

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации,
Министерство высшего образования и инноваций Кыргызской Республики**

**Межгосударственная образовательная организация высшего
образования Кыргызско-Российский Славянский университет имени
первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина.**

**Фонд
оценочных средств**
по дисциплине
«Математика»

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направление 08.03.01 - РФ, 750500 - КР Строительство
профиль «Промышленное и гражданское строительство»

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки «Строительство» по дисциплине

«Математика»

наименование

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры

Высшая математика

наименование кафедры

протокол № 2 от «9» сентября 2025 г.

Заведующая кафедрой



Высшая математика

наименование

подпись

Гончарова И. В.

расшифровка подписи

Исполнители:

к.ф.-м.н., доцент



Гончарова И. В.

должность

подпись

расшифровка подписи

к.ф.-м.н., доцент



Комарцова Е. А.

должность

подпись

расшифровка подписи

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Знать: методики поиска, сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа.	Контрольные вопросы
	Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников; применять системный подход для решения поставленных задач	Задания для проверки уровня обученности <i>Уметь</i> (Приложение №1)
	Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач.	Задания для проверки уровня обученности <i>Владеть</i> (Приложение №2)
ОПК-3: Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Знать: знает физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Контрольные вопросы
	Уметь: умеет применять соответствующий физико-математический аппарат при решении профессиональных задач	Задания для проверки уровня обученности <i>Уметь</i> (Приложение №1)
	Владеть: физико-математическим аппаратом, методами анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	Задания для проверки уровня обученности <i>Владеть</i> (Приложение №2)

2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ ДИСЦИПЛИНЫ «Математика»

1 семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Линейная алгебра	Текущий контроль	Типовой расчет №1	5	8	5
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	8	
Модуль 2					
Модуль 2. Векторная алгебра	Текущий контроль	Типовой расчет №2	3	5	8
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	3	6	
Модуль 3					
Модуль 3 . Аналитическая геометрия	Текущий контроль	Типовой расчет №3	5	9	12
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	5	9	
Модуль 4					
Модуль 4. Пределы функций одной переменной	Текущий контроль	Типовой расчет №4, посещаемость, активность	9	15	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	6	10	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

2 семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 .	Текущий контроль	Типовой расчет №1	4	6	27
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	4	8	
Модуль 2					
Модуль 2. Функции нескольких переменных	Текущий контроль	Типовой расчет №2	4	6	29
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	4	8	
Модуль 3					
Модуль 3. Неопределенные интегралы.	Текущий контроль	Типовой расчет №3	4	6	32
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	4	8	
Модуль 4					
Модуль 4 . Определенный интеграл	Текущий контроль	Типовой расчет №4	4	6	34
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	4	8	
Модуль 5					
Модуль 5. Кратные и криволинейные интегралы	Текущий контроль	Типовой расчет №5, посещаемость, активность	4	6	39
	Рубежный контроль	Контрольная работа №5	4	8	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

3 семестр

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Модуль 1 . Ряды	Текущий контроль	Типовой расчет №1 посещаемость, активность	4	8	7
	Рубежный контроль	Контрольная работа №1	6	10	
Модуль 2					
Модуль 2. Элементы теории поля	Текущий контроль	Типовой расчет №2 посещаемость, активность	4	7	10
	Рубежный контроль	Контрольная работа №2	6	10	
Модуль 3					
Модуль 3 . Дифференциальные уравнения первого порядка	Текущий контроль	Типовой расчет №3 посещаемость, активность	4	8	13
	Рубежный контроль	Контрольная работа №3	6	10	
Модуль 4					
Модуль 4. Дифференциальные уравнения первого порядка	Текущий контроль	Типовой расчет №4, посещаемость, активность	4	7	16
	Рубежный контроль	Контрольная работа №4	6	10	
ВСЕГО за семестр					
Промежуточный контроль (Зачет с оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Контрольные вопросы и задания

Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

I СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

1. Матрицы. Основные понятия.
2. Определители. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя
3. Определители высших порядков. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Формула аннулирования.
4. Свойства определителей
5. Обратная матрица.
6. Базисный минор матрицы. Ранг матрицы
7. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса
8. Совместность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
9. Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
10. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
11. Матричный метод решения линейных алгебраических уравнений.
12. Системы однородных линейных уравнений.
13. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами
14. Проекция вектора на ось. Свойства проекций векторов
15. Скалярное произведение векторов и его свойства
16. Прямоугольная система координат в пространстве. Разложение вектора по ортам координатных осей
17. Длина вектора. Угол между двумя векторами. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов. Направляющие косинусы вектора
18. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов
19. Условие линейной независимости трех векторов, заданных своими координатами. Понятие базиса
20. Правоориентированные и левоориентированные тройки векторов. Векторное произведение векторов и его свойства.
- Приложения
21. Смешанное произведение векторов, его свойства. Приложения.
23. Система координат на плоскости. Деление отрезка в заданном отношении
24. Общее уравнение прямой линии на плоскости. Частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом
25. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых
26. Уравнение прямой в отрезках. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой
27. Пучок прямых. Взаимное расположение прямых на плоскости. Пересечение прямых
28. Кривые второго порядка на плоскости, важнейшие частные случаи
29. Окружность. Эллипс. Их параметры и свойства
30. Гипербола. Ее параметры и основные свойства
31. Парабола. Параметр параболы, основные свойства параболы
32. Поворот и параллельный перенос координатных осей. Упрощение кривых второго порядка и их классификация
33. Уравнения поверхности и линии в пространстве
34. Общее уравнение плоскости. Частные случаи
35. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
36. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности

плоскостей

37. Каноническое и параметрические уравнения прямой в пространстве

38. Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей

39. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности

40. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

41. Цилиндрические поверхности

42. Поверхности вращения. Конические поверхности

43. Эллипсоид. Однополостный и двуполостный гиперболоиды

44. Параболический и гиперболический параболоиды

45. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

46. Функция. Область определения и область значений функции.

47. Графики функций и их преобразования.

48. Основные характеристики функции: Ограниченность, четность, нечетность, периодичность, монотонность.

49. Различные виды функций: основные элементарные, элементарные, сложные, взаимнообратные.

50. Способы задания функции. Параметрическое задание функции, задание функции в полярных координатах.

51. Числовые последовательности. Предел последовательности.

52. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.

53. Теоремы о связи между бесконечно большими и бесконечно малыми величинами.

54. Предел функции. Бесконечно большие предельные значения функции и предел функции на бесконечности.

55. Теоремы о пределах функций (сумме, произведении, частном, сложной функции).

56. Первый замечательный предел.

57. Второй замечательный предел.

58. Односторонние пределы.

59. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции.

60. Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность сложной функции.

II СЕМЕСТР – ЭКЗАМЕН

1. Задачи механики, физики, энергетики, приводящие к понятию производной.

2. Определение производной функции. Геометрический и физический смысл производной.

3. Общие правила дифференцирования (суммы, произведения и частного).

4. Производная сложной и обратной функции.

5. Производные элементарных функций.

6. Дифференцирование параметрически и неявно заданных функций.

7. Логарифмическое дифференцирование

8. Дифференциал. Свойства дифференциала. Инвариантность формы дифференциала.

9. Производные и дифференциалы высших порядков.

10. Производная высших порядков неявно заданной функции.

11. Производные высших порядков от функций, заданных параметрически.

12. Правило Лопиталя.

13. Возрастание и убывание функций. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.

14. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба.

15. Функции нескольких переменных (определение, предел и непрерывность).

16. Частные и полное приращение функций двух переменных.

17. Частные производные первого порядка функции нескольких переменных и их геометрическое истолкование.

18. Дифференцируемость и полный дифференциал первого порядка функции двух переменных.

19. Дифференцирование неявно заданных функций нескольких переменных.

20. Частные производные высших порядков функции нескольких переменных.
21. Дифференциалы высших (2-го и 3-го) порядков функции двух переменных.
22. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие существования экстремума.
23. Достаточное условие существования экстремума функции двух переменных.
24. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных в замкнутой области.
25. Метод наименьших квадратов.
26. Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие свойства неопределенного интеграла.
27. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; интегрирование методом замены переменной или способом подстановки; интегрирование по частям.
28. Интегрирование дробно-рациональных функций.
29. Интегрирование тригонометрических функций.
30. Интегрирование иррациональных функций.
31. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и физический смыслы.
32. Свойства определенного интеграла.
33. Формула Ньютона-Лейбница.
34. Точные методы интегрирования определенных интегралов.
35. Несобственные интегралы I рода.
36. Несобственные интегралы II рода.
37. Приближенные методы вычисления определенных интегралов (метод прямоугольников, трапеций, Симпсона).
Вычисление площадей плоских фигур в различных системах координат.
38. Вычисление длин дуг плоских кривых в различных системах координат.
39. Вычисление объема тела по известному поперечному сечению и объема тела вращения.
40. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение, свойства двойных интегралов.
41. Вычисление двойных интегралов в декартовых и полярных координатах.
42. Применение двойных интегралов.
43. Криволинейные интегралы I рода.
44. Применение криволинейных интегралов I рода.
45. Криволинейные интегралы II рода.
46. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина.
47. Применение криволинейных интегралов II рода.

III СЕМЕСТР - ЗАЧЕТ С ОЦЕНКОЙ

1. Числовые ряды. Свойства числовых рядов.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда.
3. Гармонический ряд. Геометрический ряд.
4. Признак Даламбера. Радикальный признак Коши.
5. Интегральный признак Коши.
6. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
7. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
8. Абсолютная и условная сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
9. Функциональные ряды.
10. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
11. Свойства степенных рядов.
12. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.

13. Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление значений функций.
14. Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление определенных интегралов.
15. Приложения степенных рядов. Приближенное решение дифференциальных уравнений.
16. Ряды Фурье 2π -периодических функций.
17. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
18. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
19. Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
20. Производная по направлению.
21. Градиент скалярного поля и его свойства.
22. Векторное поле. Поток векторного поля.
23. Дивергенция поля.
24. Циркуляция вектора.
25. Ротор поля.
26. Оператор Гамильтона.
27. Дифференциальные векторные операции второго порядка.
28. Соленоидальное поле.
29. Потенциальное поле.
30. Гармоническое поле.
32. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
33. Дифференциальные уравнение первого порядка.
34. Уравнение с разделяющимися переменными и методы их решения.
35. Однородные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним, методы их решения.
36. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли, методы их решения.
37. Уравнения в полных дифференциалах и приводящиеся к ним, методы их решения.
38. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
39. Дифференциальные уравнения высших порядков допускающие понижение порядка.
40. Линейные однородные уравнения высшего порядка. Основные понятия.
41. Линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков.
42. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и методы их решения.
43. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных.
44. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида и методы их решения.

IV-СЕМЕСТР ЗАЧЕТ

1. События. Типы событий.
2. Алгебра событий. Диаграммы Эйлера-Венна. Понятие о вероятности. Свойства вероятности.
4. Классическое определение вероятности.
5. Геометрический подход к определению вероятности.
6. Аксиоматическое определение вероятности.
7. Зависимые и независимые события.
8. Теоремы сложения вероятностей.
9. Теоремы умножения вероятностей.
10. Формула полной вероятности и формула Байеса.
11. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
12. Наивероятнейшее число наступления события.
13. Формула Пуассона.
14. Интегральная формула Муавра – Лапласа.

15. Локальная формула Муавра – Лапласа.
16. Понятие о случайной величине. Типы случайных величин.
17. Дискретная случайная величина и ее закон распределения.
18. Операции над дискретными случайными величинами.
19. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин.
20. Биномиальный закон распределения.
21. Закон распределения Пуассона.
22. Геометрический закон распределения.
23. Понятие о непрерывной случайной величине.
24. Функция распределения и ее свойства.
25. Плотность вероятности распределения непрерывной случайной величины. Свойства функции плотности вероятности.
26. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
27. Показательный закон распределения.
28. Равномерный закон распределения.
29. Нормальный закон распределения и его свойства.
30. Основные задачи математической статистики.
31. Понятие о выборочном методе.
32. Статистическое распределение выборки.
33. Вариационный ряд и его графики.
34. Основные числовые характеристики выборки. Выборочная средняя и ее свойства.
35. Выборочная дисперсия и ее свойства.
36. Мода и медиана.
37. Статистическая гипотеза. Основная и конкурирующая гипотезы. Простая и сложная гипотезы.
38. Ошибки первого и второго рода.
39. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.
40. Основы статистического оценивания. Требования, предъявляемые к статистическим оценкам.
41. Интервальное оценивание. Доверительная вероятность. Доверительный интервал.
42. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.
43. Линейная парная регрессия для несгруппированных данных.
44. Коэффициент корреляции и его свойства.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.

ПРИЛОЖЕНИЕ №1
ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ УМЕТЬ

Раздел 1. Линейная и векторная алгебра

1. Найти: $P = (2A - 3B)C$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действие: $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

3. Выполнить действие: $7 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$

4. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$

5. Выполнить действие: $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$

6. Найти произведение матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -2 \end{pmatrix}$ на матрицу $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$

7. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$

8. Найти произведение матриц AB и BA , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$

9. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

10. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -5 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$

11. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{vmatrix}$.

12. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -7 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$.

13. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 0 & -5 & -4 \\ -5 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

14. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или

столбцу: $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

15. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или

столбцу: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 6 \\ -7 & 5 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

16. Вычислить определитель третьего порядка разложением по какой-либо строке или

столбцу: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$.

17. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} -1 & -8 & 2 \\ -3 & 0 & -4 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 8$.

18. Решить уравнение: $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3$.

19. Вычислить алгебраическое дополнение A_{12} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

20. Вычислить алгебраическое дополнение A_{24} определителя матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решить системы уравнений методом Крамера, Гаусса, матричным способом:

$$21) \begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases} \quad 22) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10. \end{cases} \quad 23) \begin{cases} x + 2y + z + 7 = 0, \\ 2x + y - z - 1 = 0, \\ 3x - y + 2z - 2 = 0. \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} 2x + y + z - 7 = 0, \\ x + 2y + z - 8 = 0, \\ x + y + 2z - 9 = 0. \end{cases} \quad 25) \begin{cases} x + 2y + 3z - 8 = 0, \\ 3x + y + z - 6 = 0, \\ 2x + y + 2z - 6 = 0. \end{cases} \quad 26) \begin{cases} -2x + y + 6 = 0, \\ x - 2y - z - 5 = 0, \\ 3x + 4y - 2z - 13 = 0. \end{cases} \quad 27)$$

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x + 4y + 6 = 0, \\ x + z - 1 = 0. \end{cases} \quad 28) \begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 3z = 16, \\ 5y - z = 10. \end{cases} \quad 29) \begin{cases} x + y + z + 2 = 0, \\ x - y + 2z + 7 = 0, \\ 2x + 3y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

$$30) \begin{cases} 2x - y + z = 3, \\ x + 3y - 2z = 1, \\ y + 2z = 8. \end{cases}$$

$$31. \text{ Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений } \begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

Раздел «Векторная алгебра»

1. Даны координаты точек $A(1;3;5)$ и $B(2;5;6)$. Найти координаты вектора \overline{AB} , длину вектора.
2. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{c} = \vec{a} - \frac{1}{5}\vec{b}$, если $\vec{a} = (1;2;1)$, $\vec{b} = (5;10;-5)$.
3. Найти угол между векторами $\vec{a} = \{1;2;-2\}$ и $\vec{b} = \{-2;6;3\}$.
4. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$. Найти скалярное произведение векторов.

5. Даны точки $A(3; -4; -2)$, $B(2; 5; -2)$. Найти проекцию вектора \overrightarrow{AB} на ось, составляющую с координатными осями Ox , Oy углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ соответственно, а с осью Oz – тупой угол γ .
6. Вычислить угол, образованный векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.
7. Вычислить $np_a \vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.
8. Даны векторы $\vec{a} = 0,5\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Найти проекцию вектора \vec{a} на ось вектора $2\vec{b} - \vec{c}$.
9. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?
10. Найти координаты вектора $\vec{a} \times (2\vec{a} + \vec{b})$, если $\vec{a} = (3; -1; -2)$, $\vec{b} = (1; 2; -1)$.
11. Найти значение α , при котором векторы $\vec{a} = \{\alpha + 1; 3 - 2\alpha; \alpha - 1\}$ и $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$ перпендикулярны.
12. Найти абсциссу вектора \vec{a} , если известно, что векторы $\vec{a} = (x; 3; -1)$, $\vec{b} = (1; -1; 3)$, $\vec{c} = (1; 9; -11)$ компланарны.
13. Вычислить синус угла, образованного векторами $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.

Раздел « Аналитическая геометрия »

1. Составить общее уравнение прямой $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ и указать координаты нормального вектора.
2. Даны вершины треугольника: $A(4; 6)$, $B(-4; 0)$, $C(-1; -4)$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины A на сторону BC .
3. Найти угловой коэффициент прямой и отрезок, отсекаемый ею на оси координат, зная, что прямая проходит через точки $P(2; -8)$, $Q(-1; 7)$.
4. Даны вершины треугольника: $A(1; 2)$; $B(3; 7)$; $C(5; -13)$. Вычислить длину высоты, опущенной из вершины C на сторону AB .
5. Две стороны квадрата лежат на прямых $2x + 3y + 11 = 0$, $2x + 3y - 13 = 0$. Вычислить его площадь.
6. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$, $x + 4y + 13z - 23 = 0$.
7. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.
8. Составить уравнение плоскости проходящей через ось Oz и точку $A(2; -3; 4)$.
9. Найти расстояние от точки $M_0(1, -6, -5)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, 2, -3)$, $M_2(4, -1, 0)$, $M_3(2, 1, -2)$.

10. Найти точку пересечения прямой $\begin{cases} x = 2t - 1; \\ y = t + 2; \\ z = 1 - t. \end{cases}$ с плоскостью $3x - 2y + z = 0$.
11. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x - 3y + 6z + 7 = 0$?
12. Найти величину угла между прямой $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+7}{-2}$ и плоскостью $4x - 2y - 2z - 3 = 0$.
13. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; -3; -5)$ перпендикулярно к плоскости $6x - 3y - 5z + 2 = 0$.
14. При каких значениях A и B плоскости $2x + Ay + 3z - 5 = 0$ и $Bx - 6y - 9z + 2 = 0$ параллельны.
15. При каком значении α и β уравнения $2x + \alpha y + 3z - 8 = 0$ и $\beta x - 6y - 6z + 4 = 0$ будут определять параллельные плоскости.

Раздел «Пределы функции одной переменной»

Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$$

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + x + 11}{2x^4 + 5x^2 + 1},$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{4x^2 + 5x + 1},$

5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 5}{3n^3 + 4n + 6},$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10},$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 + 4x^2 + 1}{x^3 + 5x^2 + 10},$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 + 4x + 1}{5x^2 - 10x + 6},$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 1}{7x^3 + 5x^2 + 10}$

11) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)}{x^2 - 5x + 6}$

12) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2+3x+x^2}$

13) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2-4x+3}$

14) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x^2-5x}$

15) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9-x^2}{x^2+x-6}$

16) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2-3x+1}{(x-1)^2}$

17) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+6x+8}{x^2-16}$

18) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{x^2-3x+2}$

19) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-\sqrt{x+7}}{6-3x}$

20) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-4}{4x-12}$

21) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$

22) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$

Раздел « Дифференцирование функций одной переменной »

Найти производные функций

1) $y = (3^x - \sqrt[3]{x})(3 \arctg x - 2 \log_3 x) + \sqrt{2}$

2) $y = \frac{e^x - 2}{\arcsin x + 2 \ln x} + \sin 1$

3) $y = \frac{\log_2 x + \operatorname{tg} 2}{\arccos x - 2x^2} - \ln 10$

4) $y = \left(2 \cos x - \frac{3}{x} \right) (\operatorname{arcctg} x + 4^3)$

5) $y = \left(2 \operatorname{ctg} x - \frac{5}{x^3} \right) (\cos x - \ln x)$

6) $y = \frac{2^x - x^2 + e^2}{2 \log_2 x - 3}$

7) $y = \frac{5e^x + 3x^2}{2 \arcsin x + 4 \sin x} + \operatorname{tg} 5$

$$8) \quad y = (3 \cos x - 4 \ln x) \left(\frac{2}{x^2} + e^3 \right)$$

$$9) \quad y = (5 \operatorname{ctgx} + 7^x) \left(\sqrt[4]{x^3} + 3 \sin x \right)$$

$$10) \quad y = (5 \arcsin x + 2^x) \left(\sqrt[5]{x^3} - 3 \operatorname{tgx} \right)$$

$$11) \quad y = \frac{3 \ln x + 5 \sqrt[3]{x^7}}{2 \operatorname{arctgx} + 4} + \ln 7$$

$$12) \quad y = \frac{3e^x + 5}{2 \operatorname{tgx} + 4 \sqrt[3]{x^4}}$$

$$13) \quad y = (3e^x - 4 \cos x) (\log_3 x + 5 \operatorname{tgx}) + \sqrt{7}$$

$$14) \quad y = (3 \operatorname{tgx} + 5 \sqrt[5]{x^3}) (\operatorname{arctgx} - 4^x)$$

$$15) \quad y = (2 \operatorname{arctgx} + 4^x) (3 \ln x - x^3 + 1)$$

$$16) \quad y = (2 \operatorname{ctgx} + 3 \ln x) \left(4 \arcsin x - \sqrt[4]{x^3} \right)$$

$$17) \quad y = \sin(x^3 + 2 \ln x) + \sqrt{2}$$

Найти производные функций сложных функций

$$1. \quad y = \sin(x^3 + 2 \ln x) + \sqrt{2}$$

$$2. \quad y = (x + 4 \sin x)^3$$

$$3. \quad y = \operatorname{arctg}(\sin 3x + 4)$$

$$4. \quad y = \ln(3x^2 + 2 \operatorname{tgx}) + 1$$

$$5. \quad y = 5^{\arcsin x - 3 \sqrt{x}} + 2$$

$$6. \quad y = \arccos(5x^2 + 5)$$

$$7. \quad y = \sin(\sqrt[3]{x} + 4x) - 3$$

$$8. \quad y = \log_5(\sin 2x + 4) + \sqrt{3}$$

$$9. \quad y = \operatorname{tg}(\log_2 x + 3)$$

$$10. \quad y = 3^{\sqrt[4]{x} + 2x}$$

$$11. \quad y = \cos\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)$$

$$12. \quad y = \log_3(3x - \cos x)$$

$$13. \quad y = \arcsin(2x^3 + \cos x)$$

$$14. \quad y = \operatorname{ctg}\left(\frac{6}{x^3} + \ln x\right)$$

$$15. \quad y = \left(\frac{3}{x^3} + 4x\right)^3$$

16. $y = \arccos(\ln x + 4\operatorname{tg}x)$.
17. $y = \arccos(\cos 2x - \ln x)$.
18. $y = \operatorname{arctg}(4e^x - 5)$.

Раздел « Неопределенный интеграл»
Найти неопределенный интеграл

- 1) $\int \frac{x7^x - 8 + 4x \cos x}{x} dx$.
- 2) $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} dx$.
- 3) $\int \frac{(6x - 3)^2}{x} dx$.
- 4) $\int \frac{x^2 2^x + x - \sqrt[4]{x^3}}{x^2} dx$.
- 5) $\int \frac{(2x - 3)^2}{x^3} dx$.
- 6) $\int \frac{x^4 - 5x^2 e^x + 9x}{x^2} dx$.
- 7) $\int \frac{3xe^x - x \sin x + 5x}{x} dx$.
- 8) $\int \frac{(2x + 3)^2}{x^5} dx$.
- 9) $\int \frac{2x + 1}{x - 1} dx$.
- 10) $\int \frac{x^2 e^x - 2e^x \sin x}{e^x} dx$.
- 11) $\int \frac{2x - 3x^2 e^x + \sqrt[4]{x^3} + 3x^2}{x^2} dx$.
- 12) $\int \frac{(3x + \sqrt[3]{x})}{x^2} dx$.
- 13) $\int \frac{xe^x - 4\sqrt[4]{x} + 3x - 2}{x} dx$.
- 14) $\int \frac{x^2 + 1}{x - 1} dx$.
- 15) $\int \frac{x^2 \cos x + 3x^2 - 5x}{x^2} dx$.
- 16) $\int \frac{e^x x^6 + 4x^6 \sin x + 9x^4}{x^6} dx$.
- 17) $\int \frac{(x + 2)^2}{x^2} dx$.

- 18) $\int \frac{(x+1)^2}{x^5} dx.$
- 19) $\int \frac{x^2-6}{x-5} dx.$
- 20) $\int \frac{4x^3+15x^2e^x+14x^4}{x^2} dx.$
- 21) $\int \frac{x^2+3}{x^2+1} dx.$
- 22) $\int (3x-2)\cos 2x dx.$
- 23) $\int (3x-2)e^{2x} dx.$
- 24) $\int (3+9x)\cos 8x dx.$
- 25) $\int (x^2-3x)\ln x dx.$
- 26) $\int (5x+23)\cos 8x dx.$
- 27) $\int (10x-4)\sin 5x dx.$
- 28) $\int (5x^2-16x^4-2)\ln x dx.$
- 29) $\int x^4 \ln x dx.$
- 30) $\int (2x+1)e^x dx.$
- 31) $\int (6x+2)\sin 6x dx.$
- 32) $\int (3\cos x+5)\sin x dx.$
- 33) $\int (3x-1)\sin 3x dx.$
- 34) $\int (2x+5)3^x dx.$
- 35) $\int (x^2+2x)\ln x dx.$

Вычислить определенные интегралы

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x \sin^6 x dx.$ 2. $\int_1^2 \frac{e^x}{x^2} dx.$ 3. $\int_0^{1/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$ 4. $\int_0^1 6(x^2+x^3e^{x^4}) dx.$ 5. $\int_{\pi^2/9}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$ | <ol style="list-style-type: none"> 6. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^6+1} dx.$ 7. $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx.$ 8. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx.$ 9. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8+1} dz.$ 10. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cos^3 x dx.$ 11. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-3x}} dx.$ |
|---|---|

12. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx.$

13. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx.$

14. $\int_0^{\sqrt{\pi}/4} \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx.$

15. $\int_0^1 \sqrt[3]{1+7x} dx$

16. $\int_0^{1/2} \operatorname{arctg} 2x dx.$

17. $\int_0^{\pi/2} (x+3) \sin x dx.$

18. $\int_1^e x^3 \ln x dx.$

19. $\int_{-3}^0 (x-2) e^{-x/3} dx.$

20. $\int_{-1}^0 x \ln(1-x) dx.$

21. $\int_1^2 \ln(3x+2) dx.$

22. $\int_{-1}^0 (x+1) e^{-2x} dx.$

23. $\int_0^1 2x \operatorname{arctg} x dx.$

24.

25. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx.$

26. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4} dx.$

27. $\int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$

28. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$

29. $\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx.$

30. $\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx.$

31. $\int_0^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7+x^2} dx.$

32. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \frac{\sqrt{1+\cos^2 x}}{\cos^2 x} dl$, где $L: y = \sin x$,

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}.$$

33. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \frac{x^3}{y^2} dl$, где $L: xy = 1, 1 \leq x \leq 2$.

34. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \sqrt{1+x^4} dl$, где $L: y = \frac{x^3}{3}$,

$$1 \leq x \leq 2.$$

35. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L y^2 dl$, где $L: y = \frac{x}{2}, 0 \leq x \leq 2$.

36. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L y dl$, где $L: y = x^3, 0 \leq x \leq 1$.

37. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L 2y dl$, где $L: \begin{cases} x = \frac{t^2}{2}, \\ y = t \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$.

38. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \sqrt{y} dl$, где $L: \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$,
 $0 \leq t \leq 2\pi$.
39. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где $L: r = 2 \cos \phi$,
 $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$.
40. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где $L: r = 2 \sin \phi$,
 $0 \leq \phi \leq \pi$.
41. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \sqrt[4]{x^2 + y^2} dl$, где $L: r = 1 - \cos \phi$,
 $0 \leq \phi \leq 2\pi$.
42. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = y^2 x e^x$.
43. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \frac{x}{y^2 - 2x}$.
44. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \ln(x^2 y + xy^2)$.
45. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = e^{x^2 + y^2} - x - 1$.
46. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = \log_3(x^6 + y^2) + 5x^2 y^4 + 1$.
47. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^2 e^{xy}$.
48. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \frac{y^2}{x + 7y}$.
49. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^3 y^4 - \sin(2x + 3y)$.
50. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^4 y^3 + e^{4x - 3y}$.
51. Найти производную $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = x^6 y^2 - \cos(3x - 5y)$.

РАЗДЕЛ 1 «РЯДЫ»

Исследовать сходимость ряда

- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{2n}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}.$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-2}{4n+1} \right)^n.$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n-2}{6n+5} \right)^{2n}.$$

6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n^2+2}.$$

7.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n}{2^n \cdot (3n+2)}.$$

8.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{n^3+1}.$$

9.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2+1}.$$

10.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2n!}.$$

11.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+1} \right)^n.$$

12.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}.$$

13.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+1}}.$$

14.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

15.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n)!}{n^n}.$$

16.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \frac{1}{2^n}.$$

17.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3\sqrt{n-1}}.$$

18.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}.$$

19.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

20.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n-1}{n^2+1}$$

Найти область сходимости ряда

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$.
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$.
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^{n+2}} x^n$.
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{n(n+3)}$.
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+5)^n}{5^{2n}}$.
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n(n^2+1)}$.
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt{n+2}}$.
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} \frac{(x-3)^n}{3^n}$.
11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^{n+2}}$.
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-3)^n}{n^2+1}$.
13. $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$.
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-1)^n}{4n-3}$.
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{3n-2}$.
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n x^{2n}$.
17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+5)^n}{n \cdot 5^n}$.

18.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{7n-11}$$

19.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(2n-1)^{2n}}$$

20.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+5)^n}{n^2 \cdot 4^n}$$

Раздел «Теория поля»

1. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (x-z)\vec{i} - y\vec{j} + (y+z)\vec{k}$.
2. Найти производную скалярного поля $u = x^2 \cos y + x^3 y + 5xz - 5xz^2$ в точке $M_0(1; 2; -1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2; 2; 1)$.
3. Найти градиент скалярного поля $u = 2x^2 y + xz^3 + 5yz^2 + x$ в точке $M_0(1; -2; 1)$ и его модуль.
4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (2x^2 - z)\vec{i} - xy\vec{j} + (y^2 + z)\vec{k}$.
5. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M) = (-2x - 3yz)\vec{i} + (-2y - 3xz)\vec{j} + (-2z - 3xy)\vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.
6. Найти производную скалярного поля $u = (x^2 + 4x^3) \cos y + 5xz$ в точке $M_0(0; 2; -1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2; 0; 1)$.
7. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = xy^2\vec{i} - y^3z\vec{j} + (2y+z)\vec{k}$.
8. Найти градиент скалярного поля $u = xyz^2 + 4xz + xy - z^2 + 2$ в точке $M_0(4; -2; 0)$ и его модуль.
9. Найти градиент скалярного поля $u = 2x^2 y^4 + xz^3 + 5z^2 + xyz$ в точке $M_0(1; -2; 1)$ и его модуль.
10. Найти градиент скалярного поля $u = 4x^3 z + 5x^2 y - yz^2 + 6x + 5$ в точке $M_0(-1; -2; 3)$ и его модуль.
11. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (2x^2 y - z)\vec{i} - xy\vec{j} + (y + 2z)\vec{k}$.
12. Найти производную скалярного поля $u = x \cos y + x^2 y + 5xz - 5xyz^2$ в точке $M_0(1; 2; -1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2; 2; 1)$.
13. Найти производную скалярного поля $u = xe^y + ye^x - z^2$ в точке $M_0(3; 0; 2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(4; 1; 3)$.
14. Найти градиент скалярного поля $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ в точке $M_0(0; 1; 2)$ и его модуль.
15. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = (2x-z)\vec{i} + (y-x)\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x + y + z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

16. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = (x + 2z)\vec{i} + (y - 3z)\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $3x + y + z = 6$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.
17. Вычислить ротор и дивергенцию векторного поля $\vec{a}(M) = 3(x - z)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j} + 3z\vec{k}$.
18. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M) = (3x - yz)\vec{i} + (3y - xz)\vec{j} + (3z - xy)\vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля найти его потенциал.
19. Найти производную скалярного поля $u = \ln(3 - x^2) + xy^2z$ в точке $M_0(1; 3; 2)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(0; 5; 0)$.
20. Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x - y - z)\vec{j} + (3y + z)\vec{k}$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью $x + 2y + 2z = 2$ и координатными плоскостями по формуле Остроградского.

Разделы «Дифференциальные уравнения первого порядка» и «Дифференциальные уравнения высших порядков»

1. Определить тип дифференциального уравнения $(1 - x^2)y' + xy - 3 = 0$
2. Определить тип дифференциального уравнения $y'(x^2 - 4) = 5$
3. Определить тип дифференциального уравнения $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \left(\frac{x}{y}\right)^2$
4. Определить тип дифференциального уравнения $(x + y - 1)dx + (x + e^y)dy = 0$
5. Определить тип дифференциального уравнения $x(y' - y) = e^x$
6. Определить тип дифференциального уравнения $xy' - 3y + x^4y^2 = 0$
7. Определить тип дифференциального уравнения $y' - 2\sqrt{y} \ln x = 0$
8. Определить тип дифференциального уравнения $3y' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$
9. Определить тип дифференциального уравнения $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$
10. Определить тип дифференциального уравнения $(x^2 + 2xy + 1)dx + (x^2 + y^2 - 1)dy = 0$
11. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2 + 1} + \frac{dy}{2x - 1} = 0$
12. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = (y^2 + 1)e^x$
13. Найти общее решение дифференциального уравнения $y^2 dx + \frac{dy}{4x^3 - 1} = 0$
14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{\sin x}{2 - 3y^2}$

15. Найти общее решение дифференциального уравнения $xydx - \frac{1+y}{3x+2}dy = 0$
16. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{e^x + 1}{tgy}$
17. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{2x-1}{y^2}dx + (4y-3)xdy = 0$
18. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{2\cos^2 y}{x^2 - 1}$
19. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{x}{3y+2}dx - \frac{y}{6x}dy = 0$
20. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{1}{(e^y + 1)\sqrt{1-x^2}}$
21. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{x} = \cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$
22. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' - \frac{y}{x} = \left(\frac{y}{x}\right)^2$
23. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = \frac{1}{ctg\left(\frac{y}{x}\right)} + \frac{y}{x}$
24. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = 2e^{-\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$
25. Найти общее решение дифференциального уравнения $(2xy^2 + 1)dx + (2x^2y - 3)dy = 0$
26. Найти общее решение дифференциального уравнения $(12x^3y - 4)dx + (3x^4 + 10y)dy = 0$
27. Найти общее решение дифференциального уравнения $(5 - 4xy^2)dx + (e^y - 4x^2y)dy = 0$
28. Найти общее решение дифференциального уравнения $(4x^3y^2 + 2x)dx + (2x^4y - 2y)dy = 0$
29. Найти общее решение дифференциального уравнения $(e^y - 4x^3)dx + (xe^y + 3y^2)dy = 0$
30. Найти общее решение дифференциального уравнения $(6xy^2 - 4)dx + (6x^2y + 8y^3)dy = 0$
31. Общее решение однородного уравнения $y'' + 6y' + 9y = 0$ имеет вид
32. Общее решение однородного уравнения $y'' + 3y' - 4y = 0$ имеет вид
33. Общее решение однородного уравнения $y'' - 8y' + 16y = 0$ имеет вид
34. Общее решение однородного уравнения $y'' - 10y' + 25y = 0$ имеет вид
35. Общее решение однородного уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ имеет вид
36. Общее решение однородного уравнения $y'' + 2y' + y = 0$ имеет вид
37. Общее решение однородного уравнения $y'' + 4y' + 5y = 0$ имеет вид
38. Общее решение однородного уравнения $y'' - 6y' + 13y = 0$ имеет вид
39. Общее решение однородного уравнения $y'' - 4y' - 5y = 0$ имеет вид

40. Общее решение однородного уравнения $y'' - 2y' + 10y = 0$ имеет вид

1. Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.
2. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.
3. В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
4. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность – 4?
5. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти (под фигурой понимают даму, валета, короля).
6. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимается наудачу одна пуговица. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?
8. Найти вероятность того, что подброшенная кость упадет, показав на верхней грани четное или кратное трем число очков.
9. Вероятность попадания стрелком в мишень, равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.
10. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
11. Вероятность правильного оформления счета на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?
12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.
13. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
14. В урне находятся 15 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают наугад один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.
15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элемента K_1 или одновременного выхода двух элементов K_2 и K_3 , которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
16. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что получится слово «число».
17. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6; 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?

18. В первом ящике 20 деталей из них 16 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.
19. В тире 5 ружей. Вероятности попадания из которых соответственно равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.
20. Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил первый оператор?
21. В каждом из восьми независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наивероятнейшее число наступлений события A в каждом испытании.
22. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.
23. Если 30% студентов имеют слабое зрение, то какова вероятность того, что 5 из 10 студентов имеют слабое зрение?
24. Вероятность того, что Вы выиграете в шахматы, равна 0,33. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии из 6.
25. Какова вероятность выиграть у равносильного противника в бильярд не менее 4 партий из 5?
26. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найти наивероятнейшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.
27. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?
28. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?
29. На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.
30. Завод отправил на базу 5 000 изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути равна 0,0002. Найти вероятность того, что на базу придут ровно 3 негодных изделия.
31. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят 150 студентов.
32. Контрольную работу по теории вероятностей успешно выполняют в среднем 70% студентов. Какова вероятность того, что из 200 студентов работу успешно выполнят не менее 100 студентов.
33. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.
34. Дискретная случайная величина может принимать только два значения x_1 и x_2 , причем $x_1 > x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1) = 0,3$, $M(X) = 3,7$ и $D(X) = 0,21$. Найти закон распределения этой величины.
35. Случайная величина X задана законом распределения

X	2	3	?	11
-----	---	---	---	----

P	0,1	?	0,3	0,2
-----	-----	---	-----	-----

Известно, что математическое ожидание X равно 5,7. Найти а) Найти значение X , которое она принимает с вероятностью 0,3, б)

36. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X + 3Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

37. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = X + 6Y$, если известны: $M(X) = 4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.

38. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.

39. В итоге четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти выборочную среднюю результатов и дисперсию ошибок прибора.

40. Найти: а) значение p_3 , б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

41. Найти: а) значение p_2 , б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

42. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти параметр a .

43. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \frac{C}{x^7}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Найти параметр C . Вычислить $M(X)$.

44. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти параметр a . Вычислить $M(X)$.

45. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ a(3x - x^2), & 0 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Найти параметр a . Вычислить вероятность события $1 < X < 2$.

46. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{x-1}{2}, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Вычислить $M(X)$ и $D(X)$. Найти вероятность события $1 < X < 2$.

47. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3, \\ \frac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3 < x < 3, \\ 0, & x \geq 3. \end{cases}$$

Найти вероятность события $X > 1$.

48. Сообщение содержит 1000 символов. Вероятность искажения одного символа равна 0,004.

Найти среднее число искаженных символов.

49. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения ровно 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут

50. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины X – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

51. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X) = 175$ см. и $\sigma(X) = 6$ см. Найти вероятность того, что рост наудачу выбранного мужчины будет от 170 до 180 см.

52. При весе некоторого изделия в 10 кг найдено, что отклонение по абсолютной величине превосходящее 50 г. встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считается, что вес изделий распределен нормально, найти его $\sigma(X)$.

53. Среднее значение скорости ветра у поверхности земли в некоторой местности равно 16 км/час. Оценить вероятность того, что при однократном наблюдении скорость ветра не превысит 80 км/час.

54. Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Оценить вероятность того что из 200 студентов, сидящих в аудитории окажется не менее 19% носящих очки.

55. Электростанция обслуживает сеть с 18 000 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимний вечер равна 0,9. Какова вероятность того, что число ламп, включенных в сеть отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200?

56. За пять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.

57. За пять месяцев работы малое предприятие «Интеграл» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и исправленную дисперсию, моду и медиану.

58. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.

59. Следующие данные показывают годовой прирост на 15 различных акций: 12.2, 13, 14.8, 11, 16.7, 9, 8.3, -1.2, 3.9, 15.5, 16.2, 18, 11.6, 10, 9.5. Найдите выборочную среднюю и медиану.

60. Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины X на основании данного распределения выборки:

x_i	1	5	6	8
n_i	6	4	7	3

61. Изучалась качество продукции. Были получены данные.

Оценка качество продукции, балл	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
Число случаев	3	8	36	89	45

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.

62. В таблицу приведены данные.

x_i	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
n_i	15	25	30	20	10

Определить исправленную выборочную дисперсию.

63. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки

варианта	65	70	75	80	85	90	95
частота	3	5	15	25	20	7	5

64. По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.

65. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если: $\sigma = 4$, $\bar{x}_g = 10,2$, $n = 16$.

66. По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.

67. Имеются выборочные данные о стаже работы (X , лет) и выработке одного рабочего за смену (Y , шт):

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Построить уравнение линейной регрессии.

68. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней X и подушек Y :

X	10	20	25	28	30
Y	5	8	7	12	14

Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X .

69. Рассчитать коэффициент корреляции между количеством пропущенных студентом пар X и его успеваемостью Y , оцениваемой по 100 бальной шкале, пользуясь данными таблицы.

X	6	2	15	9	12	5	8
Y	82	86	43	74	58	90	78

70. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X , г.) и весе его семян (Y , г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

Предполагая, что зависимость линейная, рассчитать выборочный коэффициент корреляции и сделать вывод о степени и направлении тесноты связи.

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

Установить совместность и найти общее решение систем линейных уравнений

$$1. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4, \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 10x_4 = 3, \\ -6x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -3x_1 + 2x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ -4x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 9x_4 = -1. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

11. Вычислить работу силы $\vec{F} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ при прямолинейном перемещении материальной точки из положения $A(-2; 1; -3)$ в положение $B(3; -2; 1)$.

12. Найти длину вектора $\vec{a} = 2\vec{x} - 3\vec{y}$, если $|\vec{x}| = 2$, $|\vec{y}| = 1$, $\angle(\vec{x}, \vec{y}) = 60^\circ$.

13. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

14. Даны вершины треугольника $A(2; 0)$, $B(-4; 3)$, $C(1; 5)$. Найти внутренний угол треугольника при вершине A .

15. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1; 4)$ параллельно прямой $2x + 3y - 7 = 0$.

16. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x + 2y + 4 = 0$ и $3x - y - 9 = 0$ перпендикулярно прямой $x + y - 7 = 0$.

17. Стальной трос подвешен за два конца; точки крепления расположены на одинаковой высоте; расстояние между ними равно 20 м. Величина его прогиба на расстоянии 2 м от точки крепления, считая по горизонтали, равна 14,4 см. Определить величину прогиба этого троса в середине между точками крепления, приближенно считая, что трос имеет форму дуги параболы.

18. Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

19. Какую линию определяет уравнение $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ и построить

данную кривую.

20. Какую линию определяет уравнение $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ и построить

данную кривую.

21. Какую линию определяет уравнение $x = -\sqrt{y^2 - 4y}$ и построить данную кривую.

22. Установить, какая линия определяется уравнением $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$.

23. Установить, какая линия определяется уравнением $4x^2 - 3y^2 - 24x + 6y - 3 = 0$ и построить ее.

24. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить ее.

25. Определить тип кривой $5x^2 + 4y^2 + 20x - 16y - 44 = 0$ и построить её.

26. Установить, какая линия определяется уравнением $y = 1 - \sqrt{4x + 8}$. Построить ее.

27. Установить, какая линия определяется уравнением $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$.

Построить ее.

28. Установить, какая линия определяется уравнением

$9x^2 + 4y^2 + 54x - 8y + 49 = 0$. Построить ее.

29. Установить, какая линия определяется уравнением $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 9 = 0$.

Построить ее.

30. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$.

Построить ее.

31. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}$.

Построить ее.

В заданиях 32–37 определить типы поверхностей и построить их.

32. $x^2 + 4x + y^2 + 3z^2 - 6z - 2 = 0$;

33. $y^2 = -4(z + 1)$;

34. $\frac{x^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$;

35. $3x^2 - 12x + 6y^2 + 12y + 5z^2 - 20z + 8 = 0$;

36. $\frac{x^2}{4} + \frac{(z+1)^2}{9} = 1$;

37. $-\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+5} \right)^{3x-4}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x}{x^2 + 1} \right)^{x-3}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\operatorname{tg}^3 x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(6x^2)}$$

$$6. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 12x}{\ln(1 + 6x)}$$

$$7. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2x)}{e^{10x} - 1}$$

$$8. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\sin^2(10x)}$$

$$9. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{\arcsin(6x)}$$

$$10. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^x - 1}{\operatorname{arctg}^2(5x)}$$

$$11. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{e^{2x^2} - 1}$$

$$12. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 14x)}{\arcsin 7x}$$

$$13. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$$

$$14. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{\sin(4x^2)}$$

$$15. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{e^{3x^2} - 1}$$

$$16. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}^2(3x)}{e^{6x^2} - 1}$$

$$17. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^3)}{\operatorname{arctg}^3 x}$$

$$18. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(4x)}{\ln(1 + 3x)}$$

Найти производные функций

1. $y = (\cos x)^{5e^x}$
2. $y = (x^3 + 4)^{tgx}$
3. $y = (tgx)^{4x}$
4. $y = x^{\arctgx}$
5. $y = (\sin x)^{3x}$
6. $y = x^{\arcsin x}$
7. $y = (\sin x)^{x+1}$
8. $y = (x^3 - 1)^x$
9. $y = x^{\arcsin x}$
10. $y = (\sin x)^x$

Найти производную y'_x функции

- 1) $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$
- 2) $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x = 4t^2 + 5 \\ y = 3t^4 + 11 \end{cases}$
- 4) $\begin{cases} x = \cos t + t \sin t \\ y = \sin t - t \cos t \end{cases}$
- 5) $\begin{cases} x = \ln(5 + t) \\ y = \arctgt \end{cases}$
- 6) $\begin{cases} x = e^t \\ y = (t^2 - t) \cdot e^t \end{cases}$
- 7) $\begin{cases} x = \ln(t + 1) \\ y = t^2 \end{cases}$
- 8) $\begin{cases} x = 2t^2 + 1 \\ y = 3t^2 - 5t \end{cases}$
- 9) $\begin{cases} x = t^2 + 3t \\ y = t^3 - 27t \end{cases}$
- 10) $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = t^3 + 1 \end{cases}$

Найти производную y' от неявной функции

1. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$
2. $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$
3. $x^2 + yx + e^y = 0$
4. $x^3 y + x^2 y^2 + xy^3 = 0$
5. $2x^2 + y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$
6. $e^x - e^y = y - x$
7. $5x^2 + 3xy - 2y^2 + 3 = 0$
8. $2x^2 + 3^y + x \ln y = 0$
9. $x^2 y^3 + x - \sin y = 0$
10. $3y^2 + \sin y - x2^y = 0$

Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

- 1) $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$
- 2) $y = 2x^2 - 8x + 2$
- 3) $y = 4x^3 + 4x^2 + x - 16$
- 4) $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$
- 5) $y = 3x - x^3$
- 6) $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$
- 7) $y = x^3 - 5x^2 + 3x - 5$
- 8) $y = x^4 - 2x^2 - 5$
- 9) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$
- 10) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$
- 11) $y = x^3 - 3x^2$
- 12) $y = x^4 - 2x^2 + 5$
- 13) $y = 2x^3 - 3x^2$
- 14) $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$
- 15) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$.
- 16) $y = 3x^4 - 6x^2 + 5$

Найти неопределенный интеграл

1. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{2+3x^3} dx$
2. $\int \frac{x}{\cos^2 x^2} dx$
3. $\int \frac{e^x}{e^x - 3} dx$

$$4. \int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$$

$$5. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$6. \int e^x \sqrt{e^x + 3} dx$$

$$7. \int (\sin x + 5)^2 \cos x dx$$

$$8. \int \sqrt[6]{x^4 - 11} \cdot x^3 dx$$

$$9. \int e^{x^6} \cdot x^5 dx$$

$$10. \int \frac{\operatorname{ctg}^3 x}{\sin^2 x} dx$$

$$11. \int (e^x + 5)^4 e^x dx$$

$$12. \int x^4 \cdot \sqrt[4]{2 + 3x^5} dx$$

$$13. \int \frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{1+x^2} dx$$

$$14. \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$15. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 6} dx$$

$$16. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x-3}}$$

$$17. \int \frac{xdx}{\sqrt{3x+4}}$$

$$18. \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$$

$$19. \int \frac{xdx}{\sqrt{4x-1}}$$

$$20. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{5x-3}}$$

$$21. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{3x-4}}$$

$$22. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{4x+5}}$$

$$23. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x-1}}$$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 3x$, $x^2 = 3y$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$, $y = x + 8$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2$, $x + 2y - 5 = 0$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $4y = x^2$, $x = \pm 2$.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4 - x^2$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной первыми арками циклоид $\begin{cases} x = (t - \sin t) \\ y = (1 - \cos t) \end{cases}$,
 $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 7 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}$.
8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r^2 = 4 \cos 2\phi$, $r = \sqrt{2}$ ($r \geq \sqrt{2}$).
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 2 \cos \phi$, $r = 3 \cos \phi$.
10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3 \sin \phi$, $r = 5 \sin \phi$.
11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = 3(1 + \cos \phi)$, $r = 3,5$ ($r \geq 3,5$).
12. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2$, $y = 2$. Ось вращения Oy .
13. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3$, $y = x$. Ось вращения Ox .
14. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^3$, $y = x^2$. В вариантах 1-13 ось вращения Ox , в вариантах 14-25 ось вращения Oy .
15. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций $y = x^2$, $y = x$. Ось вращения Oy .
16. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \ln \cos x + 2$, $0 \leq x \leq \pi/6$.
17. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi$.
18. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $\rho = 6 \sin \phi$, $0 \leq \phi \leq \pi/3$.
19. Исследовать на экстремум функцию: $z = (x - 1)^2 - 2y^2$
20. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 + x - y - 1$
21. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$
22. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
23. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$
24. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
25. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + (y - 1)^2$

26. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$
27. Исследовать на экстремум функцию: $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$
28. Исследовать на экстремум функцию: $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 10$
29. Вычислить интеграл $\iint_D 2x dx dy$, где область D ограничена линиями: $y - x = 5$,
 $x = 0$, $y = 0$.
30. Вычислить интеграл $\iint_D xy dx dy$, где область D ограничена линиями: $x = 4$, $y = 0$,
 $y = \sqrt{x}$.
31. Вычислить интеграл $\iint_D y^2 dx dy$, где область D ограничена линиями: $y - x = 4$,
 $x = 0$, $y = 0$.
32. Вычислить интеграл $\iint_D x^2 dx dy$, где область D ограничена линиями: $x + y = 2$,
 $x = 0$, $y = 0$.
33. Вычислить интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$,
 $y = 4$.
34. Вычислить интеграл $\iint_D (x - y) dx dy$, где область D ограничена линиями: $y = x^3$,
 $x = 1$, $y = 0$.
35. Вычислить интеграл $\iint_D y dx dy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$, $y = x$.
36. Вычислить интеграл $\iint_D x dx dy$, где область D ограничена линиями: $x = y^2$, $y = 4$.
37. Вычислить интеграл $\iint_D (x + y) dx dy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2$,
 $x = 2$, $y = 0$.
38. Вычислить интеграл $\iint_D (x - y) dx dy$, где область D ограничена линиями: $y = \sqrt{x}$,
 $x = 4$, $y = 0$.

Разложить в ряд Фурье функцию

1. $y = 2x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
2. $y = x$ в интервале $(-3, 3)$.
3. $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \leq x \leq 0 \\ 2, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$.
4. $y = 2x$ в интервале $(-4, 4)$

5. $f(x) = \begin{cases} 0, & -1 \leq x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$.
6. $y = 3x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
7. $y = x$ в интервале $(-2, 2)$.
8. $y = x$ в интервале $(-3, 3)$.
9. $y = 10x$ в интервале $(-5, 5)$.
10. $y = |x| + x$ в интервале $(-\pi, \pi)$.
11. $y = |x|$ в интервале $(-4, 4)$.
12. $y = 5x$ в интервале $(-3, 3)$.

Разложить в ряд Фурье по синусам функцию

1. $y = x + 1$ в интервале $x \in (0, \pi)$.
2. $y = x - 2$ в интервале $x \in (0, 3)$.
3. $y = 2x$ в интервале $(0, \pi)$.
4. $y = 2x - 3$ в интервале $(-2, 2)$.
5. $y = x^2$ в интервале $(0, \pi)$.

Разложить в ряд Фурье по косинусам функцию

1. $y = x + 1$ в интервале $x \in (0, \pi)$.
2. $y = x - 2$ в интервале $x \in (0, 3)$.
3. $y = x - 1$ в интервале $(0, \pi)$.
4. $y = 2x - 1$ в интервале $(0, \pi)$.

Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:

1. $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (y - 2z)\vec{j} + (2x - y + 2z)\vec{k}$; $p: x + 2y + z = 2$.
2. $\vec{a}(M) = (x + y)\vec{i} + (y + 2z)\vec{j} + z\vec{k}$; $p: 2x + y + z = 4$
3. $\vec{a}(M) = 5x\vec{i} + (y + z)\vec{j} + (2x + z)\vec{k}$; $p: x + y + z = 2$
4. $\vec{a}(M) = (y + 2z)\vec{i} + 2z\vec{j} + (x - y)\vec{k}$; $p: x + 3y + z = 3$
5. $\vec{a}(M) = z\vec{i} + (x - z)\vec{j} + (2y + z)\vec{k}$; $p: x + y + z = 2$
6. $\vec{a}(M) = (y - 2x)\vec{i} + (y - z)\vec{j} + x\vec{k}$; $p: x + y + 3z = 3$
7. $\vec{a}(M) = 3x\vec{i} + (x - z)\vec{j} + (2x - y)\vec{k}$; $p: x + 4y + z = 4$.
8. $\vec{a}(M) = (2x + z)\vec{i} + z\vec{j} - y\vec{k}$; $p: 3x + y + 3z = 3$.
9. $\vec{a}(M) = 3x\vec{i} + (x - z)\vec{j} + (2x - y)\vec{k}$; $p: x + 4y + z = 4$.

10. $\vec{a}(M) = (y + 2z)\vec{i} + 2z\vec{j} + (x - y)\vec{k}$; p: $x + 3y + z = 3$.

11. $\vec{a}(M) = 2x\vec{i} + (y + z)\vec{j} + (2x - y + 2z)\vec{k}$; p: $2x + 2y + z = 2$.

12. $\vec{a}(M) = (x + 2y)\vec{i} + (y - 2z)\vec{j} - z\vec{k}$; p: $2x + y + z = 2$.

13. $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x - y - z)\vec{j} + (3y + 2z)\vec{k}$; p: $2x + y + z = 4$.

14. $\vec{a}(M) = (2x - z)\vec{i} + (y - x)\vec{j} + z\vec{k}$; p: $x + y + z = 2$.

15. $\vec{a}(M) = (x + 2z)\vec{i} + (y - 3z)\vec{j} + z\vec{k}$; p: $x + 2y + 2z = 6$.

16. $\vec{a}(M) = (x + z)\vec{i} + 2y\vec{j} + (x + y - z)\vec{k}$; p: $x + 2y + z = 2$.

17. $\vec{a}(M) = (2z - x)\vec{i} + (x + 2y)\vec{j} + z\vec{k}$; p: $x + 4y + 2z = 8$.

18. $\vec{a}(M) = (3x - y)\vec{i} + (2y + z)\vec{j} + (2z - x)\vec{k}$; p: $2x + y + z = 6$.

19. $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x - y - z)\vec{j} + (3y + z)\vec{k}$; p: $x + 2y + 2z = 2$

20. $\vec{a}(M) = (2y + z)\vec{i} + (x - y)\vec{j} - 2z\vec{k}$; p: $x + y + z = 2$.

Дифференциальные уравнения

1. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

$y' - 2xy = 2xe^{x^2}$, если $y(0) = 2$

2. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

если $y(1) = 0$

$$y' + \frac{y}{x} = 4x^2,$$

3. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

$y' - 3x^2y = 2(x+1)e^{x^3}$, если $y(0) = 5$

4. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

$y' + 4xy = 4x^3e^{-2x^2}$, если $y(0) = -3$

5. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

$y' - \frac{3y}{x} = 2x^4 - 3x^5$, если $y(1) = 2$

6. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

если $y(2) = 0$

$$y' + \frac{4y}{x} = \frac{3}{x^2},$$

7. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

$y' - 6x^2y = 9x^2e^{2x^3}$, если $y(0) = 2$

8. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

$y' + 8x^3y = (2x+1)e^{-2x^4}$, если $y(0) = -3$

9. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

если $y(1) = 1$

$$y' - \frac{5y}{x} = 3x^7,$$

10. Указать значение C в решении задачи Коши для дифференциального уравнения

$y' - \frac{y}{x} = 2x^2 - x$, если $y(2) = 4$

11. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^x(-3\sin x + 4\cos x)$ имеет вид
12. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 10e^x(\sin x + \cos x)$ имеет вид
13. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x$ имеет вид
14. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$ имеет вид
15. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = -17\sin 2x$ имеет вид
16. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x$ имеет вид
17. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 8y = e^x(3\sin x + 5\cos x)$ имеет вид
18. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 6e^x(\sin x + \cos x)$ имеет вид
19. Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x$ имеет вид
20. Частное решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 5x$ имеет вид
21. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - y'' - 2y' = (6x - 1)e^{-x}$ ищется в виде:
22. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$ ищется в виде
23. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^x$ ищется в виде
24. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$ ищется в виде
25. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 4y'' + 3y' = -4xe^x$ ищется в виде
26. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 6y'' + 9y' = 4xe^x$ ищется в виде
27. Частное решение дифференциального уравнения $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$ ищется в виде
28. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$ ищется в виде
29. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^x$ ищется в виде
30. Частное решение дифференциального уравнения $y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$ ищется в виде
31. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y \end{cases}$$
32. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y \end{cases}$$
33. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 6y \end{cases}$$
34. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$$
35. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$$
36. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = x + y \end{cases}$$

37. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y \end{cases}$$
38. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$$
39. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y \end{cases}$$
40. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y \end{cases}$$

- Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не менее 3 попаданий при четырех выстрелах.
- По данным переписи населения (1891 г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья (AB) составили 5 % обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ($A\bar{B}$) – 7,9 %, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ($\bar{A}B$) – 8,9 %, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ($\bar{A}\bar{B}$) – 78,2 %. Найти связь между цветом глаз отца и сына.
- Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появилось «три единицы»?
- Какова должна быть вероятность изготовления изделия, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 изготовленных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.
- Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9948 будет заключено число попаданий в цель.
- Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9948 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле по модулю будет меньше величины 0,05.
- Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклоняется от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.
- В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынута бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.
- Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных.
- На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

11. Случайная величина задана законом распределения
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала

(1,5;2).

12. Случайная величина задана законом распределения $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -3, \\ \frac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3 < x < 3, \\ 0, & x \geq 3. \end{cases}$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X > 1$.

13. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1, \\ a + b \arcsin x, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Найти параметры a и b . Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считая, что время разговора является случайной величиной, распределенной по показательному закону найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут,

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, среднеквадратической ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали из пяти будут годными.

17. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X) = 175$ см. и $\sigma(X) = 6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина X распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}. \text{ Найти дисперсию случайной величины } Y = 3X - 1, \text{ зная, что } Y \sim N(a, \sigma).$$

19. Случайная величина X распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}. \text{ Найти } M(Y) \text{ случайной величины } Y = 3X - 1, \text{ зная, что } Y \sim N(a, \sigma).$$

20. На автомате изготавливаются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a = 2$ мм и $\sigma^2 = 0,01$ мм². Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95?

21. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

Варианта x_i	-2	1	2	3	4	5
Частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Среднее время сборки изделия составляло 90 минут. Инженер изобрел новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий новым способом составила 79; 74; 112; 95; 83; 96; 77; 84; 70; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения.

25. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений.

26. Случайная величина X (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ . Приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

27. Случайная величина X (время безотказной работы элемента) распределена по показательному закону. Приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 1000 элементов:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	150	100	70	45	25

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ ($x \geq 0$). Произведена выборка

x_i	3	5	6	8	10
n_i	2	3	5	10	10

Найти статистическую оценку параметра λ методом моментов.

29. Используя критерий _____ на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности _____ с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота	6	18	36	76	39	18	7

30. При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

31. Установить, пользуясь критерием Пирсона, при $\alpha = 0,05$ случайно или значимо расхождение между эмпирическими n_i , и теоретическими частотами n'_i , которые вычислены из предположения, что совокупность распределена нормально.

n_i	5	7	15	14	21	16	9	7	6
n'_i	6	6	14	15	22	15	8	8	6

32. В таблице представлены данные о средних размерах пенсий в Кыргызстане за 2011-2015гг.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Выплаты, сом	3853	4274	4508	4710	4896

Необходимо сделать прогноз о среднем размере пенсии на 2018г.

Приложение № 3. Образцы типовых расчетов

Типовой расчет №1

Задание 1. Даны две матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: а) AB ; б) A^{-1} ; в)

AA^{-1}

Задание 2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}$.

Задание 3. Проверить совместность системы уравнений $\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$

В случае ее совместности решить ее а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы; в) методом Гаусса.

Задание 4. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$

Задание 5. Найти общее решение системы и записать фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

Типовой расчет №2

Задание 1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Необходимо:

- вычислить смешанное произведение трех векторов \vec{a} , $3\vec{b}$, \vec{c} ;
- вычислить векторное произведение $[3\vec{a}; 2\vec{c}]$;
- вычислить скалярное произведение $(\vec{b}, 4\vec{c})$;
- проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны вектора \vec{a} и \vec{c} ;
- будут ли компланарны векторы \vec{a} , $2\vec{b}$, $3\vec{c}$;
- найти проекцию вектора \vec{a} на вектор $2\vec{b} + 3\vec{c}$.

Задание 2. Вершины пирамиды находятся в точках $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$. Вычислить: а) площадь грани ACD ; б) объем пирамиды $ABCD$.

Задание 3. Сила $\vec{F} = (5, -3, 9)$ приложена к точке $A(3, 4, -6)$. Вычислить: а) работу силы \vec{F} в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку $B(2, 6, 5)$; б) модуль момента силы \vec{F} относительно точки B .

Типовой расчет №3

1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(3;4)$, $B(2;-1)$, $C(1,-7)$. Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;

- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
 - вычислить угол A треугольника ABC ;
 - составить уравнение медианы, проведенной из вершины C ;
 - составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
 - найти площадь треугольника ABC .
 - Сделать чертеж.
2. Какую кривую второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Изобразить эти кривые на чертеже.
- 1) $x = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - y^2}$.
 - 2) $y = 1 - 3\sqrt{x}$.
 - 3) $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 4 = 0$.
3. Найти расстояние от точки $M_0(-12, 7, -1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(-3, 4, -7)$, $M_2(1, 5, -4)$, $M_3(-5, -2, 0)$.
4. Найти угол между плоскостями $x - 3y + 5z = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости
- $$\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, \quad 3x - 2y + 5z - 3 = 0.$$
6. Построить тело ограниченное поверхностями
- А) $x = 4$, $y = 0$, $y = \sqrt{x}$, $z = 0$, $z = 2$.
 - Б) $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Типовой расчет №4

I. Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 3n + 1})$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} (x - \sqrt{x^2 + 8})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 + 3x - 5}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+7} - 2}{x+3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(2x)}{x^2 \cdot \operatorname{arctg}(3x)}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\operatorname{tg}(x-5)}{\sqrt{x+4} - 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x} - 1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 8}{5n^2 + 3n - 9}$$

II. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{x^2}{x-2}$

Типовой расчет №5

1. Вычислить пределы по о правилу Лопиталя:

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin(3x)}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{e^{x-4} - 1}.$$

2. Найти производные следующих функций:

$$1. y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + 3\sqrt{x} \quad 2. y = \frac{2 \arcsin x + 3^x}{4 \ln x - 2x^2}$$

$$3. y = \ln \sin(2x + 5) \quad 4. y = x^{\ln x}$$

$$5. y = (e^x - 3 \cos x)(5 - 4 \log_2 x)$$

 3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \ln(1 + 2t), \\ y = t^2 - 2t. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, выпуклости, вогнутости, экстремум и точки перегиба функции:

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}.$$

 5. Найти производную от неявной функции $\ln(x + y) - \operatorname{arctg} x = 0$.

Типовой расчет №6

 1. Найти частные производные второго порядка: $z = \frac{x^2}{y - 2}$.

2. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = 2x^3 + 6xy^2 - 30x - 24y.$$

 3. Найти указанные производные $z = x^3 + xy^2 - 5xy^3$, $\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3} = ?$

 4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ в треугольнике $x = 0$, $y = 0$, $2x + 3y - 12 = 0$.

Типовой расчет №7

1. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

2. $\int \frac{1}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1}} dx$

3. $\int \frac{x^2}{x^6 + 4} dx$

4. $\int 3x \arccos x dx$

5. $\int \frac{-6x^2 - 11x + 8}{x(x+2)(x-1)} dx$

6. $\int (x-2)(x^2 + 2x + 4) dx$

7. $\int \cos^8 x \sin x dx.$

8. $\int \frac{1}{6 + \sqrt{x}} dx$

9. $\int \frac{dx}{2 - \cos x}$

10. $\int \sqrt{16 - x^2} dx.$

Типовой расчет №8

1. Вычислить определенные интегралы

$$\text{а) } \int_1^2 x\sqrt{5-x^2} dx; \quad \text{б) } \int_1^9 \frac{dx}{5+2\sqrt{x}}; \quad \text{в) } \int_0^{\pi/3} x \cos x dx; \quad \text{г) } \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+2\cos x}.$$

 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

 3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}, \begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$.

 4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах $r = 4 \cos \varphi$, $r = 2$ ($r \geq 2$).

 5. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \leq x \leq 3$.

6. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 6 \sin^3 t, \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$$

 7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах $\rho = 6e^{12\varphi/5}$, $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$.

 8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной графиками функций $y = 3 \sin x$, $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.

Типовой расчет №9

 1. Поменять порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$.

 2. Вычислить интеграл $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} (x + 2y) dy$.

 3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 6$.

 4. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \frac{8y}{x} dl$, где L : парабола

 $y = \frac{1}{2}x^2$ от точки $A(0;0)$ до точки $B(4;8)$.

 5. Вычислить интеграл $\int_L (2x^2 + y) dx + (5y - 3x) dy$, где L - парабола $y = x^2$, от точки $(0,0)$ до точки $(3,9)$.

 6. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении. Контур L : $y = 4 - x^2$, $y = 0$. $\oint_L (3x^5 - 2xy + 1) dx + (5xy - 4y^2 + 5y) dy$

Типовой расчет №10

1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

2. Исследовать на сходимость ряды :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2-3n+1}{2n^2+4}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

3. Исследовать на сходимость знакопередающийся ряд. В случае сходимости исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}$$

4. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$$

5. Вычислить интеграл с точностью до 0,001 $\int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx$.

6. Разложить в ряд Фурье функции и построить график суммы ряда

а) $f(x) = x - 1, \quad -1 \leq x \leq 1;$ б) $f(x) = \begin{cases} -2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 3, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$

Типовой расчет №11

1. Найти производную скалярного поля $u = 5x^2 + 4x^3y + 5xz - e^{z^2}$ в точке $M_0(1; 2; -1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2; 2; 1)$.

2. Найти градиент скалярного поля $u = x^2y + 5z \sin y + 6z^2$ в точке $M_0(-1; 0; -2)$ и его модуль.

3. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (y - 2z)\vec{j} + (2x - y + 2z)\vec{k}$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости $P: x + y + z = 1$ с координатными плоскостями при положительном направлении обхода.

4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (x^2y - z)\vec{i} - xyz\vec{j} + (xy^3 + z^2)\vec{k}$.

5. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M) = (2x - 4yz)\vec{i} + (2y - 4xz)\vec{j} + (2z - 4xy)\vec{k}$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.

Типовой расчет №12

Задача 1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде $(\varphi(x,y)=C)$) $4xdx - 3ydy = 3yx^2dy - 2xy^2dx$.

Задача 2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$.

Задача 3. Найти решение задачи Коши $y' - y/x = x^2$, $y(1) = 0$.

Задача 4. Решить задачу Коши $y^2 dx + (e^{2/y} + x) dy = 0$, $y(e) = 2$.

Задача 5. Найти решение задачи Коши $y' + xy = (x + 1)e^{-x}y^2$, $y(0) = 1$.

Задача 6. Найти общий интеграл дифференциального уравнения
 $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$.

Типовой расчет №13

Задача 1. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^4 y'' + x^3 y' = 1$.

Задача 2. Найти решение задачи Коши $y'' y^3 + 36 = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$.

Задача 3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y'' = 5x^2 - 1$.

Задача 4. Найти решение дифференциального уравнения $y''' - 3y' - 2y = (4x + 9)e^{2x}$.

Задача 5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x$.

Задача 6. Найти общее решение дифференциального уравнения
 $y'' + 16y = 16 \cos 4x - 16e^{4x}$.

Задача 7. Найти решение задачи Коши $y'' + 6y' + 8y = 4e^{-2x}/(2 + e^{2x})$,
 $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Типовой расчет №14

- 1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?
- 2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?
- 3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R , в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.
- 4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.
- 5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получают газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.
- 6) Разрыв электрической цепи может произойти только в результате выхода из строя элемента k_1 или одновременного выхода двух элементов k_2 и k_3 , которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2, 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
- 7) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.
- 8) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.
- 9) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?

Типовой расчет №15

1. Случайная величина имеет распределение, представленное таблицей

X	1	3	5	8	10
P_i	0,3	p_2	0,2	0,15	0,25

Найти: p_2 , $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X . Построить многоугольник распределения, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

2. Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 4 телевизора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

3. Дана функция распределения НСВ X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ Ax^3, & 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найти коэффициент A , плотность распределения вероятностей $f(x)$, математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и вероятность попадания СВ X на отрезок $[0,1]$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

4. При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонение, по абсолютной величине превосходящее 50 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина X , распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

5. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 5$. Найти среднее значение и среднеквадратическое отклонение данной случайной величины.

6. Задана случайная величина X , которая может принимать только два значения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$). Значение $X = x_1$ принимается с вероятностью p_1 . Составить закон распределения случайной величины X , если $p_1 = 0,4$; $M(X) = 3,2$; $D(X) = 0,96$.

7. На двух автоматических станках производятся одинаковые детали. Законы распределения количества бракованных изделий, производимых в течении смены на каждом из станков заданы:

X	0	1	2	3
p	0,1	0,6	0,2	0,1

Y	0	1	2
q	0,5	0,3	0,2

Типовой расчет №16

1. Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт.-ч.)

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число вероятностей	3	13	70	190	290	230	130	62

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X — потребляемой мощности электроэнергии; 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) предполагая, что случайная величина X распределена по нормальному

закону, записать функцию распределения и функцию плотности X . Найти интервальные оценки параметров распределения X , приняв за доверительную вероятность 0,95, 8) Проверить, используя критерий χ^2 - гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

2. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии.

Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

ПРИЛОЖЕНИЕ №4. ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа №1

Задание 1. Найти AB , где $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Найти решение системы по формулам Крамера

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

Задание 3. Найти общее решение системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1, \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12. \end{cases}$$

Контрольная работа №2

Задание 1. Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ попарно образуют друг с другом углы, каждый из которых равен 60° . Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$ и $|\vec{c}| = 6$, определить модуль вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Задание 2. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(-1; 1; 2)$, $B(2; 3; 3)$ и $C(1; 2; -1)$

Задание 3. При каком значении λ векторы $\vec{a} = (1; 1; \lambda)$, $\vec{b} = (0; 1; 0)$ и $\vec{c} = (3; 0; 1)$ компланарны?

Задание 4. Коллинеарны ли векторы $c_1 = 2a - b$ и $c_2 = 3b - 6a$, построенные по векторам $a = \{5; 0; -1\}$ и $b = \{7; 2; 3\}$?

Задание 5. Даны векторы $\vec{a} = (2, -1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 0, 2)$, $\vec{c} = (2, 3, -1)$. Вычислить $\vec{c} \times \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

Контрольная работа №3

Задание 1. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(2; -5)$, $B(-3; -4)$, $C(-4, 2)$. Требуется:

- составить уравнение стороны AB ;
- найти длину стороны AB ;
- составить уравнение высоты, проведенной из вершины C ;
- вычислить длину высоты, проведенной из вершины B ;
- составить уравнение прямой, проходящей через вершину A параллельно стороне BC треугольника ABC ;
- Сделать чертеж.

Задание 2. Определить тип кривой и построить:

а) $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 4$; б) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$; в) $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{49} = 1$; г) $x^2 = 3y$.

Задание 3. Какую кривую второго порядка определяет уравнение $x = -\frac{3}{4}\sqrt{y^2 - 16} + 1$

Изобразить эту кривую на чертеже.

Задание 4. Найти расстояние от точки $M_0(-1, -8, 7)$ до плоскости $x + 4y - z + 1 = 0$.

Задание 5. Найти точку пересечения прямой и плоскости

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}, \quad x + 2y + 3z - 14 = 0.$$

Контрольная работа №4

Вычислить пределы

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 9}{5n^3 - 7n + 5}$	2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-5}{3n+5} \right)^{-n^2}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+1}{5x-2} \right)^{3x-1}$	4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 12x + 4}{3x^2 + x - 14}$
5. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{6 - \sqrt{x^2 + 20}}{3x + 12}$	6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2(8x)}{x \cdot \sin^2(5x)}$
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\operatorname{arctg}(15-5x)}{2x^2 + 3x - 27}$	8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+15x)}{e^{-3x} - 1}$

Контрольная работа №5

1. Вычислить предел по правилу Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{8^{x+6} - 8^3}{e^{2x+6} - 1}$.

2. Найти производные следующих функций:

1. $y = \frac{8}{x^3} - 4\sqrt{x^3} + 2x^7$	2. $y = \frac{3 \arcsin x - e^x}{5 \log_3 x + 6x^2}$
3. $y = \ln \cos(2x + 5)$	4. $y = (x^3 + 1)^{\lg x}$
5. $y = (6 \ln x - 5^x)(15 + 7 \sin x)$	

3. Найти производную y'_x от параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 6t, \\ y = 2t^3 - 9t^2. \end{cases}$$

4. Найти интервалы монотонности, экстремум функции $y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$.

Контрольная работа №6

1. Найти частные производные первого порядка функции двух переменных

$$z = (2y^2 + 6x)(3y - x).$$

2. Найти экстремумы функции двух переменных: $z = x^3 - 8y^3 - 6xy + 1$.

3. Найти производную $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ от функции $z = y^4 + 23x^2 + 4xy + 5x - 2y + 8$.

Контрольная работа №7

1. $\int x\sqrt{5-x^2} dx.$
2. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$
3. $\int \frac{3x^2 + x^5 e^x - 4}{x^5} dx$
4. $\int (3x-2)\cos 2x dx$
5. $\int \frac{x^3 - 8x - 14}{(x+2)(x-4)} dx$
6. $\int \frac{dx}{3+2\cos x}$

Контрольная работа №8

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 4 \cos \phi$.
4. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln(x^2 - 1)$, $3 \leq x \leq 4$
5. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi/2$.
6. Вычислить длину дуги кривой $\rho = 2 \cos \phi$, $0 \leq \phi \leq \pi/6$.
7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = x$.

Контрольная работа № 9

1. Поменять порядок интегрирования $\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^4 f(x, y) dy$.
2. Вычислить массу неоднородной материальной пластины, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$, если поверхностная плотность равна $\rho(x, y) = xy$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 4$, $z = 0$, $z = 3$.
4. Вычислить криволинейный интеграл по длине дуги $L \int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где $L: r = 2 \cos \phi$
 $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$.
5. Вычислить криволинейный интеграл по координатам $\oint y^3 dx + xy dy$ где L – дуга астроида $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$ от точки $A(2;0)$ до точки $B(0;2)$.

Контрольная работа № 10

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+1}$.
2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$.

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$.
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2 - 3n + 1}{2n^2 + 4}$.
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n!}$.
6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$.
7. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x) = \begin{cases} -2, & -\pi \leq x < 0, \\ 2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$

Контрольная работа № 11

1. Найти производную скалярного поля $u = x^2 + 4x^3y + 5xz - z^2$ в точке $M_0(1; 2; -1)$ по направлению от точки M_0 к точке $M_1(2; 2; 1)$.
2. Найти градиент скалярного поля $u = 2x^2 + 4xz + 5xy - yz^2$ в точке $M_0(-1; -2; 0)$ и его модуль.
3. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости P с координатными плоскостями при положительном направлении обхода:
 $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (y - 2z)\vec{j} + (2x - y + 2z)\vec{k}$; $p: x + 2y + z = 2$
4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (x - z)\vec{i} - y\vec{j} + (y + z)\vec{k}$.
5. Проверить является ли векторное поле $\vec{a}(M)$ потенциальным или соленоидальным. В случае потенциальности поля $\vec{a}(M)$ найти его потенциал.

$$\vec{a}(M) = (2x - 4yz)\vec{i} + (2y - 4xz)\vec{j} + (2z - 4xy)\vec{k}$$

Контрольная работа №12

1. Найти общий интеграл ДУ $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
2. Найти общий интеграл ДУ $y' = 2 - \frac{x}{y}$.
3. Найти общее решение ДУ $y' + \frac{2}{x}y = x$.
4. Решите ДУ $y' + \frac{y}{x} = xy^2$.
5. Решите ДУ $(y^2 - e^x \cos y)dx + (2xy + e^x \sin y)dy = 0$.

Контрольная работа №13

1. Найти общее решение ДУ $y''' x \ln x = y''$.
2. Найти решение задачи Коши $4y^3 y'' = y^4 - 1$, $y(0) = 2^{1/2}$, $y'(0) = 1/(2^{3/2})$
3. Найти общее решение ДУ $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$.
4. Найти решение задачи Коши $y'' + \pi^2 y = \pi^2 / \cos \pi x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 0$.

Контрольная работа №14

- 1) Вероятность того, что телефон потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,6. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 100 телефонов потребует ремонта 70 телефонов
- 2) Кандидат в депутаты во время выступления на публике с вероятностью 0,4 шутит и рассказывает анекдоты, с вероятностью 0,5 приводит примеры из жизни. Какова вероятность того, что на очередной встрече он использует хотя бы один риторический прием?
- 3) Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?
- 4) Два снайпера делают по одному выстрелу по мишени. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает шесть раз, второй - девять. Найти вероятность того, что цель будет поражена.
- 5) Из букв слова ПОБЕДА, составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекают четыре буквы. Какова вероятность того, что получится слово ОБЕД
- 6) На полке в произвольном порядке расставлены 3 книги по теории вероятностей, 2 книги по математическому анализу и 4 книги по линейной алгебре. Студент наугад достает 1 книгу. Какова вероятность, что она по теории вероятностей или по математическому анализу?
- 7) Уставший пассажир набирает четырехзначный код камеры хранения на вокзале. Какова вероятность того, что пассажир откроет камеру, если он помнит лишь, что его код не содержит цифр 1, 2, 3?
- 8) Имеются два ящика с красными и синими шарами: в первом 3 синих и 5 красных, во втором 7 синих и 11 красных. Из наудачу выбранного ящика извлекли шар. Найти вероятность того, что шар синий.
- 9) После урагана телефонная связь между пунктами A и B , расстояние между которыми 10 км, нарушилась. Найти вероятность того, что разрыв произошел между точками C , отстоящими от A на 5 км, и D , отстоящей от A на 8 км.
- 10) Студенты второго курса изучают 10 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по четыре предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день?

Контрольная работа №15

1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 6$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 4$.
- 2 Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.
3. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

Найти $p_2, M(X), D(X)$.

4. Случайная величина задана законом распределения:
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 4}{a}, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a ; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2,5;3)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Контрольная работа №16

Задание 1. Выборочное исследование длительности горения ламп дало следующие результаты:

Интервалы	0- 400	400- 800	800 - 1200	1200 - 1600	1600 - 2000	2000 - 2400	2400 - 2800
Частота	121	95	76	56	45	36	21

Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, коэффициент вариации, моду и медиану.

Задание 2. В итоге 5 измерений получены следующие положительные отклонения от номинального размера у партии деталей (в мм): 17, 8, 23, 9, 23. Найти несмещенные точечные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии. Вычислить моду и медиану.

Задание 3. Телефонная компания желает оценить среднее время междугородных переговоров в течении выходных, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 50 звонков дала среднюю $\bar{x} = 14.5$ мин со средним квадратическим отклонением $s = 5.6$ мин. Постройте 95% доверительный интервал для средней продолжительности переговоров в выходные дни.

Задание 4. Используя критерий χ^2 , при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n'_i	43	120	245	290	200	102

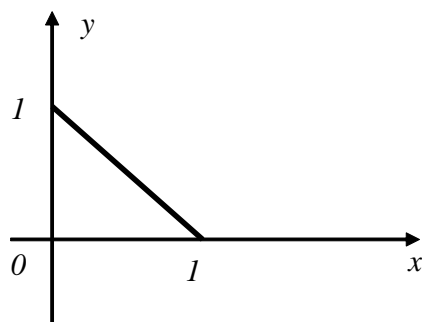
Задание 5. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции. Сделать вывод о силе связи.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Образец теста: "Аналитическая геометрия"

Задание №1

Уравнение прямой, изображенной на рисунке, имеет вид ...



Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$x + y = 1$
2)	$x = 1$
3)	$y = 1$
4)	$x - y - 1 = 0$

Задание №2

Установить соответствие между уравнением кривой и ее названием

Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа:

1)	эллипс	1)	$x^2 + 4y^2 = 16$
2)	окружность	2)	$4x^2 - y^2 = 16$
3)	парабола	3)	$x^2 = 4y$
4)	гипербола	4)	$x^2 + y^2 + 2y = 0$

Задание №3

Установить, какая линия определяется уравнением $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	половина эллипса, расположенная в верхней полуплоскости
2)	половина гиперболы, расположенная в верхней полуплоскости
3)	половина эллипса, расположенная в нижней полуплоскости
4)	половина гиперболы, расположенная в нижней полуплоскости

Задание №4

Написать уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1; 2; 3)$ и $M_2(3; -3; 4)$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{7}$
2)	$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-3}{1}$

3)	$\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{4}$
4)	$\frac{x+3}{4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{7}$

Задание №5

Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{6}$ и плоскости $2x + 3y + z - 1 = 0$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	(1;3;2)
2)	(2;-1;3)
3)	(2;-3;6)
4)	(4;6;1)

Задание №6

Даны концы $A(3;4)$ и $B(5;2)$ однородного стержня. Определить координаты его центра тяжести.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	(8;6)
2)	(-2; 2)
3)	(4; 3)
4)	(-1;1)

Задание №7

Прямые $y - 2x - 10 = 0$ и $3y - 6x + 2 = 0 \dots$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	пересекаются не под 90°
2)	совпадают
3)	перпендикулярны
4)	параллельны

Задание №8

Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;1)$ и образующей с осью Ox 45°

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	$y = x + 3$
2)	$y = -x - 3$
3)	$-2x + y = 0$
4)	$x - 2y - 1 = 0$

Задание №9

Найти угол между плоскостями $2x - y + 3z + 1 = 0$ и $4x - 2y + 6z + 7 = 0$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0^0
2)		90^0
3)		45^0
4)		30^0
Задание №10		
Определите координаты центра и радиус сферы, заданной следующим уравнением $x^2 + y^2 + z^2 + 4z = 0$.		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		$O(0;0;2), r=2$
2)		$O(0;0;-2), r=2$
3)		$O(0;0;2), r=4$
4)		$O(0;0;-2), r=-4$

Образец теста: «Пределы»

1. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$$

Ответы:

- 1) -4; 2) 4; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$.

2. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3\operatorname{tg}x)^{\operatorname{ctg}x}$$

Ответы:

- 1) ∞ ; 2) 1; 3) $e^{\frac{1}{3}}$; 4) e^3 .

3. Найдите предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + n - 1}{5n^2 - 7n + 2} \right)^2$$

Ответы:

- 1) $-\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{4}{25}$.

4. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$$

Ответы:

- 1) 0; 2) -1; 3) a ; 4) 1.

5. Найдите предел

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{2x^2 - 9x + 9}$$

Ответы:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) 2; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) $\frac{7}{3}$.

6. Найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}$$

Ответы:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) ∞ ; 4) $\frac{4}{3}$

КОПТ № 3 «Дифференцирование функций»

Вариант 1

Найти производные:

1) $y = \frac{3x + \sin x}{\cos x - 10}$.

Найти y' .

Ответы:

а) $y' = -\frac{3 + \cos x}{\sin x}$;

б) $y' = \frac{3 - \cos x}{\sin^3 x}$;

в) $y' = \frac{3x \sin x - 7 \cos x - 29}{(\cos x - 10)^2}$;

г) $y' = \frac{\cos 2x - 3x \sin x - 7 \cos x - 30}{(\cos x - 10)^2}$.

2) $y = \ln^4(2x + 1)$.

Найти y' .

Ответы:

а) $y' = 8 \ln^3(2x + 1)$;

б) $y' = \frac{8 \ln^3(2x + 1)}{2x + 1}$;

в) $y' = \frac{8}{(2x + 1)^3}$;

г) $y' = 8 \ln(2x + 1) \cdot 2$.

3) $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$.

Найти y' .

Ответы:

а) $y' = (2xye^y - 3x^2)y \frac{1}{x^2 ye^y}$;

б) $y' = (2xye^y - 3x^2 y) y \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$;

в) $y' = (2xye^y - 3x^2 y) \cdot \frac{1}{1 - x^2 ye^y}$;

г) $y' = \frac{2xye^y - 3x^2}{1 - xye^y} \cdot y$.

4) $y = (2tg 3x + 1)^{\sin 3x}$.

Найти y' .

Ответы:

а) $y' = (2tg 3x + 1)^{\sin 3x} \cos 3x$;

б) $y' = [3 \cos 3x \ln(2tg 3x + 1) + \frac{6 \sin 3x \sec^2 3x}{2tg 3x + 1}] \cdot (2tg 3x + 1)^{\sin 3x}$;

в) $y' = (2tg 3x + 1)^{\sin 3x} \cdot \ln(2tg 3x + 1)$;

г) $y' = (2tg3x + 1)^{\sin 3x - 1} \cdot \cos 3x \cdot 3$.

5) $y = 2x^4 - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 1$. Найти y' .

Ответы:

а) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2}$; б) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^4}$;
 в) $y' = 8x^3 + \frac{1}{x\sqrt[3]{x}}$; г) $y' = 8x^3 - \sqrt[3]{x^2} + 1$.

6) $y = (x + x^3) \cdot \arctg x$. Найти y' .

Ответы:

а) $y' = (1 + 3x^2) \arctg x + x$; б) $y' = \frac{1 + 3x^2}{1 + x^2}$;
 в) $y' = 3x^2 \arctg x + x$; г) $y' = (1 + 3x^2) \cdot (1 + x^2)$.

7) $\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1 \\ y = 3t^5 + 5t^3 + 1 \end{cases}$. Найти y''_x .

Ответы:

а) $y''_x = \frac{10t}{3t^2 - 1}$; б) $y''_x = \frac{10t}{3t^2 + t}$;
 в) $y''_x = \frac{10t}{3t^2 + 3}$; г) $y''_x = -\frac{10t}{3t^2 - 3}$.

8) $y = 7^{2x} + \frac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$. Найти y' .

Ответы:

а) $y' = 7^x \ln 7 \cdot 2 + \frac{2}{5} x^{-\frac{3}{5}}$; б) $y' = x \cdot 7^{x-1} + \frac{2}{5} x^{\frac{1}{5}}$;
 в) $y' = 7^{2x} \ln 7 \cdot 2 - \frac{8}{5x\sqrt[5]{x^2}}$; г) $y' = 7^x \ln 7 + x \cdot 7^{x-1} + \frac{4}{x\sqrt[3]{x^2}}$.

Тест: "Случайные события".

Тестируемый: _____ Дата: _____

Задание №1

Вступление к заданию:

Основные правила комбинаторики

Вопрос:

Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные?

Подсказка:

Комбинаторика располагает двумя основными правилами.

Правило сложения. Если некоторый элемент x можно выбрать n_1 способами, а элемент y n_2 способами, то любой из указанных элементов (x или y) можно выбрать

$n_1 + n_2$ способами.

Правило умножения. Если первый элемент x можно выбрать n_1 способами и после каждого такого выбора второй элемент y можно выбрать n_2 способами, то оба элемента в указанном порядке можно выбрать $n_1 \cdot n_2$ способами.

Эти правила распространяются на любое конечное число элементов.

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №2

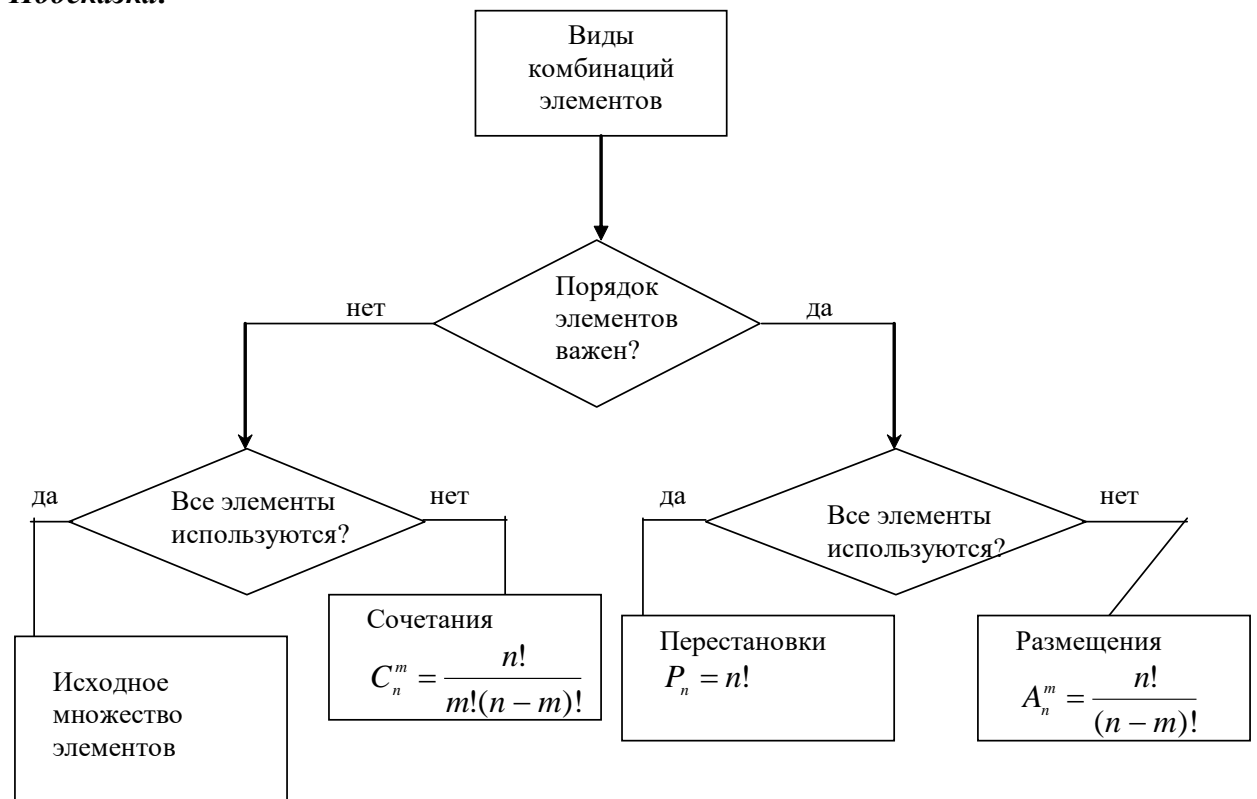
Вступление к заданию:

Основные формулы комбинаторики

Вопрос:

Студенты второго курса изучают 12 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по три предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день?

Подсказка:



Запишите число:

1) Ответ:

Задание №3

Вступление к заданию:

Классическая формула для вычисления вероятности

Вопрос:

Уставший пассажир набирает четырехзначный код камеры хранения на вокзале. Какова вероятность того, что пассажир откроет камеру, если он помнит лишь, что его код не содержит цифр 1, 2, 3?

Подсказка:

Вероятность элементарного события A определяется формулой

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m - число благоприятствующих исходов,
 n - общее число исходов.

Для расчета m и n используют основные формулы комбинаторного анализа:

$P_n = n!$ - число перестановок; $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ - число размещений; $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ - число сочетаний.

Задача. Пять клиентов банка готовы вложить деньги по срочному депозитному договору на срок 1, 2 или 3 года с равными вероятностями. Определить вероятность того, что все клиенты банка вложат деньги по срочному депозитному договору на два года?

Решение. Обозначим событие A , состоящее в том, что все пять клиентов банка заключат депозитный договор на 2 года.

Каждый клиент банка имеет три варианта заключить депозитный договор соответственно на 1, 2 или 3 года. Общее число возможных вариантов заключения договоров для пяти клиентов банка равно $n = 3^5 = 243$. Число вариантов, благоприятствующих событию A , равно $m = 1$. Таким образом, вероятность события A

будет равна $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{243} \approx 0.0041$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	0,3
2)	$\frac{1}{7^4}$
3)	$\frac{1}{A_7^3}$
4)	$\frac{4}{3!}$

Задание №4

Вступление к заданию:

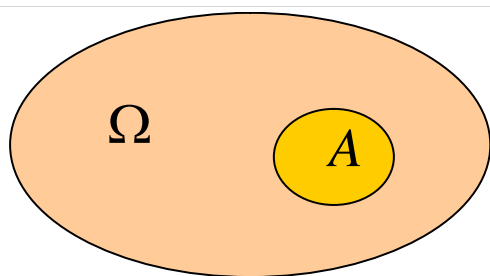
Геометрическое определение вероятности

Вопрос:

На прямолинейном участке газопровода длиной 80 км произошел разрыв. Какова вероятность того, что разрыв удален от обоих концов участка на расстояние, большее 30 км?

Подсказка:

Пусть пространство возможных исходов опыта Ω определяется множеством точек конечной меры (длины, площади, объема). Предположим, что событие A наступает тогда, когда точка оказывается внутри некоторой области A (рис).



Если вероятность попадания точки в область A пропорциональна мере этой области, то вероятность события A определяется формулой

$$P(A) = \frac{mesA}{mes\Omega},$$

где $mesA$ - мера (длина, площадь, объем) области A ; $mes\Omega$ - мера пространства возможных исходов Ω .

Пример. Точка брошена наудачу на отрезок $[0; 2]$. Какова вероятность попадания этой точки на интервал $[0,5; 1,4]$?

Решение. Здесь пространство элементарных исходов весь отрезок $\Omega = [0; 2]$, а множество благоприятствующих исходов $A = [0,5; 1,4]$, при этом длины этих интервалов равны $L(\Omega) = 2$, $l(A) = 0,9$. Поэтому вероятность попадания брошенной точки в

$$P(A) = \frac{l(A)}{L(\Omega)} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

указанный интервал равна

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №5

Вступление к заданию:

Теоремы сложения вероятностей

Вопрос:

Автомобиль снабжен двумя противоугонными приспособлениями - механическим и электрическим. Механическое срабатывает с вероятностью 0,9, а электрическое с вероятностью 0,8. Какова вероятность, что автомобиль не угонят?

Подсказка:

Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Теорема сложения вероятностей совместных событий. Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

- | | |
|----|------|
| 1) | 0,98 |
| 2) | 0,72 |
| 3) | 1,6 |

4)	0,85
Задание №6	
Вступление к заданию: Теоремы умножения	
Вопрос: Вероятность того, что Ибрагим сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,3. Вероятность, что Бектур сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,6. Вероятность, что оба студента станут отличниками, равна	
Подсказка:	
Теорема умножения вероятностей зависимых событий. Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:	
$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$	
Теорема умножения вероятностей для независимых событий. Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:	
$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$	
Выберите один из 4 вариантов ответа:	
1)	0,18
2)	0,018
3)	0,9
4)	0,09

Задание №7	
Вступление к заданию: Вероятность наступления только одного события	
Вопрос: Два снайпера делают по одному выстрелу по мишени. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает шесть раз, второй - девять. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним из выстрелов.	
Подсказка:	
Пример Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому их них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответят:	
а) только первый студент; б) только один из них.	
Решение. Пусть событие $A = \{\text{первый студент правильно ответил на вопрос}\}$, событие $B = \{\text{второй студент правильно ответил на вопрос}\}$.	
а) Событие $C = \{\text{только первый студент правильно ответил на вопрос}\}$ можно представить в виде $C = A\bar{B}$, так как события A и \bar{B} независимы, то	
$P(C) = P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = \frac{20}{25} \frac{10}{25} = 0,32$	

б) Событие $D = \{\text{только один студент правильно ответил на вопрос}\}$ можно представить в виде $D = A\bar{B} + \bar{A}B$, так как события A и B независимы, то

$$P(D) = P(A\bar{B} + \bar{A}B) = P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = \frac{20}{25} \frac{10}{25} + \frac{5}{25} \frac{15}{25} = 0,32 + 0,12 = 0,44$$

Запишите число:

Задание №8

Вступление к заданию:

Вероятность наступления хотя бы одного события

Вопрос:

Вероятность того, что будет продано изобретение мастера, равна 0,8, что изобретение его ученика - 0,6. Какова вероятность того, что к концу дня будет продано хотя бы одно изобретение.

Подсказка:

Пусть события A_1, A_2, \dots, A_n независимы в совокупности, причем $P(A_1) = p_1, P(A_2) = p_2, \dots, P(A_n) = p_n$; пусть в результате испытания могут наступить все события, либо часть из них, либо ни одно из них.

Вероятность наступления события A , состоящего в появлении *хотя бы одного* из событий A_1, A_2, \dots, A_n , независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятности противоположных событий $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_n$:

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n.$$

Пример. Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому их них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответит хотя бы один студент.

Решение.

Пусть событие $A = \{\text{первый студент правильно ответил на вопрос}\}$, событие

$B = \{\text{второй студент правильно ответил на вопрос}\}$.

Событие $C = \{\text{правильно ответил на вопрос хотя бы один студент}\}$. Найдем

вероятность события \bar{C} противоположного событию C . Очевидно, что

$\bar{C} = \bar{A} + \bar{B} = \bar{A}\bar{B} = \{\text{оба студента не верно ответили на вопрос}\}$. Так как события

\bar{A} и \bar{B} независимы, то $P(\bar{C}) = P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = \frac{5}{25} \frac{10}{25} = 0,08$. Следовательно,

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - 0,08 = 0,92$$

Запишите число:

1) Ответ:

Задание №9

Вступление к заданию:

Формула полной вероятности и формула Байеса

Вопрос:

Медвежонок Вини - Пух каждое утро ходит в гости к одному из своих друзей: поросенку Пятачку, ослику Иа или Кролику, которые угощают его медом с вероятностью 0,8, 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность того, что в ближайшую пятницу Вини - Пух попробует мед, если решение о том, к кому пойти в гости, медвежонок принимает случайным образом?

Подсказка:

Если событие A в некотором испытании может произойти лишь с одной из гипотез H_i , $i = 1, 2, \dots, n$, то безусловная вероятность наступления события A в этом испытании

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)$$

определяется **по формуле полной вероятности**

Если известно, что событие A уже произошло, то вероятность того, что оно произошло

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)}$$

совместно с гипотезой H_i , определяется **по формуле Байеса**

Пример. Для подготовки к установленному сроку бухгалтерской отчетности предприятия к выполнению этой работы могут быть привлечены один, два или три работника.

Вероятности этих событий соответственно равны 0,5, 0,3 и 0,2. Вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок при привлечении одного работника равна 0,3, при привлечении двух работников - 0,6, при привлечении трех работников - 0,95.

- 1) Определить вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок.
- 2) Известно, что бухгалтерская отчетность была подготовлена к установленному сроку. Какое предположение о количестве привлеченных работников наиболее вероятно?

Решение. Обозначим через событие A событие, состоящее в подготовке бухгалтерской отчетности в установленный срок. Выдвинем гипотезы:

$H_1 = \{\text{Привлечен один работник}\},$

$H_2 = \{\text{Привлечено два работника}\},$

$H_3 = \{\text{Привлечено три работника}\}.$

По условию $P(H_1) = 0,5$, $P(H_2) = 0,3$, $P(H_3) = 0,2$.

Видно, что гипотезы образуют полную группу событий:

$$\sum_{i=1}^3 P(H_i) = 0,5 + 0,3 + 0,2 = 1$$

Событие A зависит от гипотез H_i , и по условию задачи условные вероятности наступления события A при соответствующих гипотезах равны:

$$P_{H_1}(A) = 0,3, \quad P_{H_2}(A) = 0,6, \quad P_{H_3}(A) = 0,95$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)$$

1) В соответствии с формулой полной вероятности для безусловной вероятности наступления события A получим:

$$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(H_i)P_{H_i}(A) = 0,5 * 0,3 + 0,3 * 0,6 + 0,2 * 0,95 = 0,52$$

2) Так как отчетность была подготовлена к сроку, по условию задачи понятно, что для

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)}$$

ее решения необходимо использовать формулу Байеса

Для ответа на сформулированный в задаче вопрос определим условные вероятности $P_A(H_i)$:

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1)P_{H_1}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)} = \frac{0,5 * 0,3}{0,52} \approx 0,288$$

$$P_A(H_2) = \frac{P(H_2)P_{H_2}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)} = \frac{0,3 * 0,6}{0,52} \approx 0,346$$

$$P_A(H_3) = \frac{P(H_3)P_{H_3}(A)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P_{H_i}(A)} = \frac{0,2 * 0,95}{0,52} \approx 0,365$$

Из сравнения полученных значений условных вероятностей делаем вывод, что наиболее вероятным числом привлеченных работников, является число 3.

Запишите число:

1)	Ответ:	
----	--------	--

Задание №10

Вступление к заданию:

Схема повторных опытов. Формула Бернулли.

Вопрос:

Вероятность того, что расход электроэнергии в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p=0,75$. Найти вероятность того, что в ближайшие 4 суток расход электроэнергии в течение 2 суток не превысит нормы.

Подсказка:

Вероятность того, что в n независимых повторных испытаниях с постоянной вероятностью p «успеха» в каждом испытании, событие A наступит ровно k раз вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

Вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит: а) менее s раз; б) более s

раз; в) не менее s раз; г) не более s раз, находят соответственно по формулам:

- а) $P_n(k < s) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(s-1)$;
- б) $P_n(k > s) = P_n(s+1) + P_n(s+2) + \dots + P_n(n)$;
- в) $P_n(k \geq s) = P_n(s) + P_n(s+1) + P_n(s+2) + \dots + P_n(n)$;
- г) $P_n(k \leq s) = P_n(0) + P_n(1) + \dots + P_n(s)$.

Число появлений события A в n независимых повторных испытаниях, имеющих самую наибольшую вероятность, называется наиболее вероятным числом и обозначается k_0 . Наиболее вероятное число k_0 определяют из двойного неравенства $np - q \leq k_0 \leq np + p$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)	27/128
2)	128/27
3)	9/256
4)	27/256

1 СЕМЕСТР
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 1 Дисциплина Математический анализ

Билет № 1

1. Матрицы. Виды матриц
2. Функция: определение, способы задания, область определения, четность, нечетность.
3. Найти матрицу $C = A^T - 3B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.
4. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?
5. Установить, какая линия определяется уравнением $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$. Построить ее.
6. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)}{x^2 - 5x + 6}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{4x} - 1}$.

2 СЕМЕСТР
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 1 Семестр 2 Дисциплина Высшая математика

Билет № 1

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла, его геометрический и физический смыслы.
2. Частные производные
3. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{x^{7^x} - 8 + 4x \cos x}{x} dx$.
4. Найти производную функции $y = (\cos x)^{5e^x}$.
5. Исследовать на экстремум функцию $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 40$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4$, $y = 5$.
7. Вычислить интеграл $\iint_D y dx dy$, где область D ограничена линиями: $x - y = 4$, $x = 0$, $y = 0$.

3 СЕМЕСТР
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 2 Семестр 3 Дисциплина Высшая математика

Билет № 1

1. Признак Даламбера.
2. Дифференциальные уравнения допускающие понижение порядка
3. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{2n}$.

4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x-1)^n}{2^{n+1}}$.
5. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}(M) = (x-z)\vec{i} - y\vec{j} + (y+z)\vec{k}$.
6. Найти общее решение дифференциального уравнения $\frac{dx}{3y^2+1} + \frac{dy}{2x-1} = 0$
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y = 3\sin 5x + 2\cos 5x$

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка промежуточной аттестации:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

баллы	Критерии
8-10	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, усвоил методы математического анализа проведения исследований и анализа их результатов
5-7	понимает содержание основных методов математического анализа, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем
1-3	допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов математического анализа

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

баллы	Критерии
20-16	владеет математическими методами, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять математические методы, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)

Шкала оценивания типовых расчетов

Критерии оценивания	баллы
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	0-0,35*max балл
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	0,36*max балл -0,59*max балл
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные	0,59*max балл -0,84*max балл
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	0,85*max балл-max балл

Шкала оценивания контрольных работ и контрольно-обучающих программ тестирования

Критерии оценивания	баллы
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	0-0,35*max балл
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	0,36*max балл -0,59*max балл
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	0,59*max балл -0,84*max балл
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	0,85*max балл-max балл

Здесь max балл – максимальные баллы, предусмотренные по данному виду работ (см. технологическую карту дисциплины)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.

Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.

Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.

Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.

При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы. Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.

За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.

Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом

практическом занятии студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты. Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине проводится в виде контрольной работы. Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4.

До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.

Контрольные работы проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.

В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.

Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

На промежуточном контроле студент должен ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания.

Оценка промежуточного контроля:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образцы билетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 7.

Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Зачтено (отлично)
70 – 84	Зачтено (хорошо)
60 – 69	Зачтено (удовлетворительно)
0 – 59	Незачтено (неудовлетворительно)