МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина



Вариационное исчисление

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Механики и приборостроения имени Я.И. Рудаева**

Учебный план Направление 15.03.03 - РФ, 650500 - КР Прикладная механика
Профиль "Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг"

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **3 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 108
в том числе:
аудиторные занятия 48
самостоятельная работа 59,9

Виды контроля в семестрах:
зачеты с оценкой 4

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**4 (2.2)**		Итого	
Недель	16			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	16	18	18	18
Практические	32	36	36	36
Контактная работа в период теоретического обучения	0,1	0,2	0,2	0,2
В том числе инт.	2	2	2	2
Итого ауд.	48	54	54	54
Контактная работа	48,1	54,2	54,	54,
Сам. работа	59,9	53,8	53,	53,
Итого	108	108	108	108

Программу составил(и):
к.ф.-м.н., доцент, Гончарова И.В.; к.ф.-м.н., доцент Герман К.А. _____

Рецензент(ы):
д.ф.-м.н., профессор, Рычков Б.А. _____

Рабочая программа дисциплины
Вариационное исчисление

разработана в соответствии с ФГОС 3++:
Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 15.03.03 Прикладная механика (приказ Минобрнауки России от Пн 09.08.21 г. № 729)

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры
Механики и приборостроения имени Я.И. Рудаева

Протокол от Вт 26.08.24 г. № 1
Срок действия программы: 2023-2027 уч.г.
Зав. кафедрой к.т.н., доцент Джаманкулов А.К.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
22 сентября 2025 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры

Протокол от 28 августа 2025 г. № 1
Зав. кафедрой

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
__ _____ 2026 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры

Протокол от __ _____ 2026 г. № 1
Зав. кафедрой

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
__ _____ 2027 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры

Протокол от __ _____ 2027 г. № __
Зав. кафедрой

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС
__ _____ 2028 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры

Протокол от __ _____ 2028 г. № __
Зав. кафедрой

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	Основные цели курса «Вариационное исчисление» представляются следующими положениями: аналогия между методами решения вариационных задач с методами исследования функций на максимум и минимум; установление необходимых условий экстремума функционала посредством сведения исходной вариационной задачи к дифференциальным уравнениям и решений этих уравнений при надлежащих граничных условиях; установление необходимых и достаточных условий экстремума функционала; приложение вариационного исчисления к задачам механики и физики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Высшая математика
2.1.2	Физика
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Численные методы в прикладной механике
2.2.2	Экспериментальная механика деформируемого твердого тела
2.2.3	Планирование эксперимента и методы обработки данных
2.2.4	Использование современного программного комплекса Компас

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОПК-11: Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии;	
Знать:	
Уровень 1	критерии оценки, методы и средства анализа, систематизации и прогнозирования естественно-научных проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.
Уметь:	
Уровень 1	абстрактно мыслить, анализировать, оценивать, систематизировать и прогнозировать естественно-научные проблемы, возникающие в ходе профессиональной деятельности.
Владеть:	
Уровень 1	методами и средствами решения естественно-научных проблем с помощью привлечения физико-математического аппарата и современных компьютерных технологий, возникающих в ходе профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	основные понятия вариационного исчисления, постановки классических задач вариационного исчисления,
3.1.2	методы их решения
3.2	**Уметь:**
3.2.1	решать базовые задачи вариационного исчисления
3.3	**Владеть:**
3.3.1	Владеет методами решений классических задач вариационного
3.3.2	исчисления

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Вариационные задачи с неподвижными границами							
1.1	Вариация и ее свойства /Лек/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.2	Вариация и ее свойства /Пр/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1	1		Работа в малых группах

1.3	Уравнение Эйлера /Лек/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.4	Уравнение Эйлера /Пр/	4	4	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.5	Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка /Лек/	4	1	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.6	Функционалы, зависящие от производных более высокого порядка /Пр/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.7	Функционалы, зависящие от нескольких функций /Лек/	4	1	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.8	Функционалы, зависящие от нескольких функций /Пр/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.9	Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных /Лек/	4	1	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.10	Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных /Пр/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
1.11	Выполнение типового расчета по теме "Вариационные задачи с неподвижными границами" /Ср/	4	20	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
	Раздел 2. Вариационные задачи с подвижными границами. Достаточные условия экстремума							
2.1	Функционалы, зависящие от одной функций (случай гладких экстремалей) /Лек/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
2.2	Функционалы, зависящие от одной функций (случай гладких экстремалей) /Пр/	4	3	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
2.3	Функционалы, зависящие от нескольких функций (случай гладких экстремалей) /Лек/	4	1	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
2.4	Функционалы, зависящие от нескольких функций (случай гладких экстремалей) /Пр/	4	3	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
2.5	Экстремали с угловыми точками /Лек/	4	1	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
2.6	Экстремали с угловыми точками /Пр/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
2.7	Выполнение типового расчета по теме "Вариационные задачи с неподвижными границами" /Ср/	4	20	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
	Раздел 3. Вариационные задачи на условный экстремум							
3.1	Вариационные задачи на условный экстремум /Лек/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
3.2	Вариационные задачи на условный экстремум /Пр/	4	4	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			

3.3	Вариационные задачи на условный экстремум с дополнительными условиями в виде дифференциальных уравнений /Лек/	4	1	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
3.4	Вариационные задачи на условный экстремум с дополнительными условиями в виде дифференциальных уравнений /Пр/	4	4	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1	1		Работа в малых группах
3.5	Изопериметрическая задача /Лек/	4	2	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
3.6	Изопериметрическая задача /Пр/	4	4	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
3.7	Выполнение типового расчета по теме "Вариационные задачи с неподвижными границами" /Ср/	4	19,9	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
3.8	Консультации /КрТО/	4	0,1	ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			
3.9	Подготовка к зачету /ЗачётСОц/	4		ОПК-11	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности знать:

1. Функционал
2. Вариация функционала.
3. Необходимое условие экстремума функционала
4. Уравнение Эйлера
5. Метод вариации в задачах с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от одной функции
6. Метод вариации в задачах с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от нескольких функций
7. Метод вариации в задачах с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка одной функции;
8. Метод вариации в задачах с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных.
9. Метод вариации в задачах с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от одной функции.
10. Метод вариации в задачах с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от нескольких функций.
11. Вариационные задачи на условный экстремум с дополнительными условиями в виде конечных связей
12. Вариационные задачи на условный экстремум с дополнительными условиями в виде дифференциальных уравнений
13. Изопериметрическая задача

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине "Вариационное исчисление" представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам. Типовые расчеты №1, №2, №3. Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, Билеты для проведения итогового контроля в 3 семестре (зачет с оценокой) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 5.

5.4. Перечень видов оценочных средств

Типовые расчеты
Контрольные работы

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)			
6.1. Рекомендуемая литература			
6.1.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Эльсгольц Л.Э.	Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: Учебник для вузов	М.: Наука 1969
Л1.2	Бренерман М. Х., Жихарев В. А.	Вариационное исчисление: Учебное пособие	Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет 2017
6.1.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Гельфанд И.М., Фомин С.В.	Вариационное исчисление: учебник для ун-тов	М.: Физматгиз 1961
Л2.2	Буслаев В.С.	Вариационное исчисление: учебное пособие для вузов	Ленинград: Изд-во Ленингр. ун-та. 1980
6.1.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Лелевкина Л.Г., Рафатов Р.Р.	Вариационное исчисление и основы математической теории управления: Учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 1999
6.3. Перечень информационных и образовательных технологий			
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии			
6.3.1.1	При прохождении курса используются следующие технологии:		
6.3.1.2	Информационно-развивающие:		
6.3.1.3	– использование мультимедийного оборудования при проведении занятий, теоретических разделов курса;		
6.3.1.4	– получение студентом необходимой учебной информации под руководством преподавателя или самостоятельно;		
6.3.1.5	– применение для всех видов контроля электронного тестового комплекса;		
6.3.1.6	развивающие проблемно-ориентированные:		
6.3.1.7	– работа в команде: совместная деятельность под руководством лидера (руководителя), направленная на решение общей поставленной задачи;		
6.3.1.8	– междисциплинарное обучение: использование знаний из разных областей, группируемых и концентрируемых в контексте конкретно решаемой задачи;		
6.3.1.9	– контекстное обучение;		
6.3.1.10	– обучение на основе опыта;		
6.3.1.11	– междисциплинарное обучение;		
6.3.1.12	личностно ориентированные технологии обучения:		
6.3.1.13	– консультации;		
6.3.1.14	– индивидуальное обучение: выстраивание для студента собственной образовательной траектории с учетом его интересов и предпочтений;		
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения			

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
7.1	Пр. Чуй 6 корпус 6
7.2	. Аудитория для лекционных и практических занятий 6/115а.
7.3	Аудитория для самостоятельной работы 6/115д,
7.4	6/115а.
7.5	Аудитория для лекционных и практических занятий на 18 посадочных мест, оборудованная переносным мультимедийным комплексом: экран, ноутбук, проектор.
7.6	Компьютеры 10 шт с выходом в сеть интернет

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса. Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой. Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой. Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.
При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы. Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам. Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях. За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.
Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятия студент получает домашнее по пройденным темам и типовые расчеты по разделам дисциплины. Для выполнения домашних заданий и типовых расчетов студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно- методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение типовых расчетов и домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине проводится в виде контрольной работы . До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить и защитить типовой расчет. Контрольные работы проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте. В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации. Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ
Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашних работ и типового расчета.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ
На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания. Оценка промежуточного контроля:
- 10 баллов - вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ. 20 баллов - вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)