

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

---

УТВЕРЖДАЮ  
Директор ФизМех  
\_\_\_\_\_  
«14» июня 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**«Практикум по теории упругости»**

Разработчик	Высшая школа механики и процессов управления
Направление (специальность) подготовки	15.03.03 Прикладная механика
Наименование ООП	15.03.03_03 Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг
Квалификация (степень) выпускника	<b>бакалавр</b>
Образовательный стандарт	<b>СУОС</b>
Форма обучения	<b>Очная</b>

СОГЛАСОВАНО  
Руководитель ОП  
\_\_\_\_\_ А.Н. Матвиенко  
«22» мая 2024 г.

Соответствует СУОС  
Утверждена протоколом заседания  
высшей школы "ВШМиПУ"  
от «22» мая 2024 г. № 05-22

РПД разработал:  
Ассистент А.Н. Матвиенко

# 1. Цели и планируемые результаты изучения дисциплины

## Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины - формирование у студента знаний и навыков в области постановки и решения задач теории упругости с использованием тензорного исчисления.

## Результаты обучения выпускника

Код	Результат обучения (компетенция) выпускника ООП
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ИД-1 УК-2	Определяет круг задач в рамках поставленной цели, определяет связи между ними
ИД-2 УК-2	Предлагает способы решения поставленных задач и ожидаемые результаты; оценивает предложенные способы с точки зрения соответствия цели проекта
ИД-3 УК-2	Планирует реализацию задач в зоне своей ответственности с учетом имеющихся ресурсов и ограничений, действующих правовых норм
ИД-4 УК-2	Выполняет задачи в зоне своей ответственности в соответствии с запланированными результатами и точками контроля, при необходимости корректирует способы решения задач
ИД-5 УК-2	Представляет результаты проекта, предлагает возможности их использования и/или совершенствования
УК-6	Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни
ИД-1 УК-6	Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей
ПК-4	Способен использовать при проведении научно-исследовательских работ современные вычислительные методы, высокопроизводительные вычислительные системы и наукоемкие компьютерные технологии мирового уровня
ИД-1 ПК-4	Использует при проведении научно-исследовательских работ современные вычислительные методы, высокопроизводительные вычислительные системы и наукоемкие компьютерные технологии мирового уровня

## Планируемые результаты изучения дисциплины

### знания:

- Знает ключевые понятия и определения, этапы жизненного цикла проекта, роль команды и руководителя проекта
- Знает понятие ограничений проекта, перечень задач, план и бюджет проекта
- Знает на уровне понятий и определений образ результата
- Знает, как использовать инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей
- Знает основы системного подхода к решению поставленных задач
- Знает структуру и способы проведения презентации
- Физико-механические процессы и явления Информационные технологии, наукоемкие компьютерные технологии, расчетно-экспериментальные технологии, производственные технологии Материалы, в первую очередь новые, перспективные, многофункциональные и "интеллектуальные материалы"

### умения:

- Умеет формулировать цели и задачи проекта, определять основные этапы.
- Умеет разрабатывать план реализации проекта, разрабатывать бюджет проекта
- Умеет решать задачи заявленного качества в установленное время, при необходимости корректируя способы их решения
- Умеет определять приоритеты в выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей
- Умеет осуществлять поиск и анализ информации, умеет выполнить анализ альтернатив исходя из целей проекта
- Умеет подготовить и провести презентацию проекта

### навыки:

- Владеет способом представления образа результата проекта, приемами составления плана проекта
- Владеет навыками распределения времени для выполнения конкретных задач, проектов с учетом их приоритетности
- Владеет методами генерации идей
- Владеет навыками формулировки цели проекта и задач, обеспечивающих достижение цели проекта
- Владеет навыками оценки решения поставленных задач в соответствии с запланированными результатами контроля, корректировки способов решения задач
- Владеет приемами разработки и проведения презентации

## **2. Место дисциплины в структуре ООП**

В учебном плане дисциплина «Практикум по теории упругости» не связана ни с одним модулем учебного плана.

Изучение дисциплины базируется на результатах освоения следующих дисциплин:

- Физика
- Теоретическая механика

### 3. Распределение трудоёмкости освоения дисциплины по видам учебной работы и формы текущего контроля и промежуточной аттестации

#### 3.1. Виды учебной работы

Виды учебной работы	Трудоёмкость по семестрам
	Очная форма
Практические занятия	86
Самостоятельная работа	118
Промежуточная аттестация (зачет)	8
Курсовое проектирование	4
Общая трудоёмкость освоения дисциплины	216, ач
	6, зет

#### 3.2. Формы текущего контроля и промежуточной аттестации

Формы текущего контроля и промежуточной аттестации	Количество по семестрам
	Очная форма
<b>Текущий контроль</b>	
Курсовые проекты, шт.	1
<b>Промежуточная аттестация</b>	
Зачеты, шт.	2

### 4. Содержание и результаты обучения

#### 4.1 Разделы дисциплины и виды учебной работы

№ раздела	Разделы дисциплины, мероприятия текущего контроля	Очная форма	
		Пр, ач	СР, ач
1.	Основные соотношения векторной алгебры.	4	4
2.	Основные понятия тензорного исчисления. Операции с тензорами второго ранга.	6	8

3.	Оператор Гамильтона и оператор Лапласа. Дифференцирование тензоров.	6	10
4.	Представление тензора второго ранга в криволинейных системах координат.	4	6
5.	Кинематика деформируемого твердого тела. Эйлеров и Лагранжев подход к описанию движения твердого тела.	6	10
6.	Поле скоростей деформаций. Материальная производная.	6	6
7.	Тензор напряжений. Представление тензора напряжений в главном базисе.	4	4
8.	Полная система уравнений теории упругости.	4	4
9.	Решение задачи теории упругости в перемещениях. Задача Ляме.	6	8
10.	Задача о вращающемся диске.	4	4
11.	Задача о нагреве полой толстостенной сферы.	6	6
12.	Задача о деформировании упруго-вязкой сферы.	6	6
13.	Решение задачи теории упругости в напряжениях. Задача о растяжении призматического стержня под действием собственного веса.	6	6
14.	Решение задачи о кручении стержня треугольного сечения.	6	6
15.	Решение задачи о кручении стержня эллиптического сечения.	4	4
16.	Приближенное решение задачи о кручении стержня прямоугольного сечения.	4	6
17.	Применение вариационных принципов к решению задач о кручении стержней.	4	4
<b>Итого по видам учебной работы:</b>		86	118
Зачеты, ач			10
<b>Часы на контроль, ач</b>			0
<b>Курсовое проектирование</b>		4	
<b>Промежуточная аттестация (зачет)</b>		8	
<b>Общая трудоёмкость освоения: ач / зет</b>		216 / 6	

## 4.2. Содержание разделов и результаты изучения дисциплины

Раздел дисциплины	Содержание
<b>1. Основные соотношения векторной алгебры.</b>	Понятие вектора. Операции сложения векторов и умножения вектора на число. Векторное поле. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведение векторов. Символ Леви - Чивиты.
<b>2. Основные понятия тензорного исчисления. Операции с тензорами второго ранга.</b>	Понятие тензора второго ранга. Операции сложения тензоров и умножения тензора на число. Тензорный базис. Умножение тензора на вектор. Тензор Леви-Чивиты. Тензора высших рангов.
<b>3. Оператор Гамильтона и оператор Лапласа. Дифференцирование тензоров.</b>	Оператор Гамильтона в декартовой системе координат. Применение оператора Гамильтона к произвольным тензорам, и к тензорам, в явном виде зависящим от координат радиуса вектора. Оператор Лапласа в декартовой системе координат. Представление оператора Лапласа через скалярное произведение операторов Гамильтона. Применение оператора Лапласа к произвольным тензорам, и к тензорам, в явном виде зависящим от координат радиуса вектора
<b>4. Представление тензора второго ранга в криволинейных системах координат.</b>	Цилиндрическая и сферическая система координат. Представление оператора Гамильтона в цилиндрической и сферической системах координат. Деривационные формулы. Применение оператора Гамильтона к произвольным тензорам, и к тензорам, в явном виде зависящим от координат радиуса вектора в цилиндрической системе координат.
<b>5. Кинематика деформируемого твердого тела. Эйлеров и Лагранжев подход к описанию движения твердого тела.</b>	Отсчетная и актуальная конфигурация. Линии тока и траектории частиц. Деформация сдвига. Вычисление градиента деформации. Вычисление тензора деформации Альманси. Выражение относительного удлинения отрезков и изменение объёма через компоненты тензора деформации Альманси.
<b>6. Поле скоростей деформаций. Материальная производная.</b>	Вычисление поля скоростей при материальном и пространственном описании движения. Нахождение скорости изменения температуры материальных точек при пространственном и материальном описании движения.
<b>7. Тензор напряжений. Представление тензора напряжений в главном базисе.</b>	Тензор напряжение. Нахождение распределения массовых сил из условия выполнения уравнения равновесия. Нахождение величин главных напряжений в заданной точке. Нахождение максимальных касательных напряжений.

<p><b>8. Полная система уравнений теории упругости.</b></p>	<p>Запись полной системы уравнений теории упругости. Запись кинематического соотношения в координатной форме (для декартовой и для цилиндрической систем координат).</p>
<p><b>9. Решение задачи теории упругости в перемещениях. Задача Ляме.</b></p>	<p>Задача Ляме: постановка. Применение симметрии для упрощения записи перемещений. Запись закона Гука в координатной форме (для цилиндрической системы координат). Запись основного уравнения динамики в координатной форме (для цилиндрической системы координат). Вывод дифференциального уравнения Эйлера. Нахождение общего решения. Постановка граничных условий. Нахождение констант, построение эпюр перемещений и напряжений.</p>
<p><b>10. Задача о вращающемся диске.</b></p>	<p>Задача о вращающемся диске: постановка. Применение симметрии для упрощения записи перемещений. Запись закона Гука в технических константах координатной форме (для цилиндрической системы координат). Вывод неоднородного дифференциального уравнения Эйлера. Нахождение общего и частного решений. Постановка граничных условий. Нахождение констант, построение эпюр перемещений и напряжений для случая сплошного и полого диска.</p>
<p><b>11. Задача о нагреве полой толстостенной сферы.</b></p>	<p>Задача о нагреве толстостенной сферы: постановка. Применение симметрии для упрощения записи перемещений. Запись кинематического соотношения, закона Гука и основного уравнения динамики в координатной форме (для сферической системы координат). Вывод дифференциального уравнения Эйлера. Нахождение общего решения для случая без температурного воздействия. Постановка граничных условий. Построение эпюр перемещений и напряжений. Нахождение частного решения для случая полярно-симметричного закона распределения температур. Нахождение констант, построение эпюр перемещений и напряжений.</p>
<p><b>12. Задача о деформировании упруго-вязкой сферы.</b></p>	<p>Задача о деформировании упруго-вязкой сферы: постановка. Нахождение девиатора тензора деформаций. Запись определяющего соотношения, соответствующего реологической модели Кельвина-Фойгта в координатной форме. Вывод дифференциального уравнения в частных производных. Осуществление преобразования Лапласа для основных соотношений теории упругости. Нахождение общего решения и произвольных постоянных. Взятие обратных преобразований Лапласа. Построение эпюр напряжений, наблюдение эффекта ползучести.</p>

<p><b>13. Решение задачи теории упругости в напряжениях.</b> <b>Задача о растяжении призматического стержня под действием собственного веса.</b></p>	<p>Задача о растяжении призматического стержня: постановка. Постановка граничных условий и решение основного уравнения динамики, нахождение напряжений. Проверка выполнения условия совместности деформаций. Постановка граничных условий на перемещения, нахождение перемещений построение деформированной формы стержня.</p>
<p><b>14. Решение задачи о кручении стержня треугольного сечения.</b></p>	<p>Задача о кручении стержней: постановка и общее решение. Проверка удовлетворения основным соотношениям задачи о кручении для произвольно заданной функции напряжений. Определение формы сечения стержня через удовлетворение граничным условиям для функции напряжений. Нахождение жесткости на кручение. Сравнение с жесткостью на кручение для круглого сечения. Нахождение касательных напряжений, определение точек, где достигаются максимальные касательные напряжения. Построение поверхности деформации.</p>
<p><b>15. Решение задачи о кручении стержня эллиптического сечения.</b></p>	<p>Задача о кручении стержня эллиптического сечения: постановка . Нахождение функции напряжений. Нахождение жесткости на кручение. Сравнение с жесткостью на кручение для круглого сечения. Нахождение касательных напряжений, определение точек, где достигаются максимальные касательные напряжения. Построение поверхности деформации.</p>
<p><b>16. Приближенное решение задачи о кручении стержня прямоугольного сечения.</b></p>	<p>Задача о кручении стержня прямоугольного сечения: постановка. Применение мембранной аналогии Прандл для решения задачи о кручении. Представление функции напряжений в виде разложения в ряд по гармоническим функциям. Нахождение функции напряжений. Нахождение жесткости на кручение. Нахождение касательных напряжений, определение точек, где достигаются максимальные касательные напряжения. Построение поверхности деформации.</p>
<p><b>17. Применение вариационных принципов к решению задач о кручении стержней.</b></p>	<p>Формулировка принципа минимума дополнительной работы для задачи о кручении стержня прямоугольного сечения. Применение метода Ритца для приближенного нахождения функции напряжений через удовлетворение принципу минимума дополнительной работы. Нахождение касательных напряжений, определение точек, где достигаются максимальные касательные напряжения. Построение поверхности деформации.</p>

## **5. Образовательные технологии**

В процессе изучения дисциплины применяются традиционные образовательные технологии: на каждом занятии студенты решают задачи самостоятельно, а один или несколько студентов работают у доски. Преподаватель контролирует процесс, отвечает на вопросы, и, при необходимости, корректирует направление хода решения задачи студентами. Часть заданий выносятся за самостоятельную проработку дома.

## 6. Лабораторный практикум

Не предусмотрено

## 7. Практические занятия

№ раздела	Наименование практических занятий (семинаров)	Трудоемкость, ач
		Очная форма
1.	Основные соотношения векторной алгебры.	4
2.	Основные понятия тензорного исчисления. Операции с тензорами второго ранга.	6
3.	Оператор Гамильтона и оператор Лапласа. Дифференцирование тензоров.	10
4.	Представление тензора второго ранга в криволинейных системах координат.	4
5.	Кинематика деформируемого твердого тела. Эйлеров и Лагранжев подход к описанию движения твердого тела.	6
6.	Поле скоростей деформаций. Материальная производная.	4
7.	Тензор напряжений. Представление тензора напряжений в главном базисе.	2
8.	Полная система уравнений теории упругости.	4
9.	Решение задачи теории упругости в перемещениях. Задача Ляме.	6
10.	Задача о вращающемся диске.	4
11.	Задача о нагреве полой толстостенной сферы.	6
12.	Задача о деформировании упруго-вязкой сферы.	6
13.	Решение задачи теории упругости в напряжениях. Задача о растяжении призматического стержня под действием собственного веса.	6
14.	Решение задачи о кручении стержня треугольного сечения.	6
15.	Решение задачи о кручении стержня эллиптического сечения.	4
16.	Приближенное решение задачи о кручении стержня прямоугольного сечения.	4
17.	Применение вариационных принципов к решению задач о кручении стержней.	4

	<b>Итого часов</b> 86
--	-----------------------

## **8. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Примерное распределение времени самостоятельной работы студентов

Вид самостоятельной работы	Примерная трудоемкость, ач
	Очная форма
<b>Текущая СР</b>	
работа с лекционным материалом, с учебной литературой	10
опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	0
самостоятельное изучение разделов дисциплины	0
выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	26
подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	0
подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	20
<b>Итого текущей СР:</b>	56
<b>Творческая проблемно-ориентированная СР</b>	
выполнение расчётно-графических работ	26
выполнение курсового проекта или курсовой работы	20
поиск, изучение и презентация информации по заданной проблеме, анализ научных публикаций по заданной теме	0
работа над междисциплинарным проектом	0
исследовательская работа, участие в конференциях, семинарах, олимпиадах	0
анализ данных по заданной теме, выполнение расчётов, составление схем и моделей на основе собранных данных	0
<b>Итого творческой СР:</b>	46
<b>Общая трудоемкость СР:</b>	118

## 9. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 9.1. Адрес сайта курса

<http://mc.spbstu.ru>

## 9.2. Рекомендуемая литература

### Основная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Кац А.М. Теория упругости: СПб.: Лань, 2002.	2002	ИБК СПбПУ
2	Пальмов В.А. Нелинейная механика деформируемых тел. Определяющие уравнения анизотропных материалов: СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010.	2010	ИБК СПбПУ

### Дополнительная литература

№	Автор, название, место издания, издательство, год (годы) издания	Год изд.	Источник
1	Лурье А.И. Теория упругости: М.: Наука, 1970.	1970	ИБК СПбПУ

### Ресурсы Интернета

1. Электронная библиотека СПбПУ: <http://elib.spbstu.ru/>

## 9.3. Технические средства обеспечения дисциплины

Программное обеспечение персональных компьютеров; информационное, программное и аппаратное обеспечение локальной компьютерной сети; информационное и программное обеспечение глобальной сети ИНТЕРНЕТ.

## 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение включает в себя учебную аудиторию 433-8 для проведения практических занятий, оснащенную компьютером и проектором для демонстрации презентаций.

## **11. Критерии оценивания и оценочные средства**

### **11.1. Критерии оценивания**

Для дисциплины «Практикум по теории упругости» формой аттестации является зачёт. Дисциплина реализуется с применением системы индивидуальных достижений.

#### **Текущий контроль успеваемости**

Максимальное значение персонального суммарного результата обучения (ПСРО) по приведенной шкале - 100 баллов

Максимальное количество баллов приведенной шкалы по результатам прохождения двух точек контроля - 80 баллов.

Подробное описание правил проведения текущего контроля с указанием баллов по каждому контрольному мероприятию и критериев выставления оценки размещается в СДО в навигационном курсе дисциплины.

#### **Промежуточная аттестация по дисциплине**

Максимальное количество баллов по результатам проведения аттестационного испытания в период промежуточной аттестации – 20 баллов приведенной шкалы.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в соответствии с расписанием.

Студент допускается к зачету, если: выполнил все предусмотренные виды самостоятельной работы.

Зачет проходит в устной форме или в форме тестирования.

---

#### **Формирование итоговой оценки по дисциплине:**

Оценка «зачтено» выставляется студенту, который

- прочно усвоил предусмотренный программный материал;
- правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров;
- показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов

- без ошибок выполнил практическое задание.

Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе.

Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной работы, систематическая активная работа на практических занятиях.

Оценка «не зачтено» Выставляется студенту, который не смог раскрыть основной вопрос даже на 50%, в ответах на другие (дополнительные) вопросы допустил существенные ошибки или не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем. Оценивается качество устной и письменной речи, как и при выставлении положительной оценки.

Результаты промежуточной аттестации, определяются на основе баллов, набранных в рамках применения, СИД

Баллы по приведенной шкале в рамках применения СИД (ПСРО+ ПА)	Оценка по результатам промежуточной аттестации
	Экзамен/диф.зачет/зачет
0 - 60 баллов	Неудовлетворительно/не зачтено
61 - 75 баллов	Удовлетворительно/зачтено
76 - 89 баллов	Хорошо/зачтено
90 и более	Отлично/зачтено

## 11.2. Оценочные средства

Оценочные средства по дисциплине представлены в фонде оценочных средств, который является неотъемлемой частью основной образовательной программы и размещается в электронной информационно-образовательной среде СПбПУ на портале [etk.spbstu.ru](http://etk.spbstu.ru)

## 12. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Для данного курса актуальны следующие методические рекомендации:

- 1) Самостоятельное изучение разделов дисциплины должно выполняться с использованием списка рекомендуемых источников, а также с использованием рекомендаций преподавателя, полученных во время лекционных занятий.
- 2) При работе с литературой каждый раздел дисциплины желательно сопровождать кратким конспектом, в котором отражать название темы, основные понятия и определения по данной

теме, формулировки теорем, выстроенные в правильную логическую последовательность, практические примеры

3) Каждый раздел дисциплины необходимо изучать не только с теоретической стороны, но также уделять внимание возможному практическому применению изложенного материала. Практические примеры можно найти в рекомендуемой литературе.

4) При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на список вопросов, полученный от преподавателя. При подготовке в первую очередь нужно обратить внимание на сутевую составляющую каждого вопроса, и не тратить время на дословное заучивание материала, представленного в литературе.

### **13. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ**

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.