МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,

МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

дисциплины (модуля)

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Закреплена за	**Высшей математики**
Учебный план	21050551_19_456фпгнп г.plx Специальность 21.05.05 - РФ, 630004 - КР Физические процессы горного или нефтегазового производства. Специализация №1 "Физические процессы горного производства"
Квалификация	**бакалавр**
Форма обучения	**очная**
Общая трудоемкость	**4 ЗЕТ**

Виды контроля в семестрах:

Экзамен 5

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания
Контрольные вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ **4-семестр- Экзамен** Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ 1. Погрешности вычислений 2. Оценка погрешностей результатов вычисления значений функций. 3. Вычислительные задачи, методы и алгоритмы 4. Интерполяционный многочлен Лагранжа 5. Интерполяционный многочлен Ньютона 6. Среднеквадратичное приближение (метод наименьших квадратов). 7. Вычислительная схема Эйткена 8. Метод LU-разложения 9. Метод простых итераций решения систем линейных уравнений 10. Метод Зейделя 11. Уравнения с одним неизвестным (метод деления пополам) 12. Уравнения с одним неизвестным (метод хорд) 13. Уравнения с одним неизвестным (метод касательных). 14. Уравнения с одним неизвестным (метод простых итераций). 15. Квадратурные формулы с равноотстоящими узлами 16. Численное интегрирование (формулы трапеций, Симпсона). 17. Выбор шага интегрирования 18. Численное интегрирование ОДУ. Задача Коши (метод Эйлера; схема предиктор-корректор). 19. Усовершенствованный метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. 20. Численное интегрирование ОДУ. Задача Коши (методы Рунге-Кутта). 21. Численное интегрирование ОДУ. Краевые задачи (разностный метод) 22. Численное интегрирование ОДУ. Краевые задачи (метод прогонки) 23. Численное интегрирование ОДУ. Задача Коши (метод Адамса). 24. Численное интегрирование ОДУ (методы взвешенных невязок – подобластей, коллокаций). 25. Численное решение систем линейных уравнений (метод прогонки). 26. Метод уточнения и оценки погрешности Рунге. 27. Явные и неявные схемы. Свойства разностных схем для дифференциальных уравнений. Устойчивость. Сходимость. **Образцы заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в приложениях 1 и 2.**
5.2. Темы курсовых работ (проектов)
Курсовые работы учебным планом не предусмотрены

5.3. Фонд оценочных средств
Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Вычислительная математика» представляет собой комплект контрольно-измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам. В 5 семестре: Типовые расчеты №1, №2, №3, №4 в количестве 10 вариантов, на усмотрение преподавателя контрольные работы № 1, 2, 3, 4 (10 вариантов) или компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования (КОПТ) № 1, 2, 3, 4 по разделам "Теория погрешностей и приближение функций», «Численное решение систем алгебраических уравнений и нелинейных уравнений», "Численное интегрирование", "Приближенное решение ОДУ и уравнений в частных производных". Варианты типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3, контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4, Билеты для проведения итогового контроля в 5 семестре (экзамен) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образцы билетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 5

ПРИЛОЖЕНИЕ №1.

Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1.Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа, если оно имеет только верные цифры в узком смысле: 0,57892;

2.Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа, если оно имеет только верные цифры в широком смысле: 68,889;

3.Определить, какое приближенное равенство более точно: $\frac{25}{7} = 3,57$ или $\sqrt{28} = 5,29$.

4.Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки в узком смысле: $27,1745: \ \Delta = 0,00025.$

5.Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки в широком смысле: $9,8015: \ \delta = 0,8\%.$

6.Пользуясь интерполяционной формулой Лагранжа, составить уравнение прямой, проходящей через точки $P_0(1;3)$ и $P_1(4;-1)$.

7.Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным

i	0	1	2
x	-1	0	2
y	1	-1	1

8.Построить интерполяционный многочлен Ньютона с разделенными разностями

i	0	1	2
x	-2	0	1
y	2	-1	1

9.Построить интерполяционный многочлен Ньютона с конечными разностями

i	0	1	2
x	-1	0	1
y	1	-1	2

10. Вычислить по схеме Эйткена приближенное значение функции, заданной таблично, при значении аргумента x=0:

i	0	1	2
x	-1	1	2
y	2	0	1

11. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента и без выбора главного элемента
$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 = 7 \\ 7x_1 - x_2 = -8 \end{cases}$$
12. Представить матрицу в виде L-U разложения:
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$
13. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом L-U разложения
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = -3 \end{cases}$$
14. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом простых итераций:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$$
15. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом Зейделя:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$$
16. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом релаксации:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - 4x_2 = 5 \end{cases}$$
17. Отделить корни уравнения графически: $tg 2x - 3x = 0$.
18. Отделить корни уравнения графически: $x - 2e^{-x} = 0$.
19. Отделить корни уравнения графически: $\ln x + (x+1)^3 = 0$.
20. Отделить корни уравнения графически: $1{,}8x^2 - \cos 10x = 0$.
21. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом бисекций:
$x^3 - x - 2 = 0$;
22. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом хорд:
$x^3 + x + 3 = 0$;
23. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом Ньютона:
$x^3 + x + 5 = 0$;
24. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом простых итераций:
$x^3 - x - 3 = 0$;
25. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом бисекций:
$x^3 + x^2 - 2 = 0$;
26. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом хорд:
$x^3 - x^2 + 3 = 0$;

27. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом Ньютона:
$x^3 + x^2 - 4 = 0$;
28. Выполнить 2 шага уточнения решения уравнения методом простых итераций:
$x^3 - x^2 + 5 = 0$;
29. Для данной функции построить правую, левую и центральную первые разностные производные на интервале [-2;2] с шагом 1:
$y = 3x^3 + x^2 - 2$
30. Для данной функции построить вторые разностные производные на интервале [-2;2] с шагом 1:
$y = 3x^3 + x^2 - 2$
31. Найти два последовательных приближения решения уравнения $y' = x^2 + y^2$ с начальным условием y(0)=0.
32. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,5
$$y' = y - \frac{2x}{y};$$

ПРИЛОЖЕНИЕ №2

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ОБУЧЕННОСТИ ВЛАДЕТЬ

5 СЕМЕСТР

1. Найти абсолютную погрешность приближенного вычисления значения функции $z = \dfrac{xy}{y-x}$ при заданных значениях аргументов

x	$1,258 \pm 0,001$
y	$10,45 \pm 0,05$

2. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	-1	0	2	3
y	1	-1	1	2

3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона с разделенными разностями и вычислить значение при x=-1

i	0	1	2	3
x	-2	0	1	2
y	2	-1	1	3

4. Построить интерполяционный многочлен Ньютона с конечными разностями и вычислить значение при x=0,5

i	0	1	2	3
x	-1	0	1	2
y	1	-1	2	3

5. Вычислить по схеме Эйткена приближенное значение функции, заданной таблично, при значении аргумента x=0:

i	0	1	2	3
x	-1	1	2	3

y	2	0	1	2

6. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента и без выбора главного элемента

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

7. Представить матрицу в виде L-U разложения:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

8. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом L-U разложения

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

9. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом простых итераций:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

10. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом Зейделя:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

11. Выполнить 2 шага уточнения решения системы уравнений методом релаксации:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

12. Вычислить первые две пары прогоночных коэффициентов в методе прямой прогонки:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

13. Вычислить первые две пары прогоночных коэффициентов в методе прямой прогонки:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

14. Вычислить число обусловленности по первой норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

15. Вычислить число обусловленности по второй норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

16. Вычислить число обусловленности по евклидовой норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

17. Вычислить число обусловленности по бесконечной норме матрицы:

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}.$$

18. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом бисекций:

$$\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}x + 2 = 0;$$

19. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом хорд:

$$\sqrt{x+1} - \frac{1}{2}x + 3 = 0;$$

20. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом Ньютона:

$$\sqrt{x+1} - 2x + 4 = 0;$$

21. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом простых итераций:

$$\sqrt{x+1} - 2x + 5 = 0;$$

22. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом

бисекций:

$x^3+2x^2+x-2=0$;

23. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом хорд:

$x^3-x^2+x+3=0$;

24. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом Ньютона:

$x^3+x^2+2x-4=0$;

25. Выполнить 2 шага уточнения одного корня уравнения методом простых итераций:

$x^3-x^2-x+5=0$;

26. Привести уравнение $x^3-3x+1=0$ к виду, пригодному для решения методом простой итерации на интервале [0,8; 2].

27. Привести уравнение $\ln x-\frac{1}{x^2}=0$ к виду, пригодному для решения методом простой итерации на интервале [1,4; 1,7].

28. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием y(0)=1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y'=y-\frac{2x}{y};$$

29. Методом Рунге-Кутты найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;0,5] в первых двух узлах сетки с шагом *h*=0,1

$y'=\frac{1}{4}y^2+x^2$;

30. Составить систему конечно-разностных уравнений для краевой задачи $y''-2xy'-2y=-4x;\quad y(0)-y'(0)=0;\quad y(1)=1+e$ при *h*=0,1.

31. Составить систему конечно-разностных уравнений для краевой задачи $y''+xy+y=x+1;\quad y(0,5)+2y'(0,5)=1;\quad y'(0,8)=1,2$ при *h*=0,1.

ПРИЛОЖЕНИЕ №3

ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

5 СЕМЕСТР

Типовой расчет №1

1.1.

1), 2) Вычислить и определить погрешности результата;

3) Вычислить пользуясь правилами подсчета цифр.

№ 1. 1) $X = \dfrac{ab}{\sqrt[3]{c}}$

	а	б	в
a	3,85 (±0,01)	4,16 (±0,005)	7,27 (±0,01)
b	2,0435 (±0,0004)	12,163 (±0,002)	5,205 (±0,002)
c	962,6 (±0,1)	55,18 (±0,01)	87,32 (±0,03)

2) $X = \left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$

	а	б	в
a	4,3 (±0,05)	5,2 (±0,04)	2,13 (±0,01)
b	17,21 (±0,02)	15,32 (±0,01)	22,16 (±0,03)
c	8,2 (±0,05)	7,5 (±0,05)	6,3 (±0,04)
m	12,417 (±0,003)	21,823 (±0,002)	16,825 (±0,004)
n	8,37 (±0,005)	7,56 (±0,003)	8,13 (±0,002)

3) $S = \dfrac{h^2}{18} : \dfrac{a^2+4ab+b^2}{(a+b)^2}$

	а	б	в
a	1,141	2,234	5,813
b	3,156	4,518	1,315
h	1,14	4,48	2,56

№ 2. 1) $X = \dfrac{\sqrt{a}\cdot b}{c}$

	а	б	в
a	228,6 (±0,06)	315,6 (±0,05)	186,7 (±0,04)
b	86,4 (±0,02)	72,5 (±0,03)	66,6 (±0,02)
c	68,7 (±0,05)	53,8 (±0,04)	72,3 (±0,03)

2) $X = \dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$

	а	б	в
a	13,5 (±0,02)	18,5 (±0,03)	11,8 (±0,02)
b	3,7 (±0,02)	5,6 (±0,02)	7,4 (±0,03)
m	4,22 (±0,004)	3,42 (±0,003)	5,82 (±0,005)
c	34,5 (±0,02)	26,3 (±0,01)	26,7 (±0,03)
d	23,725 (±0,005)	14,782 (±0,006)	11,234 (±0,004)

3) $M = \dfrac{(a+b)h^3}{4} + \dfrac{(a+b)h}{12}$

	а	б	в
a	8,53	6,44	9,05
b	6,271	5,323	3,244
h	12,48	15,44	20,18

№ 3. 1) $X = \dfrac{\sqrt{ab}}{c}$

	а	б	в
a	3,845 (±0,004)	4,632 (±0,003)	[illegible],312 (±0,004)
b	16,2 (±0,05)	23,3 (±0,04)	18,4 (±0,03)
c	10,8 (±0,1)	11,3 (±0,06)	20,2 (±0,08)

2) $X = \dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$

	а	б	в
a	2,754 (±0,001)	3,236 (±0,002)	4,523 (±0,003)
b	11,7 (±0,04)	15,8 (±0,03)	10,8 (±0,02)
m	0,56 (±0,005)	0,64 (±0,004)	0,85 (±0,003)
c	10,536 (±0,002)	12,415 (±0,003)	9,318 (±0,002)
d	6,32 (±0,008)	7,18 (±0,006)	4,17 (±0,004)

3) $N = \dfrac{(a+b)^2}{2h} + \dfrac{(a^2+b^2)h}{5}$

	а	б	в
a	0,562	0,834	0,445
b	0,2518	0,3523	0,4834
h	0,68	0,74	0,87

№ 4. 1) $X=\dfrac{a^2b}{c}$

	а	б	в
a	3,456 (±0,002)	1,245 (±0,001)	0,327 (±0,005)
b	0,642 (±0,0005)	0,121 (±0,0002)	3,147 (±0,0001)
c	7,12 (±0,004)	2,34 (±0,003)	1,78 (±0,001)

2) $X=\dfrac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$

	а	б	в
a	23,16 (±0,02)	17,41 (±0,01)	32,37 (±0,03)
b	8,23 (±0,005)	1,27 (±0,002)	2,35 (±0,001)
c	145,5 (±0,08)	342,3 (±0,04)	128,7 (±0,02)
d	28,6 (±0,1)	11,7 (±0,1)	27,3 (±0,04)
m	0,28 (±0,006)	0,71 (±0,003)	0,93 (±0,001)

3) $V=\dfrac{h}{3}\cdot S\left(1+\dfrac{a}{A}+\dfrac{a^2}{A^2}\right)$

	а	б	в
a	8,51	5,71	7,28
A	23,42	32,17	11,71
S	45,8	51,7	21,8
h	3,81	2,42	5,31

№ 5. 1) $X=\dfrac{ab^3}{c}$

	а	б	в
a	0,643 (±0,0005)	0,142 (±0,0003)	0,258 (±0,0002)
b	2,17 (±0,002)	1,71 (±0,002)	3,45 (±0,001)
c	5,843 (±0,001)	3,727 (±0,001)	7,221 (±0,003)

2) $X=\dfrac{(a-b)c}{\sqrt{m+n}}$

	а	б	в
a	27,16 (±0,006)	15,71 (±0,005)	12,31 (±0,004)
b	5,03 (±0,01)	3,28 (±0,02)	1,73 (±0,03)
c	3,6 (±0,02)	7,2 (±0,01)	3,7 (±0,02)
m	12,375 (±0,004)	13,752 (±0,001)	17,428 (±0,003)
n	86,2 (±0,05)	33,7 (±0,03)	41,7 (±0,01)

3) $S=\frac{h^2}{18}\cdot\frac{a^2+4ab+b^2}{(a+b)^2}$

	а	б	в
h	21,1	17,8	32,5
a	22,08	32,47	27,51
b	31,11	11,42	21,78

№ 6. 1) $X=\frac{ab}{c^2}$

	а	б	в
a	0,3575 ($\pm$0,0002)	0,1756 ($\pm$0,0001)	0,2731 ($\pm$0,0003)
b	2,63 ($\pm$0,01)	3,71 ($\pm$0,03)	5,12 ($\pm$0,02)
c	0,854 ($\pm$0,0005)	0,285 ($\pm$0,0002)	0,374 ($\pm$0,0001)

2) $X=\frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$

	а	б	в
a	16,342 ($\pm$0,001)	12,751 ($\pm$0,001)	31,456 ($\pm$0,002)
b	2,5 ($\pm$0,03)	3,7 ($\pm$0,02)	7,3 ($\pm$0,01)
c	38,17 ($\pm$0,002)	23,76 ($\pm$0,003)	33,28 ($\pm$0,003)
d	9,14 ($\pm$0,005)	8,12 ($\pm$0,004)	6,71 ($\pm$0,001)
m	3,6 ($\pm$0,04)	1,7 ($\pm$0,01)	5,8 ($\pm$0,02)

3) $V=\frac{1}{6}\pi h(3a^2+h^2)$

	а	б	в
a	2,456	7,751	5,441
h	1,76	3,35	6,17

№ 7. 1) $V=\frac{\pi^2}{4}Dd^2$

	а	б	в
π	3,14	3,14	3,14
D	54 ($\pm$0,5)	72 ($\pm$0,3)	31 ($\pm$0,01)
d	8,235 ($\pm$0,001)	3,274 ($\pm$0,002)	7,345 ($\pm$0,001)

2) $S=\frac{1}{64}\pi\sqrt{D^4-d^4}$

	а	б	в
D	36,5 (±0,1)	41,4 (±0,2)	52,6 (±0,01)
d	26,35 (±0,005)	31,75 (±0,003)	48,39 (±0,001)
π	3,14	3,14	3,14

3) $a=c^2\left(1+\frac{2\beta}{c}+\frac{\gamma^2}{c^2}\right)$

	а	б	в
c	2,435	7,834	4,539
β	0,15	0,21	0,34
γ	1,27	3,71	5,93

№ 8. 1) $Y=\frac{m^2n}{c^3}$

	а	б	в
m	1,6531 (±0,0003)	2,348 (±0,002)	3,804 (±0,003)
n	3,78 (±0,002)	4,37 (±0,004)	4,05 (±0,003)
c	0,158 (±0,0005)	0,235 (±0,0003)	0,318 (±0,0002)

2) $X=\frac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$

	а	б	в
a	9,542 (±0,001)	8,357 (±0,003)	4,218 (±0,001)
b	3,128 (±0,002)	2,48 (±0,004)	1,57 (±0,006)
m	2,8 (±0,03)	3,17 (±0,01)	2,32 (±0,02)
c	0,172 (±0,001)	1,315 (±0,0004)	2,418 (±0,004)
d	5,4 (±0,02)	2,4 (±0,02)	1,8 (±0,01)

3) $V=\frac{1}{15}\pi h(2D^2+Dd+0{,}75d^2)$

	а	б	в
h	84,2	76	45
D	28,3	17,2	48,3
d	42,08	9,344	32,14

№ 9. 1) $X=\sqrt{\frac{cd}{b}}$

	а	б	в
c	0,7568 (±0,0002)	0,8345 (±0,0004)	0,6384 (±0,0002)
d	21,7 (±0,02)	13,8 (±0,03)	32,7 (±0,04)
b	2,65 (±0,01)	1,84 (±0,006)	4,88 (±0,03)

2) $y=\dfrac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$

	а	б	в
a	10,82 (±0,03)	9,37 (±0,004)	11,45 (±0,01)
b	2,786 (±0,0006)	3,108 (±0,0003)	4,431 (±0,002)
m	0,28 (±0,006)	0,46 (±0,002)	0,75 (±0,003)
n	14,7 (±0,06)	15,2 (±0,04)	16,7 (±0,05)

3) $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p=(a+b+c)/2$

	а	б	в
a	46,3	10,5	2,48
b	29,72	34,18	5,344
c	37,654	27,327	6,0218

№ 10. 1) $f=\dfrac{Qe^3}{48E}$

	а	б	в
Q	54,8 (±0,02)	38,5 (±0,01)	17,3 (±0,0[illegible])
e	2,45 (±0,01)	3,35 (±0,02)	5,73 (±0,01)
E	0,863 (±0,004)	0,734 (±0,001)	0,956 (±0,004)

2) $Q=\dfrac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$

	а	б	в
n	2,0435 (±0,0001)	1,1753 (±0,0002)	4,5681 (±0,0001)
x	4,2 (±0,05)	5,8 (±0,01)	6,3 (±0,02)
y	0,82 (±0,01)	0,65 (±0,02)	0,42 (±0,03)

3) $\gamma=\dfrac{\alpha b-\beta a}{b^2}-\dfrac{\beta(ab-\beta a)}{b^2(b+\beta)}$

	а	б	в
α	5,27	7,31	3,28
β	0,0562	0,0761	0,0545
a	158,35	234,36	341,17
b	61,21	81,26	52,34

1.2

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана: 1) в неравноотстоящих узлах таблицы; 2) в равноотстоящих узлах таблицы;

Варианты к заданию 1)

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
0,43	1,63597	1	0.702
0,48	1,73234	7	0.512
0,55	1,87686	13	0.645
0,62	2,03345	19	0.736
0,70	2,22846	25	0.608
0,75	2,35973		

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
0,02	1,02316	2	0.102
0,08	1,09590	8	0,114
0,12	1,14725	14	0.125
0,17	1,21483	20	0.203
0,23	1,30120	26	0.154
0,30	1,40976		

Таблица 3

x	y	№ варианта	x
0,35	2,73951	3	0.526
0,41	2,30080	9	0.453
0,47	1,96864	15	0.482
0,51	1,78776	21	0.552
0,56	1,59502	27	0.436
0,64	1,34310		

Таблица 4

x	y	№ варианта	x
0.41	2,57418	4	0,616
0.46	2,32513	10	0,478
0.52	2,09336	16	0,665
0.60	1,86203	22	0,537
0.65	1,74926	28	0,673
0,72	1,62098		

Таблица 5

x	y	№ варианта	x
0,68	0,80866	5	0,896
0,73	0,89492	11	0,812
0,80	1,02964	17	0,774
0,88	1,20966	23	0,955
0,93	1,34087	29	0,715
0,99	1,52368		

Таблица 6

x	y	№ варианта	x
0,11	9,05421	6	0,314
0,15	6,61659	12	0,235
0,21	4,69170	18	0,332
0,29	3,35106	24	0,275
0,35	2,73951	30	0,186
0,40	2,36522		

Варианты к заданию 2)

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
1,375	5,04192	1	1,3832
1,380	5,17744	7	1,3926
1,385	5,32016	13	1,3862
1,390	5,47069	19	1,3934
1,395	5,62968	25	1,3866
1,400	5,79788		

Таблица 2

x	y	№ варианта	x
0,115	8,65729	2	0,1264
0,120	8,29329	8	0,1315
0,125	7,95829	14	0,1232
0,130	7,64893	20	0,1334
0,135	7,36235	26	0,1285
0,140	7,09613		

Таблица 3

x	y	№ варианта	x
0,150	6,61659	3	0,1521
0,155	6,39989	9	0,1611
0,160	6,19658	15	0,1662
0,165	6,00551	21	0,1542
0,170	5,82558	27	0,1625
0,175	5,65583		

Таблица 4

x	y	№ варианта	x
0,180	5,61543	4	0,1838
0,185	5,46693	10	0,1875
0,190	5,32634	16	0,1944
0,195	5,19304	22	0,1976
0,200	5,06649	28	0,2038
0,205	4,94619		

Таблица 5

x	y	№ варианта	x
0,210	4,83170	5	0,2121
0,215	4,72261	11	0,2165
0,220	4,61855	17	0,2232
0,225	4,51919	23	0,2263
0,230	4,42422	29	0,2244
0,235	4,33337		

Таблица 6

x	y	№ варианта	x
1,415	0,888551	6	1,4179
1,420	0,889599	12	1,4258
1,425	0,890637	18	1,4396
1,430	0,891667	24	1,4236
1,435	0,892687	30	1,4315
1,440	0,893698		

1.3

Вычислить приближенное значение функции, заданной таблично, по схеме Эйткена при заданном значении аргумента;

Таблица 1

x	y	№ варианта	x
0,2050	0,207921	1	0,2054
0,2052	0,208130	7	0,2063
0,2060	0,208964	13	0,2072
0,2065	0,209486	19	0,2079
0,2069	0,209904	25	0,2088
0,2075	0,210530		
0,2085	0,211575		
0,2090	0,212097		
0,2096	0,212724		
0,2100	0,213142		

Таблица 2

x	y	№ варианта	x
0,8902	1,23510	2	0,8942
0,8909	1,23687	8	0,8973
0,8919	1,23941	14	0,8958
0,8940	1,24475	20	0,8948
0,8944	1,24577	26	0,8934
0,8955	1,24858		
0,8965	1,25114		
0,8975	1,25371		
0,9010	1,26275		
0,9026	1,26691		

Таблица 3

x	y
0,6100	1.83781
0,6104	1.83686
0,6118	1,83354
0,6139	1.82860
0,6145	1,82720
0.6158	1.82416
0.6167	1.82207
0,6185	1.81791
0,6200	1.81446
0,6225	1.80876

№ варианта	x
3	0.6111
9	0.6124
15	0.6142
21	0.6163
27	0.6192

Таблица 4

x	y
0.5400	1.66825
0.5405	1.66636
0.5410	1.66448
0.5420	1.66071
0.5429	1.65734
0.5440	1.65322
0.5449	1.64987
0.5455	1.64764
0.5465	1.64393
0.5473	1.64097

№ варианта	x
4	0.5415
10	0.5424
16	0.5436
22	0.5452
28	0.5461

Таблица 5

x	y
0,62	0.537944
0,67	0.511709
0,74	0,477114
0,80	0.449329
0,87	0.418952
0,96	0.382893
0,99	0.371577

№ варианта	x
5	0,846
11	0.864
17	0.683
23	0.785
29	0,866

Таблица 6

x	y
1.03	2.80107
1.08	2.94468
1.16	3.18993
1.23	3.42123
1.26	3,52542
1.33	3.78104
1.39	4.01485

№ варианта	x
6	1.277
12	1.118
18	1.204
24	1.255
30	1.282

1.4

Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона найти приближенное значение функции при данном значении аргумента.

Таблица 1

x	y
1.415	0.888551
1.420	0,889599
1.425	0,890637
1.430	0,891667
1.435	0,892687
1.440	0,893698
1.445	0,894700
1,450	0.895693
1.455	0.896677
1.460	0,897653
1.465	0,898619

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
1	1,4161	1.4625	1,4135	1.470
11	1,4179	1.4633	1,4124	1,4655
21	1.4263	1.4575	1,410	1,4662

Таблица 2

x	y
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,33660
0,131	1,35207
0,136	1,36773
0,141	1,38357
0,146	1,39959
0,151	1,41579

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
2	0,1026	0,1440	0,099	0,161
12	0,1035	0,1492	0,096	0,153
22	0,1074	0,1485	0,1006	0,156

Таблица 3

x	y
0,15	0,860708
0,20	0,818731
0,25	0,778801
0,30	0,740818
0,35	0,704688
0,40	0,670320
0,45	0,637628
0,50	0,606531
0,55	0,576950
0,60	0,548812
0,65	0,522046
0,70	0,496585
0,75	0,4722367

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
3	0,1511	0,7250	0,1430	0,80
13	0,1535	0,7333	0,100	0,7540
23	0,1525	0,6730	0,1455	0,85

Таблица 4

x	y
0,180	5,61543
0,185	5,46693
0,190	5,32634
0,195	5,19304
0,200	5,06649
0,205	4,94619
0,210	4,83170
0,215	4,72261
0,220	4,61855
0,225	4,51919
0,230	4,42422
0,235	4,33337

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
4	0,1817	0,2275	0,175	0,2375
14	0,1827	0,2292	0,1776	0,240
24	0,1873	0,2326	0,1783	0,245

Таблица 5

x	y
3,50	33,1154
3,55	34,8133
3,60	36,5982
3,65	38,4747
3,70	40,4473
3,75	42,5211
3,80	44,7012
3,85	46,9931
3,90	49,4024
3,95	51,9354
4,00	54,5982
4,05	57,3975
4,10	60,3403
4,15	63,4340
4,20	66,6863

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
5	3,522	4,176	3,475	4,25
15	3,543	4,184	3,488	4,30
25	3,575	4,142	3,45	4,204

Таблица 6

x	y
0,115	8,65729
0,120	8,29329
0,125	7,95829
0,130	7,64893
0,135	7,36235
0,140	7,09613
0,145	6,84815
0,150	6,61659
0,155	6,39986
0,160	6,19658
0,165	6,00551
0,170	5,82558
0,175	5,65583
0,180	5,49543

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
6	0,1217	0,1736	0,1141	0,185
16	0,1168	0,1745	0,110	0,1825
26	0,1175	0,1773	0,1134	0,190

Таблица 7

x	y
1,340	4,25562
1,345	4,35325
1,350	4,45522
1,355	4,56184
1,360	4,67344
1,365	4,79038
1,370	4,91306
1,375	5,04192
1,380	5,17744
1,385	5,32016
1,390	5,47069
1,395	5,62968

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
7	1,3617	1,3921	1,3359	1,400
17	1,3463	1,3868	1,335	1,3990
27	1,3432	1,3936	1,3365	1,3975

Таблица 8

x	y
0,01	0,991824
0,06	0,951935
0,11	0,913650
0,16	0,876905
0,21	0,841638
0,26	0,807789
0,31	0,775301
0,36	0,744120
0,41	0,714193
0,46	0,685470
0,51	0,657902
0,56	0,631442

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
8	0,027	0,525	0,008	0,61
18	0,1243	0,492	0,0094	0,66
28	0,083	0,5454	0,0075	0,573

Таблица 9

x	y
0,15	4,4817
0,16	4,9530
0,17	5,4739
0,18	6,0496
0,19	6,6859
0,20	7,3891
0,21	8,1662
0,22	9,0250
0,23	9,9742
0,24	11,0232
0,25	12,1825
0,26	13,4637

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
9	0,1539	0,2569	0,14	0,2665
19	0,1732	0,2444	0,1415	0,27
29	0,1648	0,2550	0,1387	0,28

Таблица 10

x	y
0,45	20,1946
0,46	19,6133
0,47	18,9425
0,48	18,1746
0,49	17,3010
0,50	16,3123
0,51	15,1984
0,52	13,9484
0,53	12,5508
0,54	10,9937
0,55	9,2647
0,56	7,3510

№ варианта	Значения аргумента			
	x_1	x_2	x_3	x_4
10	0,455	0,5575	0,44	0,5674
20	0,4732	0,5568	0,445	0,57
30	0,4675	0,5511	0,4423	0,58

Типовой расчет №2

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них

а) методом хорд;

б) методом касательных;

в) методом простых итераций

с точностью до 0,001.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них

а) методом хорд;

б) методом касательных;

в) методом простых итераций

с точностью до 0,001.

Варианты заданий

№ 1. 1) $x-\sin x=0{,}25$; 2) $x^3-3x^2+9x-8=0$.

№ 2. 1) $\mathrm{tg}(0{,}58x+0{,}1)=x^2$; 2) $x^3-6x-8=0$.

№ 3. 1) $\sqrt{x}-\cos(0{,}387x)=0$; 2) $x^3-3x^2+6x+3=0$.

№ 4. 1) $\mathrm{tg}(0{,}4x+0{,}4)=x^2$; 2) $x^3-0{,}1x^2+0{,}4x-1{,}5=0$.

№ 5. 1) $\lg x-\dfrac{7}{2x+6}=0$; 2) $x^3-3x^2+9x+2=0$

№ 6. 1) $\mathrm{tg}(0{,}5x+0{,}2)=x^2$; 2) $x^3+x-5=0$.

№ 7. 1) $3x-\cos x-1=0$; 2) $x^3+0{,}2x^2+0{,}5x-1{,}2=0$.

№ 8. 1) $x+\lg x=0{,}5$; 2) $x^3+3x+1=0$.

№ 9. 1) $\mathrm{tg}(0{,}5x+0{,}1)=x^2$; 2) $x^3+0{,}2x^2+0{,}5x-2=0$.

№ 10. 1) $x^2+4\sin x=0$; 2) $x^3-3x^2+12x-9=0$.

№ 11. 1) $\mathrm{ctg}\,1{,}05x-x^2=0$; 2) $x^3-0{,}2x^2+0{,}3x-1{,}2=0$.

№ 12. 1) $\mathrm{tg}(0{,}4x+0{,}3)=x^2$; 2) $x^3-3x^2+6x-2=0$.

№ 13. 1) $x\lg x-1{,}2=0$; 2) $x^3-0{,}1x^2+0{,}4x-1{,}5=0$.

№ 14. 1) $1{,}8x^2-\sin 10x=0$; 2) $x^3+3x^2+6x-1=0$.

Типовой расчет №3

3.1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого с точностью до 0,0001.

№ 1. $$\begin{cases} 0.63x_1+1.00x_2+0.71x_3+0.34x_4=2.08; \\ 1.17x_1+0.18x_2-0.65x_3+0.71x_4=0.17; \\ 2.71x_1-0.75x_2+1.17x_3-2.35x_4=1.28; \\ 3.58x_1+0.21x_2-3.45x_3-1.18x_4=0.05. \end{cases}$$

№ 2. $$\begin{cases} 3.51x_1+0.17x_2+3.75x_3-0.28x_4=0.75; \\ 4.52x_1+2.11x_2-0.11x_3-0.12x_4=1.11; \\ -2.11x_1+3.17x_2+0.12x_3-0.15x_4=0.21; \\ 3.17x_1+1.81x_2-3.17x_3+0.22x_4=0.05. \end{cases}$$

№ 3. $$\begin{cases} 0.17x_1+0.75x_2-0.18x_3+0.21x_4=0.11; \\ 0.75x_1+0.13x_2+0.11x_3+1.00x_4=2.00; \\ -0.33x_1+0.11x_2+3.01x_3-2.01x_4=0.11; \\ 0.11x_1+1.12x_2+1.11x_3-1.31x_4=0.13. \end{cases}$$

№ 4. $$\begin{cases} -1.00x_1+0.13x_2-2.00x_3-0.14x_4=0.15; \\ 0.75x_1+0.18x_2-0.21x_3-0.77x_4=0.11; \\ 0.28x_1-0.17x_2+0.39x_3+0.48x_4=0.12; \\ 1.00x_1+3.14x_2-0.21x_3-1.00x_4=-0.11. \end{cases}$$

№ 5. $$\begin{cases} 3.01x_1-0.14x_2+1.00x_3-0.15x_4=1.00; \\ -1.75x_1+1.11x_2+0.13x_3-0.75x_4=0.13; \\ 0.17x_1-2.11x_2+0.71x_3-1.71x_4=1.00; \\ 0.21x_1+0.21x_2+0.35x_3+0.33x_4=0.17. \end{cases}$$

№ 6. $$\begin{cases} 1,15x_1+0,62x_2-0,83x_3+0,92x_4=2.15; \\ 0,82x_1-0,54x_2+0,43x_3-0,25x_4=0.62; \\ 0,24x_1+1,15x_2-0,33x_3+1,42x_4=-0,62; \\ 0,73x_1-0,81x_2+1,27x_3-0,67x_4=0.88. \end{cases}$$

№ 7. $$\begin{cases} 2,2\ x_1-3,17x_2+1,24x_3-0,87x_4=0.46; \\ 1,5\ x_1+2,11x_2-0,45x_3+1,44x_4=1.50; \\ 0,86x_1-1,44x_2+0,62x_3+0,28x_4=-0.12; \\ 0,48x_1+1,25x_2-0,63x_3-0,97x_4=0,35. \end{cases}$$

№ 8. $$\begin{cases} 0,64x_1+0,72x_2-0,83x_3+4,2\ x_4=2,23; \\ 0,58x_1-0,83x_2+1,43x_3-0,62x_4=1,71; \\ 0,86x_1+0,77x_2-1,83x_3+0,88x_4=-0,54; \\ 1,32x_1-0,52x_2-0,65x_3+1,22x_4=0,65. \end{cases}$$

№ 9. $\begin{cases} 1{,}42x_1+0{,}32x_2-0{,}42x_3+0{,}85x_4=1{,}32; \\ 0{,}63x_1-0{,}43x_2+1{,}27x_3-0{,}58x_4=-0{,}44; \\ 0{,}84x_1-2{,}23x_2-0{,}52x_3+0{,}47x_4=0{,}64; \\ 0{,}27x_1+1{,}37x_2+0{,}64x_3-1{,}27x_4=0{,}85. \end{cases}$

№ 10. $\begin{cases} 0{,}73x_1+1{,}24x_2-0{,}38x_3-1{,}43x_4=0{,}58; \\ 1{,}07x_1-0{,}77x_2+1{,}25x_3+0{,}66x_4=-0{,}66; \\ 1{,}56x_1+0{,}66x_2+1{,}44x_3-0{,}87x_4=1{,}24; \\ 0{,}75x_1+1{,}22x_2-0{,}83x_3+0{,}37x_4=0{,}92. \end{cases}$

№ 11. $\begin{cases} 1{,}32x_1-0{,}83x_2-0{,}44x_3+0{,}62x_4=0{,}68; \\ 0{,}83x_1+0{,}42x_2-0{,}56x_3+0{,}77x_4=1{,}24; \\ 0{,}58x_1-0{,}37x_2+1{,}24x_3-0{,}62x_4=0{,}87; \\ 0{,}35x_1+0{,}66x_2-1{,}38x_3-0{,}93x_4=-1{,}08. \end{cases}$

№ 12. $\begin{cases} 0{,}11x_1-0{,}17x_2+0{,}72x_3-0{,}34x_4=0{,}17; \\ 0{,}81x_1+0{,}12x_2-0{,}91x_3+0{,}17x_4=1{,}00; \\ 0{,}17x_1-0{,}18x_2+1{,}00x_3+0{,}23x_4=0{,}21; \\ 0{,}13x_1+0{,}17x_2-0{,}99x_3+0{,}35x_4=2{,}71. \end{cases}$

№ 13. $\begin{cases} 0{,}18x_1+2{,}11x_2+0{,}13x_3-0{,}22x_4=0{,}22; \\ 0{,}33x_1-0{,}22x_2-1{,}00x_3+0{,}17x_4=0{,}11; \\ -1{,}00x_1+0{,}11x_2+2{,}00x_3-0{,}45x_4=1{,}00; \\ 7{,}00x_1-0{,}17x_2-0{,}22x_3+0{,}33x_4=0{,}21. \end{cases}$

№ 14. $\begin{cases} 2{,}00x_1+0{,}05x_2-3{,}01x_3-0{,}11x_4=0{,}21; \\ 1{,}00x_1-2{,}00x_2+3{,}02x_3+0{,}05x_4=0{,}18; \\ 0{,}17x_1+0{,}99x_2-2{,}00x_3-0{,}17x_4=0{,}17; \\ 0{,}33x_1-0{,}07x_2+0{,}33x_3+2{,}00x_4=0{,}17. \end{cases}$

№ 15. $\begin{cases} 0{,}17x_1-0{,}13x_2-0{,}11x_3-0{,}12x_4=0{,}22; \\ 1{,}00x_1-1{,}00x_2-0{,}13x_3+0{,}13x_4=0{,}11; \\ 0{,}35x_1+0{,}33x_2+0{,}12x_3+0{,}13x_4=0{,}12; \\ 0{,}13x_1+0{,}11x_2-0{,}13x_3-0{,}11x_4=1{,}00. \end{cases}$

3.2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001, предварительно оценив число необходимых для этого шагов.

№ 1. $\begin{cases} x_1=0{,}23x_1-0{,}04x_2+0{,}21x_3-0{,}18x_4+1{,}24; \\ x_2=0{,}45x_1-0{,}23x_2+0{,}06x_3-0{,}88; \\ x_3=0{,}26x_1+0{,}34x_2-0{,}11x_3+0{,}62; \\ x_4=0{,}05x_1-0{,}26x_2+0{,}34x_3-0{,}12x_4-1{,}17. \end{cases}$

№ 2. $\begin{cases} x_1=0{,}21x_1+0{,}12x_2-0{,}34x_3-0{,}16x_4-0{,}64; \\ x_2=0{,}34x_1-0{,}08x_2+0{,}17x_3-0{,}18x_4+1{,}42; \\ x_3=0{,}16x_1+0{,}34x_2+0{,}15x_3-0{,}31x_4-0{,}42; \\ x_4=0{,}12x_1-0{,}26x_2-0{,}08x_3+0{,}25x_4+0{,}83. \end{cases}$

№ 3. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}32x_1 - 0{,}18x_2 + 0{,}02x_3 + 0{,}21x_4 + 1{,}83; \\ x_2 = 0{,}16x_1 + 0{,}12x_2 - 0{,}14x_3 + 0{,}27x_4 - 0{,}65; \\ x_3 = 0{,}37x_1 + 0{,}27x_2 - 0{,}02x_3 - 0{,}24x_4 + 2{,}23; \\ x_4 = 0{,}12x_1 + 0{,}21x_2 - 0{,}18x_3 + 0{,}25x_4 - 1{,}13. \end{cases}$$

№ 4. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}42x_1 - 0{,}32x_2 + 0{,}03x_3 + 0{,}44; \\ x_2 = 0{,}11x_1 - 0{,}26x_2 - 0{,}36x_3 + 1{,}42; \\ x_3 = 0{,}12x_1 + 0{,}08x_2 - 0{,}14x_3 - 0{,}24x_4 - 0{,}83; \\ x_4 = 0{,}15x_1 - 0{,}35x_2 - 0{,}18x_3 - 1{,}42. \end{cases}$$

№ 5. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}18x_1 - 0{,}34x_2 - 0{,}12x_3 + 0{,}15x_4 - 1{,}33; \\ x_2 = 0{,}11x_1 + 0{,}23x_2 - 0{,}15x_3 + 0{,}32x_4 + 0{,}84; \\ x_3 = 0{,}05x_1 - 0{,}12x_2 + 0{,}14x_3 - 0{,}18x_4 - 1{,}16; \\ x_4 = 0{,}12x_1 + 0{,}08x_2 + 0{,}06x_3 + 0{,}57. \end{cases}$$

№ 6. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}13x_1 + 0{,}23x_2 - 0{,}44x_3 - 0{,}05x_4 + 2{,}13; \\ x_2 = 0{,}24x_1 - 0{,}31x_3 + 0{,}15x_4 - 0{,}18; \\ x_3 = 0{,}06x_1 + 0{,}15x_2 - 0{,}23x_4 + 1{,}44; \\ x_4 = 0{,}72x_1 - 0{,}08x_2 - 0{,}05x_3 + 2{,}42. \end{cases}$$

№ 7. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}17x_1 + 0{,}31x_2 - 0{,}18x_3 + 0{,}22x_4 - 1{,}71; \\ x_2 = -0{,}21x_1 + 0{,}33x_3 + 0{,}22x_4 + 0{,}62; \\ x_3 = 0{,}32x_1 - 0{,}18x_2 + 0{,}05x_3 - 0{,}19x_4 - 0{,}89; \\ x_4 = 0{,}12x_1 + 0{,}28x_2 - 0{,}14x_3 + 0{,}94. \end{cases}$$

№ 8. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}13x_1 + 0{,}27x_2 - 0{,}22x_3 - 0{,}18x_4 + 1{,}21; \\ x_2 = -0{,}21x_1 - 0{,}45x_3 + 0{,}18x_4 - 0{,}33; \\ x_3 = 0{,}12x_1 + 0{,}13x_2 - 0{,}33x_3 + 0{,}18x_4 - 0{,}48; \\ x_4 = 0{,}33x_1 - 0{,}05x_2 + 0{,}06x_3 - 0{,}28x_4 - 0{,}17. \end{cases}$$

№ 9. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}19x_1 - 0{,}07x_2 + 0{,}38x_3 - 0{,}21x_4 - 0{,}81; \\ x_2 = -0{,}22x_1 + 0{,}08x_2 + 0{,}11x_3 + 0{,}33x_4 - 0{,}64; \\ x_3 = 0{,}51x_1 - 0{,}07x_2 + 0{,}09x_3 - 0{,}11x_4 + 1{,}71; \\ x_4 = 0{,}33x_1 - 0{,}41x_2 - 1{,}21. \end{cases}$$

№ 10. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}22x_2 - 0{,}11x_3 + 0{,}31x_4 + 2{,}7; \\ x_2 = 0{,}38x_1 - 0{,}12x_3 + 0{,}22x_4 - 1{,}5; \\ x_3 = 0{,}11x_1 + 0{,}23x_2 - 0{,}51x_4 + 1{,}2; \\ x_4 = 0{,}17x_1 - 0{,}21x_2 + 0{,}31x_3 - 0{,}17. \end{cases}$$

№ 11. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}07x_1 - 0{,}08x_2 + 0{,}11x_3 - 0{,}18x_4 - 0{,}51; \\ x_2 = 0{,}18x_1 + 0{,}52x_2 + 0{,}21x_4 + 1{,}17; \\ x_3 = 0{,}13x_1 + 0{,}31x_2 - 0{,}21x_4 - 1{,}02; \\ x_4 = 0{,}08x_1 - 0{,}33x_3 + 0{,}28x_4 - 0{,}28. \end{cases}$$

№ 12. $$\begin{cases} x_1 = 0{,}05x_1 - 0{,}06x_2 - 0{,}12x_3 + 0{,}14x_4 - 2{,}17; \\ x_2 = 0{,}04x_1 - 0{,}12x_2 + 0{,}08x_3 + 0{,}11x_4 + 1{,}4; \\ x_3 = 0{,}34x_1 + 0{,}08x_2 - 0{,}06x_3 + 0{,}14x_4 - 2{,}1; \\ x_4 = 0{,}11x_1 + 0{,}12x_2 - 0{,}03x_4 - 0{,}8. \end{cases}$$

№ 13. $\begin{cases} x_1 = 0{,}08x_1 - 0{,}03x_2 - 0{,}04x_4 - 1{,}2; \\ x_2 = 0{,}31x_2 + 0{,}27x_3 - 0{,}08x_4 + 0{,}81; \\ x_3 = 0{,}33x_1 - 0{,}07x_3 + 0{,}21x_4 - 0{,}92; \\ x_4 = 0{,}11x_1 + 0{,}03x_3 + 0{,}58x_4 + 0{,}17. \end{cases}$

№ 14. $\begin{cases} x_1 = 0{,}12x_1 - 0{,}23x_2 + 0{,}25x_3 - 0{,}16x_4 + 1{,}24; \\ x_2 = 0{,}14x_1 + 0{,}34x_2 - 0{,}18x_3 + 0{,}24x_4 - 0{,}89; \\ x_3 = 0{,}33x_1 + 0{,}03x_2 + 0{,}16x_3 - 0{,}32x_4 + 1{,}15; \\ x_4 = 0{,}12x_1 - 0{,}05x_2 + 0{,}15x_4 - 0{,}57. \end{cases}$

№ 15. $\begin{cases} x_1 = 0{,}23x_1 - 0{,}14x_2 + 0{,}06x_3 - 0{,}12x_4 + 1{,}21; \\ x_2 = 0{,}12x_1 + 0{,}32x_3 - 0{,}18x_4 - 0{,}72; \\ x_3 = 0{,}08x_1 - 0{,}12x_2 + 0{,}23x_3 + 0{,}32x_4 - 0{,}58; \\ x_4 = 0{,}25x_1 + 0{,}22x_2 + 0{,}14x_3 + 1{,}56. \end{cases}$

3.3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001, предварительно приведя ее к виду, удобному для итераций.

№ 1. $\begin{cases} 2{,}7x_1 + 3{,}3x_2 + 1{,}3x_3 = 2{,}1; \\ 3{,}5x_1 - 1{,}7x_2 + 2{,}8x_3 = 1{,}7; \\ 4{,}1x_1 + 5{,}8x_2 - 1{,}7x_3 = 0{,}8. \end{cases}$

№ 2. $\begin{cases} 1{,}7x_1 + 2{,}8x_2 + 1{,}9x_3 = 0{,}7; \\ 2{,}1x_1 + 3{,}4x_2 + 1{,}8x_3 = 1{,}1; \\ 4{,}2x_1 - 1{,}7x_2 + 1{,}3x_3 = 2{,}8. \end{cases}$

№ 3. $\begin{cases} 3{,}1x_1 + 2{,}8x_2 + 1{,}9x_3 = 0{,}2; \\ 1{,}9x_1 + 3{,}1x_2 + 2{,}1x_3 = 2{,}1; \\ 7{,}5x_1 + 3{,}8x_2 + 4{,}8x_3 = 5{,}6. \end{cases}$

№ 4. $\begin{cases} 9{,}1x_1 + 5{,}6x_2 + 7{,}8x_3 = 9{,}8; \\ 3{,}8x_1 + 5{,}1x_2 + 2{,}8x_3 = 6{,}7; \\ 4{,}1x_1 + 5{,}7x_2 + 1{,}2x_3 = 5{,}8. \end{cases}$

№ 5. $\begin{cases} 3{,}3x_1 + 2{,}1x_2 + 2{,}8x_3 = 0{,}8; \\ 4{,}1x_1 + 3{,}7x_2 + 4{,}8x_3 = 5{,}7; \\ 2{,}7x_1 + 1{,}8x_2 + 1{,}1x_3 = 3{,}2. \end{cases}$

№ 6. $\begin{cases} 7{,}6x_1 + 5{,}8x_2 + 4{,}7x_3 = 10{,}1; \\ 3{,}8x_1 + 4{,}1x_2 + 2{,}7x_3 = 9{,}7; \\ 2{,}9x_1 + 2{,}1x_2 + 3{,}8x_3 = 7{,}8. \end{cases}$

№ 7. $\begin{cases} 3{,}2x_1 - 2{,}5x_2 + 3{,}7x_3 = 6{,}5; \\ 0{,}5x_1 + 0{,}34x_2 + 1{,}7x_3 = -0{,}24; \\ 1{,}6x_1 + 2{,}3x_2 - 1{,}5x_3 = 4{,}3. \end{cases}$

№ 8. $\begin{cases} 5{,}4x_1 - 2{,}3x_2 + 3{,}4x_3 = -3{,}5; \\ 4{,}2x_1 + 1{,}7x_2 - 2{,}3x_3 = 2{,}7; \\ 3{,}4x_1 + 2{,}4x_2 + 7{,}4x_3 = 1{,}9. \end{cases}$

№ 9. $\begin{cases} 3{,}6x_1 + 1{,}8x_2 - 4{,}7x_3 = 3{,}8; \\ 2{,}7x_1 - 3{,}6x_2 + 1{,}9x_3 = 0{,}4; \\ 1{,}5x_1 + 4{,}5x_2 + 3{,}3x_3 = -1{,}6. \end{cases}$

№ 10. $\begin{cases} 5{,}6x_1 + 2{,}7x_2 - 1{,}7x_3 = 1{,}9; \\ 3{,}4x_1 - 3{,}6x_2 - 6{,}7x_3 = -2{,}4; \\ 0{,}8x_1 + 1{,}3x_2 + 3{,}7x_3 = 1{,}2. \end{cases}$

№ 11. $\begin{cases} 2{,}7x_1 + 0{,}9x_2 - 1{,}5x_3 = 3{,}5; \\ 4{,}5x_1 - 2{,}8x_2 + 6{,}7x_3 = 2{,}6; \\ 5{,}1x_1 + 3{,}7x_2 - 1{,}4x_3 = -0{,}14. \end{cases}$

№ 12. $\begin{cases} 4{,}5x_1 - 3{,}5x_2 + 7{,}4x_3 = 2{,}5; \\ 3{,}1x_1 - 0{,}6x_2 - 2{,}3x_3 = -1{,}5; \\ 0{,}8x_1 + 7{,}4x_2 - 0{,}5x_3 = 6{,}4. \end{cases}$

№ 13. $\begin{cases} 3{,}8x_1 + 6{,}7x_2 - 1{,}2x_3 = 5{,}2; \\ 6{,}4x_1 + 1{,}3x_2 - 2{,}7x_3 = 3{,}8; \\ 2{,}4x_1 - 4{,}5x_2 + 3{,}5x_3 = -0{,}6. \end{cases}$

№ 14. $\begin{cases} 5{,}4x_1 - 6{,}2x_2 - 0{,}5x_3 = 0{,}52; \\ 3{,}4x_1 + 2{,}3x_2 + 0{,}8x_3 = -0{,}8; \\ 2{,}4x_1 - 1{,}1x_2 + 3{,}8x_3 = 1{,}8. \end{cases}$

№ 15. $\begin{cases} 7{,}8x_1 + 5{,}3x_2 + 4{,}8x_3 = 1{,}8; \\ 3{,}3x_1 + 1{,}1x_2 + 1{,}8x_3 = 2{,}3; \\ 4{,}5x_1 + 3{,}3x_2 + 2{,}8x_3 = 3{,}4. \end{cases}$

№ 16. $\begin{cases} 3{,}8x_1 + 4{,}1x_2 - 2{,}3x_3 = 4{,}8; \\ -2{,}1x_1 + 3{,}9x_2 - 5{,}8x_3 = 3{,}3; \\ 1{,}8x_1 + 1{,}1x_2 - 2{,}1x_3 = 5{,}8. \end{cases}$

Типовой расчет №4

4.1. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Эйлера-Коши на отрезке $[0,2;1,2]$ с шагом 0,1 с начальным условием $y(0,2) = 0,25$. Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками.

№ 1. $y' = 0{,}133(x^2 + \sin 2x) + 0{,}872y.$
№ 2. $y' = 0{,}215(x^2 + \cos 1{,}5x) + 1{,}283y.$
№ 3. $y' = 0{,}158(x^2 + \sin 0{,}8x) + 1{,}164y.$
№ 4. $y' = 0{,}173(x^2 + \cos 0{,}7x) + 0{,}754y.$
№ 5. $y' = 0{,}221(x^2 + \sin 1{,}2x) + 0{,}452y.$
№ 6. $y' = 0{,}163(x^2 + \cos 0{,}4x) + 0{,}635y.$
№ 7. $y' = 0{,}218(x^2 + \sin 1{,}6x) + 0{,}718y.$
№ 8. $y' = 0{,}145(x^2 + \cos 0{,}5x) + 0{,}842y.$
№ 9. $y' = 0{,}213(x^2 + \sin 1{,}8x) + 0{,}368y.$
№ 10. $y' = 0{,}127(x^2 + \cos 0{,}6x) + 0{,}573y.$
№ 11. $y' = 0{,}232(x^2 + \sin 1{,}4x) + 1{,}453y.$
№ 12. $y' = 0{,}417(x^2 + \cos 0{,}8x) + 0{,}972y.$
№ 13. $y' = 0{,}324(x^2 + \sin 1{,}5x) + 1{,}612y.$
№ 14. $y' = 0{,}263(x^2 + \cos 1{,}2x) + 0{,}453y.$
№ 15. $y' = 0{,}372(x^2 + \sin 0{,}7x) + 0{,}758y.$

4.2. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Адамса со вторыми разностями на отрезке $[0;1]$ с шагом $h = 0,1$. Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками. Начальный отрезок определить методом Рунге-Кутты.

№ 1. $y' = 1 + 0{,}2y\sin x - y^2$, $y(0) = 0$.

№ 2. $y' = \cos(x + y) + 0{,}5(x - y)$, $y(0) = 0$.

№ 3. $y' = \dfrac{\cos x}{x + 1} - 0{,}5y^2$, $y(0) = 0$.

№ 4. $y' = (1 - y^2)\cos x + 0.6y$, $y(0) = 0$.

№ 5. $y' = 1 + 0{,}4y\sin x - 1{,}5y^2$, $y(0) = 0$.

№ 6. $y' = \dfrac{\cos y}{x + 2} + 0{,}3y^2$, $y(0) = 0$.

№ 7. $y' = \cos(1{,}5x + y) + (x - y)$, $y(0) = 0$.

№ 8. $y' = 1 - \sin(x + y) + \dfrac{0.5y}{x + 2}$, $y(0) = 0$.

№ 9. $y' = \dfrac{\cos y}{1{,}5 + x} + 0{,}1y^2$, $y(0) = 0$.

№ 10. $y' = 0{,}6\sin x - 1{,}25y^2 + 1$, $y(0) = 0$.

№ 11. $y' = \cos(2x + y) + 1{,}5(x - y)$, $y(0) = 0$.

№ 12. $y' = 1 - \dfrac{0{,}1y}{x + 2} - \sin(2x + y)$, $y(0) = 0$.

№ 13. $y' = \dfrac{\cos y}{1{,}25 + x} - 0{,}1y^2$, $y(0) = 0$.

№ 14. $y' = 1 + 0{,}8y\sin x - 2y^2$, $y(0) = 0$.

№ 15. $y' = \cos(1{,}5x + y) + 1{,}5(x - y)$, $y(0) = 0$.

4.3. Решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения методом прогонки с шагом $h = 0{,}05$ и с точностью 0,001.

№ 1. $y'' + \dfrac{y'}{x} + 2y = x$,

$$\begin{cases} y(0{,}7) = 0{,}5 \\ 2y(1) + 3y'(1) = 1{,}2. \end{cases}$$

№ 2. $y'' - xy' + 2y = x + 1$.

$$\begin{cases} y(0.9) - 0{,}5y'(0{,}9) = 2, \\ y(1{,}2) = 1. \end{cases}$$

№ 3. $y'' + xy' + y = x + 1,$

$$\begin{cases} y(0,5) + 2y'(0,5) = 1, \\ y'(0,8) = 1,2. \end{cases}$$

№ 4. $y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3.$

$$\begin{cases} y(0,2) = 2, \\ 0,5y(0,5) - y(0,5) = 1. \end{cases}$$

№ 5. $y'' + 2y' - xy = x^2,$

$$\begin{cases} y'(0,6) = 0,7, \\ y(0,9) - 0,5y'(0,9) = 1. \end{cases}$$

№ 6. $y'' - y' + \frac{2y}{x} = x + 0,4,$

$$\begin{cases} y(1,1) - 0,5y'(1,1) = 2, \\ y'(1,4) = 4. \end{cases}$$

№ 7. $y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 1,$

$$\begin{cases} y(0,4) = 2, \\ y(0,7) + 2y'(0,7) = 0,7. \end{cases}$$

№ 8. $y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1,$

$$\begin{cases} y'(1,2) = 1, \\ 2y(1,5) - y'(1,5) = 0,5. \end{cases}$$

№ 9. $y'' - \frac{y'}{2} + 3y = 2x^2,$

$$\begin{cases} y(1) + 2y'(1) = 0,6, \\ y(1,3) = 1. \end{cases}$$

№ 10. $y'' + 1,5y' - xy = 0,5,$

$$\begin{cases} 2y(1,3) - y'(1,3) = 1, \\ y(1,6) = 3. \end{cases}$$

№ 11. $y'' + 2xy' - y = 0,4,$

$$\begin{cases} 2y(0,3) + y'(0,3) = 1, \\ y'(0,6) = 2. \end{cases}$$

№ 12. $y'' - 0,5xy' + y = 2,$

$$\begin{cases} y(0,4) = 1,2, \\ y(0,7) + 2y'(0.7) = 1,4. \end{cases}$$

№ 13. $y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2,$

$$\begin{cases} y'(0,8) = 1,5, \\ 2y(1,1) + y'(1,1) = 3. \end{cases}$$

№ 14. $y'' + 2x^2y' + y = x,$

$$\begin{cases} 2y(0,5) - y'(0,5) = 1, \\ y(0,8) = 3. \end{cases}$$

№ 15. $y'' - 3xy' + 2y = 1,5,$

$$\begin{cases} y'(0,7) = 1,3, \\ 0,5y(1) + y'(1) = 2. \end{cases}$$

№ 16. $y'' + 2xy' - 2y = 0,6,$

$$\begin{cases} y'(2) = 1, \\ 0.4y(2.3) - y'(2,3) = 1. \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ №4

ОБРАЗЦЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

5 СЕМЕСТР

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Дана функция $f(a,b,c) = \dfrac{ab^3}{c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a = 0.643,\ b = 2.17,\ c = 5.843$. Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{22} = 4.69,\quad \dfrac{18}{7} = 2.57$

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	0	1	2	3
y	-2	-5	0	-4

Вариант 2

1. Дана функция $f(a,b,c) = \dfrac{ab^2}{c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a = 0.21,\ b = 2.98,\ c = 7.105$. Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{45} = 6.71,\quad \dfrac{8}{9} = 0.89$

3. Вычислить по схеме Эйткена значение функции при x=1 по приведенным данным:

i	0	1	2	3
x	-2	1	2	3
y	1	0	-1	2

Вариант 3

1. Дана функция $f(a,b,c)=\dfrac{a}{b^2c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a=2.81,\ b=0.98,\ c=7.225$. Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{105}=10.25,\quad \dfrac{105}{9}=12.11$

3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	-2	0	1	2
y	2	1	-1	2

Вариант 4

1. Дана функция $f(a,b,c)=\dfrac{a}{bc^3}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a=10.11,\ b=17.98,\ c=0.017$. Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{1.11}=1.05,\quad \dfrac{34}{29}=1.17$

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	-3	1	2	3
y	2	1	-1	2

Вариант 5

1. Дана функция $f(a,b,c)=\dfrac{a^4b}{c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a=0.13,\ b=0.04,\ c=5.122$. Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{10.5} = 3.24,\quad \frac{54}{11} = 4.91$

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	-1	0	1	2
y	1	-1	0	2

Вариант 6

1. Дана функция $f(a,b,c) = \frac{a^3 b}{c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a = 1.25,\ b = 0.04,\ c = 5.127$. Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{48.5} = 6.96,\quad \frac{25}{17} = 1.47$

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	-1	0	2	3
y	1	-1	1	2

Вариант 7

1. Дана функция $f(a,b,c) = \frac{ab^2}{c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a = 0.21,\ b = 2.98,\ c = 7.105$. Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{27} = 5.2,\quad \frac{38}{9} = 4.2$

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	-1	1	2	4
y	1	0	-1	2

Вариант 8

1. Дана функция $f(a,b,c)=\dfrac{a}{b^2c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a=2.81,\ b=0.98,\ c=7.225$. Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{97}=9.85,\quad \dfrac{88}{9}=9.78$

3. Вычислить по схеме Эйткена значение функции при x=1 по приведенным данным:

i	0	1	2	3
x	-2	1	1	2
y	2	-1	-2	2

Вариант 9

1. Дана функция $f(a,b,c)=\dfrac{a}{bc^3}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a=10.11,\ b=17.98,\ c=0.017$. Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{14.8}=3.85,\quad \dfrac{201}{61}=3.3$

3. Построить интерполяционный многочлен Ньютона по приведенным данным и вычислить значение при x=1

i	0	1	2	3
x	-1	0	2	3
y	5	0	-1	2

Вариант 10

1. Дана функция $f(a,b,c)=\dfrac{a^4 b}{c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a=0.13,\ b=0.04,\ c=5.122$. Оценить погрешность результата используя общую формулу погрешностей. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

2. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{10.1}=3.18,\quad \dfrac{54}{17}=3.18$

3. Вычислить по схеме Эйткена значение функции при x=1 по приведенным данным:

i	0	1	2	3
x	0	1	2	3
y	1	-1	0	2

Контрольная работа 2

Вариант 1

1. Отделить корни уравнения $x^3-2x^2-4x+7=0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Найти корень уравнения $x^3-x^2+x+3=0$ методом Ньютона на отрезке $[0;2]$ с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения $\dfrac{1}{x}=\sqrt{x+1}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,001.

Вариант 2

1. Отделить корни уравнения $2x^3-x^2-x+1=0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения $x^3-2x^2-x+3=0$ графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения $\dfrac{1}{x}=\sqrt{x+2}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 3

1. Отделить корни уравнения $-x^3-x^2-x+2=0$ графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения $2x^3+x^2-x+3=0$ графически и уточнить один из них

методом касательных с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x-1} = \sqrt{x+2}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 4

1. Отделить корни уравнения $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения $x^3 - x^2 - x + 4 = 0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x} = \sqrt{x} + 1$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 5

1. Отделить корни уравнения $x^3 - 3x^2 - x + 1 = 0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения $x^3 - x + 3 = 0$ графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x} = \sqrt{x} + 2$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 6

1. Отделить корни уравнения $2x^3 - x + 1 = 0$ графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения $x^3 + x^2 - x + 3 = 0$ графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x-1} + 1 = \sqrt{x}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 7

1. Отделить корни уравнения $2x^3 - x^2 + 1 = 0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения $x^3 + x^2 - x + 5 = 0$ графически и уточнить один из них методом касательных с точностью 0,01.
3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x} + 1 = \sqrt{x-1}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 8

1. Отделить корни уравнения $x^3 - 5x^2 + 1 = 0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.
2. Отделить корни уравнения $x^3 + x^2 - x - 3 = 0$ графически и уточнить один из них

методом касательных с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x-1} = \sqrt{x}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 9

1. Отделить корни уравнения $x^3 - x^2 - 3x + 1 = 0$ графически и уточнить один из них методом бисекций с точностью 0,01.

2. Отделить корни уравнения $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ графически и уточнить один из них методом Ньютона с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x-2} = \sqrt{x}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Вариант 10

1. Отделить корни уравнения $2x^3 - x^2 - x + 2 = 0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,01.

2. Отделить корни уравнения $x^3 + x + 3 = 0$ графически и уточнить один из них методом Ньютона с точностью 0,01.

3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x} = \sqrt{x} + 2$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,01.

Контрольная работа 3

Вариант 1

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 11 \\ 4x_1 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 1.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.8 \\ 0.3x_1 + 1.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 3.1x_1 + 2.8x_2 + 1.9x_3 = 0.2 \\ 1.9x_1 + 3.1x_2 + 2.1x_3 = 2.1 \\ 7.5x_1 + 3.8x_2 + 4.8x_3 = 5.6 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} -x + 3y + 3z = -1, \\ 2x + y + z = -5, \\ 2x + 3y - z = -15. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 2.5x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.1 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.4 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 3.2x_3 = 2.1 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 1.7x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.7 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 1.1 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.1 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} 3x + y + z = 7, \\ 3x - y + z = 5, \\ -x + y + 3z = 9. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 3.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.2 \\ 0.3x_1 + 2.2x_2 - 0.1x_3 = -0.1 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 2.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = -0.5 \\ 2.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.1 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x + y - z = 2, \\ x - y + 2z = -11, \\ 3x + 2y + z = -8. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 4.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.2 \\ 0.3x_1 + 4.2x_2 - 0.1x_3 = -0.4 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 2.2 \\ 1.1x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 6.1 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x - y + 3z = 6, \\ 2x + 2y + 3z = 2, \\ -x + 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 5.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.8 \\ 0.3x_1 + 5.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 7.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.5 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = -7.1 \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} -x - y + z = 5, \\ 3x + 3y + 2z = -5, \\ x + 3y + 2z = -1. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 4.3x_1 - 0.3x_2 + 0.3x_3 = 1.7 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 6.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.5 \\ 1.7x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = -8.1 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x + y + z = -2, \\ 2x + y - z = 1, \\ -x + 3y + 3z = -2. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 5.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 1.1 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.1 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 4.2x_3 = 2.4 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 1.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \\ 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = 0.4 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 2.1 \end{cases}$$

Вариант 8

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} 3x - y - z = -8, \\ x + y + 2z = -3, \\ 2x - y + 2z = -2. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 1.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 0.8 \\ 0.3x_1 + 2.2x_2 - 0.1x_3 = -1.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 3.2x_3 = 1.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 2.7x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 1.1 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \\ 0.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = -0.5 \end{cases}$$

Вариант 9

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x - y + 3z = 6, \\ 2x + 2y + 3z = 2, \\ -x + 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} 2.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = 5.1 \\ 0.3x_1 + 3.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 2.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 6.1x_1 - 0.2x_2 + 0.3x_3 = -0.5 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.1 \\ 0.5x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = -0.2 \end{cases}$$

Вариант 10

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = -9, \\ -x + 2y + z = -7, \\ x + 3y + 2z = -17. \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,01.

$$\begin{cases} -2.3x_1 - 0.3x_2 + 0.2x_3 = -1.2 \\ 0.3x_1 + 2.2x_2 - 0.1x_3 = -0.6 \\ 0.1x_1 + 0.2x_2 - 4.2x_3 = 2.3 \end{cases}$$

3. Выполнить 3 итерации по методу Зейделя, предварительно приведя систему к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 2.1x_1 - 1.2x_2 + 0.3x_3 = 0.8 \\ 0.6x_1 + 0.1x_2 - 0.4x_3 = 0.2 \\ 0.3x_1 + 0.7x_2 - 0.2x_3 = 5.5 \end{cases}$$

Контрольная работа 4

Вариант 1

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=1 на отрезке [0;1] с шагом h=0,2

$$y' = y - \frac{2x}{y};$$

2. 2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(2)=4 на отрезке [2;3] с шагом h=0,2

$$y' = \frac{2t-5}{t^2}y + 5;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 0.4x^2 y' + 5xy = 10,$$

$$\begin{cases} y(0) = -2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,5 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = \frac{1}{2}y^2 + x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + xy' + y = x + 1,$$

$$\begin{cases} y(0.5) + 2y'(0.5) = 1 \\ y'(0.8) = 1.2 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,3 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = 2x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = 2y^2 + x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - 3y' + \frac{y}{x} = 1,$$

$$\begin{cases} y(0.4) = 2 \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 0.7 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = 0.2x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом h=0,2

$$y' = \frac{1}{2}x^2 + y^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - xy' + 2y = x + 1,$$

$$\begin{cases} y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2 \\ y(1.2) = 1 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,1 на отрезке [0;1] с шагом h=0,2

$$y' = x^2 + 2y;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом h=0,2

$$y' = \frac{1}{4}\left(y^2 + x^2\right);$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3,$$

$$\begin{cases} y(0.2) = 2 \\ 0.5y(0.5) - y(0.5) = 1 \end{cases}$$

Вариант 6

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,7 на отрезке [0;1] с шагом h=0,2

$$y' = x^2 + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом h=0,2

$$y' = 4x^2 + y^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - y' + \frac{2y}{x} = x + 0.4,$$

$$\begin{cases} y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 2 \\ y'(1.4) = 4 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,4 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = 0.3x + y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = \frac{1}{2}y^2 + 2x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1,$$

$$\begin{cases} y(1.2) = 1 \\ 2y(1.5) - y'(0.5) = 0.5 \end{cases}$$

Вариант 8

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,3 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = x + 0.3y^2;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = \frac{1}{4}y^2 + 2x^2;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2,$$

$$\begin{cases} y'(0.8) = 1.5 \\ 2y(1.1) + y'(1.1) = 3 \end{cases}$$

Вариант 9

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,8 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = 0.1x^2 + 2xy\,;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = y^2 + x^2\,;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 2x^2y' + y = x,$$

$$\begin{cases} 2y(0.5) - y'(0.5) = 1 \\ y(0.8) = 3 \end{cases}$$

Вариант 10

1. Составить таблицу значений решения уравнения модифицированным методом Эйлера с начальным условием y(0)=0,2 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = 3x^2 + 0.1xy\,;$$

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(0)=-1 на отрезке [0;1] с шагом *h*=0,2

$$y' = y^2 + 4x^2\,;$$

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' - 3xy' + 2y = 1.5,$$

$$\begin{cases} y'(0.7) = 1.3 \\ 0.5y(1) + y'(1) = 2 \end{cases}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ №5

ОБРАЗЦЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕСТОВ

КОПТ №1

Вариант № 1

Задание 1. (*выберите один вариант ответа*)Выберите наиболее точное приближение числа е 2,71828184… среди данных.
Варианты ответов:
1) 2,71 **2)** 2,719 **3)** 2,72 **4)** 2,718

Задание 2. (*выберите один вариант ответа*)Найдите истинную погрешность приближенного до единиц значения числа 17,4.
Варианты ответов:
1) 0,4 **2) -** 0,4 **3)** 0,6 **4) -** 0,6

Задание 3. (*выберите один вариант ответа*) Вычислите абсолютную погрешность приближенного до единиц значения числа 5,9.
Варианты ответов:
1) - 0,1 **2)** 0,1 **3) -** 0,9 **4)** 0,9

Задание 4. (*выберите один вариант ответа*) Укажите границу абсолютной погрешности числа 201.
Варианты ответов:
1) 0,5 **2)** 1 **3)** 0,05 **4)** 0,01

Задание 5. (*выберите один вариант ответа*) Найдите границу относительной погрешности числа 502.
Варианты ответов:
1) 0,4 **2)** 2 **3)** 0,04 **4)** 1

Задание 6. (*выберите один вариант ответа*) Сколько верных цифр содержит приближенное число 15,365 0,002?
Варианты ответов:
1) 2 **2)** 3 **3)** 4 **4)** 5
Задание 7. (*выберите один вариант ответа*) Укажите верные цифры числа 17,856 ± 0,02.
Варианты ответов:
1) 1, 7 и 8 **2)** 1 и 7 **3)** 1, 7, 8 и 5 **4)** 1, 7, 8, 5 и 6

Задание 8. (*выберите два варианта ответов*) Какие из чисел имеют две значащие цифры, если все цифры в записях этих чисел являются верными?
Варианты ответов:
1) 6, 20 **2)** 0,73 **3)** 0,150 **4)** 0,047

Задание 9. (*выберите один вариант ответа*) Запишите правильно число х = 10,7 ± 0,5.

Варианты ответов:

1) 10 **2)** 11 **3)** 10,2 **4)** 11,2

Задание 11. (*выберите два варианта ответов*) Интерполяционный многочлен Ньютона, составленный по таблице

x	0	1	2
y	4	6	10

имеет вид

Варианты ответов:

1) 3x+4 **2)** x^2+x+4 **3)** x^2+2x+2 **4)** x^2+x+1

Задание 12. (*выберите один вариант ответа*) Приближенное значение y(0,3), вычисленное по схеме Эйткена для таблицы

x	0	1	2
y	4	6	10

равно

Варианты ответов:

1) 4,3 **2)** 6,19 **3)** 4,39 **4)** 5,14

КОПТ №2

1 вопрос

В каком из следующих чисел верные значащие цифры выделены неправильно?

а) $0{,}0\underline{35}704$; $\Delta=0{,}0001$ б) $\underline{10{,}01}3255$; $\Delta=0{,}0008$

в) $0{,}\underline{85}02$; $\Delta=0{,}009$ г) $\underline{7{,}016}\underline{0}0255$; $\Delta=0{,}00001$

2 вопрос

Найти относительную погрешность вычисления функции $u = xy^2z^3$, если x=37,1 y=9,87 z=6,052, причем $\Delta_x = 0{,}3$, $\Delta_y = 0{,}11$, $\Delta_z = 0{,}016$.

а) 2,19% б) 3,83% в) 0,568% г) 0,426%

3 вопрос

Относительная погрешность значения функции двух переменных $\delta(y^*) = \sum_{j=1}^{2} \vartheta_j \delta(x_j^*)$. Тогда $\vartheta_j =$

а) $\dfrac{|x_j^*||f'_{x_j}(x)|}{|f^*(x)|}$ б) $\dfrac{|x_j^*||f^*(x)|}{|f'_{x_j}(x)|}$ в) $\dfrac{|f^*(x)|}{|f'_{x_j}(x)||x_j^*|}$ г) $\dfrac{|f'_{x_j}(x)|}{|f^*(x)||x_j^*|}$

4 вопрос

По данной таблице значений функции $f(x)$, пользуясь линейным (n=1) случаем первой интерполяционной формулы Ньютона

$$y(x) = P_n(x) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{q(q-1)\ldots(q-n+1)}{n!}\Delta^n y_0, \quad q = \frac{x - x_0}{h},$$

x	$f(x)$
2,70	0,3704
2,72	0,3676
2,74	0,3650

найти $f(2{,}718)$.

а) 0,3680 б) 0,3683 в) 0,3679 г) 0,3681

5 вопрос

Многочлен Лагранжа $L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \dfrac{(x-x_0)(x-x_1)\ldots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\ldots(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\ldots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\ldots(x_i-x_n)}$. Тогда L_1:

а) $y_0\dfrac{x-x_0}{x_0-x_0} + y_1\dfrac{x-x_0}{x_1-x_0}$ б) $y_0\dfrac{x-x_1}{x_1-x_0} + y_1\dfrac{x-x_0}{x_0-x_1}$ в) $y_0\dfrac{x-x_0}{x_1-x_0} + y_1\dfrac{x-x_1}{x_0-x_1}$ г) $y_0\dfrac{x-x_1}{x_0-x_1} + y_1\dfrac{x-x_0}{x_1-x_0}$.

6 вопрос

По данной таблице значений функции $f(x)$, используя схему Эйткена, вычислить значение $P_{0,1}(5)$.

x	$f(x)$
1	3
3	5
6	7

а) 5,5 б) 6 в) 6,5 г) 7

7 вопрос

Найти значение элемента l_{21} матрицы $L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$ в LU-разложении матрицы $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

а) $-\frac{1}{2}$ б) $-\frac{1}{3}$ в) $\frac{1}{3}$ г) $\frac{1}{2}$

8 вопрос

Вычислить первое приближение $X^{(1)}$ методом простых итераций приняв за $X^{(0)}$=(1,6; 1; 2,5)

$$\begin{cases} x_1 = -0,2x_2 - 0,2x_3 + 1,6 \\ x_2 = 0,5x_1 + 0,5x_3 + 1 \\ x_3 = -0,5x_1 - 0,5x_2 + 2,5 \end{cases}$$

а) (0,9; 2,7; 0,7) б) (0,6; -2,25; 1,2) в) (0,9; 3,05; 1,2) г) (0,7; -2,25; 1,3)

9 вопрос

Вычислить первое приближение $X^{(1)}$ методом Зейделя приняв за $X^{(0)}$=(1,6; 1; 2,5)

$$\begin{cases} x_1 = -0,2x_2 - 0,2x_3 + 1,6 \\ x_2 = 0,5x_1 + 0,5x_3 + 1 \\ x_3 = -0,5x_1 - 0,5x_2 + 2,5 \end{cases}$$

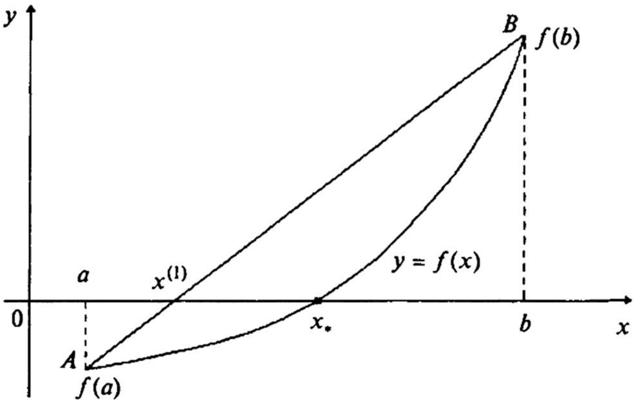
а) (0,9; 2,7; 0,7) б) (0,6; -2,25; 1,2) в) (0,9; 3,05; 1,2) г) (0,7; -2,25; 1,3)

10 вопрос

Отделить корни уравнения $x^3 - x + 1 = 0$ графически.

а) $x \in [-2; -1,7]$ б) $x \in [-1,7; -1,5]$ в) $x \in [-1,5; -1,2]$ г) $x \in [-1,2; -1]$

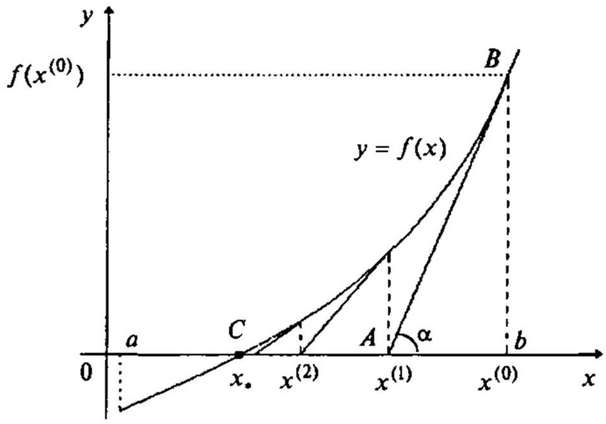
11 вопрос



Используя уравнение хорды AB получить формулу для нахождения первого приближения решения уравнения $f(x)=0$, согласно чертежу.

а) $x^{(1)} = a - \dfrac{y - f(a)}{f(b) - f(a)}(b-a)$ б) $x^{(1)} = a - \dfrac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b-a)$ в) $x^{(1)} = b - \dfrac{f(b)}{f(b) - f(a)}(b-a)$ г) $x^{(1)} = a - \dfrac{f(b)}{f(b) - f(a)}(b-a)$

12 вопрос



Используя уравнение касательной, проведенной в точке $(b, f(b))$ получить формулу для нахождения первого приближения решения уравнения $f(x)=0$, согласно чертежу.

а) $x^{(1)} = b - \dfrac{y - f(b)}{f'(b)}$ б) $x^{(1)} = b + \dfrac{f'(b)}{f(b)}$

в) $x^{(1)} = b + \dfrac{f(b)}{f'(b)}$ г) $x^{(1)} = b - \dfrac{f(b)}{f'(b)}$

ПРИЛОЖЕНИЕ №6

ОБРАЗЦЫ БИЛЕТОВ

5 СЕМЕСТР

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Курс 3 Дисциплина Вычислительная математика Специальность ЕФП

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Источники и классификация погрешностей результата численных расчетов .
2. Метод простых итераций решения систем уравнений.
3. Пользуясь интерполяционной формулой Лагранжа, составить уравнение прямой, проходящей через точки $P_0(1;3)$ и $P_1(4;-1)$.
4. Решить систему методом LU-разложения: $\begin{cases} 2x-3y+z=6 \\ 3x-z=2 \\ 4x+y+2z=5 \end{cases}$
5. Отделить корни уравнения графически и выполнить 3 шага уточнения одного из них методом итераций: $2x^3-3x^2+4x-5=0$.
6. Применяя метод Эйлера, составить на отрезке [0,1] таблицу значений решения уравнения $y'=y-\frac{2x}{y}$ с начальным условием $y(0)=1$ с шагом $h=0,2$.

ПРИЛОЖЕНИЕ №7

ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАЩИТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И КОНТРОЛЬНО-ОБУЧАЮЩИХ ПРОГРАММ ТЕСТИРОВАНИЯ (КОПТ)

Семестр 5

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	Типовой расчет №1 (мах 11 б)	Типовой расчет №2 (мах 7 б)	Типовой расчет №3 (мах 9 б)	Типовой расчет №4 (мах 7 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	**0-3,5**	**0-2,5**	**0-3**	**0-2,5**
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	**3,5-6,5**	**2,5-4**	**3-5,5**	**2,5-4**
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки. Ответы на вопросы полные или частично полные.	**6,5-9**	**4-5,5**	**5,5-7,5**	**4-5,5**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	**9-11**	**5,5-7**	**7,5-9**	**5,5-7**

Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, I 2 контрольных работ, КОПТ

Шкала оценивания выполнения контрольных работ

Критерии оценивания	КР №1 (мах 6 б)	КР №2 (мах 6 б)	КР №3 (мах 6 б)	КР №4 (мах 6 б)
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**0-2**	**0-2**	**0-2**	**0-2**
Правильно выполнил от 35 до 59% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**2-3,5**	**2-3,5**	**2-3,5**	**2-3,5**
Правильно выполнил от 60% до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	**3,5-5**	**3,5-5**	**3,5-5**	**3,5-5**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	**5-6**	**5-6**	**5-6**	**5-6**

Шкала оценивания выполнения компьютерных тестов

1. Тест **«Теория погрешностей и приближение функций».** Всего заданий в тесте –12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.

2. Тест **«Приближенное решение нелинейных уравнений».** Всего заданий в тесте –12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.

3. Тест **«Приближенное решение систем линейных уравнений».** Всего заданий в тесте –12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.

4. Тест **«Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений».** Всего заданий в тесте –12. Каждое задание оценивается в 0,5 балла.

ПРИЛОЖЕНИЕ №8

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ ДИСЦИПЛИНЫ

«Вычислительная математика»

СЕМЕСТР 5

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
		Модуль 1			
Теория погрешностей и приближение функций	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (11), ДЗ (1)	8	14	7
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	3	6	
		Модуль 2			
Приближенное решение нелинейных уравнений	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (7), ДЗ (1)	6	10	11
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	3	6	
		Модуль 3			
Приближенное решение систем линейных уравнений	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (9), ДЗ (1)	7	12	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	4	6	
		Модуль 4			

Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Текущий контроль	Активность (1), посещаемость (1), ТР (7), ДЗ (1))	6	10	18
	Рубежный контроль	Контрольная работа или КОПТ (6)	3	6	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

ПРИЛОЖЕНИЕ №9

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

5 СЕМЕСТР

Образец выполнения типового расчета №1

1.1.

1), 2) Вычислить и определить погрешности результата;

3) Вычислить пользуясь правилами подсчета цифр.

Образец выполнения задания

1) $X=\dfrac{m^2n^3}{\sqrt{k}}$, где $m=28{,}3\ (\pm0{,}02)$, $n=7{,}45\ (\pm0{,}01)$, $k=0{,}678\ (\pm0{,}003)$;

2) $N=\dfrac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$, где $n=3{,}0567\ (\pm0{,}0001)$, $m=5{,}72\ (\pm0{,}02)$;

3) $V=\pi h^2\left(R-\dfrac{h}{3}\right)$, где $h=11{,}8$; $R=23{,}67$.

---

1) Находим $m^2=800{,}9$; $n^3=413{,}5$; $\sqrt{k}=0{,}8234$;

$$X=\frac{800{,}9\cdot 413{,}5}{0{,}8234}=402\,200=4{,}02\cdot 10^5.$$

Далее, имеем $\delta_m=0{,}02/28{,}3=0{,}00071$; $\delta_n=0{,}01/7{,}45=0{,}00135$; $\delta_k=0{,}003/0{,}678=0{,}00443$, откуда

$\delta_X=2\delta_m+3\delta_n+0{,}5\delta_k=0{,}00142+0{,}00405+0{,}00222=0{,}00769=0{,}77\%$;

$\alpha_X=4{,}02\cdot 10^5\cdot 0{,}0077=3{,}1\cdot 10^3$.

Ответ: $X=4{,}02\cdot 10^5(\pm3{,}1\cdot 10^3)$; $\delta_X=0{,}77\%$.

2) Имеем $n-1=2{,}0567\ (\pm0{,}0001)$; $m+n=3{,}057\ (\pm0{,}0004)+5{,}72\ (\pm0{,}02)=8{,}777\ (\pm0{,}0204)$; $m-n=5{,}72\ (\pm0{,}02)-3{,}057\ (\pm0{,}0004)=2{,}663\ (\pm0{,}0204)$;

$$N=\frac{2{,}0567\cdot 8{,}777}{2{,}663^2}=\frac{2{,}0567\cdot 8{,}777}{7{,}092}=2{,}545\approx 2{,}55;$$

$$\delta_N=\frac{0{,}0001}{2{,}0567}+\frac{0{,}0204}{8{,}777}+2\frac{0{,}0204}{2{,}663}=0{,}000049+0{,}00233+2\cdot 0{,}00766=$$

$$=0{,}00238+0{,}01532=0{,}0177=1{,}77\%;\quad \alpha_N=2{,}55\cdot 0{,}0177=0{,}046.$$

Ответ: $N\approx 2{,}55\ (\pm0{,}046)$; $\delta_N=1{,}77\%$.

3) Находим

$$V=3{,}142\cdot 11{,}8^2(23{,}67-3{,}933)=3{,}142\cdot 11{,}8^2\cdot 19{,}737=$$
$$=3{,}142\cdot 139{,}2\cdot 19{,}737=437{,}37\cdot 19{,}737=8630\approx 8{,}63\cdot 10^3.$$

Ответ: $V\approx 8{,}63\cdot 10^3$.

1.2.

Найти приближенное значение функции при данном значении аргумента с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, если функция задана: 1) в неравноотстоящих узлах таблицы; 2) в равноотстоящих узлах таблицы;

Решение:

1)

x	y
0,05	0,050042
0,10	0,100335
0,17	0,171657
0,25	0,255342
0,30	0,309336
0,36	0,376403

Вычислить значение функции $f(x)=y(x)$ при $x=0{,}263$.

2)

x	y
0,101	1,26183
0,106	1,27644
0,111	1,29122
0,116	1,30617
0,121	1,32130
0,126	1,32660

Определить значение функции $y(x)$ при $x=0{,}1157$.

1) Воспользуемся формулой

$$f(x)\approx \Pi_{n+1}\cdot\sum_{i=0}^{n}(y_i/D_i),$$

где

$$\Pi_{n+1}=(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n),$$

$$D_i=(x_i-x_0)(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x-x_i)(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n).$$

Вычисления приведены в таблице.

i	Разности						D_i	y_i/D_i
0	0,213	−0,05	−0,12	−0,20	−0,25	−0,31	$-0{,}19809\cdot 10^{-4}$	−2526,2
1	0,05	0,163	−0,07	−0,15	−0,20	−0,26	$0{,}44499\cdot 10^{-5}$	25547,7
2	0,12	0,07	0,093	−0,08	−0,13	−0,19	$-0{,}154365\cdot 10^{-5}$	−111202,0
3	0,20	0,15	0,08	0,013	−0,05	−0,11	$0{,}1716\cdot 10^{-6}$	1488007,0
4	0,25	0,20	0,13	0,05	−0,037	−0,06	$0{,}7215\cdot 10^{-6}$	428740,0
5	0,31	0,26	0,19	0,11	0,06	−0,097	$-0{,}980402\cdot 10^{-6}$	−38392,7

Итак, $\Pi_{5+1}=0{,}1506492\cdot 10^{-6}$, $\sum_{i=0}^{5}(y_i/D_i)=1790173{,}8$. Следовательно,

$$f(0{,}263)\approx\Pi_{5+1}\cdot\sum_{i=0}^{5}(y_i/D_i)=0{,}1506492\cdot 10^{-6}\cdot 1790173{,}8=0{,}269678.$$

2) Для вычислений используем формулу

$$f(x)=y(x)\approx\Pi_{n+1}(t)\sum_{i=0}^{n}\frac{y_i}{(t-i)C_i},$$

где

$$\Pi_{n+1}(t)=t(t-1)\dots(t-n);\quad t=(x-x_0)/h;\quad h=x_{i+1}-x_i;$$

$$C_i=(-1)^{n-i}\cdot i!\cdot(n-i)!.$$

Здесь $t=(0{,}1157-0{,}101)/0{,}005=2{,}94$. Вычисления располагаем в таблице.

i	x_i	l_i'	$t-i$	C_i	$(t-i)\cdot C_i$	$\frac{y_i}{(t-i)C_i}$
0	0,101	1,26183	2,94	−120	−352,8	−0,0035766
1	0,106	1,27644	1,94	24	46,56	0,0274149
2	0,111	1,29122	0,94	−12	−11,28	−0,1144691
3	0,116	1,30617	−0,06	12	−0,72	−1,8141250
4	0,121	1,32130	−1,06	−24	25,44	0,0519379
5	0,126	1,33660	−2,06	120	−247,2	−0,0054069

Итак, $\Pi_{5+1}(t) = -0{,}7024271$; $\sum_{i=0}^{5} \frac{y_i}{(t-i)C_i} = -1{,}858225$. Следовательно,

$f(0{,}1157) \approx 1{,}30527$.

1.3.

Вычислить приближенное значение функции, заданной таблично, по схеме Эйткена при заданном значении аргумента x= 0,8925.

Таблица 2

x	y	№ варианта	x
0,8902	1,23510	2	0,8942
0,8909	1,23687	8	0,8973
0,8919	1,23941	14	0,8958
0,8940	1,24475	20	0,8948
0,8944	1,24577	26	0,8934
0,8955	1,24858		
0,8965	1,25114		
0,8975	1,25371		
0,9010	1,26275		
0,9026	1,26691		

Решение:

Выберем из таблицы 2 шесть значений так, чтобы значение аргумента 0,8925 было расположено между двумя средними значениями аргумента, и вычисляем $f(0{,}8925)$ по схеме Эйткина до получения совпадающих значений с пятью десятичными знаками. Вычисления приведены в таблице.

x_i	y_i	$P_1(x_i, x_{i+1})$	$P_2(x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$	$P_3(x_i, x_{i+1}, x_{i-2}, x_{i-3})$	$x_i - x$
0,8902	1,23510				−0,0023
0,8909	1,23687	1,240916			−0,0016
0,8919	1,23941	1,240934	1,240940		−0,0006
0,8940	1,24475	1,240936	1,240935	1,240937	0,0015
0,8944	1,24577	1,240925	1,240933	1,240934	0,0019
0,8955	1,24858	1,240916	1,240934	1,240933	0,0030

Из сравнения полученных результатов имеем $f(0{,}8925) \approx 1{,}24093$.

1.4

Используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона найти приближенное значение функции при данном значении аргумента.

x	y
1,215	0,106044
1,220	0,113276
1,225	0,119671
1,230	0,125324
1,235	0,130328
1,240	0,134776
1,245	0,138759
1,250	0,142367
1,255	0,145688
1,260	0,148809

Определить значения функции $y(x)$ при следующих значениях аргумента:
1) $x_1=1{,}2273$; 3) $x_2=1{,}253$;
2) $x_3=1{,}210$; 4) $x_4=1{,}2638$.

Решение:

Составим таблицу конечных разностей. Для контроля вычислений добавим к ней две строки: в строке $\sum$ запишем суммы элементов столбцов конечных разностей, а в строке P — разности крайних значений столбцов.

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$
1,215	0,106044	0,007232	−0,000837	0,000095
1,220	0,113276	0,006395	−0,000742	0,000093
1,225	0,119671	0,005653	−0,000649	0,000093
1,230	0,125324	0,005004	−0,000556	0,000091
1,235	0,130328	0,004448	−0,000465	0,000090
1,240	0,134776	0,003983	−0,000375	0,000088
1,245	0,138759	0,003608	−0,000287	0,000087
1,250	0,142367	0,003321	−0,000200	—
1,255	0,145688	0,003121	—	—
1,260	0,148809	—	—	—
$\sum$	—	0,042765	−0,004111	0,000637
P	0,042765	−0,004111	0,000637	—

При составлении таблицы разностей ограничиваемся разностями третьего порядка, так как они практически постоянны. Для вычисления значений функции при $x=1{,}2273$ и $x=1{,}210$ воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования вперед:

$$y(x)\approx y_0+q\Delta y_0+\frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0+\frac{q(q-1)(q-2)}{3!}\Delta^3 y_0.$$

где $q=(x-x_0)/h$.

1) Если $x=1{,}2273$, то примем $x_0=1{,}225$; тогда

$$q=\frac{1{,}2273-1{,}225}{0{,}005}=0{,}46.$$

$$y(1,2273)\approx 0,119671+0,46\cdot 0,005653+\frac{0,46(-0,54)}{2}(-0,000649)+$$
$$+\frac{0,46(-0,54)(-1,54)}{6}0,000093=0,119671+0,0026004+0,0000806+0,0000059=$$
$$=0,1223579\approx 0,122358.$$

2) Если $x=1,210$, то примем $x_0=1,215$; тогда

$$q=\frac{1,210-1,215}{0,005}=-1,$$

$$y(1,210)\approx 0,106044+(-1)0,007232+\frac{(-1)(-2)}{2}(-0,000837)+\frac{(-1)(-2)(-3)}{6}\times$$
$$\times 0,000095=0,097880.$$

Для вычисления значений функции при $x=1,253$ и $x=1,2638$ воспользуемся формулой Ньютона для интерполирования назад:

$$y(x)\approx y_n+q\Delta y_{n-1}+\frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2}+\frac{q(q+1)(q+2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3},$$

где $q=(x-x_n/h$.

3) Если $x=1,253$, то примем $x_n=1,255$; тогда

$$q=\frac{1,253-1,255}{0,005}=-0,4,$$

$$y(1,253)\approx 0,145688+(-0,4)0,003321+\frac{(-0,4)0,6}{2}(-0,000287)+\frac{(-0,4)0,6\cdot 1,6}{6}\times$$
$$\times 0,000088=0,145688-0,0013284+0,0000344-0,0000056=0,1443884\approx$$
$$\approx 0,144388.$$

4) Если $x=1,2638$, то примем $x_n=1,260$; тогда

$$q=\frac{1,2638-0,260}{0,005}=0,76,$$

$$y(1,2638)\approx 0,148809+0,76\cdot 0,003121+\frac{0,76\cdot 1,76}{2}(-0,000200)+\frac{0,76\cdot 1,76\cdot 2,76}{6}\times$$
$$\times 0,000087=0,148809+0,0023720-0,0001338+0,0000535=$$
$$=0,1511007\approx 0,151101.$$

Образец выполнения типового расчета №2

1) Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них

а) методом хорд;

б) методом касательных;

в) методом простых итераций

с точностью до 0,001.

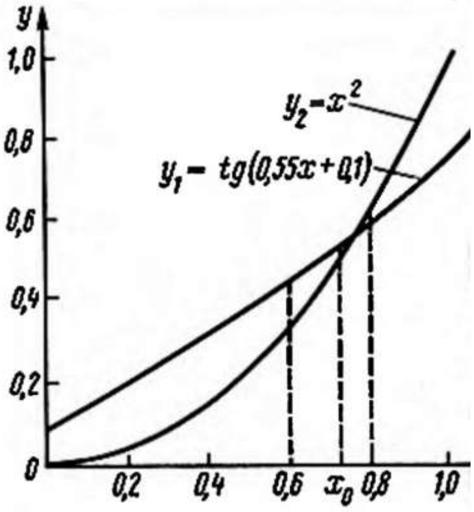
Уравнение $\operatorname{tg}(0{,}55x+0{,}1)=x^2$;

Решение.

а)

Отделим корень графически. Построим графики функций $y_1=\operatorname{tg}(0{,}55x+0{,}1)$ и $y_2=x^2$, составив таблицы значений этих функций:

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$y_2=x^2$	0	0,04	0,16	0,36	0,64	1
$0.55x$	0	0,11	0,22	0,33	0,44	0,55
y_1	0,1	0,21	0,33	0,46	0,60	0,76



Таким образом, положительный корень уравнения заключен в промежутке $[0{,}6;\ 0{,}8]$.

Чтобы уточнить корень методом хорд, определим знаки функции $f(x)=\operatorname{tg}(0{,}55x+0{,}1)-x^2$ на концах промежутка $[0{,}6;\ 0{,}8]$ и знак второй производной в этом промежутке:

$$f(0{,}6)=\operatorname{tg}0{,}43-0{,}36=0{,}4586-0{,}36=0{,}0986;\quad f(0{,}8)=\operatorname{tg}0{,}54-0{,}64=$$
$$=0{,}5994-0{,}64=-0{,}0406;$$
$$f'(x)=\frac{0{,}55}{\cos^2(0{,}55x+0{,}1)}-2x;$$
$$f''(x)=0{,}55\cdot 2\cos^3(0{,}55x+0{,}1)\sin(0{,}55x+0{,}1)0{,}55-2=$$
$$=\frac{0{,}605\sin(0{,}55x+0{,}1)}{\cos^3(0{,}55x+0{,}1)}-2<0\quad \text{при}\quad x\in[0{,}6;\ 0{,}8].$$

Для вычислений применяем формулу

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(b)-f(x_n)}\cdot(b-x_n),$$

где $b=0{,}8$; $x_0=0{,}6$.

Вычисления удобно располагать в таблице:

n	x_n	$0.8-x_n$	$0.55x_n+0.1$	$\operatorname{tg}(0.55x_n+0{,}1)$
0	0.6	0.2	0.43	0.4586
1	0.742	0.058	0.5081	0.5570
2	0.750	0.50	0.5125	0.5627
3	0.7502	0.0498	0.5126	0.5628

n	x_n^2	$f(x_n)$	$f(0{,}8)-f(x_n)$	$h=\frac{f(x_n)}{f(0{,}8)-f(x_n)}\times(b-x_n)$
0	0,36	0,0986	−0,1392	−0,142
1	0,5506	0,0064	−0,0470	−0,008
2	0,5625	0,0002	−0,0408	−0,0002
3	0,5628	0		

Ответ: $x=0{,}750$.

б) Выше мы отделили один из корней этого уравнения и установили, что он заключен в промежутке $[0{,}6;\ 0{,}8]$. Уточним этот корень методом касательных. Так как $f(0{,}6)>0$; $f(0{,}8)<0$ и $f''(x)<0$ то за начальное приближение примем $x_0=0{,}8$.

Вычисления производим по формуле

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_0)}.$$

Предварительно найдем

$$f'(0{,}8)=\frac{0{,}55}{\cos^2(0{,}44+0{,}1)}-2\cdot0{,}8=\frac{0{,}55}{0{,}85772}-1{,}6=\frac{0{,}55}{0{,}7356}-1{,}6=$$
$$=0{,}7477-1{,}6=-0{,}8523.$$

Составим таблицу:

n	x_n	x_n^2	$0{,}55x_n+0{,}1$	$\mathrm{tg}(0{,}55x_n+0{,}1)$	$f(x_n)$	$\frac{f(x_n)}{-0{,}8523}$
0	0,8	0,64	0,54	0,5994	−0,0406	0,0476
1	0,7524	0,5661	0,5138	0,5643	−0,0018	0,0021
2	0,7503	0,5630	0,5127	0,5630	−0,0000	0

Ответ: $x\approx0{,}750$.

в) Рассмотрим уравнение $2x+\lg(2x+3)=1$;

Найдем приближенные значения корней графически; для этого уравнение удобно представить в виде $\lg(2x+3)=1-2x$ Из графика видно, что уравнение имеет один корень, лежащий в промежутке $[0;\ 0{,}5]$. Для уточнения его методом итераций приведем уравнение к виду $x=\varphi(x)$.

функцию $\varphi(x)$ будем искать из соотношения $\varphi(x)=x-\frac{f(x)}{k}$, считая, что $|k|\geqslant Q/2$, где $Q=\max|f'(x)|$; число k имеет тот же знак, что и $f'(x)$ в промежутке $[0;\ 0{,}5]$.

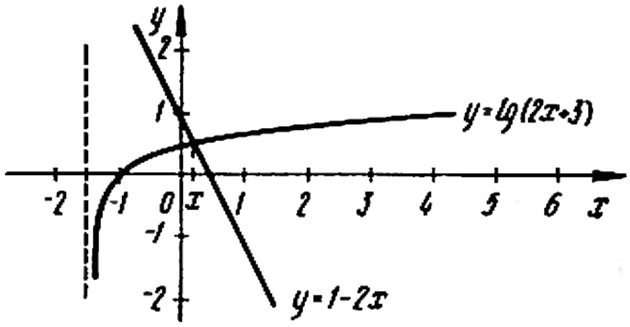


Рис. 4

Находим

$$f(x)=2x+\lg(2x+3)-1;$$

$$f'(x)=2+\frac{0{,}8686}{2x+3};$$

$$Q=\max_{[0;\ 0{,}5]} f'(x)=2+\frac{0{,}8686}{2\cdot 0+3}\approx 2{,}2895;\quad f'(x)>0 \ \text{ при } \ 0\leqslant x\leqslant 0{,}5.$$

Примем $k=2$, тогда

$$\varphi(x)=x-\frac{f(x)}{2}=x-x-\frac{\lg(2x+3)}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\lg(2x+3).$$

За начальное приближение возьмем $x_0=0$, все остальные приближения будем определять из равенства

$$x_{n+1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\lg(2x_n+3).$$

Вычисления удобно располагать в таблице:

n	x_n	$2x_n+3$	$\lg(2x_n+3)$	$\frac{1}{2}\lg(2x_n+3)$
0	0	3	0,4771	0,2386
1	0,2614	3,5228	0,5469	0,2734
2	0,2266	3,4532	0,5382	0,2691
3	0,2309	3,4618	0,5394	0,2697
4	0,2303	3,4606	0,5392	0,2696
5	0,2304			

Ответ: $x\approx 0{,}230$.

2) Отделить корни уравнения аналитически и уточнить один из них

а) методом хорд;

б) методом касательных;

в) методом простых итераций

с точностью до 0,001.

Уравнение $x^3-0{,}2x^2+0{,}5x+1{,}5=0$

Решение.

а)

Отделим корни аналитически. Находим

$f(x)=x^3-0{,}2x^2+0{,}5x+1{,}5$; $f'(x)=3x^2-0{,}4x+0{,}5$; $D=0{,}16-6<0$.

Составим таблицу знаков функции $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$\operatorname{sign} f(x)$	$-$	$-$	$+$	$+$

Уравнение имеет один действительный корень, лежащий в промежутке $[-1,0]$.

Чтобы уточнить корень, находим вторую производную $f''(x)=6x-0{,}4$; в промежутке $[-1,0]$ выполняется неравенство $f''(x)<0$.

Для вычислений применяем формулу

$$x_{n+1}=a-\frac{f(a)}{f(x_n)-f(a)}(x_n-a),$$

где $a=-1$; $x_0=0$; $f(a)=f(-1)=-1-0{,}2-0{,}5+1{,}5=-0{,}2$.

Вычисления располагаем в таблице:

n	x_n	x_n^3	x_n^2	$0.2x_n^2$	$0.5x_n$
0	0	0	0	0	0
1	−0,882	−0.6861	0.7779	0,1556	−0,441
2	−0,943	−0,8386	0,8892	0,1778	−0,4715
3	−0,946	−0.8466	0,8949	0,1790	−0,473
4	−0,946				

n	$f(x_n)$	$f(x_n)+0.2$	x_n-a	$\dfrac{f(a)(x_n-a)}{f(x_n)-f(a)}$
0	1,5	1,7	1	−0,118
1	0,2173	0,4173	0,118	−0,057
2	0,0121	0,2121	0,057	−0,054
3	0,0014	0,2014	0,054	−0,054

Ответ: $x\approx-0{,}946$.

б)

Выше мы установили, что уравнение имеет действительный корень, принадлежащий промежутку $[-1,0]$. Уточним этот корень методом касательных. Так как $f(-1)<0$, $f(0)>0$ и $f''(x)<0$, то за начальное приближение принимаем $x_0=-1$.

Для вычислений применяем формулу

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Находим $f(x)=x^3-0{,}2x^2+0{,}5x+1{,}5$; $f'(x)=3x^2-0{,}4x+0{.}5$. Для вычислений используем таблицу:

n	x_n	x_n^2	x_n^3	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$h=\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	−1	1	−1	−0,2	3,9	−0,051
1	−0,949	0,9006	−1,8547	−0,0093	3,5814	−0,0026
2	−0,9464	0,8957	−0,8477	−0,0004	3,5657	−0,00001

Ответ: $x\approx-0{,}946$.

в) Рассмотрим уравнение $x^3-2x^2+7x+3=0$.

Отделяем корни аналитически. Находим

$f(x)=x^3-2x^2+7x+3$; $f'(x)=3x^2-4x+7$; $D=4-21\cdot4<0$.

Составим таблицу:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$\operatorname{sign} f(x)$	−	−	+	+

Уравнение имеет действительный корень, лежащий в промежутке $[-1,\ 0]$.

Приведем уравнение к виду $x=\varphi(x)$ так, чтобы $|\varphi'(x)|<1$ при $-1\leqslant x\leqslant0$. Так как $Q=\max\limits_{[-1,\,0]}|f'(x)|=f'(-1)=3+4+7=14$, то можно взять $k=10$. Тогда

$$\varphi(x)=x-\frac{f(x)}{k}=x-0{,}1x^3+0{,}2x^2-0{,}7x-0{,}3=-0{,}1x^3+0{,}2x^2+0{,}3x-0{,}3.$$

Пусть $x_0=0$, тогда $x_{n+1}=\varphi(x_n)$. Вычисления располагаем в таблице:

n	x_n	x_n^2	x_n^3	$\varphi(x_n)$
0	0	0	0	−0,3
1	−0,3	0,09	−0,027	−0,3693
2	−0,3693	0,1364	−0,0504	−0,3785
3	−0,3785	0,1433	−0,0542	−0,3795
4	−0,3795	0,1440	−0,0546	−0,3796
5	−0,3796			

Ответ: $x\approx-0{,}380$.

Образец выполнения типового расчета №3

3.1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого с точностью до 0,0001.

$$\begin{cases} 1{,}35x_1 - 1{,}72x_2 - 0{,}62x_3 + 0{,}48x_4 = 0{,}93; \\ 1{,}08x_1 + 0{,}64x_2 - 0{,}95x_3 + 1{,}54x_4 = 1{,}64; \\ 0{,}88x_1 - 0{,}72x_2 + 1{,}36x_3 - 0{,}68x_4 = -0{,}85; \\ 0{,}64x_1 + 1{,}48x_2 + 0{,}82x_3 - 1{,}58x_4 = -1{,}32. \end{cases}$$

Решение:

Вычисления производим по следующей схеме

x_1	x_2	x_3	x_4	Свободный член	Σ
1,35	−1,72	−0,62	0,48	0,93	0,42
1,08	0,64	−0,95	1,54	1,64	3,95
0,88	−0,72	1,36	−0,68	−0,85	−0,01
0,64	1,48	0,82	−1,58	−1,32	0,04
1,35 1	−1,27410	−0,45926	0,35555	0,68888	0,31111
1,08	2,01603 1	−0,22520	0,57341	0,44444	1,79263
0,88	0,40121	1,85450 1	−0,65945	−0,88138	−0,54085
0,64	2,29542	1,63086	−2,04830 1	0,65598	1,65596
			1	0,65598	1,65596
		1		−0,44879	0,55117
	1			−0,03277	0,96721
1				0,20778	1,20778

Ответ: $x_1 = 0{,}2078$; $x_2 = -0{,}0328$; $x_3 = -0{,}4488$; $x_4 = 0{,}6560$;
$\bar{x}_1 = 1{,}2078$; $\bar{x}_2 = 0{,}9672$; $\bar{x}_3 = 0{,}5512$; $\bar{x}_4 = 1{,}6569$.

3.2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001, предварительно оценив число необходимых для этого шагов.

$$\begin{cases} x_1 = 0{,}32x_1 - 0{,}05x_2 + 0{,}11x_3 - 0{,}08x_4 + 2{,}15; \\ x_2 = 0{,}11x_1 + 0{,}16x_2 - 0{,}28x_3 - 0{,}06x_4 - 0{,}83; \\ x_3 = 0{,}08x_1 - 0{,}15x_2 + 0{,}12x_4 + 1{,}16; \\ x_4 = -0{,}21x_1 + 0{,}13x_2 - 0{,}27x_3 + 0{,}44. \end{cases}$$

Решение:

Число шагов, дающих наверняка ответ с точностью до 0,001 определим с помощью соотношения

$$\| X^* - X^k \| \leqslant \frac{\| A \|^{k+1}}{1 - \| A \|} \cdot \| F \| \leqslant 0{,}001.$$

Здесь $\| A \|_1 = \max\{0{,}56;\ 0{,}61;\ 0{,}35;\ 0{,}61\} < 1$; значит, итерационный процесс сходится; $\| F \|_1 = 2{,}15$. Имеем

$$\frac{0{,}61^{k+1}}{0{,}39} \cdot 2{,}15 < 0{,}001; \quad 0{,}61^{k+1} < \frac{0{,}001 \cdot 0{,}39}{2{,}15};$$

$$(k+1) \cdot \lg 0{,}61 < -3 + \lg 0{,}39 - \lg 2{,}15;$$

$$k+1 > \frac{-3+1{,}5911-0{,}3324}{1{,}7853} = \frac{3{,}7413}{0{,}2147} = 17{,}5; \quad k \geqslant 17.$$

Вычисления располагаем в таблице:

k	x_1	x_2	x_3	x_4
0	2.15	−0.83	1.16	0.44
1	2.9719	−1.0775	1.5093	−0.4326
2	2.3555	−1.0721	1.5075	−0.7317
3	3.5017	−1.0106	1.5015	−0.8111
4	3.5511	−0.9277	1.4944	−0.8321
5	3.5637	−0.9563	1.4834	−0.8298
6	3.5678	−0.9566	1.4890	−0.8332
7	3.5700	−0.9575	1.4889	−0.8356
8	3.5709	−0.9573	1.4890	−0.8362
9	3.5712	−0.9571	1.4889	−0.8364
10	3.5713	−0.9570	1.4890	−0.8364

Сходимость в тысячных долях имеет место уже на 10-м шаге.
Ответ: $x_1 \approx 3{,}571$; $x_2 \approx -0{,}957$; $x_3 \approx 1{,}489$; $x_4 \approx -0{,}836$.

3.3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001, предварительно приведя ее к виду, удобному для итераций.

$$\begin{cases} 4{,}5x_1 - 1{,}8x_2 + 3{,}6x_3 = -1{,}7; & \text{(I)} \\ 3{,}1x_1 + 2{,}3x_2 - 1{,}2x_3 = 3{,}6; & \text{(II)} \\ 1{,}8x_1 + 2{,}5x_2 + 4{,}6x_3 = 2{,}2. & \text{(III)} \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} 7{,}6x_1 + 0{,}5x_2 + 2{,}4x_3 = 1{,}9; & \text{(I+II)} \\ 2{,}2x_1 + 9{,}1x_2 + 4{,}4x_3 = 9{,}7; & \text{(2III+II−I)} \\ -1{,}3x_1 + 0{,}2x_2 + 5{,}8x_3 = -1{,}4; & \text{(III−II)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x_1 = 2{,}4x_1 - 0{,}5x_2 - 2{,}4x_3 + 1{,}9; \\ 10x_2 = -2{,}2x_1 + 0{,}9x_2 - 4{,}4x_3 + 9{,}7; \\ 10x_3 = 1{,}3x_1 - 0{,}2x_2 - 4{,}2x_3 - 1{,}4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0{,}24x_1 - 0{,}05x_2 - 0{,}24x_3 + 0{,}19; \\ x_2 = -0{,}22x_1 + 0{,}09x_2 - 0{,}44x_3 + 0{,}97; \\ x_3 = 0{,}13x_1 - 0{,}02x_2 + 0{,}42x_3 - 0{,}14. \end{cases}$$

Норма $\| A \|_1$ матрицы, состоящей из коэффициентов при неизвестных в правых частях уравнений, равна $\{0{,}53;\ 0{,}77;\ 0{,}57\} = 0{,}77 < 1$; значит процесс Зейделя сходится.

Вычисления располагаем в таблице:

N	x_1	x_2	x_3	N	x_1	x_2	x_3
0	0,19	0,97	−0,14	5	0,2467	1,1138	−0,223
1	0,2207	1,0703	−0,1915	6	0,2472	1,1143	−0,224
2	0,2354	1,0988	−0,2118	7	0,2474	1,1145	−0,224
3	0,2424	1,1088	−0,2196	8	0,2475	1,1145	−0,224
4	0,2454	1,1124	−0,2226				

Ответ: $x_1 \approx 0{,}248$; $x_2 \approx 1{,}115$; $x_3 \approx -0{,}224$.

Типовой расчет №4

4.1. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Эйлера-Коши на отрезке $[0{,}2;1{,}2]$ с шагом 0,1 с начальным условием $y(0{,}2)=0{,}25$. Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками.

$$y' = 0{,}185\left(x^2 + \cos 0{,}7x\right) + 1{,}843y.$$

Используем формулу: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}\left(y'_i + \tilde{y}'_{i+1}\right)$,

где $\tilde{y}'_{i+1} = y'(x_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$, $\tilde{y}_{i+1} = y_i + hy'_i$. Все вычисления представим в таблице:

i	x_i	y_i	y'_i	hy'_i	$\tilde{y}_{i+1}$	$\tilde{y}'_{i+1}$	$y'_i+\tilde{y}'_{i+1}$	$\frac{h}{2}(y'_i+\tilde{y}'_{i+1})$
0	0,2	0,25	0.6513	0,0651	0,3151	0.7784	1.4297	0,0715
1	0,3	0,3215	0,7901	0,0790	0,4005	0,9455	1,7356	0,0868
2	0,4	0,4083	0,9599	0,0960	0,5043	1,1495	2,1094	0,1055
3	0,5	0,5138	1,1670	0,1167	0,6305	1,3975	2,5645	0,1282
4	0,6	0,6420	1,4187	0,1419	0,7839	1,6986	2,1173	0,1559
5	0,7	0,7979	1,7244	0,1724	0,9703	2,0635	3,7879	0,1894
6	0,8	0,9873	2,0947	0,2095	1,1968	2,5050	4,5997	0,2300
7	0,9	1,2173	2,5428	0,2543	1,4716	3,0386	5,5814	0,2791
8	1,0	1,4964	3,0844	0,3084	1,8048	3,6830	6,7674	0,3384
9	1,1	1,8348	3,7382	0,3738	2,2086	4,4604	8,1986	0,4099
10	1,2	2,2447						

Решение дают значения x_i, y_i ($i = 0, 1, 2, \ldots, 10$) (первые два столбца таблицы).

Ответ:

x_i	y_i	x_i	y_i
0,2	0,25	0,8	0,987
0,3	0,322	0,9	1,217
0,4	0,408	1,0	1,496
0,5	0,514	1,1	1,835
0,6	0,642	1,2	2,245
0,7	0,797		

4.2. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка методом Адамса со вторыми разностями на отрезке $[0;1]$ с шагом $h=0,1$. Вычисления выполнять с четырьмя десятичными знаками. Начальный отрезок определить методом Рунге-Кутты.

$y' = 1 + 0{,}2y\sin x - 1{,}5y^2 = f(x,\ y)$; $y(0)=0$. $x\in[0,\ 1]$, $h=0{,}1$.

Определим значения $y_1 = y(0{,}1)$, $y_2 = y(0{,}2)$ (начальный отрезок) методом Рунге — Кутта. При этом значения $y_{i+1} = y(x_{i+1})$, где $x_{i+1} = x_i + h$, находятся по формулам

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i,$$

$$\Delta y_i = \frac{1}{6}\left(k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}\right),$$

где

$$k_1^{(i)} = hf(x_i,\ y_i),$$

$$k_2^{(i)} = hf\left(x_i + \frac{h}{2},\ y_i + \frac{k_1^{(i)}}{2}\right),$$

$$k_3^{(i)} = hf\left(x_i + \frac{h}{2},\ y_i + \frac{k_2^{(i)}}{2}\right),$$

$$k_4^{(i)} = hf\left(x_i + h,\ y_i + k_3^{(i)}\right).$$

Все вычисления будем располагать в таблице

x	$y(x)$	$\sin x$	$0{,}2y\cdot\sin x$	$-1{,}5y^2$	$f(x,\ y)$	$hf(x,\ y)$	Δy
0	0	0	0	0	1	0,1	0,1000
0,05 0,05 0,10	0,05 0,0498 0,0997	0,0500 0,0500 0,0998	0,0005 0,0005 0,0020	−0,0038 −0,0037 −0,0149	0,9967 0,9968 0,9871	0,0997 0,0997 0,0987	0,1994 0,1994 0,0987
							0,5979 · (1/6) = = 0,0996
0,10	0,0996	0,0998	0,0020	−0,0149	0,9871	0,0987	0,0987

x	$y(x)$	$\sin x$	$0.2y\cdot\sin x$	$-1.5y^2$	$f(x, y)$	$hf(x, y)$	Δy
0,15	0,1490	0,1494	0,0045	−0,0333	0,9712	0,0971	0,1942
0,15	0,1482	0,1494	0,0044	−0,0329	0,9715	0,0972	0,1944
0,20	0,1968	0,1987	0,0078	−0,0581	0,9497	0,0950	0,0950
							0,5823 · (1/6) = = 0,0970
0,20	0,1966	0,1987	0,0078	−0,0580	0,9498		

Вычисление последующих значений $y_i = y(x_i)$, где $x_i = x_0 + ih$ ($i = 3$, 4, ...), производим по формуле Адамса со вторыми разностями

$$y_{i+1} = y_i + q_i + \frac{1}{2}\Delta q_{i-1} + \frac{5}{12}\Delta^2 q_{i-2}, \text{ где } q_i = hf(x_i, y_i).$$

Вычисления производим в следующих таблицах (табл. II, III и IV). Табл. II содержит окончательные значения $y(x_i)$ и значения конечных разностей, имеющихся в вычислительной формуле.

Таблица II

i	x_i	y_i	$f(x_i, y_i)$	$q_i = hf_i$	Δq_i	$\Delta^2 q_i$
0	0	0	0,1000	0,10000	−0,00129	−0,00244
1	0,1	0,0996	0,9871	0,09871	−0,00373	−0,00204
2	0,2	0,1966	0,9498	0,09498	−0,00577	−0,00154
3	0,3	0,2887	0,8921	0,08921	−0,00731	−0,00088
4	0,4	0,3742	0,8190	0,08190	−0,00819	−0,00035
5	0,5	0,4518	0,7371	0,07371	−0,00854	0,00008
6	0,6	0,5210	0,6517	0,06517	−0,00846	0,00049
7	0,7	0,5818	0,5671	0,05671	−0,00797	0,00067
8	0,8	0,6343	0,4874	0,04874	−0,00730	—
9	0,9	0,6792	0,4144	0,04144	—	—
10	1,0	0,7173	—	—	—	—

В табл. III выполняются расчеты, соответствующие формуле Адамса со вторыми разностями.

Таблица III

i	2	3	4	5
y_i	0,1966	0,28870	0,37418	0,45178
q_i	0,09498	−0,08921	−0,08190	−0,07371
$\frac{1}{2}\Delta q_{i-1}$	−0,00186	−0,00288	−0,00366	−0,00410
$\frac{5}{12}\Delta q_{i-2}$	−0,0102	−0,00085	−0,00064	−0,00037

y_{i+1}	0.28870	0,37418	0,45178	0,52102

i	6	7	8	9
y_i	0,52102	0,58177	0,63428	0,67924
q_i	0,6517	0,05671	0,04874	0,04144
$\frac{1}{2}\Delta q_{i-1}$	−0,00427	−0,00423	−0,00398	−0,00365
$\frac{5}{12}\Delta q_{i-2}$	−0,00015	0,00003	0,00020	0,00028
y_{i+1}	0,58177	0,63428	0,67924	0,71731

В табл. IV производится вычисление значений функции

$$y'=f(x_i,\ y_i)=1+0{,}2y_i\sin x_i-1{,}5y_i^2.$$

Таблица IV

x_i	y_i	$0{,}2\sin x_i$	$0{,}2y_i\sin x_i$	$-1{,}5y_i^2$	$f(x_i,\ y_i)$
0,3	0,2887	0,0591	0,0171	−0,1250	0,8921
0,4	0,3742	0,0779	0,0292	−0,2102	0,8190
0,5	0,4518	0,0959	0,0433	−0,3062	0,7371
0,6	0,5210	0,1129	0,0588	−0,4071	0,6517
0,7	0,5818	0,1288	0,0749	−0,5078	0,5671
0,8	0,6343	0,1435	0,0910	−0,6036	0,4874
0,9	0,6792	0,1567	0,1064	−0,6920	0,4144

Ответом являются значения функции $y(x_i)$, полученные в табл. II.

4.3. Решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения методом прогонки с шагом $h=0{,}05$ и с точностью 0,001.

$$y''+xy'-0{,}5\frac{y}{x}=1,$$

$$\begin{cases} y(2)+2y'(2)=1, \\ y(2{,}3)=2{,}15. \end{cases}$$

Решение:

В данной краевой задаче $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 2$, $A = 1$, $\beta_0 = 1$, $\beta_1 = 0$, $B = 2{,}15$; узловые точки имеют абсциссы $x_i = 2 + 0{,}05i$; коэффициенты $p_i = x_i$, $q_i = -0{,}5/x_i$; $f_i = 1$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, 6)$.

Метод прогонки состоит из «прямого хода», в котором определяю коэффициенты

$$m_i = \frac{2h^2 q_i - 4}{2 + hp_i}, \quad n_i = \frac{2 - hp_i}{2 + hp_i}, \quad F_i = \frac{2f_i}{2 + hp_i} \quad (i + 1, 2, \ldots, n - 1),$$

а также

$$c_0 = \frac{\alpha_1}{\alpha_0 h - \alpha_1}, \quad d_0 = \frac{Ah}{\alpha_1}, \quad c_i = \frac{1}{m_i - n_i c_{i-1}},$$

$$d_i = F_i h^2 - n_i c_{i-1} d_{i-1} \quad (i = 1, 2, \ldots, n - 1).$$

После выполнения «прямого хода» переходят к выполнению «обратного хода», который состоит в определении значений искомой функции по формулам

$$y_n = \frac{Bh + \beta_1 c_{n-1} d_{n-1}}{\beta_0 h + \beta_i (c_{n-1} + 1)}, \quad y_i = c_i (d_i - y_{i+1}) \quad (i = n - 1, \ n - 2, \ \ldots, \ 1, \ 0).$$

Здесь

$$m_i \approx -\frac{4 + \dfrac{0.0025}{x_i}}{2 + 0{,}05x_i}, \quad n_i = \frac{2 - 0.05x_i}{2 + 0.05x_i},$$

$$F_i \approx \frac{2}{2 + 0{,}05x_i} \quad (i = 1, \ 2, \ \ldots, \ 5),$$

$$c_0 = \frac{2}{0{,}05 - 2} = -1{,}02564; \quad d_0 = \frac{0.05}{2} = 0.025.$$

Все вычисления будем располагать в таблице.

i	x_i	m_i	n_i	$h^2 F_i$	c_i	d_i	y_i
0	2,00	—	—	—	−1,02564	0.025000	2,2490
1	2,05	−1,903077	0.902497	0.002378	−1,02308	0.095519	2,2178
2	2,10	−1,900803	0,900238	0,002375	−1,02063	0,025878	2,1933
3	2,15	−1,898535	0,897983	0,002372	−1,01830	0,026090	2,1748
4	2,20	−1,896273	0,895734	0,002370	−1,01611	0,026167	2,1618
5	2,25	−1,894017	0,893491	0,002367	−1,01406	0.026123	2,1537
6	2,30	—	—	—	—	—	2,15

Ответ:

x	y	x	y
2,00	2,249	2,20	2,162
2,05	2,218	2,25	2,154
2,10	2,193	2,30	2,150
2,15	2,175		

ПРИЛОЖЕНИЕ №10

ОБРАЗЦЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

5 СЕМЕСТР

Образец выполнения контрольной работы №1

Вариант 1

1. Дана функция $f(a,b,c)=\dfrac{ab^3}{c}$ и значения переменных со всеми верными в широком смысле цифрами: $a=0.643,\ b=2.17,\ c=5.843$. Оценить погрешность результата используя оценки погрешностей для арифметических действий. Записать ответ в двух формах записи: с явным указанием погрешностей и с учетом верных цифр.

Решение.

Значащую цифру называют верной в широком смысле, если абсолютная погрешность числа не превосходит единицы разряда, соответствующего этой цифре. Таким образом, так как значения переменных указаны в варианте со всеми верными цифрами, то будем считать, что

$$\Delta_a < 0.001;\ \Delta_b < 0.01;\ \Delta_c < 0.001$$

Погрешность умножения чисел $(x \pm \Delta_x), (y \pm \Delta y)$:

$$\Delta_z = |x|\Delta_y + |y|\Delta_x + \Delta_x\Delta_y$$

Погрешность деления чисел $(x \pm \Delta_x), (y \pm \Delta y)$

$$\Delta_z \approx \frac{|x|\Delta_y + |y|\Delta_x}{y^2}$$

Оценим погрешность произведения b^2 по правилу оценки погрешности произведения $(b^2 = b \cdot b)$

$$\Delta_{b^2} = |b|\Delta_b + |b|\Delta_b + \Delta_b\Delta_b$$

$$|b|\Delta_b + |b|\Delta_b + \Delta_b\Delta_b = 2|b|\Delta_b + (\Delta_b)^2 = 2 \cdot 2.17 \cdot 0.01 + (0.01)^2 = 0.0435$$

$$\Delta_{b^2} < 0.0435$$

Оценим погрешность произведения b^3 по правилу оценки погрешности произведения $(b^3 = b^2 \cdot b)$

$$\Delta_{b^3} = |b^2|\Delta_b + |b|\Delta_{b^2} + \Delta_b\Delta_{b^2}$$

$$|b^2|\Delta_b + |b|\Delta_{b^2} + \Delta_b\Delta_{b^2} = 2.17^2 \cdot 0.01 + 2.17 \cdot 0.0435 + 0.01 \cdot 0.0435 = 0.141919$$

$$\Delta_{b^3} < 0.141919$$

Оценим погрешность произведения ab^3 по правилу оценки погрешности произведения

$$\Delta_{ab^3} = |a|\Delta_{b^3} + |b^3|\Delta_a + \Delta_a\Delta_{b^3}$$

$$|a|\Delta_{b^3} + |b^3|\Delta_a + \Delta_a\Delta_{b^3} = 0.643 \cdot 0.141919 + 2.17^3 \cdot 0.001 + 0.001 \cdot 0.141919 = \\ = 0.101614149$$

$$\Delta_{ab^3} < 0.101614149$$

Оценим погрешность частного $z = \frac{ab^3}{c}$ по правилу оценки погрешности частного:

$$\Delta_z \approx \frac{|ab^3|\Delta_c + |c|\Delta_{ab^3}}{c^2}$$

$$\frac{|ab^3|\Delta_c + |c|\Delta_{ab^3}}{c^2} = \frac{0.643 \cdot 2.17^3 \cdot 0.001 + 5.843 \cdot 0.101614149}{5.843^2} = 0.01758319966$$

$$\Delta_z < 0.01758319966$$

Таким образом, можно сказать, что погрешность при вычислении числа

$$z = \frac{ab^3}{c}$$

$$\Delta_z < 0.02$$

Так как погрешность при вычислении составляет $\Delta_z < 0.02$, то число $z = \frac{ab^3}{c}$ может быть вычислено с одним верным знаком после запятой.

Вычислим:

$$z = \frac{ab^3}{c} = \frac{0.643 \cdot 2.17^3}{5.843} \approx 1.12$$

Запишем число z с явным указанием погрешности:

$$z = 1.12 \pm 0.02$$

Запишем число z с использованием только верных цифр:

$$z = 1.1$$

Ответ. $\Delta_z < 0.02$; $z = 1.12 \pm 0.02$; $z = 1.1$

2. Определить, какое равенство точнее $\frac{18}{7} = 2.57$, $\sqrt{22} = 4.69$

Решение.

$$x_1 = \frac{18}{7} = 2.5714285, \qquad x_2 = \sqrt{22} = 4.6904157.$$

$$\Delta x_1 = |2.5714285 - 2.57| = 0.0014285 < 0.0014\underline{3};$$

$$\Delta x_2 = |4.6904157 - 4.69| = 0.00041157 < 0.0004\underline{2}.$$

$$\delta x_1 = \frac{\Delta x_1}{|x_1|} = \frac{0.00143}{2.57} = 0.0005564 < 0.0006 = 0.06\%;$$

$$\delta x_2 = \frac{\Delta x_2}{|x_2|} = \frac{0.00042}{4.69} = 0.0000895 < 0.00009 = 0.009\%.$$

$$\delta x_2 < \delta x_1 .$$

Ответ: Второе равенство $\sqrt{22} = 4.69$ является более точным.

3. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа по приведенным данным и вычислить значение при x=0,5

i	0	1	2	3
x	0	1	2	3
y	-2	-5	0	-4

Решение.

Запишем формулу для интерполяционного многочлена в форме Лагранжа.

$$L(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} +$$
$$+y_2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} =$$

И подставим туда табличные значения:

$$= -2 \cdot \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(0-1)(0-2)(0-3)} - 5 \cdot \frac{(x-0)(x-2)(x-3)}{(1-0)(1-2)(1-3)} +$$
$$+0 \cdot \frac{(x-0)(x-1)(x-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)} - 4 \cdot \frac{(x-0)(x-1)(x-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)} =$$

И преобразуем полученное выражение

$$= \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{3} - \frac{5}{2} \cdot x(x-2)(x-3) - \frac{2}{3} \cdot x(x-1)(x-2) =$$
$$= -\frac{17}{6} x^3 + 12{,}5x^2 - \frac{38}{3} x - 2$$

Вычислим значение при x=1:

$$L(0.5) = -\frac{17}{6}(0.5)^3 + 12.5 \cdot (0.5)^2 - \frac{38}{3} \cdot (0.5) - 2 = -5.5625$$

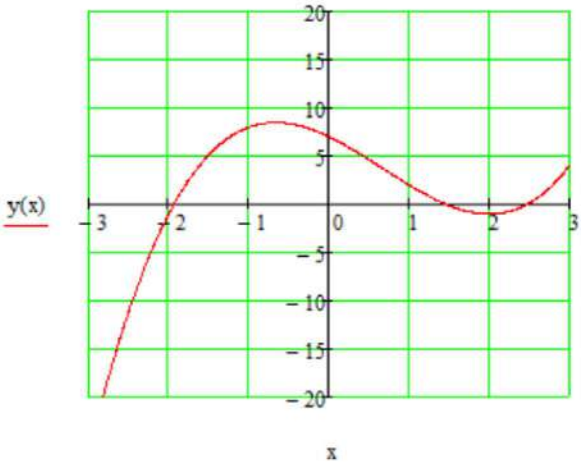
Ответ: $L(x) = -\frac{17}{6} x^3 + 12.5x^2 - \frac{38}{3} x - 2$; $L(0.5) = -5.5625$.

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Отделить корни уравнения $x^3 - 2x^2 - 4x + 7 = 0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью 0,0001.

Решение.



Первый отрицательный корень находится в интервале [-2; -1]. Уточним корень уравнения методом хорд.

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f(b) - f(x_{n-1})}(b - x_{n-1}), \text{ если } f(x_n)\cdot f(b) < 0$$

$$x_n = a - \frac{f(a)}{f(x_{n-1}) - f(a)}(x_{n-1} - a), \text{ если } f(x_n)\cdot f(a) < 0.$$

Критерий сходимости:

$$|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon.$$

Итак, выберем $x_0 = -2$, $f(a) = f(-2) = -1$, $f(b) = f(-1) = 8$.

<u>1 итерация:</u> $f(-2) = -1$, $f(x_0)\cdot f(b) < 0$, тогда

$$x_1 = -2 - \frac{-1}{8+1}(-1+2) \approx -1.88889,\ |x_1 - x_0| = 0.1111 > \varepsilon = 0.0001$$

<u>2 итерация:</u> $f(-1.88889) = 0.68037$, $f(x_1)\cdot f(a) < 0$, тогда

$$x_2 = -2 - \frac{-1}{0.68037+1}(-1.88889+2) \approx -1.93388,$$

$$|x_2 - x_1| = 0.04499 > \varepsilon = 0.0001.$$

3 итерация: $f(-1.93388) = 0.023234$, $f(x_1) \cdot f(a) < 0$, тогда

$$x_3 = -2 - \frac{-1}{0.023234+1}(-1.93388+2) \approx -1.93538,$$

$$|x_3 - x_2| = 0.0015 > \varepsilon = 0.0001.$$

4 итерация: $f(-1.93538) = 0.00078$, $f(x_1) \cdot f(a) < 0$, тогда

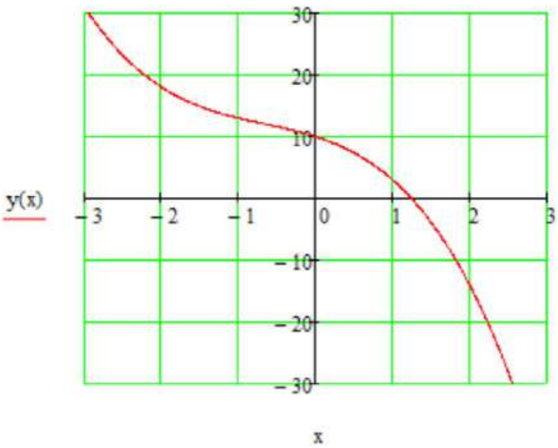
$$x_4 = -2 - \frac{-1}{0.00078+1}(-1.93538+2) \approx -1.93543,$$

$$|x_4 - x_3| = 0.00005 < \varepsilon = 0.0001.$$

Ответ: $x = -1.9354$.

2. Найти корень уравнения $-x^3 - 2x^2 - 4x + 10 = 0$ методом Ньютона на отрезке $[0;2]$ с точностью 0,01.

Решение.



Условие сходимости метода Ньютона:

$$f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0,$$

где $x_0 = 2$ – начальное приближение, конец интервала.

Проверяем:

$f(2) = -14$,

$f'(x) = -3x^2 - 4x - 4$, $f''(x) = -6x - 4$, $f''(2) = -16$,

$f(2) \cdot f''(2) = (-14) \cdot (-16) > 0$, значит, метод Ньютона сходится.

Последовательность итерации для метода Ньютона:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Критерий сходимости:

$$\left|x_{n+1}-x_n\right|<\varepsilon.$$

Итак, находим решение:

1 итерация: $x_0=2,\ f(2)=-14,\ f'(2)=-24,$

$$x_1=2-\frac{(-14)}{(-24)}\approx 1.417,\ \left|x_1-x_0\right|=0.583>\varepsilon=0.01.$$

2 итерация: $x_1=1.417,\ f(1.417)\approx -2.529,\ f'(1.417)=-15.692,$

$$x_2=1.417-\frac{(-2.529)}{(-15.692)}\approx 1.256,\ \left|x_2-x_1\right|=0.161>\varepsilon=0.01.$$

3 итерация: $x_2=1.256,\ f(1.256)\approx -0.16,\ f'(1.256)=-13.757,$

$$x_3=1.256-\frac{(-0.16)}{(-13.757)}\approx 1.244,\ \left|x_3-x_2\right|=0.012>\varepsilon=0.01.$$

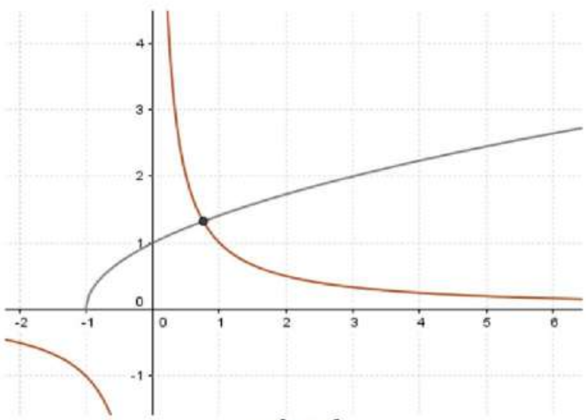
4 итерация: $x_3=1.244,\ f(1.244)\approx 0.0038,\ f'(1.244)=-13.619,$

$$x_4=1.244-\frac{0.0038}{(-13.619)}\approx 1.2442,\ \left|x_4-x_3\right|=0.0001<\varepsilon=0.01.$$

Ответ: $x=1.2442$.

3. Отделить корни уравнения $\frac{1}{x}=\sqrt{x+1}$ графически и уточнить один из них методом итераций с точностью 0,001.

Решение.



$x\in[0.5;1]$

Для решения методом простой итерации перепишем уравнение в виде $x=\varphi(x)$:

$$x=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

Достаточным условием сходимости является $|\varphi'(x)|<1$.

$$\varphi'(x) = -\frac{1}{2(x+1)^{3/2}}$$

На начальном отрезке $\frac{1}{2} \le x \le 1$: $|\varphi'(x)| \le \sqrt{6}/9 < 1$, сходимость метода обеспечена.

Уравнение записано в виде $x = \varphi(x)$. Пусть имеется начальное приближение к корню $x = x_0$. Подставим его в правую часть уравнения $x = \varphi(x)$ и получим новое приближение $x_1 = \varphi(x_0)$, затем аналогичным образом получим $x_2 = \varphi(x_1)$. и т.д., $x_{k+1} = \varphi(x_k)$. Считаем, что корень найден, если $|x_{k+1} - x_k| \le \varepsilon$, где ε - заданная погрешность.

i	x	$\varphi(x)$	$\lvert x_{i+1} - x_i \rvert$
0	1	0,707107	
1	0,707107	0,765367	0,292893
2	0,765367	0,752632	0,05826
3	0,752632	0,755361	0,012735
4	0,755361	0,754774	0,002729
5	0,754774		0,000587

$$x \approx 0.7548$$

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений по схеме Халецкого.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 11 \\ 4x_1 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$u_{11} = 1 \qquad u_{12} = 1 \qquad u_{13} = 2$$

$$l_{21} = \frac{2}{u_{11}} = 2 \qquad u_{22} = 3 - l_{21} \cdot u_{12} = 1 \qquad u_{23} = 3 - l_{21} \cdot u_{13} = -1$$

$$l_{31} = \frac{4}{u_{11}} = 2 \qquad l_{32} = 0 - \frac{l_{31} \cdot u_{12}}{l_{22}} = -4 \qquad u_{33} = 5 - l_{31} \cdot u_{31} - l_{32} \cdot u_{23} = -7$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 9 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 5 \\ y_2 = 1 \\ y_3 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом простых итераций с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 + 10x_2 - x_3 = 10 \\ -x_1 + x_2 + 10x_3 = 10 \end{cases}$$

Решение.

$$\begin{cases} x_1 = -0,1x_2 + 0,1x_3 + 1,1 \\ x_2 = -0,1x_1 + 0,1x_3 + 1 \\ x_3 = 0,1x_1 - 0,1x_2 + 1 \end{cases} \qquad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1,1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{x_1}^{(1)} = -0,1 \times 1 + 0,1 \times 1 + 1,1 = 1,1$$
$$\boldsymbol{x_2}^{(1)} = -0,1 \times 1,1 + 0,1 + 1 = 0,99$$
$$\boldsymbol{x_3}^{(1)} = 0,1 \times 1,1 - 0,1 \times 1 + 1 = 1,01$$

Аналогично вычисляются

$$x^{(2)} = \begin{pmatrix} 1,102 \\ 0,991 \\ 1,011 \end{pmatrix}, x^{(3)} = \begin{pmatrix} 1,102 \\ 0,9909 \\ 1,0111 \end{pmatrix}, x^{(4)} = \begin{pmatrix} 1,10202 \\ 0,99091 \\ 1,01111 \end{pmatrix}$$

Находим норму матрицы B, для этого используем норму $||B||_\infty$.

Поскольку сумма модулей элементов в каждой строке равна 0,2, то $||B||_\infty = 0,2 < 1/2$, поэтому можно вычислить критерий окончания итерации:

$$||x^{(n+1)} - x^{(n)}|| < \varepsilon$$

Далее вычисляем нормы разности векторов:

$$||x^{(3)} - x^{(2)}||_\infty = 0,002, \ ||x^{(4)} - x^{(3)}||_\infty = 0,00002.$$

Поскольку $||x^{(4)} - x^{(3)}||_\infty < \varepsilon$, то можно считать, что мы достигли заданной точности на 4-ой итерации.

Ответ:

$x_1 = 1,102; x_2 = 0,991; x_3 = 1,101.$

3. Решить заданную систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью до 0,001.

$$\begin{cases} 3.1x_1 + 2.8x_2 + 1.9x_3 = 0.2 \\ 1.9x_1 + 3.1x_2 + 2.1x_3 = 2.1 \\ 7.5x_1 + 3.8x_2 + 4.8x_3 = 5.6 \end{cases}$$

Приведем систему к виду:

$$\begin{cases} 5.6x_1 + 0.7x_2 + 2.7x_3 = 3.5 \\ 0.6x_1 + 4.9x_2 + 1.1x_3 = -3.1 \\ 0.006x_1 - 0.002x_2 + 0.375x_3 = 1.582 \end{cases} \left| \begin{matrix} III - II \\ 2 \cdot I + II - III \\ -0.63 \cdot I + 0.36 \cdot II + 0.17 \cdot III \end{matrix} \right.$$

Процесс Зейделя для этой системы сходится.

Приведем систему к виду

$$\begin{cases} x_1 = -0.125x_2 - 0.482143 + 0.625 \\ x_2 = -0.122449x_1 - 0.224490x_2 - 0.632653 \\ x_3 = -0.016x_1 + 0.005333x_2 + 4.218667 \end{cases}$$

$$x = A'x + F'$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -0.125 & -0.482143 \\ -0.122449 & 0 & -0.224490 \\ -0.016 & 0.005333 & 0 \end{pmatrix}; \; F' = \begin{pmatrix} 0.625 \\ -0.632653 \\ 4.218667 \end{pmatrix}$$

В качестве начального приближения к решению выберем $x^0 = F'$, критерием достижения заданной точности положим: $\max_i\left(\left|x_i^{k+1} - x_i^k\right|\right) < 0.001$.

k	0	1	2	3	4
$x_1^{(k)}$	0,625000	-1,329918	-1,238509	-1,235983	-1,235968
$x_2^{(k)}$	-0,632653	-1,416854	-1,431127	-1,431091	-1,431084
$x_3^{(k)}$	4,218667	4,232389	4,230850	4,230810	4,230810
$\Delta_1^{(k)}$		1,954918	0,091409	0,002526	0,0000149
$\Delta_2^{(k)}$		0,784200	0,014273	0,000036	0,0000072
$\Delta_3^{(k)}$		0,013722	0,001539	0,000040	0,0000002
$\max\left\{\Delta_i^{(k)}\right\}$		1,954918	0,091409	0,002526	0,0000149

Итак, требуемая точность достигнута, приближенное решение:

$$x \approx \begin{pmatrix} -1.2340 \\ -1.4311 \\ 4.2308 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Составить таблицу значений решения уравнения методом Эйлера с начальным условием y(0)=1 на отрезке [0;1] с шагом h=0,2

$$y' = y - \frac{2x}{y};$$

Решение.

Расчетная формула метода Эйлера имеет вид:

$$y_{i+1} = y_i + 0,2\left(y_i - \frac{2x_i}{y_i}\right),\ y_0 = 1,\ i = 0,1,2,3,4,5.$$

Решение представим в виде таблицы:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
y_i	1,0000	1,2000	1,3733	1,5294	1,6786	1,8237

2. Методом Рунге-Кутты 2 порядка найти решение уравнения с начальным условием y(2)=4 на отрезке [2;3] с шагом h=0,2

$$y' = \frac{2t-5}{t^2}y + 5;$$

Решение.

Схема метода Рунге-Кутты второго порядка описывается реккурентными формулами:

$$k_1 = hf(t_i; y_i)$$
$$k_2 = hf(t_i + h; y_i + k_1)$$
$$\Delta y_i = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$
$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$$

На первом шаге имеем:

$$f(t,y) = \frac{2t-5}{t^2}y + 5$$

$$h = 0.2$$
$$t_0 = 2; y_0 = 4$$
$$k_1^0 = 0.2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 2 - 5}{2^2} \cdot 4 + 5\right) = 0.8$$
$$t_1 + h = 2 + 0.2 = 2.2; y_1 + k_1^1 = 4 + 0.8 = 4.8$$

$$k_2^0 = 0.2\left(\frac{2 \cdot 2.2 - 5}{2.2^2} \cdot 4.8 + 5\right) = 0.880992$$

$$\Delta y_0 = \frac{1}{2}(k_1^0 + k_2^0) = \frac{1}{2}(0.8 + 0.880992) = 0.840496$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y_0 = 4 + 0.840496 = 4.840496$$

На втором шаге имеем: $t_1 = t_0 + h = 2 + 0.2 = 2.2; y_1 = 4.840496$

Приведем расчет дальнейших шагов в таблице:

i	0	1	2	3	4	5
t_i	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
y_i	4	4,840496	5,760627	6,760508	7,840208	8,999767
$f(t_i, y_i)$	4	4,399939	4,799978	5,200015	5,600016	
k_1^i	0,8	0,879988	0,959996	1,040003	1,120003	
$t_i + h$	2,2	2,4	2,6	2,8	3	
$y_i + k_1^i$	4,8	5,720484	6,720623	7,800511	8,960211	
$f(t_i + h; y_i + k_1^i)$	4,404959	4,801372	5,198835	5,596978	5,995579	
k_2^i	0,880992	0,960274	1,039767	1,119396	1,199116	
Δy_i	0,840496	0,920131	0,999881	1,079699	1,159559	

Итак, получили численное решение методом Рунге-Кутта второго порядка:

i	t_i	y_i
0	2	4
1	2,2	4,840496
2	2,4	5,760627
3	2,6	6,760508
4	2,8	7,840208
5	3	8,999767

3. Составить методом конечных разностей систему уравнений с трехдиагональной матрицей для получения решения краевой задачи:

$$y'' + 0.4x^2 y' + 5xy = 10,$$

$$\begin{cases} y(0) = -2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

Решение.

Решим задачу с шагом $h_1 = \frac{1-0}{5} = 0.2$. Разобьем отрезок $[0; 1]$ на пять интервалов длиной $h = 0.2$ точками $x_1 = x_0 + h = 0 + 0.2 = 0.2; x_2 = x_1 + h = 0.4; x_3 = 0.6; x_4 = 0.8; x_5 = 1.$

Заменим в выражении

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$$

производные на их конечно-разностные аппроксимации:

$$y'(x_i) = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$$

$$y''(x_i) = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}$$

Получим:

$$\frac{y_{i+1}-2y_i+y_{i-1}}{0.04}+p(x)\frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{0.4}+q(x)y_i=f(x_i)$$

Упростим:

$$\left(25-2.5p(x_i)\right)y_{i-1}+(q(x_i)-50)y_i+\left(25+2.5p(x_i)\right)y_{i+1}=f(x_i)$$

Для $i=0$ из условия имеем $x_0=0; y(x_0)=-2$.

Для $i=1..4$:

i	x	$p(x)=0{,}4x^2$	$q(x)=5x$	$f(x)=10$
1	0,2	0,016	1	10
2	0,4	0,064	2	10
3	0,6	0,144	3	10
4	0,8	0,256	4	10

Получим 4 линейных уравнения относительно $y_0, y_1, \dots, y_5$:

$i=1$:

$$(25-2.5\cdot 0.016)\,y_0+(1-50)y_1+(25+2.5\cdot 0.016)\,y_2=10$$
$$24.96y_0-49y_1+25.04y_2=10$$

$i=2$:

$$(25-2.5\cdot 0.064)\,y_1+(2-50)y_2+(25+2.5\cdot 0.064)\,y_3=10$$
$$24.84y_1-48y_2+25.16y_3=10$$

$i=3$:

$$(25-2.5\cdot 0.144)\,y_2+(3-50)y_3+(25+2.5\cdot 0.144)\,y_4=10$$
$$24.64y_2-47y_3+25.36y_4=10$$

$i=4$:

$$(25-2.5\cdot 0.256)\,y_3+(4-50)y_4+(25+2.5\cdot 0.256)\,y_5=10$$
$$24.36y_3-46y_4+25.64y_5=10$$

Для $i=5$ из условия имеем $x_5=1; y(x_5)=2$

Итак, имеем систему из 6 линейных уравнений:

$$\begin{cases} y_0=-2 \\ 24.96y_0-49y_1+25.04y_2=10 \\ 24.84y_1-48y_2+25.16y_3=10 \\ 24.64y_2-47y_3+25.36y_4=10 \\ 24.36y_3-46y_4+25.64y_5=10 \\ y_5=2 \end{cases}$$