Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Министерство науки, высшего образования и инноваций Кыргызской Республики

Межгосударственная образовательная организация высшего образования Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина.

Фонд оценочных средств

по дисциплине (практике) Высшая математика

Уровень высшего образования БАКАЛАВРИАТ

Направление:
Направление 08.03.01 - РФ, 750500 - КР Строительство

Профиль "Промышленное и гражданское строительство"

Профиль Теплогазоснабжение и вентиляция»

Квалификация Бакалавр

Бишкек 2026г.

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению Строительство, Профиль "Промышленное и гражданское строительство"

Профиль Теплогазоснабжение и вентиляция»

по Высшей математике

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании межкластерной кафедры математики, физики и информатики
протокол № 1 от "_7_" сентября 2026г.

Заведующий межкластерной кафедры математики, физики и информатики
к.ф.-м.н., доцент _____И.В.Гончарова

Руководитель образовательной программы

к.т.н., доцент
_____Э.К.Сардарбекова
ФИО, должность,

к.т.н., доцент
_____М.Т.Бердыбаева
ФИО, должность,

Исполнители:

к.ф.-м.н., доцент _____М.Ж. Нарматова
должность

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формируемые компетенции	**Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций**	**Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе**
ОПК-1: ОПК-1: Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	- теоретические и практические основы естественных и технических наук; - основы математического аппарата для решения инженерных задач в профессиональной деятельности	Тестирование; Защита типовых расчетов; Контрольные работы; Реферат; Презентации.
	Уметь: - использовать на практике теоретические знания; - реализовать опыт решения практических задач и 15 математический аппарат в профессиональной деятельности	Тестирование; Защита типовых расчетов; Контрольные работы; Реферат; Презентации.
	Владеть: - методами решения профессиональных задач с использованием теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	Тестирование; Защита типовых расчетов; Контрольные работы; Реферат; Презентации.

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ/ПРАКТИКИ

Дисциплина: Высшая математика

Группа: СПГС-1-26, СПГС-2-26, СТВ-1-26

Курс/семестр: 1/1

Количество кредитов (ЗЕ): 2

Отчетность: **Зачет с оценкой**

Название модулей дисциплины согласно РПД	**Контроль**	**Форма контроля**	**зачетный минимум**	**зачетный максимум**	**график контроля**
Модуль 1					
Модуль 1 Линейная и векторная алгебра	Текущий контроль	Активность, посещаемость, СРС	7	12	9
	Рубежный контроль	Контрольная работа+ Типовые расчеты	9	16	
Модуль 2					
Модуль 2 и аналитическая геометрия	Текущий контроль	Активность, посещаемость, СРС	7	12	17
	Рубежный контроль	Контрольная работа+ Типовые расчеты	17	30	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Дисциплина: Высшая математика

Группа: СПГС-1-26, СПГС-2-26, СТВ-1-26

Курс/семестр: 1/2

Количество кредитов (ЗЕ): 4

Отчетность: **Зачет с оценкой**

Название модулей дисциплины согласно РПД	**Контроль**	**Форма контроля**	**зачетный минимум**	**зачетный максимум**	**график контроля**
Модуль 1					
Функция. Предел и непрерывность. Производная, свойства. Применение производных.	Текущий контроль	активность, посещаемость,СРС	6	10	28
	Рубежный контроль	Типовой расчет (с защитой)+Контрольная работа.	10	17	
Модуль 2					
Функции многих переменных.	Текущий контроль	активность, посещаемость,СРС	3	5	34
	Рубежный контроль	тестирование+защита реферата	9	16	
Модуль 3					
Неопределенный интеграл.	Текущий контроль	активность, посещаемость,СРС	3	5	39
	Рубежный контроль	Контрольная работа.	3	7	
Модуль 4					
Определенный интеграл.	Текущий контроль	активность, посещаемость,СРС	3	5	42
	Рубежный контроль	Контрольная работа.	3	5	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Дисциплина: Высшая математика

Группа: СПГС-1-26, СПГС-2-26, СТВ-1-26

Курс/семестр: 2/3

Количество кредитов (ЗЕ): 4

Отчетность: **Зачет с оценкой**

Название модулей дисциплины согласно РПД	**Контроль**	**Форма контроля**	**зачетный минимум**	**зачетный максимум**	**график контроля**
Модуль 1					
Приложения определенного интеграла.		активность, посещаемость,СРС	3	5	28
		Контрольная работа.	5	8	
Модуль 2					
Дифференциальные уравнения	Текущий контроль	активность, посещаемость,СРС	3	5	34
	Рубежный контроль	Типовой расчет (с защитой)+Контрольная работа.	5	9	
Модуль 3					
Ряды	Текущий контроль	активность, посещаемость,СРС	6	10	39
	Рубежный контроль	тестирование+защита реферата	9	16	
Модуль 4					
Теория поля	Текущий контроль	активность, посещаемость,СРС	6	10	42
	Рубежный контроль	Контрольная работа.	3	7	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ,

НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ / ПРАКТИКЕ (ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА)

п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства
1.	Презентации	Работы, направленные на выполнение комплекса учебных и исследовательских заданий. Позволяют оценить умения обучающихся самостоятельно конструировать свои знания в процессе решения учебных задач, ориентироваться в информационном пространстве и уровень сформированности аналитических, исследовательских навыков, навыков практического и творческого мышления.
2.	Реферат	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной учебно-исследовательской темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.
3.	Доклад, сообщение	Расширенное письменное или устное сообщение на основе совокупности ранее опубликованных исследовательских, научных разработок, по соответствующей отрасли научных знаний, имеющих значение для теории науки и практического применения. Представляет собой обобщённое изложение результатов проведённых исследований, экспериментов и разработок, известных широкому кругу специалистов в отрасли научных знаний.
4.	Контрольная работа	Контрольные работы проводятся с целью определения конечного результата в обучении по данной теме или разделу, позволяют контролировать знания одного и того же материала однократно. Целесообразно проводить контрольные работы различного вида. С помощью промежуточной контрольной работы проверяется усвоение обучающимися материала в период изучения темы. Итоговая контрольная работа проводится с целью проверки знаний и умений по отдельной теме, курсу. Домашняя контрольная работа призвана систематизировать знания, позволяет повторить и закрепить материал. При ее выполнении обучающиеся не ограничены временем, могут использовать любые учебные пособия. Каждому обучающемуся дается свой вариант работы, в который включаются творческие задания для формирования обозначенных компетентностей.
5.	Конспект	Конспект позволяет формировать и оценивать умения обучающихся по переработке информации.
6.	Практическая, лабораторная работа	Практическая работа — это задание для студента, которое должно быть выполнено по теме, определенной преподавателем. Предполагается также использование рекомендованной им литературы при подготовке к практической работе и плана изучения материала. Рассматриваемое задание в ряде случаев включает дополнительную проверку знаний студента – посредством тестирования или, например, написания контрольной работы. Главная цель проведения практической работы заключается в выработке у студента практических умений, связанных с обобщением и интерпретацией тех или иных научных материалов. Кроме того, ожидается, что результаты практических занятий будут впоследствии использоваться обучающимися для освоения новых тем.

7.	Проект	Проект представляет собой учебный проект, выполняемый обучающимся в рамках одного или нескольких учебных предметов с целью продемонстрировать свои достижения в самостоятельном освоении содержания и методов избранных областей знаний и/или видов деятельности и способность проектировать и осуществлять целесообразную и результативную деятельность (учебно-познавательную, конструкторскую, социальную, художественно-творческую).
8.	Кейс-задание	Проблемное задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию, необходимую для решения данной проблемы.
9.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.
10.	Типовой расчет	Представляет собой процесс решения математических задач, связанных с изучением функций, пределов, производных, интегралов и других ключевых понятий.
11.	Устный опрос	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемыми дисциплинами и формируемыми компетенциями, позволяет определить объем знаний обучающегося по определенному разделу. Рекомендуется для оценки знаний обучающихся.
11.	Дифференцированный зачёт	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончанию изучения дисциплины в виде, предусмотренном учебным планом.

3. МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Контроль и оценка результатов освоения общеобразовательной дисциплины раскрываются через дисциплинарные результаты, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций по разделам и темам содержания учебного материала.
Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий и лабораторных работ, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

Название модулей дисциплины	**Форма контроля**	**Тип оценочных мероприятий**
Модуль 1 Линейная и векторная алгебра	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты
Модуль 2 Аналитическая геометрия	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты
Функция. Предел и непрерывность. Производная, свойства. Применение производных.	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты
Функции многих переменных.	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты
Неопределенный и определенный интегралы. Приложения определенного интеграла.	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты

Дифференциальные уравнения	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты
Ряды.	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты
Теория поля	изучение теории по теме практической работы, выполнение практических заданий по данному разделу.	Контрольная работа+ Типовые расчеты
Дифференцированный зачет	По всем разделам	Итоговое тестирование

Расчетно-графическая работа по дисциплине. Тематика заданий этих работ установлена в соответствии с Паспортом фонда оценочных средств. Расчетно-графическая работа предусмотрена по всем темам дисциплины. Номер варианта определяется аналогично варианту контрольной работы.

Критерии оценки при написании контрольной работы

Оценка «отлично» — выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания вопросов контрольной работы и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка «хорошо» — выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности, которые может устранить с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» — выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными понятиями выносимых на контрольную работу тем, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка «неудовлетворительно» — выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания выносимых на контрольную работу вопросов тем дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

ПРЕЗЕНТАЦИЯ

Требования к презентации:

Титульный лист с заголовком

Дизайн слайдов и использование дополнительных эффектов

(смена слайдов, звук, анимации, переходы, видео, графики при необходимости)

Текст презентации написан коротко, представлены ключевые идеи каждой главы и каждого параграфа.

Сформированность идей, их ясное изложение и структурирование

Наличие собственных выводов и замечаний по соответствующему показателю

Максимальная сумма баллов – 20.

Реферат

СТРУКТУРА И ОФОРМЛЕНИЕ РАБОТЫ

1 Структура работы в соответствии с требованиями

- Титульный лист
- Содержание
- Введение
- Развитие темы (тезиса) в основной части (раскрытие основных положений через систему аргументов, подкрепленных фактами, примерами и т.д.)
- Заключение
- Список используемой литературы согласно ГОСТа, не ранее 2010 гг.

2 Оформление работы в соответствии с требованиями
Times New Roman, №14, интервал -1,5. Поля – обычные.
Не менее 10 листов формата А-4
Всего баллов Сумма баллов – 10

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ / ПРАКТИКИ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ.
Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется такая последовательность действий:
1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к последующим занятиям по дисциплине, нужно сначала просмотреть и обдумать текст лекции.
2. До практического занятия/семинара проработать рекомендуемую литературу.
3. Для подготовки к семинарским занятиям и выполнению самостоятельной работы рекомендуется использовать методические указания по курсу, конспекты лекций.
4. При выполнении задания необходимо выстроить алгоритм деятельности:
- проанализировать вопросы, найти нужный материал (лекции, рекомендуемая основная и дополнительная литература, Интернет-ресурсы)
- наметить план ответа на каждый из вопросов семинара
- составить краткий конспект ответа на каждый вопрос, выделив в нем ключевые термины, даты, имена, формулы и т.д.
- продумать и сформулировать выводы по теме/вопросу.
5. При подготовке к промежуточному и рубежному контролям нужно изучить теоретические вопросы, обратив особое внимание на термины, формулы, нормативные правовые документы и т.д., необходимые для ответа на вопросы; повторить решение задач/кейс-стади и др. практических вопросов. и самостоятельно выполнить несколько типовых заданий.
6. Отработки пропущенных занятий.
Контроль над усвоением материала учебной программы дисциплины осуществляется систематически преподавателем кафедры/ иных подразделений университета (ответственных за образовательную программу) и отражается в журнале преподавателя в баллах.
Студент, получивший неудовлетворительную оценку по текущему материалу, обязан подготовить данный раздел и ответить по нему преподавателю на индивидуальном собеседовании.
Пропущенная без уважительных причин лекция должна быть отработана методом устного опроса лектором или подготовки реферата по материалам пропущенной лекции в течение месяца со дня пропуска. Возможны и другие методы отработки пропущенных лекций (опрос на практических, тестовый контроль и т.д.).
Отработка семинарских занятий.
- Каждое занятие, пропущенное без уважительной причины, отрабатывается в обязательном
порядке. Отработки проводятся в период дежурства преподавателя, по расписанию, согласованному с деканатом. Расписание дежурства преподавателей вывешивается на соответствующей кафедре/ином подразделении университета (ответственным за образовательную программу) и размещается в электронном виде в разделе «образовательная деятельность» на сайте кафедры/иных подразделений университета (ответственных за образовательную программу).
- Пропущенные занятия должны быть отработаны в течение 10 дней со дня пропуска. Пропущенные без уважительной причины семинарские занятия отрабатываются не более

одного занятия в день. Пропущенные занятия по уважительной причине (по болезни, пропуски с разрешения администрации) отрабатываются по тематическому материалу без учета часов.
- Для студентов, пропустивших семинарские занятия из-за длительной болезни, отработка должна проводиться после разрешения деканата по индивидуальному графику, согласованному с кафедрой/иными подразделениями университета (ответственными за образовательную программу).
- В исключительных случаях (участие в межвузовских конференциях, соревнованиях, олимпиадах, дежурство и др.) декан и его заместитель по согласованию с кафедрой/ иными подразделениями университета (ответственными за образовательную программу) могут освобождать студентов от отработок некоторых пропущенных занятий.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, занятиях, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде и является обязательной компонентой модульного контроля. К выполнению РК студент допускается всегда, независимо от посещаемости и выполнения других видов учебной работы.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины (или вся дисциплина полностью) – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ СТУДЕНТОВ

1. Советы по планированию и организации времени, необходимого для изучения дисциплины. Рекомендуется следующим образом организовать время, необходимое для изучения дисциплины: Изучение конспекта лекции в тот же день, после лекции – 10-15 минут. Изучение конспекта лекции за день перед следующей лекцией – 10-15 минут. Изучение теоретического материала по учебному пособию и конспекту – 1 час в неделю. Подготовка к практическому занятию – 2-3 час. Всего в неделю – 4 часа.

2. Описание последовательности действий студента. Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется такая последовательность действий:
1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня (10-15 минут).
2. При подготовке к лекции следующего дня, нужно просмотреть текст предыдущей лекции, подумать о том, какая может быть тема следующей лекции (10-15 минут).
3. В течение недели выбрать время (2-3часа) для работы с рекомендуемыми электронными учебными пособиями.
4. При подготовке к практическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и подходы по теме домашнего задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи.

3. Рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса. Все рекомендуемые учебные пособия размещены на серверах компьютерных классов ИВТ в сетевой папке.

4. Рекомендации по работе с литературой. Теоретический материал курса становится более понятным, когда дополнительно к прослушиванию лекции и изучению конспекта, изучаются и книги. Легче освоить курс, придерживаясь одного учебника и конспекта. Рекомендуется, кроме «заучивания» материала, добиться состояния понимания изучаемой темы дисциплины. С этой целью рекомендуется после изучения очередного параграфа выполнить несколько простых упражнений на данную тему. Кроме того, очень полезно мысленно задать себе следующие вопросы (и попробовать ответить на них): о чем этот параграф?, какие новые понятия введены, каков их смысл?, что даст это на практике?.

5. Советы по подготовке к рубежному и промежуточному контролям. Рубежный контроль проходит в виде тестов, контрольных и самостоятельных работ. Промежуточный контроль по данной дисциплине проходит в виде экзамена. Дополнительно к изучению конспектов лекции необходимо пользоваться учебником. При подготовке к промежуточному контролю нужно изучить теорию: определения всех понятий и подходы к оцениванию до состояния понимания материала и самостоятельно решить несколько типовых задач из каждой темы. При решении задач всегда необходимо уметь качественно интерпретировать итог решения.

6. Указания по организации работы с контрольно-измерительными материалами, по выполнению домашних заданий. При выполнении домашних заданий необходимо сначала прочитать основные понятия и подходы по теме задания. При выполнении упражнения или задачи нужно сначала понять, что требуется в задаче, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения задачи, а затем приступить к расчетам и сделать качественный вывод.

Вопросы к экзамену

1.Матрицы. Виды матриц.
2. Действия над матрицами.
3. Определители и их свойства.
4. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
5. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.
6. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
7. Ранг матрицы.
8. Критерий совместимости систем линейных уравнений.
9. Основные задачи аналитической геометрии.
10. Различные системы координат (декартова и полярная).
11. Прямая линия на плоскости.
12. Взаимное расположение 2х прямых на плоскости.
13. Эллипс. Окружность.
14. Гипербола. Парабола.
15. Векторы. Действия над векторами.
16. Вектор в координатной форме.
17. Линейные операции над векторами в координатной форме.
18. Скалярное произведение двух векторов.
19. Векторное произведение двух векторов.
20. Смешанное произведение трех векторов.
21. Плоскость в пространстве.
22. Неполные уравнения плоскостей.
23. Поверхности II-го порядка. Эллипсоид. Сфера.
24. Прямая линия в пространстве. Различные виды уравнений.
25. Поверхности II-го порядка. Параболоиды, гиперболоиды.
26. Поверхности II-го порядка. Конусы, цилиндры
27. Функция одной переменной. Различные способы задания.

28. Предел функции.
29. Основные теоремы о пределах.
30. Первый замечательный предел.
31. Второй замечательный предел.
32. Односторонние пределы.
33. Непрерывность функции в точке и на отрезке.
34. Асимптоты.
35. Точки разрыва функции.
36. Производная функции одной переменной.
37.Дифференциал функции.
38. Правила дифференцирования.
39. Физический, геометрический, экономический смысл производной.
40. Производные и дифференциалы высших порядков.
41. Необходимое и достаточное условие экстремума.
42. Необходимое и достаточное условие перегиба.
43. Промежутки выпуклости, вогнутости функции.
44. Производная неявной функции.
45. Правило Лопиталя
46. Дифференцирование сложно-показательной функции.
47. Свойства дифференцируемых функций
48. Экстремум функции одной переменной. Необходимое условие существования экстремума.
49. Экстремум функции одной переменной. Достаточное условие существования экстремума.
50. Перегиб функции одной переменной. Выпуклость и вогнутость кривой.
51. Неопределенности и их раскрытие. Правило Лопиталя.

Вопросы к экзамену (2 семестр)

1. Понятие функции двух переменных. Способы задания.
2. Частные производные функции двух переменных I-го и II-го порядков.
3. Полный дифференциал, производная по направлению, градиент.
4. Экстремум функции двух переменных.
5. Метод наименьших квадратов для линейной зависимости.
6. Метод наименьших квадратов для параболической зависимости.
7. Комплексные числа. Основные понятия
8. Операции над комплексными числами.
9. Неопределенный интеграл. Основные понятия. Свойства.
10. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
11. Непосредственное интегрирование.
12. Замена переменной в неопределенном интеграле.
13. Интегрирование подведением под дифференциал
14. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен
15. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле
16. Интегрирование тригонометрических функций.
17. Интегрирование дробно-рациональных функций.
18. Интегрирование иррациональных функций.
19. Тригонометрические подстановки при вычислении интегралов.
20. Понятия неберущихся интегралов.
21. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
22. Определенный интеграл. Геометрический смысл. Основные свойства.
23. Вычисление определенного интеграла. Основные свойства.
24. Замена переменной в определенном интеграле.
25. Вычисление определенного интеграла по частям.

26. Условия существования определенного интеграла.
27. Нахождение площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.
28. Нахождение длин дуг с помощью определенного интеграла.
29. Нахождение площади фигуры в полярной системе координат.
30. Нахождение объемов тел с помощью определенного интеграла.
31. Нахождение объемов тел вращения с помощью определенного интеграла.
32. Нахождение площадей поверхностей вращения с помощью определенного интеграла.
33. Вычисление статических моментов фигур с помощью определенного интеграла.
34. Вычисление статических моментов дуг с помощью определенного интеграла.

Вопросы к экзамену (3 семестр)

1. Дифференциальное уравнение I-го порядка. Основные понятия.
2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными
3. Однородные дифференциальные уравнения I-го порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения I-го порядка. Уравнения Бернулли.
5. Дифференциальные уравнения II-го порядка. Основные понятия.
6. Линейные однородные дифференциальные уравнения II-го порядка с постоянными коэффициентами.
7. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения II-го порядка с постоянными коэффициентами.
8. Нахождение частных решений линейных неоднородных дифференциальных уравнения II-го порядка с постоянными коэффициентами.
9. Уравнения n-го порядка, допускающие понижение порядка.
10. Метод вариации произвольных постоянных

Некоторые вопросы для устного опроса

1. Какие есть виды матриц?
2. Какие действия над матрицами можно выполнять?
3. Что такое определитель, каковы его свойства?
4. В чем суть метода Гаусса для решения системы линейных уравнений?
5. Как решить систему линейных уравнений по формулам Крамера?
6. Матричный способ решения систем линейных уравнений?
6. Ранг матрицы, как его находить?
8. Критерий совместимости систем линейных уравнений?
9. Сформулируйте основные задачи аналитической геометрии?
10. Какие вы знаете системы координат ?
11. Уравнения прямых линий на плоскости?
12. Расскажите о взаимном расположении 2х прямых на плоскости?
13. Напишите уравнение эллипса, окружности?
14. Напишите уравнение гипербола, парабола?

Пример типового расчета по линейной алгебре

Вариант 1

1. Даны матрицы: $A=\begin{pmatrix}4 & 1 & -2\\ 3 & 5 & 1\\ 0 & 7 & 2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2 & -1 & 3\\ -2 & 5 & 4\\ 0 & 3 & 2\end{pmatrix}$.

Найти матрицу $C=A^2+BA-4A^T$.

2.Дана матрица: $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ -3 & -1 & -2\\ -1 & 4 & 1\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}5 & 2 & -1\\ -1 & 0 & 4\\ 8 & -3 & 2\end{pmatrix}$.

Найти матрицу $C=2A+BA^{-1}$.

3.Вычислить определители четвёртого порядка:

а) $\begin{vmatrix}-3 & 0 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 0 & 0\\ 1 & 3 & -1 & 0\\ -1 & 5 & 3 & 5\end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix}2 & 3 & -3 & 4\\ 2 & 1 & -1 & 2\\ 6 & 2 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 0 & -5\end{vmatrix}$

4. Найти ранг матрицы:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 4\\ 0 & 5 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

5. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3=2\\ 3x_1-5x_2+x_3=-1\\ 2x_1+4x_2+2x_3=8\end{cases}$$

6. Решить систему уравнений матричным методом:

$$\begin{cases}x_1+2x_2-4x_3=3\\ 4x_1-3x_2+x_3=1\\ 2x_1+x_2-5x_3=3\end{cases}$$

7. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases}x_1-6x_2+2x_3=-4\\ 3x_1+x_2-2x_3=3\\ 2x_1+x_2-4x_3=1\end{cases}$$

8. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы A:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример типового расчета по аналитической геометрии

Вариант 1

1) Даны точки *A (2; 3)* и *B (–4; 6).* Найти:

а) уравнение прямой *AB* в отрезках на осях;

б) нормальное уравнение прямой *AB.*

2) Даны точки *A (8; –1), B (3; 2)* и *C (– 6; 9)* – вершины треугольника *ABC.* Найти:

а) угол между прямыми *AB* и *AC*;

б) длину любой средней линии треугольника *ABC*.

3) Составить уравнение прямой, проходящей через точку *M (3; –5)* параллельно вектору *a = (4; 1),* с угловым коэффициентом.

4) Дано уравнение прямой в отрезках на осях

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{5} = 1.$$

Привести его к уравнению с угловым коэффициентом.

5) Даны вершины треугольника *A (–3; 3), B (5; –1)* и *D (4; 3)* – точка пересечения высот. Составить уравнения сторон треугольника.

6) Даны точки *A (6; –2), B (–3; 4)* и *C (7; 8).* Найти уравнение прямой *CE*, параллельной прямой *AB.*

7) Найти угол между прямыми

$$4x + 3y – 1 = 0, \quad 2x – 2y – 7 = 0.$$

8) Найти каноническое уравнение эллипса, у которого длина большой оси равна *20*, а координаты левого фокуса – *(–8; 0)*.

9) Установить, какая линия определяется уравнением $x = 2 - \sqrt{6 - 2y}$.

10) Привести уравнение $2x^2 - 4x + 2y - 3 = 0$

к каноническому виду и определить вид кривой.

Раздел «Пределы функции одной переменной»
Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10}$,

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{4x^4 + x + 11}{2x^4 + 5x^2 + 1}$,

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6}$,

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6}$,

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{4x^2+5x+1}$,

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n+5}{3n^3+4n+6}$,

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$

,

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$,

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{15x^3+4x^2+1}{x^3+5x^2+10}$,

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^3+4x+1}{5x^2-10x+6}$,

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+1}{7x^3+5x^2+10}$

12) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\left(x^2-4\right)}{x^2-5x+6}$

13) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\left(x+1\right)^2}{2+3x+x^2}$

14) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-2}{x^2-4x+3}$

15) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{x^2-5x}$

16) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{9-x^2}{x^2+x-6}$

17) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-3x+1}{\left(x-1\right)^2}$

18) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

19) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$

20) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

21) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

22) $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

23) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\ -1}{\sqrt{x+3}-2}$

2 семестр

Раздел « Дифференцирование функций одной переменной»

Найти производные функций

1) $y=\left(3^x-\sqrt[3]{x}\right)\left(3arctgx-2\log_3 x\right)+\sqrt{2}$
2) $y=\dfrac{e^x-2}{\arcsin x+2\ln x}+\sin 1$
3) $y=\dfrac{\log_2 x+tg2}{\arccos x-2x^2}-\ln 10$
4) $y=\left(2\cos x-\dfrac{3}{x}\right)\left(arcctgx+4^3\right)$
5) $y=\left(2ctgx-\dfrac{5}{x^3}\right)\left(\cos x-\ln x\right)$
6) $y=\dfrac{2^x-x^2+e^2}{2\log_2 x-3}$
7) $y=\dfrac{5e^x+3x^2}{2\arcsin x+4\sin x}+tg5$
8) $y=\left(3\cos x-4\ln x\right)\left(\dfrac{2}{x^2}+e^3\right)$
9) $y=\left(5ctgx+7^x\right)\left(\sqrt[4]{x^3}+3\sin x\right)$
10) $y=\left(5\arcsin x+2^x\right)\left(\sqrt[5]{x^3}-3tgx\right)$
11) $y=\dfrac{3\ln x+5\sqrt[3]{x^7}}{2arctgx+4}+\ln 7$
12) $y=\dfrac{3e^x+5}{2tgx+4\sqrt[3]{x^4}}$
13) $y=\left(3e^x-4\cos x\right)\left(\log_3 x+5tgx\right)+\sqrt{7}$
14) $y=\left(3tgx+5\sqrt[5]{x^3}\right)\left(arcctgx-4^x\right)$
15) $y=\left(2arctgx+4^x\right)\left(3\ln x-x^3+1\right)$
16) $y=\left(2ctgx+3\ln x\right)\left(4\arcsin x-\sqrt[4]{x^3}\right)$
17) $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$

Найти производные функций сложных функций

1. $y=\sin\left(x^3+2\ln x\right)+\sqrt{2}$
2. $y=\left(x+4\sin x\right)^3$
3. $y=arctg\left(\sin 3x+4\right)$
4. $y=\ln\left(3x^2+2tgx\right)+1$
5. $y=5^{\arcsin x-3\sqrt{x}}+2$

6. $y = \arccos\left(5x^2 + 5\right)$
7. $y = \sin\left(\sqrt[3]{x} + 4x\right) - 3$
8. $y = \log_5\left(\sin 2x + 4\right) + \sqrt{3}$
9. $y = tg\left(\log_2 x + 3\right)$
10. $y = 3^{\sqrt[4]{x}+2x}$
11. $y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$
12. $y = \log_3\left(3x - \cos x\right)$
13. $y = \arcsin\left(2x^3 + \cos x\right)$
14. $y = ctg\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$
15. $y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$
16. $y = \arccos\left(\ln x + 4tgx\right)$.
17. $y = \arccos\left(\cos 2x - \ln x\right)$.
18. $y = arctg\left(4e^x - 5\right)$.

Раздел « Неопределенный интеграл»

Найти неопределенный интеграл

1) $\int \frac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x} dx$.
2) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$.
3) $\int \frac{(6x - 3)^2}{x} dx$.
4) $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx$.
5) $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx$.
6) $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx$.
7) $\int \frac{3xe^x - x\sin x + 5x}{x} dx$.
8) $\int \frac{(2x + 3)^2}{x^5} dx$.
9) $\int \frac{2x + 1}{x - 1} dx$.

10) $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx$.

11) $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx$.

12) $\int \frac{\left(3x + \sqrt[3]{x}\right)}{x^2} dx$.

13) $\int \frac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx$.

14) $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$.

15) $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx$.

16) $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$.

17) $\int \frac{(x+2)^2}{x^2} dx$.

18) $\int \frac{(x+1)^2}{x^5} dx$.

19) $\int \frac{x^2 - 6}{x - 5} dx$.

20) $\int \frac{4x^3 + 15x^2 e^x + 14x^4}{x^2} dx$.

21) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1} dx$.

22) $\int (3x - 2)\cos 2x \, dx$.

23) $\int (3x - 2)e^{2x} dx$.

24) $\int (3 + 9x)\cos 8x \, dx$.

25) $\int (x^2 - 3x)\ln x dx$.

26) $\int (5x + 23)\cos 8x \, dx$.

27) $\int (10x - 4)\sin 5x \, dx$.

28) $\int \left(5x^2 - 16x^4 - 2\right)\ln x \, dx$.

29) $\int x^4 \ln x dx$.

30) $\int (2x + 1)e^x dx$.

31) $\int (6x + 2)\sin 6x \, dx$.

32) $\int (3\cos x+5)\sin x dx$.

33) $\int (3x-1)\sin 3x dx$.

34) $\int (2x+5)3^x dx$.

35) $\int (x^2+2x)\ln x dx$.

Вычислить определенные интегралы

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx$.
2. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.
3. $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
4. $\int_0^1 6\left(x^2+x^3 e^{x^4}\right) dx$.
5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.
6. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1} dx$.
7. $\int_1^e \frac{\sin\ln x}{x} dx$.
8. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$.
9. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1} dz$.
10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx$.
11. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx$.
12. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$.
13. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$.
14. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2\left(x^2\right)} dx$.
15. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$
16. $\int_0^{1/2} arcctg\, 2x dx$.
17. $\int_0^{\pi/2} (x+3)\sin x dx$.
18. $\int_1^e x^3 \ln x dx$.
19. $\int_{-3}^0 (x-2)e^{-x/3} dx$.
20. $\int_{-1}^0 x\ln(1-x) dx$.
21. $\int_1^2 \ln(3x+2) dx$.
22. $\int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx$.
23. $\int_0^1 2x\, arctgx dx$.
24.
25. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx.$
26. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx.$
27. $\int_{-3}^3 x^2\sqrt{9-x^2} dx.$
28. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$
29. $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx.$

30. $\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}}dx.$

31. $\int_0^{\sqrt{7/3}} x^3\sqrt{7+x^2}\,dx.$

32. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos^2 x}dl$, где L: $y=\sin x$, $0\le x\le\frac{\pi}{4}$.

33. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{x^3}{y^2}dl$, где L: $xy=1$, $1\le x\le 2$.

34. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt{1+x^4}dl$, где L: $y=\frac{x^3}{3}$, $1\le x\le 2$.

35. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L y^2dl$, где L: $y=\frac{x}{2}$, $0\le x\le 2$.

36. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L ydl$, где L: $y=x^3$, $0\le x\le 1$.

37. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L 2ydl$, где L: $\begin{cases} x=\frac{t^2}{2} \\ y=t \end{cases}$, $0\le t\le 1$.

38. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt{y}dl$, где L: $\begin{cases} x=t-\sin t \\ y=1-\cos t \end{cases}$, $0\le t\le 2\pi$.

39. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt{x^2+y^2}dl$, где L: $r=2\cos\phi$, $-\frac{\pi}{2}\le\phi\le\frac{\pi}{2}$.

40. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt{x^2+y^2}dl$, где L: $r=2\sin\phi$, $0\le\phi\le\pi$.

41. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \sqrt[4]{x^2+y^2}dl$, где L: $r=1-\cos\phi$, $0\le\phi\le 2\pi$.

42. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=y^2xe^x$.

43. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z=\frac{x}{y^2-2x}$.

44. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z=\ln\left(x^2y+xy^2\right)$.

45. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z=e^{x^2+y^2}-x-1$.

46. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=\log_3\left(x^6+y^2\right)+5x^2y^4+1$.

47. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^2e^{xy}$.

48. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z=\frac{y^2}{x+7y}$.

49. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^3y^4-\sin\left(2x+3y\right)$.

50. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^4y^3+e^{4x-3y}$.

51. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ функции $z=x^6y^2-\cos\left(3x-5y\right)$.

3 семестр

Раздел 1 «Ряды»

Исследовать сходимость ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-2}{4n+1}\right)^{n}$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7n-2}{6n+5}\right)^{2n}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n+1}{n^2+2}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n\cdot n}{2^n\cdot(3n+2)}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2}{n^3+1}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^2+1}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3}{2n!}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+1}{5n+1}\right)^{n}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2^n(n-1)!}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.

15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n)!}{n^n}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}\frac{1}{2^n}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{3\sqrt{n}-1}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3\cdot5\cdot7\cdot\ldots\cdot(2n+1)}{2\cdot5\cdot8\cdot\ldots\cdot(3n-1)}$.
19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 n}$.
20. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n-1}{n^2+1}$

Найти область сходимости ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n^2}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^{n+2}}x^n$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n-1}}{n(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+5)^n}{5^{2n}}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{4^n(n^2+1)}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+2}}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}\frac{(x-3)^n}{3^n}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{3^{n+2}}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-3)^n}{n^2+1}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty}n!x^n$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(x-1)^n}{4n-3}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2x+1)^n}{3n-2}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{(x+5)^n}{n\cdot5^n}$.
18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{7n-11}$
19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{(2n-1)^{2n}}$
20. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(x+5)^n}{n^2\cdot4^n}$

Раздел «Теория поля»

1. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x-z)\bar{i}-y\,\bar{j}+(y+z)\bar{k}$.
2. Найти производную скалярного поля $u=x^2\cos y+x^3y+5xz-5xz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
3. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2y+xz^3+5yz^2+x$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.
4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(2x^2-z)\bar{i}-xy\,\bar{j}+(y^2+z)\bar{k}$.
5. Проверить является ли векторное поле $\bar{a}(M)=(-2x-3yz)\bar{i}+(-2y-3xz)\bar{j}+(-2z-3xy)\bar{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.
6. Найти производную скалярного поля $u=(x^2+4x^3)\cos y+5xz$ в точке $M_0(0;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;0;1)$.
7. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=xy^2\bar{i}-y^3z\,\bar{j}+(2y+z)\bar{k}$
8. Найти градиент скалярного поля $u=xyz^2+4xz+xy-z^2+2$ в точке $M_0(4;-2;0)$ и его модуль.
9. Найти градиент скалярного поля $u=2x^2y^4+xz^3+5z^2+xyz$ в точке $M_0(1;-2;1)$ и его модуль.
10. Найти градиент скалярного поля $u=4x^3z+5x^2y-yz^2+6x+5$ в точке $M_0(-1;-2;3)$ и его модуль.
11. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(2x^2y-z)\bar{i}-xy\,\bar{j}+(y+2z)\bar{k}$.
12. Найти производную скалярного поля $u=x\cos y+x^2y+5xz-5xyz^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.
13. Найти производную скалярного поля $u=xe^y+ye^x-z^2$ в точке $M_0(3;0;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(4;1;3)$.
14. Найти градиент скалярного поля $u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ в точке $M_0(0;1;2)$ и его модуль.
15. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)=(2x-z)\vec{i}+(y-x)\vec{j}+z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x+y+z=2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
16. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)=(x+2z)\vec{i}+(y-3z)\vec{j}+z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $3x+y+z=6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

17. Вычислить ротор и дивергенцию векторного поля $\vec{a}(M) = 3(x-z)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j} + 3z\vec{k}$.
18. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M) = (3x - yz)\vec{i} + (3y - xz)\vec{j} + (3z - xy)\vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.
19. Найти производную скалярного поля $u = \ln(3 - x^2) + xy^2 z$ в точке $M_0(1;3;2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(0;5;0)$.
20. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x - y - z)\vec{j} + (3y + z)\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x + 2y + 2z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

Разделы «Дифференциальные уравнения первого порядка» и «Дифференциальные уравнения высших порядков»

1. Определить тип дифференциального уравнения $(1 - x^2)y' + xy - 3 = 0$
2. Определить тип дифференциального уравнения $y'(x^2 - 4) = 5$
3. Определить тип дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \left(\frac{x}{y}\right)^2$
4. Определить тип дифференциального уравнения $(x + y - 1)dx + (x + e^y)dy = 0$
5. Определить тип дифференциального уравнения $x(y' - y) = e^x$
6. Определить тип дифференциального уравнения $xy' - 3y + x^4 y^2 = 0$
7. Определить тип дифференциального уравнения $y' - 2\sqrt{y}\ln x = 0$
8. Определить тип дифференциального уравнения $3y' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$
9. Определить тип дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x}\ln\frac{y}{x}$
10. Определить тип дифференциального уравнения $(x^2 + 2xy + 1)dx + (x^2 + y^2 - 1)dy = 0$
11. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2 + 1} + \frac{dy}{2x - 1} = 0$
12. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = (y^2 + 1)e^x$
13. Найти общее решение дифференциального уравнения $y^2 dx + \frac{dy}{4x^3 - 1} = 0$
14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{\sin x}{2 - 3y^2}$

15. Найти общее решение дифференциального уравнения $xydx-\frac{1+y}{3x+2}dy=0$

16. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{e^x+1}{tgy}$

17. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{2x-1}{y^2}dx+(4y-3)xdy=0$

18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{2\cos^2 y}{x^2-1}$

19. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{x}{3y+2}dx-\frac{y}{6x}dy=0$

20. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{1}{(e^y+1)\sqrt{1-x^2}}$

21. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'-\frac{y}{x}=\cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$

22. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'-\frac{y}{x}=\left(\frac{y}{x}\right)^2$

23. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=\frac{1}{ctg\left(\frac{y}{x}\right)}+\frac{y}{x}$

24. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'=2e^{-\frac{y}{x}}+\frac{y}{x}$

25. Найти общее решение дифференциального уравнения $(2xy^2+1)dx+(2x^2y-3)dy=0$

26. Найти общее решение дифференциального уравнения $(12x^3y-4)dx+(3x^4+10y)dy=0$

27. Найти общее решение дифференциального уравнения $(5-4xy^2)dx+(e^y-4x^2y)dy=0$

28. Найти общее решение дифференциального уравнения $(4x^3y^2+2x)dx+(2x^4y-2y)dy=0$

29. Найти общее решение дифференциального уравнения $(e^y-4x^3)dx+(xe^y+3y^2)dy=0$

30. Найти общее решение дифференциального уравнения $(6xy^2-4)dx+(6x^2y+8y^3)dy=0$

31. Общее решение однородного уравнения $y''+6y'+9y=0$ имеет вид

32. Общее решение однородного уравнения $y''+3y'-4y=0$ имеет вид

33. Общее решение однородного уравнения $y''-8y'+16y=0$ имеет вид

34. Общее решение однородного уравнения $y''-10y'+25y=0$ имеет вид

35. Общее решение однородного уравнения $y''-3y'+2y=0$ имеет вид

36. Общее решение однородного уравнения $y''+2y'+y=0$ имеет вид

37. Общее решение однородного уравнения $y''+4y'+5y=0$ имеет вид

38. Общее решение однородного уравнения $y''-6y'+13y=0$ имеет вид

39. Общее решение однородного уравнения $y''-4y'-5y=0$ имеет вид

40. Общее решение однородного уравнения $y''-2y'+10y=0$ имеет вид

Типовой расчет №1

Задание 1. Даны две матрицы $A=\begin{pmatrix}2&-1&-3\\1&-2&-1\\3&4&2\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}2&-1&2\\3&-5&4\\1&2&1\end{pmatrix}$. Найти: а) *AB;* б) A^{-1}; в) AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}1&1&-2&0\\3&6&-2&5\\1&0&6&4\\2&3&5&-1\end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases}2x+y+3z=7,\\2x+3y+z=1,\\3x+2y+z=6.\end{cases}$
В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases}3x_1+2x_2-x_3+x_4=1,\\2x_1+x_2+2x_3-3x_4=2,\\5x_1+3x_2+x_3-2x_4=3.\end{cases}$

Задание 5. Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений

$\begin{cases}5x-3y+4z=0,\\3x+2y-z=0,\\8x-y+3z=0.\end{cases}$

Типовой расчет №2

Задание 1. Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{c}=5\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Необходимо:

а) вычислить смешанное произведение трех векторов $\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$;

б) вычислить векторное произведение $[3\vec{a}; 2\vec{c}]$;

в) вычислить скалярное произведение $(\vec{b}, 4\vec{c})$;

г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора $\vec{a}$ и $\vec{c}$;

д) будут ли компланарны векторы $\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$;

е) найти проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $2\vec{b}+3\vec{c}$.

Задание 2. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ACD; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 3. Сила $\vec{F}=(5,-3,9)$ приложена к точке $A(3,4,-6)$. Вычислить: а) работу силы $\vec{F}$ в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку $B(2,6,5)$; б) модуль момента силы $\vec{F}$ относительно точки B.

Типовой расчет №3

1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(3;4), B(2;-1), C(1,-7). Требуется:*

- составить уравнение стороны *AB;*
- найти длину стороны *AB*;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*
- вычислить угол *A* треугольника *ABC*;
- составить уравнение медианы, проведенной из вершины *C*;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину *A* параллельно стороне *BC* треугольника *ABC*;
- найти площадь треугольника *ABC.*
- Сделать чертеж.

2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.

1) $x=-\frac{5}{3}\sqrt{9-y^2}$.

2) $y=1-3\sqrt{x}$.

3) $x^2+y^2-2x-6y+4=0$.

3. Найти расстояние от точки $M_0(-12,7,-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3,4,-7)$, $M_2(1,5,-4)$, $M_3(-5,-2,0)$.

4. Найти угол между плоскостями $x-3y+5=0,\quad 2x-y+5z-16=0.$

5. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-1}{6}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+5}{3},\quad 3x-2y+5z-3=0.$$

6. Построить тело ограниченное поверхностями

А) $x=4$, $y=0$, $y=\sqrt{x}$, $z=0$, $z=2$.

Б) $z=6-x^2-y^2$, $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

Типовой расчет №4

I. Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2-3n+1}\right)$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+1}{2n-3}\right)^{3n}$
3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(x-\sqrt{x^2+8}\right)$
4. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{2x^2+3x-5}$
5. $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\sqrt{x+7}-2}{x+3}$
6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^3(2x)}{x^2\cdot arctg(3x)}$
7. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{tg(x-5)}{\sqrt{x+4}-3}$
8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$
9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2-2n+8}{5n^2+3n-9}$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y=\dfrac{x^2}{x-2}$

Типовой расчет №5

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{x^2-\pi^2}{\sin(3x)}$.
2. $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\ln(x^2-15)}{e^{x-4}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=2x^5-\dfrac{4}{x^3}+3\sqrt{x}$
2. $y=\dfrac{2\arcsin x+3^x}{4\ln x-2x^2}$
3. $y=\ln\sin(2x+5)$
4. $y=x^{\ln x}$
5. $y=(e^x-3\cos x)(5-4\log_2 x)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=\ln(1+2t), \\ y=t^2-2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$.

5. Найти производную от неявной функции $\ln(x+y)-arctgx=0$.

Типовой расчет №6

1. Найти частные производные второго порядка: $z=\dfrac{x^2}{y-2}$.
2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z=2x^3+6xy^2-30x-24y.$$

3. Найти указанные производные $z=x^3+xy^2-5xy^3,\quad \dfrac{\partial^4 z}{\partial x\partial y^3}=?$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ в треугольнике $x = 0, \quad y = 0, \; 2x + 3y - 12 = 0$.

Типовой расчет №7

1. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

2. $\int \frac{1}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1}} dx$

3. $\int \frac{x^2}{x^6 + 4} dx$

4. $\int 3x \arccos x \, dx$

5. $\int \frac{-6x^2 - 11x + 8}{x(x+2)(x-1)} dx$

6. $\int (x-2)(x^2 + 2x + 4) dx$

7. $\int \cos^8 x \sin x dx$.

8. $\int \frac{1}{6 + \sqrt{x}} dx$

9. $\int \frac{dx}{2 - \cos x}$

10. $\int \sqrt{16 - x^2} dx.$

Типовой расчет №8

1.Вычислить определенные интегралы

а) $\int_1^2 x\sqrt{5 - x^2} dx$; б) $\int_1^9 \frac{dx}{5 + 2\sqrt{x}}$; в) $\int_0^{\pi/3} x \cos x dx$; г) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2\cos x}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

3.Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2\sin t \end{cases}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 4\cos\varphi$, $r = 2 \quad (r \geq 2)$.

5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \leq x \leq 3$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 6\cos^3 t, \\ y = 6\sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах

$\rho = 6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3\sin x, \quad y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi.$

Типовой расчет №9

1. Поменять порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_0^x f(x,y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy$.
2. Вычислить интеграл $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} (x+2y)dy$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y=x^2$, $y=1$, $z=0$, $z=6$.
4. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int_L \frac{8y}{x} dl$, где *L:* парабола $y=\frac{1}{2}x^2$ от точки $A(0;0)$ до точки $B(4;8)$.
5. Вычислить интеграл $\int_L (2x^2+y)dx + (5y-3x)dy$, где L - парабола $y=x^2$, от точки $(0,0)$ до точки $(3,9)$.
6. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении. Контур L: $y=4-x^2$, $y=0$.
$\oint_L (3x^5-2xy+1)dx + (5xy-4y^2+5y)dy$

Типовой расчет №10

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

2. Исследовать на сходимость ряды :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

3. Исследовать на сходимость знакочередующийся ряд. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}$.

4.Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$.

5.Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx$.

6. Разложить в ряд Фурье функции и построить график суммы ряда

а) $f(x)=x-1,\quad -1\le x\le 1$;

б) $f(x)=\begin{cases}-2, -\pi\le x\le 0,\\ 3, 0<x\le\pi.\end{cases}$

Типовой расчет №11

1. Найти производную скалярного поля $u=5x^2+4x^3y+5xz-e^{z^2}$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u=x^2y+5z\sin y+6z^2$ в точке $M_0(-1;0;-2)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\bar{a}(M)=x\bar{i}+(y-2z)\bar{j}+(2x-y+2z)\bar{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р: $x+y+z=1$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

4. Вычислить ротор векторного поля $\bar{a}(M)=(x^2y-z)\bar{i}-xyz\,\bar{j}+(xy^3+z^2)\bar{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\bar{a}(M)=(2x-4yz)\bar{i}+(2y-4xz)\bar{j}+(2z-4xy)\bar{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\bar{a}(M)$ найти его потенциал.

Типовой расчет №12

Задача 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде (φ(*x*,*y*)=*C*)) $4xdx-3ydy=3yx^2dy-2xy^2dx.$

Задача 2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y'=\frac{y^2}{x^2}+4\frac{y}{x}+2.$

Задача 3. Найти решение задачи Коши $y'-y/x=x^2,\quad y(1)=0.$

Задача 4. Решить задачу Коши $y^2dx+\left(e^{2/y}+x\right)dy=0,\ y(e)=2.$

Задача 5. Найти решение задачи Коши $y'+xy=(x+1)e^{-x}y^2,\ y(0)=1.$

Задача 6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения
. $3x^2e^ydx+(x^3e^y-1)dy=0.$

Типовой расчет №13

Задача 1. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^4y''+x^3y'=1.$

Задача 2. Найти решение задачи Коши $y''y^3+36=0,\quad y(0)=3,\quad y'(0)=2.$

Задача 3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'''+y''=5x^2-1.$

Задача 4. Найти решение дифференциального уравнения $y'''-3y'-2y=(4x+9)e^{2x}.$

Задача 5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''+2y'+5y=-2\sin x.$

Задача 6. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''+16y=16\cos 4x-16e^{4x}.$

Задача 7. Найти решение задачи Коши $y''+6y'+8y=4e^{-2x}/(2+e^{2x}),$ $y(0)=0,\ y'(0)=0.$

ПРИЛОЖЕНИЕ №4. ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1СЕМЕСТР

Контрольная работа №1

Задание 1. Найти AB, где $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 4 & 0\\ -5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 4\\ -5 & 1 & -3\end{pmatrix}$.

Задание 2. Найти решение системы по формулам Крамера

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

Задание 3. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1, \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12. \end{cases}$$

Контрольная работа №2

Задание 1. Векторы $\bar{a},\bar{b},\bar{c}$ попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен 60^0. Зная, что $|\bar{a}|=4,\quad |\bar{b}|=2$ и $|\bar{c}|=6,$ определить модуль вектора $\bar{p}=\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}.$

Задание 2. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(-1;1;2)$, $B(2;3;3)$ и $C(1;2;-1)$

Задание 3. При каком значении λ векторы $\bar{a}=(1;1;\lambda),\quad \bar{b}=(0;1;0)$ и $\bar{c}=(3;0;1)$ компланарны?

Задание 4. Коллинеарны ли векторы $c_1=2a-b$ и $c_2=3b-6a$, построенные по векторам $a=\{5;0;-1\}$ и $b=\{7;2;3\}$?

Задание 5. Даны векторы $\bar{a}=(2,-1,0)$, $\bar{b}=(-1,0,2)$, $\bar{c}=(2,3,-1)$. Вычислить $\bar{c}\times\bar{b}$, $\bar{a}\cdot\bar{b}$, $(\bar{a}\times\bar{b})\cdot\bar{c}$.

Контрольная работа №3

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника *ABC*: *A(2;-5), B(-3;-4), C(-4,2).*

Требуется:

1. составить уравнение стороны *AB;*
2. найти длину стороны *AB*;
3. составить уравнение высоты, проведенной из вершины *C*;
4. вычислить длину высоты, проведенной из вершины *B;*

5. составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC;
6. Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+1)^2+(y-5)^2=4$; б) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$; в) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{49}=1$; г) $x^2=3y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет уравнение $x=-\frac{3}{4}\sqrt{y^2-16}+1$
Изобразить эту кривую на чертеже.

Задание 4. Найти расстояние от точки $M_0(-1,-8,7)$ до плоскости $x+4y-z+1=0.$

Задание 5. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-2}{-1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{4},\quad x+2y+3z-14=0.$$

Контрольная работа №4

Вычислить пределы

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+2n+9}{5n^3-7n+5}$
2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n-5}{3n+5}\right)^{-n^2}$
3. $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{2x+1}{5x-2}\right)^{3x-1}$
4. $\lim\limits_{x\to2}\frac{5x^2-12x+4}{3x^2+x-14}$
5. $\lim\limits_{x\to-4}\frac{6-\sqrt{x^2+20}}{3x+12}$
6. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\arcsin^2(8x)}{x\cdot\sin^2(5x)}$
7. $\lim\limits_{x\to3}\frac{arctg(15-5x)}{2x^2+3x-27}$
8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+15x)}{e^{-3x}-1}$

2 семестр

Контрольная работа №5

1. Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim\limits_{x\to-3}\frac{8^{x+6}-8^3}{e^{2x+6}-1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y=\frac{8}{x^3}-4\sqrt{x^3}+2x^7$
2. $y=\frac{3\arcsin x-e^x}{5\log_3 x+6x^2}$
3. $y=\ln\cos(2x+5)$
4. $y=\left(x^3+1\right)^{tgx}$
5. $y=\left(6\ln x-5^x\right)\left(15+7\sin x\right)$

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x=arcctg\,6t,\\ y=2t^3-9t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y=x^3-9x^2+15x-3$.

Контрольная работа №6

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных $z=\left(2y^2+6x\right)\left(3y-x\right)$.
2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z=x^3-8y^3-6xy+1$.
3. Найти производную $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z=y^4+23x^2+4xy+5x-2y+8$.

Контрольная работа №7

1. $\int x\sqrt{5-x^2}\,dx$.

2. $\int \dfrac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$

3. $\int \dfrac{3x^2+x^5e^x-4}{x^5}dx$

4. $\int \left(3x-2\right)\cos 2x\,dx$

5. $\int \dfrac{x^3-8x-14}{\left(x+2\right)\left(x-4\right)}dx$

6. $\int \dfrac{dx}{3+2\cos x}$

Контрольная работа №8

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=2-x^2$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x=\cos t \\ y=2\sin t \end{cases}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=4\cos\phi.$
4. Вычислить длину дуги кривой $y=1-\ln(x^2-1),\quad 3\le x\le 4$
5. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \end{cases} \quad 0\le t\le \pi/2.$
6. Вычислить длину дуги кривой $\rho=2\cos\phi,\quad 0\le\phi\le\pi/6.$
7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной графиками функций $y=x^2, y=x.$

Контрольная работа № 9

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_{-2}^{2} dx \int\limits_{x^2}^{4} f(x,y)dy$.
2. Вычислить массу неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=4$, $x=0$, если поверхностная плотность равна $\rho\left(x,y\right)=xy$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y=x^2$, $y=4$, $z=0$, $z=3$.
4. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги L $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}dl$, где L: $r=2\cos\varphi \quad -\dfrac{\pi}{2}\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2}$.

5. Вычислить криволинейный интеграл по координатам $\oint y^3dx + xydy$ где L – дуга астроиды $x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ от точки $A(2;0)$ до точки $B(0;2)$.

3 семестр

Контрольная работа № 10

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$.
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$.
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$.
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}$.
6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$.
7. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$ $f(x) = \begin{cases} -2, & -\pi \le x < 0, \\ 2, & 0 \le x \le \pi. \end{cases}$

Контрольная работа № 11

1. Найти производную скалярного поля $u = x^2 + 4x^3y + 5xz - z^2$ в точке $M_0(1;2;-1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2;2;1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = 2x^2 + 4xz + 5xy - yz^2$ в точке $M_0(-1;-2;0)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости Р с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

$\overline{a}(M) = x\overline{i} + (y-2z)\overline{j} + (2x-y+2z)\overline{k}$;р: $x + 2y + z = 2$

4. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (x-z)\overline{i} - y\overline{j} + (y+z)\overline{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M)$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.

$\overline{a}(M) = (2x-4yz)\overline{i} + (2y-4xz)\overline{j} + (2z-4xy)\overline{k}$

Контрольная работа №12

1. Найти общий интеграл ДУ $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$

2. Найти общий интеграл ДУ $y' = 2 - \frac{x}{y}.$

3. Найти общее решение ДУ $y' + \frac{2}{x}y = x.$

4. Решите ДУ $y' + \frac{y}{x} = xy^2.$

5. Решите ДУ $\left(y^2 - e^x \cos y\right)dx + \left(2xy + e^x \sin y\right)dy = 0.$

Контрольная работа №13

1. Найти общее решение ДУ $y''' x \ln x = y''$.

2. Найти решение задачи Коши $4y^3 y'' = y^4 - 1,\ y(0) = 2^{1/2},\ y'(0) = 1/(2^{3/2})$

3. Найти общее решение ДУ $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}.$

Найти решение задачи Коши $y'' + \pi^2 y = \pi^2 / \cos \pi x,\quad y(0) = 3,\ y'(0) = 0.$

Приложение №6. Образцы билетов

1 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Межкластерная кафедра математики, физики и информатики

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Высшая математика

Билет № 1

1. Матрицы. Виды матриц
2. Функция: определение, способы задания, область определения, четность, нечетность.
3. Найти матрицу $C = A^T - 3B,$ где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$
4. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?
5. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$. Построить ее.
6. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\left(x^2 - 4\right)}{x^2 - 5x + 6}$ б) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}.$

2 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Межкластерная кафедра математики, физики и информатики

Курс 1 Семестр 2 Дисциплина Высшая математика

Билет № 1

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и физический смыслы.
3. Частные производные
4. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x7^x - 8 + 4x\cos x}{x} dx$.
5. Найти производную функции $y = (\cos x)^{5e^x}$.
6. Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 40$.
7. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$, $y = 5$.
8. Вычислить интеграл $\iint\limits_D ydxdy$, где область D ограничена линиями: $x - y = 4$, $x = 0$, $y = 0$.

3 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Межкластерная кафедра математики, физики и информатики

Курс 2 Семестр 3 Дисциплина Высшая математика

Билет № 1

1. Признак Даламбера.
2. Дифференциальные уравнения допускающие понижение порядка
3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
5. Вычислить ротор векторного поля $\overline{a}(M) = (x - z)\overline{i} - y\,\overline{j} + (y + z)\overline{k}$.
6. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2 + 1} + \frac{dy}{2x - 1} = 0$
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$

6. Список источников

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1. Д.Т. Письменный Конспект лекций по высшей математике: Полный курс 2009
2 Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1 курс: учебное пособие М.: Айрис-пресс 2008

Интернет – ресурсы:

1. Znanium.com Универсальная https://znanium.com/
2. IPRbook Универсальная http://www.iprbookshop.ru/
3. Издательство «Лань» Универсальная http://e.lanbook.com/
4. Перечень Интернет сайтов:
5. eLIBRARY.RU - научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://elibrary.ru, свободный.
6. «Российское образование» – Федеральный портал [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://www.edu.ru