МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ГОУ ВПО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета
____
________________ 2022

Теория вероятностей и математическая

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за	**Высшей математики**
Учебный план	b38030130_22_2 э _2345678.plx 38.03.01 Экономика (все направления)
Квалификация	**бакалавр**
Форма обучения	**очная**
Общая трудоемкость	**5 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	180
в том числе:	
аудиторные занятия	72
самостоятельная работа	72
экзамены	35,7

Виды контроля в семестрах:
экзамены 3

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на	3 (2.1)		Итого	
Недель	18			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	36	36	36	36
Практические	36	36	36	36
Контактная работа в период экзаменационной сессии	0,3	0,3	0,3	0,3
Итого ауд.	72	72	72	72
Контактная работа	72,3	72,3	72,3	72,3
Сам. работа	72	72	72	72
Часы на контроль	35,7	35,7	35,7	35,7
Итого	180	180	180	180

Программу составил(и):
к.ф.-м.н., доцент, Гончарова И.В.;ст.преп., Комарцова Е.А. _________________

Рецензент(ы):
к.ф.-м.н., доцент, Курманбаева А.К. _________________

Рабочая программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

разработана в соответствии с ФГОС 3++:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.01 Экономика (приказ Минобрнауки России от 12.08.2020 г. № 954)

составлена на основании учебного плана:

38.03.01 Экономика

утвержденного учёным советом вуза от 27.08.2022 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Высшей математики

Протокол от 01.09.2022 г. № 1
Срок действия программы: 2022-2026 уч.г.
Зав. кафедрой

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

28 08 2023 г. Гусева Ю.В

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 30.08. 2023 г. № 1

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

28 10 2024 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 28. 08 2024 г. № 1

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., проф. Лелевкина Л.Г.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

29 08 2025 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от 28.08 2025 г. № 1

Зав. кафедрой доцент Гончарова И. В.

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель УМС

____________2026 г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
Высшей математики

Протокол от ____________2026 г. № __

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., Гончарова И.В.

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	Получение базовых знаний и формирование основных навыков по теории вероятностей и математической статистике, необходимых для решения задач, возникающих в практической экономической деятельности.
1.2	Развитие понятийной теоретико-вероятностной базы и формирование определенного уровня математической подготовки, необходимых для понимания основ экономической статистики и ее применения.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	освоение школьного курса алгебры и начал анализа; линейной алгебры, математического анализа
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Эконометрика
2.2.2	Статистика
2.2.3	Экономический анализ

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОПК-2: Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач;	
Знать:	
Уровень 1	важность современной и актуальной информации, имеет представление об источниках информации, необходимой для анализа деятельности и решения поставленных задач
Уметь:	
Уровень 1	использовать традиционные методики обработки данных в зависимости от поставленных задач
Владеть:	
Уровень 1	Методами сбора, анализа информации и в состоянии продемонстрировать навыки по сбору, анализу и обработке показателей, характеризующих деятельность рыночного субъекта

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	основы теории вероятностей, необходимых для решения финансовых и экономических задач
3.2	**Уметь:**
3.2.1	применять теоретико-вероятностные и статистические методы для решения экономических задач
3.3	**Владеть:**
3.3.1	навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;
3.3.2	методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов (в части компетенций, соответствующих методам теории вероятностей).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Случайные события							
1.1	Введение. Элементы комбинаторики. Случайные события и действия над ними. /Лек/	3	1	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.2	Вероятность: различные подходы к определению вероятности. Свойства вероятности. /Лек/	3	1	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.3	Теоремы сложения и умножения вероятностей. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			

1.4	Следствия основных теорем теории вероятностей: формула полной вероятности и формула Байеса. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.5	Схема повторных независимых испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступления события. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.6	Приближенные формулы в схеме Бернулли и следствия из них. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.7	Элементы комбинаторики. /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
1.8	Непосредственное вычисление вероятности с использованием классической формулы. Геометрическая вероятность. /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
1.9	Теоремы сложения и умножения. Вероятность только одного и хотя бы одного события. /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
1.10	Формула полной вероятности и формула Байеса. /Пр/	3	1	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
1.11	Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступления события. /Пр/	3	1	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
1.12	Приближенные формулы в схеме Бернулли и следствия из них /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
1.13	Выполнение домашних заданий, выполнение и подготовка к защите типового расчета по разделу "Случайные события" /Ср/	3	15	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.1			
	Раздел 2. Случайные величины							
2.1	Случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретная случайная величина и ее закон распределения. Арифметические операции над случайными величинами. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
2.2	Основные числовые характеристики ДСВ. Основные законы распределения ДСВ. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
2.3	Непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности. Числовые характеристики НСВ. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
2.4	Основные законы распределения НСВ. Закон больших чисел. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			

2.5	Дискретные случайные величины: закон распределения, функция распределения. /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
2.6	Вычисление числовых характеристик ДСВ. /Пр/	3	1	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
2.7	НСВ: функция распределения, функция плотности, основные числовые характеристики /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
2.8	Основные законы распределения НСВ. /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
2.9	Закон больших чисел /Пр/	3	1	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.1			
2.10	Выполнение домашних заданий, выполнение и подготовка к защите типового расчета "Случайные величины" /Ср/	3	14	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.1			
	Раздел 3. Выборочный метод. Статистическое оценивание							
3.1	Задачи математической статистики. Основы статистического описания: генеральная совокупность, выборка. Статистическое распределение выборки. Графическое изображение статистического распределения /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
3.2	Эмпирическая функция распределения. Основные выборочные характеристики и анализ их поведения /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
3.3	Статистическое оценивание параметров. Свойства статистических оценок. Точечные и интервальные оценки /Лек/	3	3	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
3.4	Статистический ряд. Полигон частот. Гистограмма частот. Полигон и гистограмма относительных частот /Пр/	3	1	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.2			
3.5	Эмпирическая функция распределения и ее свойства. Построение эмпирической функции распределения в случаях дискретного и интервального вариационного ряда /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.2			
3.6	Мода, медиана вариационного ряда. Исправленная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, размах и коэффициент вариации. Упрощенный способ расчета выборочных числовых характеристик. /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.2			

3.7	Точечные и интервальные оценки параметров распределения /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.2			
3.8	Выполнение домашних заданий, выполнение и подготовка к защите типового расчета "Выборочный метод. Статистическое оценивание" /Ср/	3	14	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
	Раздел 4. Проверка статистических гипотез							
4.1	Понятие о статистической гипотезе. Нулевая и конкурирующая гипотеза. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий. Критическая область. Проверка гипотез для одной выборки. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
4.2	Правило проверки статистической гипотезы. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних нормальных совокупностей /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
4.3	Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Методика вычисления теоретических частот нормального распределения. /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
4.4	Проверка гипотез для одной выборки. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей. /Пр/	3	3	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.2			
4.5	Методика вычисления теоретических нормальных частот. Критерий согласия Пирсона /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.2			
4.6	Выполнение домашних заданий; выполнение и подготовка к защите типового расчета "Проверка статистических гипотез" /Ср/	3	14	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.2			
	Раздел 5. Корреляционный и регрессионный анализ							
5.1	Понятие о корреляционной зависимости двух факторов. Корреляционные таблицы. Линейная парная регрессия для сгруппированных и несгруппированных данных. /Лек/	3	3	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.3			

5.2	Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла /Лек/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.3			
5.3	Выборочное уравнение регрессии. Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по несгруппированным данным /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.3			
5.4	Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по сгруппированным данным /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.3			
5.5	Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла. /Пр/	3	2	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.3			
5.6	Выполение домашних заданий, выполение и подготовка к защите типового расчета "Корреляция и регрессия" /Ср/	3	15	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3Л3.3			
5.7	Подготовка к экзамену /Экзамен/	3	35,7	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			
5.8	подготовка к экзамену /КрЭк/	3	0,3	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

В результате освоения дисциплины студент должен Знать
3 семестр:
1. Предмет теории вероятностей.
2. Дайте определения случайного, невозможного, достоверного событий. Приведите примеры.
3. Дайте определение противоположных событий. Приведите примеры.
4. Какие события называются несовместными. Приведите примеры.
5. Комбинаторика. Принципы сложения и умножения.
6. Комбинаторика. Перестановки. Сочетания. Размещения.
7. Сформулируйте классическое определение вероятности и свойства вероятности.
8. Какие два события называются взаимно независимыми. Как записать условие их взаимной независимости.
9. В чем состоит биномиальная схема испытаний Бернулли.
10. Дайте определение случайной величины. Приведите примеры.
11. Какие случайные величины называются дискретными?
12. Какие случайные величины называются непрерывными?
13. Дайте определение функции распределения. Каковы ее основные свойства.
14. Чему равна вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в заданную точку?
15. Может ли равняться нулю вероятность попадания значения непрерывной случайной величины в заданный промежуток?
16. Дайте определение числовой характеристики случайной величины.
17. Что характеризует математическое ожидание случайной величины?
18. Что характеризует дисперсия случайной величины?
19. Что такое стандартное нормальное распределение?
20. Является ли распределение Пуассона дискретным или непрерывным?
21. Перечислите известные Вам непрерывные распределения.
22. Равномерное распределение и его числовые характеристики
23. Гипергеометрическое распределение
24. О чем гласит закон больших чисел?
25. Предмет математической статистики.
26. Выборка, статистический ряд распределения.
27. Графическое изображение статистического ряда: полигон и гистограмма.
28. Эмпирическая функция распределения.
29. Числовые характеристики выборки
30. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.

31. Точечная оценка генерального среднего по выборочному среднему.
32. Точечная оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной дисперсии.
33. Доверительный интервал, точность оценки, доверительная вероятность.
34. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания при известном σ.
35. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания при неизвестном σ.
36. Интервальная оценка среднего квадратического отклонения σ нормального распределения.
37. Понятие о статистической гипотезе.
38. Нулевая и конкурирующая гипотеза.
39. Ошибки первого и второго рода.
40. Статистический критерий. Критическая область.
41. Правило проверки статистической гипотезы.
42. Сравнение двух дисперсий нормальных интервальных совокупностей.
43. Сравнение двух средних нормальных совокупностей
44. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона.
45. Основные задачи корреляционного анализа.
46. Функциональная и корреляционная зависимости.
47. Уравнение регрессии.
48. Нахождение уравнения линии регрессии по опытным данным.
49. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена.
50. Коэффициент ранговой корреляции Кендалла.

Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ в ПРИЛОЖЕНИЯХ 1 и 2.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

Курсовые работы учебным планом не предусмотрены.

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой комплект контрольно -измерительных материалов, предназначенных для контроля и оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций, определения соответствия или несоответствия уровня достижений обучающегося планируемым результатам:
- Типовые расчеты в количестве 20 вариантов,
- Контрольные работы,
- Компьютерное контрольно-обучающее тестирование по теме «Случайные события»

Образцы типовых расчетов представлены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3,
образцы контрольных работ – ПРИЛОЖЕНИЕ № 4,
образец компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования (КОПТ) - ПРИЛОЖЕНИЕ № 5.

Билеты для проведения итогового контроля в 3 семестре (экзамен) составляются из базы вопросов для оценки знаний, умений (приложение 1) и навыков (приложение 2), характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы. Образец билета представлен в ПРИЛОЖЕНИИ № 6

5.4. Перечень видов оценочных средств

Контрольные работы,
Контрольно-обучающая программа тестирования (КОПТ),
Типовые расчеты,
Тесты,
Билеты для промежуточной аттестации.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Н.Ш. Кремер	Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов	
Л1.2	Гмурман В.Е.	Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для прикладного бакалавриата	М.: Юрайт 2018

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Н.И.Сидняев	Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для бакалавров	2011
Л2.2	Гмурман В.Е.	Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие	М.: Высшее Образование и Наука 2006

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.3	Фадеева Л.Н.	Математика для экономистов. Теория вероятностей и математическая статистика: курс лекций	М.: Эксмо 2006
6.1.3. Методические разработки			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Давидюк Т.А., Гончарова И.В.	Методические указания к решению задач по теории вероятностей: методические указания	Бишкек: Изд-во КРСУ 2014
Л3.2	Гончарова И.В., Комарцов Н.М., Комарцова Е.А.	Математическая статистика: Учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2015
Л3.3	Гончарова И.В., Комарцов Н.М., Комарцова Е.А.	Математическая статистика: корреляция и регрессия: учебное пособие	Бишкек: Изд-во КРСУ 2018

6.3. Перечень информационных и образовательных технологий	
6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии	
6.3.1.1	Традиционные образовательные технологии – лекции, практические занятия, ориентированные прежде всего на сообщение знаний и способов действий, передаваемых студентам в готовом виде и предназначенных для воспроизводящего усвоения и разбора конкретных задач.
6.3.1.2	Инновационные образовательные технологии – занятия в интерактивной форме, которые формируют системное мышления и способность генерировать идеи при решении различных творческих задач. К ним относятся: проблемная лекция; лекция с визуализацией; лекция-диалог; диалоговая форма обучения (предполагает разработку целенаправленной системы вопросов, поиск ответов на которые служит основой для включения студентов в дискуссию, в самостоятельный поиск необходимой информации); групповая форма работы (парами, фронтальная, групповая, индивидуальная, микрогруппы); метод «мозгового штурма» (участники обсуждения высказывают большое количество вариантов решения той или иной задачи).
6.3.1.3	Информационные образовательные технологии: электронные тексты лекций с презентациями; компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования, разработанные кафедрой; самостоятельное использование студентом компьютерной техники и интернет-ресурсов для выполнения домашних заданий, типовых расчетов и самостоятельной работы по различным разделам математического анализа.
6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения	
6.3.2.1	Кафедра «Высшая математика» имеет постоянно действующий сайт, на котором содержится весь необходимый теоретический и практический материал для студентов, учебно-методические пособия (ЭУМП), учебно-методический комплекс данной специальности (ЭУМК), необходимый учебный материал (ЭУМ), электронный учебный курс (ЭУК) и электронная библиотека. Данные материалы размещены на сайте кафедры www.matem.krsu.edu.kg
6.3.2.2	ЭУМП:
6.3.2.3	1. Давидюк Т.А., Гончарова И.В. «Методические указания к решению задач по теории вероятностей» http://www.matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/veroyat.pdf
6.3.2.4	2. Гончарова И.В., Комарцов Н.М., Комарцова Е.А. «Математическая статистика» http://www.matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/matstat1.pdf
6.3.2.5	3. Белеков К.Ж., Эгембердиев Ш.А. «Математическая статистика» http://www.matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/23matstat_egemberdiev.pdf
6.3.2.6	4. Гончарова И.В., Комарцов Н.М., Комарцова Е.А. «Математическая статистика: Корреляция и регрессия» http://matem.krsu.edu.kg/images/files/metodics/correlat_regr.pdf
6.3.2.7	5. Гончарова И.В., Курманбаева А.К., Комарцова Е.А. "Теория вероятностей и математическая статистика" http://matem.krsu.edu.kg/images/files/tvms_2021.pdf

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Лекционная аудитория на 50 посадочных мест;
7.2	Аудитория для проведения практических занятий на 25 посадочных мест;
7.3	Компьютерный класс для выполнения самостоятельной работы и просмотра фото-, аудио-, мультимедия, видео-материалов;
7.4	Проектор;
7.5	Презентации лекций по основным темам;
7.6	Компьютерная контрольно-обучающие программа тестирования

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Система балльной аттестации при изучении курса «Теории вероятностей и математическая статистика» осуществляется по накопительной системе баллов и предполагает текущий, рубежный и промежуточный контроль. Все виды учебной деятельности оцениваются в баллах. Для контроля и ритмичности работы студентов в течение семестра вводятся аттестационные недели в соответствии с технологической картой дисциплины, с указанием минимальной и максимальной сумм баллов.

Технологические карты дисциплины представлены в ПРИЛОЖЕНИИ 8.

МОДУЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ВКЛЮЧАЕТ:

1. Текущий контроль: усвоение учебного материала на аудиторных занятиях (лекциях, практических, в том числе учитывается посещение и активность) и выполнение обязательных заданий для самостоятельной работы (домашних заданий, типовых расчетов).
2. Рубежный контроль: проверка полноты знаний и умений по материалу модуля в целом. Выполнение модульных контрольных заданий проводится в письменном виде или с помощью компьютерной контрольно-обучающей программы тестирования и является обязательной компонентой модульного контроля.
3. Промежуточный контроль - завершенная задокументированная часть учебной дисциплины – совокупность тесно связанных между собой зачетных модулей.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКУЩЕМУ КОНТРОЛЮ

Изучение дисциплины следует начинать с проработки рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.
Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнение всех учебных заданий преподавателя, ознакомление с основной и дополнительной литературой.
Запись лекции - одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения и выводы, обобщения, формулировки. Культура записи лекции - один из важнейших факторов успешного и творческого овладения знаниями. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти содержание, позволяет развивать аналитическое мышление. В конце лекции преподаватель оставляет время (5-10 минут) для того, чтобы студенты имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу.
Лекции в основном нацелены на освещение фундаментальных и широко используемых понятий и определений, теорем и их доказательств, а также призваны способствовать формированию навыков работы с научной литературой.
Предполагается также, что студенты приходят на лекции, предварительно проработав соответствующий учебный материал по источникам, рекомендуемой программой.
При подготовке к занятиям обучающийся должен просмотреть конспекты лекций, практических занятий, рекомендованную литературу по данной теме; подготовиться к ответу на контрольные вопросы, решить задания домашней работы.
Рекомендуется регулярно отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.
Работа с конспектом лекций предполагает просмотр конспекта лекций в тот же день после занятий, пометку материала конспекта, который вызывает затруднения для понимания. Следует найти ответы на затруднительные вопросы, используя рекомендованную литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, нужно сформулировать вопросы, обратиться за помощью к преподавателю на еженедельных консультациях.
За посещение лекционных и практических занятий, а также за активную работу на них, студент получает поощрительные баллы, указанные в технологической карте.
Для закрепления пройденного материала и формирования навыков решения задач на каждом практическом занятия студент получает домашнее задание - 5-10 примеров, в зависимости от сложности, по пройденным темам. Для выполнения домашних заданий студентам необходимо внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия, проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях. Выполнение домашних заданий поощряется баллами, указанными в технологической карте.

ВЫПОЛНЕНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Для формирования навыков и умений, предусмотренных компетенциями, а также для активизации самостоятельной работы студентам нужно выполнить типовые расчеты. Задания для типовых расчетов приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 3. Номер варианта типового расчета выбирается согласно номера студента в списке группового журнала. Типовые расчеты выполняются в отдельной тетради с последующей обязательной защитой. Если студент за типовой расчет набирает баллы ниже минимального, установленного в технологической карте, то преподаватель возвращает типовой расчет на доработку. После доработки студент может получить только минимально возможное количество баллов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

Перед выполнением типового расчета студентам нужно внимательно прочитать соответствующий раздел учебника, учебного и учебно-методического пособия; проработать аналогичные задания, рассмотренные преподавателем на лекциях, разобранные на практических занятиях, приведенные в рабочей программе образцы выполнения типовых расчетов (ПРИЛОЖЕНИЕ № 9). В случае затруднения выполнения заданий типового расчета следует обратиться с вопросами к преподавателю на еженедельных консультациях.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ

Рубежный контроль по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» проводится в виде контрольной работы или контрольного тестирования (КОПТ). Образцы контрольных работ приведены в ПРИЛОЖЕНИИ № 4, образец КОПТ "Случайные события" приведен в ПРИЛОЖЕНИИ №5.
До рубежного контроля студенты должны пройти текущий контроль: выполнить домашние задания, защитить типовой расчет.
Контрольные работы проводятся в отведенное преподавателем время согласно технологической карте.
В случае, если студент отсутствовал на рубежном контроле по уважительной причине, то он должен согласовать с преподавателем время, когда он сможет пройти его, но обязательно до промежуточной аттестации.
Если студент за рубежный контроль набирает менее минимального количества баллов, указанных в технологической карте, то он имеет не более двух возможностей пройти его повторно. При этом он может получить не более 75% от максимально возможных баллов, указанных в технологической карте.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо повторить пройденный теоретический материал по данному разделу, выписать и выучить используемые в данном разделе формулы, проработать задания из домашней работы и типового расчета.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОПТ
Компьютерные контрольно-обучающие программы тестирования включают в себя задания с четырьмя вариантами ответов. В каждом задании можно обратиться к кратким методическим указаниям, разъясняющим каким методом, на основе использования какой формулы решается данное задание. После окончания тестирования, компьютер выдает каждому студенту, количество верно решенных заданий.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОМЕЖУТОЧНОМУ КОНТРОЛЮ

При явке на промежуточную аттестацию студенты обязаны иметь при себе зачётные книжки, которые они предъявляют экзаменатору в начале аттестации.

Промежуточный контроль в 4 семестре - ЭКЗАМЕН. На промежуточном контроле студент должен верно ответить на теоретические вопросы билета и решить практические задания. Практические заданию состоят из задач для проверки уровней обученности Уметь, Владеть.
Оценка промежуточного контроля:
- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ
- 20 баллов - Вопросы для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Образец билета приведен в ПРИЛОЖЕНИИ № 6.

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО КОНТРОЛЯ в ПРИЛОЖЕНИИ № 10.
Итоговая оценка выставляется суммированием баллов текущего и итогового контролей следующим образом:

Оценка по 100-бальной шкале	Оценка по традиционной системе
85 – 100	Отлично
70 – 84	Хорошо
60 – 69	Удовлетворительно
0 – 59	Неудовлетворительно

Приложение 1. Задания на проверку уровня обученности УМЕТЬ

1. Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.
2. Бросают две шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков – нечетное число.
3. В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
4. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма очков равна 8 , а разница – 4?
5. Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти (под фигурой понимают даму, валета, короля).
6. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимается наудачу одна пуговица. Какова вероятность того, что пуговица будет красная?
8. Найти вероятность того, что подброшенная кость упадет, показав на верхней грани четное или кратное трем число очков.
9. Вероятность попадания стрелком в мишень, равна 0,9. Какова вероятность того, что он попадет только при первом выстреле из трех.
10. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислить вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
11. Вероятность правильного оформления счета на предприятии составляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?
12. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.
13. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
14. В урне находятся 15 белых и 6 черных шаров. Из нее вынимают наугад один шар, снова возвращают его в урну и шары перемешивают. Затем вынимают второй шар. Найдите вероятность, что оба вынутых шара белые.
15. Разрыв электрической цепи может произойти только вследствие выхода из строя элемента K_1 или одновременного выхода двух элементов K_2 и K_3, которые выходят из строя с вероятностями 0,3; 0,2; 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
16. На отдельных карточках написаны буквы «и», «л», «о», «с», «ч». После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность, что из этих букв составится слово «число».

17. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,8; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6; 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок производит выстрел. Какова вероятность, что он попадет в мишень?
18. В первом ящике 20 деталей из них 16 стандартных, во втором – 30 деталей из них 24 стандартные, в третьем 10 из них 6 стандартные. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика будет стандартная.
19. В тире 5 ружей. Вероятность попадания из которых равны: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле, если стреляющий берет одно из ружей наудачу.
20. Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35%, 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил первый оператор?
21. В каждом из восьми независимых испытаний событие A происходит с постоянной вероятностью 0,38. Найдите наивероятнейшее число наступлений события A в каждом испытании.
22. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найдите вероятность трех попаданий при четырех выстрелах.
23. Если 30% студентов имеют слабое зрение, то какова вероятность того, что из 5 из 10 студентов имеют слабое зрение?
24. Вероятность того, что Вы выиграете в шахматы, равна 0,33. Какова вероятность, что Вы выиграете 4 партии, если у вас 6 соперников.
25. Какова вероятность выиграть у равносильного противника в бильярд не менее 4 партий из 5?
26. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в цель, равна 0,7. Найти наивероятнейшее число попаданий, если стрелок 7 раз стреляет в мишень.
27. Монету подбрасывают 10 раз. Какова вероятность того, что при этом «герб» выпадет 3 раза?
28. Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдет три?
29. На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.
30. Завод отправил на базу 5 000 изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути равна 0, 0002. Найти вероятность того, что на базу прибудут ровно 3 негодных изделия.
31. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклоняется от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.
32. На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых либо разрешает, либо запрещает проезд с вероятностью 0,5. Составить, закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем без остановки.

33. Дискретная случайная величина может принимать только два значения x_1 и x_2, причем $x_1 > x_2$. Известны вероятность $p_1 = P(x = x_1 = 0,3)$, $M(X) = 3,7$ и $D(X) = 0,21$. Найти закон распределения этой величины.
34. Случайная величина *X* задана законом распределения

X	2	3	?	11
P	0,1	?	0,3	0,2

Известно, что математическое ожидание *X* равно 5,7. Найти а) Найти $P(X = 3)$, б) значение *X*, которое она принимает с вероятностью 0,3.

35. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 6X + 3Y$, если известны: $M(X) = 3$, $M(Y) = 5$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.
36. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = X + 6Y$, если известны: $M(X) = 4$, $M(Y) = 2$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 2$.
37. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X + 2Y$, если известны: $M(X) = 2$, $M(Y) = 3$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 7$.
38. Найти: а) значение p_3, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

x_i	-2	-1	3
p_i	0,5	0,1	p_3

39. Найти: а) значение p_2, б) $M(X)$ и $D(X)$. Если дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

40. В итоге четырех измерений некоторой величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты 8,9,11,12. Найти: а) выборочное среднее результатов и дисперсию ошибок прибора.
41. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ a(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти параметр *a*. Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).

42. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \dfrac{C}{x^7}, & x \ge 1. \end{cases}$$

Найти параметр C. Вычислить $M(X)$.

43. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases} a\cos x, & -\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2}, \\ 0, & |x|>\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить $M(X)$.

44. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0, \\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3, \\ 0, & x>3. \end{cases}$$

Найти параметр а. Вычислить вероятность события $1<X<2$.

45. Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Вычислить $M(X)$ и $D(X)$. Найти вероятность события $1<X<2$

46. Случайная величина задана законом распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0, & x\le -3, \\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3, \\ 0, & x\ge 3. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X>1$.

47. Автобусы некоторого маршрута идут строго по расписанию. Интервал движения ровно 5 минут. Найти вероятность того, что пассажир, подошедший к остановке, будет ожидать очередной автобус менее 3 минут
48. 20 % изделий, выпускаемых данным предприятием, нуждаются в дополнительной регулировке. Наудачу отобрано 150 изделий. Найти среднее значение и дисперсию случайной величины X – числа изделий в выборке, нуждающихся в регулировке.

49. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.
50. На автомате изготовляются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a=2$ мм и $\sigma^2=0{,}01$ мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95?
51. При весе некоторого изделия в 10 кг найдено, что отклонение по абсолютной величине превосходящее 50 г. встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считается, что вес изделий распределен нормально, найти его $\sigma(X)$.
52. Среднее значение скорости ветра у поверхности земли в некоторой местности равно 16 км/час. Оценить вероятность того, что при однократном наблюдении скорость ветра не превысит 80 км/час.
53. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.
54. Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Оценить вероятность того что из 200 студентов, сидящих в аудитории окажется не менее 19% носящих очки.
55. Электростанция обслуживает сеть с 18 000 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимний вечер равна 0,9. Какова вероятность того, что число ламп, включенных в сеть отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200?
56. За пять месяцев работы малое предприятие «Воробышек» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю, моду и медиану.
57. За пять месяцев работы малое предприятие «Интеграл» получало ежемесячную прибыль (в у.е.): 2, 4, 7, 4, 5. Найдите выборочную среднюю и исправленную дисперсию, моду и медиану.
58. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.
59. Следующие данные показывают годовой прирост на 15 различных акций: 12.2, 13, 14.8, 11, 16.7, 9, 8.3, -1.2, 3.9, 15.5, 16.2, 18, 11.6, 10, 9.5. Найдите выборочное среднее и медиану.
60. Найти выборочную среднюю, дисперсию, моду и медиану случайной величины X на основании данного распределения выборки:

x_i	1	5	6	8
n_i	6	4	7	3

61. Изучалась качество продукции. Были получены данные.

Оценка качество продукции, балл	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10
Число случаев	3	8	36	89	45

Определить средний балл качества продукции. Вычислить моду и медиану.

62. Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду и медиану по заданному распределению выборки

варианта	65	70	75	80	85	90	95
частота	3	5	15	25	20	7	5

63. По данным выборки объема $n=16$ из генеральной совокупности найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s=1$ нормально распределенного количественного признака. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью 0,95.
64. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если: $\sigma = 4$, $\bar{x}_в = 10{,}2$, $n = 16$.
65. По выборке из 25 упаковок товара средний вес составил 101 г с исправленным средним квадратическим отклонением 3 г. Построить доверительный интервал для среднего с вероятностью 95%.
66. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,01 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	8	16	40	72	36	18	10
Теоретическая частота n_i'	6	18	36	76	39	18	7

67. При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты:

Эмпирические частоты	6	12	16	40	13	8	5
Теоретические частоты	4	11	15	43	15	6	6

68. Имеются выборочные данные о стаже работы (X, лет) и выработке одного рабочего за смену (Y, шт):

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Построить уравнение линейной регрессии.

69. В магазине постельных принадлежностей были проведены в течение пяти дней подсчеты числа покупок простыней X и подушек $У$:

X	10	20	25	28	30
$У$	5	8	7	12	14

Найти выборочное уравнение линейной регрессии $У$ на X.

71. Два эксперта проранжировали 10 предложенных им проектов реорган изации научно-производственного объединения (НПО) с точки зрения их эффективности. Результаты представлены в виде

$$X_1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10; \quad X_2 = 2, 3, 1, 4, 6, 5, 9, 7, 8, 10.$$

Вычислить коэффициенты ранговой корреляции Пирсона и Кендалла.

Приложение № 2. Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность не менее 3 попаданий при четырех выстрелах.

2. По данным переписи населения (1891 г.) Англии и Уэльса установлено: темноглазые отцы и темноглазые сыновья (AB) составили 5 % обследованных лиц, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья ($A\overline{B}$) – 7,9 %, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья ($\overline{A}B$) – 8,9 %, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья ($\overline{A}\overline{B}$) – 78,2 %. Найти связь между цветом глаз отца и сына.

3. Испытание состоит в подбрасывании трех кубиков. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью не менее 0,95 хотя бы один раз появилось «три единицы»?

4. Какова должна быть вероятность изготовления изделия, удовлетворяющего стандарту, чтобы с вероятностью, равной 0,9 можно было утверждать, что среди 20 изготовленных изделий хотя бы одно не удовлетворяет стандарту.

5. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти границы, в которых с вероятностью 0,9948 будет заключено число попаданий в цель.

6. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Найти число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9948 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле по модулю будет меньше величины 0,05.

7. Сколько следует проверить деталей, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95 можно было утверждать, что частость годных деталей отклоняется от вероятности годной детали равной 0,9 по модулю не более, чем на 0,01.

8. В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынуто бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.

9. Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных.

10. На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

11. Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ a(x^2-x), & 1<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases}$

Вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала (1,5;2).

12. Случайная величина задана законом распределения $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3,\\ 0, & x\ge 3.\end{cases}$

Найти функцию распределения $F(x)$ и вероятность события $X>1$.

13. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1, \\ a + b\arcsin x, & \text{если } -1 \le x \le 1, \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Найти параметры a и b. Вычислить $M(X)$.

14. Средняя продолжительность телефонного разговора равна 3 мин. Считая, что время разговора является случайной величиной, распределенной по показательному закону найти вероятность того, что произвольный телефонный разговор будет продолжаться не более 9 минут,

15. Известно, что время работы электрической лампы подчиняется нормальному закону распределения. Средняя продолжительность горения оказалась равной 1000 ч., среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы 40 ч. Найти $M(X^2)$.

16. Деталь изготавливается на станке с систематической ошибкой 3, среднеквадратической ошибкой 4 и считается годной, если ее отклонение от номинала менее 12. Найти вероятность того, что три наудачу взятые детали из пяти будут годными.

17. Рост взрослых мужчин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X) = 175$ см. и $\sigma(X) = 6$ см. Найти вероятность того, что хотя бы один из трех мужчин будет иметь рост от 170 до 180 см.

18. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{8}}$.Найти дисперсию случайной величины $Y = 3X - 1$, зная, что $Y \sim N(a, \sigma)$.

19. Случайная величина *X* распределена нормально, ее плотность вероятности имеет вид $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}$. Найти *M(Y)* случайной величины $Y = 3X - 1$, зная, что $Y \sim N(a, \sigma)$.

20. На автомате изготовляются заклепки. Диаметр их головок представляет случайную величину, распределенную по нормальному закону с параметрами $a = 2$ мм и $\sigma^2 = 0{,}01$ мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятностью 0,95?

21. Среднее суточное потребление электроэнергии в населенном пункте равно 20 000 квт-час, а среднее квадратическое отклонение 200 квт-час. Какого потребления электроэнергии в данном населенном пункте можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96.

22. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

Варианта x_i	-2	1	2	3	4	5
Частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

23. Среднее время сборки изделия составляло 90 минут. Инженер изобрел новый метод сборки этого изделия, и продолжительность сборки 10 изделий новым способом составила 79; 74; 112; 95; 83; 96; 77; 84; 70; 90 (мин). Построить доверительный интервал для нового среднего времени сборки с надежностью 95%.

24. Даны результаты 8 независимых измерений одной и той же величины (длины протяжки) прибором, не имеющим систематических ошибок: 369, 378, 315, 420, 385, 401, 372, 383. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерения.

25. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 92; 94; 103; 105; 106. Определить несмещенную оценку дисперсии ошибок измерений.

26. Случайная величина *X* (число поврежденных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ. Приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах. Найти точечную оценку неизвестного параметра.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
n_i	199	169	87	31	9	3	1	1

27. Случайная величина *X* (время безотказной работы элемента) распределена по показательному закону. Приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 1000 элементов:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	365	245	150	100	70	45	25

Найти точечную оценку неизвестного параметра.

28. В таблице представлены данные о средних размерах пенсий в Кыргызстане за 2011-2015гг.

Год	2011	2012	2013	2014	2015
Выплаты, сом	3853	4274	4508	4710	4896

Необходимо сделать прогноз о среднем размере пенсии на 2018г.

29. Имеются следующие ряды оценок 14учеников 1 класса по тестам чтения и арифметики:

Чтение	43	58	45	53	37	58	55	61	46	64	46	62	60	56
Арифметика	32	25	28	30	22	25	22	20	20	30	21	28	34	28

Вычислить коэффициенты корреляции а) Пирсона; б) Спирмена; в) Кендалла. Сделать вывод о направлении и степени тесноты связи.

Приложение 3. Типовые расчеты

3 семестр

Типовой расчета №1

Вариант №1

1) Все буквы русского алфавита написаны на 33 карточках. Какова вероятность того, что наудачу взятая карточка окажется с гласной буквой?
2) Ребенок не умеющий читать играет с буквами разрезной азбуки: А, Г, Е, З, Л, Ь. Какова вероятность того, что переставляя буквы наугад, он составит слово «ГАЗЕЛЬ»?
3) Две одинаковые монеты радиуса r размещены внутри круга R, в который наудачу бросается точка. Вычислить вероятность того, что эта точка упадет на одну из монет, если эти монеты не пересекаются.
4) В ящике 15 шаров. Из них 3 белые, пять – синие, семь – черные. Наудачу извлекают два шара без возвращения. Найти вероятность того, что шары одного цвета.
5) Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в каждое почтовое отделение равна 0,9. Найти вероятность того, что а) оба отделения получат газеты вовремя; б) хотя бы одно получит вовремя.
6) Разрыв электрической цепи может произойти только в результате выхода из строя элемента k_1 или одновременного выхода двух элементов k_2 и k_3, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2, 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.
7) При разрыве снаряда образуются крупные, средние и мелкие осколки, число которых составляет соответственно 0,1; 0,3; 0,6 от общего числа осколков. При попадании в танк крупный осколок пробивает его броню с вероятностью 0,9, средний - с вероятностью 0,3 и мелкий с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что попавший в броню осколок пробьет его.
8) Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий удовлетворяющих стандарту, а для изделий, не удовлетворяющих стандарту с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие признанное стандартным при проверке, действительно удовлетворяет стандарту.
9) Всхожесть семян цветов оценивается вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян взойдет 600?
10) Известно, что в среднем 86% деталей изготовляемых в цехе являются стандартными. Случайно отобрали 1000 деталей. Найти вероятность того, что относительная частота нестандартных деталей отклонится от вероятности такой детали по модулю не более чем на 0,04.

Вариант №2

1) Какова вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 30 является делителем числа 30.
2) На книжной полке случайным образом расставлены четыре книги по математике и три по физике. Найти вероятность того, что книги по каждому предмету окажутся рядом.
3) В круг радиуса R вписан правильный треугольник. Внутрь круга наудачу брошена точка. Вероятность попадания точки в фигуру пропорциональна ее площади и не зависит от ее расположения. Найти вероятность того, что точка попадет в треугольник.
4) Безотказная работа прибора обуславливается безотказной работой каждого из трех механизмов-узлов, составляющих его и вероятности безотказной работы которых в течении времени T соответственно равны 0,6; 0,7; 0,9. Найти вероятность безотказной работы прибора за время T.

5) На обувной фабрике в отдельных цехах производят подметки, каблуки и верхи ботинок. Дефектными оказываются 0,5% каблуков, 2% подметок и 4% верхов. Произведенные верхи, подметки и каблуки случайно комбинируются в цехе, где шьют ботинки. Найти вероятность того, что изготовленная пара будет иметь хотя бы один дефект.

6) В партии, состоящей из 20 изделий, имеется 5 дефектных. Из партии выбираются для контроля 7 изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных, бракуется вся партия. Найти вероятность того, что партия будет забракована.

7) В трех урнах лежат шары. В первой урне пять белых и пятнадцать черных; во второй – десять белых и десять черных и в третьей урне десять черных. Найти вероятность того, что случайно взятый шар из случайно выбранной урны окажется черным.

8) Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса – 4 , из второй – 6, из третьей группы – 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй, третьей группы попадает в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент попал сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот студент?

9) При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность попадания в цель равна 0.9. вычислить вероятность того, что из 19 выстрелов удачными будут 10.

10) По данным телевизионного ателье в течении гарантийного срока выходят из строя в среднем 12% кинескопов. Какова вероятность того, что из 46 наугад выбранных кинескопов не менее 20 проработают гарантийный срок.

Вариант №3

1) Какова вероятность того, что задуманное двузначное число делится на 5.

2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что 5 чисел четные и пять – нечетные.

3) В круг радиуса R помещен меньший круг радиуса r. Найти вероятность того, что наудачу брошенная в большой круг точка, попадет также и в меньший круг.

4) Найти вероятность того, что выбранное наудачу изделие первосортное, если известно, что 4% всей продукции является браком, а 75% не бракованных изделий удовлетворяют требованиям первого сорта.

5) Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор 0,95, второй – 0,9. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

6) Какова вероятность того, что наудачу записанная дробь сократится на 2? Найти вероятность того, что дробь не сократится ни на два ни на три.

7) В продажу поступают телевизоры трех заводов. Продукция первого завода содержит 20% брака, второго – 10%, третьего – 5%. Найти вероятность приобретения исправного телевизора, если в магазин поступило 30% телевизоров с первого завода, 20% - со второго, 50% - с третьего завода.

8) При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-2 с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-2 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разладке автомата. Найти вероятность того, что сигнал получен от сигнализатора С-1.

9) Два равносильных игрока играют в настольный теннис. Какова вероятность того, что игрок выиграет не менее трех партий из пяти.

10) Вероятность того, что изготовленные часы будут стандартными равна 0,97. Найти вероятность того, что среди 1000 изготовленных часов относительная частота стандартных часов отклонится от вероятности таких часов по модулю не более чем на 0,02.

Вариант №4

1) Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 8, а разность 4.

2) На шести одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 7, 8, 12, 10. Наудачу взяты две карточки. Какова вероятность того, что образованная из этих чисел дробь сократима?
3) Абонент ждет телефонного звонка в течении одного часа. Найти вероятность того, что вызов произойдет в последние 20 минут этого часа.
4) На книжной полке 5 книг, из них четыре словаря. Студент наудачу взял две книги. Найти вероятность того, что обе книги словари.
5) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность промаха при одном выстреле из первого орудия равна 0,3, из второго – 0,2, из третьего – 0,1. Найти вероятность того, что а) попадет только одно орудие; б) цель будет поражена.
6) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, второго – 0,3, третьего – 0,2. Найти вероятность того, что из строя выйдут не менее двух станков.
7) В одной партии изделий 12 штук, а в другой – 10 штук. В каждой партии по два изделия бракованные. Изделие взятое наудачу из второй партии переложили в первую партию, после чего из первой партии наудачу взяли изделие. Найти вероятность того, что изделие извлеченное из первой партии будет годным.
8) Пассажир может купить билет в одной из трех касс. Вероятность того, что он направится к первой кассе 0,5; ко второй –1/3; к третьей – 1/6. Вероятность, что билетов уже нет в первой кассе – 1/5; во второй – 1/6; в третьей – 1/8. Он обратился в одну из касс и получил билет. Найти вероятность того, что он обратился в первую кассу.
9) Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,001. Найти вероятность того, что при 1000 выстрелах будет не менее двух попаданий.
10) Найти вероятность того, что из 100 посаженных семян прорастут не менее 80, если их всхожесть равна 0,6.

Вариант №5

1) В словаре языка А.С. Пушкина имеется 22000 различных слов, из которых 16000 А.С. Пушкин употребляет в своих произведениях только один раз. Найти вероятность того, что наудачу взятое из этого словаря слово, употреблялось писателем более одного раза.
2) Десять человек разбились на две команды, по пять человек в каждой, для игры в волейбол. Найти вероятность того, что два брата попадут в одну команду.
3) Два действительных числа выбираются так, что $|x| \le 3$, $|y| \le 5$. Какова вероятность того, что дробь $\dfrac{x}{y}$ окажется положительной.
4) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент ответит на билет, содержащий три вопроса.
5) Вычислительный центр располагает тремя вычислительными устройствами. Вероятность отказа за некоторое время T для первого устройства равна 0,2, для второго – 0,15, для третьего – 0,1. Найти вероятность того, что в данный момент откажут а) хотя бы одно устройство; б) откажет только третье устройство.
6) Вероятность того, что нужная сборщику деталь содержится в первом, втором, третьем, четвертом ящиках соответственно равна 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что деталь содержится не более чем в трех ящиках.
7) В первом кармане три монеты по 20 копеек и три монеты по 3 копейки, а в левом кармане шесть монет по 20 копеек и три монеты по 3 копейки. Из правого кармана в левый перекладывают наугад пять монет. Найти вероятность того, что монета, извлеченная из левого кармана после перекладывания будет в 20 копеек.
8) У рыбака есть три излюбленных места рыбалки. Эти места он посещает с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что рыба клюнет на первом месте 1/3, на втором – ½, на третьем – ¼. Известно, что рыбак поймал рыбку, забросив удочку. Какова вероятность того, что он рыбачил на третьем месте.

9) Что вероятнее: выиграть у равносильного противника в шахматы три партии из четырех или пять из восьми?
10) Штамповка металлических клемм дает 20% брака. Найти вероятность того, что в партии из 600 клемм число не соответствующих стандарту клемм будет от 100 до 125.

Вариант №6

1) На складе хранится 500 аккумуляторов. Известно, что после года хранения 20 штук выходят из строя. Требуется найти вероятность того, что наудачу взятый после года хранения аккумулятор окажется годным.
2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что ровно 5 чисел делятся на три.
3) Два действительных числа выбираются так, что $|x| \le 1,\ 0 \le y \le 1$. Найти вероятность того, что $x^2 < y$.
4) Из букв слова «РОТОР», составленного с помощью разрезной азбуки, наудачу последовательно извлекают 3 буквы и складывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ТОР».
5) Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Каждый экзаменационный билет содержит три вопроса. Найти вероятность того, что студент знает только два вопроса.
6) Пятнадцать экзаменационных билетов содержат по два вопроса, которые не повторяются. Экзаменующийся может ответить только на 25 вопросов. Найти вероятность того, что экзамен сдан, если для этого достаточно ответить на два вопроса из первого билета и на указанный дополнительный вопрос из другого билета.
7) Прибор, установленный на борту самолета может работать в двух режимах: в условиях нормального крейсерского полета и в условиях перегрузки взлета и посадки. Крейсерский режим осуществляется в 80% всего времени полета, а условие перегрузки в 20%. Вероятность выхода прибора из строя во время перегрузки равна 0,4, а во время крейсерского полета – 0,1. Найти вероятность надежности прибора за время всего полета.
8) Имеются два ящика с красными и синими шарами: в первом 3 синих и 5 красных, во втором 7 синих и 11 красных. Наудачу выбирается шар. Шар извлекали из наудачу взятого ящика. Известно, что извлеченный шар оказался синим. Найти вероятность того, что извлекали из первого ящика.
9) В среднем 90% поездов прибывают без опоздания. Считая опоздания поездов независимыми событиями, найти вероятность того, что из пяти поездов опаздывают не более одного.
10) В среднем из 100 деталей не удовлетворяют стандарту 20 деталей. Найти вероятность того, что среди 2500 деталей будет от 1950 до 2060 стандартных деталей.

Вариант №7

1) Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно взятого автомобиля имеет все цифры различные. Замечание: считать номер 0000 возможным.
2) В вещевой лотерее разыгрываются пять предметов. Всего в урне 30 билетов. Первый подошедший к урне вынимает четыре билета. Найти вероятность того, что два из этих билетов окажутся выигрышными.
3) Наудачу выбираются два действительных числа x, y так, что $0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1$. Найти вероятность того, что $y^2 \le x$.
4) Имеется 10 карточек, на которых написаны числа 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6. Одну за другой вынимают две карточки. Найти вероятность того, что на одной карточке будет четное число, а на другой нечетное.
5) Журналист разыскивает нужную ему книгу в трех библиотеках. Вероятность наличия книги в первой библиотеке рана 0,9, во второй – 0,8, в третьей – 0,6. Найти вероятность того, что а) книга есть только в первой библиотеке; б) книга есть только в одной библиотеке.

6) Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что на двух гранях будет одинаковое число очков, а на третьей – другое число очков.
7) На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент берущий билет вторым, возьмет билет с однозначным номером.
8) Три оператора радиолокационной установки производят соответственно 25%, 35% и 40% всех измерений, допуская при этом 5%, 4% и 2% ошибок. Случайно произведенное измерение оказалось ошибочным. Какова вероятность того, что измерение производил второй оператор?
9) Всхожесть семян оценивается вероятностью 0,8. Найти наивероятнейшее число семян, которые не взойдут, если посеяли 10 семян.
10) Статистическая вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10000 новорожденных мальчиков будет не больше, чем девочек.

Вариант №8

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь одну окрашенную грань.
2) Библиотечка состоит из 10 книг, причем 5 книг стоят по 4 сома каждая, три книги – по одному сому и две книги по три сома. Найти вероятность того, что взятые наудачу две книги стоят в сумме 5 сомов.
3) На отрезке длиной 20 см помещен меньший отрезок длиной 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет также и на меньший отрезок.
4) В первом ящике шары с номерами 5, 6, 7, 8, а во втором с номерами 1, 2, 3, 4. Из каждого ящика наудачу извлекли по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров извлеченных шаров равна 10?
5) Из трех орудий произведен залп по цели. Вероятность промаха при одном выстреле из первого орудия равна 0,5, из второго – 0,6, из третьего – 0,9. Найти вероятность того, что а) цель будет поражена; б) цель не поражена; в) попадет только второе орудие.
6) Абонент забыл последнюю цифру нужного номера телефона и набирает ее наудачу. Найти вероятность того, что ему придется звонить не более чем в три места.
7) Группа студентов состоит из 5 отличников, 10 хорошистов, 8 троечников и двух двоечников. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные оценки, хорошо успевающие студенты могут с одинаковой вероятностью получить хорошие и отличные оценки, троечники получают отличные оценки только в двух случаях из десяти. Двоечники получить отличную оценку не могут. Найти вероятность того, что наугад вызванный студент получит отличную оценку.
8) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 15% общего количества электроламп, второй - 40%, третий -45% . Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 81%, третьего – 90% . В магазине лампы оказались не рассортированными, и купленная наугад лампа оказалась негодной. Найти вероятность того, что лампа изготовлена на заводе №2
9) Оптовая база снабжает 10 магазинов, вероятность поступления от каждого из которых заявки на очередной день равна 0,6. Найти наивероятнейшее число заявок в день и вероятность этого наивероятнейшего числа.
10) В среднем 30% студентов сдают экзамен на хорошо и отлично (по данной дисциплине). Найти вероятность того, что, по крайней мере, семь человек из десяти получат хорошие или отличные оценки.

Вариант №9

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков равна 5, а произведение равно 4.
2) Найти вероятность того, что дни рождения 12 человек придутся на разные месяцы.
3) Наудачу взяты два положительных числа не превышающие 1. Какова вероятность того, что их сумма не превышает 1, если сумма их квадратов больше $1/4$.

4) Вини Пух собрался вкусно пообедать. С вероятностью p_1=0,3 что-нибудь вкусное есть у кролика, а с вероятностью p_2=0,6 что-нибудь вкусное есть у Пяточка, но с вероятностями $q_1 = 0{,}2 \quad и \quad q_2 = 0{,}9$ их нет дома. К кому надежнее зайти, думает Вини Пух?

5) Три студента решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,2, второй – 0,4, третий – 0,8. Найти вероятность того, что а) задача решена; б) задача не решена; в) задачу решит только третий студент.

6) Студентам, едущим на практику предоставляется 15 мест в Москву, 10 мест в Киев и 5 мест в Новосибирск. Найти вероятность того, что три определенные студента попадут на практику в один город.

7) . На столе экзаменатора 20 билетов, пронумерованных от 1 до 20. Найти вероятность того, что студент, берущий билет вторым, возьмет билет с двузначным номером.

8) Три стрелка производят по одному выстрелу по одной мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,5, для третьего – 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишени оказалось две пробоины. Найти вероятность того, что в мишень попали второй и третий стрелки.

9) Вероятность того, что покупателю магазина не требуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти наивероятнейшее число покупателей, которым потребуется обувь 37 размера, если в магазине ожидается 800 покупателей.

10) Найти вероятность того, что в партии из 5000 изделий отклонение относительной частоты бракованных изделий от вероятности таких изделий равной 0,02, по модулю превысит 0,01.

Вариант №10

1) Абонент забыл три последние цифры номера телефона и набирает их наудачу. Найти вероятность того, что он наберет правильный номер.

2) Среди кандидатов в студенческий совет три первокурсника, пять второкурсников и семь третьекурсников. Из этого состава отбирают 5 человек. Найти вероятность того, что: а) выбраны одни второкурсники; б) выбраны одни третьекурсники.

3) Дано уравнение $x^2 + ax + b = 0$. Известно, что $0 \le a \le 1,\ 0 \le b \le 1$, причем вероятность попадания каждой из точек a и b в какой-либо интервал отрезка $[0;1]$ пропорциональна длине интервала и не зависит от его положения относительно отрезка $[0;1]$. Найти вероятность того, что данное уравнение имеет действительные корни.

4) На участке *AB* у мотоциклиста-гонщика имеется 2 препятствия. Вероятность остановки на каждом из них 0,1. Вероятность, что от пункта *B* до пункта *C* не будет остановки равна 0,7. Найти вероятность того, что на участке *AC* не будет остановки.

5) На столе экзаменатора лежат 30 билетов, пронумерованных от 1 до 30. Найти вероятность того, что первые два студента, берущие билеты возьмут а) билеты с однозначными номерами; б) билеты с двузначными номерами; в) один с однозначным другой с двузначным номером.

6) При приеме партии подвергается проверке половина партии. Условие приемки партии – наличие в выборке брака не более 2%. Вычислить вероятность того, что партия из 100 изделий будет принята, если она содержит 5% брака.

7) Радиолампа может принадлежать к одной из двух партий с вероятностями p_1=0.6 и p_2= 0,4. Вероятности того, что лампа проработает заданное число часов, равны соответственно 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что взятая лампа проработает заданное число часов.

8) Имеется десять одинаковых коробок, из которых в девяти находятся по два черных и два белых шара; а в одной (*) 5 белых и 1 черный шар. Из одной наудачу взятой коробки извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлекался из коробки (*)?

9) Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность не менее пяти попаданий при шести выстрелах.

10) Всхожесть хранящихся на складе зерен пшеницы составляет 80%. Наудачу отобрали 100 зерен. Найти вероятность того, что число проросших семян будет в пределах от 68 до 90 штук.

Вариант №11

1) Участники жеребьевки тянут жетоны из ящика. Номера жетонов от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу извлеченного жетона не содержит цифру 6.
2) В группе 18 девушек и 12 юношей. Надо выбрать делегацию из 2 человек. Найти вероятность того, что будут делегированы юноша и девушка.
3) В некоторый круг вписан правильный треугольник. Зная, что попадание точки в круг достоверно и что вероятность попадания точки в какую-либо часть этого круга зависит только от площади этой части и пропорциональна ей, найти вероятность попадания точки в треугольник.
4) В колоде 36 карт. Наудачу извлекают две карты без возвращения. Найти вероятность того, что а) извлеченные карты разного цвета; б) извлеченные карты одного цвета.
5) На участке АВ у гонщика имеется 12 препятствий, вероятность остановки на каждом из которых равна 0,1. Вероятность того, что от пункта В до пункта С не будет остановки равна 0,8. Найти вероятность того, что на участке АС не будет остановки.
6) По цели производится три независимых выстрела. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,4. Для поражения цели достаточно двух попаданий. Найти вероятность поражения цели.
7) В группе из десяти студентов, пришедших на экзамен, пять подготовлены хорошо, два – отлично, два – удовлетворительно, один – плохо. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов из двадцати возможных; хорошо подготовленный студент может ответить на 16 вопросов; удовлетворительно подготовленный – на 10 вопросов; плохо подготовленный – на 5 вопросов. Найти вероятность того, что наудачу вызванный студент ответит на три заданные ему вопроса.
8) В группе 20 лыжников, 6 конькобежцев и 4 горнолыжника. Вероятность выполнить норму мастера спорта для лыжника равна 0,9; для конькобежца – 0,8; для горнолыжника 0,75. Наудачу выбранный спортсмен не выполнил норму мастера спорта. Какова вероятность того, что это лыжник?
9) Было посеяно 28 семян тыквы с одинаковой всхожестью. Найти вероятность всхожести семян, если наиболее вероятные числа проросших семян 17 и 18.
10) Если в среднем левши составляют 1% , то каковы шансы на то, что среди случайно выбранных 200 человек левшей будет не более четырех.

Вариант №12

1) В лотерее разыгрываются 1000 билетов. Среди них один выигрыш в 50 сомов, пять – по 20 сомов, двадцать – по 10 сомов и пятьдесят выигрышей по 5 сомов. Некто купил один билет. Найти вероятность выигрыша не менее 10 сомов.
2) Из десяти деталей две являются бракованными. Наудачу взяли 5 деталей. Найти вероятность того, что три детали из взятых будут не бракованными.
3) Найти вероятность того, что сумма двух наудачу взятых положительных правильных дробей не больше единицы, а их произведение не больше $\frac{3}{16}$.
4) Студент знает 25 из 30 вопросов программы. В билете три вопроса. Двойка ставится, если студент не отвечает ни на один вопрос. Найти вероятность получения студентом двойки.
5) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 7 белых и 3 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) шары черные; б) только один черный; в) хотя бы один черный.
6) Студент знает 35 из 40 вопросов программы. Для получения зачета необходимо ответить не менее чем на два из трех заданных вопросов. Найти вероятность сдачи зачета студентом.
7) В трех урнах лежат мячи. В первой 5 футбольных мячей и 10 волейбольных; во второй урне 6 футбольных и 4 волейбольных; в третьей 5 футбольных и 5 волейбольных. Какова вероятность того, что наудачу взятый мяч из наудачу выбранной урны будет волейбольным.

8) Для сигнализации об аварии используется индикатор. Он принадлежит с вероятностями 0,2, 0,3, 0,5 к одному из трех типов. Вероятности срабатывания для которых равны 1, 0,75, 0,4 . От индикатора получен сигнал. К какому типу вероятнее всего он относится?
9) В мастерской имеется 190 моторов. Вероятность того, что в данный момент мотор работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент времени работают 140 моторов.
10) В НИИ земледелия проверяется всхожесть семян кукурузы. Сколько семян следует посеять, чтобы относительная частота всхожих семян отличалась от вероятности всхожести равной 0,95 меньше чем на 0,01 с вероятностью 0,99.

Вариант №13

1) Найти вероятность того, что наудачу выбранный член последовательности $u_n = n^2 + 1$, $n = 1,2,\ldots 10$ есть число кратное пяти.
2) Студент знает 20 из 30 вопросов программы. В билете 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент, взявший билет, ответит на два вопроса билета.
3) На отрезок *AB* длиной 12 см наугад бросают точку *M*, причем вероятность попадания точки в какой-либо подынтервал отрезка *AB* не зависит от его положения внутри *AB* и пропорциональна его длине. Какова вероятность того, что площадь квадрата построенного на *AM*, будет больше 36 см^2 и меньше 81 см^2?
4) В урне 30 шаров из них 5 белых, 10 синих, 15 красных. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.
5) Из колоды в 52 карты наугад одновременно вынимают три карты. Найти вероятность того, что а) среди них нет красной масти; б) хотя бы одна карта красной масти.
6) В ящике содержится 10 деталей, из которых четыре окрашены. Сборщик наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из деталей окрашена.
7) В одном пакете 10 конфет «Ласточка» и 5 конфет «Весна». В другом пакете 8 конфет «Ласточка» и 2 конфеты «Весна». Из первого пакета наудачу взяли одну конфету и переложили во второй пакет, после чего из второго пакета наудачу извлекли одну конфету. Найти вероятность того, что извлекли конфету «Весна».
8) Из 18 стрелков пять попадают в мишень с вероятностью 0,8; семь – с вероятностью 0,7; четыре –с вероятностью 0,6 и два – с вероятностью 0,5. Наудачу вызванный стрелок произвел выстрел, но в мишень не попал. Какова вероятность того, что он принадлежит к четвертой группе стрелков?
9) В ВУЗе обучается 730 студентов. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся первого января и вероятность этого наивероятнейшего числа.
10) Из каждого десятка деталей девять удовлетворяют стандарту. Найти вероятность того, что из 50 взятых со склада деталей число стандартных окажется между 42 и 48.

Вариант №14

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 64 одинаковых кубиков. Кубики перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятый кубик будет иметь две окрашенных грани.
2) Из чисел 1, 2, 3, …30 случайно отбирают 10 различных. Найти вероятность того, что все отобранные числа окажутся нечетными.
3) Наугад взяты два положительных числа, каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что их сумма не превышает единицы, а произведение не меньше 0,09?
4) Подброшены три игральные кости. Найти вероятность того, что на всех костях выпадет тройка.
5) Три станка работают независимо друг от друга. Вероятность выхода из строя первого станка равна 0,1, для второго – 0,3, для третьего – 0,3. Найти вероятность того, что а) выйдет из строя хотя бы один станок; б) из строя выйдет только первый станок.

6) Имеется коробка с девятью новыми теннисными мячами. Для игры берут три мяча. После игры их кладут обратно. При выборе мячей игранные от неигранных не отличают. Какова вероятность того, что после трех игр в коробке не останется неигранных мячей.
7) В партии саженцев имеются в одинаковых количествах саженцы липы, тополя и березы. Вероятности того, что саженец приживается после посадки, равны соответственно 0,8; 0,9; 0,7. Найти вероятность того, что наудачу выбранный саженец приживется.
8) На складе 20 холодильников, изготовленных на заводе №1 и 40 – на заводе №2. Вероятность того, что холодильник изготовленный на заводе №1 будет иметь брак равна 0,1; для второго завода – 0,2. Холодильники упакованы в коробки. Наудачу взятый холодильник оказался с браком. Найти вероятность того, что он изготовлен на заводе №1.
9) В цехе имеется 10 однотипных станков. Вероятность того, что каждый станок в течении смены будет работать с остановками равна 0,2. Найти вероятность того, что в течении смены без остановок будут работать не менее двух станков.
10) При контрольной проверке изготовленных приборов было установлено, что в среднем 15 из 100 штук оказываются дефектными. Найти вероятность того, что число дефектных приборов среди взятых наудачу 400 штук будет отличаться от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 20 штук.

Вариант №15

1) В лотерее разыгрываются 500 билетов. Крупные выигрыши падают на билеты, номера которых содержат три одинаковых цифры. Некто купил один билет. Найти вероятность того, что он выиграет крупный выигрыш.
2) У сборщика 12 деталей, мало отличающихся друг от друга. Из них пять деталей первого вида, четыре – второго, и три – третьего. Какова вероятность того, что среди шести взятых наудачу деталей окажутся три детали первого вида, две – второго и одна третьего вида?
3) Внутрь круга радиуса R брошена точка. Вероятность попадания точки в любую часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения относительной круга. Найти вероятность того, что точка окажется внутри квадрата, вписанного в круг.
4) В урне 15 шаров из них 10 цветных, остальные белые. Шары извлекают без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Найти вероятность того, что придется производить четвертое извлечение.
5) Вероятность уничтожения цели при одном выстреле равна 0,2. Определить число выстрелов, необходимых для поражения цели с вероятностью равной 0,6.
6) В десятиламповом радиоприемнике перегорела одна лампа. С целью устранения неисправности наудачу выбранную лампу заменяют исправной из запасного комплекта, после чего сразу проверяют работу приемника. Какова вероятность того, что приемник будет работать нормально после замены а) одной; б) пяти; в) десяти ламп?
7) Электролампы изготавливаются на трех заводах. Первый завод производит 45% общего количества электроламп, второй - 40%, третий -15% . Продукция 1-го завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего – 81% . В магазин лампы поступают с трех заводов. Найти вероятность того, что купленная лампа окажется стандартной.
8) В группе и 20 стрелков имеются четыре отличных стрелка; десять – хороших и шесть посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9; для хорошего – 0,7, для посредственного – 0,4. Наудачу вызванный стрелок поразил цель. Найти вероятность того, что стрелял посредственный стрелок.
9) На заводе вырабатывается в среднем 80% холодильников отличного качества. Какова вероятность того, что в партии из 1000 холодильников окажется наивероятнейшее число холодильников отличного качества?
10) В течении года за индивидуальной консультацией по теории вероятностей обращаются в среднем 80% студентов. Найти вероятность того, что в этом году из 120 студентов за консультацией обратятся не менее 95 человек.

Вариант №16

1) Куб, грани которого окрашены, распилен на 1000 одинаковых кубиков. Кубики перемешали, после чего извлекли наудачу один. Найти вероятность того, что кубик будет иметь три окрашенные грани.
2) В партии, состоящей из 20 изделий, имеются 5 дефектных. Из партии для контроля берут семь изделий. Если среди контрольных окажется более трех дефектных вся партия бракуется. Найти вероятность того, что партия будет забракована.
3) На отрезке L длиною 20 см помещен меньший отрезок l длиною 10 см. Найти вероятность того, что точка, наудачу поставленная на больший отрезок, попадет так же и на меньший отрезок. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
4) В одном ящике 10 белых и пять черных шаров. Во втором ящике семь белых и три черных шара. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) оба шара одного цвета; б) оба шара разного цвета.
5) Из чисел 1, 2, 3, …20 наудачу выбирают пять чисел. Найти вероятность того, что все числа нечетные.
6) Три стрелка поочередно ведут стрельбу по цели (одной и той же). Каждый стрелок имеет два патрона. При первом же попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,2, для второго – 0,3, для третьего – 0,4. Найти вероятность того, что все три стрелка израсходуют весь свой боезапас.
7) Литье в болванках поступает из двух цехов: 70% из первого, остальные из второго. Материал первого цеха имеет 10% брака, а второго 20%. Найти вероятность того, что наудачу взятая болванка оказывается без дефектов.
8) Два цеха штампуют однотипные детали. В первом цехе брак составляет 0,1%; во втором – 1%. Для контроля отобрано 50 изделий первого цеха и 60 – второго. Детали оказались перемешанными. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь, оказавшаяся годной, изготовлена в первом цехе.
9) Проверяют партию из 50 приборов. Вероятность того, что прибор будет без брака равна 0,9. Найти наивероятнейшее число приборов с браком и вероятность этого наивероятнейшего числа.
10) Вероятность того, что покупателю магазина потребуется обувь 37 размера, равна 0,2. Найти вероятность того, что доля покупателей, которым необходим 37 размер, отклонится от вероятности этого события по модулю не более чем на 0,4, если в магазине ожидается 8000 покупателей.

Вариант №17

1) В книге 50 страниц. Найти вероятность того, что номер наугад открытой страницы будет кратен 8.
2) Из последовательности чисел 1, 2, 3, …10 наугад выбирают два числа. Найти вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше.
3) Два лица условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами и договорились, что пришедший первым ждет другого в течении 10 минут, после чего уходит. Найти вероятность их встречи, если приход каждого в течение указанного часа может произойти в любое время и моменты прихода независимы.
4) В партии, содержащей 20 радиоприемников, имеется три неисправных. Наудачу отобрали три приемника. Найти вероятность того, что а) отобрали только исправные радиоприемники; б) отобрали только неисправные.
5) Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания при одном выстреле.
6) Вероятность того, что противник находится на обстреливаемом участке равна 0,7, Вероятность попадания в этом случае равна 0,6. Для поражения достаточно одного попадания. Найти вероятность поражения при двух выстрелах.

7) На карточках написаны числа от 20 до 30. Извлекают сначала одну карточку, а потом другую (без возвращения). Найти вероятность того, что число на второй карточке будет четным.
8) Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной и той же мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого равна 0,8; для второго – 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку.
9) Радиоаппаратура состоит из 1000 электроэлементов. Вероятность отказа одного из них (безразлично какого) в течении года равна 0,001. Какова вероятность отказа а) двух элементов; б) не менее двух элементов в год.
10) С конвейера сходит в среднем 85% изделий первого сорта. Определить сколько следует взять изделий, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что частота изделий первого сорта отличается от наиболее вероятного их числа по модулю не более чем на 2?

Вариант №18

1) Подброшены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.
2) Колода из 52 игральных карт делится наугад на две равные части. Найти вероятность того, что в одной из частей будет ровно один туз.
3) Плоскость разграфлена параллельными прямыми, отстоящими друг от друга на расстоянии 6 см. На плоскость наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
4) Два биатлониста произвели по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для каждого биатлониста соответственно равны 0,9 и $5/6$. Найти вероятность того, что цель не поражена.
5) В одном ящике 6 белых и 4 черных шара, в другом 8 белых и 2 черных. Из каждого ящика наудачу извлекают по одному шару. Найти вероятность того, что а) хотя бы один шар среди извлеченных белый; б) только один белый.
6) Деталь проходит четыре операции обработки. Вероятность получения брака при первой обработке равна 0,01, при второй – 0,02, при третьей – 0,03, при четвертой – 0,02. Найти вероятность получения детали без брака после четырех операций, предполагая, что события получения брака на отдельных операциях являются независимыми.
7) В ящике 20 деталей, изготовленных на заводе №1 и 40 деталей – на заводе №2. На первом заводе брак составляет 5%, на втором – 10%. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет не бракованной.
8) В девять одинаковых закрытых урн помещено по десять шаров, различающихся только цветом. В две урны положено по пять белых шаров; в три урны – по четыре белых шара; в четыре урны – по три белых шара. Из какой-то одной урны нажатием кнопки выброшен шар, оказавшийся белым. Найти вероятность того, что эта урна содержала три белых шара.
9) Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течении часа равна 0,005. Телефонная станция обслуживает 600 абонентов. Найти вероятность того, что в течении часа позвонят пять абонентов.
10) Медиками установлено, что 94% лиц, которым сделаны прививки против туберкулеза, приобретают иммунитет против этого заболевания. Какова вероятность того, что среди 10000 граждан, получивших прививки менее 1000 не будут защищены от этого заболевания.

Вариант №19

1) Из колоды, содержащей 36 карт, наудачу извлекают одну. Найти вероятность того, что будет извлечена фигура любой масти. Замечание: под фигурой понимают даму, валета, короля.
2) На один ряд, состоящий из семи мест, случайным образом рассаживаются семь студентов. Найти вероятность того, что два друга окажутся рядом.
3) На плоскости начерчены две концентрические окружности радиусов 5 см и 10 см. Найти вероятность того, что точка брошенная в большой круг, попадет также и в кольцо,

образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в часть круга пропорциональна площади этой части и не зависит от ее расположения.
4) На шести карточках написаны буквы *В, Д, З, О, Х, У*. После перетасовки вынимают наугад по одной шесть карточек с последующим их возвращением. Каждая из букв на вынутой карточки записывается. Найти вероятность того, что записано слово «ВОЗДУХ».
5) Три охотника одновременно выстрелили по одному волку. Вероятность попадания каждого из охотников одинакова и равна 0,4. Определить вероятность того, что волк будет убит, если для этого достаточно одного попадания.
6) Числитель и знаменатель рациональной дроби написаны наудачу. Какова вероятность того, что эта дробь несократима на пять?
7) На карточках написаны цифры от 0 до 9. Наудачу извлекают сначала одну, а потом другую карточку (без возвращения). Найти вероятность того, число на второй извлеченной карточке будет нечетным.
8) Счетчик регистрирует частицы трех типов – *A, B, C*. Вероятности появления этих частиц $P(A)=0{,}2$, $P(B)=0{,}5$, $P(C)=0{,}3$. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями 0,8; 0,2; 0,4. Счетчик уловил частицу. Определить вероятность того, что это была частица типа *B*.
9) В принятой партии хлопка число длинных волокон составляет 30% от общего числа волокон. Найти вероятность того, что в пучке из семи волокон четыре окажутся длинными.
10) Из каждого десятка деталей две оказываются с дефектами. Найти вероятность того, что среди 50 наудачу взятых деталей без дефекта будет большинство.

Вариант №20

1) Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.
2) Для выполнения упражнений по перетягиванию каната 12 участников разбились на две команды по шесть человек в каждой. Найти вероятность того, что два наиболее сильных спортсмена окажутся в одной команде.
3) Два студента условились встретиться в определенном месте между 20 и21 часами. Пришедший первым ждет второго в течении $\dfrac{1}{4}$ часа, после чего уходит. Найти вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент наудачу выбирает момент своего прихода.
4) Четыре охотника договорились стрелять по дичи в определенной последовательности. Следующий охотник производит выстрел лишь в том случае, если промахнулся предыдущий. Вероятность попадания для первого охотника равна 0,6, для второго – 0,7, для третьего – 0,8, для четвертого – 0,8. Найти вероятность того, что будет произведено а) один выстрел; б) два; в) три; г) четыре выстрела.
5) . Биатлонист производит четыре выстрела. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что цель поражена а) всеми выстрелами; б) одним выстрелом; в) только вторым выстрелом.
6) Минное заграждение поставлено в четыре линии. Вероятность подрыва корабля идущего без мер предосторожности на первой линии равна 0,6, на второй – 0,75, на третьей – 0,7, на четвертой – 0,65. Найти вероятность подрыва корабля при форсировании минного поля.
7) В ящик, содержащий 3 одинаковые детали, брошена одна стандартная деталь, а затем наудачу извлечена одна деталь. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартная, если равновероятны все возможные предположения о числе стандартных деталей, первоначально находящихся в ящике.
8) Четыре стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,4; для второго – 0,6; для третьего – 0,7; для четвертого – 0,8. После стрельбы в мишени обнаружены три пробоины. Найти вероятность того, что промахнулся четвертый стрелок.

9) Вероятность, для данного баскетболиста забросить мяч в корзину при броске равна 0,3. Произведено 12 бросков. Какова вероятность наивероятнейшего числа попаданий.
10) ОТК проверяет 900 деталей на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,8. Найти с вероятностью 0,9544 границы, в которых будет заключено число стандартных деталей среди проверенных.

Типовой расчет №2

Вариант №1

1) В ящике лежат 10 изделий, одно из них бракованное. Из ящика вынимают изделия одно за другим до тех пор пока не будет вынуто наугад бракованное. Составить закон распределения случайной величины X - числа вынутых изделий. Найти $F(x)$ и построить ее графически. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения.

2) При каком значении параметра C функция $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ C/x^4, & x\geq 1\end{cases}$ будет плотностью вероятности случайной величины X ? Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

3) На автомате изготовляются заклёпки. Диаметр их головок представляет собой случайную величину, распределённую по нормальному закону с параметрами $M(X)=2$ мм, $\sigma^2=0{,}01$мм^2. Какие размеры диаметра головок можно гарантировать с вероятность 0,95? Записать функцию $f(x)$.

4) Средний срок службы мотора 4 года. Оценить вероятность того, что взятый случайно мотор прослужит более 15 лет.

Вариант №2

1) Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,8. Со склада отпущено 6 телевизоров. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить ее график.

2) Случайная величина X задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\leq \frac{2}{3}\\ 3x^2-2x, & \frac{2}{3}<x\leq 1\\ 1, & x>1\end{cases}$$

Требуется:1) найти функцию $f(x)$ 2) вероятность того, что в двух опытах величина примет значение из интервала $(0{,}7;0{,}8)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3)При средней длине некоторой детали в 20 см. найдено, что отклонения, превосходящие $\pm 0{,}5$ см, встречаются в среднем 4 раза из 100 деталей. Считая, что длина детали распределена по нормальному закону, определите её стандартное отклонение $\sigma(X)$.

4) В среднем из 100 деталей 20 не удовлетворяют стандарту. Оценить вероятность того, что из случайно взятых 2500 деталей будет 1950 до 2050 стандартных.

Вариант №3

1) Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Из партии контролер берёт деталь и проверяет её качество. Если она оказывается нестандартной, дальнейшие испытания прекращаются, а партия задерживается. Если деталь окажется стандартной, то контролер берет следующую и т.д. Но всего он проверяет не более 5 деталей. Требуется: 1)составить закон

распределения случайной величины X - числа проверенных деталей; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, \quad x \le 0 \\ a(1-\cos x),\ 0<x\le\pi \\ 1, \quad x>\pi \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что случайная величина примет значение большее $5\pi/6$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma(X)=20$ мм и $M(X)=0$. Найти вероятность того, что из трех независимых измерений ошибка хотя бы одного не превзойдет по модулю 4 мм.

4) В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время Т лампа будет включена, равна 0,8. Оценить вероятность того, что число включенных в данный момент ламп будет отличаться от среднего числа включенных ламп по модулю а) не больше чем на 3; 2) не меньше чем на 3.

Вариант №4

1) Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9, второй – 0,98, третий – 0,75, четвертый – 0,7. Требуется: 1) составить закон распределения числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2, \quad 0\le x\le 2 \\ 0, \quad x<0, \quad x>2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $X<1$; 4) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

3) При весе некоторого изделия в 10 кг, найдено, что отклонение, по абсолютной величине превосходящее 50 г, встречается в среднем 34 раза из тысячи изделий. Считая, что вес изделия есть случайная величина Х, распределенная по нормальному закону, найти ее среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4) Среднее число вызовов на АТС за оду минуту равно 20. Оценить вероятность того, что в течении случайно выбранной минуты на АТС поступят: а) более 30 вызовов б) менее 20 вызовов.

Вариант №5

1) Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Экзаменатор задает ему 5 вопросов. Пятерка ставится за 5 правильных ответов, четверка за четыре из 5, и т.д. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - оценки студента; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, \quad x\le 2 \\ a(x-2)^3, 2<x\le 3 \\ 1, \quad x>3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина X примет значение большее $5/2$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Станок автомат изготавливает валики, причем контролируется их диаметр Х, который имеет нормальный закон распределения с $M(X)=10$ мм, $\sigma=0{,}1$мм. Найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

4) Сумма всех вкладов в некоторой сберегательной кассе составляет 200000$, а вероятность того, что случайно взятый вклад не превышает 1000 $, равна 0,8. Что можно сказать о числе вкладчиков этой сберегательной кассы?

Вариант №6

1) В некотором цехе брак составляет 5% всех изделий. Наудачу взяты четыре изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа бракованных изделий среди четырех; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина распределена по закону:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1 \\ a\left(x^2-x\right), & 1<x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух испытаниях хотя бы раз величина примет значение из интервала $(1{,}5;\ 2{,}0)$; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Для нормального распределения с параметрами $a=5$, $\sigma=2$ требуется определить: 1) значение плотности вероятности в точке $x=4$; 2) вероятность события $7<X<8$; 3) вероятность того, что X не отклонится за пределы 3σ.

4) На поле прямоугольной формы посеяно 2000 рядов кукурузы. Для определения средней урожайности собрали початки в каждом десятом ряду и на основании этих данных вычислили выборочную среднюю урожайность. Дисперсия урожайности на каждом обследованном участке не превышает 20. Оценить вероятность того, что средняя урожайность на всем поле и выборочная средняя урожайность будут отличаться по абсолютной величине не более чем на 0,5 ц/га. Указание: средняя урожайность на всем поле принимается равной математическому ожиданию выборочной средней урожайности.

Вариант №7

1) В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны четыре детали. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X - числа стандартных среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ a\left(4x-x^2\right), & 0\le x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение меньшее 1; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превосходит 10 мм. Случайные отклонения подчинены нормальному закону с $a=0$, $\sigma(X)=5$ мм. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

4) Известно, что в среднем 86% составляют стандартные детали. Оценить вероятность того, что в результате проверки 1000 деталей относительная частота нестандартных деталей отклонится

от вероятности изготовления нестандартной детали по абсолютной величине меньше чем на 0,04.

Вариант №8

1) В коробке лежат 10 темных и 5 светлых галстуков. Продавец отобрал 3 галстука. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа светлых галстуков среди трех отобранных. 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ ax^3, & 0<x\le 3 \\ 1, & x>3 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$;3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина примет значение большее 2

3) Рост взрослых мужчин является нормальной случайной величиной, имеющей $M(X)=175$ см. и $\sigma(X)=6$ см. Требуется: 1) написать функцию плотности вероятности этой случайной величины; 2) вычислить вероятность того, что хотя бы один из отобранных четырех мужчин, будет иметь рост от 170 см до 180 см.

4) Среднее количество осадков выпадающих в данной местности равно 55 см. Оценить вероятность того, что в этой местности выпадет а) более 175 см осадков; б) менее 120см.

Вариант №9

1) На базе хранятся 10 холодильников, среди которых 2 бракованных. Из этого числа холодильников в магазин привезли 5 холодильников. Требуется:1) составить закон распределения случайной величины X - числа годных холодильников среди привезённых в магазин; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина X распределена по закону:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ ax^5, & 0<x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина в результате испытания примет значение большее 1,5.

3) Случайная величина X распределена по нормальному закону с $M(X)=10$ мм. И $\sigma(X)=5$ мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате опыта.

4) Среднее суточное потребление электроэнергии в данной местности равно 20000квт/час, а среднее квадратическое отклонение равно 200квт/час. Какого потребления электроэнергии можно ожидать в ближайшие сутки с вероятностью не меньшей 0,96?

Вариант №10

1) Стрелок ведет стрельбу по цели. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,7, при этом за каждое попадание стрелок получает 8 очков. Сделано три выстрела. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа очков полученных стрелком за три выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина задана законом распределения: $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ a/x^7, & x\geq 1\end{cases}$.

Требуется: 1) Найти параметр a; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3) вычислить вероятность события $0{,}5<X<3$.

3) Рост взрослых женщин является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с $M(X)=164$ см. и $\sigma(X)=5{,}5$ см. Найти вероятность того, что рост двух наудачу взятых женщин будет не меньше 162 см. и не больше 166 см.

4) Электростанция обслуживает сеть из 1800 ламп, вероятность включения каждой из которых в зимней вечер равна 0,9. Оценить вероятность того, что число ламп, включенных в сеть зимним вечером, отличается от своего математического ожидания по абсолютной величине не более, чем на 200 штук.

Вариант №11

1) В лотерее на каждые 100 билетов приходится один выигрыш в 1000 сомов, два выигрыша по 100 сомов и десять выигрышей по 10 сомов. Билет стоит 20 сомов. Требуется: 1)составить закон распределения случайной величины X – величины выигрыша на один билет; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения $F(x)=\begin{cases}0, & x\leq 0\\ a\left(3x-x^2\right), & 0<x\leq \frac{3}{2}\\ 1, & x>\frac{3}{2}\end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что после испытания величина примет значение большее 1.

3) Стрельба из орудия ведется вдоль определенного направления. Средняя дальность полета 10000 м. Предполагая, что дальность полета есть случайная величина X, распределенная по нормальному закону с $D(X)=1600$. Найти какой процент выпускаемых снарядов дает перелет от 100 до 200 м.

4) Среднее квадратическое отклонение каждой из 450000 независимых случайных величин не превосходит десяти. Оценить вероятность того, что абсолютная величина отклонения средней арифметической этих случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий не превзойдет 0,02.

Вариант №12

1) Известно, что на некоторой фирме 10 сотрудников получают за одну неделю по 45 долларов, 25 сотрудников по 55, 40 по 65, 50 по 75, 50 по 85 и 25 по 100 долларов. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - зарплаты сотрудников; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения: $f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ c/x^9, & x\geq 1\end{cases}$.

Требуется: 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3) вычислить вероятность события $0{,}5<X<3$.

3) Для замера напряжения используются специальные тензодатчики. Определить среднюю стандартную ошибку тензодатчика, если он систематических ошибок не дает , а случайные ошибки распределены по нормальному закону, и с вероятностью 0,8 не выходят за пределы $\pm 0{,}2$ мк.

4) При контрольной проверке изготовленных приборов установлено, что в среднем 15 из 100 приборов оказываются с дефектами. Оценить вероятность того, что доля приборов с дефектами среди 400 изготовленных будет по абсолютной величине отличаться от вероятности изготовления такого прибора не более, чем на 0,02.

Вариант №13

1) Среди 20 приборов имеется 6 неточных. Наудачу берется 4 прибора. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа точных приборов среди отобранных; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ a\sin x, & 0 < x \le \pi/6 \\ 1, & x > \pi/6 \end{cases}$$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в результате опыта величина примет значение меньшее $\frac{\pi}{12}$.

3) Размер диаметра втулок является нормальной случайной величиной с $M(X)=2{,}5$ см. и $\sigma(X)=0{,}001$. В каких границах можно гарантировать размер диаметра втулок с вероятностью 0,9973?

4) Для некоторого автопарка среднее число автобусов, отправляемых в ремонт после месяца эксплуатации равно 5. Оценить вероятность того, что по истечении месяца в одном автопарке будет отправлено в ремонт а) менее 15 автобусов; б)более 10.

Вариант №14

1) Среди поступивших в ремонт 10 часов 6 штук нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в общей чистке механизма, рассматривает их поочередно, и, найдя такие, прекращает дальнейший осмотр. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - количества просмотренных часов; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 2 \\ a\left(x^2-2x\right), & 2 < x \le 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$

Требуется: 1) найти параметр a; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в двух опытах величина X примет значение большее 3; 4) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Завод изготавливает шарики для подшипников. Номинальный диаметр шариков 5 мм. Вследствие неточности изготовления шарика, фактически его диаметр есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с $M(X)=5$ мм. и $\sigma(X)=0{,}05$ мм. При контроле шарики бракуются, если их диаметр отличается от номинального больше, чем на 0,1 мм. Определить какой процент шариков будет отбраковываться?

4) Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, равна 0,6. Оценить вероятность того, что из 10000 покупателей число сделавших покупку будет заключено в пределах от 5900 до 6100.

Вариант №15

1) Вероятность попадания в цель для стрелка, делающего четыре выстрела, равна 0,3. За каждое попадание стрелок получает пять очков, а за каждый промах у него вычитают два очка. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа очков, полученных стрелком за 4 выстрела; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом: $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3\\ \dfrac{a}{\sqrt{9-x^2}}, & -3<x<3\\ 0, & x\ge 3\end{cases}$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение большее $\sqrt{3}/2$.

3) Случайная величина X подчинена нормальному закону с $M(X)=0$. Вероятность попадания этой величины в интервал от -1 до 1 равна 0,5. Найти среднее квадратическое отклонение этой случайной величины и записать функцию $f(x)$.

4) Выборочным путем требуется определить средний вес зерен пшеницы. Сколько нужно обследовать зерен, чтобы с вероятностью большей 0,9 можно было утверждать, что средний вес отобранных зерен будет отличаться от математического ожидания этого среднего (принимаемого за средний вес зерен во всей партии) не более чем на 0,001 г? Установлено, что среднее квадратическое отклонение веса зерен не превышает 0,04г.

Вариант №16

1) В партии, насчитывающей 50 изделий имеется шесть бракованных. Случайно из неё отобрали три изделия. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X - числа бракованных изделий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ a(3x-x^2), & 0<x\le 3\\ 0, & x>3\end{cases}$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность того, что в трех испытаниях величина примет значение из интервала $(1;2)$.

3) Случайная величина X – ошибка измерения некоторым прибором распределена по нормальному закону с $\sigma(X)=3$мк. Систематическая ошибка прибора отсутствует. $M(X)=0$. Найти вероятность того, что в трех независимых измерениях ошибка хотя бы одного из них окажется в интервале $(0;2,4)$.

4) Сколько следует проверить изделий, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, можно было утверждать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты годных деталей от вероятности годной детали, равной 0,9, не превысит 0,01.

Вариант №17

1) А.А. Марков при статистическом исследовании языка «Евгения Онегина» установил, что частость гласных букв составляет 0,45. Кроме того, вероятность, что после гласной будет следовать гласная, составляет 0,128, а вероятность, что после гласной будет следовать согласная 0,872. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа гласных букв среди двух последовательно расположенных букв; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Непрерывная случайная величина задана законом распределения:

$$f(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ c/x^8, & x\ge 1\end{cases}.$$

Требуется: 1) Найти параметр c; 2) Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$;3)) найти функцию $F(x)$.

3) Случайное отклонение X размера детали от номинала распределено по нормальному закону с $M(X)=0$ и $\sigma(X)=5$мк. Каким должен быть допуск, чтобы с вероятностью не более 0,0027 получилась деталь с контролируемым размером вне поля допуска?

4) Среднее число пассажиров скорого поезда равно 620. Оценить вероятность того, что в наудачу взятом скором поезде пассажиров окажется более 630.

Вариант №18

1) Некто решил играть в кости до первого выигрыша, но не более пяти раз, на следующих условиях: если выпадет шестерка, он получает 5 долларов, а если другое число он платит один доллар. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – суммарного выигрыша; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом: $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1\\ \dfrac{x-1}{2}, & 1<x\le 3\\ 1, & x>3\end{cases}$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность того, что при двух испытаниях величина хотя бы раз примет значение из интервала $(2;2{,}5)$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Детали, выпускаемые цехом, считаются высшего качества, если отклонения их размера от номинала не превосходят по абсолютной величине 2,6 мм. Случайное отклонение размера детали от номинала подчиняется нормальному закону со средним квадратическим отклонением равным 2 мм. Систематические ошибки отсутствуют ($M(X)=0$). Определить среднее число деталей высшего качества среди наудачу выбранных пяти деталей.

4) Длина изготовляемых деталей представляет случайную величину, среднее значение которой равно 50мм. Среднее квадратическое отклонение этой величины равно 0,2мм. Оценить вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от средней длины по абсолютной величине не превзойдет 0,4 мм.

Вариант №19

1) На пути движения автомобиля пять светофоров, каждый из которых разрешает или запрещает проезд с вероятностью 0,5. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{1}{2}(1-\cos x), & 0\le x\le\pi\\ 1, & x>\pi\end{cases}$$

Требуется: 1) найти функцию $f(x)$; 2) вычислить вероятность события $\frac{\pi}{6} < X < \frac{\pi}{3}$; 3) построить графики $F(x)$ и $f(x)$.

3) Какова вероятность того, что нормально распределенная случайная величина со средним значением равным 1 и дисперсией равной 4, примет значение меньшее 5, но больше 0. Составить функцию плотности распределения вероятностей этой случайной величины.

4) Дисперсия каждой из 30000 независимых случайных величин не превышает шести. Какой должна быть верхняя граница абсолютной величины отклонения средней арифметической случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий, чтобы вероятность такого отклонения превышала 0,92?

Вариант №20

1) Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго – 0,6. Требуется: 1) составить закон распределения случайной величины X – общего числа попаданий; 2) построить график распределения; 3) вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$; 4) найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график.

2) Случайная величина задана законом распределения:

$$f(x) = \begin{cases} a\left(4x - x^2\right), & 0 \le x \le 2 \\ 0, & x < 0, \quad x > 2 \end{cases}$$

Требуется:1) найти параметр a; 2) найти функцию $F(x)$; 3) вычислить вероятность события $0 < X < 1$; 4) вычислить $M(X),\ D(X)$.

3) Случайная величина X распределена по нормальному закону со средним значением равным 40 и дисперсией равной 200. Вычислить вероятность попадания этой величины в интервал $(30;80)$. Написать функцию $f(x)$.

4) Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,04. Какое наименьшее число деталей следует отобрать, чтобы с вероятностью 0,88 можно было утверждать, что доля нестандартных деталей среди них будет отличаться от вероятности изготовления нестандартной детали по абсолютной величине не более чем на 0,02?

Типовой расчет №3

Вариант 1

Дано распределение абонентов по потребляемой мощности электроэнергии (кВт.-ч.)

Интервалы мощности	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
Число абонентов	3	13	70	190	290	230	130	62

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии и эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* — потребляемой мощности электроэнергии. 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности *X*. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 2

1. Приводится распределение волокон хлопка по их длине (в мм).

Длина волокон	Число волокон
5-8	0
8-11	27
11-14	60
14-17	85
17-20	108
20-23	127
23-26	153
26-29	172
29-32	146
32-35	82
35-38	33
38-41	9
41-44	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины – длины волокон хлопка 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 3

1. Испытывалась чувствительность второго канала телевизоров. Данные испытаний указаны в следующей таблице, где в первой строке даны интервалы чувствительности (в мкр.в.), во второй - число телевизоров n_i чувствительность которых оказалась в данном интервале.

интервал	n_i
75-125	1
125-175	10
175-225	11
225-275	11
275-325	12
325-375	17
375-425	10
425-475	8
475-525	9
525-575	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент вариации, коэффициенты асимметрии эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X - чувствительности второго канала телевизоров, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности *X*. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 4

В ОТК были измерены диаметры валиков из партии, изготовленной одним станком-автоматом. Отклонения измеренных диаметров от номинала даны в следующей таблице (в микронах):

Границы отклонений	число валиков
-20-(-15)	7
-15-(-10)	11
-10-(-5)	15
-5-0	24
0-5	49
5-10	41
10-15	26
15-20	17
20-25	7
25-30	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - размера диаметра валика, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности *X*. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 5

1. Приводится распределение урожайности ржи (в ц/га) на различных участках поля некоторого хозяйства:

Урожайность (ц/га)	9-12	12-15	15-18	18-21	21-24	24-27
Доля участка (в % к общей посевной площади)	5	15	33	23	17	7

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* – урожайности, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности *X*. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 6

1. С целью исследования закона распределения ошибки измерения дальности с помощью радиодальномера произведено измерение дальности (в м). Результаты представлены в следующей таблице:

Дальность (в м)	Число измерений
560-570	6
570-580	27
580-590	45
590-600	72
600-610	78
610-620	43
620-630	29
630-640	14
640-650	8
650-660	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – дальности, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 7

1. Приводятся данные отклонения бомбы по дальности от центра цели:

Отклонение (в м)	Количество отклонений
-500-(-400)	4
-400-(-300)	12
-300-(-200)	28
-200-(-100)	56
-100-0	100
0-100	96
100-200	60
200-300	32
300-400	8
400-500	4

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – отклонения бомбы по дальности от цели, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 8

Приведены результаты измерения роста случайно отобранных студентов:

Рост (в см)	Число студентов

154-158	10
158-160	14
160-162	26
162-164	28
164-166	30
166-168	40
168-170	50
170-174	28
174-178	20
178-180	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – роста студентов, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 9

Дано распределение скорости автомобилей на одном участке шоссе (км/ч):

Скорость (км/ч)	Число автомобилей
61-65	5
65-69	8
69-73	12
73-77	17
77-81	20
81-85	35
85-89	28
89-93	11
93-97	8
97-101	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – скорости автомобиля, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 10

Приводится суммарное число набранных баллов командами в соревнованиях:

Число баллов	Число команд
49-52	3
52-55	6
55-58	11

58-61	19
61-64	30
64-67	23
67-70	12

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – суммарного числа баллов., 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 11

Дано распределение предела прочности образцов сварного шва (Н/мм^2):

Предел прочности	частота
28-30	8
30-32	12
32-34	15
34-36	20
36-38	15
38-40	10
40-42	6
42-44	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – предела прочности., 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 12

Распределение отклонений напряжения от номинала (мв):

отклонение	частота
0.00-0.02	9
0.02-0.04	15
0.04-0.06	29
0.06-0.08	35
0.08-0.10	32
0.10-0.12	19
0.12-0.14	8
0.14-0.16	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – отклонения напряжения от номинала, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 13

Приводится время выполнения упражнения (в с.) учениками

интервал	Кол-во учеников
8.95-9.05	4
9.05-9.15	8
9.15-9.25	10
9.25-9.35	8
9.35-9.45	6
9.45-55	4
9.55-9.65	3
9.65-9.75	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X –времени выполнения упражнений, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 14

Горизонтальное отклонение от цели (м) при испытании ракет приведено в следующей таблице:

Отклонение	Кол-во ракет
-40-(-30)	7
-30-(-20)	11
-20-(-10)	15
-10-0	24
0-10	49
10-20	41
20-30	26
30-40	17
40-50	7
50-60	3

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – отклонения от цели, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности

X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 15

Приводится распределение рабочих по зарплате за смену:

Зарплата (в усл.ден.ед.)	Число рабочих
230-240	24
240-250	33
250-260	40
260-270	50
270-280	60
280-290	120
290-300	180
300-310	58
310-320	30
320-330	15

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* – зарплате рабочих за смену, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности *X*. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 16

Дано распределение нитей пряжи по крепость нитей (г):

Крепости нитей (г)	Кол-во нитей
170-180	9
180-190	52
190-200	84
200-210	128
210-220	187
220-230	225
230-240	174
240-250	107
250-260	34
260-270	5

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* – крепости нитей, 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности *X*. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 17

1. Дано распределение рабочих по времени, затрачиваемого одним рабочим на изготовление одной детали.

Время (мин)	Число рабочих
2-4	1
4-6	4
6-8	23
8-10	33
10-12	20
12-14	17
14-16	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – времени, затрачиваемом рабочим для изготовления одной детали. 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 18

Даны результаты испытания стойкости удлиненных сверл диаметром 4 мм (ч.):

стойкость	Кол-во сверл
2.6-2.8	7
2.8-3.0	10
3.0-3.2	49
3.2-3.4	70
3.4-3.6	46
3.6-3.8	10
3.8-4.0	8

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – стойкости удлиненных сверл. 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 19

Даны результаты определения содержания фосфора в чугунных образцах:

Содержание фосфора (%)	Число образцов
0.10-0.20	5
0.2-0.3	23
0.3-0.4	38
0.4-0.5	25
0.5-0.6	5

0.6-0.7	4
0.7-0.8	2

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – содержания фосфора в образцах. 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Вариант 20

1. Приводятся данные о среднесуточном пробеге автомобилей (в сотнях км):

Пробег	Число автомобилей
1.0-1.2	2
1.2-1.4	5
1.4-1.6	20
1.6-1.8	48
1.8-2.0	19
2.0-2.2	5
2.2-2.4	1

Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины X – среднесуточного пробега. 6) найти точечные оценки параметров выбранного закона распределения; 7) записать функцию распределения и функцию плотности X. 8) Найти интервальные оценки параметров распределения X, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Типовой расчет №4

Задание 1. Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение a_0 является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при 5%-м уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объема $n=10$ получено выборочное среднее $\bar{x}$, а несмещенное среднее квадратичное отклонение равно s (табл.1).

Таблица 1

Вариант	a_0	$\bar{x}$	s
1	10	12	1
2	20	22	4
3	20	18	2
4	40	44	3
5	58	56	4
6	60	64	6
7	70	66	8
8	70	72	5
9	50	48	2
10	30	34	4
11	50	52	3
12	90	88	6
13	86	84	5
14	80	78	4
15	60	66	5

Вариант	a_0	$\bar{x}$	s
16	100	96	6
17	80	78	4
18	80	84	3
19	50	48	2
20	60	54	2
21	90	96	5
22	80	86	4
23	70	68	5
24	70	74	6
25	60	62	3

Задание 2. При уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин *X*, *Y* на основе выборочных данных (табл. 2) при альтернативной гипотезе $H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

Таблица 2

Вариант	X		Y			Вариант	X		Y	
	x_i	n_i	y_i	m_i			x_i	n_i	y_i	m_i
1	142 145 146 148	3 1 2 4	140 146 147 151	5 3 2 2		14	12 15 18 19 23	2 5 3 1 4	44 46 47 50 52	4 5 8 6 7
2	37 38	2 1	38 39	4 3		15	-8 -5	3 2	10 14	4 10

	40 41 42	4 3 6	40 41 43	2 2 3			-3 1 3 4	4 5 4 2	15 18 21 25	9 7 4 6
3	39 43 45 47 51	4 2 3 4 2	75 80 84 91 94	4 2 3 4 2		16	42 45 46 50	15 17 12 16	84 87 92 96	3 2 4 1
4	3,5 3,7 3,9 4,0 4,1	1 3 5 4 4	3,6 3,7 3,8 4,4 4,2	3 5 2 1 4		17	30 33 33 34 36	4 5 8 1 2	30 31 32 4 35	6 4 3 5 2
5	9 10 11 12 14	4 5 3 2 1	9 10 11 13 14	5 6 4 8 3		18	42 44 48 50 53	4 8 3 5 10	44 45 46 51 55	16 12 11 6 5
6	6,1 6,5 6,6 7,0 7,4	2 3 1 4 2	5,8 6,0 6,2 6,3 6,8	6 4 5 2 3		19	31 35 40 42 44	7 3 4 2 4	29 32 33 35 39	8 9 12 10 11
7	20 22 23 24 26	3 4 2 2 4	18 19 20 22 23	6 3 4 2 5		20	61 62 64 67 68	5 4 6 2 3	60 63 64 68 70	4 3 2 6 5
8	0,2 0,4 0,8 1,0 1,2	6 4 2 5 3	0,4 0,5 0,9 1,2 1,4	3 5 6 6 6		21	12 16 19 21 25	10 1 14 9 5	14 15 20 21 24	7 6 8 10 9

9	31 33 34 38 42	6 2 1 3 2	85 88 95 97 100	1 3 4 2 5		22	44 45 48 52 54	5 2 3 4 6	43 46 48 50 53	3 3 4 4 6
10	15 17 20 21 25	1 3 2 4 6	20 22 23 25 26	4 2 2 3 1		23	16 18 21 24 25	12 10 14 8 6	18 25 29 36 40	3 1 4 6 6
11	27 29 32 33	3 9 6 2	28 29 30 32	8 9 4 9		24	71 73 75 79 80	4 5 8 10 3	68 69 70 74 78	10 14 13 12 11
12	82 83 85 90	2 1 3 4	-10 -9 -6 -3	14 18 12 6		25	70 72 73 75 78	12 10 12 8 8	16 18 21 25 28	7 4 8 5 6
13	51 53 55 56 59	6 5 4 3 2	15 18 20 23 27	7 5 4 3 6						

Задание 3. По двум независимым выборкам, объемы которых n_1 и n_2, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей *X* и *Y*, найдены выборочные средние $\overline{X_в}$ и $\overline{Y_в}$ и исправленные дисперсии S_x^2 и S_y^2. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0{,}1$ проверить нулевую гипотезу: а) $H_0 : M(X) = M(Y)$ при альтернативной гипотезе $H_1 : M(X) \neq M(Y)$, если известны дисперсии σ_x^2 и σ_y^2 генеральных совокупностей; б) $H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2$ при условии, что σ_x^2 и σ_y^2 неизвестны и, если она принимается, то затем проверить гипотезу $H_0 : M(X) = M(Y)$ при альтернативной гипотезе $H_1 : M(X) > M(Y)$. Данные для решения задачи представлены в таблице

N	а)		б)		$\overline{X_в}$	$\overline{Y_в}$	σ_x^2	σ_y^2	S_x^2	S_y^2
	n_1	n_2	n_1	n_2						
1	40	50	7	8	140	130	80	100	90	120
2	30	40	9	8	130	125	60	80	70	90
3	50	50	5	6	20,1	19,8	1,75	1,37	2,3	2,8
4	45	55	11	16	31,2	29,2	1,3	1,15	0,84	0,4
5	35	45	10	8	145,3	142,3	3,5	3,1	2,7	3,2
6	60	50	10	120	3,6	3,5	0,75	0,82	0,0267	0,0255
7	50	40	10	16	12,7	12	7,4	6,1	9,7	10,3
8	60	50	9	7	1275	1250	80	90	100	120
9	35	45	10	10	14,3	12,2	34	42	22	18
10	50	50	7	9	150	142	34,7	28,5	22,8	22,2
11	65	55	5	6	3,3	2,48	0,72	0,87	0,25	0,108
12	70	50	6	6	-30,5	-34,2	63,3	58,5	82,9	12,7
13	50	35	6	6	35,5	31,4	37,3	42,6	46,97	23,2
14	40	35	7	9	68,1	67,6	26,6	24,3	30,2	29,2
15	60	50	5	5	13,8	13,32	5,35	7,72	3,37	0,46
16	80	60	4	9	70,5	70,2	0,5	1	2	2,7
17	65	45	10	10	16,1	15,3	0,87	0,63	0,2	0,15
18	50	60	16	25	37,5	36,8	0,9	1,1	1,21	1,44
19	70	70	11	11	3,53	2,067	17,3	20,5	19	23
20	50	70	31	61	8,5	6,2	100	74	90	85
21	70	60	8	9	16,2	13,9	7,2	8,3	9,5	6,3
22	100	100	6	8	201,7	193,6	19,2	16,09	19,36	16,25
23	65	75	10	9	17,4	14,5	10	15	14	19
24	80	60	16	21	10,57	9,62	2,2	2,8	2,7	3,2
25	60	40	6	6	17,8	17,08	7	9	10	16

Задание 4. Используя данные задания 1 из типового расчета № 2 проверить, используя критерий χ^2 – гипотезу о согласии наблюдений с законом нормального распределения, приняв за уровень значимости 0,05.

Типовой расчет №5

Вариант 1

Задание 1. Туристическая компания предлагает места в гостиницах. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью по 12 гостиницам города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров и расстояния в километрах от пляжа.

Расстояние, км	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8
Наполняемость, %	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз о наполняемости номеров гостиницы, если она будет расположена на расстоянии 1,1 км от пляжа.

Задание 2. Распределение 100 предприятий по сумме отчислений в пенсионный фонд *X* (тыс. у.е) и на социальное страхование работников *Y* (тыс. у.е.) представлено в таблице:

x \ *y*	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	**Итого:**
50-150	5	3				**8**
150-250	7	8				**15**
250-350		8	13	5		**26**
350-450		4	10	8	6	**28**
450-550			9	6	8	**23**
Итого:	**12**	**23**	**32**	**19**	**14**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о сумме отчислений на социальное страхование работников, если отчисления в пенсионный фонд составят 600 тыс. у.е.

Задание 3. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках математики и литературы.

Ученик	1	2	3	4	5	6	7	8
Ранг знаний по математике	5	2	1	7	8	4	6	3
Ранг знаний по литературе	4	3	2	1	7	6	5	8

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 2

Задание 1. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобилей (X тыс.км) и стоимостью ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой связи было отобрано 15 автомобилей.

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз стоимости ежемесячного технического обслуживания автомобиля, пробег которого 22 тыс.км.

Задание 2. Распределение 100 предприятий общественного питания по количеству мест в обеденном зале *X* и пропускной способности *Y* (человек) представлено в таблице:

y / *x*	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000	**Итого:**
30-50	2					**2**
50-70	4	3				**7**
70-90		6	8	7	1	**22**
90-110			20	10	5	**35**
110-130				4	30	**34**
Итого:	**6**	**9**	**28**	**21**	**36**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о пропускной способности, если в обеденном зале будет 160 мест.

Задание 3. Рейтинг 9 банков оценен двумя экспертами.

Эксперт	Номер банка								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	2	1	4	5	6	7	8	9
2	2	3	1	4	7	9	8	5	6

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 3

Задание 1. Врач-исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения. Статистические данные имеют следующий вид:

Число лет курения	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Площадь пораженной части легкого,%	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз о степени поражения легких у случайно выбранного пациента, больного эмфиземой, если человек курил 30 лет.

Задание 2. Распределение месячных расходов на командировки *X* (тыс. у.е) и сумму *Y* (млн. у.е.), на которые заключены договора о поставке продукции, представлено в таблице:

x \ y	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25	**Итого:**
50-70	7	5	4			**16**
70-90	8	7	9			**24**
90-110		10	8	6		**24**
110-130			6	8	9	**23**
130-150				5	8	**13**
Итого:	**15**	**22**	**27**	**19**	**17**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о месячных расходах на командировку необходимых для заключения договора о поставке продукции в объеме 30 млн. у.е.

Задание 3. Семь вновь принятых сотрудников брокерской компании проходят аттестацию в конце испытательного периода. Результаты их работы оцениваются путем сдачи теста на профессиональную пригодность и по отдаче с каждого инвестируемого ими рубля. Результаты молодых специалистов были ранжированы следующим образом:

Молодые специалисты	1	2	3	4	5	6	7
Результаты теста	3	2	6	4	1	7	5
Отдача с рубля	1	3	5	2	4	6	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 4

Задание 1. Компания занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Следующие данные показывают цены на видеомагнитофон в 8 различных регионах и соответствующее им число продаж.

Число продаж, шт.	420	380	350	400	440	380	450	420
Цена, тыс.сом	5,5	6,0	6,5	6,0	5,0	6,5	4,5	5,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз стоимости видеомагнитофона в регионе, если объем продаж составил 460 шт.

Задание 2. Распределение 100 предприятий одного типа по цене на производимые товары *X* (тыс. у.е./ед. продукции) и количеству реализуемых товаров *Y* (тыс. у.е.) представлено в таблице:

x \ y	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	**Итого:**

4-8			3	9	7	**19**
8-12			4	5	9	**18**
12-16		10	6	3		**19**
16-20	7	12	8			**27**
20-24	9	8				**17**
Итого:	**16**	**30**	**21**	**17**	**16**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о количестве реализуемых товаров, при цене на производимые товары в 30 тыс. у.е./ед. продукции.

Задание 3. Рейтинг 10 предприятий города оценен двумя экспертами. С помощью ранговой корреляции установить согласуются ли данные оценки.

Эксперт	Номер предприятия									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	2	1	4	10	5	6	7	8	9
2	1	2	10	5	3	4	6	9	7	8

Найдите тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 5

Задание 1. Опрос случайно выбранных 10 студентов, проживающих в общежитии университета, позволяет выявить зависимость между средним баллом по результатам предыдущей сессии и числом часов в неделю, затраченных студентом на самостоятельную подготовку.

Средний балл	4,6	4,3	3,8	3,8	4,2	4,3	3,8	4,0	3,1	3,9
Число часов	25	22	9	15	15	30	20	30	10	17

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.

Если студент занимается самостоятельно по 12 часов в неделю, то каков прогноз его успеваемости?

Задание 2. Распределение 100 страховых договоров по сумме *X* (ден. ед.) и количеству выплат по страховым обязательствам *Y* (единиц), представлено в таблице:

x \ *y*	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	**Итого:**
1-2			10	9	8	**27**
2-3			8	6	10	**24**
3-4		8	4	5		**17**

4-5	6	11				**17**
5-6	8	7				**15**
Итого:	**14**	**26**	**22**	**20**	**18**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии Y по X, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о количестве выплат по страховым обязательствам при сумме 7 ден. ед.

Задание 3. В конкурсе красоты участвовало 10 девушек. Разыгрывались призы жюри и зрителей. Места, присужденные девушкам, записаны в таблицу в соответствии с номерами участниц

Участница	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Место у зрителей	10	7	8	2	5	1	6	3	9	4
Место у жюри	8	2	9	6	4	5	3	7	10	1

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 6

Задание 1. Некоторая компания провела рекламную кампанию в магазинах с демонстрацией антисептических качеств своего нового моющего средства. Через 10 недель компания решила проанализировать эффективность этого вида рекламы, сопоставив еженедельные объемы продаж с расходами на рекламу (тыс. сом).

Объем продаж, тыс.сом	72	76	78	70	68	80	82	65	62	90
Расходы на рекламу, тыс. сом	5	8	6	5	3	9	12	4	3	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз объема продаж, если расходы на рекламу составили 11 тыс. сом.

Задание 2. Распределение 100 объектов основных средств предприятия по первоначальной стоимости объекта X (млн. ед.) и по годовой норме амортизационных отчислений Y (%), представлено в таблице:

x \ y	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	**Итого:**
5-15				6	4	**10**
15-25			2	7	6	**15**
25-35			3	6	5	**14**
35-45	10	18	4			**32**
45-55	12	13	4			**29**
Итого:	**22**	**31**	**13**	**19**	**15**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.

3) Сделать прогноз о величине основных средств предприятия при годовой норме амортизационных отчислений 55 %.

Задание 3. При дегустации 9 видов напитков два дегустатора выставили оценки анализируемым напиткам (в порядке дегустации), исходя из десятибалльной шкалы:

Напиток	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Оценка первого дегустатора	6	5	2	8	9	5	6	7	7
Оценка второго дегустатора	5	8	3	7	8	6	6	6	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 7

Задание 1. Имеется выборка из 10 домохозяйств для изучения связи между числом телевизоров в домохозяйстве и числом членов домохозяйства. X - число членов домохозяйства; Y - число телевизоров.

X	6	2	4	3	4	4	6	3	2	2
Y	4	1	3	2	2	3	4	1	2	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз количества телевизоров домохозяйства, состоящего из 8 человек.

Задание 2. Распределение 100 фабрик, выпускающих пленку для теплиц, по производственным мощностям *X* (тыс. м в год) и себестоимости 1 м пленки *Y* (у.е.) представлено в таблице:

x \ *y*	8-8,5	8,5-9	9-9,5	9,5-1	10-10,5	**Итого:**
10-20				4	8	**12**
20-30			7	13	7	**27**
30-40		1	6	20		**27**
40-50	6	7	8			**21**
50-60	3	3	7			**13**
Итого:	**9**	**11**	**28**	**37**	**15**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;

b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.

3) Сделать прогноз о себестоимости 1 м пленки, если производственные мощности составят 65 тыс. м.

Задание 3. Два арбитра оценили мастерство 10 спортсменов. С помощью ранговой корреляции установить согласуются ли данные оценки.

спортсмен	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Оценка 1 арбитра	2	3	10	4	7	1	9	8	5	6
Оценка 1 арбитра	9	4	5	3	1	6	10	7	2	8

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 8

Задание 1. Имеются выборочные данные о стаже работы (X , лет) и выработке одного рабочего за смену (Y , шт.).

X	1	3	4	5	6	7
Y	14	15	18	20	22	25

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз о выработке рабочего, имеющего стаж работы 10 лет.

Задание 2. Распределение 100 образцов материала по процентному содержанию синтетической добавки *X* (%) и предельному напряжению на разрыв *Y* (Н/м^2) представлено в таблице:

y / *x*	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	**Итого:**
20-30	2	4					**6**
30-40		6	3				**9**
40-50			6	35	4		**45**
50-60			2	8	6		**16**
60-70				14	7	3	**24**
Итого:	**2**	**10**	**11**	**57**	**17**	**3**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.

3) Сделать прогноз о предельном напряжении на разрыв образца, содержащего 72 % синтетической добавки.

Задание 3. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках математики и физики.

Ученик	1	2	3	4	5	6	7
Ранг знаний по математике	5	7	1	4	2	3	6
Ранг знаний по физике	4	6	3	5	1	2	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 9

Задание 1. Изучается зависимость себестоимости единицы изделия (Y, тыс.сом) от величины выпуска продукции (X, тыс. шт.) по группам предприятий за отчетный период. Экономист обследовал 5 предприятий и получил следующие данные:

X	2	3	4	5	6
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз о себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 8 тыс.штук.

Задание 2. Распределение 100 посреднических предприятий по транспортным издержкам *X* (%) и издержкам при хранении продукции на складе *Y* (%), представлено в таблице:

y / *x*	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	**Итого:**
0-10	36	6				**42**
10-20	7	12	8			**27**
20-30	1	6	7	2		**16**
30-40		1	4	6	1	**12**
40-50			1	1	1	**3**
Итого:	**44**	**25**	**20**	**9**	**2**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.

3) Сделать прогноз об издержках при хранении продукции на складе, если транспортные издержки составят 55%.

Задание 3. Проверка готовности 7 школьных кабинетов к учебному году проводилась комиссией в составе двух человек. Каждый член комиссии оценивал готовность кабинета по десятибалльной системе. Результаты их работы приведены в таблице:

Номер кабинета	1	2	3	4	5	6	7
Оценка первого члена комиссии	8	7	10	7	3	8	9

Оценка второго члена комиссии	6	6	9	7	4	8	10

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 10

Задание 1. Имеются выборочные данные о глубине вспашки полей под озимые культуры (X , см) и их урожайности (Y , ц/га):

X	10	15	20	25	30
Y	5	10	16	20	24

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз об урожайности пшеницы при глубине вспашки 22 см.

Задание 2. Распределение 100 рабочих по стажу работы *X* (лет) и производительности труда *Y* (детал./ч) представлено в таблице:

y / *x*	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	**Итого:**
1-3	11	4				**15**
3-5	9	8	3			**20**
5-7	6	9	9	7	1	**32**
7-9		2	9	9	2	**22**
9-11			4	4	3	**11**
Итого:	**26**	**23**	**25**	**20**	**6**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о производительности труда рабочего, если его стаж работы составит 14 лет.

Задание 3. Двенадцать однородных предприятий были проранжированы сначала по степени оснащенности их вычислительной техникой, а затем по степени эффективности их функционирования за рассматриваемый период:

Оснащенность	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Эффективность	2	4	1	7	3	5	9	10	12	8	11	6

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 11

Задание 1. Из студентов 4-го курса естественно-технического факультета КРСУ отобраны случайным образом 10 студентов и подсчитаны средние оценки, полученные ими на первом (X) и на четвертом (Y) курсе. Получены следующие данные:

X	3,5	4,0	3,8	4,6	3,9	3,0	3,5	3,9	4,5	4,1
Y	4,2	3,9	3,8	4,5	4,2	3,4	3,8	3,9	4,6	3,0

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз средней оценки, полученной студентом на четвертом курсе, если на первом курсе его средняя оценка 4,3.

Задание 2. Распределение 100 спортсменов по росту *X* (см) и по весу *Y* (кг) представлено в таблице:

x \ *y*	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	**Итого:**
165-170	5	3	2			**10**
170-175	29	14	5			**48**
175-180	5	11	2			**18**
180-185		3	8	1		**12**
185-190				6	6	**12**
Итого:	**39**	**31**	**17**	**7**	**6**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.

3) Сделать прогноз о весе спортсмена, если его рост 191 см.

Задание 3. Группу учеников ранжировали в соответствии с их способностями, обнаруженными на уроках музыки и математики.

Ученики	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Математика	7	4	3	10	6	2	9	8	1	5
Музыка	5	7	3	10	1	9	6	2	8	4

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 12

Задание 1. Имеются данные о связи между возрастом самолета (X , лет) и стоимостью его эксплуатации (Y млн. сом):

X	1	2	3	4	5
Y	2	4	5	8	10

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.
Сделать прогноз стоимости эксплуатации самолета, если его возраст 2,5 года.

Задание 2. Зависимость сопротивления резисторов *X* (Ом) от содержания примесей *Y* (%) представлена в таблице:

y / *x*	0,5-1,0	1,0-1,5	1,5-2,0	2,0-2,5	2,5-3,0	**Итого:**
0,40-0,45	2	4	1			**7**
0,45-0,50	6	11				**17**
0,50-0,55		5	25	10		**40**
0,55-0,60			11	10	2	**23**
0,60-0,65				1	12	**13**
Итого:	**8**	**20**	**37**	**21**	**14**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о сопротивлении резистора, если содержание примесей в нем составит 3,1 %.

Задание 3. На конкурсе красоты члены жюри расположили участниц следующим образом:

Член жюри *A*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Член жюри *B*	5	4	1	7	2	8	3	6	9

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 13

Задание 1. Исследована зависимость объема выпуска продукции (X, тыс.шт.) и себестоимости единицы изделия (Y, тыс.сом). Получены следующие данные:

X	3	4	5	6	7
Y	10	8	7	5	2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.
Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если объем выпуска продукции составит 8,5 тыс.штук.

Задание 2. Распределение 100 изделий по стоимости готового изделия *X* (тыс. у.е.) и стоимости сырья *Y* (тыс. у.е.) представлено в таблице:

y / *x*	0,5-5,5	5,5-10,5	10,5-15,5	15,5-20,5	20,5-25,5	**Итого:**

5-15	7	11				**18**
15-25		5	19	3		**27**
25-35			15	15	2	**32**
35-45			5	6	4	**15**
45-55				1	7	**8**
Итого:	**7**	**16**	**39**	**25**	**13**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз стоимости готового изделия, если стоимость сырья составит 26 тыс. у.е.

Задание 3. В результате обследования для 10 важнейших видов оборудования, используемого судоводителями во время вахты, получены следующие ранги по важности оборудования *X* и по частоте его использования *Y*:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	2	5	1	10	4	7	6	9	8	3

Требуется найти тесноту связи между этими данными. используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 14

Задание 1. Имеются выборочные данные об общем весе некоторого растения (X, г.) и весе его семян (Y, г.). Данные приведены в таблице:

X	40	50	60	70	80	90	100
Y	2	2,5	2,8	3	3,5	4	4,5

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.

Сделать прогноз веса некоторого растения, если вес его семян 4,4 г.

Задание 2. Распределение 100 рабочих завода по стажу работы *X* (лет) и затратам времени на обработку одной детали *Y* (мин.) даны в таблице:

x \ *y*	17-19	19-21	21-23	23-25	25-27	**Итого:**
0-5				3	5	**8**
5-10			2	10	3	**15**
10-15	2	6	4	5		**17**
15-20	15	8	7			**30**
20-25	10	11	9			**30**
Итого:	**27**	**25**	**22**	**18**	**8**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о затратах времени на обработку одной детали при стаже в 28 лет.

Задание 3. На конкурсе научных проектов члены жюри расположили участников следующим образом:

Член жюри *A*	2	5	1	3	4	7	6	9	10	8
Член жюри *B*	5	4	1	10	7	2	8	3	6	9

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 15

Задание 1. При исследовании зависимости времени, затраченного на закрепление детали на токарном станке, от веса детали, получены следующие результаты (X - вес детали, кг, Y - время закрепления детали, с.):

X	7	8	10	12	13	14	15	17	18	20
Y	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.
Сделать прогноз о времени, затраченного на закрепление детали на станке, если ее вес 22 кг.

Задание 2. Распределение 100 рабочих по стажу работы *X* (лет) и по выполнению нормы *Y* (%) представлено в таблице:

x \ *y*	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130	**Итого:**
1-4	11	4				**15**
4-7	9	7	3		1	**20**
7-10	6	9	9	7	1	**32**
10-13		2	10	8	2	**22**
13-16			3	5	3	**11**
Итого:	**26**	**22**	**25**	**20**	**7**	**100**

Требуется:
1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.

3) Сделать прогноз о выполнении нормы рабочим, если его стаж работы 19 лет.

Задание 3. Имеется 12 одинаковых по размеру дисков, окраска которых отличается тоном от светло-голубого до темно-синего. С помощью колориметрического испытания можно получить объективную оценку интенсивности цвета. Для того чтобы оценить, как тонко модельер одежды различает цветовые оттенки, ему показывают все эти диски и предлагают расположить их в определенном порядке – по степени интенсивности цвета. При этом получены результаты:

Порядок дисков, основанный на объективных оценках	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Порядок, основанный на оценках модельера	1	4	7	2	3	5	8	12	10	6	11	9

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 16

Задание 1. Имеются следующие выборочные данные о стоимости квартир (Y) и их общей площади (X) в городе N:

X	33	40	36	60	55	80	95	70	48	53	95	63
Y	13,8	13,8	14	22,5	24	28	32	20,9	22	21,5	32,5	24

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Проверить значимость выборочного коэффициента линейной корреляции при $\alpha = 0,05$.

Сделать прогноз стоимости квартиры, если ее площадь 56,4 м^2.

Задание 2. Проведена проверка работы 100 машинисток, печатающих сложные тексты. В таблице дана зависимость числа опечаток X (шт.) от стажа работы Y (мес.) на единицу печатной продукции:

x \ y	0-18	18-36	36-54	54-72	72-90	**Итого:**
0-2					4	**4**
2-4				4	6	**10**
4-6			6	10	8	**24**
6-8	3	4	10	20		**37**
8-10	6	7	12			**25**
Итого:						**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии Y по X, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о числе опечаток при стаже работы 8 лет.

Задание 3. По восьми предприятиям имеются данные об энерговооруженности труда и производительности труда, соответствующие ранги приведены в таблице

Энерговооруженность труда	1	2	3	4	5	6	7	8
Производительность труда	8	7	5	6	4	2	3	1

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 17

Задание 1. Имеются следующие выборочные данные о жесткости воды (Y, град.) и количеством кальция в воде X (г/л):

X	28	56	77	191	241	262
Y	4	8	11	27	34	37

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз жесткости воды с содержанием кальция 250 мг/л.

Задание 2. Распределение 100 предприятий химической промышленности по фондовооруженности *X* (млн. у.е.) и энерговооруженности труда *Y* (кВт ч) представлено в таблице:

y / *x*	0-1,5	1,5-3,0	3,0-4,5	4,5-6,0	6,0-7,5	**Итого:**
0-5	4	10	7			**21**
5-10	6	11	8			**25**
10-15			9	15	8	**32**
15-20			4	5	10	**19**
20-25				2	1	**3**
Итого:	**10**	**21**	**28**	**22**	**19**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
    a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
    b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
    c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз энерговооруженности труда предприятия, если его фондовооруженность составит 27 млн. у.е.

Задание 3. У художника имеется палитра из 10 оттенков зеленой краски. С помощью колориметрического испытания можно получить объективную оценку интенсивности цвета. Для того чтобы оценить, как тонко художник различает цветовые оттенки, ему предлагают расположить их в определенном порядке – по степени интенсивности цвета. При этом получены результаты:

Порядок, основанный на объективных оценках	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Порядок, основанный на оценках художника	4	1	7	2	3	5	8	9	6	10

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 18

Задание 1. Исследуется зависимость между пределом прочности прессованной детали Y (МПа) и температурой при прессовании X (град.). Экспериментальные данные, представлены в таблице:

X	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165
Y	110	107	105	98	100	95	95	92	86	86

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.
Сделать прогноз предела прочности детали, если температура прессования 170 град.

Задание 2. Зависимость между накладными расходами X (млн. ден. ед.) и объемом выполненных работ Y (млн ден. ед.) представлена в таблице:

y / x	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	**Итого:**
1-2	1	2				**3**
2-3	3	3	5	1		**12**
3-4	1	6	9	2	1	**19**
4-5		5	19	7	4	**35**
5-6		3	7	15	6	**31**
Итого:	**5**	**19**	**40**	**25**	**11**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии Y по X, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз об объеме выполненных работ, если накладные расходы составят 7 млн. ден.ед.

Задание 3. Восемь студентов протестированы по математике и по гуманитарным предметам, соответствующие ранги приведены в таблице:

Студент	1	2	3	4	5	6	7	8
Ранг по математике	1	7	8	5	2	4	6	3
Ранг по гуманитарным предметам	1	3	8	7	5	6	4	2

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 19

Задание 1. Имеются данные о фондовооруженности предприятия X (тыс.сом) и производительности труда Y (тыс.сом).

X	20,7	22,8	18,7	16,5	14,7	11,3	18,8	13,4	9,5	11,8
Y	10,5	10,6	9,5	7,6	6,4	4,5	9	6,8	4,9	6,1

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи. Сделать прогноз о производительности труда, если фондовооруженность предприятия составляет 20 тыс.сом.

Задание 2. Распределение 100 однотипных предприятий по производственным мощностям X (тыс.ед. прод./день) и себестоимости единицы продукции Y (ден. ед.) представлено в таблице:

y / x	2,5-4,0	4,0-5,5	5,5-7,0	7,0-8,5	8,5-10	**Итого:**
4-5				7	15	**22**
5-6			7	8	10	**25**
6-7			9	10	4	**23**
7-8	3	9	7			**19**
8-9	5	6				**11**
Итого:	**8**	**15**	**23**	**25**	**29**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными Xи Y существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии Y по X, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о себестоимости единицы продукции, если производственные мощности составят 11 тыс.ед.прод./день.

Задание 3. В результате обследования 10 учащихся школы, получены следующие ранги показателей вербального (X) и невербального (Y) интеллекта:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	2	5	1	10	4	7	6	9	8	3

Требуется найти тесноту связи между этими данным используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Вариант 20

Задание 1. В таблице приведены результаты изучения зависимости себестоимости единицы продукции (Y, тыс.руб.) от величины выпуска продукции (X, тыс.штук) по разным предприятиям отрасли.

X	2	3	4	5	6	7	8
Y	1,9	1,7	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.

Сделать прогноз себестоимости единицы изделия, если выпуск продукции составит 10 тыс.штук.

Задание 2. Распределение 100 сосен по диаметру ствола X (см) и высоте Y (м), представлено в таблице:

y / x	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	**Итого:**
15-25	8	2				**10**
25-35	7	16	9			**32**
35-45	2	8	12	2		**21**
45-55		6	12	4		**22**

55-65		2	4	5	1	**12**
Итого:	**17**	**31**	**37**	**11**	**1**	**100**

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными *X* и *Y* существует линейная корреляционная зависимость:
   a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
   b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
   c. Используя найденное уравнение регрессии *Y* по *X*, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.

3) Сделать прогноз о возможной высоте сосен при диаметре в 70 см.

Задание 3. При приеме на работу на вакантные должности 10 кандидатам было предложено два теста. Результаты тестов проранжированы и представлены в таблице:

Кандидат на должность	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тест №1	10	7	8	2	5	1	6	3	9	4
Тест №2	8	2	9	6	4	5	3	7	10	1

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Приложение 4. Образцы контрольных работ

Контрольная работа №1

Задание 1. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 5X - 2Y$, если известны: $M(X) = 3, \quad M(Y) = 6, \quad D(X) = 3, \quad D(Y) = 4$.

Задание 2. Непрерывная случайная величина *X* распределена по показательному закону, а именно:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-4x}, & \text{при } x \geq 0, \\ 0, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Найти: а) значение параметра λ, б) $M(X)$ и $D(X)$.

Задание 3. Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0,7 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше 3 выстрелов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов.

Задание 4. Дискретная случайная величина *X* задана законом распределения

x_i	2	3	5
p_i	0,2	p_2	0,2

Найти $p_2, M(X), D(X)$.

Задание 5. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \dfrac{x^2 - 4}{a}, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр *a*; 2) найти функцию $f(x)$; 3) вычислить вероятность того, что величина примет значение из интервала $(2{,}5; 3)$ 4) найти математическое ожидание и дисперсию.

Контрольная работа № 2

Задание 1. Выборочное исследование длительности горения ламп дало следующие результаты:

Интервалы	0-400	400-800	800 - 1200	1200 - 1600	1600 – 2000	2000 – 2400	2400 - 2800
Частота	121	95	76	56	45	36	21

Рассчитать моду и медиану. Построить гистограмму частот.

Задание 2. Брокер проводит случайную выборку четырех акций из большой генеральной совокупности акций с низким номиналом. Цены акций в генеральной совокупности подчиняются нормальному распределению. Цены акций в выборке составили: $5, $12, $17, $10. Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную дисперсию и исправленную дисперсию; в) моду и медиану.

Задание 3. По данным таблицы, требуется

1) Построить полигон распределения
2) Вычислить выборочную среднюю, дисперсию, моду, медиану.
3) Построить эмпирическую функцию распределения.

Xi	**1**	**3**	**4**	**5**	**7**
ni	5	14	11	10	2

Задание 4. Импортер упаковывает чай в пакеты номинальным весом 125 г. Известно, что наполняющая машина работает со стандартным отклонением, равным 10 г. Найти минимальный объем выборки, чтобы с вероятностью 95% точность интервала была равной 2 г.

Задание 5. Телефонная компания желает оценить среднее время междугородных переговоров в течении выходных, когда действует льготный тариф. Случайная выборка из 50 звонков дала среднюю $\bar{x} = 14.5$ мин со средним квадратическим отклонением $s = 5.6$ мин. Постройте 95% доверительный интервал для средней продолжительности переговоров в выходные дни.

Контрольная работа № 3

Задание 1. В течении 64 дней в фирму А обращалось 87 человек в день, в фирму Б – 93. Есть ли основание утверждать на уровне значимости 5 %, что фирма Б более популярна, чем фирма А, если числа клиентов в день имеют дисперсии 124 и 132 соответственно?

Задание 2. Поставщик электронных компонентов попытался контролировать производственный процесс так, чтобы доля неисправной продукции была менее 4%. Из поставляемой партии 500 компонентов 28 оказались неисправными. Имеется ли какое-нибудь основание предполагать, что производственный процесс вышел из-под контроля и производится много неисправных изделий?

Задание 3. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n_i'	43	120	245	290	200	102

Контрольная работа № 4

Задание 1. Бегуны, ранги которых при построении по росту были 1, 2, …, 10, заняли на состязаниях следующие места:

6, 5, 1, 4, 2, 7, 8, 10, 3, 9.

Как велика ранговая корреляция между ростом и быстротой бега?

Задание 2. Найти выборочное уравнение линейной регрессии Y на X и выборочный коэффициент корреляции

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Задание 3. Найти выборочное уравнение линейной регрессии *Y* на *X*. Оценить тесноту связи и проверить значимость коэффициента корреляции.

Y \ X	10	15	20	25	30	35
15	6	4				
25		6	8			
35				21	2	5
45				4	12	6
55					1	5

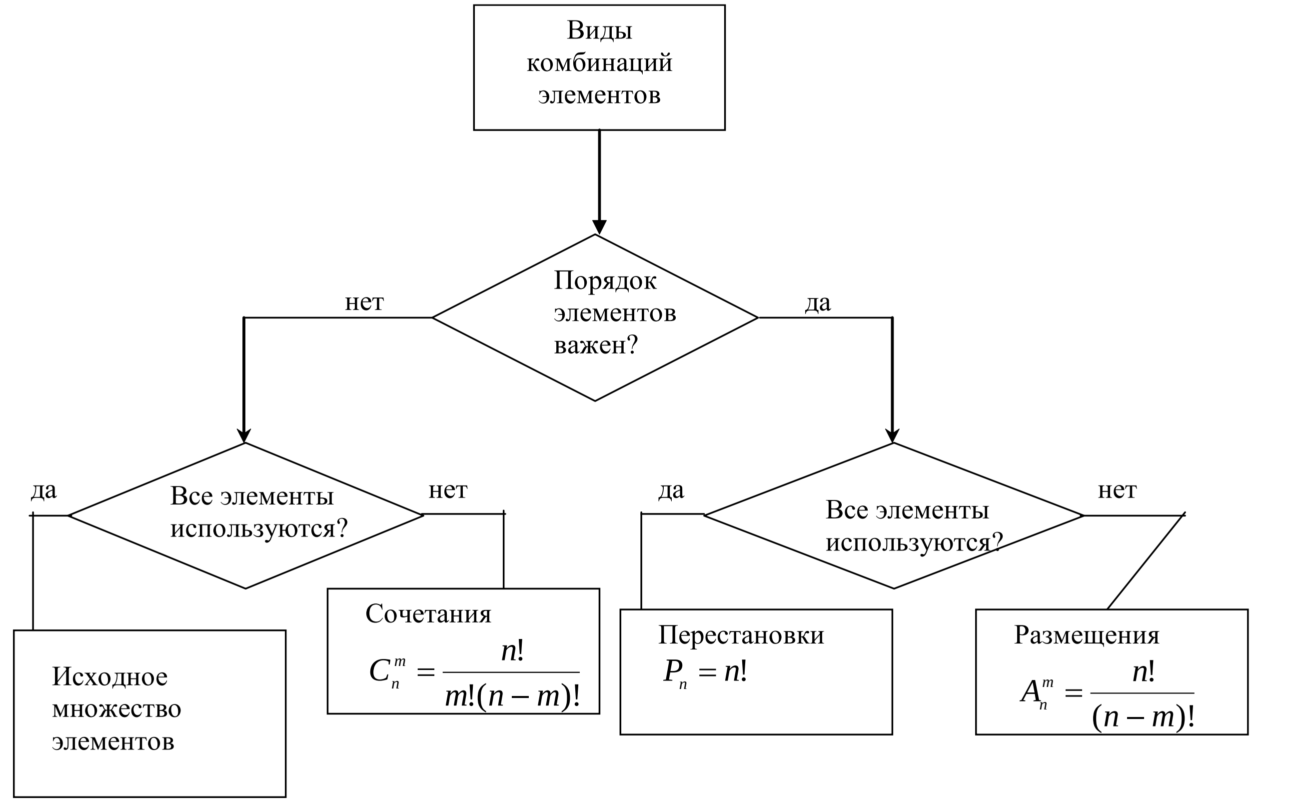
Приложение №5. Образец компьютерного контрольно-обучающего теста

Тест: "Случайные события".

Тестируемый: ________________________________ Дата: ______________________

Задание №1
Вступление к заданию: Основные правила комбинаторики ***Вопрос:*** Сколько существует трехзначных чисел, у которых все цифры четные? ***Подсказка:*** Комбинаторика располагает двумя основными правилами. ***Правило сложения***. Если некоторый элемент *x* можно выбрать n_1 способами, а элемент *y* n_2 способами, то любой из указанных элементов (*x* или *y*) можно выбрать $n_1 + n_2$ способами. ***Правило умножения***. Если первый элемент *x* можно выбрать n_1 способами и после каждого такого выбора второй элемент *y* можно выбрать n_2 способами, то оба элемента в указанном порядке можно выбрать $n_1 \cdot n_2$ способами. Эти правила распространяются на любое конечное число элементов.
Запишите число:
1) Ответ:

Задание №2
Вступление к заданию: Основные формулы комбинаторики ***Вопрос:*** Студенты второго курса изучают 12 дисциплин. В расписание занятий каждый день включается по три предмета. Сколькими способами может быть составлено расписание занятий на каждый день? ***Подсказка:***



Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №3

Вступление к заданию:
Классическая формула для вычисления вероятности
Вопрос:
Уставший пассажир набирает четырехзначный код камеры хранения на вокзале. Какова вероятность того, что пассажир откроет камеру, если он помнит лишь, что его код не содержит цифр 1, 2, 3?
Подсказка:
Вероятность элементарного события A определяется формулой

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m - число благоприятствующих исходов,
n - общее число исходов.
Для расчета m и n используют основные формулы комбинаторного анализа:

$P_n = n!$ *- число перестановок;* $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ *- число размещений;* $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ *- число сочетаний.*

Задача. Пять клиентов банка готовы вложить деньги по срочному депозитному договору на срок 1, 2 или 3 года с равными вероятностями. Определить вероятность того, что все клиенты банка вложат деньги по срочному депозитному договору на два года?
Решение. Обозначим событие A, состоящее в том, что все пять клиентов банка заключат

депозитный договор на 2 года.

Каждый клиент банка имеет три варианта заключить депозитный договор соответственно на 1, 2 или 3 года. Общее число возможных вариантов заключения договоров для пяти клиентов банка равно $n = 3^5 = 243$. Число вариантов, благоприятствующих событию *A*, равно $m = 1$. Таким образом, вероятность события *A* будет равна

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{243} \approx 0.0041$$.

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0,3
2)		$\frac{1}{7^4}$
3)		$\frac{1}{A_7^3}$
4)		$\frac{4}{3!}$

Задание №4

Вступление к заданию:

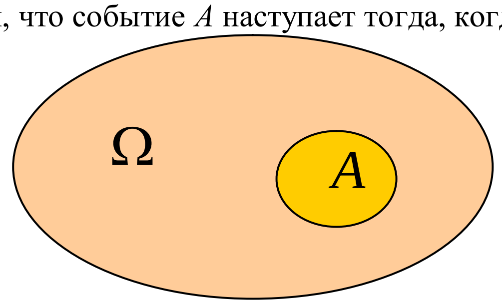
Геометрическое определение вероятности

Вопрос:

На прямолинейном участке газопровода длиной 80 км произошел разрыв. Какова вероятность того, что разрыв удален от обоих концов участка на расстояние, большее 30 км?

Подсказка:

Пусть пространство возможных исходов опыта Ω определяется множеством точек конечной меры (длины, площади, объема). Предположим, что событие *A* наступает тогда, когда точка



оказывается внутри некоторой области *A* (рис).

Если вероятность попадания точки в область *A* пропорциональна мере этой области, то вероятность события *A* определяется формулой

$$P(A) = \frac{mesA}{mes\Omega},$$

где $mesA$ - мера (длина, площадь, объем) области *A;* $mes\Omega$ - мера пространства возможных исходов Ω.

Пример. Точка брошена наудачу на отрезок $[0;2]$. Какова вероятность попадания этой точки на интервал $[0,5;1,4]$?

Решение. Здесь пространство элементарных исходов весь отрезок $\Omega = [0;\,2]$, а множество благоприятствующих исходов $A = [0{,}5;\,1{,}4]$, при этом длины этих интервалов равны $L(\Omega) = 2$, $l(A) = 0{,}9$. Поэтому вероятность попадания брошенной точки в указанный интервал равна $P(A) = \dfrac{l(A)}{L(\Omega)} = \dfrac{0{,}9}{2} = 0{,}45$

Запишите число:

1)	Ответ:	

Задание №5

Вступление к заданию:
Теоремы сложения вероятностей
Вопрос:
Автомобиль снабжен двумя противоугонными приспособлениями - механическим и электрическим. Механическое срабатывает с вероятностью 0,9, а электрическое с вероятностью 0,8. Какова вероятность, что автомобиль не угонят?
Подсказка:
Теорема сложения вероятностей для несовместных событий. *Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий.*

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

Теорема сложения вероятностей совместных событий. *Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.*

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B)$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0,98
2)		0,72
3)		1,6
4)		0,85

Задание №6

Вступление к заданию:
Теоремы умножения

Вопрос:
Вероятность того, что Ибрагим сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,3. Вероятность, что Бектур сдаст зачет по теории вероятностей, равна 0,6. Вероятность, что оба студента станут отличниками, равна
Подсказка:

Теорема умножения вероятностей зависимых событий. *Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на* *условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:*

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$$

Теорема умножения вероятностей для независимых событий. *Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:*

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

Выберите один из 4 вариантов ответа:

1)		0,18
2)		0,018
3)		0,9
4)		0,09

Задание №7

Вступление к заданию:
Вероятность наступления только одного события

Вопрос:
Два снайпера делают по одному выстрелу по мишени. Известно, что из десяти выстрелов первый попадает шесть раз, второй - девять. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним из выстрелов.

Подсказка:
Пример Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому их них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответят:
а) только первый студент;
б) только один из них.

Решение. Пусть событие *A = {первый студент правильно ответил на вопрос},* событие *B = {второй студент правильно ответил на вопрос}*.
а) Событие *C = {только первый студент правильно ответил на вопрос}* можно представить в виде $C = A\overline{B}$, так как события A и $\overline{B}$ независимы, то

$$P(C) = P(A\overline{B}) = P(A)P(\overline{B}) = \frac{20}{25}\frac{10}{25} = 0{,}32.$$

б) Событие *Д = {только один студент правильно ответил на вопрос}* можно представить в виде $Д = A\overline{B} + \overline{A}B$, так как события A и B независимы, то

$$P(Д) = P(A\overline{B} + \overline{A}B) = P(A)P(\overline{B}) + P(\overline{A})P(B) = \frac{20}{25}\frac{10}{25} + \frac{5}{25}\frac{15}{25} = 0{,}32 + 0{,}12 = 0{,}44.$$

Запишите число:

Задание №8

Вступление к заданию:
Вероятность наступления хотя бы одного события

Вопрос:
Вероятность того, что будет продано изобретение мастера, равна 0,8, что изобретение его ученика - 0,6. Какова вероятность того, что к концу дня будет продано хотя бы одно изобретение.

Подсказка:

Пусть события $A_1, A_2, \ldots, A_n$ независимы в совокупности, причем $P(A_1) = p_1$, $P(A_2) = p_2$, …. $P(A_n) = p_n$; пусть в результате испытания могут наступить все события, либо часть из них, либо ни одно из них.

Вероятность наступления события *A*, состоящего в появлении ***хотя бы одного*** из событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятности противоположных событий $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \ldots, \overline{A}_n$:

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 \ldots q_n.$$

Пример. Один студент выучил 20 из 25 вопросов программы, а второй - только 15. Каждому их них задают по одному вопросу. Найти вероятность того, что правильно ответит хотя бы один студент.

Решение.

Пусть событие *A = {первый студент правильно ответил на вопрос},* событие *B = {второй студент правильно ответил на вопрос}*.

Событие *C = { правильно ответил на вопрос хотя бы один студент }.* Найдем вероятность события $\overline{C}$ противоположного событию *C.* Очевидно, что $\overline{C} = \overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B} = \{\text{оба студента не верно ответили на вопрос}\}$. Так как события $\overline{A}$ и $\overline{B}$ независимы, то $P(\overline{C}) = P(\overline{A}\,\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = \frac{5}{25}\frac{10}{25} = 0{,}08.$ Следовательно, $P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$.

Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №9

Вступление к заданию:
Формула полной вероятности и формула Байеса

Вопрос:
Медвежонок Вини - Пух каждое утро ходит в гости к одному из своих друзей: поросенку Пятачку, ослику Иа или Кролику, которые угощают его медом с вероятностью 0,8, 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность того, что в ближайшую пятницу Вини - Пух попробует мед, если решение о том, к кому пойти в гости, медвежонок принимает случайным образом?

Подсказка:

Если событие А в некотором испытании может произойти лишь с одной из гипотез H_i, $i = 1,2,..,n$, то безусловная вероятность наступления события *А* в этом испытании определяется ***по формуле полной вероятности*** $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)$.

Если известно, что событие *А* уже произошло, то вероятность того, что оно произошло совместно с гипотезой H_i, определяется ***по формуле Байеса*** $P_A(H_i) = \dfrac{P(H_i) P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)}$

Пример. Для подготовки к установленному сроку бухгалтерской отчетности предприятия к выполнению этой работы могут быть привлечены один, два или три работника. Вероятности этих событий соответственно равны 0,5, 0,3 и 0,2. Вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок при привлечении одного работника равна 0,3, при привлечении двух работников - 0,6, при привлечении трех работников - 0,95.

1) Определить вероятность подготовки бухгалтерской отчетности в установленный срок.
2) Известно, что бухгалтерская отчетность была подготовлена к установленному сроку. Какое предположение о количестве привлеченных работников наиболее вероятно?

Решение. Обозначим через событие *А* событие, состоящее в подготовке бухгалтерской отчетности в установленный срок. Выдвинем гипотезы:

H_1 = {Привлечен один работник},
H_1 = {Привлечено два работника},
H_3 = {Привлечено три работника}.

По условию $P(H_1) = 0{,}5$; $P(H_2) = 0{,}3$, $P(H_3) = 0{,}2$.

Видно, что гипотезы образуют полную группу событий:

$$\sum_{i=1}^{3} P(H_i) = 0{,}5 + 0{,}3 + 0{,}2 = 1.$$

Событие *А* зависит от гипотез H_i, и по условию задачи условные вероятности наступления события *А* при соответствующих гипотезах равны:

$P_{H_1}(A) = 0{,}3$, $P_{H_1}(A) = 0{,}6$, $P_{H_1}(A) = 0{,}95$.

1) В соответствии с формулой полной вероятности $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)$ для безусловной вероятности наступления события *А* получим:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i) P_{H_i}(A) = 0{,}5 * 0{,}3 + 0{,}3 * 0{,}6 + 0{,}2 * 0{,}95 = 0{,}52$$

2) Так как отчетность была подготовлена к сроку, по условию задачи понятно, что для ее решения необходимо использовать формулу Байеса $P_A(H_i) = \dfrac{P(H_i) P_{H_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) P_{H_i}(A)}$.

Для ответа на сформулированный в задаче вопрос определим условные вероятности $P_A(H_i)$:

$$P_A(H_1)=\frac{P(H_1)P_{H_1}(A)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P_{H_i}(A)}=\frac{0{,}5*0{,}3}{0{,}52}\approx 0{,}288;$$

$$P_A(H_2)=\frac{P(H_2)P_{H_2}(A)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P_{H_i}(A)}=\frac{0{,}3*0{,}6}{0{,}52}\approx 0{,}346;$$

$$P_A(H_3)=\frac{P(H_3)P_{H_2}(A)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)P_{H_i}(A)}=\frac{0{,}2*0{,}95}{0{,}52}\approx 0{,}365.$$

Из сравнения полученных значений условных вероятностей делаем вывод, что наиболее вероятным числом привлеченных работников, является число 3.

Запишите число:		
1)	Ответ:	

Задание №10

Вступление к заданию:
Схема повторных опытов. Формула Бернулли.

Вопрос:
Вероятность того, что расход электроэнергии в течение одних суток не превысит установленной нормы, равна p=0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 4 суток расход электроэнергии в течение 2 суток не превысит нормы.

Подсказка:
Вероятность того, что в n независимых повторных испытаниях с постоянной вероятностью p «успеха» в каждом испытании, событие A наступит ровно k раз вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$$

Вероятность того, что в n испытаниях событие A наступит: а) менее s раз; б) более s раз; в) не менее s раз; г) не более s раз, находят соответственно по формулам:

а) $P_n(k<s)=P_n(0)+P_n(1)+\ldots+P_n(s-1)$;

б) $P_n(k>s)=P_n(s+1)+P_n(s+2)+\ldots+P_n(n)$;

в) $P_n(k\ge s)=P_n(s)+P_n(s+1)+P_n(s+2)+\ldots+P_n(n)$;

г) $P_n(k\le s)=P_n(0)+P_n(1)+\ldots+P_n(s)$.

Число появлений события A в n независимых повторных испытаниях, имеющих самую наибольшую вероятность, называется наивероятнейшим числом и обозначается k_0.

Наивероятнейшее число k_0 определяют из двойного неравенства $np - q \le k_0 \le np + p$		
Выберите один из 4 вариантов ответа:		
1)		27/128
2)		128/27
3)		9/256
4)		27/256

Ответы:

#1 (1 б.)	Ответ = 100
#2 (1 б.)	Ответ = 1320
#3 (1 б.)	2
#4 (1 б.)	Ответ = 0,25
#5 (1 б.)	1
#6 (1 б.)	1
#7 (1 б.)	0,42
#8 (1 б.)	Ответ = 0,92
#9 (1 б.)	Ответ = 0,6
#10 (1 б.)	1

Приложение 6. Образец экзаменационного билета

Кыргызско-Российский Славянский Университет
Кафедра Высшей Математики

Курс 2 *Семестр 3*

Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика

Направление «Экономика»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № ___**1**____

1. Классическое определение вероятности
2. Ранговая корреляция. Коэффициент Спирмена.

---

3. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от первого из смежников равна 0,05; от второго — 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.
4. В ящике лежат 5 изделий, одно из них бракованное. Из ящика извлекают изделия одно за другим до тех пор, пока не будет вынуто бракованное. Составить закон распределения случайной величины X – числа вынутых изделий. Вычислить $M(X)$, $D(X)$.
5. Используя критерий χ^2 на уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки:

Эмпирическая частота n_i	58	96	239	328	147	132
Теоретическая частота n_i'	43	120	245	290	200	102

6. Найти линейную регрессию $У$ на X на основании полученных данных измерений величин X и $У$

X	4	6	8	10	12
$У$	5	8	7	9	14

Приложение №7. Шкалы оценивания защиты типовых расчетов, контрольных работ и Контрольно-обучающего теста

Шкала оценивания защиты типовых расчетов

Критерии оценивания	**Типовой расчет (мах 6 б)**
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Не может ответить на поставленные вопросы.	**0 – 1,5**
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки. Отвечает только на элементарные вопросы.	**1,5 – 3**
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки Ответы на вопросы полные или частично полные	**3 – 4,5**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки. Ответы на вопросы полные с приведением пояснений.	**4,5 – 6**

Шкала оценивания контрольных работ

Критерии оценивания	**Контрольная работа (мах 8 б)**
Правильно выполнил менее 35% заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**0 – 2**
Правильно выполнил от 35 до 59 % заданий, в остальных допущены грубые ошибки.	**2– 4**
Правильно выполнил от 60 до 84% заданий. В некоторых заданиях допущены арифметические ошибки.	**4 – 6**
Правильно выполнил не менее 85% заданий или при решении допущены незначительные ошибки.	**6– 8**

Шкала оценивания Контрольно-обучающей программы тестирования

КОПТ "Случайные события" каждое задание оценивается в 0,8 балл, всего заданий в тесте 10.

Название модулей дисциплины согласно РПД	Контроль	Форма контроля	зачетный минимум	зачетный максимум	график контроля
Модуль 1					
Случайные события	Текущий контроль	Защита типового расчета № 1 , ДЗ, активность, посещаемость	4	6	5
	Рубежный контроль	КОПТ "Случайные события"	4	8	
Модуль 2					
Случайные величины	Текущий контроль	Защита типового расчета № 2, ДЗ, активность, посещаемость	4	6	9
	Рубежный контроль	Контрольная работа "Случайные величины"	4	8	
Модуль 3					
Выборочный метод. Статистические оценки	Текущий контроль	Защита типового расчета № 3, ДЗ, активность, посещаемость	4	6	13
	Рубежный контроль	Контрольная работа	4	8	
Модуль 4					
Проверка статистических гипотез	Текущий контроль	Защита типового расчета № 4, ДЗ, активность, посещаемость	4	6	15
	Рубежный контроль	Контрольная работа «Проверка гипотез»	4	8	
Модуль 5					
Корреляция и регрессия	Текущий контроль	Защита типового расчета №5, ДЗ, посещаемость, активность	4	6	17
	Рубежный контроль	Контрольная работа "Корреляция и регрессия"	4	8	
ВСЕГО за семестр			40	70	
Промежуточный контроль (Экзамен)			20	30	
Семестровый рейтинг по дисциплине			60	100	

Образец выполнения типового расчета №1

1. На карточках написаны числа от 30 до 40. Наудачу извлекают одну карточку. Найти вероятность того, что извлекут карточку с числом кратным трем.

Решение.

Введем событие*A* – число кратно трем.

$n = 11$ (можно извлечь любую из 11 карточек),

$m = 4$ (чисел делящихся на три будет всего четыре: 30; 33; 36; 39).

$P(A) = \frac{4}{11}$.

2. Телефонный номер состоит из шести цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны.

Решение.

Введем событие *A*–все цифры различны.

$n = 10^6$(столько всех шестизначных номеров существует, считая 000000 – возможным).

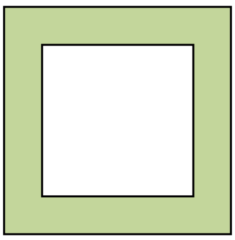
$m = A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$ (столько будет существовать номеров с различными цифрами).

$$P(A) = \frac{A_{10}^6}{10^6} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10^6} = 0.1512.$$

3. В квадрат со стороной 4 см «бросают» точку. Какова вероятность, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата будет меньше 1 см?

Решение.

Закрасим в квадрате множество точек, удаленных от ближайшей стороны меньше, чем на 1 см.



Площадь квадрата со стороной 4 см равна 16 см^2. Площадь закрашенной части квадрата

16см^2 – 4см^2 = 12см^2.

Значит, искомая вероятность равна $P(A) = \frac{s}{S} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

4. ***В магазин поступила партия обуви одного фасона, размера, но разного цвета. В ней 40 пар черного цвета, 26 – коричневого , 22 – красного, 12 –синего. Коробки с обувью оказались нерассортированными по цвету. Найти вероятность того, что наудачу взятая коробка, окажется с обувью красного или синего цвета.***

Решение.

Введем событие *A*- взятая наудачу коробка с обувью красного или синего цвета. Введем дополнительные два события :

В – коробка с обувью красного цвета;

С- коробка с обувью синего цвета.

Алгебра события $A = B + C$ (или коробка с обувью красного цвета или синего). События*B*, *C* несовместные. По теореме сложения имеем

$$P(A) = P(B) + P(C) = \frac{22}{100} + \frac{12}{100} = \frac{34}{100} = 0{,}34.$$

5. На каждой отдельной карточке написаны буквы, составляющие слово «МАШИНА» Карточки перемешали и положили в пакет. После чего извлекли одну за другой (без возвращения) четыре карточки. Найти вероятность того, что в порядке выхода карточек можно прочитать слово «ШИНА».

Решение.
Введем событиеA – можно прочитать слово «ШИНА».
Введем дополнительно еще события
A_1 - первая буква «Ш»; A_2 - вторая буква «И»; A_3 - третья буква «Н»;
A_4 - четвертая буква «А».
Алгебра события $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4$(одновременно должны наступить события и первая буква «Ш» и вторая «И» и третья «Н» и четвертая «А»). События A_1, A_2, A_3, A_4 - зависимые.
По теореме умножения для зависимых событий:

$$P(A) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1A_2}(A_3) \cdot P_{A_1A_2A_3}(A_4) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{180}.$$

6**. *Два студента независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятность того, что задачу решит первый студент равна 0,7; для второго студента эта вероятность составляет 0,8. Найти вероятности следующих событий:А – оба студента решат задачу;***

В – только первый решит задачу.

Решение.

Пусть событие K_1 состоит в том, что первый студент решит задачу; K_2 - второй студент решит задачу. По условию $P(K_1) = 0,7$ $, P(K_2) = 0,8$.

$\bar{K}_1$ - первый студент не решит задачу, $\bar{K}_2$ - второй студент не решит задачу.

$P(\bar{K}_1) = 1 - P(K_1) = 0,3,$ $P(\bar{K}_2) = 1 - P(K_2) = 0,2$.

Событие А равносильно событию “ первый студент решит задачу и второй студент решит задачу”, т.е. $A = K_1 \cdot K_2$.

Причем события K_1, K_2 независимые. По теореме умножения для независимых событий $P(A) = P(K_1) \cdot P(K_2) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$.

Событие В равносильно событию “первый студент решит задачу и второй студент не решит задачу”, т.е. $B = K_1 \cdot \bar{K}_2$.

$P(B) = P(K_1) \cdot P(\bar{K}_2) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$.

7. На сборку поступают однотипные изделия из четырех цехов. Вероятности брака в каждом из цехов соответственно равны 0,04, 0,03, 0,06, 0,02. Первый цех поставляет 30 изделий, второй цех – 20, третий цех – 50, четвертый – 25. Изделия оказались перемешаны. Найти вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется бракованным.

Решение.

Введем событиеA – взятое наудачу изделие бракованное.

Возможные гипотезы: B_1- изделие изготовлено в первом цехе;

B_2 - изделие изготовлено во втором цехе; B_3- изделие изготовлено в третьем цехе; B_4 - изделие изготовлено в четвертом цехе.

Событие $A = B_1 \cdot A + B_2 \cdot A + B_3 \cdot A + B_4 \cdot A$.

Вероятность $P(A)$ будет вычисляться по формуле полной вероятности. Вычислим:

$$P(B_1) = \frac{30}{125}, \quad P(B_2) = \frac{20}{125}, P(B_3) = \frac{50}{125}, \quad P(B_4) = \frac{30}{125},$$

$$P_{B_1}(A) = 0{,}04, \qquad P_{B_2}(A) = 0{,}03, P_{B_3}(A) = 0{,}06, \qquad P_{B_4}(A) = 0{,}02.$$

$$\sum_{i=1}^{n} P(B_i) = \frac{30}{125} + \frac{20}{125} + \frac{50}{125} + \frac{25}{125} = 1.$$

Вероятность события A:

$$P(A) = \frac{30}{125} \cdot 0{,}04 + \frac{20}{125} \cdot 0{,}03 + \frac{50}{125} \cdot 0{,}06 + \frac{25}{125} \cdot 0{,}02 = 0{,}0424\,.$$

8. ***Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей на три класса, которые включают 20%, 50% и 30% водителей соответственно. Вероятности того, что в течение года водитель попадет в аварию, равны 0,01, 0,03 и 0,1 соответственно для каждого класса. Наугад выбранный водитель в течение года попал в аварию. Какова вероятность того, что он относится к первому классу?***

Решение

Обозначим через A событие – водитель попал в аварию.

Возможны следующие предположения (гипотезы): B_1 – водитель относится к первому классу, B_2 – ко второму, B_3 – к третьему.

Вероятности гипотез равны:

$$P(B_1) = 0{,}2\,; \qquad P(B_2) = 0{,}5\,; \qquad P(B_3) = 0{,}3\,.$$

Условные вероятности того, что водитель попадет в аварию, при условии, что он относится к первому, второму, третьему классу соответственно равны:

$$P_{B_1}(A) = 0{,}01\,; \qquad P_{B_2}(A) = 0{,}03\,; \qquad P_{B_3}(A) = 0{,}1.$$

Вероятность того, что попавший в аварию водитель относится к первому классу, по формуле Байеса равна:

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A)}{P(B_1)\cdot P_{B_1}(A) + P(B_2)\cdot P_{B_2}(A) + P(B_3)\cdot P_{B_3}(A)} =$$

$$= \frac{0{,}2\cdot 0{,}01}{0{,}2\cdot 0{,}01 + 0{,}5\cdot 0{,}03 + 0{,}3\cdot 0{,}1} = 0{,}043.$$

9. Всхожесть семян некоторого сорта растений равна 80%. Для опыта отбирается 5 семян. Определить вероятность того, что из 5 посеянных семян прорастет 3 семени. Не менее 3.

Будем считать высев 5 семян проведением пяти независимых испытаний. Для каждого из 5 посеянных семян вероятность прорасти постоянна $P(A)$=0,8. Вероятность противоположного события $P(\overline{A}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$. Надо найти $P_5(3)$, т.е. вероятность того, что в 5 испытаниях событие A появится ровно 3 раза. Значит, n=5; p=0,8; q=0,2; k=3.

По формуле Бернулли имеем:

$P_5(3)=C_5^3\cdot(0{,}8)^3\cdot(0{,}2)^2=0{,}2048$;

$P_5(4)=C_5^4\cdot(0{,}8)^4\cdot(0{,}2)^1=0{,}4096$; $P_5(5)=C_5^5\cdot(0{,}8)^5\cdot(0{,}2)^0=0{,}32768$

$P_5(k\ge 3)=P_5(3)+P_5(4)+P_5(5)=0{,}02048+0{,}4096+0{,}32768=0{,}94208$.

10. Вероятность изготовления стандартной детали на автомате равна 0,95. Изготовлена партия в 200 деталей. Найти наивероятнейшее число нестандартных деталей и вероятность этого наивероятнейшего числа.

Решение:

По условию $n = 200$; $q = 0{,}95$; $p = 1 - 0{,}95 = 0{,}05$.

Так как $n = 200$ достаточно велико, то наивероятнейшее число $k_0 = np$.

$k_0 = 200 \cdot 0{,}05 = 10$.

Вычислим вероятность $P_{200}(10)$, используя локальную теорему Лапласа:

$x = \dfrac{10 - 200 \cdot 0{,}05}{\sqrt{200 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95}} = 0$. По таблице найдем $\varphi(0) = 0{,}3989$.

$$P_{200}(10) = \frac{0{,}3989}{\sqrt{200 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}95}} = \frac{0{,}3989}{\sqrt{9{,}5}} \approx 0{,}13.$$

Образец выполнения типового расчета №2

1. Батарея состоит из трех орудий. Вероятность попадания в цель при одном выстреле из первого, второго и третьего орудия равна соответственно 0,5; 0,6; 0,8. Каждое орудие стреляет по цели один раз. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий в цель. Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$. Построить график распределения. Найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Решение:

Введем случайную величину X – число попаданий в цель. Возможные значения величины:

$x_1 = 0$ - ни одно орудие не попало; $x_2 = 1$ - попало одно орудие;

$x_3 = 2$ - попали два орудия; $x_4 = 3$ - попали три орудия.

Величина X – дискретная. Вычислим вероятность каждого значения:

$p_1 = P(X = 0) = (1 - 0{,}5)(1 - 0{,}6)(1 - 0{,}8) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$ (и первое и второе и третье орудия промахнулись);

$p_2 = P(X = 1) = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}26$ (первое орудие попало, второе и третье промахнулись или второе орудие попало, первое и третье промахнулись или третье орудие попало, первое и второе промахнулись);

$p_3 = P(X = 2) = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}2 + 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}46$;

$p_4 = P(X = 3) = +0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}24$.

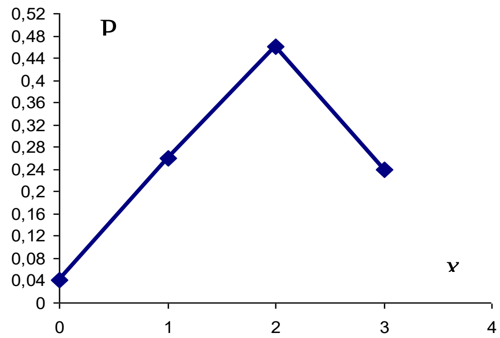
Закон распределения:

X	0	1	2	3	$\sum p_i$
p	0,04	0,26	0,46	0,24	1

Проверим правильность составленного закона

$\sum p_i = 1 \Rightarrow \quad 0{,}04 + 0{,}26 + 0{,}46 + 0{,}24 = 1$.

Построим график распределения



Вычислим $M(X) = 0 \cdot 0{,}04 + 1 \cdot 0{,}26 + 2 \cdot 0{,}46 + 3 \cdot 0{,}24 = 1{,}9$.

Для дисперсии вычислим $M(X^2) = 0^2 \cdot 0{,}04 + 1^2 \cdot 0{,}26 + 2^2 \cdot 0{,}46 + 3^2 \cdot 0{,}24 = 4{,}26$.

$D(X) = 4{,}26 - (1{,}9)^2 = 0{,}65$;

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0{,}65} \approx 0{,}81$.

Найдем функцию распределения $F(x) = P(X < x)$:

$F(x) = 0$, $x \le 0$;

при изменении $0 < x \le 1$, $F(x) = 0{,}04$;

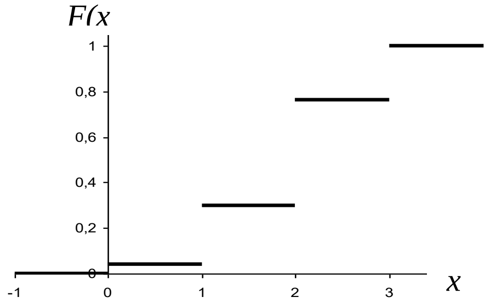
при изменении $1 < x \le 2$, $F(x) = 0{,}04 + 0{,}26 = 0{,}3$;

при изменении $2 < x \le 3$, $F(x) = 0{,}04 + 0{,}26 + 0{,}46 = 0{,}76$;

для всех $x > 3$, $F(x) = 1$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 0{,}04, & 0 < x \le 1 \\ 0{,}3, & 1 < x \le 2 \\ 0{,}76, & 2 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Построим график функции $F(x)$



2. Случайная величина задана законом распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \alpha(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Требуется: 1) найти параметр α ***;2) вычислить вероятность событий*** $1 < X < 1{,}5$.
3) Найти $M(X)$, $D(X)$.

Решение:

1) Параметр α найдем из свойства функции плотности вероятности: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

Найдем $f(x) = F'(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \alpha(2x - 1), & 1 < x \le 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

Вычислим: $\int_1^2 \alpha(2x-1)dx = \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{(2x-1)^2}{2}\right|_1^2 = \frac{\alpha}{4} \cdot (9-1) = \frac{\alpha}{4} \cdot 8 = 2\alpha$.

Приравняем: $2\alpha = 1$, $\alpha = \frac{1}{2}$.

Функции $F(x)$, $f(x)$ принимают вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \frac{1}{2}(2x - 1), & 1 < x \le 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

2) Вычислим вероятность события $1 < X < 1{,}5$.

Используем формулу $P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$:

Найдем $F(1{,}5) = \frac{1}{2}\left(x^2 - x\right)\Big|_{x=1,5} = \frac{1}{2}\left(1{,}5^2 - 1{,}5\right) = 0{,}375$, $\qquad F(1) = 0$.

$P(1 < X < 1{,}5) = F(1{,}5) - F(1) = 0{,}375$.

3) $M(X) = \int_1^2 \frac{1}{2}\left(x^2 - x\right)\cdot x dx = \frac{1}{2}\int_1^2 \left(x^3 - x^2\right)dx = \frac{1}{2}\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^2 = \frac{17}{24}$;

$$M(X^2) = \int_1^2 \frac{1}{2}\left(x^2 - x\right)\cdot x^2 dx = \frac{1}{2}\int_1^2 \left(x^4 - x^3\right)dx = \frac{1}{2}\left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4}\right)\Bigg|_1^2 = \frac{49}{40};$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = \frac{49}{40} - \left(\frac{17}{24}\right)^2 \approx 0{,}7233.$$

3. ***Размер диаметра втулок, изготовленных на заводе, можно считать нормально распределенной случайной величиной с*** $M(X) = 2{,}5$ ***см и*** $\sigma(X) = 0{,}01$***см. Втулки годные, если их размер находится в пределах*** $2{,}5 \pm 0{,}02$. ***Какой процент изготовленных втулок, являются браком?***

Решение:

Втулка будет негодной, если $|X - 2{,}5| > 0{,}02$, где X – случайная величина, - размер диаметра втулки.Вычислим сначала вероятность противоположного события $|X - 2{,}5| \le 0{,}02$ по формуле $P\left(|X - M(X)| \le \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$.

$$P\left(|X - 2{,}5| \le 0{,}02\right) = 2\Phi\left(\frac{0{,}02}{0{,}01}\right) = 2\Phi(2) = 2\cdot 0{,}4772 = 0{,}9544.$$

Тогда $P\left(|X - 2{,}5| > 0{,}02\right) = 1 - 0{,}9544 = 0{,}0456$.

Следовательно, $4{,}56\% \approx 5\%$ - втулок бракованных.

4. Среднее число дождливых дней в году в данном пункте равно 120. Какова вероятность того, что в этом пункте будет более 200 дождливых дней в году?

Решение:

Введем случайную величину X – число дождливых дней в году.

По условию $M(X) = 120$, $\alpha = 200$.

Согласно формуле $P(X > \alpha) \le \frac{M(X)}{\alpha}$, имеем $P(X > 200) \le \frac{120}{200} = 0{,}6$.

Следовательно $P(X > 200) \le 0{,}6$.

5. Дискретная случайная величина *X* может принимать только два значения x_1 **и** x_2 **(**$x_1 < x_2$**). Известны вероятность** $p_1 = 0{,}1$ **значения** $X = x_1$**, математическое ожидание** $M(X) = 3{,}9$ **и дисперсия** $D(X) = 0{,}09$. **Найти закон распределения этой случайной величины.**

Решение.

Для дискретной величины, принимающей два значения закон распределения имеет вид:

X	x_1	x_2	$\sum p_i$
p	p_1	p_2	1

По условию $p_1 = 0{,}1$, тогда $p_2 = 1 - p_1 = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$.

Для отыскания x_1 и x_2 воспользуемся $M(X)$ и $D(X)$.

$$\begin{cases} x_1 \cdot 0{,}1 + x_2 \cdot 0{,}9 = 3{,}9 \\ x_1^2 \cdot 0{,}1 + x_2^2 \cdot 0{,}9 - (3{,}9)^2 = 0{,}09 \end{cases}$$

Решим эту систему

$$\begin{cases} x_1 \cdot 0{,}1 + x_2 \cdot 0{,}9 = 3{,}9 \\ x_1^2 \cdot 0{,}1 + x_2^2 \cdot 0{,}9 = 0{,}09 + 15{,}21 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 + 9x_2 = 39 \\ x_1^2 + 9x_2^2 = 153 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 39 - 9x_2 \\ (39 - 9x_2)^2 + 9x_2^2 = 153 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = 39 - 9x_2 \\ 90x_2^2 - 702x_2 + 1368 = 0 \end{cases}$$

Решим уравнение: $90x_2^2 - 702x_2 + 1368 = 0$;

$$10x_2^2 - 78x_2 + 152 = 0$$

$x_{2,1} = 4$, $\quad x_{2,2} = 3{,}8$

Тогда $x_{1,1} = 39 - 9 \cdot 4 = 3$, $\qquad x_{1,2} = 39 - 9 \cdot 3{,}8 = 4{,}8$.

Из полученных пар решений выбираем ту, где $x_1 < x_2$, т.е. $x_1 = 3$, $x_2 = 4$.

Закон распределения принимает вид:

X	3	4
p	0,1	0,9

Образец типового расчета №3

1. Обследование качества пряжи на крепость дало следующие результаты:

Крепость нити (г), x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
Число случаев, n_i	7	25	28	30	8	2

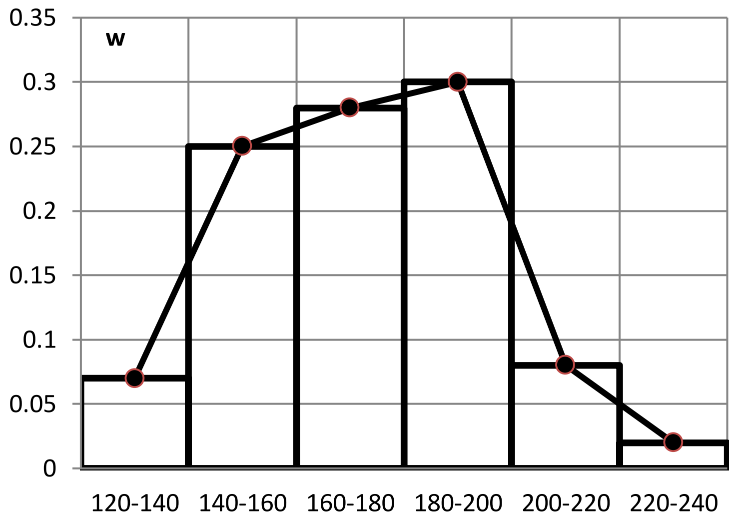
Требуется: 1) построить гистограмму и полигон относительных частот; 2) найти эмпирическую функцию распределения и вычертить её график; 3) рассчитать моду и медиану; 4) вычислить выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесса; 5) по виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса сделать выбор закона распределения случайной величины *X* - крепость нити. 6) записать функцию плотности и функцию распределения. 7) найти интервальные оценки параметров нормального распределения *X*, приняв за доверительную вероятность 0,95.

Решение:

1) Построим гистограмму и полигон относительных частот, для того найдем относительные частоты (высоты соответствующих прямоугольников гистограммы) по формуле $\omega_i = \dfrac{n_i}{n}$.

Для построения полигона на гистограмме соединим середины верхних оснований прямоугольников отрезками прямых.

интервалы	n_i	ω_i
120-140	7	0,07
140-160	25	0,25
160-180	28	0,28
180-200	30	0,3
200-220	8	0,08
220-240	2	0,02
$\sum$	**100**	**1**

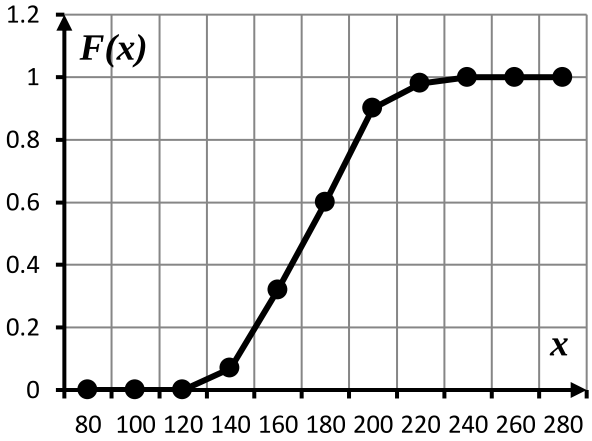


2) Найдем эмпирическую функцию распределения, для этого сначала найдем наколенные частоты

x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
n_i	7	25	28	30	8	2
n_x	7	32	60	90	98	100

Очевидно, что для всех $x \in (-\infty;120]$ функция распределения равна нулю. Пусть теперь $x \in (120;140]$. В этом случае число $\dfrac{n_x}{n}$ не определено, так как неизвестно, сколько выборочных значений случайной величины, принадлежащих этому интервалу, меньше x. Если $x = 140$, то $n_x = 7$, $F^*(x) = \dfrac{n_x}{n} = \dfrac{7}{100} = 0,07$. Рассуждая аналогично, убеждаемся, что точками, в которых значение функции $F^*(x)$ можно определить, являются правые концы интервалов и все точки интервала $x \in [240;\infty)$. Определим значения функции $F^*(x)$ в указанных точках

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 120 \\ 0,07 & при \quad x = 140 \\ 0,32 & при \quad x = 160 \\ 0,6 & при \quad x = 180 \\ 0,9 & при \quad x = 200 \\ 0,98 & при \quad x = 220 \\ 1 & при \quad x \ge 240 \end{cases}$$



При графическом изображении данной функции, соединим точки графика, соответствующие концам интервалов, отрезками прямой. В результате график функции $F^*(x)$ будет представлять собой непрерывную линию.

3) Рассчитаем моду и медиану. Распределение задано интервальным рядом. Наибольшая частота $n_4 = 30$ отвечает интервалу 180-200, то этот интервал является модальным. Поэтому по формуле

$$Mo \approx x_{Mo} + \Delta x \cdot \frac{n_{Mo} - n_{Mo-1}}{\left(n_{Mo} - n_{Mo-1}\right) + \left(n_{Mo} - n_{Mo+1}\right)}),$$

в которой $x_{Mo} = 180$ – начало модального интервала; $n_{Mo} = 30$ – частота модального интервала; $n_{Mo-1} = 28$ – частота интервала, стоящего перед модальным; $n_{Mo+1} = 8$ – частота интервала, стоящего после модального, получим

$$Mo \approx 180 + 20\frac{30-28}{(30-28)+(30-8)} \approx 181{,}67.$$

Для нахождения медианы по формуле $Me \approx x_{Me} + \Delta x \cdot \dfrac{\frac{n}{2} - \left(n_x\right)_{Me-1}}{n_{Me}}$ нужно определить медианный интервал. Объем ряда $n = \sum n_i = 7 + 25 + 28 + 30 + 8 + 2 = 100$, тогда $n/2 = 50$. Среди накопленных частот находим число 50. Такого числа нет, поэтому берем первое, большее 50 значение. Это будет 60. Интервал 160-180, ему соответствующий, и будет медианным. Следовательно, $x_{Me} = 160$ – начало медианного интервала; $n_{Me} = 28$ – частота медианного интервала; $\left(n_x\right)_{Me-1} = 32$ – накопленная частота интервала, стоящего перед медианным.

Подставим найденные значения в формулу, получим

$$Me \approx 160 + 20\frac{100/2 - 32}{28} \approx 172{,}86.$$

4) Вычислим выборочную среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициенты вариации, асимметрии, эксцесс. В качестве вариант x_i возьмем середины интервалов. Для упрощения расчетов удобно перейти к условным вариантам. В качестве условного нуля выберем $C = 190$:

$$u_i = \frac{x_i - C}{h} = \frac{x_i - 190}{20}.$$

Вспомогательные расчеты сведены в таблицу.

интервалы	n_i	x_i	u_i	$u_i n_i$	$u_i^2 n_i$	$u_i^3 n_i$	$u_i^4 n_i$
120-140	7	130	-3	-21	63	-189	567
140-160	25	150	-2	-50	100	-200	400
160-180	28	170	-1	-28	28	-28	28
180-200	30	190	0	0	0	0	0
200-220	8	210	1	8	8	8	8
220-240	2	230	2	4	8	16	32
$\sum$	**100**			**-87**	**207**	**-393**	**1035**

Далее, используя таблицу, найдем:

$$\bar{u} = \frac{\sum u_i n_i}{n} = \frac{-87}{100} = -0,87, \qquad \overline{u^2} = \frac{\sum u_i^2 n_i}{n} = \frac{207}{100} = 2,07;$$

$$D_u = \overline{u^2} - \bar{u}^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131; \quad \sigma_u = \sqrt{D_u} = \sqrt{1,3131} = 1,1459$$

$$\bar{x}_в = h \cdot \bar{u} + C = 20 \cdot (-0,87) + 190 = 172,6;$$

$$D_в = h^2 \cdot D_u = 20^2 \cdot 1,3131 = 525,24; \qquad \sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{525,24} = 22,92.$$

Коэффициент вариации $V = \frac{\sigma_в}{\bar{x}_в} \cdot 100\% = \frac{22,92}{172,6} \cdot 100\% = 13,28\%$.

Для расчета коэффициента асимметрии и эксцесса найдем начальные условные моменты от первого до четвертого порядков

$$\alpha_1 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i \cdot n_i}{n} = \frac{-87}{100} = -0,87; \quad \alpha_2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i^2 \cdot n_i}{n} = \frac{207}{100} = 2,07;$$

$$\alpha_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i^3 \cdot n_i}{n} = \frac{-393}{100} = -3,93; \quad \alpha_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} u_i^4 \cdot n_i}{n} = \frac{1035}{100} = 10,35.$$

Теперь рассчитаем второй, третий и четвертый центральные моменты:

$$\mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131,$$

$$\mu_3 = \alpha_3 - 3\alpha_2\alpha_1 + 2\alpha_1^3 = -3,93 - 3 \cdot 2,07 \cdot (-0,87) + 2 \cdot (-0,87)^3 = 0,1557,$$

$$\mu_4 = \alpha_4 - 4\alpha_3\alpha_1 + 6\alpha_2\alpha_1^2 - 3\alpha_1^4 =$$

$$= 10,35 - 4 \cdot (-3,93) \cdot (-0,87) + 6 \cdot 2,07 \cdot (-0,87)^2 - 3 \cdot (-0,87)^4 = 4,3556$$

Теперь вычислим коэффициент асимметрии и эксцесс:

$$A_s = \frac{\mu_3}{\left(\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}\right)^3} = \frac{0,1557}{\sqrt{1,3131}^3} \approx 0,1035;$$

$$E_x = \frac{\mu_4}{\left(\sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}\right)^4} - 3 = \frac{4,3556}{\sqrt{1,3131}^4} - 3 \approx 0,4739.$$

Значения коэффициентов асимметрии и эксцесса малы.
По виду гистограммы и полигона относительных частот, по величине выборочных коэффициентов асимметрии и эксцесса можно сделать вывод, что заданное распределение близко к нормальному.

По виду графиков и по величине выборочных коэффициентов асимметрии $A_S \approx 0{,}1035$ и эксцесса $E_x \approx 0,4739$ (см. образец решения типового расчета 2) можно сделать вывод, что заданное распределение близко к нормальному.
Найдем точечные оценки параметров выбранного закона распределения:

Несмещенной оценкой математического ожидания является выборочная средняя $\overline{x}_в = 172,6$.

Несмещенной оценкой дисперсии генеральной совокупности является исправленная выборочная дисперсия $s_в^2 = \dfrac{n}{n-1} D_в = \dfrac{100}{99} \cdot 525,24 = 530,545.$

2) Запишем функцию плотности и функцию распределения:

$a = 172,6$; $\sigma = \sqrt{530,545} = 23,034$;

$$f(x) = \frac{1}{23,034\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-172,6)^2}{2\cdot 23,034^2}}; \qquad F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-172,6}{23,034}\right)$$

Найдем интервальные оценки параметров нормального распределения *X*.

Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ имеет вид

$$\overline{x}_в - t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_в + t_\gamma \frac{s_в}{\sqrt{n}},$$

где $\overline{x}_в = 172,6$, $s_в = \sqrt{s_в^2} = \sqrt{530,545} = 23,034$.

Для уровня значимости $\gamma = 0{,}95$ и объема выборки $n = 100$ находим по таблице значение $t_\gamma = 1{,}984$.

$$172,6 - 1{,}984 \frac{23,034}{\sqrt{100}} < a < 172,6 + 1{,}984 \frac{23,034}{\sqrt{100}};$$

$$168,0301 < a < 177{,}1699.$$

Доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормального распределения

$$s_в(1-q) < \sigma < s_в(1+q).$$

По таблице при $\gamma = 0{,}95$ и $n = 100$ найдем $q = 0{,}143$. Тогда, искомый интервал таков:

$$23,034(1-0{,}143) < \sigma < 23,034(1+0{,}143);$$

$$19,74 < \sigma < 26,323.$$

.

Образец выполнения типового расчета №4

Задание 1. Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение $a_0 = 40$ является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при 5%-м уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объема $n = 10$ получено выборочное среднее $\overline{x} = 38$, а несмещенное среднее квадратичное отклонение равно $s = 4$.

Решение. Нулевая гипотеза $H_0 : a = 40$. По условию критическая область – двусторонняя, т.е. $H_1 : a \neq 40$.

Найдем наблюдаемое значение статистики критерия

$$T = \frac{(x - a_0)\sqrt{n}}{s} = \frac{(38 - 40)\sqrt{10}}{4} \approx -1,58.$$

Из таблицы критических точек распределения Стьюдента найдем по уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $n - 1 = 9$ критическую точку $t_{кр} = t_{кр}(0,05;9) = 2,26$.

В силу того что $|T| < t_{кр}$ нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу, т.е. заданное значение $a_0 = 40$ является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины на 5% уровне значимости.

Задание 2. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин *X*, *Y* на основе выборочных данных при альтернативной гипотезе $H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

X	x_i	10	11	13	14	и	Y	y_j	9	10	12	13
	n_i	10	14	12	14			n_j	5	3	4	8

Решение.

Находим исправленные дисперсии для каждой из выборок:

$$x_в = \frac{10 \cdot 10 + 11 \cdot 14 + 13 \cdot 12 + 14 \cdot 14}{10 + 14 + 12 + 14} = \frac{606}{50} = 12,12,$$

$$D_x = \frac{10^2 \cdot 10 + 11^2 \cdot 14 + 13^2 \cdot 12 + 14^2 \cdot 14}{10 + 14 + 12 + 14} - 12,12^2 =$$

$$= 149,32 - 146,8944 = 2,4256,$$

$$s_x^2 = \frac{50}{49} \cdot 2,4256 \approx 2,48,$$

$$y_в = \frac{9 \cdot 5 + 10 \cdot 3 + 12 \cdot 4 + 13 \cdot 8}{5 + 3 + 4 + 8} = \frac{227}{20} = 11,35,$$

$$D_y = \frac{9^2 \cdot 5 + 10^2 \cdot 3 + 12^2 \cdot 4 + 13^2 \cdot 8}{5 + 3 + 4 + 8} - 11,35^2 =$$

$$= 131,65 - 128,8225 = 2,8275,$$

$$s_y^2 = \frac{20}{19} \cdot 2,8275 \approx 2,98.$$

Вычислим наблюдаемое значение критерия $F_{набл}=\frac{s_б^2}{s_м^2}=\frac{2,98}{2,48}=1,2$.

Так как альтернативная гипотеза $H_1:\sigma_x^2\neq\sigma_y^2$, то критическая область двусторонняя, критическое значение находим по формуле $F_{кр}\left(\frac{\alpha}{2},k_1,k_2\right)$. Используя таблицу критических точек распределения Фишера – Снедекора, учитывая, что $k_1=n_1-1=20-1=19$ (так как за n_1 берем объем выборки с наибольшей дисперсией), $k_2=n_2-1=50-1=49$, получим $F_{кр}\left(0,05;19;49\right)=1,8$ (среднее арифметическое табличных значений, соответствующих значениям $k_2=40$ и $k_2=60$). Так как $F_{набл}<F_{кр}$, то нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей.

Задание 3. По двум независимым выборкам, объемы которых $n_1=8$ и $n_2=10$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей *X* и *Y*, найдены выборочные средние $\bar{x}_в=145,3$ и $\bar{y}_в=142$ и исправленные дисперсии $S_x^2=3,2$ и $S_y^2=2,7$. Требуется при уровне значимости $\alpha=0,1$ проверить нулевую гипотезу: а) $H_0:M(X)=M(Y)$ при альтернативной гипотезе $H_1:M(X)\neq M(Y)$, если известны дисперсии $\sigma_x^2=3$ и $\sigma_y^2=2,5$ генеральных совокупностей; б) $H_0:\sigma_x^2=\sigma_y^2$ при условии, что σ_x^2 и σ_y^2 неизвестны и, если она принимается, то затем проверить гипотезу $H_0:M(X)=M(Y)$ при альтернативной гипотезе $H_1:M(X)>M(Y)$.

Решение.

а) Для проверки гипотезы $H_0:M(X)=M(Y)$ при известных дисперсиях вычисляем, наблюдаемое значения критерия, по формуле

$$Z_{набл}=\frac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\frac{D(X)}{n}+\frac{D(Y)}{m}}}.$$

Получим

$$Z_{набл}=\frac{145,3-142}{\sqrt{\frac{3}{8}+\frac{2,5}{10}}}\approx 4,17.$$

Для вычисления критического значения, учитывая форму альтернативной гипотезы $H_1:M(X)\neq M(Y)$, строим двустороннюю критическую область.

Получим:

$$\Phi\left(z_{кр}\right)=\frac{1-\alpha}{2}=\frac{1-0,1}{2}=0,45.$$

По таблице значений интеграла Лапласа, получим: $z_{кр}=1,64$.

Так как $\left|Z_{набл}\right|>z_{кр}$, то нулевая гипотеза о равенстве математических ожиданий $H_0:M(X)=M(Y)$ отвергается.

б) Исправленные дисперсии различны, поэтому проверим предварительно гипотезу о равенстве генеральных дисперсий $H_0: \quad D(X) = D(Y)$, используя критерий Фишера – Снедекора.

Найдем отношение большей дисперсии к меньшей:

$$F_{набл} = \frac{3,2}{2,7} \approx 1,19.$$

В качестве конкурирующей выдвиним следующую гипотезу: $H_1: \quad D(X) \neq D(Y)$. В этом случае критическую точку находим по формуле $F_{кр}\left(\frac{\alpha}{2}, k_1, k_2\right)$, $k_1 = n_1 - 1$, $k_2 = n_2 - 1$, где n_1 - объем выборки большей исправленной дисперсии, получаем $F_{кр}(0,05,7,9) = 3,68.$

Так как $F_{набл} < F_{кр}$, то нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий. Предположение о равенстве генеральных дисперсий выполняется, поэтому сравним средние.

Вычислим наблюдаемое значение критерия Стьюдента по формуле

$$T_{набл} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}},$$

получим

$$T_{набл} = \frac{145,3 - 142}{\sqrt{(8-1)\cdot 3,2 + (10-1)\cdot 2,7}} \sqrt{\frac{8\cdot 10\cdot (8+10-2)}{8+10}} = 4,07.$$

По условию, конкурирующая гипотеза $H_1: \quad M(X) > M(Y)$, поэтому критическая область – правосторонняя. По таблице критических точек распределения Стьюдента по числу степеней свободы $k = n + m - 2 = 10 + 8 - 2 = 16$ и по уровню значимости $\alpha = 0,1$ (в нижней строке таблицы) находим $t_{правост.кр}(0,1;16) = 1,34$.

Так как $T_{набл} > t_{правост.кр}$, то нулевую гипотезу о равенстве средних отвергаем. Или, другими словами, выборочные средние различаются значимо.

Задание 4. Обследование качества пряжи на крепость дало следующие результаты:

Крепость нити (г), x_i	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240
Число случаев, n_i	7	25	28	30	8	2

Требуется проверить, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

Решение:

Проверим, используя критерий согласия χ^2, гипотезу о согласии наблюдений с нормальным законом распределения, выбрав за уровень значимости 0,05.

Вычислим выборочную среднюю и стандартное отклонение. В качестве вариант x_i возьмем середины интервалов. Для упрощения расчетов удобно перейти к условным вариантам. В качестве условного нуля выберем $C = 190$:

$$u_i = \frac{x_i - C}{h} = \frac{x_i - 190}{20}.$$

Вспомогательные расчеты сведены в таблицу.

интервалы	n_i	x_i	u_i	$u_i n_i$	$u_i^2 n_i$
120-140	7	130	-3	-21	63
140-160	25	150	-2	-50	100
160-180	28	170	-1	-28	28
180-200	30	190	0	0	0
200-220	8	210	1	8	8
220-240	2	230	2	4	8
$\sum$	**100**			**-87**	**207**

Далее, используя таблицу, найдем:

$$\overline{u} = \frac{\sum u_i n_i}{n} = \frac{-87}{100} = -0,87, \qquad \overline{u^2} = \frac{\sum u_i^2 n_i}{n} = \frac{207}{100} = 2,07;$$

$$D_u = \overline{u^2} - \overline{u}^2 = 2,07 - (-0,87)^2 = 1,3131; \quad \sigma_u = \sqrt{D_u} = \sqrt{1,3131} = 1,1459$$

$$\overline{x}_в = h \cdot \overline{u} + C = 20 \cdot (-0,87) + 190 = 172,6;$$

$$D_в = h^2 \cdot D_u = 20^2 \cdot 1,3131 = 525,24; \qquad \sigma_в = \sqrt{D_в} = \sqrt{525,24} = 22,92.$$

Пронормируем случайную величину X, т.е. перейдем к случайной величине $Z = \dfrac{X - \overline{x}_в}{\sigma_в}$,

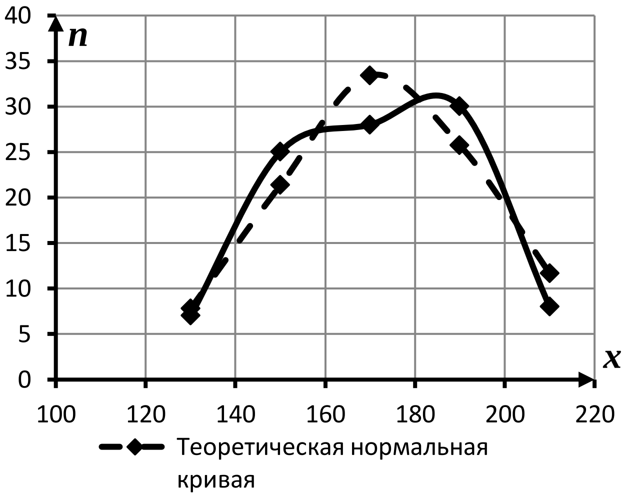
и вычислим концы интервалов: $z_i = \dfrac{x_i - \overline{x}_в}{\sigma_в}$, $z_{i+1} = \dfrac{x_{i+1} - \overline{x}_в}{\sigma_в}$, причем наименьшее значение Z (т.е. z_1) примем равным $-\infty$, а наибольшее (т.е. z_{s+1}) примем равным ∞.

Затем вычислим теоретические частоты $n_i' = nP_i$, где n - объем выборки, $P_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$ – вероятности попадания X в интервалы $(x_i; x_{i+1})$; $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

Интервалы 5 и 6 объединены, так как по правилу применения критерия Пирсона интервалы частота которых менее 5 должны быть объединены.

№	***Границы интервала***		***Эмпири-ческая частота*** n_i	***Границы интервала***		$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	P_i	***Теорет. частота*** $n_i' = nP_i$
	x_i	x_{i+1}		z_i	z_{i+1}				
1	120	140	7	$-\infty$	-1,42	-0,5	-0,4222	0,0778	7,78
2	140	160	25	-1,42	-0,55	-0,4222	-0,2088	0,2134	21,34
3	160	180	28	-0,55	0,32	-0,2088	0,1255	0,3343	33,43
4	180	200	30	0,32	1,19	0,1255	0,3830	0,2575	25,75
5	200	220	$\left.\begin{matrix}8\\2\end{matrix}\right\}10$	1,19	$+\infty$	0,3830	0,5	0,117	11,7
6	220	240							
Сумма			***100***					***1***	***100***

Построим графики эмпирической кривой и теоретически нормальной кривой



Как видно из графиков, представленных на рисунке, теоретические и эмпирические кривые отличаются друг от друга. Для определения значимо ли это расхождение вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона, составим для этого расчетную таблицу:

№	n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$
1	7	7,78	-0,78	0,608	0,0782
2	25	21,34	3,66	13,4	0,6277
3	28	33,43	-5,43	29,48	0,8819
4	30	25,75	4,25	18,06	0,7015
5	10	11,7	-1,7	2,89	0,2470
Сумма	***100***	***100***			$\chi^2_{набл} \approx 2,54$

Находим число степеней свободы: по выборке рассчитаны два параметра, значит, $r = 2$. Количество интервалов после объединения $m = 5$. Следовательно, $k = 5 - 2 - 1 = 2$. Зная, что $\alpha = 0{,}05$ и $k = 2$, по таблице критических точек распределения хи-квадрат находим $\chi^2_{крит}(\alpha; k) = \chi^2_{крит}(0{,}05; 2) = 6{,}0$. Итак, $\chi^2_{набл} < \chi^2_{крит}$, следовательно, нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности.

Образец выполнения типового расчета №5

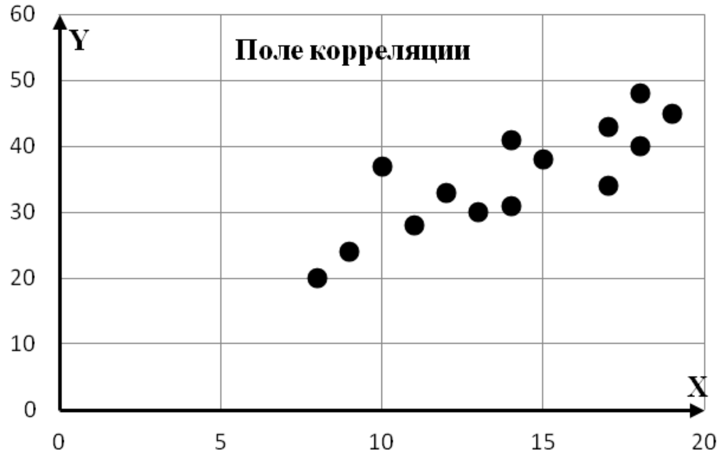
Задание 1. Приведены результаты исследования стоимости основных производственных фондов *X* (млн. сом) и объемов строительно-монтажных работ *Y* (млн. сом), выполненных в течение года:

x_i	8	9	11	13	14	12	17	10	15	18	14	17	19	18
y_i	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

Необходимо построить график исходных данных. Полагая, что между Y и X имеет место линейная зависимость, определить выборочное уравнение линейной регрессии. Определить направление и тесноту связи.

Сделать прогноз объема строительно-монтажных работ, если стоимость основных производственных фондов составит 20 млн. сом.

Решение. График зависимости переменных X и Y строится в прямоугольной декартовой системе координат. На оси абсцисс откладываются значения факторного признака X (стоимость основных производственных фондов), а по оси ординат – результативного признака Y (объем строительно-монтажных работ).



Характер расположения точек на графике показывает, что связь между переменными может выражаться линейным уравнением регрессии $\overline{y}_x = kx + b$.

Параметры уравнения регрессии находим методом наименьших квадратов, путем составления и решения системы нормальных уравнений

$$\begin{cases} k\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \\ k\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i. \end{cases}$$

Все расчеты приведены во вспомогательной таблице

№ п/п	x	y	x^2	y^2	xy
1	8	20	64	400	160
2	9	24	81	576	216
3	11	28	121	784	308
4	13	30	169	900	390
5	14	31	196	961	434
6	12	33	144	1089	396
7	17	34	289	1156	578
8	10	37	100	1369	370
9	15	38	225	1444	570
10	18	40	324	1600	720
11	14	41	196	1681	574
12	17	43	289	1849	731
13	19	45	361	2025	855
14	18	48	324	2304	864
$\sum$	195	492	2883	18138	7166
Сред	13,929	35,143	205,929	1295,571	511,857

В таблице все средние находятся по формуле средней арифметической простой, например: $\overline{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{195}{14} = 13{,}929$.

Подставляя полученные суммы в систему нормальных уравнений, учитывая, что $n = 14$, получим:

$$\begin{cases} 205,929k + 13,929b = 511,857, \\ 13,929k + 14b = 35,143. \end{cases}$$

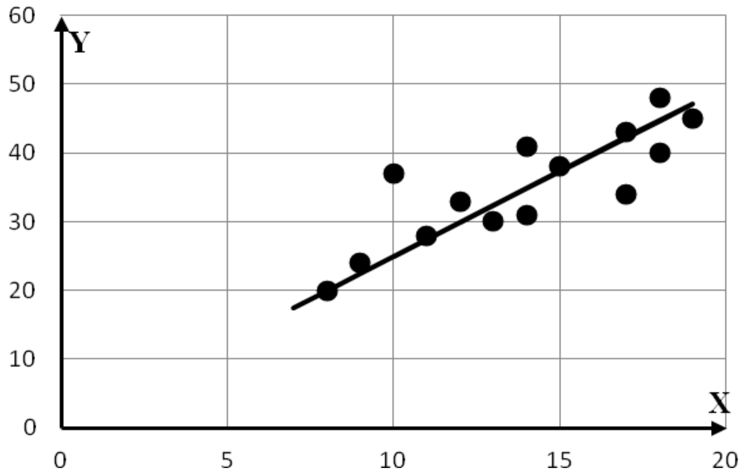
Решив систему, получим $k = 2,4829$, $b = 0,03997$.

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид:

$$\overline{y}_x = 2,4829x + 0,03997.$$

Коэффициент регрессии показывает, что при увеличении стоимости основных производственных фондов (т.е. переменной *X)* на 1 млн. сом объем строительно-монтажных работ в среднем увеличивается на 2,4829 млн. сом.

Если в уравнение регрессии подставить фактические значения переменной *X*, то определяются возможные (теоретические) значения переменной $\overline{y}_x$. Соединив точки с координатами $\left(x_i; \overline{y}_{x_i}\right)$, получим прямую линию регрессии (или линию тренда):



При линейной зависимости, степень тесноты связи между переменными *X* и *Y* определяется с помощью коэффициента корреляции:

$$r_в = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Подставляя данные из расчетной таблицы и учитывая, что

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \sqrt{205,929 - 13,929^2} \approx 3,453,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \overline{y}^2} = \sqrt{1295,571 - 35,143^2} \approx 7,78,$$

получим:

$$r_в = \frac{511,857 - 13,929 \cdot 35,143}{3,45 \cdot 7,78} = 0,833.$$

Так как $r_в > 0$, то между признаками *X* и *Y* связь прямая. Согласно шкале Чеддока эта связь высокая.

Задание 2. Распределение 50 образцов некоторого растения по массе *X* (грамм) и высоте *Y* (мм) представлено в таблице:

y_i / x_i	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	n_x

0-10	2					2
10-20	3					3
20-30		7				7
30-40		2	12	1		15
40-50		1	3	9	4	17
50-60				2	3	5
60-70					1	1
n_y	5	10	15	12	8	50

Требуется:

1) Установить форму корреляционной зависимости и построить эмпирические линии регрессии.
2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость:
    a. Вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ оценить его достоверность (значимость) и сделать вывод о тесноте и направлении связи;
    b. Найти уравнения прямых регрессий и построить их графики;
    c. Используя найденное уравнение регрессии Y по X, рассчитать показатели качества модели регрессии и сделать соответствующий вывод.
3) Сделать прогноз о высоте растения, если его масса составит 75 грамм.

Решение.

1) В первой строке и первом столбце таблицы, вместо интервалов значений, запишем середины соответствующих интервалов

x_i \ y_i	30	50	70	90	110	n_x
5	2					2
15	3					3
25		7				7
35		2	12	1		15
45		1	3	9	4	17
55				2	3	5
65					1	1
n_y	5	10	15	12	8	50

Для установления формы корреляционной связи между x и y для каждого значения x рассчитаем $\overline{y}_x$ и для каждого значения y значения $\overline{x}_y$.

$\overline{y}_{x_1=5} = \dfrac{30\cdot 2}{2} = 30$; $\overline{y}_{x_2=15} = \dfrac{30\cdot 3}{3} = 30$;

$\overline{y}_{x_3=25} = \dfrac{50\cdot 7}{7} = 50$; $\overline{y}_{x_4=35} = \dfrac{50\cdot 2 + 70\cdot 12 + 90\cdot 1}{15} = 68{,}667$;

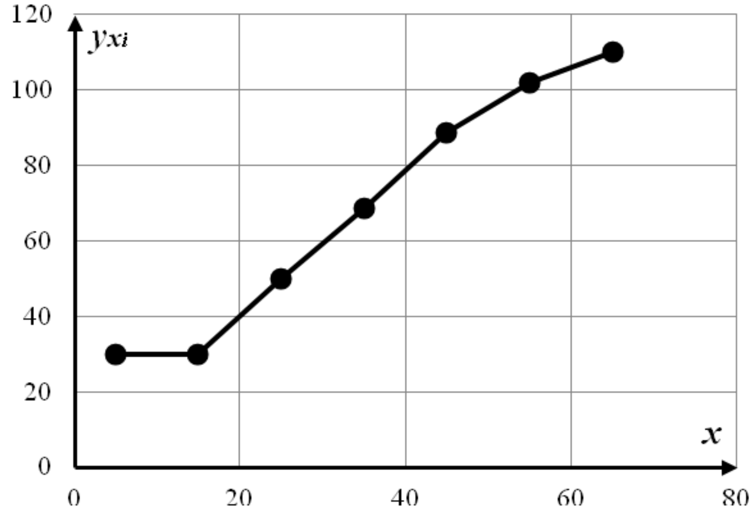
$\overline{y}_{x_5=45} = \dfrac{50\cdot 1 + 70\cdot 3 + 90\cdot 9 + 110\cdot 4}{17} = 88{,}824$; $\overline{y}_{x_6=55} = \dfrac{90\cdot 2 + 110\cdot 3}{5} = 102$;

$\overline{y}_{x_7=65} = \dfrac{110\cdot 1}{1} = 110$.

Запишем полученные значения в таблицу:

x_i	5	15	25	35	45	55	65
$\overline{y}_{x_i}$	30	30	50	68,667	88,824	102	110

Построим в прямоугольной системе координат точки $\left(x_i; \overline{y}_{x_i}\right)$. Соединив эти точки между собой отрезками, получим эмпирическую линию регрессии y по x. По ее виду можно сделать предположение о форме связи между x и $\overline{y}_x$.



В данном случае ломанную линию можно аппроксимировать прямой, так как она приближается к ней:

$$\overline{y}_x = ax + b.$$

Совершенно аналогично, решается вопрос о форме корреляционной связи между y и $\overline{x}_y$.

$\overline{x}_{y_1=30} = \dfrac{5\cdot 2 + 15\cdot 3}{5} = 11;$ $\overline{x}_{y_2=50} = \dfrac{25\cdot 7 + 35\cdot 2 + 45\cdot 1}{10} = 29;$

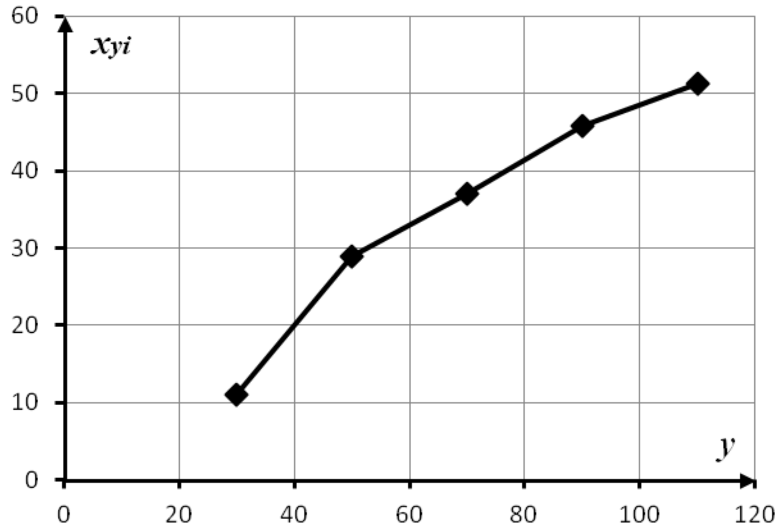
$\overline{x}_{y_3=70} = \dfrac{35\cdot 12 + 45\cdot 3}{15} = 37;$ $\overline{x}_{y_4=90} = \dfrac{35\cdot 1 + 45\cdot 9 + 55\cdot 2}{12} = 45{,}833;$

$\overline{x}_{y_5=110} = \dfrac{45\cdot 4 + 55\cdot 3 + 65\cdot 1}{8} = 51{,}25.$

Запишем полученные результаты в таблицу:

$\overline{x}_{y_i}$	11	29	37	45,833	51,25
y_i	30	50	70	90	110

Используя эту таблицу, построим эмпирическую линию регрессии *x* по *y*.



И в этом случае эту ломаную можно аппроксимировать прямой:

$$\overline{x}_y = cy + d\ .$$

Вывод: так как обе теоретические линии регрессии *Y* по *X* и *X* по *Y* прямые, то зависимость между *X* и *Y* будет линейной корреляционной.

Для упрощения расчетов введем условные варианты. В качестве условных нулей выберем середины вариационных рядов $C_1 = 35$ и $C_2 = 70$:

$$u_i = \frac{x_i - C_1}{h_1} = \frac{x_i - 35}{10}, \qquad v_j = \frac{y_j - C_2}{h_2} = \frac{y_j - 70}{20}.$$

Поясним составление таблицы в условных вариантах. Во второй строке рядом с условным нулем $C_2 = 70$ пишем *0*, слева от нуля записываем последовательно *-1, -2*; справа от нуля записываем *1, 2*. Во втором столбце рядом с условным нулем $C_1 = 35$ записываем *0*, над нулем последовательно записываем *-3, -2, -1*, под нулем записываем *1, 2, 3.*

Далее выполняем следующие действия: в каждой клетке записываем в правом верхнем углу произведение частоты n_{uv} на варианту v. Складываем все числа, помещенные в правых верхних углах клеток одной строки и их сумму записываем в клетку этой же строки столбца V. Далее умножаем варианту u на V и полученное произведение записываем в соответствующую клетку этой же строки столбца uV. Складывая все числа столбца uV, получим сумму $\sum_u uV$, которая равна искомой сумме $\sum n_{uv}uv$.

В нашем случае $\sum_{v} uV = 69$, следовательно, искомая сумма $\sum n_{uv}uv = 69$. Для контроля аналогичные вычисления производим по столбцам.

Далее, используя таблицу, найдем:

$$\bar{u} = \frac{\sum u_i n_i}{n} = \frac{11}{50} = 0,22, \qquad \overline{u^2} = \frac{\sum u_i^2 n_i}{n} = \frac{83}{50} = 1,66;$$

$$\bar{v} = \frac{\sum v_j n_j}{n} = \frac{8}{50} = 0,16, \qquad \overline{v^2} = \frac{\sum v_j^2 n_j}{n} = \frac{74}{50} = 1,48;$$

$$\sigma_u^2 = \overline{u^2} - \bar{u}^2 = 1,66 - 0,22^2 = 1,6116; \quad \sigma_v^2 = \overline{v^2} - \bar{v}^2 = 1,48 - 0,16^2 = 1,4544;$$

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_u^2} = \sqrt{1,6116} = 1,269; \qquad \sigma_v = \sqrt{\sigma_v^2} = \sqrt{1,4544} = 1,206.$$

X \ ***Y***		*30*	*50*	*70*	*90*	*110*	***n_{xi}***	***V***	***u V***	***$u_i n_{xi}$***	***$u_i^2 n_{xi}$***
	v_j* \ *u_i	*-2*	*-1*	*0*	*1*	*2*					
5	*-3*	$\boxed{-4}$ *2* $\boxed{-6}$					*2*	*-4*	*12*	*-6*	*18*
15	*-2*	$\boxed{-6}$ *3* $\boxed{-6}$					*3*	*-6*	*12*	*-6*	*12*
25	*-1*		$\boxed{-7}$ *7* $\boxed{-7}$				*7*	*-7*	*7*	*-7*	*7*
35	*0*		$\boxed{-2}$ *2* $\boxed{0}$	$\boxed{0}$ *12* $\boxed{0}$	$\boxed{1}$ *1* $\boxed{0}$		*15*	*-1*	*0*	*0*	*0*
45	*1*		$\boxed{-1}$ *1* $\boxed{1}$	$\boxed{0}$ *3* $\boxed{3}$	$\boxed{9}$ *9* $\boxed{9}$	$\boxed{8}$ *4* $\boxed{4}$	*17*	*16*	*16*	*17*	*17*
55	*2*				$\boxed{2}$ *2* $\boxed{4}$	$\boxed{6}$ *3* $\boxed{6}$	*5*	*8*	*16*	*10*	*20*
65	*3*					$\boxed{2}$ *1* $\boxed{3}$	*1*	*2*	*6*	*3*	*9*
n_{yj}		*5*	*10*	*15*	*12*	*8*	***50***		*69*	*11*	*83*
U		*-12*	*-6*	*3*	*13*	*13*					
vU		*24*	*6*	*0*	*13*	*26*	*69*	***контроль***			
$v_j n_{yj}$		*-10*	*-10*	*0*	*12*	*16*	*8*				
$v_j^2 n_{yj}$		*20*	*10*	*0*	*12*	*32*	*74*				

Вычислим выборочный коэффициент корреляции:

$$r_в = \frac{\sum n_{uv}uv - n \cdot \bar{u} \cdot \bar{v}}{n \cdot \sigma_u \cdot \sigma_v} = \frac{69 - 50 \cdot 0,22 \cdot 0,16}{50 \cdot 1,269 \cdot 1,206} = \frac{67,24}{76,5207} \approx 0,879,$$

следовательно, связь высокая, прямая.

Вычислим выборочные средние $\overline{x}, \overline{y}$ и выборочные средние квадратические отклонения σ_x, σ_y:

$$\overline{x} = h_1 \cdot \overline{u} + C_1 = 10 \cdot 0,22 + 35 = 37,2\,;$$

$$\overline{y} = h_2 \cdot \overline{v} + C_2 = 20 \cdot 0,16 + 70 = 73,2\,;$$

$$\sigma_x = h_1 \cdot \sigma_u = 10 \cdot 1,269 = 12,69, \qquad \sigma_y = h_2 \cdot \sigma_v = 20 \cdot 1,206 = 24,12.$$

Составим уравнения регрессий:

- уравнение регрессии *Y* по *X*

$$\frac{y_x - \overline{y}}{\sigma_y} = r_в \frac{x - \overline{x}}{\sigma_x},$$

$$\frac{y_x - 73,2}{24,12} = 0,879 \cdot \frac{x - 37,2}{12,69}; \qquad y_x - 73,2 = \frac{24,12 \cdot 0,879}{12,69} \cdot (x - 37,2);$$

$$y_x - 73,2 = 1,67 \cdot (x - 37,2); \qquad y_x - 73,2 = 1,67x - 62,124;$$

$$y_x = 1,67x + 11,076.$$

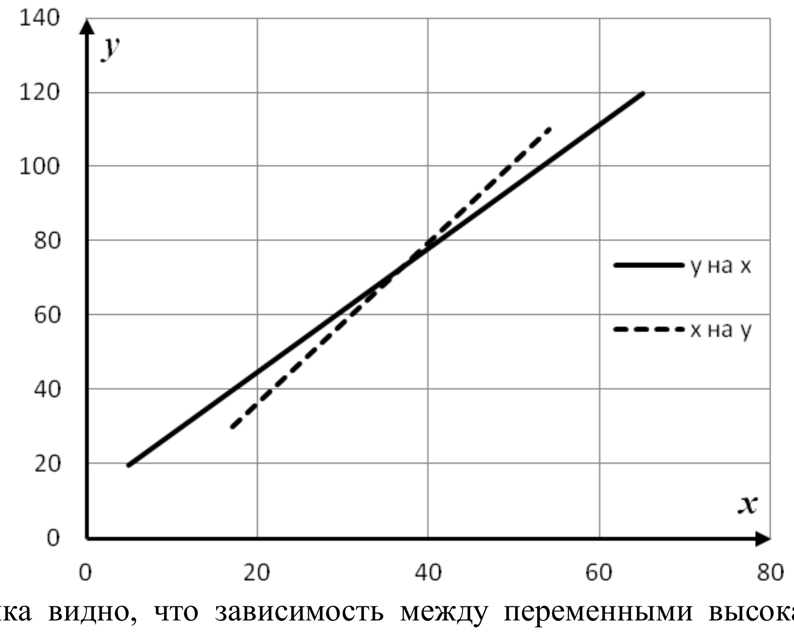
Аналогично найдем уравнение линии регрессии *X* по *У*:

$$\frac{x_y - \overline{x}}{\sigma_x} = r_в \frac{y - \overline{y}}{\sigma_y},$$

$$\frac{x_y - 37,2}{12,69} = 0,879 \cdot \frac{y - 73,2}{24,12};$$

$$x_y = 0,462y + 3,348.$$

Построим уравнения полученных линий регрессии



Из рисунка видно, что зависимость между переменными высокая, так как угол между прямыми регрессий маленький.

Для того чтобы при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0 : r_Г = 0$ при альтернативной гипотезе $H_1 : r_Г \neq 0$, вычислим наблюдаемое значение критерия:

$$T_{набл} = \frac{r_в\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_в^{\,2}}} = \frac{0,879\sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0,879^2}} = 12,77.$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента, учитывая, что $k = 50-2 = 48$ находим критическую точку $t_{кр}(0,05;48) = 2,01$ для двусторонней критической области.

Так как $|T_{набл}| > t_{кр}$ – то нулевая гипотеза отвергается и коэффициент корреляции считается значимым, а связь между *x* и *y* реальной.

Вычислим показатели качества найденных моделей регрессий. Во-первых, найдем теоретический коэффициент детерминации:

$$R^2 = r_в^2 = 0,879^2 = 0,7726.$$

Таким образом, 77,26% вариации высоты данного растения объясняется вариацией его массы, а 22,74% – другими неучтенными факторами.

Для вычисления средних ошибок аппроксимации составим расчетную таблицу:

x_i	$\overline{y}_i$	$y_{x_i} = 1,67x_i + 11,076$	$\varepsilon_{y_i} = \overline{y}_i - y_{x_i}$	$\left\lvert\frac{\varepsilon_{y_i}}{\overline{y}_i}\right\rvert \cdot 100\%$
5	30	19,426	10,574	35,246
15	30	36,126	-6,126	20,42
25	50	52,826	-2,826	5,652
35	68,667	69,526	-0,859	1,251
45	88,824	86,226	2,598	2,925
55	102	102,926	-0,926	0,908
65	110	119,626	-9,626	8,751
Итого:				75,1533

Найдем среднюю ошибку аппроксимации

$$A_y = \frac{1}{7}\cdot\sum_{i=1}^{7}\left\lvert\frac{\varepsilon_{y_i}}{\overline{y}_i}\right\rvert\cdot 100\% = \frac{1}{7}\cdot 75,1533 \approx 10,73\%.$$

Полученное уравнение регрессии *Y* по *X* можно оценить как достаточно хорошее.

Для осуществления прогноза в уравнение регрессии *Y* по *X* $y_x = 1,67x + 11,076$ подставляем значение $x = 75$, получим:

$$y_x = 1,67\cdot 75 + 11,076 = 136,326,$$

т.е. высота растения составит 136,326 мм.

Задание 3. Рейтинги 10 спортсменов сборной команды по летнему биатлону приведены в таблице.

Ранги по бегу, r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранги по стрельбе, s_i	4	5	1	3	2	10	9	8	6	7

Требуется найти тесноту связи между этими данными, используя а) коэффициент Спирмена; б) коэффициент Кендалла. Сделать вывод о степени тесноты и направлении связи.

Решение.

а) Составим расчетную таблицу, в которую поместим разности рангов и их квадраты

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*Всего*
s_i	4	5	1	3	2	10	9	8	6	7	
$r_i - s_i$	-3	-3	2	1	3	-4	-2	0	3	3	
$(r_i - s_i)^2$	9	9	4	1	9	16	4	0	9	9	**70**

Вычислим коэффициент Спирмена

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(r_i - s_i)^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 70}{10^3 - 10} \approx 0,576 .$$

Таким образом, связь между результатами спортсменов по бегу и стрельбе прямая. Оценивая силу связи по шкале Чеддока, сделаем вывод, что связь заметная.

б) Для расчета коэффициента Кендалла найдем число инверсий R для каждого значения и внесем значения в таблицу. Так как, правее первого значения $s_1 = 4$ шесть значений больше 4, то $R_1 = 6$, для значения $s_2 = 5$ число инверсий равно 5, так как правее данного значения расположено только пять значений больших 5 и т.д.

r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
s_i	4	5	1	3	2	10	9	8	6	7	
Число инверсий R_i	6	5	7	5	5	0	0	0	1	0	*R=29*

Найдем коэффициент ранговой корреляции Кендалла

$$\tau_в = \frac{4R}{n(n-1)} - 1 = \frac{4 \cdot 29}{10 \cdot 9} - 1 \approx 0,29 .$$

Связь между результатами по бегу и стрельбе слабая, прямая.

Коэффициент Спирмена больше коэффициента Кендалла для одной и той же совокупности данных и дает менее строгую оценку связи между признаками.

ПРИЛОЖЕНИЕ № 10

ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Оценка промежуточной аттестации:

- 10 баллов - Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

- 20 баллов - Задания для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

Критерии оценивания вопросов для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

баллы	Критерии
8-10	глубоко и прочно усвоил теоретический материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, знает: виды случайных событий, определение вероятности, важнейшие теоремы теории вероятностей, виды случайных величин и их числовые характеристики, методы теории вероятностей и математической статистики проведения исследований и анализа их результатов
5-7	понимает содержание основных методов теории вероятности и математической статистики, грамотно излагает их суть, допуская незначительные неточности в формулировках определений и теорем теории вероятностей и математической статистики
1-3	допускает неточности в формулировках определений, теорем; недостаточно владеет теоретическим материалом
0	не знает основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики.

Критерии оценивания заданий для проверки уровней обученности УМЕТЬ и ВЛАДЕТЬ

баллы	Критерии
20-16	владеет методами теории вероятностей и математической статистики, разносторонними навыками и приемами решения практических задач, уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 85-100 % практических заданий)
15-11	умеет применять методы теории вероятностей и математической статистики, но допускает недочеты и ошибки при решении практических задач, недостаточно уверенно применяет теоретические положения на практике (в билете решено 50-85 % практических заданий)
10-6	испытывает затруднения при решении практических заданий (в билете решено 30-50 % практических заданий)
5-0	не владеет математическим инструментарием теории вероятностей и математической статистики, допускает грубые ошибки при решении практических задач (в билете решено менее 30 % практических заданий)