

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ,  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**  
МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет  
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

дисциплины (модуля)

**Факультатив по математике**

Закреплена за	<b>Высшей математики</b>
Учебный план	b23030330_24_1 этк.plx 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов
Форма обучения	<b>очная</b>
Общая	<b>2 ЗЕТ</b>
Часов по учебному	64
	Виды контроля в семестрах: зачеты с оценкой 1

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Контрольные вопросы и задания

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Действия над матрицами.
3. Определение определителя. Свойства определителей.
4. Алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
5. Обратная матрица. Способы нахождения обратной матрицы.
6. Применение обратной матрицы.
7. Ранг матрицы.
8. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия (совместность систем, определенность и т.д.).
9. Метод Крамера решения систем.
10. Решение систем с помощью обратной матрицы.
11. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
12. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
13. Система однородных линейных алгебраических уравнений. Фундаментальная система решений.
14. Определение вектора. Длина вектора.
15. Координаты вектора. Разложение вектора по ортам координатных осей.
16. Направляющие косинусы вектора.
17. Линейные операции над векторами.
18. Скалярное произведение векторов, свойства и применение.
19. Выражение скалярного произведения векторов через координаты.
20. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения.
21. Выражение векторного произведения через координаты векторов.
22. Применение векторного произведения.
23. Смешанное произведение векторов. Его свойства.
24. Выражение смешанного произведения через координаты векторов.
25. Применение смешанного произведения.

### 5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы и проекты учебным планом не предусмотрены

### 5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Факультатив по высшей математике» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам.

Типовые расчеты №1, №2 в количестве 20 вариантов, компьютерная программа тестирования по разделу "Векторная алгебра".

Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, образец КОПТ в приложении №5.

Билеты для проведения итогового контроля - зачет с оценкой - составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

### 5.4. Перечень видов оценочных средств

1. Типовые расчеты
2. Компьютерная контрольно-обучающие программа тестирования (КОПТ)
3. Контрольные работы.

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ**

1. Найти:  $P = (2A - 3B)C$ , где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие:  $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

3. Выполнить действие:  $7 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу  $C = A^T - 3B$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

5. Выполнить действие:  $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

6. Найти произведение матрицы  $A = (5 \ 7 \ -2)$  на матрицу

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

7. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

8. Найти произведение матриц  $AB$  и  $BA$ , если  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$

9. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

10. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

11. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$ .

12. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ .

13. Вычислить определитель  $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$ .

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу:  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ .

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу:  $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ .

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо

строке или столбцу:  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ .

17. Решить уравнение:  $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$ .

18. Решить уравнение:  $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$ .

19. Вычислить алгебраическое дополнение  $A_{12}$  определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

20. Вычислить алгебраическое дополнение  $A_{24}$  определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

$$21) \begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ | 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ | \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ | 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ | 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ | x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ | 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ | 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ | x + z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ | 5y - z = 10. \end{cases}$$

$$29) \begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ | 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$30) \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ | y + 2z = 8. \end{cases}$$

31. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ | 3x + 2y - z = 0, \\ | 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

32. Даны координаты точек  $A(1;3;5)$  и  $B(2;5;6)$ . Найти координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , длину вектора.

33. Найти направляющие косинусы вектора  $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$ , если  $\vec{a} = (1;2;1)$ ,  $\vec{b} = (5;10;-5)$ .

34. Найти угол между векторами  $\vec{a} = \{1;2;-2\}$  и  $\vec{b} = \{-2;6;3\}$ .

35. Даны векторы  $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ . Найти скалярное произведение векторов.

36. Даны точки  $A(3; -4; -2)$ ,  $B(2; 5; -2)$ . Найти проекцию вектора  $\overline{AB}$  на ось, составляющую с координатными осями  $Ox$ ,  $Oy$  углы  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$  соответственно, а с осью  $Oz$  – тупой угол  $\gamma$ .
37. Вычислить угол, образованный векторами  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ .
38. Вычислить  $pr_a \vec{b}$ , если  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ .
39. Даны векторы  $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ . Найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на ось вектора  $2\vec{b} - \vec{c}$ .
40. При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$  коллинеарны?
41. Найти значение  $\alpha$ , при котором векторы  $\vec{a} = \{\alpha + 1; 3 - 2\alpha; \alpha - 1\}$  и  $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$  перпендикулярны.
42. Вычислить работу, произведенную силой  $\vec{F} = \{3, 2, 4\}$ , если ее точка приложения перемещается прямолинейно из положения  $A(2, -4, 4)$  в положение  $B(4, 2, 3)$ . Под каким углом к  $\overline{AB}$  направлена сила  $\vec{F}$ ?
43. Даны три силы  $\vec{F}_1 = \{1, -3, 4\}$ ,  $\vec{F}_2 = \{3, -4, 2\}$  и  $\vec{F}_3 = \{-1, 1, 4\}$ . Вычислить:
- а) равнодействующую силу  $\vec{R}$  и ее величину;
44. Под действием силы  $\vec{F} = \{5, 4, 3\}$  тело переместилось из начала вектора  $\vec{S} = \{2, 1, -2\}$  в его конец. Вычислить работу  $A$  силы  $\vec{F}$ , угол  $\varphi$  между направлениями силы и перемещения и величину проекции  $\vec{F}$  на  $\vec{S}$ .
45. Дано  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \varphi = (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ . Вычислить: а)  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ; б)  $|(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})|$ ; в)  $|(\vec{a} + 3\vec{b}) \times (3\vec{a} - \vec{b})|$ .
46. Дано  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 5, \varphi = (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$ . Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $3\vec{a} + 2\vec{b}$ .
47. Заданы векторы  $\vec{a} = \{3, -1, 2\}$  и  $\vec{b} = \{1, 2, -1\}$ . Найти координаты векторов: а)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ; б)  $(2\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{b}$ ; в)  $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$ .
48. Упростить выражение  $\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ .
49. Даны три силы:  $\vec{F}_1 = \{2, -1, -3\}$ ,  $\vec{F}_2 = \{3, 2, -1\}$  и  $\vec{F}_3 = \{-4, 1, 3\}$ , приложенные к точке  $A(-1, 4, -2)$ . Определить величину и направляющие

косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки  $B(2,3,-1)$ .

50. Вычислить объем тетраэдра  $OABC$ , если  $\vec{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ ,  $\vec{OB} = -3\vec{j} + \vec{k}$ ,  
 $\vec{OC} = 2\vec{i} + 5\vec{k}$ .

51. Проверить, компланарны ли данные векторы:

а)  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 14\vec{i} - 13\vec{j} + 7\vec{k}$ ;

б)  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .

52. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра  $ABCD$ , если известно, что она лежит на оси  $Oy$ , а объем тетраэдра равен  $V$ :

а)  $A(-1,10,0)$ ,  $B(0,5,2)$ ,  $C(6,32,2)$ ,  $V = 29$ ;

б)  $A(0,1,1)$ ,  $B(4,3,-3)$ ,  $C(2,-1,1)$ ,  $V = 2$ .

53. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах:

1)  $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q} - 3\vec{r}$ ,  $\vec{c} = \vec{p} + 2\vec{q} + \vec{r}$ , где  $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$  - взаимно перпендикулярные орты;

2)  $\vec{a} = 3\vec{m} + 5\vec{n}$ ,  $\vec{b} = \vec{m} + 2\vec{n}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{m} + 7\vec{n}$ , где  $|\vec{m}| = 1/2$ ,  $|\vec{n}| = 3$ ,

$\varphi = (\vec{m}, \vec{n}) = 135^\circ$ .

54. Вектор  $\vec{c}$  перпендикулярен к векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , угол между  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $30^\circ$ . Зная, что  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{c}| = 3$ , вычислить  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ .

55. Доказать, что точки  $A(1, 0, 7)$ ,  $B(-1, -1, 2)$ ,  $C(2, -2, 2)$ ,  $D(0, 1, 9)$  лежат в одной плоскости.

56. Даны вершины пирамиды  $A(2, 0, 4)$ ,  $B(0, 3, 7)$ ,  $C(0, 0, 6)$ ,  $D(4, 3, 5)$ .  
Вычислить: а) площадь основания треугольника  $ABC$ ; б) угол между ребрами  $AB$  и  $AC$ ; в) объем пирамиды.

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ**

**Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений**

$$1. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$$

11. Найти общее решение и фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений:

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0. \end{cases}$$

12. Найти длину вектора  $\vec{a} = 2\vec{x} - 3\vec{y}$ , если  $|\vec{x}| = 2$ ,  $|\vec{y}| = 1$ ,  $\angle(\vec{x}, \vec{y}) = 60^\circ$ .

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .

14. Даны вершины треугольника  $A(2;0)$ ,  $B(-4;3)$ ,  $C(1;5)$ . Найти внутренний угол треугольника при вершине  $A$ .

15. В треугольнике с вершинами  $A(1,-1,2)$ ,  $B(5,-6,2)$  и  $C(1,3,-1)$  найти высоту  $h = |\overline{BD}|$ .

16. Даны вершины пирамиды  $A(2, 0, 4)$ ,  $B(0, 3, 7)$ ,  $C(0, 0, 6)$ ,  $D(4, 3, 5)$ .  
Вычислить: а) площадь основания треугольника  $ABC$ ; б) угол между ребрами  $AB$  и  $AC$ ; в) объем пирамиды; г) высоту пирамиды.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 1

**ВАРИАНТ 1**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 2**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} 5x - 6y + 4z = 0, \\ 3x - 3y + z = 0, \\ 2x - 3y + 3z = 0. \end{cases}$

**ВАРИАНТ 3**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы  $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 - 5x_4 = -7, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} x + 2y - 5z = 0, \\ 2x - 4y + z = 0, \\ 3x - 2y - 4z = 0. \end{cases}$

**ВАРИАНТ 4**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1^2 + 2x_2^3 + 3x_3^4 = 3. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - 3y + 4z = 0, \\ 3x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 5

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы

$$\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1^2 - x_2^3 + 3x_3^4 + 14x_4^5 = -8. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 0, \\ 5x + y + 2z = 0, \\ 4x - y - 2z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 6

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 3x - y + z = 0, \\ 2x + 3y - 4z = 0, \\ 5x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 7

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} x - 2y + z = 0, \\ 3x + 3y + 5z = 0, \\ 4x + y + 6z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 8**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 3, \\ 7x - 5y = -8, \\ 4x - 2z = 8. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 0, \\ x + 2y - 4z = 0, \\ x - y + z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 9**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ; б)

$A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12, \\ 7x - 5y + z = -33, \\ 4x + z = -7. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + x_4 = 6. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 5z = 0, \\ 2x + 2y + 3z = 0. \end{cases}$

**ВАРИАНТ 10**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + 4y - z = 6, \\ 5y + 4z = -20, \\ 3x - 2y + 5z = -22. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы  $\begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} 4x + y + 4z = 0, \\ 3x - 2y - z = 0, \\ 7x - y + 3z = 0. \end{cases}$

**ВАРИАНТ 11**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21, \\ 3x + 4y - 2z = 9, \\ 2x - y - z = 10. \end{cases}$

Приложение 3. Задания для типовых расчетов

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0, \\ 2x + 3y - 5z = 0, \\ 5x + y - 4z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 12**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 5, \\ 2x + 3y - 4z = 12, \\ x - 2y + 3z = -1. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 5x + y + 2z = 0, \\ 3x + 2y - 3z = 0, \\ 2x - y + z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 13**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ; б)

$A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 4x + y + 4z = 19, \\ 2x - y + 2z = 11, \\ x + y + 2z = 8. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 4.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\ 5x_1 + \phantom{x_2} + 2x_3 + 5x_4 = -2, \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 + 7x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -2. \end{cases}$$

**Задание 5.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 0, \\ x - 2y - 4z = 0, \\ 2x - 9z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 14**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 4z = 6, \\ x + y + 2z = 4. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} x - 3y + 5z = 0, \\ x + 2y - 3z = 0, \\ 2x - y + 2z = 0. \end{cases}$

**ВАРИАНТ 15**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y + 2z = 8, \\ x + y + 2z = 11, \\ 4x + y + 4z = 22. \end{cases}$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы  $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 - x_4 = -1. \end{cases}$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений  $\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 3x + 2y - 3z = 0, \\ 5x + y - z = 0. \end{cases}$

**ВАРИАНТ 16**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y - 3z = -9, \\ x + 5y + z = 20, \\ 3x + 4y + 2z = 15. \end{cases}$

**Приложение 3. Задания для типовых расчетов**

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ x - 3y + 2z = 0, \\ x + 2y + z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 17**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 0, \\ 3x + 4y + 2z = 1, \\ x + 5y + z = -3. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 8. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} x - 3y - 2z = 0, \\ 3x - y + 4z = 0, \\ 2x - 2y + z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 18**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} -3x + 5y + 6z = -8, \\ 3x + y + z = -4, \\ x - 4y - 2z = -9. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 9. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 5x + y - 2z = 0, \\ 3x - y + z = 0, \\ 2x + 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 19

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x + y + z = -4, \\ -3x + 5y + 6z = 36, \\ x - 4y - 2z = -19. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 10, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 20. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0, \\ 2x - 3y + z = 0, \\ 5x - y - 2z = 0. \end{cases}$$

**ВАРИАНТ 20**

**Задание 1.** Даны две матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ . Найти: а)  $AB$ ;

б)  $A^{-1}$ ; в)  $AA^{-1}$

**Задание 2.** Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x - y + z = -11, \\ 5x + y + 2z = 8, \\ x + 2y + 4z = 16. \end{cases}$$

а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

**Задание 3.** Найти общее решение системы 
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1^1 - 6x_2^2 + 3x_3^3 + 2x_4^4 = 4. \end{cases}$$

**Задание 4.** Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений 
$$\begin{cases} 4x - y + 5z = 0, \\ 2x - 3y + 2z = 0, \\ 2x + 2y + 3z = 0. \end{cases}$$

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТИПОВОГО РАСЧЕТА № 2**

**Вариант 1**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + k$ ,  $b = \vec{j} + 4k$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3k$ . Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $a$  и  $c$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $a, 2b, 3c$ ;
- е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,5)$ ,  $B(1,2,1)$ ,  $C(-2,-3,6)$ ,  $D(3,-6,-3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно,

перемещается в точку  $B(2,6,5)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Вариант 2**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + k$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7k$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21k$

Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $b$  и  $c$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $2a, -3b, c$ ;
- е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-7,-5,6)$ ,  $B(-2,5,-3)$ ,  $C(3,-2,4)$ ,  $D(1,2,2)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-3,1,-9)$  приложена к точке  $A(6,-3,5)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(9,5,-7)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Вариант 3**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2k$ ,  $\vec{b} = 7\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7k$ .

Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $a$  и  $c$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $3a, 2b, 3c$ ;
- е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(1,3,1)$ ,  $B(-1,4,6)$ ,  $C(-2,-3,4)$ ,  $D(3,4,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (2, 19, -49)$  приложена к точке  $A(5, 3, 4)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(6, -4, -1)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ . **Вариант 4**

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, 4\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(2, 4, 1)$ ,  $B(-3, -2, 4)$ ,  $C(3, 5, -2)$ ,  $D(4, 2, -3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-4, 5, -79)$  приложена к точке  $A(4, -2, 3)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(7, 0, -3)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$ . **Вариант 5**

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $\vec{a}, 6\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5,-3,-4)$ ,  $B(1,4,6)$ ,  $C(3,2,-2)$ ,  $D(8,-2,4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (4, 11, -6)$  приложена к точке  $A(3, 5, 1)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, -2, -3)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 3i - 2j + k$ ,  $\vec{b} = 2j - 3k$ ,  $\vec{c} = -3i + 2j - k$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $a$  и  $c$ ;
- будут ли компланарны векторы  $5a, 4b, 3c$ ;
- найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,2)$ ,  $B(-2,3,-5)$ ,  $C(4,-3,6)$ ,  $D(6,-5,3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (3, -5, 7)$  приложена к точке  $A(2, 3, -5)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(0, 4, 3)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 4i - j + 3k$ ,  $\vec{b} = 2i + 3j - 5k$ ,  $\vec{c} = 7i + 2j + 4k$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $b$  и  $c$ ;
- будут ли компланарны векторы  $7a, 2b, 5c$ ;
- найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-4,6,3)$ ,  $B(3,-5,1)$ ,  $C(2,6,-4)$ ,  $D(2,4,-5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5,4,11)$  приложена к точке  $A(6,1,-5)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4,2,-6)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = -12\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$ .

**Вариант 8**

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, 3\vec{b}, -4\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(7,5,8)$ ,  $B(-4,-5,3)$ ,  $C(2,-3,5)$ ,  $D(5,1,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-9,5,7)$  приложена к точке  $A(1,6,-3)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4,-3,5)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Вариант 9**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;

- д) будут ли компланарны векторы  $7a, 2b, -3c$ ;  
 е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3, -2, 6)$ ,  $B(-6, -2, 3)$ ,  $C(1, 1, -4)$ ,  $D(4, 6, -7)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (6, 5, -7)$  приложена к точке  $A(7, -6, 4)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, 9, -6)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 10

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 6\vec{i} - 4\vec{j} + 6\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 9\vec{i} - 6\vec{j} + 9\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 8\vec{k}$ .

Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;  
 б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;  
 в) вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;  
 г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $a$  и  $b$ ;  
 д) будут ли компланарны векторы  $3a, -4b, -9c$ ;  
 е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5, -4, -3)$ ,  $B(7, 3, -1)$ ,  $C(6, -2, 0)$ ,  $D(3, 2, -7)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-5, 4, 4)$  приложена к точке  $A(3, 7, -5)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, -4, 1)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 11

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ .

Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;

- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $b$  и  $c$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $a, -2b, 6c$ ;
- е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3, -5, -2)$ ,  $B(-4, 2, 3)$ ,  $C(1, 5, 7)$ ,  $D(-2, -4, 5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (2, 2, 9)$  приложена к точке  $A(4, 2, -3)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 4, 0)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 12

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$ ,  $b = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ .

Необходимо:

- а) вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- б) вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- в) вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $b$  и  $c$ ;
- д) будут ли компланарны векторы  $-2a, 4b, 7c$ ;
- е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(7, 4, 9)$ ,  $B(1, -2, -3)$ ,  $C(-5, -3, 0)$ ,  $D(1, -3, 4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (10, 1, 9)$  приложена к точке  $A(-5, 4, -2)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, 6, -5)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -5\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $b = 7\vec{i} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $a$  и  $c$ ;
- будут ли компланарны векторы  $8a, -3b, 11c$ ;
- найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-4, -7, -3)$ ,  $B(-4, -5, 7)$ ,  $C(2, -3, 3)$ ,  $D(3, 2, 1)$ . Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (8, 0, 6)$  приложена к точке  $A(7, 1, -5)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, -3, -6)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 14

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $b = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = -\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $a$  и  $b$ ;
- будут ли компланарны векторы  $3a, 7b, -2c$ ;
- найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-4, -5, -3)$ ,  $B(3, 1, 2)$ ,  $C(5, 7, -6)$ ,  $D(6, -1, 5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (1, 0, 9)$  приложена к точке  $A(-3, 5, 9)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно,

перемещается в точку  $B(5,6,-3)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{j} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 6\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $3\vec{a}, -9\vec{b}, 4\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(5,2,4)$ ,  $B(-3,5,-7)$ ,  $C(1,-5,8)$ ,  $D(9,-3,5)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (4,7,-3)$  приложена к точке  $A(5,-4,2)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(8,5,-4)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

### Вариант 16

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,5)$ ,  $B(1,2,1)$ ,  $C(-2,-3,6)$ ,  $D(3,-6,-3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 6, 5)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Вариант 17**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + k$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7k$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 21k$

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $b$  и  $c$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2a, -3b, c$ ;
- найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-7, -5, 6)$ ,  $B(-2, 5, -3)$ ,  $C(3, -2, 4)$ ,  $D(1, 2, 2)$ .

Вычислить: а) площадь грани  $BCD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-3, 1, -9)$  приложена к точке  $A(6, -3, 5)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(9, 5, -7)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Вариант 18**

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 2k$ ,  $\vec{b} = 7\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7k$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $a, \vec{b}, c$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $b$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $a$  и  $c$ ;
- будут ли компланарны векторы  $3a, 2b, 3c$ ;
- найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(1,3,1)$ ,  $B(-1,4,6)$ ,  $C(-2,-3,4)$ ,  $D(3,4,-4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (2,19,-49)$  приложена к точке  $A(5,3,4)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(6,-4,-1)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -7\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 6\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $2\vec{a}, 4\vec{b}, 3\vec{c}$ ;
- найти проекцию вектора  $\vec{a}$  на вектор  $2\vec{b} + 3\vec{c}$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(2,4,1)$ ,  $B(-3,-2,4)$ ,  $C(3,5,-2)$ ,  $D(4,2,-3)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ABD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (-4,5,-79)$  приложена к точке  $A(4,-2,3)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(7,0,-3)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Задание 1.** Даны векторы  $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{j} + 5\vec{k}$ .

Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;
- вычислить векторное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ ;
- вычислить скалярное произведение векторов  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ;
- будут ли компланарны векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ;

е) найти проекцию вектора  $a$  на вектор  $2b + 3c$ .

**Задание 2.** Вершины пирамиды находятся в точках  $A(-5, -3, -4)$ ,  $B(1, 4, 6)$ ,  $C(3, 2, -2)$ ,  $D(8, -2, 4)$ . Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) объем пирамиды  $ABCD$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (4, 11, -6)$  приложена к точке  $A(3, 5, 1)$ . Вычислить: а) работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(4, -2, -3)$ ; б) модуль момента силы  $F$  относительно точки  $B$ .

**Контрольная работа № 1**

**Задание 1.** Найти матрицу  $D = (AB)^T + 2C$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & 2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}.$$

**Задание 2.** Решить систему уравнений по правилу Крамера, матричным методом и методом Гаусса

$$\begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

**Задание 3.** Найти общее решение системы и указать одно частное решение

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 6x_4 = 10, \\ 2x_1^1 + x_2^2 + x_3^3 = 20. \end{cases}$$

**Контрольная работа № 2**

**Задание 1.** Коллинеарны ли векторы  $c_1 = 2a + 4b$  и  $c_2 = 3b - a$ , построенные по векторам  $a = \{1; -2; 3\}$  и  $b = \{3; 0; -1\}$ ?

**Задание 2.** Найти длину вектора  $a = p + 2q$ , если  $p = 1, q = 2, \left( \begin{matrix} \wedge \\ pq \end{matrix} \right) = \frac{\pi}{6}$ .

**Задание 3.** Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 6, 5)$ .

**Задание 4.** Даны векторы  $\vec{a} = (0, 1, 0), \vec{b} = (2, 0, 1), \vec{c} = (3, 1, -5)$ . Вычислить  $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .

**Задание 5.** Даны векторы  $\vec{a} = \{5; 2; 0\}, \vec{b} = \{2; 5; 0\}, \vec{c} = \{1; 2; 4\}$ . Найти: 1) объем пирамиды, построенной на векторах  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$ , 2) длину высоты, опущенную на основание, построенное на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; 3) косинус угла между ребрами  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ .

**Приложение 5. Контрольно-обучающая программа тестирования**

**Задание №1**

Даны векторы  $\vec{a} = \{2; 3\}$ ,  $\vec{b} = \{1; -3\}$ ,  $\vec{c} = \{-1; 3\}$

При каком значении коэффициента  $\alpha$  векторы  $\vec{p} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c}$  коллинеарны?

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	2	2)	4
3)	-2	4)	5

**Задание №2**

**2.** На оси  $Ox$  найти точку  $M$ , расстояние которой от точки  $A(3; -3)$  равно 5.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$(2; 0)$ и $(-5; 0)$	2)	$(7; 0)$ и $(-1; 0)$
3)	$(5; 0)$ и $(-2; 0)$	4)	$(-7; 0)$ и $(1; 0)$

**Задание №3**

Найти орт вектора  $\vec{a} = \{6; -2; -3\}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\{-6/7; -2/7; -3/7\}$	2)	$\{-6/7; 2/7; -3/7\}$
3)	$\{6/7; -2/7; 3/7\}$	4)	$\{6/7; -2/7; -3/7\}$

**Задание №4**

Даны  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 26$  и  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$ . Вычислить  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 30;$	2)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 40;$
3)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 32;$	4)	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \pm 45.$

**Задание №5**

Дано, что  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$ . Определить, при каком значении  $\alpha$  векторы  $\vec{a} + \alpha\vec{b}$  и  $\vec{a} - \alpha\vec{b}$  будут взаимно перпендикулярны.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\alpha = \pm \frac{5}{3}$	2)	$\alpha = \pm \frac{3}{5}$
3)	$\alpha = \pm \frac{4}{5}$	4)	$\alpha = \pm \frac{5}{4}$

**Приложение 5. Контрольно-обучающая программа тестирования**

<b>Задание №6</b>			
Даны векторы $\vec{a} = (2; \underline{1}; -\underline{1})$ , $\vec{b} = (-1; 0; 3)$ , $\vec{c} = (3; -1; 1)$ . Вычислить $2 \begin{matrix} \times \\ a \end{matrix} \begin{matrix} -3b+2 \\ c \end{matrix} \begin{matrix} abc \end{matrix}$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	(6; 2; 4)	2)	$2i - j$
3)	не имеет смысла	4)	(-27; 0; 29)

<b>Задание №7</b>			
Даны вершины треугольника $A(3; 2; -1)$ , $B(5; 1; -1)$ , $C(1; 2; 1)$ . Определить угол $A$ этого треугольника			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\pi / 2$	2)	$\pi / 3$
3)	$\pi / 6$	4)	$\arccos\left(-\frac{2}{\sqrt{10}}\right)$

<b>Задание №8</b>			
Найти модуль векторного произведения $(2\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{a} + \vec{b})$ , если $\vec{a} = \{2; -1; 2\}$ , $\vec{b} = \{1; 2; 1\}$ .			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$20\sqrt{2}$	2)	$5\sqrt{3}$
3)	$10\sqrt{2}$	4)	$10\sqrt{3}$

<b>Задание №9</b>			
Найти высоту пирамиды $OD$ , если координаты вершин $A(5; 1; -4)$ , $B(1; 2; -1)$ , $C(3; 3; -4)$ ; $D(2; 2; 2)$ .			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	$\frac{5\sqrt{3}}{3}$	2)	10
3)	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	4)	3

<b>Задание №10</b>			
Проверить, будут ли компланарны данные три вектора $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ , $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$ , $\vec{c} = \{1; 9; -11\}$			
Выберите один из 4 вариантов ответа:			
1)	3	2)	-52
3)	0	4)	10

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Факультатив по математике

Направление ЕЭН, ИТС, ЕЭ, ЕФП, ТТП, ЭТК

**Билет № 1**

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Применение векторного произведения.
3. Найти  $AB + 5C$ , где  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .
4. Решить систему уравнений по правилу Крамера или матричным методом  $\begin{cases} x + 5y - 2z = 4; \\ 2y + z = 5; \\ 2x + 10y + z = 13. \end{cases}$
5. Сила  $\vec{F} = (5, -3, 9)$  приложена к точке  $A(3, 4, -6)$ . Вычислить работу силы  $F$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(2, 6, 5)$ . Найти направляющие косинусы вектора  $\overline{AB}$ .
6. Даны векторы  $\vec{a} = \{5; 2; 0\}$ ,  $\vec{b} = \{2; 5; 0\}$ ,  $\vec{c} = \{1; 2; 4\}$ . Найти: 1) объем пирамиды, построенной на векторах  $\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$ , 2) площадь основания, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .