

УДК 531.3, 621.01

ТЕРМЕЛГИЧ УРГУЛООЧУ СИСТЕМАДАГЫ ДИНАМИКАЛЫК ПРОЦЕССТЕРДИ ИЗИЛДӨӨ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В КОРОМЫСЛОВОЙ УДАРНОЙ СИСТЕМЕ

MODELLING OF DYNAMIC PROCESSES IN THE ROCKER IMPACT SYSTEM

Н.А. Колесников

Ургулоодо системдин элементтериндеги каруу күчтөргө чыңалууга ар кандай факторлордун таасирлерин изилдөө математикалык аппараты үчүн термелгич менен таяныч жана ургулоочу масса ортосундагы ар кандай байланыштуу термелгичтиги ургулоочу системдин динамикалык үлгүсү каралган.

Рассматривается динамическая модель коромысловой ударной системы при различных связях коромысла с опорой и ударной массой с целью создания математического аппарата для исследования влияния различных факторов на усилия и напряжения в элементах системы при ударе.

The rocker impact system dynamic model with different connections between the rocker with the support and the impact mass is considered. The mathematical apparatus for investigation of different factors influence on forces and stresses that arise in the system elements under impact was developed.

Түйүндүү сөздөр: термелгич, таяныч, дөшү, ургулоо, динамикалык реакция.

Ключевые слова: коромысло, опора, наковальня, удар, динамические реакции.

Keywords: rocker; support; anvil; impact; dynamic reactions.

Коромысловые ударные системы находят широкое применение в маятниковых копрах различного назначения, роторных ударных механизмах для создания циклических ударных нагрузок при исследовании усталостного разрушения материалов и в ряде других механических устройств. В предшествующие годы в Инженерной академии Кыргызской Республики под руководством академика МИА С. Абдраимова разработан кривошипно-коромысловый молот ГУИМ-1 большой мощности для уплотнения грунтов и сейсмического зондирования поверхностных слоев земли [1].

В состав этого молота входит коромысловая ударная система, состоящая из коромысла 1 (рисунок 1), вращающегося в подшипниках

качения вокруг опоры О. На конце коромысла расположена ударная масса 2, наносящая удар по наковальне 3. Эту массу в дальнейшем условимся называть бойком. Подшипниковый узел обладает определенной податливостью, которая может оказывать влияние на динамические реакции в контакте коромысла с наковальней P и с опорой T .

Ранее исследований динамики и прочности таких систем не проводилось. В связи с этим в задачи данной работы входила разработка математического аппарата, позволяющего проводить динамический анализ этих систем. В модели коромысла с бойком представлялось

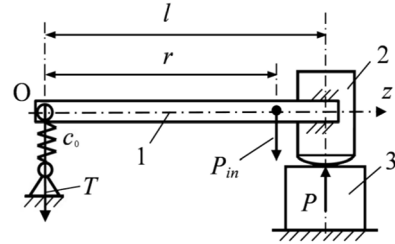


Рисунок 1

единым твердым телом с податливой сферической ударной частью радиусом R (рисунок 1). Коэффициенты жесткости контакта коромысла с опорой c_0 и бойка с наковальней c находились из линеаризованной контактной характеристики Герца по методике, изложенной в работе [2]. Общими деформациями ударной массы и наковальни пренебрегалось. В качестве начальных условий принималось, что до удара перемещения бойка и наковальни равны нулю, наковальня неподвижна, а боек движется со скоростью V_0 . При указанных допущениях уравнения движения системы имели вид:

$$\ddot{P} + k_2^2 P = -\frac{b_1}{b_3} k_2^2 T; \quad (1)$$

$$\ddot{T} + k_1^2 T = -k_1^2 b_1 P, \quad (2)$$

$$\text{где } k_1^2 = \frac{c_0}{mb_2}; k_2^2 = \frac{cb_3}{mb_2}; b_1 = 1 - \frac{mrl}{I}; b_2 = 1 - \frac{mr^2}{I}; b_3 = \left[1 + \frac{ml^2}{I} - \frac{2mrl}{I} \right],$$

m – масса бойка с коромыслом; r – расстояние от оси вращения коромысла до общего центра тяжести коромысла с бойком; l – длина коромысла; I – момент инерции коромысла с бойком относительно его оси вращения.

Уравнения (1), (2) решались методом последовательных приближений. Вначале в уравнении (1) правая часть принималась равной нулю, и при начальных условиях $P(0) = 0$; $\dot{P}(0) = cV_0$ находилась зависимость усилий в контактном сечении ударной массы и наковальни от времени в первом приближении:

$$P(t) = (cV_0 / k_2) \sin k_2 t. \quad (3)$$

Из этой формулы определялись максимальная сила и время удара:

$$P_m = cV_0 / k_2; \quad \tau = \pi / k_2. \quad (4)$$

Затем функция (3) подставлялась в правую часть уравнения (2), и при начальных условиях $T(0) = 0$; $\dot{T}(0) = 0$ находилась функция $T(t)$ в первом приближении:

$$T(t) = \frac{cV_0 k_1 b_1}{(k_1^2 - k_2^2)} \left(\sin k_1 t - \frac{k_1}{k_2} \sin k_2 t \right). \quad (5)$$

Подстановка этой функции в правую часть уравнения (1) и его решение дает второе приближение функции $P(t)$. Расчеты, проведенные для молота ГУИМ-1, показали, что второе приближение дает уточнение в значении силы P , не превышающее 1 %, и в практических расчетах достаточно ограничиться первым приближением. По этой же причине и второе приближение по усилию в опоре коромысла будет пренебрежимо мало. Формулы для определения сил P и T во втором приближении можно найти в работе [2].

По окончании удара в уравнении (2) следует правую часть принять равной нулю. Решение полученного уравнения при начальных условиях, соответствующих перемещению и скорости опоры в момент времени τ , имеет вид:

$$T(t) = \frac{\dot{T}(\tau)}{k_1} \sin k_1 (t - \tau) + T(\tau) \cos k_1 (t - \tau). \quad (6)$$

Из анализа формулы (6) следует, что при $k_1 > k_2$ функция (5) имеет экстремальные значения в моменты времени:

$$t_m = 2\pi n / (k_1 + k_2); \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (7)$$

равные

$$T_m = -T_0 \frac{\delta}{(\delta - 1)} \sin \left(\frac{2\pi n}{\delta + 1} \right), \quad (8)$$

где $\delta = k_1/k_2$; T_0 – усилия, действующие в жесткой опоре коромысла, т.е. при отсутствии её податливости

$$T_0(t) = - \left(1 - \frac{mrl}{I} \right) P(t). \quad (9)$$

Из формулы (8) следует, что функция $T_m(\delta)$ имеет бесчисленное число максимумов, соответствующих различным значениям n . Эти значения связаны с числом полувольт собственных колебаний опоры, размещающихся на одной полувольте усилий в контакте ударной массы с наковальней. Иными словами, значение n зависит от отно-

шения δ . Эта зависимость для первых пяти значений n представлена в таблице 1.

Таблица 1

Δ	1–5	5–9	9–13	13–17	17–21
N	1	2	3	4	5

Выше рассмотрен случай, когда $\delta > 1$. Если $\delta < 1$, то максимум усилий в опоре достигается после удара в процессе свободных колебаний опоры и определяется формулой:

$$T_{mc} = -T_0 \frac{2\delta}{(1 - \delta^2)} \cos\left(\frac{\pi\delta}{2}\right). \quad (10)$$

На рисунке 2 в качестве примера сплошной линией показана зависимость $T_m(\delta)$, построенная при следующих исходных данных, соответствующих молоту ГУИМ-1: $m = 522$ кг; $R = 0,26$ м; $l = 1,205$ м; $r = 1,13$ м; $V_0 = 1$ м/с; $E = 20,4 \cdot 10^{10}$ Па; $\rho = 7850$ кг/м³; $\mu = 0,3$. Штриховая линия на этом рисунке соответствует жесткой опоре.

Из полученных данных следует, что максимальные усилия в опоре равны $1,768T_0$ и достигаются при значении δ , равном 1,6. Затем они уменьшаются и при δ , большем девяти, не превышают 10 % усилий, возникающих в жесткой опоре.

Отсюда следует вывод, что при проектировании подшипникового узла в опоре коромысла следует выбирать тип и количество подшипников таким образом, чтобы отношение собственных частот колебаний опоры и коромысла с бойком было больше девяти.

Зависимость усилий в контакте бойка с наковальней имеет вид полуволны синусоиды длительностью τ , равной $1,443 \cdot 10^{-3}$ с, и максимальным значением контактной силы P_m , равным 1049 кН. При этом: $T_0 = 26,22$ кН; $c = 2,283 \cdot 10^9$ Н/м; $k_2 = 2,1764 \cdot 10^3$ с⁻¹.

Отметим, что введение безразмерного коэффициента δ упрощает конечные формулы и позволяет получить более общие результаты, применимые не только к молоту ГУИМ-1, а ко всем коромысловым системам, построенным по схеме, приведенной на рисунке 1. На основе этих результатов можно сделать рекомендации по проектированию опорного узла коромысла, позволяющие уменьшить действующие в нем динамические силы.

Для описания влияния на динамику системы упругости коромысла была рассмотрена модель, в которой на основании предыдущих результатов опора принималась жесткой, связь коромысла

с бойком жесткая, а само коромысло упругое. В этой модели контактная характеристика бойка и наковальни описывалась так же, как и в первой, а для описания движения сечений коромысла как упругой балки применялось уравнение технической теории изгиба:

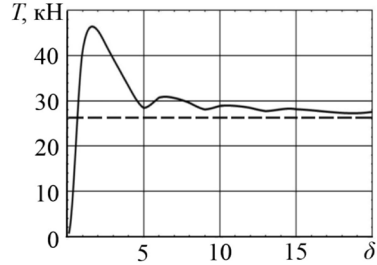


Рисунок 2

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + m_0 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (11)$$

где $y(z, t)$ – прогиб сечений балки; z – координата сечения; m_0 – распределенная масса; E – модуль упругости; J – осевой момент инерции сечения балки.

Решение этого уравнения осуществлялось разложением колебаний по собственным формам и частотам и записывалось в виде:

$$y(z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k u_k(z) \cos(p_k t + \varphi_k), \quad (12)$$

где $u_k(z)$ – амплитудная функция при k -той форме колебаний; C_k , φ_k – постоянные, определяемые из начальных условий движения; p_k – собственная частота,

$$p_k = \lambda_k^2 \sqrt{EJ / m_0 l^4}, \quad (13)$$

λ_k – безразмерный параметр, зависящий от граничных условий.

Граничные условия в рассматриваемой модели следующие:

$$u(0) = 0; \quad u''(0) = 0;$$

$$EJu'''(l) = -m_2 p^2 u(l) + cu(l); \quad EJu''(l) - Ip^2 u'(l) = 0, \quad (14)$$

где m_2 – масса бойка ($m_2 = 466$ кг); I – момент инерции бойка относительно оси перпендикулярной плоскости чертежа и проходящей через центр тяжести бойка.

При этих граничных условиях получено следующее частотное уравнение:

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\left[k_I \lambda^4 \left(k_m - \frac{3k_c}{\lambda^4} \right) - 1 \right] \operatorname{th} \lambda + 2k_I \lambda^3}{\left[k_I \lambda^4 \left(k_m - \frac{3k_c}{\lambda^4} \right) - 1 \right] - 2\lambda \left(k_m - \frac{3k_c}{\lambda^4} \right) \operatorname{th} \lambda}, \quad (15)$$

где $\lambda = \alpha l$; $\alpha = \sqrt[4]{m_0 p^2 / EJ}$; $k_m = m_2 / m_0 l$; $k_c = cl^3 / 3EJ$; $k_I = I / m_0 l^3$.

Из этого уравнения находится λ_k , а затем и p_k (12). Формы колебаний в безразмерном виде определяются через функции Крылова $K_i(\alpha z)$ как:

$$u_k(z) = K_2(\alpha_k z) - B_k K_4(\alpha_k z), \quad (16)$$

где $B_k = [k_I \lambda_k^3 K_1(\lambda_k) - K_4(\lambda_k)] / [k_I \lambda_k^3 K_3(\lambda_k) - K_2(\lambda_k)]$.

Так как колебания коромысла свободные с начальными условиями $y(z, 0) = 0$; $\dot{y}(z, 0) = \omega_0 z$; ($\omega_0 = V_0 / l$), то постоянные C_k и φ_k , входящие в функцию (12), отыскиваются по формулам:

$$C_k = \frac{1}{\mathfrak{M}_k p_k} \left[m_2 u_k(l) V_0 + m_0 \frac{V_0}{l} \int_0^l u_k(z) z dz \right]; \quad \varphi_k = -\pi / 2, \quad (17)$$

где $\mathfrak{M}_k$ – обобщенная масса системы:

$$\mathfrak{M}_k = m_2 u_k^2(l) + m_0 \int_0^l u_k^2(z) dz. \quad (18)$$

Определив, таким образом, функцию (12), можно найти перерезывающие усилия Q , изгибающие моменты M , напряжения σ_u в сечениях коромысла и реакцию в опоре коромысла T по формулам

$$Q(z, t) = EJ \frac{\partial^3 y}{\partial z^3}; \quad M_u(z, t) = EJ \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}; \quad \sigma_u(z, t) = \frac{M_u}{W}, \quad (19)$$

где W – момент сопротивления сечения изгибу.

Динамические реакции в контакте бойка с наковальней и в опоре определяются как:

$$P(t) = c \sum_{k=1}^{\infty} C_k u_k(l) \sin p_k t; \quad T(t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k u_k(0) \sin p_k t. \quad (20)$$

При шарнирной связи коромысла с бойком (рисунок 3) изгибающий момент в ней равен нулю, при этом первые три граничных условия (14) остаются прежними, а четвертое имеет вид:

$$EJu''(l) = 0.$$

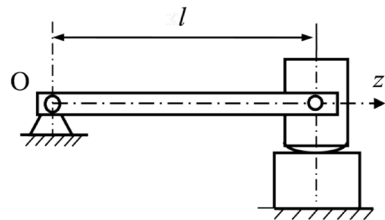


Рисунок 3

Частотное уравнение для этого случая:

$$\operatorname{tg} \lambda = th \lambda \left[1 + 2 \lambda \left(k_m - \frac{3k_c}{\lambda^4} \right) th \lambda \right]^{-1}, \quad (21)$$

а амплитудная функция:

$$u_k(z) = \frac{sh(\alpha_k z) \sin \lambda_k + sh \lambda_k \sin(\alpha_k z)}{sh \lambda_k + \sin \lambda_k}. \quad (22)$$

При этом формулы (12), (13), (17) – (20) остаются в силе.

На рисунке 4 приведены диаграммы изменения от времени перерезывающей силы (а) и напряжений (б) в сечениях коромысла у его жесткой связи с бойком, а на рисунке 5 – диаграммы изменения от времени усилий в контактном сечении бойка и наковальни (а) и динамической реакции в опоре (б). Кривые 1 на этих рисунках соответствуют шарнирной связи, а кривые 2 – жесткой связи коромысла с бойком.

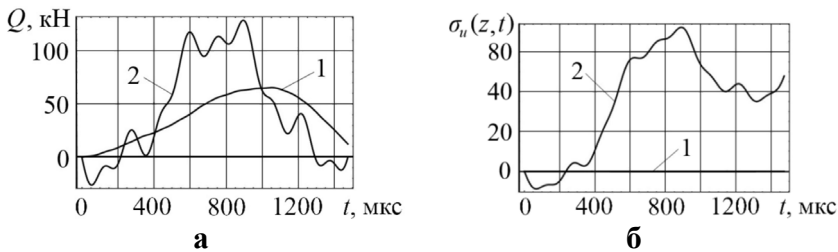


Рисунок 4

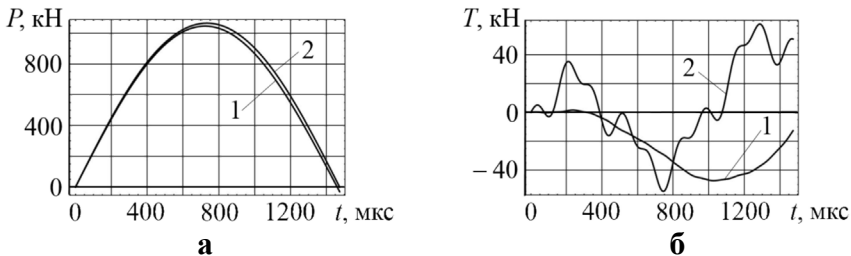


Рисунок 5

Полученные данные позволяют сделать вывод о том, что вид связи бойка с коромыслом значительно влияет на динамические реакции в коромысловой ударной системе. Величины динамических реакций в опоре коромысла при жесткой связи в два раза больше, чем при шарнирной связи. В контактном сечении коромысла с бой-

ком разница между этими величинами составляет более 50 %. Следовательно, введение шарнирной связи коромысла с бойком позволяет существенно уменьшить напряжения в коромысле и его опоре.

С применением данной модели к расчету молота ГУИМ-1 при тех же исходных данных, что и в первой модели с жестким коромыслом, получены следующие результаты:

$$c = 22,945 \cdot 10^8 \text{ Н/м}; k_m = 6,98; k_l = 0,27; k_c = 78,85; \\ P_m = 1065 \text{ кН}; \tau = 1473 \text{ мкс}; T_m = 61,36 \text{ кН}; Q_m(l) = 128,7 \text{ кН}.$$

Сравнение данных, полученных для различных моделей, показывает, что учет в модели упругости коромысла не оказывает существенного влияния на усилия в контакте ударной массы с наковальной P_m . По максимальным значениям они различаются всего на 0,85 %, а по длительности действия этой силы – на 1,6 %.

Максимальные значения реакций, возникающих в опоре коромысла T_m , при учете упругости коромысла в 2,3 раза больше, чем при жестком коромысле. Но по-прежнему они малы и не превышают 6 % усилий в контакте бойка с наковальной. Усилия в связи бойка с коромыслом T_m в модели с упругим коромыслом в 8,2 раза меньше, чем в модели с жестким коромыслом.

Отсюда следует вывод, что для оценки влияния параметров системы на усилие в контактном сечении бойка с наковальной можно пользоваться более простой моделью с жестким коромыслом. Но для усилий в опоре коромысла и напряжений в самом коромысле необходимо учитывать его упругие свойства и распределенную массу.

Далее была рассмотрена система, в которой используется шарнирно-упругая связь коромысла с бойком. Расчетная схема при этом имела вид, показанный на рисунке 6, где c_1 , c_2 – соответственно коэффициенты жесткости связи бойка с коромыслом и контакта бойка с наковальной. Динамические реакции в

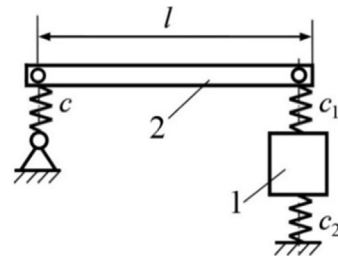


Рисунок 6

этой системе находились с использованием метода динамических жесткостей [3]. В результате было получено частотное уравнение

$$2l^3 k_{dl} c \left(3k_2 - \lambda_m^4 k \right) = \lambda^3 EJ \left[\text{ctg}(\lambda) - \text{cth}(\lambda) \right] \left[3(k_1 \mp k_2) - \lambda_m^4 k \right],$$

амплитудная функция для коромысла:

$$u(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{l^3}{\lambda_k^3 EJB(\lambda_k)} [K_2(\lambda_k)K_2(\alpha z) - K_4(\lambda_k)K_4(\alpha z)],$$

где $B(\lambda_k) = K_1(\lambda_k)K_4(\lambda_k) - K_2(\lambda_k)K_3(\lambda_k)$, амплитудное значение перемещения ударной массы $-u_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{c_d} \left(k_{c2} - \frac{1}{3} \lambda_k^4 k_m \right)^{-1}$.

Формулы для определения динамических усилий и напряжений остаются прежними: (12), (19), (20).

Таким образом, основным результатом данной работы является подготовка математического аппарата, позволяющего проанализировать влияние различных факторов на динамические реакции и напряжения в коромысловой ударной системе с целью определения её рациональных параметров. Более подробное описание рассмотренных в работе моделей можно найти в работах [4–6].

Литература

1. Зиялиев, К.Ж. Кинематический и динамический анализ шарнирно-четырёхзвенных механизмов переменной структуры с созданием машин высокой мощности. Бишкек: Илим, 2005. 196 с.
2. Еремьянц, В.Э. Динамика ударных систем. Моделирование и методы расчета. Саарбрюккен, Германия: Издательский дом Palmarium academic Publishing. 2012. 586 с.
3. Бидерман, Л. Прикладная теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1972. 416 с.
4. Еремьянц, В.Э., Колесников, Н.А. Влияние жесткости опоры коромысла на динамические реакции в коромысловой ударной системе // Современные проблемы теории машин / НОЦ «МС». Норт-Чарлстон: CreateSpace, 2016. № 4(1). С. 128–132.
5. Еремьянц, В.Э., Колесников, Н.А. Влияние упругости коромысла на динамические реакции в коромысловой ударной системе // Автоматизированное проектирование в машиностроении: Материалы III Международной заочной научно-практической конференции, НОЦ «МС». Новокузнецк: Изд. центр СибГИУ, 2015. № 3. С. 90–94.
6. Колесников, Н.А. Влияние вида связи ударной массы с балкой коромысловой ударной системы на напряженное состояние балки // Современные техника и технологии в научных исследованиях. Материалы 6-й международной конференции молодых ученых. Бишкек: Научная станция РАН, 2014. С. 180–186.