

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Министерство науки, высшего образования и инноваций Кыргызской
Республики**

**Межгосударственная образовательная организация высшего образования
Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого
Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина.**

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки
01.03.02 - РФ, 510200 - КР, Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления подготовки)

Квалификация
Бакалавр

Бишкек 2025

Фонд оценочных средств предназначен для контроля знаний обучающихся по направлению подготовки 01.03.02. « Прикладная математика и информатика» по дисциплине «Вариационное исчисление».

Фонд оценочных средств рассмотрен и утвержден на заседании кафедры

Прикладная математика и информатика

Наименование кафедры

Протокол №1 от «28» 08. 2025г.

Заведующий кафедрой

Прикладная математика и информатика

наименование кафедры



подпись

Аширбаев Бейшембек Ыбышевич

расшифровка подписи

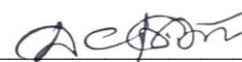
Руководитель образовательной программы

Доулбекова Салтанат Байызбековна

ФИО

Доцент

должность



подпись

Исполнители:

Профессор

должность



подпись

Керимбеков Акылбек

расшифровка подписи

Доцент

должность



подпись

Доулбекова Салтанат Байызбековна

расшифровка подписи

Раздел 1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	Виды оценочных средств/ шифр раздела в данном документе
ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	<u>Знать:</u> Знать: -методы решения линейных уравнений; -методы решения нелинейных уравнений; -операторные методы решения уравнений; -графические методы решения задач; -методы оптимизации и оптимального управления; -численные методы решения прикладных задач; -возможности аппаратных и программных средств; -особенности Системного ПО их функционирования в многозадачных ОС; -средства разработки приложений, их состав и функции; -организацию программного обеспечения, типовые методы организации и свойства компонент операционных систем, механизмы исполнения программ в операционных системах; -основные конструкции языков программирования и принципы разработки программ, динамические структуры данных, объектно-ориентированную методологию программирования.	Блок А, D – задания репродуктивного уровня – Устный опрос
	<u>Уметь:</u> -разработать на основе аналитических методов алгоритм решения математических и прикладных задач для использования их на практике;	Блок В, D – задания реконструктивного уровня

	-разработать алгоритм численных методов решения нелинейных прикладных задач для использования ихв приложениях; -использовать разработанные алгоритмы для решения прикладных задач естественных наук; -осуществлять обоснованный выбор средств программирования; -использовать изученные алгоритмы программирования для решения конкретных задач; -самостоятельно создавать и тестировать системные модули, используя передовые информационные технологии; применять знания в разработке баз данных; применять знания построения системных и обрабатывающих программ; демонстрировать глубокие знания: -построения параллельных программ; -работать в среде разработки Microsoft Visual Studio.NET; использовать регулярные выражения; создавать простейшие Web Application Project с применением форм и проверкой данных при вводе их пользователем.	– Решение практических заданий
	<u>Владеть:</u> -навыками применения аналитических и численных методов решения линейных, нелинейных и операторных уравнений при исследовании и решении прикладных задач и задач естественных наук; - навыками программирования и осуществлять поиск дополнительной информации для изучения тематических разделов по математике и информатике; -основными навыками работы в операционной среде WINDOWS;	Блок C, D – задания практикоориентированного и/или исследовательского уровня -кантрольные работы

	- получить основные навыки в работе с основными приложениями, входящими в состав пакета Microsoft Office; -навыками работы со стандартными средами современных операционных систем и разработки собственных приложений системного назначения; - методами и средствами программирования распределенных ВС и сетей; -методами и средствами анализа и разработки программных компонентов сетевых и телекоммуникационных систем; - понятия о нормализации баз данных; - навыками работы со стандартными средами современных операционных систем -навыками разработки собственных параллельных приложений. - навыками работы в среде разработки Microsoft Visual Studio.NET; - навыками создания, отладке, компиляции и выполнении программы на C#; - навыками использования справочной системы среды программирования .NET	
ОПК-3.Способен применять и модифицировать математически модели для решения задач в области профессиональной деятельности	<u>Знать:</u> -основные методы и законы математики и естественных наук; -известные математические модели, используемые в приложениях; -способы составления математических моделей для прикладных задач математики и естественных наук; -способы применения математических моделей при фундаментальных исследованиях и решении прикладных задач; -способы преобразования задач с целью их модификации.	Блок А, D – задания репродуктивного уровня –Устный опрос

	<u>Уметь:</u> -составить математические модели прикладных задач математики и естественных наук; -модифицировать математические модели прикладных задач и задач естественных наук	Блок В , D – задания реконструктивного уровня – Решение практических заданий
	<u>Владеть:</u> -навыками составления математическими моделям прикладных задач математики и естественных наук и их применениями на практике; -навыками модификации прикладных задач математики и задач естественных наук и их применениями на практике.	Блок С, D – задания практикоориентированного и/или исследовательского уровня -контрольные работы

Раздел 2. Технологическая карта дисциплины

Технологическая карта дисциплины
«Вариационное исчисление»

Курс/семестр: 3/6
 Количество кредитов(ЗЕ): 3
 Отчетность: Зачет с оценкой

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Необходимое условие экстремума функционала	Текущий контроль	Активность и посещаемость	3	5	32
	Рубежный контроль	Контрольная работа по разделу	10	18	
Модуль 2					
Достаточные условия экстремума функционала	Текущий контроль	Активность и посещаемость	3	5	36
	Рубежный контроль	Контрольная работа по разделу	10	18	
Модуль 3					
Разрывные вариационные задачи	Текущий контроль	Активность и посещаемость	4	6	40
	Рубежный контроль	Контрольная работа по разделу	10	18	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Зачетс оценкой)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Модуль	логически завершенная часть дисциплины
Текущий контроль	самостоятельная работа студента, посещаемость и активность на занятиях
Рубежный контроль	проверка полноты знаний и умений (достижения образовательных результатов) по материалу модуля в целом
Промежуточный контроль	завершенная задокументированная часть учебной дисциплины - совокупность тесно связанных между собой модулей дисциплины.

Раздел 3. Типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания.

Блок А

Вопросы для устного опроса:

Раздел 1 Необходимое условие экстремума функционала

- 1.1. Определение, линейность, ограниченность и непрерывность функционалов.
- 1.2. Приращение и вариация функционала. Дифференцируемость функционалов.
- 1.3. Необходимое условие экстремума. Основная теорема и лемма вариационного исчисления.
- 1.4. Вывод уравнения Эйлера
- 1.5. Вывод уравнения Эйлера-Пуассона
- 1.6. Задачи с подвижными концами и условие трансверсальности
- 1.7. Определение экстремали на которой реализуется экстремум

Раздел 2 Достаточные условия экстремума функционала

- 2.1. Поле экстремалей
- 2.2. Достаточные условия Якоби
- 2.3. Достаточные условия Вейерштрасса
- 2.4. Достаточные условия Лежандра
- 2.5. Сильный экстремум
- 2.6. Слабый экстремум

Раздел 3 Разрывные вариационные задачи

- 3.1. Условие Вейерштрасса-Эрдмана
- 3.2. Решение разрывных задач
- 3.3. Полное исследование функционала на экстремум
- 3.4. Достаточные условия Лежандра

Блок С

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Раздел 1 Необходимое условие экстремума функционала

Теоретические вопросы:

- 1.1. Определение, линейность, ограниченность и непрерывность функционалов.
- 1.2. Приращение и вариация функционала. Дифференцируемость функционалов.
- 1.3. Необходимое условие экстремума. Основная теорема и лемма вариационного исчисления.
- 1.4. Вывод уравнения Эйлера
- 1.5. Вывод уравнения Эйлера-Пуассона
- 1.6. Задачи с подвижными концами и условие трансверсальности
- 1.7. Определение экстремали на которой реализуется экстремум

Пример практического индивидуального задания:

- 1. Для следующих функционалов найти вариацию в соответствующих пространствах в смысле второго определения

1.1. $J[y] = \int_a^b (x + y) dx$

1.2. $J[y] = \int_a^b (y^2 - y'^2) dx$

1.3. $J[y] = y^2(0) + \int_0^1 (xy + y'^2) dx$

1.4. $J[y] = \int_0^\pi y' \sin y dx$

- 2. Найти экстремали следующих функционалов

2.1. $J[y] = \int_{-1}^0 (12xy - y'^2) dx; y(-1) = 1, y(0) = 0$

2.2. $J[y] = \int_1^2 (y'^2 + 2yy' + y^2) dx; y(1) = 1, y(2) = 0$

2.3. $J[y] = \int_0^1 \sqrt{y(1 + y'^2)} dx; y(0) = y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

2.4. $J[y] = \int_0^1 y y'^2 dx; y(0) = 1, y(1) = \sqrt[3]{4}.$

3. Найти экстремали следующих функционалов

$$3.1. J[y(x)] = \int_0^1 (y^2 + 2y'^2 + y''^2) dx$$

$$y(0) = 0, y(1) = 0, y'(0) = 1, y'(1) = -sh1.$$

$$3.2. J[y(x)] = \int_{-1}^0 (240y - y'''^2) dx$$

$$y(-1) = 1, y(0) = 0, y'(-1) = -4, 5,$$

$$y'(0) = 0, y''(-1) = 16, y''(0) = 0.$$

$$3.3. J[y(x)] = \int_a^b (y + y'') dx$$

$$y(a) = y_0, y(b) = y_1, y'(a) = y'_0, y'(b) = y'_1.$$

Раздел 2 Достаточные условия экстремума функционала

Теоретические вопросы:

- 2.1. Поле экстремалей
- 2.2. Достаточные условия Якоби
- 2.3. Достаточные условия Вейерштрасса
- 2.4. Достаточные условия Лежандра
- 2.5. Сильный экстремум
- 2.6. Слабый экстремум

Пример практического индивидуального задания:

1. Образует ли поле (собственное или центральное) следующие семейства кривых в указанных областях:

$$1.1. y = C(x^2 - 2x); 0 \leq x < 1$$

$$1.2. y = C \cdot \sin(x - \frac{\pi}{4}); \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$1.3. y = e^{x+C}; x^2 + y^2 \leq 1$$

2. В следующих задачах проверить выполнимость условия Якоби

$$2.1. J[y] = \int_{-1}^1 (12xy + y'^2 + x^2) dx; y(-1) = -2, y(1) = 0.$$

$$2.2. J[y] = \int_0^a (y'^2 + 9y^2 - 3x) dx; y(0) = 0, y(a) = 0.$$

$$2.3. J[y] = \int_0^1 (1 + y'^2) dx; y(0) = y(1) = 0.$$

3. Используя условие Лежандра, исследовать следующие функционалы на экстремум

$$3.1. J[y] = \int_0^a (1 - e^{-y'^2}) dx; y(0) = 0, y(a) = b (a > 0).$$

$$3.2. J[y] = \int_0^1 yy'^2 dx; y(0) = p > 0, y(1) = q > 0.$$

Раздел 3 Разрывные вариационные задачи

Теоретические вопросы:

- 3.1. Условие Вейерштрасса-Эрдмана
- 3.2. Решение разрывных задач
- 3.3. Полное исследование функционала на экстремум
- 3.4. Достаточные условия Лежандра

Пример практического индивидуального задания:

1. Исследовать на экстремум следующие функционалы

$$1.1. J[y(x), z(x)] = \int_0^1 \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} dx,$$

$$y(0) = 0, y(1) = 2, z(0) = 0, z(1) = 4$$

$$1.2. J[y(x), z(x)] = \int_0^1 (y'^2 + z'^2 + 4z) dx,$$

$$y(0) = 0, y(1) = 1, z(0) = 0, z(1) = 0$$

2. Найти кратчайшее расстояние

$$2.1. \text{от точки } A(1, 0) \text{ до эллипса } 4x^2 + 9y^2 = 36$$

$$2.2. \text{от точки } A(-1, 5) \text{ до параболы } y^2 = x$$

3. Найти ломанные экстремали

$$3.1. J[y] = \int_0^a (y'^2 - y^2) dx \text{ (если они существуют)}$$

$$3.2. J[y] = \int_0^2 (y'^4 - 6y'^2) dx, \quad y(0) = 0, y(2) = 0.$$

допуская, что y' может иметь одну точку разрыва, отвечающую абсциссе $x = C$.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Раздел 1 Необходимое условие экстремума функционала

Теоретические вопросы:

- 1.1. Определение, линейность, ограниченность и непрерывность функционалов.
- 1.2. Приращение и вариация функционала. Дифференцируемость функционалов.
- 1.3. Необходимое условие экстремума. Основная теорема и лемма вариационного исчисления.
- 1.4. Вывод уравнения Эйлера
- 1.5. Вывод уравнения Эйлера-Пуассона
- 1.6. Задачи с подвижными концами и условие трансверсальности
- 1.7. Определение экстремали на которой реализуется экстремум

Пример практического индивидуального задания:

1. Для следующего функционала найти вариацию в соответствующих пространствах в смысле второго определения:

$$J[y] = \int_a^b (x + y) dx$$

Решение.

1. Вариация этого функционала в смысле первого определения $\delta J = \int_a^b \delta y dx$;
2. Найдем вариацию функционала пользуясь вторым определением $\frac{\partial}{\partial \alpha} J[y + \alpha \delta y] = \int_a^b \delta y dx$;
3. При $\alpha = 0$, т.е. $\delta J = \frac{\partial}{\partial \alpha} J[y + \alpha \delta y] \Big|_{\alpha=0} = \int_a^b \delta y dx$.

2. Найти экстремаль следующего функционала: $J[y] = \int_{-1}^0 (12xy - y'^2) dx$; $y(-1) = 1$, $y(0) = 0$

Решение.

1. Составляем уравнение Эйлера $6x - y'' = 0$;
2. Находим общее решение уравнение Эйлера $y = x^3 + C_1 x + C_2$;
3. Используя граничные условия, получим $y = x^3 - 2x$ решение задачи.

3. Найти экстремаль следующего функционала: $J[y(x)] = \int_0^1 (y^2 + 2y'^2 + y''^2) dx$

$$y(0) = 0, y(1) = 0, y'(0) = 1, y'(1) = -sh1.$$

Решение.

- 1) Уравнение Эйлера-Пуассона имеет вид $y - 2y'' + y^{IV} = 0$;
- 2) Общее решение

$$y(x) = C_1 e^x + C_2 x e^x + C_3 e^{-x} + C_4 x e^{-x};$$

- 3) Используя граничные условия, получим $C_1 = C_4 = \frac{1}{2}$, $C_2 = C_3 = -\frac{1}{2}$.

Искомая экстремаль имеет вид $y(x) = (1-x)shx$.

Блок В

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ

Раздел 1 Необходимое условие экстремума функционала

1. Исследовать на максимум и минимум следующие функции

1.1. $f = (x-1)^2 - 2y^2$.

1.2. $f = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$.

1.3. $f = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$

1.4. $f = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$

2. В следующих примерах установить порядок близости кривых

2.1. $y(x) = \frac{\sin x}{n}$, $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, \pi]$

2.2. $y(x) = \sin \frac{x}{n}$, $y_1(x) \equiv 0$
на $[0, 1]$

3. Найти экстремали следующих функционалов

3.1. $J[y] = \int_0^{\pi} 4y \cos x + y'^2 - y^2 dx$; $y(0) = 0$, $y(\pi) = 0$.

3.2. $J[y] = \int_0^1 y'^2 - y^2 - y e^{2x} dx$; $y(0) = 0$, $y(1) = e^{-1}$.

3.3. $J[y] = \int_{-1}^1 y'^2 - 2xy dx$; $y(-1) = -1$, $y(1) = 1$.

3.4. $J[y] = \int_{-1}^0 y'^2 - 2xy dx$; $y(-1) = 0$, $y(0) = 2$.

4. Найти экстремали следующих функционалов

4.1. $J[y(x)] = \int_a^b (y'^2 + yy'') dx$

$y(a) = A_1$, $y'(a) = A_2$, $y(b) = B_1$, $y'(b) = B_2$.

4.2. $J[y(x)] = \int_a^b (y'^2 + y''^2) dx$

$y(0) = 0$, $y(1) = sh1$, $y'(0) = 1$, $y'(1) = ch1$.

Раздел 2 Достаточные условия экстремума функционала

1. Образуется ли поле (собственное или центральное) следующие семейства кривых в указанных областях:

- 1.1. $y = C \cdot \operatorname{tg} x; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}.$
- 1.2. $y = C \cdot \cos x; |x| < \frac{\pi}{4}$
- 1.3. $y = (x - C)^3; \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$
2. В следующих задачах проверить выполнимость условия Якоби
 - 2.1. $J[y] = \int_0^a y' e^{y'} dx; y(0) = 1, y(a) = b \quad (a > 0)$
 - 2.2. $J[y] = \int_0^{2\pi} (y'^2 - y^2) dx; y(0) = 0, y(2\pi) = 1.$
3. Используя условие Лежандра, исследовать следующие функционалы на экстремум
 - 3.1. $J[y] = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx; y(0) = -1, y(1) = 1.$
 - 3.2. $J[y] = \int_0^1 \frac{x^3}{y'^2} dx; y(2) = 4, y(3) = 9.$
 - 3.3. $J[y] = \int_1^2 (xy'^4 - 2yy'^3) dx; y(1) = 0, y(2) = 1.$

Раздел 3 Разрывные вариационные задачи

1. Исследовать на экстремум следующие функционалы
 - 1.1. $J[y] = \int_0^1 e^x (y^2 + \frac{1}{2} y'^2) dx, y(0) = 1, y(1) = e.$
 - 1.2. $J[y] = \int_0^1 e^y y'^2 dx, y(0) = 0, y(1) = \ln 4.$
 - 1.3. $J[y] = \int_1^2 \frac{x^3}{y'^2} dx, y(1) = 1, y(2) = 4$
2. Найти кратчайшее расстояние
 - 2.1. от точки $A(-1, 3)$ до прямой $y = 1 - 3x$
 - 2.2. между окружностью $x^2 + y^2 = 1$ и прямой $x + y = 4$
3. Найти решение с угловой точкой в задаче об экстремуме функционала
 - 3.1. $J[y] = \int_{-1}^1 y^2 (1 - y'^2) dx, y(-1) = 0, y(1) = 1.$
 - 3.2. $J[y] = \int_{\mu_1}^{\mu_2} (y'^4 - 2y'^2) dx.$

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАЧИ

Раздел 1 Необходимое условие экстремума функционала

Пример практического индивидуального задания:

1. Исследовать на максимум и минимум следующую функцию:

$$f = (x-1)^2 - 2y^2.$$

Решение.

1. Найдем стационарные точки

$$f'_x = 2(x-1) = 0$$

$$f'_y = -4y = 0$$

откуда $x = 1, y = 0$.

2. Найдем вторые производные $f''_{xx} = 2, f''_{xy} = 0, f''_{yy} = -4$.

3. В точке $(1, 0)$ имеем $f''_{xx} \cdot f''_{yy} - f''_{xy}{}^2 = -8 < 0$, то экстремума в этой точке нет.

2. В следующем примере установить порядок близости кривых

$$y(x) = \frac{\cos nx}{n^2 + 1}, y_1(x) \equiv 0 \text{ на } [0, 2\pi]$$

Решение.

1. Кривые $y(x) = \frac{\cos nx}{n^2 + 1}$, где n достаточно велико, и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, 2\pi]$ близки в смысле первого порядка, так как

$$|y(x) - y_1(x)| = \left| \frac{\cos nx}{n^2 + 1} \right| \leq \frac{1}{n^2}$$

$$|y'(x) - y'_1(x)| = \left| \frac{-n \sin nx}{n^2 + 1} \right| \leq \frac{1}{n}$$

2. Близости второго порядка нет, так как

$$|y''(x) - y''_1(x)| = \left| \frac{-n^2 \cos nx}{n^2 + 1} \right|.$$

3. Найти экстремаль следующего функционала:

$$J[y] = \int_0^\pi 4y \cos x + y'^2 - y^2 dx; y(0) = 0, y(\pi) = 0.$$

Решение.

1. Составляем уравнение Эйлера $2 \cos x - y - y'' = 0$;
2. Находим общее решение уравнение Эйлера $y = x \sin x + \cos x + C_1 \cos x + C_2 \sin x$;
3. Используя граничные условия, получим $y = (C + x) \sin x, C$ – произвольная постоянная.

4. Найти экстремаль следующего функционала: $J[y(x)] = \int_a^b (y'^2 + yy'') dx$

$$y(a) = A_1, y'(a) = A_2, y(b) = B_1, y'(b) = B_2.$$

Решение.

1) Вариационная задача не имеет смысла, так как под знаком интеграла стоит полный дифференциал.

Блок D

Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ:

1. Методы вычисления приращения и вариации функционала
2. Необходимые условия экстремума.
3. Методы решения простейших задач вариационного исчисления с закрепленными концами
4. Методы решения простейших задач вариационного исчисления с подвижными концами
5. Достаточные условия экстремума
6. Методы решения разрывных вариационных задач

Задачи/задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ:

1. Выводить уравнение Эйлера.
2. Решать уравнения Эйлера Находить экстремаль, на котором реализуется экстремум функционала
3. Использовать достаточные условия Якоби, Вейерштрасса и Лежандра
4. Решать разрывные вариационные задачи
5. Проводить полное исследование функционала на экстремум

Задачи/задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ:

1. Исследования функции многих переменных на экстремум.
2. Вычисления приращения функции и выделять линейную часть приращения.
3. Решения линейных, нелинейных уравнений и систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
4. Исследовать линейность, ограниченность и непрерывность функционала.
5. Вычисления длины дуги и расстояния между кривыми

Раздел 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (рубежный контроль)

№	Наименование показателя	Отметка (в %)
Теоретическая часть		0-100
1	Вопрос 1	0-30
2	Вопрос 2	0-30
3	Вопрос 3	0-30
4	Дополнительный вопрос	0-10
Практическая часть		
1	Задача 1	0-100
2	Задача 2	0-100
3	Задача 3	0-100
Всего баллов		Среднее арифм. %

Примечание: Шкала оценивания решения задачи.

Пример.

1. Найти вариацию в соответствующих пространствах в смысле второго определения

$$J[y] = \int_a^b (x + y) dx$$

2. Найти экстремали следующего функционала

$$J[y] = \int_0^{\pi} 4y \cos x + y'^2 - y^2 dx; \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0;$$

3. Найти экстремали следующего функционала

$$J[y(x)] = \int_0^1 (y^2 + 2y'^2 + y''^2) dx$$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y'(1) = -sh1.$$

Содержание верного решения задачи и указания к оцениванию

Элементы ответа: (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла).

- 1) Записано решение 1-задачи и указан алгоритм решения
- 2) Записано решение 2-задачи и указан алгоритм решения
- 3) Записано решение 3-задачи и указан алгоритм решения

Указания к оцениванию / %

- Решение правильное и полное, включающее все приведенные выше / 85-100 %
- Решение включает 1-й, 2-й и 3-й из приведенных выше элементов / 70-84 %
- Решение неполное, включает 1-й и 2-й или 1-й и 3-й из приведенных выше элементов / 60-69 %
- Все элементы записаны неверно или записан правильно только один элемент (1-й, 2-й или 3-й) / 0-60 %

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧ (текущий контроль)

- 85-100 % - Решение всех задач правильное и полное.
- 70-84 % - Решение включает 1-й, 2-й и 3-й из приведенных задач.

- 60-69 % - Решение неполное, включает 1-й и 2-й, 1-й и 3-й или 2-й и 3-й из приведенных задач.
- 31-60 % - Все элементы записаны неверно или записан правильно только один элемент (1-й, 2-й или 3-й).
- 0-30 % - Не было попытки решить задачу.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ УСТНОГО ОПРОСА (промежуточный контроль – «ЗНАТЬ»)

При оценке устных ответов на проверку уровня обученности ЗНАТЬ учитываются следующие критерии:

1. Знание основных процессов изучаемой предметной области, глубина и полнота раскрытия вопроса.
2. Владение терминологическим аппаратом и использование его при ответе.
3. Умение объяснить сущность явлений, событий, процессов, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы.
4. Владение монологической речью, логичность и последовательность ответа, умение отвечать на поставленные вопросы, выражать свое мнение по обсуждаемой проблеме.

(16-20 баллов) выставляется, если студент ответил на все теоретические вопросы в билете и при этом:

1. Присутствует : 1) правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); 2) логическая последовательность изложения материала в процессе ответа.
2. Или студент не выполнил одного из перечисленных требований, но ответил правильно на один дополнительный вопрос в пределах программы.
3. Или не выполнил два из перечисленных требований, но правильно ответил на два дополнительных вопроса в пределах программы.

(10-15 баллов) выставляется, если студент ответил на все теоретические вопросы в билете, но при этом либо отсутствует правильность, полнота и глубина ответа (верное и глубокое изложение фактов, понятий, иллюстрация ответа конкретными примерами; отсутствие необходимости в уточняющих вопросах); либо нет логической последовательности изложения материала в процессе ответа; в некоторых заданиях допущены арифметические ошибки и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.

(5-10 баллов) выставляется, если студент ответил на 2 теоретических вопросов в билете, а в остальных допущены грубые ошибки и неправильно ответил на два дополнительных вопроса в пределах программы.

(1-4 баллов) выставляется, если студент ответил менее 2 теоретических вопросов, а в остальных допущены грубые ошибки и не может ответить ни на один дополнительный вопрос в пределах программы

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ (промежуточный контроль – «УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ»)

При оценке ответов на проверку уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ учитываются следующие критерии:

(8-10 баллов) выставляется, если студент выполнил все задания в билете и при этом:

1. Присутствует: 1) решил все предложенные ему задачи;
- 2) указано решение задачи.

2. Или студент не выполнил одного из перечисленных требований, но ответил правильно на один дополнительный вопрос по решению задач.

3. Или не выполнил два из перечисленных требований, но правильно ответил на два дополнительных вопроса по решению задач.

(4-7 баллов) выставляется, если студент выполнил 3-4 заданий в билете, в некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.

(1-3 баллов) выставляется, если студент выполнил 1-2 задания в билете, а в остальных допущены грубые ошибки.

(0 баллов) выставляется, если студент не выполнил не одного задания в билете, даже не было попытки решить задачи.

Раздел 5. Методические указания для обучающегося по освоению дисциплины. Математические методы решения прикладных задач

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины (3 семестр - зачет, 4 семестр - экзамен) – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

- При явке на зачет и экзамен студенты обязаны иметь при себе зачетные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале зачета или экзамена.
- Преподавателю предоставляется право поставить зачет без опроса по билету тем студентам, которые набрали более 60 баллов за текущий и рубежный контроль.
- На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить ситуационную задачу.
- Студенты могут использовать технические средства, справочно-нормативную литературу, наглядные пособия, учебные программы.

Оценка промежуточного контроля:

- min 20 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ (в случае, если при ответах на заданные вопросы студент правильно формулирует основные понятия)
- 20-25 баллов – Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ (в случае, если студент правильно формулирует сущность заданной в билете проблемы и дает решение задачи)
- 25-30 баллов - Задания для проверки уровня обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ (в случае полного выполнения контрольного задания)

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Для понимания материала и качественного его усвоения рекомендуется такая последовательность действий:

1. После прослушивания лекции и окончания учебных занятий, при подготовке к занятиям следующего дня, нужно сначала просмотреть и обдумать текст лекции, прослушанной сегодня.
2. При подготовке к следующей лекции, нужно просмотреть текст предыдущего материала, подумать о том, какая может быть тема следующей лекции.
3. В течение недели выбрать время для работы с рекомендуемой литературой.
4. При подготовке к спратическим занятиям следующего дня, необходимо сначала прочитать основные понятия и подходы по теме домашнего задания. При выполнении задания нужно сначала понять, что в нем требуется, какой теоретический материал нужно использовать, наметить план решения.
5. Для подготовки к пратическим занятиям и выполнению самостоятельной работы необходимо сначала прочитать основные понятия и подходы по теме задания. Рекомендуется использовать методические указания по курсу, конспекты лекций. При выполнении задания нужно сначала понять, что требуется в нем, какой теоретический

материал нужно использовать, наметить план выполнения, а затем приступить к заданию и сделать качественный вывод. Рекомендуется использовать наборы учебных обучающих программ;

6. При подготовке к промежуточному и рубежному контролю нужно изучить теорию: определения всех понятий и подходы к оцениванию до состояния понимания материала и самостоятельно выполнить несколько типовых заданий.

7. Отработки пропущенных занятий.

Контроль над усвоением студентами материала учебной программы дисциплины осуществляется систематически преподавателем кафедры и отражается в журнале преподавателя и в баллах. Студент, получивший неудовлетворительную оценку по текущему материалу, обязан подготовить данный раздел и ответить по нему преподавателю на индивидуальном собеседовании. При фронтальном обучении неудовлетворительная оценка должна быть отработана в течение месяца со дня ее получения, при цикловом обучении - до конца цикла.

Пропущенная без уважительных причин лекция должна быть отработана методом устного опроса лектором или подготовки реферата по материалам пропущенной лекции в течение месяца со дня пропуска. Возможны и другие методы отработки пропущенных лекций (опрос на практических, тестовый контроль и т.д.).

Отработка практических занятий.

- Каждое занятие, пропущенное студентом без уважительной причины, отрабатывается в обязательном порядке. Отработки проводятся по расписанию кафедры, согласованному с деканатом.

- При фронтальном обучении пропущенные занятия должны быть отработаны в течение 10 дней со дня пропуска, при цикловом обучении - до конца цикла. Пропущенные студентом без уважительной причины практические занятия отрабатываются не более одного занятия в день. Пропущенные занятия по уважительной причине (по болезни, пропуска с разрешения деканата) отрабатываются по тематическому материалу без учета часов.

- Студент, не отработавший пропуск в установленные сроки, допускается к очередным занятиям только при наличии разрешения декана или его заместителя в письменной форме. Не разрешается устранение от очередного практического занятия студентов, слабо подготовленных к данным занятиям.

- Для студентов, пропустивших практическое занятие из-за длительной болезни, отработка должна проводиться после разрешения деканата по индивидуальному графику, согласованному с кафедрой.

- В исключительных случаях (участие в межвузовских конференциях, соревнованиях, олимпиадах, дежурство и др.) декан и его заместитель по согласованию с кафедрой могут освобождать студентов от отработок некоторых пропущенных занятий.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Для написания контрольных работ студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассматриваемые преподавателем на лекционных занятиях, разобранных на практических занятиях. Контрольная работа состоит из 3-х теоретических вопросов и из 3-х практических задач.

ЗАДАЧА

Для выполнения задач студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассматриваемые преподавателем на лекционных занятиях, разобранных на практических занятиях. Задача состоит из более 3-х задач.

ПРАВИЛА КОНСПЕКТИРОВАНИЯ ЛЕКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА.

В ходе лекционных занятий обучающийся должен вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Высокую скорость конспектирования могут обеспечить сокращения (общепринятые, аббревиатуры, стрелочки, указывающие на логические связи, опорные слова, ключевые слова, схемы и т.д.). Составление конспекта призвано облегчить запоминание текста. Обучающимся рекомендуется после его составления прочесть зафиксированные тезисы несколько раз для полного их усвоения. Допускается подчеркивание тезисов, содержащих основные мысли, выделение их цветным маркером.

Указания по конспектированию лекций:

- не нужно стараться записать весь материал, озвученный преподавателем. Как правило, лектором делаются акценты на ключевых моментах лекции для начала конспектирования;
- конспектирование необходимо начинать после оглашением главной мысли лектором, перед началом ее комментирования;
- выделение главных мыслей в конспекте другим цветом целесообразно производить вне лекции с целью сокращения времени на конспектирование на самой лекции;
- применение сокращений приветствуется; -нужно избегать длинных и сложных рассуждений;
- дословное конспектирование отнимает много времени, поэтому необходимо опускать фразы, имеющие второстепенное значение;
- если в лекции встречаются неизвестные термины, лучше всего отметить на полях их существование, оставить место для их пояснения и в конце лекции задать уточняющий вопрос лектору.

Конспектирование и рецензирование, таким образом, это процесс выделения основных мыслей текста, его осмысления и оценки содержащейся в нем информации. Данный вид учебной работы является видом индивидуальной самостоятельной работы студента.