

УДК 539.215

ВЛИЯНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПЕСЧАНИКА

Рычков Б.А., Степанова Ю.Ю.

КРСУ, г. Бишкек, Кыргызская Республика

Проанализировано поведение песчаника. Использован закон Гука. Предложен новый метод определения упругих постоянных материала. Теория согласуется с экспериментом.

Ключевые слова: деформация, напряжение, модуль упругости, закон Гука, песчаник

КУМАК ТОО-ТЕКТИН ЧЫҢАЛУУ - МАЙЫШУУ АБАЛЫНА ГИДРОСТАТИКАЛЫК БАСЫМДЫН ТИЙГИЗГЕН ТААСИРИ

Рычков Б.А., Степанова Ю.Ю.

КРСУ, Кыргыз Республикасы, Бишкек шаары

Кумак тоо-тектин жүрүмү анализден өткөрүлдү. Гуктун мыйзамы колдонулду. Материалдардын серпилгичтик туруктуу көрсөткүчтөрүн аныктоонун жаңы ыкмасы сунушталды. Теория тажырыйба менен дал келет.

Өзөктүк сөздөр: майышуу, чыңалуу, серпилгичтик модулу, Гуктун мыйзамы, кумак тоо-тек.

Effect of hydrostatic pressure on stress-strain state of sandstone

Rychkov B.A., Stepanova Yu.Yu.

KRSU, Bishkek, Kyrgyz Republic

The behavior of sandstone is analyzed. Hooke's law was used. A new method for determining the elastic constants of a material is proposed. The theory is consistent with experiment.

Key words: deformation, stress, modulus of elasticity, Hooke's law, sandstone.

Введение

При проведении горных работ значительные усилия затрачиваются для изучения механического поведения горных пород. Их деформация является результатом изменения и разрушения определенных связей в микроструктуре материала, подвергаемого нагрузке. С макроскопической точки зрения, ее можно оценить по упругим и прочностным характеристикам, которые устанавливаются в лабораторных условиях при испытании цилиндрических образцов по схеме Т. Кармана, моделирующих поведение породы в массиве.

Получаемые при таких нагружениях диаграммы продольной и поперечной деформации цилиндрических образцов используется для определения упругих констант материала и степени деформационного упрочнения при неравномерном трехосном сжатии.

Данная работа посвящена моделированию упругой области диаграмм деформации песчаников. Используются исходные экспериментальные данные, полученные при испытании стандартных цилиндрических образцов песчаника на сертифицированном оборудовании в Институте горного дела СО РАН и предоставленные КРСУ в рамках договора о сотрудничестве. Кроме того рассмотрены известные результаты [1] испытаний песчаников: выбрассоопасного, не опасного по выбросам (Донбасс) и песчаника П-026 (Кизеловский бассейн). а диаграмме деформации (особенно) для песчаников наблюдается начальный нелинейный участок. Некоторые исследователи [2, с.73] считают, что наклон такой кривой «напряжение - деформация» определяет модуль упругости Юнга. При этом подчеркивают, что численное значение модуля зависит от напряжения, а при последовательном нагружении и разгрузке образца породы зависит и от цикла испытания, так как указанные кривые при нагружении и разгрузке не совпадают между собой. Иначе говоря, утверждается, что на отмеченном нелинейном участке диаграммы происходит упругая деформация. Аналогичное утверждение относится и к определению коэффициента Пуассона. Другие экспериментаторы [1,3] предлагают исключать из рассмотрения такой начальный участок, а упругие параметры породы определять при более высоких уровнях напряжения, когда зависимость «напряжение - деформация» становится близкой к линейной. Однако до сих пор нет общепринятой методики определения упругих констант пород даже при пропорциональном нагружении. Разработаны только методы определения упругих свойств горных пород при одноосном сжатии согласно стандартам DIN EN14580 [4], ASTM D 7012-10 [5] и ГОСТ 28985-97 [6].

В данном сообщении сделана попытка устранить указанные противоречия в данном вопросе, чем и определяется актуальность исследования.

1. Анализ экспериментальных данных песчаника

Стандартные цилиндрические образцы песчаника¹ испытаны на неравномерное трёхосное сжатие по схеме Т. Кармана, когда вначале создавалось гидростатическое давление, а затем производилось приращение только осевого давления. Была произведена сортировка имеющихся значений продольной (ε_z) и поперечной (ε_ϕ) деформаций для группы из 16-ти образцов по соотношению между этими деформациями на уровне зафиксированного максимального гидростатического давления (при осевом напряжении σ_z и окружном напряжении σ_ϕ , ($\sigma_z \approx \sigma_\phi \approx 17$ МПа)). Далее следовала догрузка осевым напряжением σ_z при $\sigma_\phi \approx const$ (т.е. при равномерном достигнутом боковом давлении). Отражена также и промежуточная разгрузка образца, осуществляемая от напряжения, превышающего уровень гидростатического давления, и при его снижении вновь до уровня гидростатического давления; после чего продолжалось монотонное приращение осевого напряжения до предела прочности (т.е. до максимального значения σ_z), а затем фиксировалось так называемая ниспадающая ветвь диаграммы деформации вплоть до разрушения образца. В данном сообщении проанализирован участок такой полной диаграммы до условного предела упругости.

Анализ диаграмм деформаций для всех 16 - ти образцов показал, что при достижении уровня гидростатического давления можно разделить их на три группы по соотношению полученной продольной и поперечной деформации. В первой подгруппе значение поперечной деформации при указанном уровне напряжения примерно равно значению продольной деформации $\frac{\varepsilon_\phi}{\varepsilon_z} = 1$ (4 образца). Во второй

подгруппе отношение этих деформаций примерно равно 0,5 (6 образцов), в третьей – 0,25 (6 образцов). Анализ имеющейся для четырёх образцов промежуточной разгрузки указывает на начальную перестройку структуры породы, связанную с уплотнением материала. В качестве примера приведена такая диаграмма на рис.1 для образца №2.

Как видно, при разгрузке до уровня гидростатического давления деформация этого образца не исчезает до исходного её значения при гидростатике, т.е. возникает остаточная деформация. При повторном нагружении образуется петля гистерезиса, после окончания которой диаграмма повторной деформации плавно продолжается как в случае отсутствия промежуточной разгрузки. Именно до этого уровня осевого напряжения наблюдается начальный нелинейный участок диаграммы деформации. Следовательно, этот участок нельзя использовать для определения упругих констант материала. Поэтому было произведено

¹ Экспериментальные данные предоставленные ИГД СОРАН в соответствии с договором о сотрудничестве

сравнение диаграмм продольной деформации всех образцов при уровне осевого напряжения, на котором заканчивается уплотнение материала. Эта область диаграммы устанавливается путём аппроксимации установившегося её участка и сопряжением его с начальным нелинейным участком.

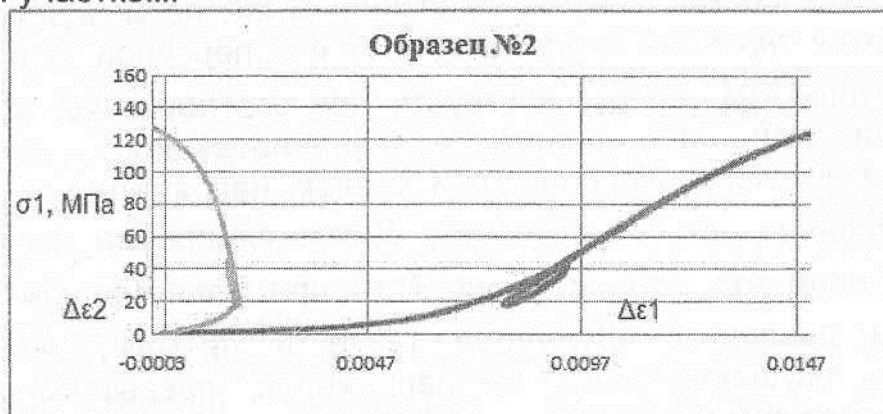


Рис. 1. Продольная и поперечная деформация с промежуточной разгрузкой образца №2

После анализа диаграмм деформаций для каждой из подгрупп в отдельности оказалось целесообразным установить усредненную диаграмму для продольной деформации для всех образцов в совокупности.

В качестве некоторого эталонного образца для сравнения с каждым конкретным выбран образец № 3. Выделен участок установившейся продольной деформации, с которым сопоставлены соответствующие участки диаграмм всех других образцов.

Установлено, что расхождение между эталонным и каждым конкретным образцом находится в пределах разброса экспериментальных данных. Поэтому построена усредненная диаграмма приращения продольной деформации для установившегося участка с целью её использования при дальнейшем определении упругих констант. Правомерность использования такой усредненной диаграммы доказывается вычислением коэффициента вариации (K_v) при сопоставлении с каждым конкретным образцом. В зависимости от образцов в каждой из подгрупп коэффициент K_v изменялся от 12,1% - 23,3%.

Наибольшее отклонение от усредненной диаграммы (судя по коэффициенту вариации) имеется при малом приращении осевого напряжения. Поэтому для определения упругих констант необходимо использовать участок диаграммы выше указанного уровня напряжения.

2. Метод определения упругих констант по экспериментальным данным сложного нагружения

Выявленный участок диаграммы продольной упругой деформации использован для определения упругих констант материала (модуля

Юнга - E и коэффициента Пуассона - ν). Для этого принимается закон Гука в предположении начальной изотропности материала:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)), \quad (1)$$

который можно представить в следующем виде:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}(1 - 2C\nu), \quad (2)$$

Здесь σ_i ($i=1,2,3$) - главные напряжения, в соответствии с рассматриваемой траекторией нагружения $\sigma_1 \equiv \sigma_z$, $\sigma_2 = \sigma_3 \equiv \sigma_\theta$, $C = \sigma_2 / \sigma_1$ - параметр вида напряженного состояния.

В случае пропорционального нагружения, т.е. при $C = const$ формула (2) справедлива и для приращений $\Delta\sigma_1, \Delta\varepsilon_1$:

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{\Delta\sigma_1}{E}(1 - 2C\nu), \quad (3)$$

Согласно основному постулату теории упругости связь между напряжением и упругой деформацией не зависит от истории нагружения и определяется их значениями в рассматриваемый момент времени. На этом основании согласно формуле (3), задавая два значения $\Delta\sigma_1$ и соответствующие им приращения $\Delta\varepsilon_1$, получим два уравнения для определения E и ν . Для проверки получаемых таким образом значений констант E и ν необходимо установить расчетное значение поперечной деформации, определяемой в рассматриваемом случае законом Гука в виде:

$$\Delta\varepsilon_2 = \frac{\Delta\sigma_1}{E}[C - \nu(1 + C)]. \quad (4)$$

Предельное значение рассматриваемого приращения осевого напряжения соответствует условному пределу упругости (σ_{1y}), который определялся согласно [7]. В данном случае для усредненной диаграммы $\Delta\varepsilon_1(\Delta\sigma_1)$ $\sigma_{1y} = 120 \text{ МПа}$

Используем вначале формулу только для продольной деформации (3), задавая два значения приращения напряжения $\Delta\sigma_1$ ($\Delta\sigma_1 = 7,6194 \text{ МПа}, \Delta\sigma_1 = 14,7426 \text{ МПа}$) и соответствующие им значения приращения осевой деформации $\Delta\varepsilon_1$ ($\Delta\varepsilon_1 = 0,0005, \Delta\varepsilon_1 = 0,001$) при двух значениях параметра вида напряженного состояния ($C_1 = 0,4911, C_2 = 0,4072$). Из полученной таким образом системы двух уравнений относительно E и ν , найдено: $E = 12732,6 \text{ МПа}, \nu = 0,1674$. При этом расчетная диаграмма $\Delta\varepsilon_1(\Delta\sigma_1)$ находится в соответствии с усредненной экспериментальной диаграммой приращения продольной

деформации. Однако, при таких значениях констант E и ν приращение поперечной деформации $\Delta\epsilon_2$, согласно формуле (4), оказалось положительным, тогда как в эксперименте $\Delta\epsilon_2 < 0$. Следовательно, предположение об изотропности материала в рассматриваемом состоянии данной горной породы неправомерно. Более приемлемым считается предположение об ортотропности подобных горных пород [8,9,10]. Это обстоятельство подтверждено и при исследовании поведения талькохлорита при сложном напряженном состоянии [11]. В исследуемом случае сложного нагружения указанная анизотропия (ортотропность) горной породы возникает после гидростатического давления, о чем можно судить по соотношению между продольной и поперечной деформациями.

Таким образом, для определения упругих параметров ортотропного материала можно использовать обобщенный закон Гука в виде:

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{21}}{E_2} \sigma_2 - \frac{\nu_{31}}{E_3} \sigma_3, \quad e_2 = \frac{1}{E_2} \sigma_2 - \frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{32}}{E_3} \sigma_3, \\ e_3 &= \frac{1}{E_3} \sigma_3 - \frac{\nu_{13}}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{23}}{E_2} \sigma_2, \quad (E_i, \nu_{ij} = \text{const}, i, j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (5)$$

Из этих зависимостей, задавая экспериментальные значения σ_1, e_1, e_2 для каких-либо двух напряженных состояний S на упругом участке деформирования, найдены следующие константы и их комбинации:

$$E_1, \nu_{12} = \nu_{13}, \left[\frac{\nu_{21}}{E_2} + \frac{\nu_{31}}{E_3} \right]^{-1}, \left[\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{32}}{E_3} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{E_3} - \frac{\nu_{23}}{E_2} \right]^{-1} \quad (6)$$

Их значения оказались такими, что $E_1 = E$, $\nu_{12} = \nu$, т.е. обобщенная константа $\left[\frac{\nu_{21}}{E_2} + \frac{\nu_{31}}{E_3} \right]^{-1} = \left[\frac{2\nu}{E} \right]^{-1}$, а константа $\left[\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{32}}{E_3} \right]^{-1} = 87335,6 \text{ МПа}^{-1}$.

В результате достигнуто соответствие расчётных и экспериментальных как продольной, так и поперечной деформации (рис.2).

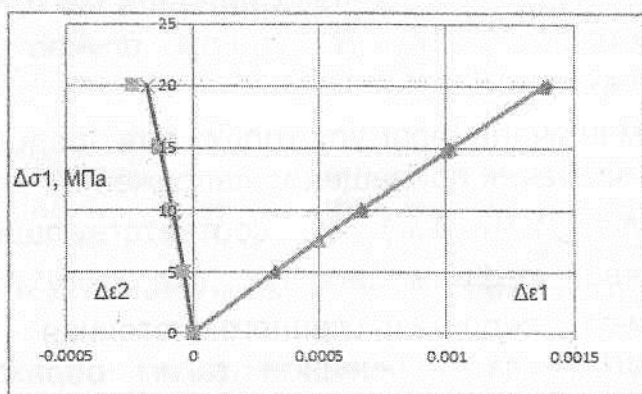


Рис.2. Сравнение экспериментальных (точки) и расчетных (сплошные линии) диаграмм на установившемся участке упругого деформирования

Вывод

Представленный метод определения упругих констант материала, применительно к песчанику, достаточно хорошо соответствует экспериментальным данным в пределах их разброса. При этом в условиях сложного нагружения выделяется область действительно упругой деформации. Значения найденных упругих констант данного песчаника необходимы для последующего правильного разделения общей его деформации на упругую и неупругую составляющие и определения параметров деформационного упрочнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Пластичность горных пород. М.: «Недра», 1979. 301с.
2. Введение в механику скальных пород: пер. с англ./Под редакцией Х.Бока М.: «Мир», 1983. 276 с.
3. Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: «Недра», 1985. 271 с.
4. DIN EN14580: 2005 Prüfverfahren für Naturstein – Bestimmung des statischen Elastizitätsmodulus. - Berlin: Deutsches Institut für Normung e.V., 2005.
5. ASTM D 7012-10. Standard test method for compressive strength and varying moduli of intact rock core specimen under varying states of stress and temperatures. - West Conshohocken: ASTM international, 2010.
6. ГОСТ 28985-97. Породы горные. Метод определения деформационных характеристик при одноосном сжатии. – М.: ИПК Издательство стандартов, 2004. – 10с.
7. Михайлов-Михеев П.Б. Справочник по металлическим материалам турбино- и моторостроения. М.: МАШГИЗ. 1961. 838 с.
8. Капустянский С.М., Николаевский В.П. Количественная формулировка упругопластической дилатансионной модели (на примере песчаника) // Изв. АН СССР. МТТ. 1984. №4С. 113-123.
9. Зарецкий - Феоктистов Г.Г. Об экспериментальных кривых деформирования горных пород в сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1989. № 6 С. 43-49.
10. Капустянский С.М., Упругопластическая дилатансионная модель анизотропных сред // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1985. № 8 С. 50-59.
11. Рычков Б.А. О деформационном упрочнении горных пород // Известия РАН. МТТ. №2 1999, 115-124с.