками применения аппарата линейной алгебры к решению прикладных задач;
3.3.3	• методами векторной алгебры для решения задач физики, геометрии и т.д.

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	<b>Раздел 1. Линейная алгебра</b>							
1.1	Введение. Матрицы и действия над ними. Определители, их свойства и вычисление /Лек/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.2	Миноры. Алгебраические дополнения. Обратная матрица. Ранг матрицы /Лек/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Метод Крамера. Матричный метод решения систем /Лек/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.4	Метод Гаусса. Теорема Кронеккера-Капелли. Общее решение системы /Лек/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.5	Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений /Лек/	1	1	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.6	Матрицы и действия над ними. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.7	Миноры и алгебраические уравнения. Вычисление определителей методом разложения. Обратная матрица /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.8	Ранг матрицы. Квадратные системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера. Матричный метод /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.9	Решение квадратных систем методом Гаусса. Общее решение /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			

1.10	Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Применение систем линейных алгебраических уравнений /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
1.11	Выполнение домашних заданий. Подготовка к лекционным и практическим занятиям. Выполнение и защита типового расчета /Ср/	1	19	ОПК-10 УК -1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2			
<b>Раздел 2. Векторная алгебра</b>								
2.1	Векторы. Основные понятия и определения /Лек/	1	1	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.2	Разложение вектора по ортам координатных осей. Скалярное произведение, его свойства и приложения /Лек/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.3	Векторное произведение векторов, его свойства и приложения /Лек/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.4	Смешанное произведение векторов. Его свойства и приложения. Обобщение /Лек/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.5	Линейные операции над векторами. Координаты и длина векторов. Направляющие косинусы /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.6	Скалярное произведение. Приложения скалярного произведения. Векторное произведение /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.7	Применение векторного произведения. Смешанное произведение и его применение /Пр/	1	2	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.8	/КрТО/	1	0,1	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			
2.9	Выполнение домашних работ. Подготовка к лекционным и практическим занятиям. Выполнение и защита типового расчета /Ср/	1	12,9	ОПК-10 УК -1	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Э2			

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Контрольные вопросы и задания

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Действия над матрицами.
3. Определение определителя. Свойства определителей.
4. Алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
5. Обратная матрица. Способы нахождения обратной матрицы.
6. Применение обратной матрицы.
7. Ранг матрицы.
8. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия (совместность систем, определенность и т.д.).
9. Метод Крамера решения систем.
10. Решение систем с помощью обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
12. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
13. Система однородных линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений.
14. Определение вектора. Длина вектора.
15. Координаты вектора. Разложение вектора по ортам координатных осей.
16. Направляющие косинусы вектора.

17. Линейные операции над векторами.
18. Скалярное произведение векторов, свойства и применение.
19. Выражение скалярного произведения векторов через координаты.
20. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения.
21. Выражение векторного произведения через координаты векторов.
22. Применение векторного произведения.
23. Смешанное произведение векторов. Его свойства.
24. Выражение смешанного произведения через координаты векторов.
25. Применение смешанного произведения.

#### 5.2. Темы курсовых работ (проектов)

#### 5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Факультатив по высшей математике» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

Типовые расчеты №1, №2 в количестве 20 вариантов, компьютерная программа тестирования по разделу "Векторная алгебра" Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, образец КОПТ в приложении №5.

Билеты для проведения итогового контроля зачет с оценкой составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

#### 5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты
2. Компьютерная контрольно-обучающие программа тестирования (КОПТ)
3. Контрольные работы.

Шкалы оценивания по всем видам в приложении №7

### 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 6.1. Рекомендуемая литература

##### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Письменный Д.Т.	Конспект лекций по высшей математике: учебное пособие	М.: Айрис-пресс 2009
Л1.2	Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А.	Сборник задач по высшей математике. 1 курс: учебное пособие	М.: Айрис-пресс 2008
Л1.3	Клетеник Д.В	Сборник задач по аналитической геометрии.	М.: Наука 2007

##### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	И.И. Баврин	Высшая математика: Учебник	Москва .: Академия 2002
Л2.2	В.А. Ильин, Э.Г. Позняк	Линейная алгебра: Учебник	Москва .: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1974

##### 6.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Л.Г. Лелевкина, А.К. Курманбаева	Векторная алгебра: Учебно-методическое пособие	КРСУ 2010
Л3.2	Курманбаева А.К., Комарцова Е.А.	Линейная алгебра. Ч. 1: учебно-методическое пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2015

#### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1		<a href="https://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/linalg2">https://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/linalg2</a>
Э2		<a href="https://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/9vecta">https://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/9vecta</a>

#### 6.3. Перечень информационных и образовательных технологий

##### 6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии

6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения</b>	
6.3.2.1	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышление и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения
6.3.2.2	студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).

<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
7.1	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающая программа тестирования, разработанные
7.2	кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы.

### **8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Система балльной аттестации при изучении курса «Факультатив по математике» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

**МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:**

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

**ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ**

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой. Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.

При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы. Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях. За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятии студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте

**ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА**

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты. Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номеру студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

#### ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Высшая математика» проводится в виде контрольной работы или контрольного тестирования (КОПТ). Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4, образцы КОПТ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ №5. До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.

Контрольные работы проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте. В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации. Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ

Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования включают в себя задания с четырьмя вариантами ответов. В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту, количество верно решенных заданий.

#### ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

Промежуточный контроль в - зачет с оценкой. На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания. Практические задания состоят из задач для проверки уровней обученности Уметь, Владеть.

Оценка промежуточного контроля:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образец билета приведен в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

#### ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 9.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-балльной шкале Оценка по традиционной системе

85 – 100 Отлично

70 – 84 Хорошо

60 – 69 Удовлетворительно

0 – 59 Неудовлетворительно

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ**

1. Найти:  $P = (2A - 3B)C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие:  $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

3. Выполнить действие:  $7 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу  $C = A^T - 3B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

5. Выполнить действие:  $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

6. Найти произведение матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$  на матрицу  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$

7. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

8. Найти произведение матриц  $AB$  и  $BA$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$

9. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

10. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

11. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$ .

12. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ .

13. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$ .

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу:  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ .

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу:  $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу:  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ .

17. Решить уравнение:  $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$ .

18. Решить уравнение:  $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$ .

19. Вычислить алгебраическое дополнение  $A_{12}$  определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Вычислить алгебраическое дополнение  $A_{24}$  определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

$$21) \begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases} \quad 22) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases} \quad 23) \begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases} \quad 25) \begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases} \quad 26) \begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases} \quad 28) \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases} \quad 29) \begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$30) \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$$

31. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

32. Даны координаты точек  $A(1;3;5)$  и  $B(2;5;6)$ . Найти координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , длину вектора.

33. Найти направляющие косинусы вектора  $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$ , если  $\vec{a} = (1;2;1)$ ,  $\vec{b} = (5;10;-5)$ .

34. Найти угол между векторами  $\vec{a} = \{1;2;-2\}$  и  $\vec{b} = \{-2;6;3\}$ .

35. Даны векторы  $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ . Найти скалярное произведение векторов.

36. Даны точки  $A(3; -4; -2)$ ,  $B(2; 5; -2)$ . Найти проекцию вектора  $\overline{AB}$  на ось, составляющую с координатными осями  $Ox$ ,  $Oy$  углы  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$  соответственно, а с осью  $Oz$  – тупой угол  $\gamma$ .
37. Вычислить угол, образованный векторами  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ .
38. Вычислить  $\text{пр}_a \vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ .
39. Даны векторы  $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ . Найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на ось вектора  $2\vec{b} - \vec{c}$ .
40. При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны?
41. Найти значение  $\alpha$ , при котором векторы  $\vec{a} = \{\alpha + 1; 3 - 2\alpha; \alpha - 1\}$  и  $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$  перпендикулярны.
42. Вычислить работу, произведенную силой  $\vec{F} = \{3, 2, 4\}$ , если ее точка приложения перемещается прямолинейно из положения  $A(2, -4, 4)$  в положение  $B(4, 2, 3)$ . Под каким углом к  $\overline{AB}$  направлена сила  $\vec{F}$ ?
43. Даны три силы  $\vec{F}_1 = \{1, -3, 4\}$ ,  $\vec{F}_2 = \{3, -4, 2\}$  и  $\vec{F}_3 = \{-1, 1, 4\}$ . Вычислить:
- а) равнодействующую силу  $\vec{R}$  и ее величину;
44. Под действием силы  $\vec{F} = \{5, 4, 3\}$  тело переместилось из начала вектора  $\vec{S} = \{2, 1, -2\}$  в его конец. Вычислить работу  $A$  силы  $\vec{F}$ , угол  $\varphi$  между направлениями силы и перемещения и величину проекции  $\vec{F}$  на  $\vec{S}$ .
45. Дано  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \varphi = (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ . Вычислить: а)  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ; б)  $|(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})|$ ; в)  $|(\vec{a} + 3\vec{b}) \times (3\vec{a} - \vec{b})|$ .
46. Дано  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5, \varphi = (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$ . Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $3\vec{a} + 2\vec{b}$ .
47. Заданы векторы  $\vec{a} = \{3, -1, 2\}$  и  $\vec{b} = \{1, 2, -1\}$ . Найти координаты векторов: а)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ; б)  $(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$ ; в)  $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$ .
48. Упростить выражение  $\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ .
49. Даны три силы:  $\vec{F}_1 = \{2, -1, -3\}$ ,  $\vec{F}_2 = \{3, 2, -1\}$  и  $\vec{F}_3 = \{-4, 1, 3\}$ , приложенные к точке  $A(-1, 4, -2)$ . Определить величину и направляющие

косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки  $B(2,3,-1)$ .

50. Вычислить объем тетраэдра  $OABC$ , если  $\vec{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ ,  $\vec{OB} = -3\vec{j} + \vec{k}$ ,  
 $\vec{OC} = 2\vec{i} + 5\vec{k}$ .

51. Проверить, компланарны ли данные векторы:

а)  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 14\vec{i} - 13\vec{j} + 7\vec{k}$ ;

б)  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .

52. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра  $ABCD$ , если известно, что она лежит на оси  $Oy$ , а объем тетраэдра равен  $V$ :

а)  $A(-1,10,0)$ ,  $B(0,5,2)$ ,  $C(6,32,2)$ ,  $V = 29$ ;

б)  $A(0,1,1)$ ,  $B(4,3,-3)$ ,  $C(2,-1,1)$ ,  $V = 2$ .

53. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах:

1)  $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q} - 3\vec{r}$ ,  $\vec{c} = \vec{p} + 2\vec{q} + \vec{r}$ , где  $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$  - взаимно перпендикулярные орты;

2)  $\vec{a} = 3\vec{m} + 5\vec{n}$ ,  $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{m} + 7\vec{n}$ , где  $|\vec{m}| = 1/2$ ,  $|\vec{n}| = 3$ ,

$$\varphi = (\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ.$$

54. Вектор  $\vec{c}$  перпендикулярен к векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , угол между  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $30^\circ$ . Зная, что  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{c}| = 3$ , вычислить  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ .

55. Доказать, что точки  $A(1, 0, 7)$ ,  $B(-1, -1, 2)$ ,  $C(2, -2, 2)$ ,  $D(0, 1, 9)$  лежат в одной плоскости.

56. Даны вершины пирамиды  $A(2, 0, 4)$ ,  $B(0, 3, 7)$ ,  $C(0, 0, 6)$ ,  $D(4, 3, 5)$ .  
Вычислить: а) площадь основания треугольника  $ABC$ ; б) угол между ребрами  $AB$  и  $AC$ ; в) объем пирамиды.

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ**

**Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений**

$$1. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

11. Найти общее решение и фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений:

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases}$$

12. Найти длину вектора  $\vec{a} = 2\vec{x} - 3\vec{y}$ , если  $|\vec{x}| = 2$ ,  $|\vec{y}| = 1$ ,  $\angle(\vec{x}, \vec{y}) = 60^\circ$ .

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .

14. Даны вершины треугольника  $A(2;0)$ ,  $B(-4;3)$ ,  $C(1;5)$ . Найти внутренний угол треугольника при вершине  $A$ .

15. В треугольнике с вершинами  $A(1,-1,2)$ ,  $B(5,-6,2)$  и  $C(1,3,-1)$  найти высоту  $h = |\overline{BD}|$ .

16. Даны вершины пирамиды  $A(2, 0, 4)$ ,  $B(0, 3, 7)$ ,  $C(0, 0, 6)$ ,  $D(4, 3, 5)$ .  
Вычислить: а) площадь основания треугольника  $ABC$ ; б) угол между ребрами  $AB$  и  $AC$ ; в) объем пирамиды; г) высоту пирамиды.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 1

ВАРИАНТ 1

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

систему решений 
$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 2

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} 5x - 6y + 4z = 0, \\ 3x - 3y + z = 0, \\ 2x - 3y + 3z = 0. \end{cases}$

### ВАРИАНТ 3

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы  $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 = -7, \\ x_2 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} x + 2y - 5z = 0, \\ 2x - 4y + z = 0, \\ 3x - 2y - 4z = 0. \end{cases}$

### ВАРИАНТ 4

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - 3y + 4z = 0, \\ 3x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 5

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 0, \\ 5x + y + 2z = 0, \\ 4x - y - 2z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 6

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

систему решений 
$$\begin{cases} 3x - y + z = 0, \\ 2x + 3y - 4z = 0, \\ 5x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 7

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

систему решений 
$$\begin{cases} x - 2y + z = 0, \\ 3x + 3y + 5z = 0, \\ 4x + y + 6z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 8**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 3, \\ 7x - 5y = -8, \\ 4x - 2z = 8. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

систему решений 
$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0, \\ x + 2y - 4z = 0, \\ x - y + z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 9**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ; б)

$A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12, \\ 7x - 5y + z = -33, \\ 4x + z = -7. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 3, \\ 9x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_4 = 6. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

$$\text{систему решений } \begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 5z = 0, \\ 2x + 2y + 3z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 10

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + 4y - z = 6, \\ 5y + 4z = -20, \\ 3x - 2y + 5z = -22. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы  $\begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

$$\text{систему решений } \begin{cases} 4x + y + 4z = 0, \\ 3x - 2y - z = 0, \\ 7x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 11

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21, \\ 3x + 4y - 2z = 9, \\ 2x - y - z = 10. \end{cases}$

Приложение 3. Задания для типовых расчетов

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0, \\ 2x + 3y - 5z = 0, \\ 5x + y - 4z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 12**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 5, \\ 2x + 3y - 4z = 12, \\ x - 2y + 3z = -1. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 5x + y + 2z = 0, \\ 3x + 2y - 3z = 0, \\ 2x - y + z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 13**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ; б)

$A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 4x + y + 4z = 19, \\ 2x - y + 2z = 11, \\ x + y + 2z = 8. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 4.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ 5x_1 + 2x_3 + 5x_4 = -2, \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 + 7x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2. \end{cases}$$

**Задание 5.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 0, \\ x - 2y - 4z = 0, \\ 2x - 9z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 14**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 4z = 6, \\ x + y + 2z = 4. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

$$\text{систему решений } \begin{cases} x - 3y + 5z = 0, \\ x + 2y - 3z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 15

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y + 2z = 8, \\ x + y + 2z = 11, \\ 4x + y + 4z = 22. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

$$\text{систему решений } \begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 3x + 2y - 3z = 0, \\ 5x + y - z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 16

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y - 3z = -9, \\ x + 5y + z = 20, \\ 3x + 4y + 2z = 15. \end{cases}$

### Приложение 3. Задания для типовых расчетов

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ x - 3y + 2z = 0, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 17

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 0, \\ 3x + 4y + 2z = 1, \\ x + 5y + z = -3. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 8. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} x - 3y - 2z = 0, \\ 3x - y + 4z = 0, \\ 2x - 2y + z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 18

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} -3x + 5y + 6z = -8, \\ 3x + y + z = -4, \\ x - 4y - 2z = -9. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 9. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 5x + y - 2z = 0, \\ 3x - y + z = 0, \\ 2x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 19

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x + y + z = -4, \\ -3x + 5y + 6z = 36, \\ x - 4y - 2z = -19. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 20. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0, \\ 2x - 3y + z = 0, \\ 5x - y - 2z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 20**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x - y + z = -11, \\ 5x + y + 2z = 8, \\ x + 2y + 4z = 16. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную

систему решений 
$$\begin{cases} 4x - y + 5z = 0, \\ 2x - 3y + 2z = 0, \\ 2x + 2y + 3z = 0. \end{cases}$$

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 2**

**Вариант 1**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,5)$ ,  $B(1,2,1)$ ,  $C(-2,-3,6)$ ,  $D(3,-6,-3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно,

перемещается в точку  $B(2,6,5)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 2

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$   
Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, -3\vec{b}, \vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-7,-5,6)$ ,  $B(-2,5,-3)$ ,  $C(3,-2,4)$ ,  $D(1,2,2)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-3,1,-9)$  приложена к точке  $A(6,-3,5)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(9,5,-7)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 3

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 7\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .  
Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $3\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(1,3,1)$ ,  $B(-1,4,6)$ ,  $C(-2,-3,4)$ ,  $D(3,4,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (2, 19, -49)$  приложена к точке  $A(5, 3, 4)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(6, -4, -1)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

#### Вариант 4

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ .  
Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, 4\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(2, 4, 1)$ ,  $B(-3, -2, 4)$ ,  $C(3, 5, -2)$ ,  $D(4, 2, -3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-4, 5, -79)$  приложена к точке  $A(4, -2, 3)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(7, 0, -3)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

#### Вариант 5

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$ .  
Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $\vec{a}, 6\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5,-3,-4)$ ,  $B(1,4,6)$ ,  $C(3,2,-2)$ ,  $D(8,-2,4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (4, 11, -6)$  приложена к точке  $A(3, 5, 1)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, -2, -3)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 6

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ . Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $5\vec{a}, 4\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,2)$ ,  $B(-2,3,-5)$ ,  $C(4,-3,6)$ ,  $D(6,-5,3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (3, -5, 7)$  приложена к точке  $A(2, 3, -5)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(0, 4, 3)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 7

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 7\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ . Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $7\vec{a}, 2\vec{b}, 5\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-4,6,3)$ ,  $B(3,-5,1)$ ,  $C(2,6,-4)$ ,  $D(2,4,-5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5,4,11)$  приложена к точке  $A(6,1,-5)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4,2,-6)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 8

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = -12\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$ . Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, 3\vec{b}, -4\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(7,5,8)$ ,  $B(-4,-5,3)$ ,  $C(2,-3,5)$ ,  $D(5,1,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-9,5,7)$  приложена к точке  $A(1,6,-3)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4,-3,5)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 9

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ . Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;

### Приложение 3. Задания для типовых расчетов

- д) будут ли компланарны векторы  $7\vec{a}$ ,  $2\vec{b}$ ,  $-3\vec{c}$ ;  
е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3, -2, 6)$ ,  $B(-6, -2, 3)$ ,  $C(1, 1, -4)$ ,  $D(4, 6, -7)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (6, 5, -7)$  приложена к точке  $A(7, -6, 4)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, 9, -6)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 10

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 9\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 8\vec{k}$ .  
Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ;  
б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;  
в) вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;  
г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;  
д) будут ли компланарны векторы  $3\vec{a}$ ,  $-4\vec{b}$ ,  $-9\vec{c}$ ;  
е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5, -4, -3)$ ,  $B(7, 3, -1)$ ,  $C(6, -2, 0)$ ,  $D(3, 2, -7)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-5, 4, 4)$  приложена к точке  $A(3, 7, -5)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, -4, 1)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 11

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .  
Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ;

- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $\vec{a}$ ,  $-2\vec{b}$ ,  $6\vec{c}$ ;
- е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3, -5, -2)$ ,  $B(-4, 2, 3)$ ,  $C(1, 5, 7)$ ,  $D(-2, -4, 5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (2, 2, 9)$  приложена к точке  $A(4, 2, -3)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 4, 0)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 12

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 6\vec{i} + 9\vec{j} - 3\vec{k}$ . Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $-2\vec{a}$ ,  $4\vec{b}$ ,  $7\vec{c}$ ;
- е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(7, 4, 9)$ ,  $B(1, -2, -3)$ ,  $C(-5, -3, 0)$ ,  $D(1, -3, 4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (10, 1, 9)$  приложена к точке  $A(-5, 4, -2)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, 6, -5)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

**Вариант 13**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -5\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 7\vec{i} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $8\vec{a}, -3\vec{b}, 11\vec{c}$ ;
- е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-4, -7, -3)$ ,  $B(-4, -5, 7)$ ,  $C(2, -3, 3)$ ,  $D(3, 2, 1)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (8, 0, 6)$  приложена к точке  $A(7, 1, -5)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, -3, -6)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

**Вариант 14**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = -\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ .

Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $3\vec{a}, 7\vec{b}, -2\vec{c}$ ;
- е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-4, -5, -3)$ ,  $B(3, 1, 2)$ ,  $C(5, 7, -6)$ ,  $D(6, -1, 5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (1, 0, 9)$  приложена к точке  $A(-3, 5, 9)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно,

перемещается в точку  $B(5, 6, -3)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 15

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{k}$ .  
Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $3\vec{a}, -9\vec{b}, 4\vec{c}$ ;
- е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(5, 2, 4)$ ,  $B(-3, 5, -7)$ ,  $C(1, -5, 8)$ ,  $D(9, -3, 5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (4, 7, -3)$  приложена к точке  $A(5, -4, 2)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(8, 5, -4)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 16

**Задание 1.** Задание 1. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .  
Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3, 4, 5)$ ,  $B(1, 2, 1)$ ,  $C(-2, -3, 6)$ ,  $D(3, -6, -3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 6, 5)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 17

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21\vec{k}$

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, -3\vec{b}, \vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-7, -5, 6)$ ,  $B(-2, 5, -3)$ ,  $C(3, -2, 4)$ ,  $D(1, 2, 2)$ .

Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-3, 1, -9)$  приложена к точке  $A(6, -3, 5)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(9, 5, -7)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 18

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 7\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $3\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(1,3,1)$ ,  $B(-1,4,6)$ ,  $C(-2,-3,4)$ ,  $D(3,4,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (2, 19, -49)$  приложена к точке  $A(5, 3, 4)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(6, -4, -1)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 19

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ .  
Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, 4\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(2,4,1)$ ,  $B(-3,-2,4)$ ,  $C(3,5,-2)$ ,  $D(4,2,-3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-4, 5, -79)$  приложена к точке  $A(4, -2, 3)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(7, 0, -3)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 20

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$ .  
Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $\vec{a}, 6\vec{b}, 3\vec{c}$ ;

е) найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5, -3, -4)$ ,  $B(1, 4, 6)$ ,  $C(3, 2, -2)$ ,  $D(8, -2, 4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (4, 11, -6)$  приложена к точке  $A(3, 5, 1)$ . Вычислить: а) работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, -2, -3)$ ; б) модуль момента силы  $\vec{F}$  относительно точки  $B$ .

### Контрольная работа № 1

**Задание 1.** Найти матрицу  $D = (AB)^T + 2C$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}.$$

**Задание 2.** Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным

$$\text{методом и методом Гаусса} \begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

**Задание 3.** Найти общее решение системы и указать одно частное решение

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 20. \end{cases}$$

### Контрольная работа № 2

**Задание 1.** Коллинеарны ли векторы  $c_1 = 2a + 4b$  и  $c_2 = 3b - a$ , построенные по векторам  $a = \{1; -2; 3\}$  и  $b = \{3; 0; -1\}$ ?

**Задание 2.** Найти длину вектора  $a = p + 2q$ , если  $|p| = 1$ ,  $|q| = 2$ ,  $\left(\hat{pq}\right) = \pi/6$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 6, 5)$ .

**Задание 4.** Даны векторы  $\vec{a} = (0, 1, 0)$ ,  $\vec{b} = (2, 0, 1)$ ,  $\vec{c} = (3, 1, -5)$ . Вычислить  $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = \{5; 2; 0\}$ ,  $\vec{b} = \{2; 5; 0\}$ ,  $\vec{c} = \{1; 2; 4\}$ . Найти: 1) объем пирамиды, построенной на векторах  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$ ; 2) длину высоты, опущенную на основание, построенное на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; 3) косинус угла между ребрами  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ .

**Приложение 5. Контрольно-обучающая программа тестирования**

<b>Задание №1</b>			
Даны векторы $\vec{a} = \{2; 3\}$ , $\vec{b} = \{1; -3\}$ , $\vec{c} = \{-1; 3\}$			
При каком значении коэффициента $\alpha$ векторы $\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c}$ коллинеарны?			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	2	2)	4
3)	-2	4)	5

<b>Задание №2</b>			
2. На оси $Ox$ найти точку $M$ , расстояние которой от точки $A(3; -3)$ равно 5.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$(2; 0)$ и $(-5; 0)$	2)	$(7; 0)$ и $(-1; 0)$
3)	$(5; 0)$ и $(-2; 0)$	4)	$(-7; 0)$ и $(1; 0)$

<b>Задание №3</b>			
Найти орт вектора $\vec{a} = \{6; -2; -3\}$ .			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\{-6/7; -2/7; -3/7\}$	2)	$\{-6/7; 2/7; -3/7\}$
3)	$\{6/7; -2/7; 3/7\}$	4)	$\{6/7; -2/7; -3/7\}$

<b>Задание №4</b>			
Даны $ \vec{a}  = 3$ , $ \vec{b}  = 26$ и $ \vec{a} \times \vec{b}  = 72$ . Вычислить $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 30;$	2)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 40;$
3)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 32;$	4)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 45.$

<b>Задание №5</b>			
Дано, что $ \vec{a}  = 3$ , $ \vec{b}  = 5$ . Определить, при каком значении $\alpha$ векторы $\vec{a} + \alpha\vec{b}$ и $\vec{a} - \alpha\vec{b}$ будут взаимно перпендикулярны.			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\alpha = \pm \frac{5}{3}$	2)	$\alpha = \pm \frac{3}{5}$
3)	$\alpha = \pm \frac{4}{5}$	4)	$\alpha = \pm \frac{5}{4}$

**Приложение 5. Контрольно-обучающая программа тестирования**

<b>Задание №6</b>			
Даны векторы $\vec{a}=(2; 1; -1)$ , $\vec{b}=(-1; 0; 3)$ , $\vec{c}=(3; -1; 1)$ . Вычислить $2\vec{a} \times \vec{c} - 3\vec{b} + 2\vec{a}\vec{b}\vec{c}$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	(6; 2; 4)	2)	$2\vec{i} - \vec{j}$
3)	не имеет смысла	4)	(-27; 0; 29)

<b>Задание №7</b>			
Даны вершины треугольника $A(3; 2; -1)$ , $B(5; 1; -1)$ , $C(1; 2; 1)$ . Определить угол $A$ этого треугольника			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\pi/2$	2)	$\pi/3$
3)	$\pi/6$	4)	$\arccos\left(-\frac{2}{\sqrt{10}}\right)$

<b>Задание №8</b>			
Найти модуль векторного произведения $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$ , если $\vec{a} = \{2; -1; 2\}$ , $\vec{b} = \{1; 2; 1\}$ .			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$20\sqrt{2}$	2)	$5\sqrt{3}$
3)	$10\sqrt{2}$	4)	$10\sqrt{3}$

<b>Задание №9</b>			
Найти высоту пирамиды $OD$ , если координаты вершин $A(5; 1; -4)$ , $B(1; 2; -1)$ , $C(3; 3; -4)$ ; $D(2; 2; 2)$ .			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\frac{5\sqrt{3}}{3}$	2)	10
3)	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	4)	3

<b>Задание №10</b>			
Проверить, будут ли компланарны данные три вектора $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ , $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$ , $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	3	2)	-52
3)	0	4)	10

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Факультатив по математике

Специальность ЕЭН, ИТС, ЕЭ, ЕФП, ТТП, ЭТК

**Билет № 1**

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Применение векторного произведения.
3. Найти  $AB + 5C$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .
4. Решить систему уравнений по правилу Крамера или матричным методом  $\begin{cases} x + 5y - 2z = 4; \\ 2y + z = 5; \\ 2x + 10y + z = 13. \end{cases}$
5. Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 6, 5)$ . Найти направляющие косинусы вектора  $\overline{AB}$ .
6. Даны векторы  $\vec{a} = \{5; 2; 0\}$ ,  $\vec{b} = \{2; 5; 0\}$ ,  $\vec{c} = \{1; 2; 4\}$ . Найти: 1) объем пирамиды, построенной на векторах  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$ , 2) площадь основания, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

## ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И ТЕСТОВ

### *Шкалы оценивания защиты типовых расчетов*

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Типовой расчет № 1 и 2 (максимум 10 б)</b>
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	<b>0-3</b>
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	<b>3-6</b>
Правильно выполнил от 60 до 84 % заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные.	<b>6-8</b>
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	<b>8-10</b>

### *Шкалы оценивания контрольных работ*

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Типовой расчет № 1 и 2 (максимум 20 б)</b>
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	<b>0-6,5</b>
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	<b>6,5-11,5</b>
Правильно выполнил от 60 до 84 % заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	<b>12-16,5</b>
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	<b>17-20</b>

**КОПТ «Аналитическая геометрия»:** всего заданий в тесте 10. Каждое задание оценивается в 2 балла.

## Приложение 8. Технологическая карта

### ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	Зачетный минимум	Зачетный максимум	График контроля
Модуль 1					
Линейная алгебра	Текущий контроль	Типовой расчет № 1, ДЗ, активность, посещаемость	8	15	11
	Рубежный контроль	Контрольная работа № 1	12	20	
Модуль 2					
Векторная алгебра	Текущий контроль	Типовой расчет № 2, ДЗ, активность, посещаемость	8	15	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа № 2 (или КОПТ)	12	20	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (зачет с оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

## **ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **Оценка промежуточной аттестации:**

- 10 баллов – Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов – Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

#### **Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ**

<b>баллы</b>	<b>Критерии</b>
<b>8-10</b>	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает, усвоил методы линейной и векторной алгебры
<b>5-7</b>	понимает содержание основных методов линейной и векторной алгебры, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем
<b>1-4</b>	допускает неточности в формулировках определений, теорем, недостаточно владеет теоретическим материалом
<b>0</b>	не знает основных понятий и методов линейной и векторной алгебры

#### **Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности ЗНАТЬ и ВЛАДЕТЬ**

<b>баллы</b>	<b>Критерии</b>
<b>16-20</b>	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85 – 100% практических заданий)
<b>11-15</b>	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике ( в билете решено 50-85% практических заданий)
<b>6-10</b>	испытывает затруднения при решении практических заданий ( в билете решено 30-50% практических заданий)
<b>0-5</b>	Не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач ( в билете решено менее 30 % практических заданий)